ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Тезисы докладов.
Третья Международная конференция

Посвящена 85-летию

члена-корреспондента РАН,

профессора Л.Д. Кудрявцева

УДК 510.2
ББК 22.15

Тезисы докладов 3-й международной конференции «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования», посв. 85-летию Л.Д.Кудрявцева. М.: МФТИ, 2008. – 816 с. – ISBN 978-5-7417-0236-9.

Научное издание

Подписано в печать 11.03.2008. Формат $60 \times 841/16$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 51,0. Тираж 450 экз. Заказ №- .
Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9
ООО «Азбука-2000» 109544, Москва, ул. Рабочая, д. 84.

ISBN 978-5-7417-0236-9

В Москве в Российском университете дружбы народов с 25 по 28 марта 2008 года проходит Третья Международная конференция «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования», приуроченная к 85-летию члена-корреспондента РАН, профессора МФТИ (ГУ) Л.Д. Кудрявцева.

Организаторами конференции являются Министерство образования и науки РФ, Российский университет дружбы народов, Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Московский физико-технический институт, Московский институт радиотехники, электроники и автоматики, Московский институт электронной техники, Московский институт электроники и математики, Российский государственный социальный университет, Московский педагогический государственный университет, Ярославский государственный педагогический университет, Научно-методический совет по математике, Центр современного образования, Ереванский государственный университет (Армения), Математический институт педагогического университета (Польша), Международное образовательное учреждение (Словакия), Варненский свободный университет (Болгария).

Конференция проходит при поддержке Министерства образования и науки РФ, Российского фонда фундаментальных исследований и учредителей.

Отличительной особенностью данной конференции (так же как и двух Международных конференций с аналогичным названием, прошедших в 1993 и 1998 гг.) является то, что в ее рамках отражен широкий спектр научных интересов юбиляра:

Секция 1. «Теория функций и функциональные пространства».
(*Сопредседатели:* проф. Буренков В.И. (Россия), чл.-корр. НАН Армении Геворгян Г.Г. (Армения), проф. Гольдман М.Л. (Россия), чл.-корр. РАН Степанов В.Д. (Россия)).

Секция 2. «Дифференциальные операторы и их приложения».
(*Сопредседатели:* проф. Куфнер А. (Чехия), чл.-корр. РАО Розов Н.Х. (Россия), проф. Скубачевский А.Л. (Россия)).

Секция 3. «Общая топология и ее приложения».
(*Сопредседатели:* проф. Геворкян П.С. (Россия), проф. Илиадис С. (Греция), проф. Федорчук В.В. (Россия)).

Секция 4. «Проблемы математического образования».
(*Сопредседатели:* проф. Гусев В.А. (Россия), проф. Клякля М. (Польша), проф. Розанова С.А. (Россия)).

Секция 5. «Образование и нравственность».
(*Сопредседатели:* проф. Галайда П. (Словакия), академик РАО Колягин Ю.М. (Россия), проф. Михеев В.И. (Россия), проф. Смирнова И.М. (Россия)).

Секция 6. «Образование в контексте интеграционных процессов».
(*Сопредседатели:* проф. Кузнецова В.А. (Россия), проф. Сенашенко В.С. (Россия), проф. Туре С. (Кот-д'Ивуар)).

Секция 7. «История математики и естествознания».
(*Сопредседатели:* проф. Демидов С.С. (Россия), проф. Тихомиров В.М. (Россия), проф. Якоби Н. (Марокко)).
Секция 8. «Информационные технологии в образовании». (*Сопредседатели:* проф. Павлов П. (Болгария), проф. Зимина О.В. (Россия), проф. Кириллов А.И. (Россия)).

Такой широкий охват тематики данной конференции отражает удивительную плодотворность и многоплановость личности юбиляра.

В работе конференции принимают участие более 400 ученых из России, ближнего и дальнего зарубежья. На пленарных заседаниях сделают доклады: академик РАН С.М. Никольский; вице-президент РАН, директор МИРАН В.В. Козлов; заместитель министра Министерства образования и науки РФ И.И. Калина; ректор РУДН, академик РАО В.М. Филиппов; ректор ЯГПУ, профессор В.В. Афанасьев; академик РАО И.И. Баврин; академик РАН О.М. Белоцерковский; профессор А. Буйкис (Латвия); профессор В.И. Буренков (Великобритания); член-корреспондент РАН И.В. Волович; академик АзНАН А.Д. Гаджиев (Азербайджан); профессор, академик АПСН П. Галайда (Словакия); профессор ВЦ РАН Е.А. Гребенников; профессор А.Н. Прокопеня (Беларусь); член-корр. РАН Л.А. Грибов; зав. кабинетом истории математики МГУ С.С. Демидов; академик РАН ректор РГСУ В.И. Жуков; проректор РГСУ, профессор Г.С. Жукова; профессор С.Илиадис (Греция); академик РАН В.А. Ильин; академик РАН Е.И. Моисеев; профессор С.П. Капица; профессор А.И. Кириллов; директор Математического института педагогического университета профессор М. Клякля (Польша); академик РАО Колягин Ю.М.; член-корреспондент РАН, ректор МФТИ Н.Н.Кудрявцев; член-корр. РАН, академик Европейской академии наук Л.Д.Кудрявцев; ректор РГСУ, академик РАН В.И. Кузнецов; профессор А. Куфнер (Чехия); профессор И.И. Мельников; ректор ВСУ, профессор А.М. Недялкова (Болгария); проректор ВСУ, профессор П.Г. Павлов (Болгария); член-корр. РАН С.И. Похожаев; профессор Я.В. Радыно (Беларусь); член-корреспондент РАН Н.Х. Розов; академик РАН Ю.А. Рыжов; профессор В.С. Рябенький; профессор Сикель В. (Германия); ректор МГУ, академик РАН В.А. Садовничий; ректор МИРЭА, чл.-корр. РАН А.С. Сигов; профессор Н.В. Соколов; чл.-корр. РАН В.Д. Степанов; профессор В.М. Тихомиров; С.Туре (Кот-д'Ивуар) профессор В.Н. Чубариков; профессор А.А. Шкаликов.

Пленарные доклады, не вошедшие в данный сборник в виде тезисов, будут опубликованы вместе с другими пленарными и лучшими секционными докладами в сборнике трудов конференции после ее проведения.

В данном сборнике содержатся тезисы докладов участников конференции в авторской редакции.

Подготовка сборника проведена при частичной поддержке РФФИ.
Грант № 08-01-06-013.

Издание осуществлено на средства Московского физико-технического института (государственного университета).

Оргкомитет

Содержание

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

THE COMBINATION OF THE GRAPHICAL AND NUMERICAL METHODS FOR THE SOLUTIONS OF LINEAR AND NON-LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS IN ENGINEERING BOUNDARY VALUE PROBLEMS

Galajda Pavel, Galajda Pavol junior

Department of Electronics and Multimedia Communications, Faculty of Electrical Engineering and Informatics, Technical University of Košice

Park Komenského 13, 041 20 Košice, Slovak Republic

Phone: +421 556024169, e-mail: Pavol.Galajda@tuke.sk

Abstract

The paper presents the combination of the graphical and numerical solutions of linear and non-linear boundary values problems in differential equations. The different numerical methods for solution linear and non-linear boundary value problems, which cannot be expressed in analytical form we can find in reference [1]. The combinations of the graphical and numerical methods for solution of three problems: by the method of superposition, by the method of transformation and by the method of chasing are considering in this paper.

Introduction

During the last years, there has been an ever increasing interest in solution of problems in the field of mathematical theory of control by economic, technological and technical systems. In most cases the calculations have lead to solution of boundary problems of ordinary differential equations and their systems. For problems of the type, that cannot be solved in an analytical way, there are various numerical methods. We will consider those that allow a substantial reduction of the machine time necessary for calculations and are effective for most problems that engineers encounter in their everyday work.

The combination of the graphical and numerical methods for solution of linear and non-linear differential equations in engineering boundary value problems establishes the method as a highly efficient procedure for searching for multiple solutions and analysing properties thereof.

By means of graphical methods, it is possible to show the effect of one parameter upon another, to investigate experimental dependencies. Thereby, it can be useful to combine numerical methods with graphical methods. If graphical methods do not afford the calculation accuracy required, they can be employed for attaining initial approximations.

Our object is to extend the possibilities of these methods to solutions of problems comprising some physical parameter either in a differential equation or in boundary conditions and, what is most important, to establish a complex of solutions at a required interval of parameter values that may be represented graphically, or presented in the form of tables, according to the investigation purposes.

The paper presents the principles of this method only and the reasons of its being effective for solving problems of the type mentioned above. A detailed elaboration of numerical algorithm cannot be presented here because of the limited size of the paper but it will be offered in the further paper.

1. Consider the reduction of third-order ordinary differential equation:

$$\frac{d^3y}{dx^3} + f_1(x)\frac{d^2y}{dx^2} + f_2(x)\frac{dy}{dx} + f_3(x)y = r(x) \tag{1}$$

subject to the boundary conditions:

$$y(0) = 0, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 0, \quad y(1) = 0 \tag{2}$$

to the initial value problems by method of superposition [1].

The reduction of third-order boundary value problems to initial value problems by methods of superposition is well known and very simple. Its using is illustrated by the examples from which we select sandwich beams for which the distribution of shear deformation y is governed by the linear ordinary differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} - k^2\frac{dy}{dx} + a = 0, \tag{3}$$

where $k^2$and a are physical constants which depend on the elastic properties of the lamina. For the free ends, the condition of zero shear bimoment at both ends leads to the boundary conditions

$$\frac{dy(0)}{dx} = \frac{dy(1)}{dx} = 0, \tag{4}$$

from symmetry considerations,

$$y\,(1/2) = 0 \tag{5}$$

Equation (3) subject to the boundary condition (4) and (5) constitutes a three-point boundary value problem for which we shall apply the method of superposition. In detail refer to [1].

The solution is separated in accordance with following equation:

$$y(x) = y_1(x) + \alpha\, y_2(x) + \beta\, y_3(x) \tag{6}$$

The three initial value problems are:

$$\frac{d^3y_1}{dx^3} - k^2\frac{dy_1}{dx} + a = 0, \tag{7}$$

$$\frac{dy_1(0)}{dx} = 0, \quad y_1(0) = 0, \quad \frac{d^2y_1(0)}{dx^2} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{d^3y_2}{dx^3} - k^2\frac{dy_2}{dx} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{dy_2(0)}{dx} = 0, \quad y_2(0) = 1, \quad \frac{d^2y_2(0)}{dx^2} = 0, \tag{10}$$

$$\frac{d^3y_3}{dx^3} - k^2\frac{dy_3}{dx} = 0, \tag{11}$$

$$\frac{dy_3(0)}{dx} = 0, \quad y_3(0) = 0, \quad \frac{d^2y_3(0)}{dx^2} = 1. \tag{12}$$

By the solution of the system of equations

$$y_1(\tfrac{1}{2}) + \alpha\, y_2(\tfrac{1}{2}) + \beta\, y_3(\tfrac{1}{2}) = 0 \tag{13}$$

$$\frac{dy_1(1)}{dx} + \frac{\alpha dy_2(1)}{dx} + \frac{\beta dy_3(1)}{dx} = 0,$$

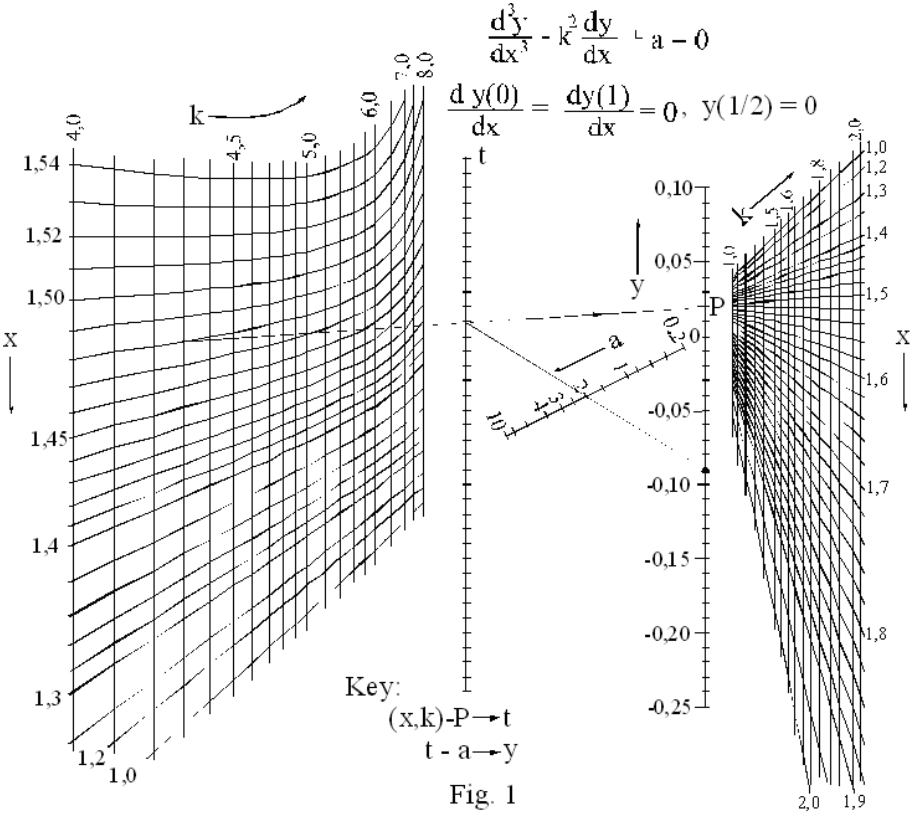


Fig. 1

we can get α and β. With these two constants known, the solution of the original equation can be found by Eq. (6).

The familiar methods for solving individual problems of the type introduced in [1] seem to be the most effective ones, however, the class of equations that can be solved by means of them is, in general, rather limited.

We consider the graphical method for solution of the differential equation (3). For this reason we construct nomogram (Fig.1).

For example, for given x =1.48 and for parameters value k=4.3, a=2 from the monogram we can find y= - 0.09. The values of y calculated graphically are identical to those obtained by the method of superposition or based on the exact solution.

2. Let as note that the combination of the graphical and numerical method can be used for method of transformation nonlinear boundary value problems. In paper [1] this method is considered for differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{1}{2}y\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \tag{14}$$

subjected to the boundary conditions

$$y(0) = C, \quad dy(0)/dx = B, \quad dy(\infty)/dx = 1 \tag{15}$$

The fundamental of the method is in introduction of the one parameter linear transformation.

$$x = A^{\alpha_1}\overline{x}, \quad y = A^{\alpha_2}\overline{y} \tag{16}$$

We obtain a differential equation

$$d^3\overline{y}/d\overline{x}^3 + (1/2)\,\overline{y}d^2\overline{y}/d\overline{x}^2 = 0 \tag{17}$$

subjected to boundary conditions

$$\bar{x} = 0, \quad \overline{y} = \overline{C}, \quad d\overline{y}/d\overline{x} = \overline{B}, \quad d^2\overline{y}/d\overline{x}^2 = 1 \tag{18}$$

where

$$\overline{C} = CA^{-\frac{1}{2}}, \quad \overline{B} = BA^{-\frac{2}{3}} \tag{19}$$

and

$$A = [d\overline{y}\,(\infty)/d\overline{x}]^{-3/2} \tag{20}$$

From above mentioned algorithm can be found solutions which are useful for boundary value problems involving only one parameter. The difficulty for boundary values problems lies in the fact that when solving the transformed initial value problem, we assign the values of $\overline{B}$ and $\overline{C}$ and not of B and C and therefore, up to the completion of calculations, we do not know what pair of values B and C will correspond to the result. Moreover, if $\overline{B}$ is constant and $\overline{C}$ is altered, none of the found parameters B or C will be constant.

To overcome this difficulty a graphical method can be used. For given dependence we construct nomogram by which we can get any future solution of (14) or existing parameters B and C.

3. Consider the analytical prediction of the temperature distribution of a Newtonian fluid held between two coaxial cylinders; the resulting boundary value problem is [1]

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}\right) + 4N\frac{1}{x^4} = 0 \tag{21}$$

subject to the boundary conditions

$$y(k) = 0, \quad y(1) = 1 \tag{22}$$

Solve the problem by the method of transformation it is necessary to use the transformation

$$x = A^{\alpha_1}\overline{x}, \quad y = A^{\alpha_2}\overline{y} \tag{23}$$

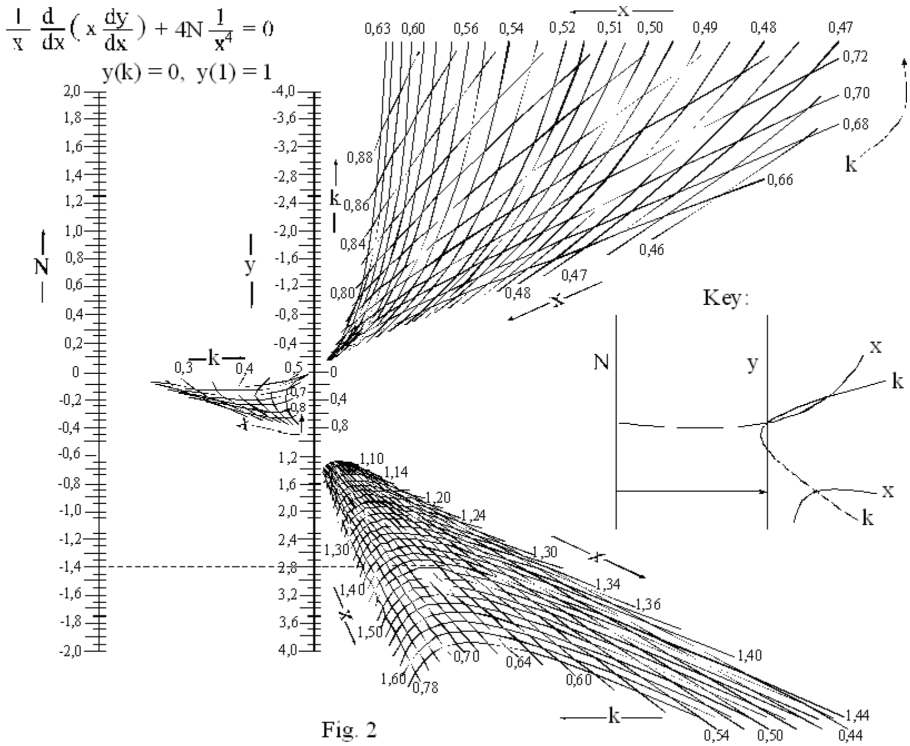


Fig. 2

and put

$$\alpha_2 = 0, \quad \bar{N} = NA^{-2\alpha_1}, \quad \bar{k} = kA^{-\alpha_1} \tag{24}$$

We consider the graphical method for solution of the differential equation (21). For this reason we construct nomogram (Fig.2).

For example, for given x=1.44 and for parameters value k=0.58, N=-1.4 from the monogram we can find y=2.8. The values of y calculated graphically are identical to those obtained by the method of transformation or based on the exact solution.

4. A classical problem from heat conduction will now be solved by the method of chasing [1]. Consider an infinite flat plate, which separates a fluid at a temperature of T_N. Heat is generated within the plate at a constant rate, q_s. It is required to find the temperature distribution in the plate.

Formulated problem can be written as

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q_S}{k} = 0 \tag{25}$$

where total differentiation is used since the temperature is a function of x only.

Eq. (25) will be solved with the following boundary conditions: because of symmetry, only half of the plate is considered. The boundary condition at x=0 is based on the same consideration, since at the plane midway between the two surfaces of the plate, the temperature gradient must be zero, i.e.,

$$x = 0: \quad \frac{dT(0)}{dx} = 0 \tag{26}$$

The second boundary condition is written in the usual way when the solid surface is in contact with a fluid at a different temperature with negligible radiation:

$$x = l: \quad \frac{-kdT(l)}{dx} = \bar{h}\left[T(l) - T_\infty\right] \tag{27}$$

where k is the heat conductivity, $\bar{h}$ is the convective heat transfer coefficient, T_N is the temperature of the fluid away from the surface of the plate, and l is half the thickness of the plate.

Introducing the dimensionless quantities

$$\overline{x} = \frac{x}{l}, \quad y = \frac{T - T_\infty}{q_S l^2/k} \tag{28}$$

Eq. (25) becomes

$$\frac{d^2y}{d\overline{x}^2} + 1 = 0 \tag{29}$$

subject to the boundary conditions

$$\overline{x} = 0: \quad \frac{dy(0)}{d\overline{x}} = 0; \qquad \overline{x} = 1: \quad -\frac{dy(1)}{d\overline{x}} = N_{bi}y(1) \tag{30}$$

where N_{bi} is the Biot number

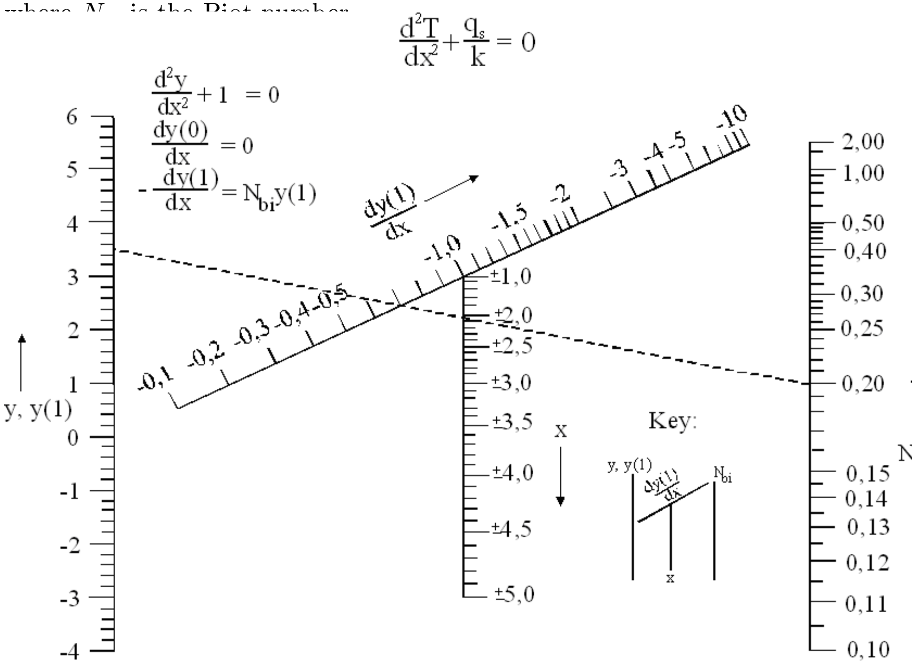


Fig. 3

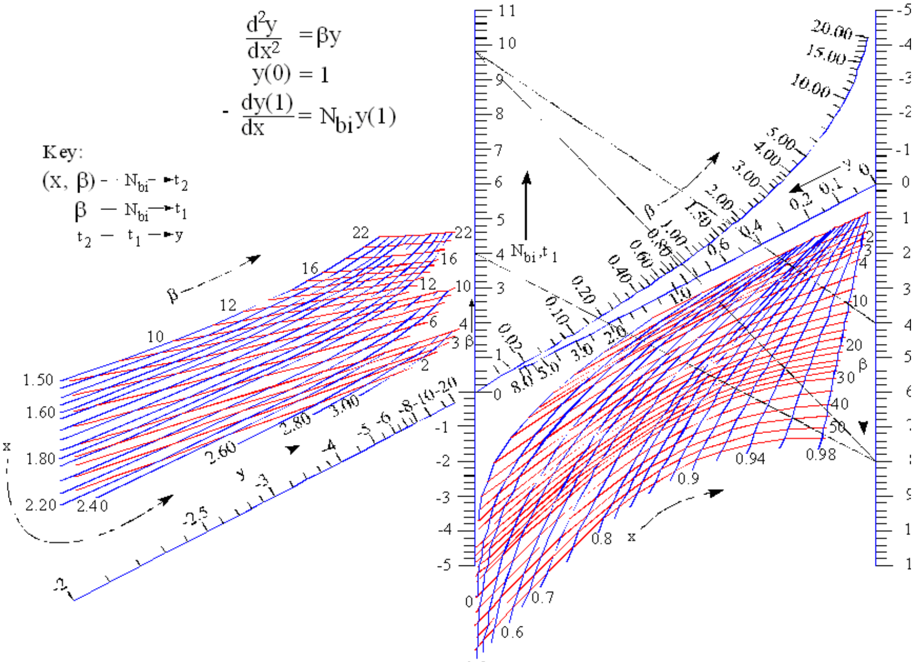


Fig. 4

We will now use combination the method of chasing with graphical method to find the same two boundary conditions.

We construct nomogram (Fig.3). For example, for given x=±2.0 and for N_{bi}=0.20 from the nomogram we can find y=$y(1)$=3.5 and $dy(1)/dx = -0.7$.

By the nomogram, accordingly we can solve other similar problems.

5. Consider the problem of heat transfer in a fin [1].

If we consider an infinitesimal length dx of the fin, taken as the control volume, conservation of energy requires can be written as

$$Aq_x = A(q_x + dq_x) + \bar{h}(Pdx)(T - T_\infty) \tag{31}$$

Simplifying Eq. (31) and considering the Fourier law of heating, we get

$$d^2T/dx^2 = m^2(T - T_\infty)\,, \qquad m = \bar{h}P/kA \tag{32}$$

If the following dimensionless quantities are introduced

$$\overline{x} = x/L, \qquad y = (T - T_\infty)/(T_S - T_\infty) \tag{33}$$

Eq. (32) and its boundary conditions become

$$d^2y/d\overline{x}^2 = \beta y \tag{34}$$

subject to the boundary conditions

$$\overline{x} = 0 : \qquad y(0) = 1 \tag{35}$$

$$\overline{x} = 1 : \qquad -dy(1)/d\overline{x} = N_{bi}y(1) \tag{36}$$

where

$$\beta = m^2L^2, \qquad N_{bi} = \bar{h}L/k \tag{37}$$

Eq. (34) appears to be simple to solve. However, if we compare Eqs. (34)–(37) with method of chasing, it becomes evident that the equations cannot be used directly.

We will now solve this problem by graphical method. For this reason we construct nomogram (Fig.4). From the nomogram, for given x=0.16, β=1.8 and for N_{bi}=4 we can find y=0.8. By the nomogram, accordingly we can solve other similar problems.

References

1. *Na, T.Y.* Computational methods in engineering boundary value problems. New York, 1979, p. 1–294. Translation: Na C.: Vyčislitel'nyje metody rešenija prikladnych graničnych zadač. Moskva, 1982, 1–294.
2. *Galajda P.* Nekotoryje metody rešenija funkcional'nych uravnenij. Mathematica Slovaca 31, 1981, N 2, 121-131.
3. *Galajda P.* Numerical and graphical methods for solution of linear and non-linear differential equations, and linear and non-linear programing problems. International Congress of Mathematicians. Abstracts, 1986. Berkeley, California, USA, 291-292.
4. *Galajda P.* Graphical Solution of a Set of Deterministic Equations. Bulletins for Applied Mathematics, Budapest (BAM) 1069/95 (LXXV), 51-54.
5. *Galajda P. and Galajda P. junior.* The Combination of the Graphical and Numerical Methods for Solution of Linear and Non-linear Differential Equations in Engineering Boundary Value Problems. Bulletins for Applied & Computer Mathematics, Budapest BAM -1301/'97 (LXXXI-A), 85-92.
6. *Galajda P.* The Combination of the Graphical and Numerical Methods for the Solution of Linear and Non-linear Boundary Value Problems. Confference on Differential Equations and their Application. EQUADIFF 9. Brno, 1997, 121-122.
7. *Galajda P. and Galajda P. junior.* The Combination of the methods of Superposition and Transformation with the Graphical Solution in Engineering Boundary Value Problems. International Conference, «Function spaces. Differential operators. Problems of Mathematical Education». Moscow, 1998, TOM II, 35-40.
8. *Galajda P. and Galajda P. junior.* The Combination of the Graphical and Numerical Solutions of Linear and Non-linear Boundary Value Problems in Differential Equations. International Journal of Applied Mathematics. Volume 2, No. 3, 2000, 381-387.

ON THE FACTORIZING τ-SPECTRA

Stavros Iliadis

University of Patras, Greece

A spectrum $\overline{S} \equiv \{X_\lambda, p_\lambda^{\lambda'}, \Lambda\}$ of spaces is said to be a τ-spectrum, where τ is an infinite cardinal, if (a) the weights of all spaces X_λ is less than or equal to τ, (b) the directed set Λ is τ-complete, and (c) the spectrum $\overline{S}$ is τ-continuous. A spectrum $\overline{S}$ (whose spaces are completely regular) is said to be *factorizing* if for every real function f on the limit space $\lim(\overline{S})$ of $\overline{S}$ there exist $\lambda \in \Lambda$ and a real function on X_λ such that $f_\lambda \circ p_\lambda = f$, where p_λ is the limit projection of $\lim(\overline{S})$ on X_λ. The notion of a factorizing τ-spectrum of spaces and the corresponding Spectral Theorem were given in [5] (see also [1] and [2] for some more information and further bibliography).

A subset L of $\lim(\overline{S})$ is said to be *surjective* if the restriction of any limit projection p_λ on L is onto. Let $\mathbb{P}$ be a class of spaces. A spectrum $\overline{S}$ is said to be $\mathbb{P}$-*factorizing with respect to a surjective subset* L of $\lim(\overline{S})$ if for every mapping f of L into a space $X \in \mathbb{P}$ there exist $\lambda \in \Lambda$ and a mapping f_λ of X_λ into X such that $f_\lambda \circ p_\lambda = f$. Such type of factorizing τ-spectra and the corresponding version of the Spectral Theorem are considered in [3].

In [4] for a class $\mathbb{F}$ of mappings the notion of a «τ-spectrum $\overline{F}$ of mappings $\mathbb{F}$-factorizing with respect to a surjective restriction of the limit mapping of $\overline{F}$», the corresponding version of the Spectral Theorem, and some corollaries are given.

Let M be a partially ordered set with an order $\prec$. By a (*commutative*) *diagram* on $M \cup \prec$ we mean a mapping D of $M \cup \prec$ into the class consisting of all spaces and all continuous mapping such that (a) $D(\mu)$ is a space for every $\mu \in M$, (b) $D(\mu_0, \mu_1)$ is a mapping of $D(\mu_1)$ into $D(\mu_0)$ for every $(\mu_0, \mu_1) \in \prec$, (c) $D(\mu_0, \mu_1) \circ D(\mu_1, \mu_2) = D(\mu_0, \mu_2)$ for every (μ_0, μ_1), $(\mu_1, \mu_2) \in \prec$, and (d) $D(\mu, \mu)$ is the identical mapping of $D(\mu)$. Therefore, a mapping, as well as, an inverse spectrum of spaces can be considered as a commutative diagram.

We shall extend the notion and results given in [4] from mappings to commutative diagrams.

Список литературы

1. *В.В. Федорчук, А. Чигогидзе.* Абсолютные ретракты и бесконечные многообразия. М.: Наука, 1992.
2. *A. Chigogidze.* Inverse Spectra. North-Holland Mathematical Library, Vol 53, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1996.
3. *S.D. Iliadis.* Universal Spaces and Mappings. North-Holland Mathematics Studies 198, Elsevier 2005, xvi 559.
4. *S.D. Iliadis.* Factorizing τ-spectra of mappings, Submitted.

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ

Архипов Г.И., Чубариков В.Н.

МИАН, МГУ

e-mail: `arkhipov@mi.ras.ru`, `chubarik@mech.math.msu.su`

В аддитивных проблемах теории чисел при исследовании тригонометрических сумм возникают задачи изучения поведения тригонометрических интегралов и их средних значений [1]– [7].

Пусть $r, n_1, \ldots, n_r$ — натуральные числа, $\nu \max(n_1, \ldots, n_r) = 1$ и многочлен $F = F(x_1, \ldots, x_r) = F_A(x_1, \ldots, x_r)$ с вещественными коэффициентами $\alpha(t_1, \ldots, t_r)$ имеет следующий вид

$$F(x_1, \ldots, x_r) = \sum_{t_1=0}^{n_1} \ldots \sum_{t_r=0}^{n_r} \alpha(t_1, \ldots, t_r) x_1^{t_1} \ldots x_r^{t_r}, \quad F(0, \ldots, 0) = 0.$$

Здесь буква A обозначает набор коэффициентов

$$\alpha(t_1, \ldots, t_r), 0 \leqslant t_1 \leqslant n_1, \ldots, 0 \leqslant t_r \leqslant n_r, t_1 + \ldots + t_r \geqslant 1.$$

Пусть, далее, буква α обозначает максимум модулей всех коэффициентов многочлена F. Тогда для тригонометрического интеграла

$$I_r = I_r(A) = \int_0^1 \ldots \int_0^1 \exp 2\pi i F(x_1, \ldots, x_r)\, dx_1 \ldots dx_r$$

справедлива оценка

$$|I_r| \leqslant \min(1, 32^r \alpha^{-\nu} (\ln(\alpha + 1) + 2)^{r-1}).$$

Последнее неравенство можно применить к оценке сверху показателя сходимости $k_0 = k_0(r)$ среднего значения $\gamma = \gamma_r(k; n_1, \ldots, n_r)$ тригонометрического интеграла $I_r(A)$, имеющего вид

$$\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} |I_r(A)|^{2k}\, dA, \quad dA = \prod_{t_1=0}^{n_1} \ldots \prod_{\substack{t_r=0 \\ t_1+\ldots+t_r \geqslant 1}}^{n_r} d\alpha(t_1, \ldots, t_r).$$

Имеем $2k_0 \leqslant \nu^{-1} m, \quad m = (n_1 + 1) \ldots (n_r + 1)$. Точное значение показателя сходимости k_0 при $r \geqslant 2$ неизвестно. Для однократного интеграла $I_1(A)$ справедливо равенство $2k_0 = \dfrac{n(n+1)}{2} + 1$, где n — степень многочлена F.

С помощью интеграла $I_r(A)$ определяется особый интеграл многомерной аддитивной проблемы об одновременном представлении набора натуральных чисел $N(t_1, \ldots, t_r), 0 \leqslant t_1 \leqslant n_1, \ldots, 0 \leqslant t_r \leqslant n_r, t_1 + \ldots + t_r \geqslant 1$, слагаемыми вида $x_1^{t_1} \ldots x_r^{t_r}$, где $1 \leqslant x_1 \leqslant P_1, \ldots, 1 \leqslant x_r \leqslant P_r$ пробегают множество всех натуральных чисел и $P_1, \ldots, P_r$ — некоторые натуральные числа. Особый интеграл $\theta = \theta_r(k)$ имеет вид

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} I_r^k(A) e^{-2\pi i B}\, dA,$$

$$B = \sum_{t_1=0}^{n_1} \ldots \sum_{t_r=0}^{n_r} \alpha(t_1, \ldots, t_r) N(t_1, \ldots, t_r) P_1^{-t_1} \ldots P_r^{-t_r}.$$

Мы полагаем $N(t_1, \ldots, t_r) P_1^{-t_1} \ldots P_r^{-t_r} = \beta(t_1, \ldots t_r) + O(P^{-1/2})$, где $P = \min(P_1, \ldots, P_r) \to \infty, \beta(t_1, \ldots, t_r)$ — положительные постоянные, и поэтому особый интеграл θ можно считать не зависящим от параметров $P_1, \ldots, P_r$.

Для нетривиальности асимптотической формулы для количества решений диофантовой системы уравнений многомерной аддитивной проблемы необходимо установить положительность особого интеграла θ. Рассмотрим область Ω, определяемую неравенствами

$$\left|\sum_{j=1}^{k} x_{1,j}^{t_1}\dots x_{r,j}^{t_r}-\beta(t_1,\dots,t_r)\right|\leqslant h, h\geqslant 0,$$

$$(0\leqslant t_1\leqslant n_1,\dots,0\leqslant t_r\leqslant n_r, t_1+\dots+t_r\geqslant 1)$$

где $x_{s,j}, 1\leqslant s\leqslant r, 1\leqslant j\leqslant k$ — вещественные числа с условиями $0\leqslant x_{s,j}\leqslant$ $\leqslant 1$. Символом $\mu(h)$ обозначим объем области Ω.

При $k>\nu^{-1}m$ справедливо равенство $\theta=\lim\limits_{h\to 0}2^{-m+1}h^{-m+1}\mu(h)$.

Пусть, далее, при $k>m$ ранг матрицы Якоби, отвечающей системе уравнений

$$G_{t_1,\dots,t_r}(\bar{x})=\sum_{j=1}^{k} x_{1,j}^{t_1}\dots x_{r,j}^{t_r}=\beta(t_1,\dots,t_r)$$

$$(0\leqslant t_1\leqslant n_1,\dots,0\leqslant t_r\leqslant n_r, t_1+\dots+t_r\geqslant 1)$$

является максимальным, т.е. равен m, и пусть найдется ее подматрица размера $(m-1)\times(m-1)$, определитель которой равен $\varepsilon>0$. Тогда
1) при достаточно малом $h>0$ для объема $\mu(h)$ области Ω справедливо неравенство $\mu(h)\geqslant c(\varepsilon)2^{m-1}h^{m-1}$, где $c(\varepsilon)>0$ — некоторая постоянная;
2) при $k>\nu^{-1}m$ для особого интеграла θ имеем $\theta\geqslant c(\varepsilon)>0$.

Более точный результат имеет место при $r=1$. Рассмотрим систему уравнений

$$x_1^s+\dots+x_k^s=\beta(s), s=1,\dots,n; k\geqslant n.$$

Пусть $x_1,\dots,x_k$ будет решением этой системы. Некоторым способом ψ выберем из них n чисел: $z_1,\dots,z_n$ и добавим к ним числа $z_0=0, z_{n+1}=1$. Характеристикой данного решения системы уравнений будем называть величину

$$\Delta(x_1,\dots,x_k)=\max_{\psi}\min_{0\leqslant i<j\leqslant n+1}|z_i-z_j|.$$

Пусть τ — наибольшее значение характеристики решений $(x_1,\dots,x_k)$ указанной выше системы уравнений. Тогда справедливы неравенства

$$2^{2n(n-k)}k^{n-k}n^{-k-n}\tau^{n(k-n)}\leqslant\theta\leqslant 2^{2n^2}k^{2n}n^{k-2n}\tau^{k-3n-n^2}.$$

Таким образом условия $\theta>0$ и $\tau>0$ эквивалентны между собой.

Тригонометрические интегралы и суммы нашли приложения в ряде задач теории дифференциальных уравнений в частных производных. В частности, имеет место следующий интересный результат. Пусть $u=u(x,t)$ — обобщенное решение задачи Коши

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad u|_{t=0}=\{x\}.$$

Тогда оно существует, ограничено и при всех иррациональных t является непрерывным по x. Если $t=a/q, (a,q)=1$, то при некоторых ограничениях на знаменатель q функция $u(a/q,x)$ будет иметь только разрывы первого рода со скачком $b(q)$ в количестве q на периоде.

Список литературы

1. *Виноградов И.М.* Метод тригонометрических сумм в теории чисел. – М.: Наука, 1980.
2. *Архипов Г.И.* Теорема о среднем значении модуля кратной тригонометрической суммы// Матем. зам. 1975, 17, № 1, 143–153.
3. *Чубариков В.Н.* О кратных рациональных тригонометрических суммах и кратных интегралах// Матем. зам. 1976, 20, № 1, 61–68.
4. *Архипов Г.И.* О проблеме Гильберта–Камке// Изв. АН СССР, сер. матем., 1984, 48, № 1, 3–52.
5. *Чубариков В.Н.* Многомерная аддитивная проблема с простыми числами// ДАН СССР. 1986, 290, № 4, 805–808.
6. *Архипов Г.И., Карацуба А.А., Чубариков В.Н.* Теория кратных тригонометрических сумм. – М.: Наука. 1987.
7. *Arkhipov G.I., Chubarikov V.N., Karatsuba A.A.* Trigonometric Sums in Number Theory and Analysis. – Berlin–New York: Walter de Gruyter (de Gruyter Expositions in Mathematics 39). 2004.

ФУНДИРОВАНИЕ ОПЫТА ЛИЧНОСТИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ УЧИТЕЛЯ

Афанасьев В.В., Смирнов Е.И.

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

150000, Ярославль, Республиканская, 108

Тел.: (4852)726235, Факс: (4852)305596, e-mail: smirn@yspu.yar.ru

Несмотря на многочисленные попытки изменения учебных планов и программ, введение государственного образовательного стандарта и его модификаций, проявления тенденций демократизации высшего педагогического образования, за последние десятилетия не происходит реальных изменений в качестве профессиональной подготовки учителя математики средней школы. Более того, наши учителя и методисты озабочены определенным падением уровня математического образования в педвузах России. Усугубилась ситуация, о которой знаменитый немецкий математик Ф.Клейн еще в 1924 году писал как о «двойном разрыве» между школьной и вузовской математикой, указывая на необходимость преподавания математики с точки зрения высшей. Об осторожности и объеме фундаментальных знаний будущего учителя неоднократно говорил великий педагог К.Д. Ушинский. И дело не только в реальном уменьшении учебных часов на естественно-научные дисциплины или в объективно сложившейся экономической и демографической ситуации, когда в педвузах учатся в основном средние по способностям студенты, а в качестве и действенности освоения профессионально-ориентированного математического содержания, достаточного для теоретического обобщения школьного предмета и направленного на развитие мышления и личностных профессиональных качеств будущих учителей математики. Реальные инновационные процессы и эффективные педагогические выводы в этом направлении могут актуализироваться только при условии глубокого теоретического анализа проблем и противоречий образовательного процесса подготовки учителя, глубокого психологического анализа и диагностики учебной деятельности студента, системогенеза и практики подготовки учителя математики в педагогическом вузе. Исследование такого рода проводится в Ярославском государственном педагогическом университете им. К.Д. Ушинского с 1997 года в направлении определения содержания и технологии профессиональной подготовки учителя (специальности «математика», «физика», «химия») на основе *инновационной концепции фундирования* (научный руководитель-академик РАО В.Д. Шадриков). В рамках этой концепции впервые в истории России разработан и с 2001 года внедряется экспериментальный ГОС высшего педагогического образования по специальности «математика» (приказ № 2046 от 14.05.2001 г., МО РФ). В Ярославле на протяжении последних семи лет регулярно проводятся школы-семинары по проблемам математического образования будущих учителей, в той или иной мере трактующие результаты и передовой опыт исследования (последние четыре года – это Колмогоровские чтения, в честь великого математика, родовые корни которого находятся на ярославской земле, академика А.Н. Колмогорова). Ряд университетов России активно участвует в реализации инновационной технологии фундирования для повышения качества профессиональной подготовки учителей естественно-научного профиля (Астраханский, Вологодский, Ставропольский, Тюменский, Пермский, Костромской и др.). Существенным фактором является и то, что Россия включилась в Болонский процесс на фоне интеграции в мировое образовательное пространство и отдавая приоритет общечеловеческим ценностям на всех ступенях высшего профессионального образования. Однако при этом необходимо сохранить в новых парадигмах традиционную фундаментальную составляющую нашего образования, адекватно ориентированную на будущую профессиональную деятельность учителя. Уникальным явлением в мировой истории является Российская система высшего педагогического образования, ведущая свое начало от Главного Педагогического Института первой половины XIX века в Петербурге и получившая свое развитие в советское время XX века. Достаточно отметить, что например, около 90% учителей Ярославской области – выпускники педагогических вузов и почти все заслуженные учителя в этом регионе также окончили педвузы, и эта картинка характерна для большинства российских регионов.

Структура глобального фундирования разворачивается по 6 базовым учебным предметам сквозного характера (в течение всех лет обучения): математический анализ, алгебра, геометрия, алгоритмика, стохастика, элементарная математика, которые продолжают и углубляют 7 содержательных линий школьной математики. Другой срез структуры образуют 3 слоя фундирования:

– *профессиональный* (I–III семестры), предназначенный для формирования ближайшего видового обобщения методом наглядного моделирования базовых учебных элементов школьной математики. Дело в том, что в зависимости от того, в какой мере усвоение понятия удовлетворяет критериям, определяются уровни его усвоения психологи Д.Н. Богоявленский, Н.А. Менчинская, М.Н. Шардаков различают четыре уровня усвоения. Как правило, в школьной математике освоение понятия доводится до второго уровня (то есть сообщается на «уровне данных» в отличие от «уровня знаний»), и задача высшей школы заключается в том, чтобы достигнуть «уровня знаний» в различных видовых проявлен (IV–VI семестры), предназначенный для освоения глубокого теоретического обобщениях родового понятия;

– *фундирования* (III–VI семестры). Этот путь согласуется с теорией В.В. Давыдова, который заметил, что «переход некоторого объекта в форму модели позволяет обнаружить в нем такие свойства, которые не проявляются при непосредственном оперировании», и выделить триаду теоретического обобщения (внутренний план действий, рефлексия, теоретическое обобщение). Основу теоретического обобщения составляет всеобщая (существенная) связь, выступающая в роли генетической исходной основы для всех частных проявлений;

– *технологический* (VII–X семестры), предназначенный для освоения технологических приемов профессиональной деятельности и методического обоснования обучения математике.

Каждый учебный предмет предполагает развертывание *методико-исторического оснащения* (1 час дополнительно на каждые 10 лекционных часов) базовых учебных элементов: генезис, персоналии, прикладные и эвристические задачи, вариативность анализа, сбор и анализ данных, поиск интегративных знаний, умений, алгоритмов, идей и процедур, деятельность в условиях ограничения средств и т.п.

Студенты, обучавшиеся по программе с применением технологии фундирования, отличаются более высоким уровнем развития математических способностей необходимых для успешной деятельности учителя математики, а также более высоким прогнозом успешности в профессиональной деятельности;

Список литературы

1. *Афанасьев В.В.* Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1996. 168 с.
2. *Смирнов Е.И.* Технология наглядно-модельного обучения математике. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1998. 335 с.
3. *Афанасьев В.В., Поваренков Ю.П., Смирнов Е.И., Шадриков В.Д.* Подготовка учителя математики: инновационные подходы. Изд-во «Гардарики», Москва, 2001, 384 с.

УЧИТЕЛЬ ВЕКА

Баврин И.И.

К 175-летию со дня рождения
члена-корреспондента Императорской
Санкт-Петербургской академии наук,
профессора Московского университета,
сельского учителя и просветителя
Сергея Александровича Рачинского

В Третьяковской галерее хранится картина «Устный счет» замечательного русского художника Николая Петровича Богданова-Бельского (1868–1945), ученика Рачинского, на которой крестьянские дети напряженно ищут в уме решение примера

$$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}.$$

Этот необычный для учеников трехклассной сельской школы пример можно решить быстро, если догадаться, что сумма квадратов трех последовательных чисел равна сумме квадратов следующих за ними двух чисел: $10^2+11^2+12^2=13^2+14^2=365$.

Имя С.А. Рачинского в истории отечественной школы конца XIX в. занимает особое место. В его работах отражены главнейшие вопросы создания и организации авторской сельской школы, основанной на семейных и национальных традициях русского народа.

С.А. Рачинский не только ставил вопрос о национальной школе в русской педагогической литературе, но и решал его несколько иначе, чем все остальные педагоги.

Его взгляды на роль народной школы крестьянской семьи в образовании и воспитании деревенских детей, а также личный опыт работы привели к убеждению, что сельская школа России из чисто учебного заведения стала воспитательным и развилась в особый тип школы, не имеющего аналога в западноевропейских странах. Он первый создал сельскую школу, отвечающую интересам народа. В школе С.А. Рачинского царила атмосфера дружной семьи, сохранившей духовно-нравственные традиции и опыт жизни сельской общины. Её учебная программа имела религиозную и художественно-эстетическую направленность, а воспитательная система основывалась на идеалах православия, гражданственности и народности.

Краткий биографический очерк

Сергей Александрович Рачинский родился 10 июня 1833 г. в родовом поместье Татево Бельского уезда Смоленской губернии (он был племянником известного поэта Евгения Баратынского).

В центре усадьбы — большой господский дом с колоннами. Вокруг раскинулся парк с вековыми деревьями различных пород и березовой аллеей. Везде очень много цветов. Рачинские увлекались музыкой, поэзией и цветоводством. Они считались самыми образованными и культурными людьми в уезде. В их доме встречались известные поэты, художники и музыканты.

В таком окружении рос Сергей Рачинский. Неудивительно, что он с детских лет полюбил русскую природу, поэзию, музыку. И он, и его брат

Константин — в будущем ректор Петровской (ныне Тимирязевской) академии — с детства увлекались ботаникой, оба стали учеными-ботаниками.

В 1849 г. Сергей Рачинский поступает на медицинский факультет Московского университета, в 1850 г. переводится на естественный факультет и в 1853 г. блестяще его заканчивает. После окончания университета он недолго служил в Архиве иностранных дел, занимался общественной деятельностью.

В 1856 г. Сергей Рачинский уезжает за границу, где продолжает учебу в известных университетах Германии.

Во время путешествия по Бельгии, Швейцарии, Италии, Франции, изучал вопросы народного образования, в частности педагогическое наследие И.Г. Песталоцци.

Более подробно Рачинский знакомится с деятельностью немецкого педагога профессора Йенского университета К. Стоя (1815–1885), основателя нескольких учебных заведений, в частности, народной школы и педагогической семинарии. «Институт Стоя в Йене» — первая статья Рачинского на тему педагогики.

Изучив слабые и сильные стороны педагогики К. Стоя, С.А. Рачинский задается вопросом, до какой степени воспитание должно быть национально и современно, до какой степени в нем должен быть развит общечеловеческий элемент. Он приходит к выводу, что «всякая индивидуальность имеет полное право на самобытное развитие» и «подведение всех личностей под неизменный уровень — нестерпимое насилие». Единственный нравственный способ ограничения личности есть самоограничение, и ему нужно учить детей для их блага и блага общества. Именно эти идеи С.А. Рачинского стали впоследствии его главной педагогической концепцией в Татевской школе.

В 1859 г. С.А. Рачинский возвращается в Москву. В этом же году он защищает магистерскую диссертацию на тему «О движении высших растений» и получает кафедру физиологии растений в Московском университете. В 1866 г. за сочинение «О некоторых химических превращениях растительных тканей» ему была присуждена ученая степень доктора ботаники.

В эти же годы С.А. Рачинский перевел на русский язык сочинение английского ученого Чарльза Дарвина «О происхождении видов» и другие. До конца жизни он не оставлял повседневную работу ученого-естествоиспытателя: изучал климат средней полосы России, за что был утвержден Императорской академией наук корреспондентом Главной физической обсерватории с выдачей свидетельства (1898), составлял гербарии дикорастущих растений, словарь ботанических и зоологических терминов на трех языках.

Прекрасный педагог, активнейший участник университетской жизни и горячий защитник интересов студентов, Рачинский всегда пользовался огромным авторитетом. Он был членом попечительского комитета о бедных студентах, его избирали судьей университетского суда, он оказывал материальную помощь бедным, особенно одаренным студентам. Начиная с 1861 г. адъюнкты Сергей Александрович и его брат Константин Александрович Рачинские «изъявили желание жертвовать ежегодно из своего жалованья каждый по 500 руб. серебром на отправление за границу для усовершенствования в математических и естественных науках молодых людей по назначению естественного факультета». На эти средства в 1862 г. был командирован за границу будущий известный физик Александр Григорьевич Столетов (1839–1896).

В это время в Москве процветали различные литературные салоны. В доме Николая Васильевича Сушкова — драматурга, поэта и журналиста — собиралось высшее аристократическое и интеллигентное общество Москвы. Бывали здесь Лев Николаевич Толстой и Иван Сергеевич Тургенев, поэт Тютчев, друг Пушкина А.Н. Раевский и многие другие писатели, музыканты, композиторы и общественные деятели. Частым посетителем этого салона был в начале 60-х годов и А.С. Рачинский. Здесь он познакомился и сдружился с Л.Н. Толстым.

В эти же годы литературный салон был создан и в доме Рачинских на Малой Дмитровке. Здесь хозяин дома сблизился с братьями Аксаковыми, семьей В.Ф. Одоевского, историком В.И. Герье и др. Бывал и Лев Толстой. Толстого и Рачинского в то время волновали проблемы народного просвещения. Часами продолжались их беседы об организации, структуре и методике преподавания в народных школах.

Частым посетителем салона Рачинских был также Петр Ильич Чайковский. У них завязалась большая дружба, которая продолжалась много лет. Сергей Александрович увлекался музыкой, писал романсы и прекрасно знал песенный фольклор родного края; это влекло к нему Петра Ильича. Заметим, что либретто для опер Чайковского «Мандрагора» и «Раймонд Люллий» написал Сергей Рачинский.

В 60-е гг. XIX в. в российской общественной жизни произошли важные перемены. В области народного образования перемены привели к тому, что инициатива и руководящая роль этим процессом перешла в руки самого общества. Однако, из-за нарушений Устава в совете университета произошел раскол (1866). Начались репрессии против молодых профессоров, что привело, по свидетельству В.О. Ключевского, к коллективной отставке лучших преподавателей университета. Одним из профессоров, подавших в отставку, был С.А. Рачинский. Любовь к народу и желание видеть грамотным российского крестьянина явились одной из причин, послуживших основанием для ухода Рачинского из университета. Он стал скромным сельским учителем. Это совпало со временем «хождения в народ» разночинной и дворянской интеллигенции.

С этого времени он весь отдается школе. Сельской школе, деревенским ребятишкам, отдал он и свое состояние, и время, и энергию. Школа стала его домом; дети — его семьей. С большим вниманием и любовью следил он за каждым учеником, за его индивидуальными наклонностями и способностями. В редкие часы досуга он пишет статьи «Из записок сельского учителя» («Русский Вестник», 1888–1889) и другие, составившие сборник «Сельская школа»[2]. В 1891 г. он выпускает сборник задач для устного счета «1001 задача для умственного счета» [1] — пособие для учителей сельских школ. В 1893 г. вследствие плохого состояния здоровья Рачинский прекращает педагогическую деятельность. На досуге он занимается иногда литературным трудом: он писал серии статей «Арифметические забавы» [3] и «Геометрические забавы» [4], помещенные в журнале «Народноеобразование».

Умер Рачинский 2 мая 1902 г.

С.А. Рачинский об обучении и воспитании в сельской школе

В основе его школы лежали семейное воспитание, традиции русской народной жизни и её православные устои. После 6–7 лет учительства С.А. Рачинский пришел к выводу, что родители-крестьяне отдавали ребенка в школу не только для обучения грамоте и счету, а потому, что были уверены, что школа заложит в ребенке христианскую основу: в народном понимании это идеал человека с присущими ему национальными чертами — теплотой и сердечностью отношений, нравственностью, бескорыстием, гражданственностью, патриотизмом и православной верой.

С.А. Рачинский видел, что 90% сельских учеников северо-западного края не могут ходить в школу каждый день, а вынуждены жить в ней из-за отдаленности от дома. Для таких детей Рачинский построил новое здание школы с общежитием, с комнатами для учителей, обустроил в ней все так, как в лучшей крестьянской семье. Даже внешний вид школы напоминал крестьянский двор заботливого хозяина: чистый двор, огород, цветник, высокое крестьянское здание с большой террасой, в теплое время увитой диким виноградом. Внутри школы просторные классные комнаты, украшенные картинами Н.П. Богданова–Бельского и В.М. Васнецова, фотографиями, рисунками учеников. В комнате для рукоделия была большая коллекция русских вышитых полотенец, изделий народных промыслов. В правой части здания надстроен второй этаж для певческой и художественной мастерских, где одна из стен застеклена, а в ней — выход на балкон, с которого открывался прекрасный вид.

Весь день Рачинский вместе с учителями проводил среди детей: учил, обедал, отдыхал, трудился, играл, молился. Особенность работы школы с общежитием требовала от него и особенной постановки учебно-воспитательного процесса, поэтому стали необходимы вечерние занятия и расширение программ. Треть его учеников были сиротами, что не позволяло закрывать школу на лето, и она работала круглый год, а это была ещё одна возможность готовить одаренных детей к будущей профессии, в первую очередь учителя, живописца, священника.

В ответ на приглашение знакомого приехать на юг отдохнуть, покупаться в море, Рачинский писал: «Вам очень хорошо известно, что у меня нет ни свободного дня, ни лишней копейки. На школьное дело я трачу более, чем свои доходы, следовательно, подвергать опасности будущность многих школьников и тратить что-либо на себя было бы просто преступлением. Летом у меня на руках пять школьных учителей, двое юношей, готовящихся в учителя, пять живописцев и т.д. — всего 20 человек. Вы скажете, что всему этому народу сам бог велел летом отдыхать < . . . > Но это не так: только постоянным трудом вырабатываются люди, и в этом труде необходимы руководители, пример. Какие тут морские купания!» [5,с.3].

В школе с общежитием усиливалось воспитательное влияние школы, стал возможен индивидуальный подход в воспитании учеников. Личность ребенка раскрывалась в обстановке внимания, сердечности, доброты со стороны всех сотрудников школы. Сергей Александрович считал существенным недостатком в воспитании крестьянских детей отсутствие гуманного отношения к ним окружающих. Воспитывал детей, учителей, родителей-крестьян и пример высоконравственной личности С.А. Рачинского. В первую очередь он был опекуном, воспитателем, отцом, для которого все равны и любимы, а потом уже учителем.

Дети болезненные и с физическими недостатками (горбуны и заики) не ощущали своей неполноценности. Педагог старался обучить их таким ремеслам и специальностям, которые помогли бы им жить и работать среди здоровых людей. С.А. Рачинский лечил заикание у детей средствами народной логопедии, давшей положительные результаты в условиях сельской школы. Рядом со школой была построена больница, где за больными ухаживала сестра Сергея Александровича, он сам и врач. Работа врача оплачивалась из средств С.А. Рачинского. Ученики приходили играть с выздоравливающими, читали им книги. В школе старшие дети дополнительно занимались с отстающими, играли с младшими, опекали их в походах, помогали новичкам освоиться с условиями жизни в школе. Забота детей друг о друге, по мнению педагога, приобретенная в семье и развиваемая в школе, проявлялась во всем и сопровождалась изумительным терпением и умением обращаться с детьми младшего возраста.

В 70–80-х гг. школа села Татево была трех-четырехгодичной. Обучалось в ней ежегодно 70–75 учащихся. Затем она была преобразована в школу повышенного типа с пяти-шестилетним образованием. В то время в ней изучались следующие дисциплины: русский язык, литература, арифметика с элементами геодезии и черчения, физика, естествознание, отечественная история, славянский язык и закон Божий. Для одаренных детей были введены курсы рисования, музыки и пения, а впоследствии — курс педагогики для будущих учителей так называемых «школ грамоты». Очень многие из его учеников в дальнейшем закончили педагогические училища, семинарии и стали народными учителями.

Находясь в школе неотлучно, Сергей Александрович изучал каждого ученика: его способности, характер, темперамент и наклонности. С особым вниманием относился он к молодым дарованиям, и всякое проявление таланта замечал и ставил такого ученика в условия, при которых эти дарования могли бы развиваться. Так, в своем ученике Коле Богданове Рачинский выявил талант художника. Благодаря заботам учителя Коля стал впоследствии известным художником Богдановым–Бельским. В статье «Из записок сельского учителя» (Сельская школа) С.А. Рачинский предлагает несколько приемов работы с учениками, способными к живописи (усиленное внимание людей, образованных и достаточных, к сельским школам, размножение и усовершенствование иконописных школ, чтобы они учили не одному иконописному ремеслу, но и рисованию с гипса и с натуры и т. д.; такие школы дали бы верный кусок хлеба и самым скромным талантам и создали среду, в коей могли бы обозначиться и окрепнуть таланты высшего порядка). Заметим, что в школьной художественной мастерской Рачинский сам проводил занятия по живописи, черчению и рисованию. В доме Рачинских для Богданова–Бельского была устроена мастерская. Татевская школа, её ученики и учителя, были запечатлены на его известных полотнах: «У дверей школы», «Устный счет», «Сочинение», «Новички» и др.

Через много лет художник вспоминал: «Да, < ... > Сергей Александрович — богатый человек, владелец большого поместья и в то же время ученый, профессор ботаники. Он заколотил часть дома и живет очень скромно. На свой счет выстроил школу и, отказавшись от карьеры, плотно засел в деревне, посвятил себя делу народного образования. Из таких, как я, бездомников он собрал обитателей для своего общежития» [6, с. 182–183]. Многие из татевских учеников в дальнейшем окончили рисовальные, типографские, фельдшерские и другие учебные заведения.

В школе Рачинского все было необычно. Уроки родной природы зачастую проводились на лесной лужайке, в поле или теплице. Весной и осенью ученики работали в школьном огороде, саду или на пасеке, разводили цветы. В школе мальчики учились столярному и переплетному ремеслу.

Большое внимание обращалось на музыку и пение. Для этой цели была куплена фисгармония. Занятия здесь вели Сергей Александрович и его сестра Варвара Александровна.

Большинство учеников посещали занятия хора. Хор был многоголосым и прекрасно исполнял самые разные песни. Сергей Александрович увлекался музыкой чрезвычайно — недаром у него была большая дружба с Петром Ильичем Чайковским, которая продолжалась много лет.

«Вы спрашиваете, — писал Петр Ильич Рачинскому в 1881г., — помню ли я Вас? Не только помню, но часто думаю о Вас; люблю припоминать приятные вечера, которые проводил у Вас в Вашей удобной квартире на Дмитровке, нередко задумываюсь над странной судьбой Вашей, столь неожиданно перенесшей Вас с университетской кафедры на стул сельского учителя, — ну, словом, Ваш милый, светлый образ жив в моей душе и никогда не изгладится из моей памяти» [7, с. 163–165].

Хор, как и школа, был гордостью крестьян Татево и окрестных деревень.

Вместе с учениками С.А. Рачинский собирал песни и сказки Смоленского и Тверского краев, использовал материалы фольклора на уроках и внешкольных занятиях. Он знакомил учеников с историей и культурой древней Русской земли, возрождал угасающие народные ремесла и традиции («Школьный поход в Нилову пустынь»).

С.А. Рачинский видел в образованной русской женщине-матери «хранительницу добрых заветов минувшего и носительницу добрых чаяний будущего» и отводил ей главную роль в семейном воспитании детей, в передаче жизненно необходимых навыков и знаний. Поэтому он один из первых в России выступил за обучение грамоте крестьянских девочек. Став в 1885г. попечителем женских училищ Бельского уезда, Рачинский добился открытия женских училищ в селах Тархово Шоптовской волости и Знаменском.

Народный учитель Рачинский не мог примириться со страшным бичом русской жизни — пьянством. Его содержательные статьи против этого позорного явления были с интересом встречены многими передовыми людьми

России. Он стал одним из организаторов «Общества трезвости», им же составлен устав общества. Много внимания он, в частности, уделял организации этих обществ в своей статье «Из записок сельского учителя» (Сельская школа), которые принесли оздоровление в сельский край и очень повлияли на сельскую школу в России. В связи с возрастающей в наше время проблемой детского алкоголизма эта сторона его деятельности является весьма актуальной, что высоко оценил ещё и Л.Н. Толстой.

Так, в письме от 9 апреля 1890г. он писал: «Благодарствуйте, дорогой Сергей Александрович, за письмо и присылку прекрасных статей ваших. Очень, очень радуюсь движению, которое вы подняли в этом направлении» [8, с. 74].

Деятельность Рачинского создала ему авторитет не только среди крестьян села Татево и близлежащих деревень. Школа Рачинского стала известна во всей России, Десятки учителей приезжали посоветоваться с Сергеем Александровичем, познакомиться с его методами работы, посмотреть школу.

Лев Николаевич Толстой глубоко уважал Рачинского и относился к его деятельности народного учителя с большой симпатией. Так, 5 апреля 1877г. он писал ему: «...истинную и редкую радость мне доставило чудесное письмо Ваше, дорогой Сергей Александрович. Читая его, я переживал свои старые школьные времена, которые всегда останутся одним из самых дорогих, в особенности, чистых воспоминаний. Воображаю, каких Вы наделали и наделаете чудес»[9, с. 317–318].

Весьма серьезные требования С.А. Рачинский предъявлял к подготовке учителей, приравнивая ежедневную учительскую деятельность к подвигу. Он считал, что учитель начальной школы должен уметь хорошо рисовать, петь, владеть несколькими ремеслами, нужными в крестьянском быту. Но кроме этого, учитель должен любить свои труд, и только тогда его результаты будут ощутимыми. Учить не для экзамена, а для жизни — основное дидактическое требование С.А. Рачинского. Закон Божий он поручал вести только священнику и в форме задушевной беседы, церковнославянский язык вел сам, считая, что чтение на церковно-славянском языке — это прямой путь к осознанному чтению на русском языке, т.е. путь к прочной грамотности. Высокая грамотность, прочность знаний, умений и навыков учеников отличали его школу от других. Что же касается преподавания Закона Божия в школах С.А. Рачинского, то основное внимание уделялось не столько сообщению массы религиозных сведений, сколько его нравственному и воспитательному значению.

В обучении русскому языку С.А. Рачинский использовал «Новую азбуку» и «Книгу для чтения» АН. Толстого, «Родное слово» К.Д. Ушинского, произведения АС. Пушкина, В.А. Жуковского, С.Т. Аксакова.

Отзываясь с похвалой об «Азбуке» и «Книге для чтения», он восторженно замечает: «Нет в мире литературы, которая могла бы похвастаться чем-либо подобным» [10, с. 212–213].

Особого внимания в системе обучения и образовательных программ А.. Рачинского заслуживает его неутомимая деятельность в распространении сельских школ, готовивших умелых земледельцев по специальным программам после окончания начальной школы. В школах же Рачинского

5–6-летним курсом обучения, где имелись средства содержать ремесленные классы, ученики параллельно с обучением традиционным школьным дисциплинам приобретали профессию столяра, плотника, пчеловода, кружевницы, портнихи.

Культура огородничества и садоводства, разведение и районирование новых сортов овощей и фруктов в пришкольном саду и огороде в Татеве способствовали тому, что крестьянские хозяйства по всей округе перенимали школьный опыт, поэтому Рачинский повсеместно рекомендовал земледельческие школы. Он, кроме того, советовал поднять кустарную промышленность, ввести новые отрасли сельскохозяйственного труда и предлагал возглавить это движение земству.

С.А. Рачинский верил, что посредством воспитания и образования можно вывести народ из нищеты и бесправия.

Заслуги педагога-подвижника С.А. Рачинского в просвещении народа признаны в рескрипте императора Николая П.

Наблюдения за крестьянскими детьми, личный опыт работы в народной школе легли в основу многих статей Рачинского, которые затем были включены в книгу под названием «Сельская школа» (1891), явившуюся итогом его жизни и творчества. В Татево поступали письма со всех концов России с просьбой поделиться опытом и прислать книгу.

За эту работу педагог С.А. Рачинский в октябре 1891г. был избран в члены-корреспонденты по отделению русского языка и словесности Императорской Санкт-Петербургской Академии наук.

Опыт работы Татевской сельской школы по воспитанию у детей любви к родному краю, трудолюбия, развитию творческих способностей в процессе обучения народным ремеслам и кустарным промыслам был представлен на Нижегородской ярмарке и Всемирной выставке в Париже в 1900г., где школа получила золотую медаль.

В столичных газетах и журналах в то время печатались десятки статей Рачинского о воспитании и обучении детей. Святейший синод сделал Рачинского попечителем церковно-приходских школ округа, и в 1899г. ему была назначена пожизненная пенсия 3000 руб. в год. Все эти деньги он расходовал на постройку новых школ и их содержание.

С.А. Рачинский считал, что школа должна войти в сердце ученика и запомниться, прежде всего, необычными впечатлениями, праздничными настроениями, которые сохранятся в памяти на всю жизнь. Отсюда шло и красивое внешнее и внутреннее оформление школы и классов. Собирались коллекции расшитых полотенец, икон различного письма, но особенно разрабатывались школьные праздники Рождественской елки, Славянской азбуки, Светлого Воскресения и окончания экзаменов.

Сергей Александрович по окончании школьных экзаменов поздравлял учащихся и говорил, чтобы дети не забывали школу, заботились о ней, приходили в школу и брали книги для чтения.

Во время праздника встречи выпускников разных поколений «За честь школы» у школьного знамени бывшие ученики рассказывали, какой путь в жизни они избрали, чем полезны Родине. Многие выпускники занесены в школьную Книгу Славы.

В мае 2003г. Татевская средняя школа торжественно отметила 170-

летие со дня рождения народного учителя С.А. Рачинского.

Современники высоко оценили труд педагога, назвав его «школьным апостолом на Руси» (И.С. Аксаков)

Всесторонне образованный ученый высокой культуры, выдающийся общественный деятель и педагог-творец до последних дней жизни чутко откликался на животрепещущие проблемы своего времени. Знание социальных проблем села, понимание запросов родителей и детей в школьном деле, широкое использование эстетических моментов в воспитании, высокая духовность и тесная преемственность с прошлым — все это делает опыт С.А. Рачинского чрезвычайно плодотворным для решения вопроса о том, каким должно быть в России национальное воспитание.

Многое из его опыта работы в Татевской сельской школе с общежитием (интернатом) сохраняется и в наши дни, давая единственную возможность детям из отдаленных деревень получить среднее образование, а его воспитательные идеи являются основой создания гуманистических систем наших сельских школ.

К 170-летию со дня рождения С.А. Рачинского были опубликованы мои две книги «Избранные задачи С.А. Рачинского для умственного счета». – М.: Московский психолого-социальный институт, 2002, 48 с.; «Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета». – М.: Физматлит, 2003, 112 с. — и ряд статей (например, Математика в школе, №9, 2005). В этих работах наряду с научной, педагогической и просветительной деятельностью С.А. Рачинского, рассмотрены также его задачи для умственного счета.

С.А. Рачинский об арифметике в начальной школе

Ученики Рачинского прекрасно знали арифметику. Они легко и быстро решали самые разные задачи. Особенно нравился им устный счет.

Об обучении своих учеников устному счету Сергей Александрович рассказал, в частности, в своей статье «Заметки о сельской школе» (Сельская школа).

«Посторонних посетителей, изредка заглядывающих в мою школу, всего более поражает умственный счет ее учеников. Та быстрота и легкость, с которой они производят в уме умножения и деления, обращаются с мерами квадратными и кубическими, соображают данные сложной задачи, то радостное оживление, с которым, они предаются этой умственной гимнастике, наводят на мысль, что в этой школе употребляются особые усовершенствованные приемы для преподавания арифметики, что я обладаю в этом отношении каким-то особым искусством или секретом.

Ничего не может быть ошибочней этого впечатления. Конечно, теперь я владею некоторым навыком к умственному счету, могу импровизировать арифметические задачи в том быстром темпе, в котором они решаются моими учениками. Но до этих скромных умений довели меня, или, лучше сказать, домучили, сами ученики.

Именно, домучили. Никогда не занимался я специально арифметикой, упражняться в умственном счете никогда и не думал. Принялся я за преподавание счета в сельской школе, не подозревая, на что я иду.

Не успел я приступить к упражнениям в умственном счете, которые до тех пор в школе не практиковались, как в ней к ним развилась настоящая страсть, не ослабевающая до сих пор. С раннего утра и до позднего вечера стали меня преследовать то одна группа учеников, то другая, то все вместе, с требованием умственных задач. Считая эти упражнения полезными, я отдал себя в их распоряжение. Очень скоро оказалось, что они опережают меня, что мне нужно готовиться, самому упражняться. На пятом десятке некоторые умственные способности утрачивают свою эластичность. Эта первая зима была для меня очень тяжела.

К этому вскоре присоединилась страсть к письменным упражнениям в счете. Ребята вздумали щеголять друг перед другом быстрым и точным умножением и делением на доске многозначных чисел, не поддающихся умственному счету. Тут я было совершенно стал в тупик. Эти припадки обыкновенно случались вечером. Наши вечерние занятия, теперь все более и более принимающие характер правильных уроков, тогда были гораздо свободнее, да и теперь, во избежание утомления, часто приходится нарушать их однообразный строй. Вечером же происходили и спевки, в которых участвовали все мои помощники, все лучшие ученики. Я оставался один с непоющими учениками. Этого только и ждали мои мучители. Разом, все они, человек тридцать, сорок, накидывались на меня с дощечками: «Сергей Александрович, деленьице! — Мне на сотни! — Мне на единицы! — Мне на миллионы! — Мне на тысячи!» И решения подавались с такою быстротой, что я едва успевал писать задачи. Проверять — никакой физической возможности.

Эта беспрестанная усиленная возня с цифрами нагнала на меня настоящий арифметический кошмар, загнала меня в теорию чисел, заставила меня неоднократно открывать Америку, т.е. неизвестные мне теоремы Ферма и Эйлера...»

В этой статье Рачинский выходит за рамки устного счета и приводит ряд ценных наблюдений над крестьянскими детьми.

«Часто, — писал он, — задавал я себе вопрос, какими основными способностями обусловливается та необыкновенная ловкость в обращении с числами, тот живой интерес к цифрам и к сочетаниям, которыми отличаются наши крестьянские ребята. Нет сомнения, что тут значительную роль играет их удивительная память. Но, кроме памяти, тут очевидно участвуют и другие способности: воображение, живо рисующее перед ними состав чисел из первоначальных множителей и их сочетания, способность связывать внешний вид цифры с этим составом.»

Свою мысль Сергей Александрович подкрепляет следующим примером. Когда он спросил на уроке, сколько будет $84 \cdot 84$, один мальчик мгновенно ответил: 7056. Когда учитель, пораженный быстротой, с которой мальчик нашел правильный ответ, спросил у него, как он это сделал, мальчик ответил: «Да это квадратная сажень». Мальчик знал, что в сажени содержится семь футов, а фут, в свою очередь, содержит 12 дюймов. Значит, мальчик решил задачу так:

$$84 \cdot 84 = (7 \cdot 12) \cdot (7 \cdot 12) = 49 \cdot 144 = 50 \cdot 144 - 144 = 7200 - 144 = 7056.$$

Все расчеты мальчик произвел в уме мгновенно. Проще произвести это умножение невозможно.

Далее Рачинский писал: «Почти всегда у хороших счетчиков оказывается и художественная струнка. Этому обстоятельству, впрочем, особого значения придавать нельзя. Крестьянские дети тем и отличаются от детей высших сословий, что односторонние способности встречаются у них весьма редко. Тот из них, который способен к пению, непременно окажется способным и по арифметике, и по русскому языку

Эта соразмерность дарований распространяется даже на сферу нравственную и придает этим детям их особенную привлекательность».

Говоря о преподавании арифметики в сельской школе, Сергей Александрович указал на два замечания, имеющие практическую важность. «Первое, — писал он, — касается того приступа к преподаванию арифметики, который выработан немецкими педагогами и получил у нас право гражданства. Основан он на долговременном и всестороннем изучении чисел первого десятка, за которым следует столь же кропотливое изучение чисел первой сотни. Прием этот, быть может, необходимый, когда приступаешь к делу с пятилетними детьми, отзывается чрезвычайной искусственностью, когда имеешь дело с детьми вдвое старшими, уже умеющими считать более ста, уже имеющими практическое понятие о десятичной системе благодаря известному им счету на копейки, гривенники и рубли. А таково большинство детей, поступающих в наши сельские школы. Нередко приходилось мне наблюдать любопытный факт, что крестьянские дети, не умеющие называть чисел далее двадцати, подчас имеют ясное представление о числах до ста и далее. Поддерживать с такими детьми фикцию, что далее девяти — чисел нет или что они им неизвестны, совершенно непрактично. Разумеется, им по большей части совершенно прозрачен лишь первый десяток, и состав чисел первой сотни должен быть им разъяснен рядом упражнений. Но в этих упражнениях нужно избегать педантической медленности, постоянно ощупывать дорогу вперед, имея в виду необыкновенную восприимчивость количественного созерцания в наших крестьянских ребятах. Притом нет никакой причины скрывать от них в течение всего первого года существование тысяч, десятков и сотен тысяч — бесконечную перспективу чисел, группирующихся по системе, уже известной им по копейкам, гривенникам и рублям. Конечно, нужно избегать упражнений, превышающих силы учащихся, сообщения таких математических истин, которые могут быть восприняты только их памятью. Но не менее того нужно избегать слишком долгого пережевывания уже известного ученикам: оно порождает скуку, отучает их от необходимых умственных усилий. Свойствам чисел первой сотни нет конца. Если бы мы вздумали их исчерпать прежде, чем двинуться далее, мы бы никогда не дошли до второй.

Другое замечание, более общего свойства, сводится к тому, что ничтожные знания, приобретаемые в сельской школе, только и получают некоторую цену, если сопряжены с соответствующими умениями. В области арифметики — разумею тут быстрый и верный счет, умственный и письменный — этих умений инстинктивно добиваются сами ученики, и обязанность учителя — всячески помогать их приобретению.

Рачинский указал при этом особую роль учителя сельской школы как в связи с указанными выше его замечаниями, так и в связи с особенностью тогдашней русской сельской школы — постоянным присутствием в ней учеников. Он писал:

«Для успеха дела, разумеется, нужно, чтобы учитель сельской школы владел приемами умственного счета и имел к нему порядочный навык. К сожалению, знакомство с этими приемами, этот навык — у наших учителей встречается редко. Особенно слабы в этом отношении те, которые прошли через учительские семинарии. Практическое знакомство с цифрами, как и с формами русского языка, необходимо учителю, для того чтобы придать некоторое оживление неизбежным внеклассным занятиям.

И это опять приводит нас к истинной оценке того громадного преимущества, которое дает русской школе одна из самых затруднительных, по-видимому, ее особенностей — постоянное присутствие в ней учеников. Эта особенность, конечно, отчасти обусловливается причинами чисто внешними: невозможностью для детей уходить домой между классами. Но только отчасти. Везде, где есть внимательный учитель, ученики, живущие в двух шагах от школы, точно так же проводят в ней всю свою жизнь. Это соответствует и собственному их инстинкту, и совершенно сознательному желанию их родителей. Эти родители отлично понимают, что при кратких сроках учения, которыми пользуются их дети, для достижения какого-либо успеха нужно пользоваться каждой минутой.

И они тысячу раз правы. Разве дома, в тесной и темной избе, возможны для крестьянских детей какие-либо самостоятельные занятия? Разве при казенном количестве учебных часов возможны какие-либо результаты, кроме официально-удовлетворительных ответов на экзаменах. Это понимают те, для которых сельская школа составляет не отвлеченные предмет сочувствия, а кровное дело, те, которые вверяют ей всю жизнь своих детей.

Вот почему я твердо верю в будущность этой бедной, темной, едва возникающей сельской школы, ощупью создаваемой на наших глазах безграмотным народом».

Приемы устного счета

Сельские ребята с огромным желанием занимались устным счетом, решая иногда довольно сложные задачи и приемы с такой быстротой, что удивляли и восхищали многих учителей, присутствовавших на уроках Рачинского.

Рачинский достигал изумительных результатов в устном счете, вместе с тем он не переоценивал значения устного счета, не заполнял им полностью уроки арифметики, а получал хорошие результаты за счет рациональных приемов обучения. В предисловии своей книге [1] Рачинский писал: «Что касается до пользы, которую приносят упражнения в умственном счете, то ее не следует преувеличивать. Способность к нему — способность весьма специальная и не зависимая от других, нередко сильно развитая в детях ума самого ограниченного. Тем не менее, способность эта полезна и в отношении практическом и как средство для здоровой умственной гимнастики». Тренировку в устных вычислениях дети получали у Рачинского не столько на уроках арифметики, сколько на свободных занятиях в вечернее время. Он умел увлечь детей устным счетом. Дети постоянно обращались к нему с просьбами: «Дайте мне пример на умножение! А мне на деленьице!» — и Рачинский давал каждому особую задачу, особый пример в соответствии с индивидуальностью ученика. Этот индивидуальный подход, индивидуальные задания, учет способностей каждого ребенка — едва ли не главная причина огромного успеха Рачинского. Рачинский творил, создавал на уроке, тут же на глазах учеников, и этот процесс творчества заражал учеников, вызывал у них ответный процесс усиленной умственной деятельности. Секрет таких изумительных процессов С.А. Рачинский отчасти раскрыл в статье [3].

«В то время, когда я занимался преподаванием в сельской школе, я постоянно удивлял своих товарищей, учителей, тою быстрою, доходившей до мгновенности, с какою я изобретал сложные арифметические задачи, умственные и письменные, на числа многозначные, даже громоздкие. Что же касается до ребят, то они моему умению нисколько не удивлялись, а настойчиво требовали, чтобы я каждому из них давал задачу отдельную. В этом они были совершенно правы, ибо каждому давалась задача в точности ему посильная, которую решить было и полезно и лестно. Злодеи приходили в неописуемое оживление и решали задачи с быстротою изумительную. Не скрою, что такая гимнастика, при некоторой продолжительности, подчас доводила меня до головокружения, даже до обморока. Но польза от таких упражнений была несомненная.

До сих пор многие учителя обращаются ко мне с просьбой — раскрыть секрет такой моей изобретательности. Постараюсь по мере возможности удовлетворить их желание.

Секрет этот слагается из несколько элементов.

Главным из них нужно считать знакомство с числами, т.е. ясное сознание их состава из первичных множителей. Но так как в знакомстве этом не малую роль играет память, коею я обделён, я был вынужден обращать внимание на свойства чисел, указывающие на их состав, и на этих свойствах основывать мои примеры.»

И дальше Рачинский рассказывает о своих необычных приемах. Укажем некоторые из них.

Способ возведения в квадрат любого двузначного числа

Если запомнить квадраты всех чисел от 1 до 25, то легко найти и квадрат любого двузначного числа, превышающего 25. Рачинский указывает для этого следующий способ.

Для того чтобы найти квадрат любого двузначного числа, надо разность между этим числом и 25 *умножить на* 100 *и к получившемуся произведению прибавить квадрат дополнения данного числа до* 50 *или квадрат избытка его над* 50*-ю.*

Рассмотрим несколько примеров:

1) $37^2 = 12 \cdot 100 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$;

2) $58^2 = 33 \cdot 100 + 8^2 = 3300 + 64 = 3364$;

3) $93^2 = 68 \cdot 100 + 43^2 = 6800 + 18 \cdot 100 + 7^2 = 8649$.

Установим теперь это предложение в общем случае.

Пусть дано двузначное число $M = 10m+n$.

Имеем:

$$(M-25)\cdot 100+(50-M)^2 = 100M-2500+2500-100M+M^2 = M^2.$$

Способ умножения двузначных чисел

В этой же статье С.А. Рачинский приводит любопытный способ умножения двузначных чисел, сумма единиц которых равна 10. Этот способ при устном счете может оказаться полезным.

Пусть даны два двузначных числа, у которого сумма единиц равна 10:

$$M = 10m+n, \quad K = 10a+10-n.$$

Составим их произведение.

Имеем:

$$M\cdot K = (10m+n)\cdot(10a+10-n) = 100am+100m-10mn+10an+10n-n^2 =$$
$$= m(a+1)\cdot 100+n(10a+10-n)-10mn = (10m)\cdot(10\cdot(a+1))+n(K-10m).$$

Отсюда нетрудно указать правило умножения таких двузначных чисел.

Рассмотрим несколько примеров:

1) $17\cdot 23 = 10\cdot 30+7\cdot 13 = 300+91 = 391$;
2) $33\cdot 67 = 30\cdot 70+3\cdot 37 = 2100+111 = 2211$;
3) $43\cdot 57 = 40\cdot 60+3\cdot(57-40) = 2400+51 = 2451$;
4) $86\cdot 74 = 74\cdot 86 = 70\cdot 90+4\cdot 16 = 6300+64 = 6364$.

С.А. Рачинский показал этот прием устного счета своим 12–13-летним ученикам сначала для чисел до двадцати, затем для чисел до тридцати и больше.

Придумал же этот прием совершенно самостоятельно один из учеников Сергея Александровича. Вот что писал Рачинский по этому поводу: «Этот прием — измышление 12-летнего мальчугана, усердствовавшего в моей школе по части умственного счета и удивившего меня мгновенным умножением 43 на 87. От него научился я в таких случаях множить 40 на 90 и прикладывать 3 на 47».

Числа, «раздвигаемые» при умножении

В статье [3] С.А. Рачинский приводит курьезные результаты, иногда получающиеся при умножении двух чисел. При умножении одного числа на другое получается число с теми же значащими цифрами и в том же порядке, как у первого числа, только эти цифры как бы раздвигаются и между ними появляются нули. Судите сами, разве не поразителен результат умножения следующих чисел:

$$111\cdot 91 = 10101,\ 126\cdot 81 = 10206,\ 285\cdot 73 = 20805.$$

По поводу этих чисел Рачинский писал: «Очень забавляют ребят числа, раздвигаемые умножением».

В этой же статье С.А. Рачинский указывает и на следующий оригинальный прием устного счета.

Способ умножения на число, записанное только одними девятками

Этот способ заключается в следующем.

Для того чтобы найти произведение числа, написанного одними девятками, на число, имеющее с ним одинаковое количество цифр, надо от множителя отнять единицу и к получившемуся числу приписать другое число, все цифры которого дополняют цифры указанного получившегося числа до 9.

Проиллюстрируем это положение на примерах:

1) $8 \cdot 9 = 72$;

2) $46 \cdot 99 = 4554$;

3) $137 \cdot 999 = 136863$;

4) $3562 \cdot 9999 = 35616438$.

Наличие такого способа усматривается из следующего приема решения приведенных примеров:

$$8 \cdot 9 = 8 \cdot (10 - 1) = 80 - 8 = 72,$$

$$46 \cdot 99 = 46 \cdot (100 - 1) = 4600 - 46 = 4554$$

и т.д. Таким же образом устанавливается справедливость указанного способа и в общем случае.

Задачник С.А. Рачинского «1001 задача для умственного счета»

Интересным памятником исключительно плодотворной работы Рачинского в области устного счета является составленный им задачник под названием «1001 задача для умственного счета. Пособие для учителей сельских школ». Это люботный документ эпохи 80-х гг. столетия, уже по одному тому, что он вырос целиком из практики, что каждая задача его, прежде чем попасть в печать, десятки раз прорешалась крестьянскими детьми. А среди этих задач есть много сложных и действительно трудных задач.

В предисловии к своей книге С.А. Рачинский писал: «В течение пятнадцати зим я каждый вечер упражнял учеников двух старших групп моей школы $< \ldots >$ в умственном счете. При этом я почти не пользовался печатными задачниками, но постоянно импровизировал задачи возрастающей сложности, сообразные с силами учеников и с характерами тех задач, которые предстояло решать на досках в следующие дни. Импровизация эта не стоила мне не малейшего труда и, вероятно, придавала этим урокам то необыкновенное оживление, которое поражало всех посетителей моей школы. Умственный счет — любимое занятие моих ребят, и многие из них приобретают в нем немалую ловкость».

Затем Сергей Александрович высказал ряд интересных мыслей о подготовленности самих учителей к занятиям по устному счету. Он писал: «К тому же мною давно замечено, что огромное большинство учителей затрудняется изобретением, сколько-нибудь сложных арифметических задач. Происходит это не от недостатка воображения и изобретательности. а от недостаточного знакомства с числами. На эту скромную область арифметического знания при подготовке учителей вообще мало обращается внимания. Между тем некоторое освоение с нею в высшей степени облегчает труд элементарного преподавания арифметики. Что касается собственного изобретения задач, то для него дает неисчерпаемый материал уже одно знакомство с числами первой тысячи. Само собой разумеется, что знакомство это должно быть твердое и полное $< \ldots >$ Для учителя, например, не безразлично, что число 40 не только $= 2^3 \cdot 5$, но также $= 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3$, что 365 не только $= 5 \cdot 73$, т.е. $5 \cdot (8^0 + 8^1 + 8^2)$, но также $= 10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 = \frac{17^2 + 21^2}{2}$ и т.д.

Задачник Рачинского интересен для нас в двух отношениях. Прежде всего, он показывает, до какой виртуозности доходили ученики Рачинского в устных вычислениях, легко справляясь с большими и далеко не всегда удобными числами, входящими в задачу; во-вторых, он показывает, на каком высоком уровне стояло математическое мышление у детей, ибо среди задач немало таких, которые вообще считаются для начальной школы трудными.

Среди задач много задач практического характера, задач из тогдашней сельской жизни. Приведем некоторые из них.

От школы до церкви 25 сажень. Червячок проползает 5 дюймов в минуту. За сколько времени доползет он от школы до церкви?

Нанят работник за 108 руб. в год. Через 15 месяцев его рассчитали и дали ему 115 руб. и платье. Сколько стоит платье?

Сколько ударов в сутки бьют часы, бьющие половины (одним ударом)?

Нужно перевезти 64 куля ржи, весом каждый в 7 пудов 20 фунтов. На подводу кладется по15 пудов. Сколько нужно подвод?

Список литературы

1. *Рачинский С.А.* 1001 задачи для умственного счета. 3-е изд. – СПб., 1899.
2. *Рачинский С.А.* Сельская школа. – СПб., 1899.
3. *Рачинский С.А.* Арифметические забавы // Народное образование. 1900.
4. *Рачинский С.А.* Геометрические забавы // Народное образование. 1901. Кн. 2.
5. *Мироносецкий П.П.* Рачинский и церковная школа. – СПб., 1910.
6. *Алтаев А.* Памятные встречи. – М., 1957.
7. *Кунин И.Ф.* Петр Ильич Чайковский. – М., 1958.
8. *Толстой Л.Н.* Полное собрание сочинений. М., 1953. Т.65.
9. *Толстой Л.Н.* Полное собрание сочинений. М.,1953. Т.62.
10. Письма Толстого и к Толстому. – М., 1928.
11. *Баврин И.И.* Избранные задачи С.А. Рачинского для умственного счета. – М., РАО, Московский психолого-социальный институт, 2002.
12. *Баврин И.И.* Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета. – М., Физматлит, 2003.
13. *Баврин И.И.* Замечательный учитель С.А. Рачинский // Математика в школе. №2. 2004.

СИЛЬНЫЕ ТИПЫ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СЕМЕЙСТВ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ РИССА

Гаджиев А.Д.

Президиум Национальной АН Азербайджана

Баку, ул. Истиглалият, 10

Тел.: (99412) 4926083, e-mail: akif_gadjiev@mail.az

Классические потенциалы Рисса

$$(I_\alpha f)(x) = \gamma(\alpha) \int\limits_{\mathbb{R}^n} |x-y|^{\alpha-n} f(y)\,dy, \quad 0<\alpha<n,$$

где $\gamma(\alpha)$ обладают свойством $\gamma(\alpha) \sim \alpha$ при $\alpha \to 0$, могут быть выражены на классах Шварца, как отрицательные дробные степени оператора Лапласа, а именно, $I_\alpha f = (-\Delta)^{-\alpha/2} f$. Б.Джонс ввел потенциалы $H_\alpha f = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \Delta\right)^{-\alpha/2} f$, где Δ– лапласиан по $x \in \mathbb{R}^n$, назвав их параболическими потенциалами Рисса, в связи с чем, нам представляется естественным назвать потенциал I_α эллиптическим.

В работах 1988–1990-х годов нами, совместно с И.А. Алиевым, были введены такого же типа потенциалы, связанные с отрицательными дробными степенями оператора Лапласа–Бесселя

$$\Delta_B = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + ... + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + \frac{2\nu}{x_n}\frac{\partial}{\partial x_n}, \quad \nu>0$$

а именно, потенциалы $I_B^\alpha = (-\Delta_B)^{\alpha/2}$ и $H_B^\alpha = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \Delta_B\right)^{-\alpha/2}$. Как и для потенциалов I_α и H_α, для потенциалов I_B^α и H_B^α имеют место интегральные представления, соответственно, через ядро $|x|^{\alpha-n-2\nu}$ и ядро Гаусса-Вейерштрасса.

В докладе будут изложены результаты автора и его учеников, посвященные следующим вопросам:

1. Сильные и слабые типы потенциалов H_α, I_B^α и H_B^α.
2. Формулы обращения.
3. Обобщенные потенциалы с ядрами, зависящими от квазирасстояния. Существование, непрерывность в $\mathbb{R}^n$.
4. Предельные свойства потенциалов I_α, H_α, I_B^α, H_B^α при $\alpha \to 0$.
5. Порядковые оценки.

Список литературы

1. *A.D. Gadjiev.* On generalized potentials type integral operators. Function et Approximatio, XXV, 1997, UAM, pp. 37–44.
2. *I.A. Aliev, A.D. Gadjiev, A.Aral.* On approximation properties of a family of linear operators at critical value of parameter. Journal of Approximation Theory, 138, 2006, pp. 242–253.
3. *A.D. Gadjiev, I.Aliev, S.Uyhan.* On approximation properties of the parabolic potentials. Bulletin of the Australian math. society, vol. 74, 2006, pp. 449–460.

СКАЗКА О ДВУХ ГОРОДАХ

Демидов С.С.

1. Две столицы

Основанный в 1703 году Петром Великим Санкт-Петербург обозначил для России направление вектора дальнейшего культурного развития — западно-европейское.

Новая столица противопоставила себя старой — Москве, ставшей символом ушедшего Московского царства, старого уклада жизни, старых культурных традиций. Северный для Руси, западный по ориентации Петербург, не заслуживший в народной традиции ни одного лестного эпитета, противопоставил себя столице старой, именовавшейся в народе Москвой матушкой. Две столицы (а Москва сохранила за собой этот ранг — первопрестольная, город, где венчали на царство русских монархов) с самого начала оказались в культурной оппозиции. При этом Петербург всегда ощущал себя городом европейским — не говоря уже о самом своем облике, о настроениях в области литературы и искусства, здесь всегда более отчетливо проявлялись прозападные религиозные, философские и политические устремления.

Здесь царил дух совсем иной, чем в златоглавой, с ее спокойным размеренным бытом, с ее подчеркнутой русскостью, православием, большей чем в северной столице преданностью престолу. Разумеется, мы говорим здесь о настроениях доминирующих, ибо в обеих столицах обнаруживался достаточно широкий их спектр. Эта оппозиция проходит через всю историю русской культурной и общественной жизни XVIII–XX веков (сохраняется она и сегодня), время от времени проявляясь резко, например, в виде знаменитого бегства Н.В. Гоголя в конце его жизни из Петербурга в Москву. Дух этого противостояния можно ощутить в романах «Москва» и «Петербург» выдающегося русского поэта и писателя Андрея Белого, выходца из московской университетской среды (он был сыном самого влиятельного в конце XIX — в начале XX века математика Москвы Н.В. Бугаева), человека чрезвычайно чуткого к глубинным течениям интеллектуальной и духовной жизни. Напряжение, созданное этим противостоянием, в значительной мере определило основные пути развития русской культуры, в частности, науки, в том числе, математики.

Надо заметить, что математика, в том смысле, который вкладывался в этот термин в новое время, появилась в России достаточно поздно — в результате петровских реформ[1] . В 1724 году Петр Великий утвердил проект положения об академии, а в августе 1725 состоялось первое ее собрание. Удивительным представляется это событие — в новой северной столице огромной страны, в культурном отношении еще не вышедшей из средневековья, собралась группа ведущих европейских ученых, которым царевым указом надлежало насадить в ней современную науку. В стране, где большинство народа не умело ни читать, ни писать, где система образования делала лишь первые шаги[2] , начала действовать современная академия наук, по своему составу ничуть не уступавшая лучшим академиям того времени. Умнейшие люди государства российского смотрели на это, как на очередную забаву своего монарха, шаг которого, однако, оказался верным и судьбоносным.

2. Саженец приживается

Высаженный на болотистую петербургскую почву росток новой европейской науки на удивление быстро прижился и стал давать первые побеги. Приглашенные с Запада первые академики Петербургской академии наук (что касается математики, то приехали действительно замечательные ученые — цвет европейской математики того времени Я. Герман, Х. Гольдбах, Ф.-Х. Майер, Г.-В. Крафт, Николай и Даниил Бернулли, Л. Эйлер) начали развивать науку на берегах Невы. Их результаты стали украшением нового научного журнала «Записок Императорской академии наук», первый том которого вышел в свет в 1728 году. Этот журнал очень быстро завоевал репутацию одного из наиболее авторитетных в Европе периодических научных изданий (см. Юшкевич А.П.[1, с. 75]).

Первым академикам было вменено в обязанность готовить национальные научные кадры. Особенно успешной на педагогическом поприще оказалась деятельность Л. Эйлера. Из числа его учеников появились и первые академики в области точных наук, русские по происхождению. Это С.К. Котельников, С.Я. Румовский, М.Е. Головин. И хотя среди них не было ученых первого ранга, их роль в истории российской культуры невозможно переоценить. Активные деятели преобразований в области народного просвещения первых лет царствования Александра I, ученики и последователи Л. Эйлера организовали в стране превосходную систему математического образования, функционирование которой очень быстро начало давать замечательные результаты[3] .

---

[1]Математическую культуру, существовавшую в допетровской Руси, следует характеризовать как средневековую математическую культуру (об этом см., например, у А.П. Юшкевича [1]).

[2]На бескрайних ее просторах существовали лишь два учебных заведения, могущих претендовать на роль высших, да и те — Киево-Могилянская, да московская Славяно-греко-латинская академии — были по сути своей средневековыми духовными школами.

[3]С самого начала осуществления этих реформ С.Я. Румовский начал работать в Главном управлении училищ Министерства народного просвещения. Назначенный попечителем Казанского учебного округа он пригласил в открытый в 1805 году Казанский университет замечательных преподавателей физико-математических дисциплин — К.И. Броннера (F.X. Bronner), М.Ф. Бартельса (J.M.C.Bartels), К.Ф. Реннера, И.А. Лит-

Одним из таких результатов стало появление российских математиков мирового уровня. Первым из россиян, получившим европейскую известность, стал М.В. Остроградский (1801–1862). Прослушав полный курс в Харьковском университете[4] , он в 1822 году уехал в Париж, где продолжил свое образование. В Россию он вернулся в 1828 году уже вполне сформировавшимся ученым, блестящим представителем школы О. Коши. Великий французский математик навсегда сохранившим благосклонное отношение к своему российскому ученику (см. Б.В. Гнеденко [1]). Другим математиком, слава которого перешагнула границы Российской империи, стал Н.И. Лобачевский (1792–1856), один из величайших геометров XIX века. Однако созданная им неевклидова геометрия получила свое признание уже после смерти создателя. При жизни же его идеи публичного признания не получили и более того были подвергнуты несправедливой критике и осмеянию[5] .

К концу 20-х годов центрами математической активности в России стали Санкт-Петербург и Казань. В Петербурге ее степень определяла Императорская Академия наук. Ведущими фигурами здесь выступали М.В. Остроградский и В.Я. Буняковский. В Казани действовал Н.И. Лобачевский. Москва же в математическом отношении являла собой глубокую провинцию.

3. Москва пробуждается

Московский университет, основанный в 1755 году — старейший в России. Однако, математика в XVIII — первых десятилетия XIX века преподавалась там плохо. Во всем, что касалось точных наук, Москва, как мы уже говорили, представляла собою глубокую провинцию не шедшую ни в какое сравнение с Петербургом или Казанью. Ситуация начала меняться в 30-е годы и связано это было с деятельностью двух выдающихся профессоров — Н.Е. Зернова (1804–1862) и Н.Д. Брашмана (1796–1866).

Первый был выпускником Московского университета, который закончил в 1822 году со степенью кандидата. В 1827 году он успешно защитил магистерскую диссертацию «Рассуждение о суточном и годовом движениях Земли». С 1834 года он адъюнкт, а с 1834 экстраординарный профессор Московского университета. В 1837 году защитил докторскую диссертацию (это была первая в России докторская диссертация по математике) «Рассуждение об интеграции уравнений с частными дифференциалами». Это было «тщательное и не лишенное оригинальности изложение клас-

---

трова (J.J. Littrow). Их усилиями преподавание этих дисциплин в университете было поставлено на высокий уровень, что способствовало столь успешному развитию математического дарования Н.И. Лобачевского (см. Васильев А.В.[1]). М.Е. Головину принадлежит целый ряд учебников, в которых были осуществлены методические идеи Л. Эйлера. В опубликованном в 1789 году руководстве по тригонометрии «Плоская и сферическая тригонометрия...» впервые в мировой учебной литературе тригонометрия излагается в форме приданной ей Эйлером и ставшей впоследствии общепринятой (см. Полякова Т.С. [1]).

[4] Диплом которого в результате интриг, имевших идеологическую подоплеку, он так и не получил (см. Юшкевич А.П. [1, с. 274]).

[5] Не совсем благовидную роль в этой истории сыграл М.В. Остроградский (об этом см. [1, с. 252, 300]).

сических методов» интегрирования уравнений с частными производными (см. Юшкевич А.П. [1, с. 220]). Зернов, занимавший кафедру чистой математики, значительно поднял уровень преподавания математических дисциплин в университете. Математик воспитанный в Москве и никогда не выезжавший на Запад, он оказался чрезвычайно чутким к новым европейским веяниям. Его учебное руководство «Дифференциальное исчисление с приложениями к геометрии» (Москва, 1842), отмеченное половиной Демидовской премии, в значительной (хотя и не в полной) мере следовало идеям осуществленной О. Коши реформы математического анализа.

Н.Д. Брашман (1796–1866) был воспитанником политехникума и университета в Вене. Большое значение в его судьбе принял известный астроном директор Венской обсерватории бывший учителем Н.И. Лобачевского член-корреспондент Петербургской академии наук И.А. Литтров (см. прим.2), который посоветовал молодому ученому отправиться работать в Россию и снабдил его рекомендательными письмами. С 1825 по 1834 год Брашман работал в Казанском универитете, а 1834 был переведен в Москву, где занял кафедру прикладной математики. Здесь он превосходно поставил преподавание ряда курсов. Два его руководства — «Курс аналитической геометрии» (Москва, 1836) и «Теория равновесия тел твердых и жидких» ((Москва, 1837) — были удостоены Демидовской премии. Его научные статьи, публиковавшиеся в «Ученых записках Московского университета», в «Бюллетене Санкт-Петербургской Академии наук», в «Comptes Rendus» Парижской академии наук и др. журналах, свидетельствуют о высоком уровне его математического дарования и силе его интуиции. За свои научные заслуги в 1855 году он был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук.

Благодаря усилиям Зернова и Брашмана преподавание математики в Московском университете было поднято на чрезвычайно высокий уровень. Результатом их деятельности стало появление плеяды замечательных математиков, определивших судьбу развития математических исследований в России во второй половине XIX — в начале XX века. Как писал впоследствии Е.И. Золотарев [1, с. 60–61]: «Всякий интересующийся историей развития математики в нашем отечестве не может не остановиться без благодарности на этих двух, богатых заслугами, деятелях Московского университета, уже теперь сошедших в могилу, Оба, известные своими учеными трудами, они еще более обращают на себя внимание своею педагогическою деятельностью. Многочисленные ученики их, сделавшись в свою очередь учителями, рассеяны по всей России. Некоторые же из них достигли вполне заслуженной славы». Вот некоторые из них — О.И. Сомов (1815–1876; выпускник 1835 года), А.Ю. Давидов (1823–1886, выпускник 1849 года), Н.В. Бугаев (1837–1903, выпускник 1859 года), наконец, крупнейший русский математик второй половины XIX века П.Л. Чебышев (1821–1894, выпускник 1841 года).

В 1864 году в Москве было основано одно из старейших математических обществ мира — Московское математическое общество. Его первым президентом стал Н.Д. Брашман, а вице-президентом А.Ю. Давидов (см. С.С. Демидов, Т.А. Токарева, В.М. Тихомиров [1]). «По своему значению, — писал известный русский историк математики А.П. Юшкевич [1, с. 317], — [для развития математики в России — С.Д.] Московское математическое общество уступало только Академии наук». Одним из его членов-учредителей выступил П.Л. Чебышев. Сам он в это время уже был членом Петербургской академии наук и проживал в Петербурге, где вокруг него сложилась одна из самых знаменитых математических школ XIX — начала XX веков — школа известная в истории как школа П.Л. Чебышева.

4. Школа П.Л. Чебышева

В истории математики П.Л. Чебышев известен выдающимися результатами в теории вероятностей, теории распределения простых чисел, теории приближения функций и теории интегрирования алгебраических функций. Результаты эти получили международное признание. Выдающийся педагог, Чебышев создал замечательную школу, получившую известность достижениями в области теории вероятностей (А.А. Марков, А.М. Ляпунов), теории чисел (А.Н. Коркин, Е.И. Золотарев, А.А. Марков, Г.Ф. Вороной), конструктивной теории функций (Е.И. Золотарев, А.А. Марков, В.А. Марков), математической физики и аналитической механики (А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов, Н.М. Гюнтер). Для исследований этой школы характерны — ярко выраженный прикладной характер (исключением служит разве лишь теория чисел — область традиционная для петербуржцев со времен Эйлера), постоянное стремление к строгому и одновременно эффективному решению математических задач, к построению алгоритма, позволяющего доводить решение задачи либо до точного числового ответа, либо до пригодного приближенного решения, стремление к простоте и элементарности используемых средств. Такая направленность деятельности школы определяла известное недоверие к новомодным направлениям западной математики (в частности, новаторские идеи Б. Римана оценивались как математический декаданс), к новым веяниям в математике. При этом общее осмысление математики и ее места в мире носило позитивистский характер.

«Мы решаем конкретные задачи, конкретными строгими методами (строгость понималась в смысле возможно точного установления пределов погрешностей используемых методов) и никакого философского тумана (скажем в стиле Г. Кантора) мы не потерпим».

Свое крайнее выражение позиции петербургской школы нашли у А.А. Маркова, ставшего после смерти учителя фактическим ее лидером. Свойственные ему антирелигиозность[6] , либеральные прозападные устремления, антимонархизм на время стали доминирующими в школе настроениями (см. С.Я. Гродзенский [1]).

[6]Интересно заметить, что одним из источников этих настроений стала атмосфера российских духовных школ, сама отвратительная постановка преподавания в которых рождала в учащихся чувство протеста и проистекающую из нее неприязнь к церкви и даже религии. Родители лидеров школы А.А. Маркова и наследовавшего ему В.А. Стеклова получили семинарское образование и антиклерикализм детей в значительной мере был плодом семинарского образования родителей.

5. Московская философско-математическая школа

Совсем иные настроения царили в математических кругах первопрестольной.

Прежде всего в Москве был совершенно иной, как мы уже сказали выше, интеллектуальный климат. В отличие от устремленной на Запад северной столицы, Москва была более консервативна, более православна, более привержена монархизму. Идеологическое и культурное противостояние двух столиц нашло свое выражение и в математике — во взаимоотношениях московского и петербургского математических сообществ.

Пожалуй самым ярким выразителем настроений москвичей стал наиболее влиятельный московский математик конца XIX — начала XX века Н.В. Бугаев (1837–1903). Уже в ранние годы он увлекся философией. Начав с модного в те годы позитивизма, он в 80-е годы эволюционировал в идеалиста-лейбницианца, автора оригинальной философской системы — «эволюционной монадологии». Особая роль в его построениях принадлежала математике, которую он рассматривал как теорию функций по преимуществу. При этом он делал акцент на теории разрывных функций, считая, что в будущей математике и математическом естествознании именно такие функции будут иметь наиболее важное значение. И если раньше центральным объектом математики были очень гладкие аналитические функции, а базирующееся на их основе «аналитическое мировоззрение» было детерминистическим, то новая математика — математика разрывных функций — позволит, считал Н.В. Бугаев, построить новое научное мировоззрение, преодолевающее ограниченность старых детерминистических воззрений (см. Н.В. Бугаев [1], С.С. Демидов [1, 2, 3]). Идеи Н.В. Бугаева были с интересом восприняты русскими философами (см. N.O. Lossky [1]) и получили дальнейшее развитие, например, у П.А. Флоренского (см. С.С. Демидов, Ч. Форд [1]).

Сам Н.В. Бугаев и его ученики пытались строить теорию разрывных функций, взяв в качестве отправной точки теорию теоретико-числовых функций. Это (как мы сегодня понимаем, тупиковое) направление было названо самим Бугаевым аритмологией. Аритмология, тесно связанная с работами Бугаева и его школы по теории чисел, далеко не исчерпывала математическую тематику москвичей, группировавшихся вокруг Московского университета и функционировавшего при нем Московского математического общества. Успешнее всего в Москве развивались два направления — дифференциальная геометрия и прикладная математика. Родоначальником исследований в Москве в первом из указанных направлений стал скромный учитель московской немецкой гимназии К.М. Петерсон (1828–1881). Свои исследования по теории поверхностей он начал еще в студенческие годы в Дерптском университете, где его учителем был Ф.Г. Миндинг. Таким образом разрабатывавшееся им оригинальное направление стало продолжением линии К. Гаусс — Ф. Миндинг. Работы Петерсона, публиковавшиеся преимущественно в «Математическом сборнике» по-русски довольно поздно стали известны на Западе[7]. Но

[7]Сам К.М. Петерсон издал на немецком языке только одну работу: «Über Kurven und Flächen» Moskau – Leipzig. 1868. Известность на Западе его результаты приобрели

уже в начале XX века Московская школа дифференциальной геометрии (Б.К. Млодзеевский, Д.Ф. Егоров и др.) и ее центральная тематика (проблема «изгибания на главном основании») получила признание на Западе[8]. Заметим, что геометрические изыскания москвичей не ограничивались дифференциальной геометрией — они успешно работали также в области проективной геометрии. К исследованиям по дифференциальной геометрии примыкали также работы Д.Ф. Егорова по геометрической теории дифференциальных уравнений с частными производными, действительная значимость которых обнаружилась лишь в последние десятилетия (см., например, Царев С.П. [1]).

Вторым из наиболее успешно разрабатываемых в Москве направлений исследований стала прикладная математика, представленная работами Н.Е. Жуковского и его учеников (С.А. Чаплыгина и др.) (см. А.П. Юшкевич [1]). Москвичам принадлежали также интересные результаты по теории функций комплексного переменного и теории вероятностей (П.А. Некрасов; см. С.С. Петрова, А.Д. Соловьев [1], Е. Сенета [1], А.Д. Соловьев [1]).

Для работ москвичей характерны — интерес к прикладной математике (культивировавшийся со времен Н.Д. Брашмана), приверженность к ясным геометрическим конструкциям, склонность, как мы уже говорили, к философии.

Последнее дало основание назвать школу сформировавшуюся в Москве в последней трети XIX — начале XX столетия «философско-математической» (см. П.А. Некрасов [1]).

6. Противостояние двух столиц

Петербуржцы с неодобрением наблюдали и за настроениями царившими в Москве и за тематикой проводимых москвичами исследований. В результате сложились конфронтационные взаимоотношения зачастую приводившие к открытым столкновениям. Первой такой крупной баталией стали дебаты по поводу результатов В.Г. Имшенецкого 1887–1891 гг. о методах нахождении дробно-рациональных интегралов линейных дифференциальных уравнений, все коэффициенты которых и свободный член целые рациональные функции (см. А.П. Юшкевич [1, с. 433]).

Москвичи (К.А. Андреев, П.А. Некрасов и др.) поддержали петербургского академика, с яростной критикой которого выступили его петербургские коллеги (А.А. Марков, А.Н. Коркин, К.А. Поссе)[9]. Другое серьезное

уже в начале XX века. Этому сильно способствовала публикация в 1903 году в Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse статей Б.К. Млодзеевского и Д.Ф. Егорова, содержавших обзор его результатов, и, наконец, последовавшего в 1905 году в том же издании перевода основных работ К.М. Петерсона.

[8]Так, например, результаты докторской диссертации Д.Ф. Егорова «Об одном классе ортогональных систем» Г. Дарбу включил во второе издание своих «Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordoonnées curvilignes» (Paris. 1910) и назвал открытые Егоровым так называемые потенциальные поверхности в честь Егорова Е-поверхностями.

[9]Дебаты на заседании Московского математического общества были столь бурными и потребовали от В.Г. Имшенецкого так много сил, что вернувшись после заседания в гостиницу он умер.

столкновение произошло из-за классических результатов С.В. Ковалевской об интегрировании уравнений движения твердого тела вокруг неподвижной точки, в 1888 г. удостоенных премии Академии наук Франции.

А.А. Марков обнаружил пробелы в ее доказательствах и выступил с резкими нападками. В ее защиту выступили московские математики П.А. Некрасов, Г.Г. Аппельрот, попытавшиеся заполнить эти пробелы (см. Г.К. Михайлов, С.Я. Степанов др. [1]) [10] . Наконец, широкую известность получили столкновения А.А. Маркова с П.А. Некрасовым относительно центральной предельной теоремы (см. А.Д. Соловьев [1]).

Особенно усилилась эта конфронтация после смерти П.Л. Чебышева, связь которого с Alma mater не прерывалась до конца его жизни.

Течение математической жизни Петербурга определялась деятельностью математического класса Императорской академии наук, учреждения элитарного, возвышающегося над повседневной деятельностью российского математического сообщества, заметный рост которого начался в период реформ Александра I и который чрезвычайно активизировался в эпоху реформ Александра II. Пожалуй ведущую роль в этом процессе взяла на себя Москва с ее старейшим российским университетом и

Московским математическим обществом при нем. Особую роль при этом стал играть издаваемый обществом «Математический сборник», ставший ведущим математическим журналом национального математического сообщества (см. С.С. Демидов [4]).

7. Ответ Москвы

Разумеется молодых честолюбивых москвичей никак не устраивало положение математиков, если даже в Европе и признанных, то уж во всяком случае не в качестве представителей направлений, определявших лицо современной математики. И они искали тематику, которая бы позволила бы им выйти на передовые рубежи тогдашней науки. В то же время эта тематика должна была лежать в стороне от главных интересов петербуржцев: оказаться у них в учениках также не хотелось. И этой тематикой стала теория функций действительного переменного — новое направление, разработку которого в 90-е годы начали на базе теории множеств Г. Кантора французские математики Э. Борель, Р. Бэр и А. Лебег.

Выбор сделанный москвичами был совершенно естественным. Прежде всего потому, что стараниями Н.В. Бугаева в Москве царил повышенный интерес к изучению разрывных функций и молодые московские математики быстро распознали в новых французских разработках чаемую ими теорию. К тому же теологические одеяния некоторых рассуждений Г. Кантора не вызвали у них чувства отторжения как, например, у Э. Бореля, убиравшего эти рассуждения из французских переводов Г. Кантора, или как у петербуржцев, которые вообще не желали рассматривать теорию множеств Г. Кантора как математику, записывая ее по ведомству теологии.

Датой рождения Московской школы теории функций действительного переменного принято считать 1911 год — год опубликования в Comptes

[10] Сделать это удалось сравнительно недавно — настолько развитого математического аппарата это потребовало (об этом см., например, у В.В. Козлова [1]).

Rendus Академии наук Франции заметки Д.Ф. Егорова «О последовательности измеримых функций», содержащей известную носящую теперь его имя теорему о том, что всякая сходящаяся последовательность измеримых функций является равномерно сходящейся, если пренебречь некоторым множеством сколь угодно малой меры. А в следующем году в том же журнале появилась заметка его ученика Н.Н. Лузина о так называемом С-свойстве измеримых функций. Далее события развивались с головокружительной быстротой. В 1915 году появилась знаменитая диссертация Н.Н. Лузина «Интеграл и тригонометрический ряд», к 1917 году сформировалось первое поколение лузинских учеников, из которых назовем Д.Е. Меньшова, М.Я. Суслина, А.Я. Хинчина, П.С. Александрова, результаты которых сразу получили европейскую известность. А открытие в 1916 году М.Я. Суслиным А-множеств сразу выдвинуло московскую школу на самый передний край математики того времени.

Интересна реакция на эти события лидеров Петербургской школы. Рассказывают, что В.А. Стеклов, демонстрируя собеседникам названную выше диссертацию Н.Н. Лузина, задавал им риторический вопрос: «Вы посмотрите, здесь же нет формул, разве это математика?» А другой петербургский академик Я.В. Успенский дал в письме, написанном в 1926 году (!!!) к другому академику А.Н. Крылову, такую оценку математического творчества Н.Н. Лузина: «Относительно Лузина я знаю, что он хороший специалист в своей области (теория множеств и связанная с нею канторовско-лебеговская дребедень), блестящий профессор, создавший в Москве школу своих учеников и своим влиянием упразднивший настоящую математику в Москве» (цитирую по статье Н.С. Ермолаевой [1, с. 193].

8. Н.Н. Лузин и московская философская традиция

Как мы уже говорили для большинства ведущих московских математиков последней трети XIX — первых десятилетий XX века характерен интерес к философии. У одних он выражен в столь сильной степени, что их вполне можно рассматривать как оригинальных философов (это относится, например, к Н.В. Бугаеву), для других (скажем, для Д.Ф. Егорова) философия — предмет изучения и постоянного глубокого интереса. Если для одних (как для Бугаева) их занятия философией неотделимы от математического творчества, то для других (как для Егорова[11]) эти две сферы занятий разделены (по крайней мере на уровне сознательного к ним отношения) высокой стеной. Что касается Н.Н. Лузина, то он тяготел к первой категории (к той же, что и Бугаев). Он живо интересовался философией и заинтересовано обсуждал философские проблемы — см. письма к нему Д.Ф. Егорова [1] и переписку Н.Н. Лузина и П.А. Флоренского [1], Некоторые из окружающих — например А. Лебег (см. предисловие А. Лебега [1] к книге Лузина об аналитических множествах), А.Н. Крылов (см. статью Н.С. Ермолаевой [1]), В.И. Вернадский (см. их переписку в книге В.И. Вернадский [1]) — воспринимали его как философа. Даже в Академию наук СССР его избрали в 1929 году по кафедре философии. Наконец, философ-

[11] См., например, письма Д.Ф. Егорова [1] к Н.Н. Лузину (особенно письмо VI).

ским духом пронизана его переписка и этот дух отчетливо присутствует в его математических сочинениях. К сожалению, насколько мне известно, систематического изложения своим философским воззрениям он не дал. Реконструировать их по его опубликованным работам и документам его архива — одна из актуальных задач современных историко-математических исследований. Ее важность чрезвычайно повышает то обстоятельство, что его философские взгляды существенным образом влияли на характер его (и его учеников) математического творчества, на его (и его учеников) трактовку математических сущностей и на сам выбор ими задач. Важно понять соотношение в его воззрениях элементов, восходящих к идеям московской философско-математической школы, и идей, проистекающих из французской традиции (например, из эффективизма Э. Бореля).

9. Москва — столица СССР

В 1918 году советское правительство переехало в Москву, что автоматических повлекло за собой изменение статуса московского математического сообщества. Хотя в обстановке общей разрухи вызванной гражданской войной и остановкой нормального функционирования институтов власти московские математики этого не ощутили.

Невозможность найти в послереволюционной Москве пропитание, а зимою и топливо вынудили многих московских математиков покинуть столицу[12] . Но скоро ситуация начала выправляться. В 1921 году закончилась гражданская война и стала постепенно налаживаться мирная жизнь. В 1922 году в Московском университете был организован Научно-исследовательский институт математики и механики, директором которого с 1923 года стал Д.Ф. Егоров. Д.Ф. Егоров приложил все усилия, чтобы математическая жизнь в Москве вошла в нормальное русло: стабилизировался учебный процесс у студентов, налажена работа аспирантуры, регулярно проводились заседания Московского математического общества, наконец, возобновлено издание «Математического сборника», который начал печатать статьи не только на русском, но и на основных европейских языках — немецком, французском, итальянском и английском. В итоге журнал стал международным. На его страницах во второй половине 20-х — в 30-е годы охотно печатали свои статьи крупнейшие математики Запада[13] .

Исследовательская активность в Москве стремительно возрастала. Еще в 1920 году в город вернулся Н.Н. Лузин и возобновились заседания его семинара, на которых вместе с преподавателями В.В. Степановым, П.С. Александровым и П.С. Урысоном принимали участие студенты Н.К. Бари, В.И. Гливенко, Л.Г. Шнирельман. Затем к ним присоединился А.Н. Колмогоров, в конце 1921 года — М.А. Лаврентьев, в 1922

[12]Так Н.Н. Лузин со своими учениками перебрался в Иваново-Вознесенск, где местные власти организовали сносные условия жизни для преподавателей только что организованного Политехнического института.

[13]Среди авторов мы видим таких математиков как E. Cartan, M. Fréchet, B. Gambier, J. Hadamard, H. Hopf, S. Lefschetz, R. Mises, E. Noether, W. Sierpinski, L. Tonelli (см. С.С. Демидов [4]).

— Л.В. Келдыш, Е.А. Леонтович, П.С. Новиков и Г.А. Селиверстов. Вернулись в Москву и включились в работу «старики» — И.И. Привалов, Д.Е. Меньшов и А.Я. Хинчин.

Уже в начале 20-х годов в школе Егорова–Лузина отчетливо проявилась тенденция к расширению тематики исследований. Отправной точкой для работы в новых направлениях стали собственные разработки школы в области метрической теории функций, которая оказывала определяющее влияние и на используемые в новых областях методы.

Еще в годы революции сам Н.Н. Лузин и его ученики (И.И. Привалов, В.В. Голубев, Д.Е. Меньшов, А.Я. Хинчин) начали исследования в области теории функций комплексного переменного; в 1925 году к ним присоединился М.А. Лаврентьев, в свою очередь воспитавший такого ученика как М.В. Келдыш.

П.С. Урысон и П.С. Александров приступили к исследованиям заложившим основы советской топологической школы. В 1925 году под руководством П.С. Александрова начал работать топологический семинар, из которого вышли такие знаменитые впоследствии математики как А.Н. Тихонов и Л.С. Понтрягин.

В 1923 году А.Я. Хинчин получил первые важные результаты по теории вероятностей. В конце 20-х — начале 30-х годов этими вопросами начал заниматься крупнейший русский математик XX века А.Н. Колмогоров, в 1933 году предложивший свою знаменитую аксиоматику теории — так начиналась знаменитая Московская школа теории вероятностей.

В те же годы А.Я. Хинчин приступил к исследованиям в области теории чисел. В 1925/26 учебном году он организовал семинар по теории чисел, в котором участвовали молодые тогда А.О. Гельфонд и Л.Г. Шнирельман.

В конце 20-х — в начале 30-х годов Л.А. Люстерник, Л.Г. Шнирельман, эмигрировавший из Германии А.И. Плеснер и А.Н. Колмогоров заложили основы советской школы функционального анализа, из которой вышел один из крупнейших современных математиков И.М. Гельфанд.

В.В. Степанов вел работу в области теории дифференциальных уравнений. В конце 20-х к нему присоединились молодые И.Г. Петровский и В.В. Немыцкий.

Д.Ф. Егоров и В.А. Костицын вели работу в области теории интегральных уравнений. Позднее к ним присоединился И.Г. Петровский.

И.И. Жегалкин, А.Н. Колмогоров и впоследствии П.С. Новиков занимались проблемами математической логики. Если к этому добавить и такие традиционные для Москвы области исследований, как дифференциальная геометрия (Д.Ф. Егоров, С.П. Фиников), обогащенная трудами приехавшего из Одессы В.Ф. Кагана, прикладная математика (С.А. Чаплыгин), и завезенная из Киева учеником Д.А. Граве О.Ю. Шмидтом новая алгебра, к занятиям которой позднее присоединились А.Г. Курош и А.И. Мальцев, а также исследования приехавшего из Киева известного специалиста в области теории вероятностей и математической статистики Е.Е. Слуцкого, а также учесть значимость полученных москвичами в этих направлениях результатов, то можно сказать, что Москва к началу 30-х годов превратилась в один из ведущих в мире математических центров.

Когда жизнь московского математического сообщества начала налаживаться, его лидеры (прежде всего сам Д.Ф. Егоров) начали работу по возрождению математического сообщества в масштабах страны. Этому в значительной степени способствовало возрождение в 1924 году «Математического сборника» теперь уже как общесоюзного математического журнала. Они начали работу по подготовке издания Полного собрания сочинений Н.И. Лобачевского. Наконец, они подготовили и в 1927 году успешно провели Всероссийский математический съезд, который ознаменовал возрождение регулярной деятельности математического сообщества в масштабах всей страны — на нем было принято решение о проведении в 1930 году Первого всесоюзного съезда математиков в Харькове и создан оргкомитет для его подготовки (см. Т.А. Токарева [1].

10. Математический Ленинград 20-х годов

Петербургское (оно же Петроградское, оно же Ленинградское — северная столица дважды на протяжении десятилетия сменила свое имя) математическое сообщество значительно тяжелее пережило события революции и последовавшей за ней Гражданской войны. Во-первых, в этот тяжелый период сообщество понесло невосполнимые потери: ушли из жизни А.М. Ляпунов, А.А. Марков (впрочем, подобное происходило и в Москве, хотя, пожалуй, не в таких катастрофических масштабах) Во-вторых, город перестал быть столицей и, следовательно, основным притягательным центром интеллектуальной жизни страны. В-третьих, математическая жизнь Петербурга традиционно организовывалась вокруг Академии наук, положение которой в первые послереволюционные годы оставалось неопределенным.

В-четвертых, ряд ведущих петербургских математиков (академик Я.В. Успенский, молодые ученики В.А. Стеклова Я.Д. Тамаркин, А.С. Безикович и др.) эмигрировали на запад[14].

Тем не менее по окончании гражданской войны жизнь начала постепенно налаживаться. В 1921 году был основан Физико-математический институт Академии наук, директором которого стал В.А. Стеклов. Дальнейшее формирование отныне уже ленинградского математического сообщества происходило вокруг математического отдела этого института, которому в 1927 году (после смерти В.А. Стеклова) было присвоено его имя[15] , и математических кафедр университета. Наиболее важными направлениями исследований ленинградских математиков стали математическая физика (В.А. Стеклов, Н.М. Гюнтер, В.И. Смирнов), теория дифференциальных уравнений обыкновенных (А.Н. Крылов, В.И. Смирнов, И.А. Лаппо-Данилевский) и с частными производными (В.А. Стеклов, Н.М. Гюнтер), теория чисел (И.И. Иванов, Б.Н. Делоне, И.М. Виноградов, Н.С. Кошляков, Р.О. Кузьмин, Б.А. Венков), математические методы в механике (А.Н. Крылов, Н.Е. Кочин). В конце 20-х годов начали свою творческую

[14]Интересно заметить, что из ведущих московских математиков в первые послереволюционные годы не эмигрировал никто. Да и в последующие годы за пределами СССР из известных московских математиков на Западе оказался только В.А. Костицын (кстати, один из самых левых в сообществе математиков).

[15]Из этого института в 1934 году выделился математический институт им. В.А. Стеклова — один из ведущих математических институтов XX века.

деятельность С.Л. Соболев и Л.В. Канторович.

К концу 20-х годов в Ленинград уже восстановил статус одного из важнейших европейских математических центров. В нем продолжались активные изыскания в традиционных петербургских направлениях — теории чисел и математической физике.

Несколько ослабленные позиции в теории вероятностей и конструктивной теории функций были укреплены переездом в 1933 году из Харькова близкого по духу чебышевской школе С.Н. Бернштейна. Математики среднего поколения и молодые математики начали ломать стереотипы, укоренившиеся в северной столице — появились интересные исследования в области теории функций действительного переменного (Г.М. Фихтенгольц), теории функций комплексного переменного (В.И. Смирнов), алгебры (Б.Н. Делоне), зарождался интерес к функциональному анализу (С.Л. Соболев) и теории функций действительного переменного (Л.В. Канторович). Однако, лидирующие позиции в национальном математическом сообществе перешли к Москве, предубеждения к которой у ленинградской математической элиты сохранялись еще долго[16]

11. Брак по принуждению

К началу 30-х годов жизнь национального математического сообщества вошла в устойчивое русло. И хотя главные ее события происходили в Москве и Ленинграде, ее успешное развитие наблюдалось и в других научных центрах. Активные математические исследования велись на Украине — в Киеве, Харькове и Одессе.

Существенную роль здесь играла созданная в 1918 году Всеукраинская академия наук в Киеве. Успешно работали ученики Д.А. Граве (М.Ф. Кравчук, Н.И. Ахиезер, М.Г. Крейн). Делала свои первые шаги по теории нелинейных колебаний школа Н.М. Крылова–Н.Н. Боголюбова. В Харькове продолжал (до 1933 года) свои выдающиеся работы по теории дифференциальных уравнений, конструктивной теории функций и теории вероятностей С.Н. Бернштейн. Продолжал свои геометрические исследования Д.М. Синцов. Из других математических центров страны выделим Казань, где традиционно развивались исследования по геометрии и куда в 1928 году переехал из Одессы выдающийся алгебраист Н.Г. Чеботарев. Новым пунктом на математической карте страны стал Тифлис (Г.Н. Николадзе, А.М. Размадзе, Н.И. Мусхелишвили), где в 1918 году был открыт университет.

Дальнейший путь организации математических исследований в стране

[16] В связи с этим процитирую фрагмент из «Последнего слова...» В.В. Голубева, произнесенного 3 декабря 1954 года: «"Но quod licet Jovi, non licet bovi (Что приличествует Юпитеру, то не приличествует быку — С.Д.)" То, что было позволительно такому ученому, как Чебышев, то едва ли было уместно его ученикам. Такая точка зрения легко скатывалась просто на некоторого рода провинциализм, который и сказался в 20-е годы уже XX века, когда из Москвы пришли в трудах Жуковского и Чаплыгина совершенно реальные плоды теории функций комплексного переменного, широчайшие обобщения классического анализа в трудах Н.Н. Лузина и его учеников; физики и, в частности, современная микрофизика показали, что крылось за гениальными идеями Лобачевского, за намеками Римана и за многомерными геометриями, над которыми не прочь пошутить и некоторые современные ученые петербургской школы» (В.В. Голубев [1, стр. 178]).

был определен планами И.В. Сталина строительства Советской науки. Согласно этим планам, головной ее организацией («штабом Советской науки») должна была стать Академия наук СССР. Это положение было закреплено новым уставом Академии, принятым в 1927 году. Основной задачей Академии провозглашалась задача социалистического строительства. В состав реформируемой Академии был включен ряд членов партии. Один из них, избранный в 1929 году «старый большевик» Г.М. Кржижановский, стал ее вице-президентом. Ему и было вменено в обязанность надзирать за Академией. Разумеется, «штаб Советской науки» должен был находиться у вождя «под рукой». Поэтому в 1934 году президиум Академии был переведен в Москву.

Следом были переведены и ряд ведущих институтов. Среди них — Математический институт им. В.А. Стеклова. В Москву переехали С.Н. Бернштейн, Б.Н. Делоне, И.М. Виноградов, Н.Е. Кочин, С.Л. Соболев.

В результате две ведущие национальные школы — Московская и Петербургская — Ленинградская — оказались в одном городе. Волею вождя находившиеся в конфронтации школы были вынуждены жить вместе. Итог такого «общежития» оказался чрезвычайно плодотворным. Произошел синтез двух, хотя и имевших общие источники, но в то же время идеологически различных школ. Произошел синтез традиции петербургской школы математической физики (С.Л. Соболев) и московской, восходящей к К.М. Петерсону традиции исследований в области теории дифференциальных уравнений с частными производными (И.Г. Петровский), московского (А.Н. Колмогоров, А.И. Плеснер) и ленинградского (С.Л. Соболев) направлений в функциональном анализе, чебышевской линии развития теории вероятностей, наследником которой выступал С.Н. Бернштейн, с московской, выросшей в недрах метрической теории функций (А.Я. Хинчин, А.Н. Колмогоров), встретились две линии развития теории чисел — чебышевская (И.М. Виноградов) и новая московская (А.Я. Хинчин, А.О. Гельфонд, Л.Г. Шнирельман), две линии развития алгебраических исследований, восходящих к киевской школе Д.А. Граве — московская (О.Ю. Шмидт, А.Г. Курош) и ленинградская (Б.Н. Делоне). Возник мощнейший исследовательский потенциал, объединенный вокруг Математического института им. В.А. Стеклова. механико-математического факультета МГУ и Московского математического общества.

Так в середине 30-х годов родилась Советская математическая школа — одна из наиболее влиятельных в XX веке[17] . Ей предстояла долгая и

[17]Становление советского математического сообщества и рождение Советской математической школы происходило в очень сложный исторический период, драматические перипетии которого наложили мрачный отпечаток на течение жизни математического сообщества — преследования приверженцев старого режима, выходцев из «эксплуататорских классов», церковников, саботажников и вредителей, агентов буржуазии, утверждение новой идеологии. Все это сопровождалось шумными политическими кампаниями, чистками, многочисленными арестами. Математическое сообщество понесло немалые потери — травля Д.Ф. Егорова, закончившаяся его арестом и смертью (см. Демидов С.С. [5]), арест и гибель М.Ф. Кравчука (см. В.М. Урбанский [1]) — лишь примеры, хотя и наиболее известные, таких потерь. «Дело академика Н.Н. Лузина», хотя и закончилось для него благополучно, оставило глубокий шрам на теле советского математического сообщества (см. книгу под ред. С.С. Демидова и Б.В. Левшина [1]). Эту трагическую сторону истории советской математики мы здесь практически не за-

непростая жизнь. В конце 30-х годов начал опускаться железный занавес. Советские математики надолго оказались в относительной изоляции[18] . Однако, ее внутренний потенциал оказался настолько мощным, что она и в этой ситуации продолжала активно и успешно развиваться. Из тяжелых лет войны, принесших стране и ее науке неисчислимые потери, она вышла чрезвычайно расширив свою географию. Эвакуация на Восток ведущих научных и образовательных учреждений привела к организации новых математических центров на Востоке страны — в Заволжье, в Сибири, в Средней Азии и Закавказье[19].

И когда со смертью И.В. Сталина железный занавес начал подниматься, Советская математическая школа открылась миру во всей широте тематического охвата поля математических исследований, в силе и глубине своих результатов. В 1958 году в Париж приехал А.Н. Колмогоров. Это был его первый после длительного перерыва визит во Францию. Втечение семестра он читал здесь лекции о своих достижениях и результатах своих учеников, полученных за последние годы. Это были ставшие ныне классическими результаты по теории динамических систем, заложившие основы теории известной ныне как КАМ-теория (т.е. теория Колмогорова–Арнольда–Мозера), по теории информации, результаты по теории суперпозиции функций (содержавшие только что полученное решение 13-й проблемы Гильберта), по теории приближения функций и теории вероятностей[20]. Эти результаты стали ярким свидетельством творческого силы Советской математической школы. Подлинным ее триумфом стал Международный конгресс математиков 1966 года, успешно прошедший в Москве и ставший самым представительных за весь XX век.

Так в феномене Советской математической школы, родившейся в результате синтеза Московской и Ленинградской математической школ, завершилась конфронтация математических сообществ двух городов.

трагиваем, отсылая читателя к специальной литературе.

[18]Изоляция, конечно, была не абсолютной — в СССР продолжали поступать некоторые научные издания, в том чисел периодические. Практически, прекратился выезд ученых за границу и приезд западных специалистов в страну. Замерла переписка.

[19]Логическим завершение этой экспансии стала организация в конце 50-ых годов Сибирского отделения академии наук СССР со знаменитым Академгородком, расположенном недалеко от Новосибирска. Одним из ведущих мировых математических центров стал Институт математики СО АН СССР, носящий ныне имя своего первого директора С.Л. Соболева.

[20]Интересна была реакция французских математиков на эти доклады А.Н. Колмогорова. На первой лекции было очень много народа — собрался весь математический Париж. Всем было любопытно — какие результаты (свои и своих учеников) привез с собой великий математик. Однако, постепенно интерес стал падать и число слушателей существенно уменьшилось. Продолжали внимательно слушать лекции А. Картан, Ж. Лерэ, П. Леви. Парижскую же молодежь (А. Гротендика, Ж.П. Серра, Р. Тома и др.) волновали другие сюжеты — все они находились под абсолютным влиянием вошедшего в силу бурбакизма,

Так проявилось проходившее во взаимной изоляции автономное развитие двух крупнейших математических школ.

Список литературы

1. *Бугаев Н.В.* Les mathématiques et la conception du monde au point de vue de la philosophie scientifique. In: Verhandl. Dees Ersten inter. Mathematiker-Kongresses in Zürich (1897). Leipzig. 1898. S. 206–223.
2. *Васильев А.В.* Николай Иванович Лобачевский. 1792–1856. М.: Наука. 1992.
3. *Вернадский В.И.* Переписка с математиками. Составитель М.И. Кратко. М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ. 1996.
4. *Гнеденко Б.В., Погребысский И.Б.* Михаил Васильевич Остроградский. 1801–1862. М.: Изд-во АН СССР. 1963.
5. *Голубев В.В.* Последнее слово профессора Московского университета Владимира Васильевича Голубева в день семидесятилетия 3 декабря 1954 г. В: Вестник Московского университета. 1955. № 2. С. 173–182.
6. *Гродзенский С.Я.* Андрей Андреевич Марков. 1856–1922. М.: Наука. 1987.
7. *Демидов С.С.* Н.В. Бугаев и возникновение московской школы теории функций действительного переменного.В: Историко-математические исследования. Вып.29.1985. С.113–124.
8. N.V. Bougaev et la creation de l'école de Moscou de la théorie des functions d'une variable réelle. (Sur un episode dans l'histore du développement des idées de Leibniz en Russie). In: Leibniz Werk und Wirkung. IV. Internationaler Leibniz-Kongress. Vorträge. II. Teil. Hannover. 1985. S. 63–74.
9. N.V. Bougaev et la creation de l'école de Moscou de la théorie des functions d'une variable réelle. In: Folkerts M., Lindgren U. (Eds.) Mathemata. Festschrift für Helmut Gericke. 1985. S. 651–673.
10. La revue «Matematicheskii Sbornik» dans les années 1866–1935/ In: Ausejo E., Hormigon M. (Eds.) Messengers of Mathematics: European Mathematical Journals (1800–1946). Zaragoza. 1993. P. 235–256.
11. Профессор Московского университета Дмитрий Федорович Егоров и имеславие в России в первой трети XX столетия В: Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 4 (39). 1999. С. 123–155.
12. *Демидов С.С., Левшин Б.В. (Ред.)* Дело академика Н.Н. Лузина. СПб: Изд-во РПУ. 1999.
13. *Демидов С.С., Токарева Т.А., Тихомиров В.М.* The Moscow mathematical society. In: European Mathematical Society. Newsletter. 2003. Issue 50. P.17–19; 2004. Issue 51. P.25–27.
14. *Демидов С.С., Форд Ч.* On the Road to a Unified World View: Priest Pavel Florensky – Theologian, Philosopher and Scientist. In: Koetsier T., Bergmans L. (Eds.) Mathematics and the Divine: A Historical Study. Amsterdam: Elsevier B.V. 2005. P. 595–612.
15. *Егоров Д.Ф.* Письма Д.Ф. Егорова к Н.Н. Лузину. (Предисловие П.С. Александрова. Публикация и примечания Ф.А. Медведева при участии А.П. Юшкевича.) // Историко-математические исслед-я. Вып. 25. 1980. С. 335–361.
16. *Ермолаева Н.С.* Новые материалы к биографии Н.Н. Лузина. В: Историко-математические исследования. Вып. 31. 1989. С. 60–102.
17. *Золотарев Е.И.* Полное собрание сочинений. Т.2. Ленинград: Изд-во АН СССР. 1932.
18. *Козлов В.В.* Софья Ковалевская: математик и человек. В: Русская душа. 150-летие Софьи Васильевны Ковалевской. Москва: Атлантида – XXI век. 2001. С. 18–40.
19. *Лебег А.* Предисловие к книге Н.Н. Лузина «Лекции об аналитических множествах и их приложениях. (Перевод с французского В.В. Успенского. Комментарии В.А. Успенского.) В: Успехи математических наук. 1985. Т. 40. Вып. 3. С. 9–14.

20. *Lossky N.O.* History of Russian Philosophy. New York: International Universities Press. 1951.
21. *Лузин Н.Н., Флоренский П.А.* Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским. Публикация и примечания С.С. Демидова, А.Н. Паршина, С.М. Половинкина и П.В. Флоренского. В: Историко- математические исследования. Вып. 31. 1989. С. 125–191.
22. *Михайлов Г.К., Степанов С.Я.* К истории задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки в случаях Гесса и Ковалевской и их геометрического моделирования. В: Историко- математические исследования. 1-я серия. Вып. 28. 1984. С. 223–246.
23. *Некрасов П.А.* Московская философско-математическая школа и ее основатели. В: Математический сборник. Т. 25. Вып. 1. 1904. С.1–249.
24. *Petrova S.S., Solov'ev A.D.* The Origin of the Method of Steepest Descent. In: Historia Mathematica. V. 24. 1997. P. 361–375.
25. *Полякова Т.С.* История математического образования в России. М.: Изд-во Московского университета. 2002.
26. *Seneta E.* The central limit problem and linear least squares in pre-Revolutionary Russia. The background. In: Math. Sci. V. 9 1984. P. 37 - 77
27. *Соловьев А.Д.* П.А. Некрасов и центральная предельная теорема // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 2 (37). 1997. С. 9–21.
28. *Токарева Т.А.* Первые съезды отечественных математиков: предыстория и формирование Советской математической школы // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 6 (41). 2001. С. 213–231.
29. *Урбанский В.М.* Михаил Филиппович Кравчук. 1892–1942 (?). М.: Наука. 2002.
30. *Царев С.П.* Геометрия гамильтоновых систем гидродинамического типа. Обобщенный метод гидрографа. // Известия Академии наук СССР. Серия «Математика». 1990. Т. 54. № 5. С. 1048–1068.
31. *Юшкевич А.П.* История математики в России. М.: Наука. 1968.

ПРОБЛЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ РАЗВИТИЯ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Жуков В.И., Жукова Г.С.

РГСУ

Сегодня на социальные процессы все большее влияние оказывают расширяющиеся возможности информационного общения людей, возможности принятия ими коллективных решений на основе традиционно понимаемых ценностей жизни. Человек, «обладая свободой воли», все больше стремится из мира реального в мир иной, мир смоделированный, виртуальный — противостоящий природе, разрушающий природу. В человеческом существовании все большее значение начинает приобретать виртуальная реальность.

Системное рассмотрение тенденций развития человеческого общества с позиций гармоничного «универсума» требует выделения следующих блоков: самого общества (его материальной основы), внутренней среды общества (общественного сознания) и окружающей среды (природы).

Объяснение механизмов эволюции на основе принципов гармонии и симметрии и связанных с ними законов сохранения требует решения проблемы синтеза сложной системы из совокупности простых элементов.

С абстрактной точки зрения понятие симметрии характеризуется определенной структурой, в которой объединены три фактора:

1) объект (явление), симметрия которого рассматривается,

2) преобразования, по отношению к которым рассматривается симметрия;

3) инвариантность, неизменность, сохранение каких-то свойств объекта, выражающее рассматриваемую симметрию. Инвариантность понимается не вообще, а лишь по отношению к определенным явлениям. Инвариантность свойства выделенного объекта должна иметь объективную основу, проявлять себя как некоторая устойчивая целостность.

Чувственное восприятие, служащее основой познания социальной действительности, также должно базироваться на устойчивой связи между целостными явлениями внешнего мира. Успешная жизнедеятельность может базироваться только на устойчивых связях между явлениями и процессами внешнего мира, на том, что не меняется или мало меняется во времени. В качестве таких инвариантов выступают целостные общественные сущности, которые формируются как абстракции разного уровня.

Инварианты и группы преобразований симметрии — двойственные понятия. Различные наборы структур, реализуемые природой в иерархических системах, можно формальным образом сопоставлять с семействами математических матриц, составленных из элементов данных структур. Язык матричного исчисления — язык математической абстракции — выступает в системных исследованиях на основе гармонии и симметрии в роли языка результативного представления систем при условии:

– если золотое сечение рассматривается как основа формирования целого элемента (некоторого функционального оператора);
– алгоритм последовательности Фибоначчи рассматривается как основа формирования структуры сложных систем из функциональных операторов.

Устойчивое с природой развитие общества должно основываться на решении вопроса о гомеостазисе всего «универсума» и гармоничном соотношении материального и духовного миров человека.

Социология изучает общество (социум), его функционирование и развитие посредством изучения социальных явлений, процессов, отношений, составляющих основное устойчивое содержание социальной реальности. Социология — наука об устойчивой целостности (инвариантности) общественного организма, общественной жизни, общественных отношений.

Современная социология оперирует как экономико-статистическими показателями развития общества, так и более сложными методиками, необходимыми для понимания не только количественных, но и качественных изменений, происходящих в социальных системах.

Одна из наиболее известных социологической науке методик измерения социального состояния общества разработана под руководством академика Г.В. Осипова.

Полученные на основе методики академика Г.В. Осипова данные дают представление о социальном состоянии общества, показывают стадию его социального развития, уточняют, насколько превышены те или другие социальные индикаторы — показатели ценности социальной реальности.

Из исследований академика Г.В. Осипова следует, что в широком смысле для описания состояний социальных систем необходимо использовать параметры, характеризующие свойственные данному этапу развития социума общественные ценности.

Таким образом, для изучения тенденций развития социальных систем необходимо использовать подход на основе учета их целостности (инвариантности ценностей и законов сохранения этих ценностей) путем обеспечения устойчивости исследуемого состояния социальной системы, то есть гармоничного его внутреннего развития.

Социальная реальность — это не просто одна из сфер общественной жизни, наряду с экономической, политической или культурной, а общественная жизнь в целом, взятая во взаимосвязи с действием и взаимодействием субъектов исторического развития. При этом понятие «социальная реальность» шире понятия «социальные отношения», поскольку включает в себя кроме социальных отношений и социальную структуру, и социальные нормы, и социальные институты и динамику их изменений. Исследование условий целостности общественного организма, общественного сознания, общественных отношений, форм и методов их реализации с точки зрения общих закономерностей эволюции природы — необходимое условие реализации принципов гармонии общества с природой.

Список литературы

1. *Кузнецов М.М.* Виртуальная реальность — техногенный артефакт или сетевой феномен. Труды лаборатории виртуалистики. Вып.8. М., 2000.
2. *Разумов А.Е.* Человек в истории и в вечности // В сборнике «Многомерный образ человека». РАН. Институт Человека. Москва. Наука. 2001.
3. *Евтифеева Е.А., Иванов В.Г.* Проблемы веры и традиции: пределы социального планирования. Тверь. 1994.
4. *Осипов Г.В.* Социальное мифотворчество и социальная практика. М. 2000.
5. *Осипов Г.В.* Социология и социальное мифотворчество. М. 2002.

МОЙ КОМПЬЮТЕР

Кириллов А.И.

Российский фонд фундаментальных исследований

Россия, г. Москва, Ленинский просп., д.32а

e-mail: `AcademiaXXI@mail.ru`

Конференции, посвященные юбилеям Льва Дмитриевича Кудрявцева, всегда отличаются царящим на них особым духом — духом просвещения и научного творчества и поэтому являются поводом представить на суд коллег плоды по возможности наиболее общих и глубоких размышлений о математике, образовании и обществе в изменившемся мире. В данном докладе речь идет о компьютере как компоненте современной культуры.

Были и есть люди, рассказавшие нам о своих библиотеках. Книги из некоторых личных библиотек имеют специальные знаки — экслибрисы, причем экслибрисы для библиотек некоторых известных людей делались выдающимися художниками–графиками. Личные библиотеки нередко фигурируют в завещании. В фонды многих публичных библиотек входят личные библиотеки, описанные в специальных разделах каталогов. Это и многое другое говорит о том, что личная библиотека является важным компонентом быта современного человека и характеризует ее владельца и составителя — его профессию, квалификацию, уровень культурного развития, эстетические вкусы, его характер, привычки и т.п. Всем понятно, что в книгах нашли отражение души их авторов, и никому не придет в голову сказать, что библиотека — это тонны бумаги, дерева и свинца.

А вот про компьютер часто приходится слышать, что это груда железа. Это неверно не только потому, что в компьютере много пластмассы и кремния. По-французски компьютер — ordinateur. То, что мы сейчас называем КПК (карманный персональный компьютер), по-английски называется PDA (portable digital assistant). Это означает, что американцы вслед за французами осознали, что правильное название — не компьютер, а помощник (assistant, ordinateur). Компьютер — это больше, чем личная библиотека, и он призван играть в доме гораздо более важную роль, чем она.

Мой компьютер — это моя библиотека, мой секретарь, мой телевизор и радиоприемник, мой телефон, мой почтовый ящик, моя бумага и моя пишущая машинка, мои холст и мольберт, нотная бумага и музыкальные инструменты, мои коллекции музыки, живописи, кинофильмов и спектаклей, мои газеты и журналы. Он планирует мой досуг, мои деловые поездки и отдых (экскурсии, концерты, спектакли, вечера в ресторанах с родными и друзьями, курорты и путешествия). Мой компьютер охраняет мой дом, управляет его освещением, обогревом и вентиляцией, следит за детьми и престарелыми родителями. Мой компьютер пишет под мою диктовку, ведет мою корреспонденцию, читает мне только те новости, которые меня интересуют, организует мой рабочий день, напоминая о делах и встречах, визитах и приемах, необходимости поздравить друзей и коллег, следит за моим здоровьем, диетой и нагрузкой в физических упражнениях. Мой компьютер — это мой верный друг, помощник и советчик, это мой «старик Хоттабыч». У моей жены ее компьютер, мои сын и дочь имеют свои компьютеры, внуки — свои. Все эти компьютеры живут в одной «груде железа».

Тысячи людей трудились для того, чтобы «груда железа» была способна выполнять все эти и многие другие функции. Они достигли бы еще более значительных результатов при наличии большего оплаченного спроса и уважения их авторских прав.

Как и моя библиотека, мой компьютер формировался десятилетиями. В докладе говорится о том, как сделать так, чтобы в каждом доме, у каждого члена семьи были свои компьютеры подобно тому, как в неи должны быть личные библиотеки, и как такие компьютеры должны формироваться с детства и при таком же внимании родителей, какое они уделяют кругу чтения детей.

ФОРМИРОВАНИЕ ТВОРЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМНОЙ ЗАДАЧИ

Клякля Мачей

В процессе формирования творческой математической деятельности учащихся очень важную роль играет подбор задач – проблем, которые позволяют учащимся предпринимать различные виды творческой математической деятельности (Клякля, 2003). В докладе показано, как использовать проблемную задачу и процесс ее решения для исследования умении предпринимания учащимися разных видов творческой математической деятельности. Как пример рассматривается следующую, проблемную задачу: Разрезать тупой треугольник на остроугольные треугольники. Анализируя этот пример выделяется три фазы работы с этой задачей: 1) фаза спонтанных, чертежных экспериментов, ведущая к поиску наглядной идеи решения задачи, 2) фаза дохождения до правильной конструкции искомого разреза, 3) фаза поиска доказательства правильности полученного путем конструкции разреза. Выделенные выше фазы позволяют использовать рассматриванную задачу в двух аспектах: 1) учебный аспект — как элемент провоцирования учащихся к предприниманию разных видов творческой математической деятельности, 2) оценочный аспект — как средство проверки умении учащихся предпринимать разные виды творческой математической деятельности в процессе решения проблемной задачи. Подробно представлены вопросы и подсказки учителя – экспериментатора управляющего процессом решения проблемной задачи. Обобщая анализированный пример сформулированны принципы организации и проведения индивидуальных исследовании процесса решения проблемной задачи учеником. В работе приведены примеры разных отношении учащихся к трудностям, которые они встречают, пытаясь решить задачу, а также характеристические ошибки и ложные убеждения, которые были выявлены путем проведеного исследования.

Список литературы

1. *Клякля М.* Формирование творческой математической деятельности учащихся классов с углубленным изучением математики в школах Польши. – Плоцк, Научное Издательство NOVUM, 2003, 223 стр.

ЛЕВ ДМИТРИЕВИЧ КУДРЯВЦЕВ — МЫСЛИТЕЛЬ И ПЕДАГОГ

Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В.

Известно многим, что Лев Дмитриевич Кудрявцев — член-корреспондент РАН, член Европейской академии наук, лауреат государственной премии, — является крупным отечественным математиком, специалистом в области теории функций и теории дифференциальных уравнений. Он автор популярных учебников по математике для вузов, активный общественный деятель, талантливый педагог. К сожалению, меньше известен тот факт, что Л.Д. Кудрявцев — глубокий мыслитель, радеющий о просвещении и воспитании молодого поколения.

Свидетельство этому — его деятельность в Научно-методическом совете по математике Минобрнауки РФ. Свидетельство тому и такие его работы, как «Образование и нравственность» (1994 г.), «Современное общество и нравственность» (2000 г.), «Среднее образование. Проблемы. Раздумья» (2003 г.).

Каждая из этих книжек уникальна. О них трудно рассказывать, их надо читать с размышлением. В книге «Современное общество и нравственность» рассматриваются, например, такие вопросы: *вера, наука, образование; о нравственном воспитании молодежи; о культуре речи; раскаяние и покаяние.* Высказанные здесь мысли звучали и продолжают звучать актуально. Судите сами:

«Светское общее образование должно стимулировать желание духовного роста, духовного совершенствования, возникновение внутренней потребности руководствоваться в жизни общечеловеческими нравственными принципами и чувством долга, дабы человек осознал, что духовное — это главное в жизни, что без обретения духовного нельзя стать по-настоящему культурным человеком» (с.32).

В последней из названных книг Л.Д. Кудрявцев размышляет *о путях повышения уровня среднего образования; о принципах, лежащих в основе его модернизации.*

Приведем цитату из этой книги:

«Необходимо, чтобы те, кто еще понимает, что смысл жизни состоит не только в приобретении материальных благ и обретении власти, что жизнь на самом деле гораздо богаче и интереснее, начали самые активные действия, содействующие перестройке нашей жизни в сторону повышения духовности и нравственности» (с.70).

В заключение заметим, что вопросы нравственного воспитания молодого поколения были не чужды многим отечественным математикам далекого и недалекого прошлого. Достаточно назвать, например, «Завещание моим детям» математика-философа П.А. Флоренского, статью «Этика и арифметика» советского математика Л.С. Понтрягина. Как созвучны мысли, высказанные этими учеными, с мыслями Л.Д. Кудрявцева.

Л.Д. Кудрявцев — наш современник, и мы надеемся познакомиться с новыми его раздумьями, связанными с образованием и воспитанием, которые и вправе называться истинным *Просвещением.*

ВЕДЕТ ЛИ РОССИЙСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПОЛИТИКА К ОБЩЕСТВУ РАВНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ?

Мельникова И.И.

МГУ

1. Проблема направления движения российской образовательной политики очень острая и становится острее с каждым днем.

Причина в принципе простая и понятная. Причина в том, что мы живем в XXI веке. Что научно-технический прогресс широким шагом шагает по всему миру. Что во всех отношениях гармоничное развитие общества становится возможным только в том случае, если высок общий уровень образования населения, если идут мощные долгосрочные инвестиции в систему образования, и на этой базе развивается экономика и повышается уровень жизни.

Однако сегодня мы, к сожалению, наблюдаем процессы, которые ведут Россию в обратном направлении.

Да, в результате проведенных в течение последних пятнадцати лет реформ отечественное образование было разрушено меньше, чем другие социальные сферы. Это произошло благодаря более активной позиции образовательного сообщества и той борьбе, которая велась в стенах Государственной Думы.

Но, тем не менее, **доступность и качество образования в стране продолжают неуклонно снижаться.** Образование заставляют слепо ориентироваться на сиюминутные рыночные требования. Образование двигают в направлении, чтобы оно стало элитарной услугой.

2. Конечно, можно привести некоторые положительные шаги, которые были сделаны со стороны власти (закон о бесплатном высшем образовании для контрактников, надбавка докторам и кандидатам наук), но даже то хорошее, что делалось, зачастую было с серьезными изъянами.

Хорошая идея: надбавки за классное руководство. Но эти надбавки не всем, очень низкие и не индексируются. И сопровождаются большой отчетностью. В целом система грантов не может заменять базового финансирования и может рассматриваться только как дополнение к нему.

3. Социальное напряжение в образовательном сообществе вызывает целый ряд решений и законов, несущих прямой вряд отечественному образованию. Вот некоторые из них.

Закон о монетизации льгот, который существенно затронул образовательное законодательство, отменил налоговые льготы, отменил запрет на сокращение бюджетных мест для студентов и так далее. Закон «Об автономных учреждениях», предусматривающий дальнейшую коммерциализацию и постепенную фактическую приватизацию системы образования. Закон о переходе на двухуровневую систему высшего образования, который очевидно приведет к снижению качества. Наконец, закон о ЕГЭ, негативное отношение к которому в обществе уже очевидно.

На итоговом заседании Президиума Госсовета по реализации национальных проектов и демографической политике 25 декабря 2007 года **первый вице-премьер Правительства Дмитрий Медведев заявил, что «свободный, образованный, здоровый человек – это главное, что определяет развитие страны и ее перспективы».** Прекрасная фраза. Но давайте трезво посмотрим на цифры.

В трехлетнем федеральном бюджете расходы на образование увеличатся крайне незначительно – менее чем на 20% за три года.

Или возьмем нацпроект «Образование». В 2008 году будет выделено 43 млрд. рублей, в 2009 году – 21 млрд. А к 2009 году из Нацпроекта вообще будет исключен ряд важнейших направлений, на которые требуются регулярные расходы.

Выходит, что Нацпроект будет полностью свернут к 2009–2010 году. И отвечая на вопрос о том, куда ведет сегодняшняя российская образовательная политика, предлагаю задуматься о ряде печальных фактов.

Например, о том, что власть даже не знает, сколько детей остается за порогом школы. По данным Правительства — не менее 50 тысяч детей, по данным Генеральной прокуратуры — почти 2 миллиона. Сокращается количество бюджетных студентов. В СССР их было 100%, в современной Германии 90%, а в России – менее 40%, и за последние три года бюджетный сектор сокращен на четверть.

Россия теряет свои позиции в области образования. Согласно последним докладам о развитии человеческого потенциала, Россия была на 15 месте по уровню образования, а через год уже переместилась на 26-е место.

И если сегодня все образовательное сообщество, от ректорского корпуса до учителей школ, наконец не выключит телевизор и не включит критический анализ ситуации, — в скором времени будет очень сложно вернуть утраченное.

ИНТЕГРАЦИЯ ВАРНЕНСКОГО СВОБОДНОГО УНИВЕРСИТЕТА В ЕВРОПЕЙСКОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ ПРОСТРАНСТВО

Недялкова А.М.

Варненский свободный университет

Болгария, г.Варна 9007, к.к. Чайка

e-mail: rector@vfu.bg

Путь развития Варненского свободного университета и его академическое поведение в последние годы определялись вызовами одного сложного периода, меченый с присоединением Болгарии к Европейскому обществу и ее функционированиее в объединенном европейском пространстве.

Настоящий этап развития университета направлен на реализацию возможностей свободного трансферта науки и образовательных технологий, за более активное присутствие на европейском и образовательном рынке, как способствовать науке в интеграционных процессах в юго-восточной Европе и на Балканах. Успешное интегрирование Варненского Свободного университета в Европейское образовательное и исследовательское пространство обязано факту, что европейская интеграция всегда присутствовала как один из основных стратегических приоритетов университета.

Основная задача образовательной политики Варненского свободного университета — это гармонизация университетской системы с принципами и нормами Болонского процесса. Она реализуется посредством успешного приложения европейской квалификационной рамки о признании степеней и обучения, на базе ECTS, как и на общих правилах для оценки и поддержания систем по качеству. Это со своей стороны повышает качество предлагаемого образовательного продукта и дает возможность расширить масштабы и эффективность академической мобильности.

В сфере **научно-исследовательской деятельности** Варненский свободный университет активно участвует в исследовательских деятельностях, связанные с европейским интеграционным процессом – совместные международные исследования по связи глобальность – региональная интеграция, по позициям Болгарии в европейской интеграции, по синхронизации законодательства и другие. Положительный результат показывает и создание специализированной структуры в университете для реализации и управление проектами по основным европейским программам и фондам.

Участие Варненского свободного университета в самых значимых европейских образовательных ассоциациях и структурах содействует более быстрому осмыслению и реализации одного из основных приоритетов Болонского процесса – связь между образованием, политикой и бизнесом. Для университета он выражается в инициировании конкретных проектов с широким участием представителей европейского бизнеса, университеты – партнеры, НПО и государственная власть.

Успешное интегрирование Варненского свободного университета в Европе, прежде всего обязано факту, университет ставит всегда на первом плане в своей миссии быть ориентирован на студентов и всегда гарантировать им профессиональные качества и умения, которые сделают их конкурентоспособными на европейском рынке труда.

ЧЛЕНУ-КОРРЕСПОНДЕНТУ РАН Л.Д. КУДРЯВЦЕВУ — 85 ЛЕТ

Никольский С.М.,Русаков А.А.

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН;
Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова

25 марта 2008 года исполняется 85 лет со дня рождения члена-корреспондента Российской академии наук, академика Европейской академии наук, лауреата Государственной премии СССР Льва Дмитриевича Кудрявцева.

Как же складывалась судьба выдающегося ученого-математика, внесшего большой вклад в математику, ее преподавание и организацию?

Родился Лев Дмитриевич 25 марта 1923 года в семье военнослужащего. В 1940 году с отличием окончил московскую школу № 59. Решив стать астрономом, в том же году поступил на механико-математический факультет Московского государственного университета, но уже после первого курса, увлекшись математикой, выбрал ее своей будущей профессией.

В 1945 году Лев Дмитриевич окончил Университет и поступил в аспирантуру Института математики МГУ, где занимался под руководством П.С. Александрова и через два с половиной года, в 1948 году защитил кандидатскую диссертацию «О группах Бетти топологических пространств».

В 1947 году Лев Дмитриевич был приглашен в качестве ассистента на кафедру высшей математики открывшегося в том году физико-технического факультета МГУ. А уже с 1953 года, в возрасте 30 лет заведовал этой кафедрой. В 1958 году был утвержден в звании профессора кафедры высшей математики. В 1988 г. он передал кафедру Г.Н. Яковлеву, продолжая до последнего времени читать лекции по математическому анализу в МФТИ.

С 1948 года и поныне Лев Дмитриевич работает в Математическом институте В.А. Стеклова РАН. В 1961–1968 годах он являлся заместителем директора института, а с 1988 по 1994 год заведовал отделом теории функций. Более 50 лет он совместно с академиком С.М. Никольским руководит там научно-исследовательским семинаром по теории дифференцируемых функций многих переменных. В настоящее время является советником Российской академии наук.

В 1953 г. Л.Д. Кудрявцев за цикл работ по теории дифференцируемых отображений был удостоен премии Московского математического общества для молодых математиков.

В июне 1956 года Лев Дмитриевич защитил докторскую диссертацию на тему «Прямые и обратные теоремы вложения. Приложения к решению вариационным методом эллиптических уравнений, вырождающихся на границе области», которая была опубликована в виде монографии в 1959 году.

В 1984 г. избран в члены-корреспонденты АН СССР.

В 1988 году за цикл работ по теории граничных задач для дифференциальных операторов и их приложениям в математической физике Л.Д. Кудрявцеву вместе с О.А. Олейник, Ю.В. Егоровым и В.А. Кондратьевым была присуждена государственная премия СССР.

В 1994 году Льву Дмитриевичу присвоено почетное звание заслуженного соросовского профессора.

В 1997 году он избран действительным членом Академии педагогических и социальных наук (АПСН).

В 2002 году избран в академики Европейской академии наук.

В 2004 г. за выдающийся вклад в теорию функций, топологию и образование награжден Европейской академией наук медалью имени Блеза Паскаля (эта медаль ежегодно присуждается шести членам EAS). Лев Дмитриевич был первым российским ученым-математиком, удостоенным этой награды.

Л.Д. Кудрявцев ведет большую научно-педагогическую и научно-организационную работу. Среди его учеников более 15 кандидатов и 5 докторов наук

Имя Л.Д. Кудрявцева известно нескольким поколениям российских студентов и преподавателей, прежде всего, как автора «Курса математического анализа». В 2006 г. за свой двухтомный учебник «Краткий курс математического анализа» Л.Д. Кудрявцев получил главную премию Международной академической издательской компании Наука//Интерпериодика за лучшую книгу по науке, технологии и образованию.

27 лет (1959–1986) он был членом Высшей аттестационной комиссии, 28 лет (1965–1992) – членом редколлегии журнала «Дифференциальные уравнения», более тридцати лет он является членом Научно-методического совета по математике при Министерстве образования, в котором много лет был председателем секции технических, экономических и сельскохозяйственных вузов. Последние 10 лет он является первым заместителем председателя Президиума этого Совета.

От всей души поздравляем Льва Дмитриевича с юбилеем и желаем ему крепкого здоровья, творческих сил на долгие годы, успешного продолжения его активной деятельности на пользу науки и образования.

ВЕКТОРА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА И НЕАРХИМЕДОВ АНАЛОГ НЕРАВЕНСТВА БЕРНШТЕЙНА

Радыно Я.В.

Белорусский государственный университет

пр. Независимости, 4, 220030, Минск, Беларусь

Тел.: +375-172265883, e-mail: radyno@bsu.by

1. Пусть X — банахово пространство с нормой $||\cdot||_X$ над произвольным нормированным полем $\mathbf{F}$ с нормой $|\cdot|_F$, и пусть $A : X \supset D(A) \ni x \to Ax \in$ $\in X$ — замкнутый линейный оператор с областью определения $D(A)$.

Для каждого $\nu > 0$ определим пространство

$$\mathrm{Exp}_A^\nu X := \left\{ x \in D(A^\infty) \equiv \bigcap_{n=0}^{\infty} D(A^n) : \sup_{n \geqslant 0} \frac{\|A^n x\|_X}{\nu^n} < +\infty \right\}.$$

Векторное пространство $\mathrm{Exp}_A^\nu X$ с нормой

$$|||x|||_\nu := \sup_{n \geqslant 0} \frac{\|A^n x\|_X}{\nu^n}$$

является банаховым и называется пространством векторов экспоненциального типа не превосходящего ν, а множество

$$\mathrm{Exp}_A X = \operatorname*{limind}_{\nu \to \infty} \mathrm{Exp}_A^\nu X$$

пространством векторов экспоненциального типа [1].

Пространство $\mathrm{Exp}_A^\nu X$ инвариантно относительно оператора A. Оператор $A : \mathrm{Exp}_A^\nu X \to \mathrm{Exp}_A^\nu X$ ограничен, причем справедливо неравенство

$$|||Ax|||_\nu \leqslant \nu |||x|||_\nu \quad \text{(абстрактное неравенство Бернштейна).}$$

Цель работы — выяснить из каких функций состоит пространство $\mathrm{Exp}_A^\nu X$ для разных полей $\mathbf{F}$, банаховых пространств X и операторов A.

2. Целая функция $\varphi : \mathbf{C} \ni z \to \varphi(z) \in \mathbf{C}$, $z = x + iy$, называется функцией экспоненциального типа $\leqslant \nu$, если для некоторого $C > 0$ справедливо неравенство

$$|\varphi(z)| \leqslant C e^{\nu |z|} \quad \text{для всех } z \in \mathbf{C}.$$

Обозначим $A_{\nu,q}(\mathbb{R})$, $1 \leqslant q \leqslant +\infty$, множество целых функций экспоненциального типа $\leqslant \nu$, которые как функции от действительного переменного $x \in \mathbb{R} \equiv \mathbb{R}_x$ принадлежат пространству $L_q(\mathbb{R})$, [2,3]. Для функций $\varphi \in A_{\nu,q}(\mathbb{R})$ справедливо классическое неравенство Бернштейна [2,3]

$$||\varphi'||_{L_q(\mathbb{R})} \leqslant \nu ||\varphi||_{L_q(\mathbb{R})}.$$

Если в соответствии с п.1 положим $\mathbf{F} = \mathbf{C}$, $X = L_q(\mathbb{R})$ и $A = \dfrac{d}{dx}$, то классическое неравенство Бернштейна означает, что банахово пространство $\mathrm{Exp}^{\nu}_{\frac{d}{dx}} L_q(X)$ является замкнутым подпространством в $L_q(\mathbb{R})$ и совпадает с пространством $A_{\nu,q}(\mathbb{R})$.

3. Пусть $\mathbf{K}$ — локально компактное поле с нормой $|\cdot|_{\mathbf{K}}$. Обозначим $O = \{x \in \mathbf{K} : |x| \leqslant 1\}$ и $P = \{x \in \mathbf{K} : |x| < 1\}$. Тогда $k_{\mathbf{K}} = O/P$ называется полем вычетом поля $\mathbf{K}$. Это конечное поле, характеристику которого обозначим p. На $\mathbf{K}$ выберем меру Хаара dx, нормированную условием $\int\limits_O dx = 1$. Выберем на K характер χ так, чтобы $\ker\chi = O$. Тогда остальные характеры будут иметь вид $\{\chi_a\}_{a\in\mathbf{K}}$, где $\chi_a(x) = \chi(ax)$, [4].

Преобразование Фурье функции $u : \mathbf{K} \ni x \to u(x) \in \mathbf{C}$ определяется формулой

$$\widehat{u}(\xi) = \int\limits_{\mathbf{K}} \chi(\xi x) u(x) dx,$$

если этот интеграл существует.

Оператором Владимирова [5,6] называется псевдо-дифференциальный оператор вида

$$(Du)(x) = \int\limits_{\mathbf{K}} \chi(-\xi x) |\xi|_{\mathbf{K}} \widehat{u}(\xi) d\xi.$$

Он корректно определяется с помощью теории обобщенных функций на поле $\mathbf{K}$.

Через $L_q(\mathbf{K}, \mathbf{C})$, $1 \leqslant q \leqslant +\infty$, обозначаются лебеговские пространства функций $u : \mathbf{K} \to \mathbf{C}$, суммируемых по мере dx с естественными нормами [5].

Теорема. *Пусть K — неархимедово локальное поле нулевой характеристики, p — характеристика его поля вычетов $k_{\mathbf{K}}$ (таковыми являются поле p-адических чисел $\mathbf{Q}_p$ и любое конечное его расширение). Тогда пространство $\mathrm{Exp}^{\nu}_D L_2(\mathbf{K}, \mathbf{C})$ состоит из локально постоянных функций $u \in L_2(\mathbf{K}, \mathbf{C})$ с параметром постоянства $\geqslant -\nu$ (т.е. постоянных на шарах радиуса $p^{-\nu}$). Оно замкнуто в $L_2(\mathbf{K}, \mathbf{C})$ и для его элементов справедливо неравенство Бернштейна*

$$||Du||_{L_2(\mathbf{K},\mathbf{C})} \leqslant p^{\nu} ||u||_{L_2(\mathbf{K},\mathbf{C})}.$$

Случай $\mathrm{Exp}^{\nu}_D L_2(\mathbf{Q}_p, \mathbf{C})$ см. в [8].

Остались неисследованными следующие пространства функций на локальных полях, являющиеся аналогами целых функций экспоненциального типа, и для которых справедливо неравенство Бернштейна:

1) $\mathrm{Exp}^{\nu}_D L_q(\mathbf{K}, \mathbf{C})$, $\mathrm{char}\mathbf{K} = 0$, $q \not\equiv 2$;

2) $\mathrm{Exp}^{\nu}_D L_q(\mathbf{K}, \mathbf{C})$, $\mathrm{char}\mathbf{K} \not\equiv 0$.

Список литературы

1. *Радыно Я.В.* Пространство векторов экспоненциального типа // Докл. АН БССР, 1983, т.27, №9. – с.791–793.
2. *Ахиезер Н.И.* Лекции по теории аппроксимации. М., Наука, 1965.
3. *Никольский С.М.* Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М., Наука, 1969.
4. *Вейль А.* Основы теории чисел. М., Мир, 1972.
5. *Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И.* p-Адический анализ и математическая физика. М., Наука, 1994.
6. *Kochubei A.N.* Pseudo-Differential Equations and Stochastics over Non-Archimedean Fields. Marcel Dekker, 2001.
7. *Schikhov W.H.* Ultrametric Calculus. Cambridge University Press, 1984.
8. *Радыно Я.В., Олешкевич Д.Н.* p-Адическое неравенство С.Н. Бернштейна // Докл. НАН Беларуси, 2006, т.50, №6. – с.20–23.

КАКОЙ БУДЕТ ШКОЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА В 2050 ГОДУ?

Розов Н.Х.

МГУ им. М.В. Ломоносова

e-mail: rozov@rozov.mccme.ru

Наступивший XXI век ознаменован радикальным переосмыслением самых разных политических, экономических, социальных, общественных, культурных и др. аспектов нашего бытия. В частности, мы стали свидетелями зарождения новой парадигмы образования, внедрения новой структуризации в высшей и средней школе, формирования новых психолого-педагогических концепций, разработки новых методик передачи знаний, появления новых информационно-компьютерных технологий обучения. Так или иначе, модернизация затрагивает практически все стороны образовательного процесса средней школы.

Сегодня мы наблюдаем исключительно быстрое и подчас неожиданное развитие наук. С восхищением говорим мы о выдающихся успехах физики, химии, биологии, техники. Поэтому нам естественно задуматься над вопросом: как должны эволюционировать содержание программы общеобразовательной средней школы и методика преподнесения информации «массовому ученику», чтобы в полной мере отвечать вызовам конкретной личности, общества в целом и быстротекущего времени? И современная школа стремится знакомить своих воспитанников — пусть и в простейшей форме, пусть описательно и фрагментарно — с новейшими достижениями естественных и гуманитарных наук.

За минувшее столетие математическая наука шагнула необычайно далеко вперед. Она обогатилась выдающимися результатами, сформировала новые теории и разрешила важные проблемы — но, самое главное, она все увереннее превращается в мощный инструментарий анализа и прогнозирования природных явлений, технических и технологических процессов, общественных ситуаций и гуманитарных вопросов. Сочетание с гигантскими возможностями компьютеров породило принципиально новое направление научного познания — математическое моделирование и математический эксперимент.

В математической науке содержательно изменилось почти все. Почти ничего содержательно не изменилось в программе математики общеобразовательной школы. Сравните программы 1940 года и 2000 года: исключены комплексные числа, бином Ньютона, еще ряд тем и совсем мелких деталей (скажем, теорема о вневписанном угле), включены начальные понятия математического анализа, простейшие операции с векторами, кое-что другое (например, некоторые символы теории множеств и математической логики), тригонометрия перестала существовать как отдельная компонента школьного курса. В целом же сохранилась старая ситуация, знакомая нам с детства: учащиеся по-прежнему пребывают почти в XVIII веке по алгебре и почти в древней Греции по геометрии. Бесконечные упражнения в абсолютно формальных преобразованиях заполняют львиную часть времени учащихся общеобразовательной средней школы — и по-прежнему им остаются недоступны многие важнейшие математические понятия, даже те, которые, как уже признано, имеют несомненное общеобразовательное и общекультурное значение.

Практически в полной неприкосновенности остается и методика преподавания математики в школе, не смотря на все разговоры о внедрении информационно-компьютерных технологий, дифференцированного обучения, личностно-ориентированного подхода и проч.

Так что — все так и останется в 2050 году? Или нам, профессиональным математикам и педагогам, уместно уже сейчас поставить перед собой вопрос: как должна меняться программа курса математики общеобразовательной средней школы и методика его преподавания?

МЕТОД РАЗНОСТНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ: АППАРАТ И ВОЗМОЖНОСТИ

Рябенький В.С.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Теоретическую основу метода, предложенного докладчиком, составляет создание разностных потенциалов, которые для решений систем линейных разностных уравнений общего вида играют ту же роль, что и классический интеграл типа Коши для решений системы Коши–Римана. Новые возможности возникают благодаря тому, что метод разностных потенциалов объединяет универсальность разностных схем с возможностями метода граничных интегральных уравнений теории аналитических функций, а также граничных интегральных уравнений классической теории потенциала. В то же время метод разностных потенциалов обходит некоторые из основных трудностей, присущих названным методам, а именно: в отличие от разностного метода при решении краевых задач не требуется разностная аппроксимация граничных условий, а в отличие от методов граничных интегральных уравнений нет необходимости в знании фундаментального решения или функции Грина.

Доклад дает представление об аппарате метода и примерах его использования для численного решения ряда прикладных задач математической физики, а также для математического моделирования активной защиты заданной произвольной области от шума источников звука, расположенных вне этой области.

Список литературы

1. *В.С. Рябенький.* Метод разностных потенциалов и его приложения. – М.: Физматлит, 2002.
2. *V.S. Ryaben'kii.* Method of difference potentials and its applications // Springer series in computional mathematics, Springer–Verlag. 2002.
3. *В.С. Рябенький.* Введение в вычислительную математику. 3-е издание. – М.: Физматлит, 2008.
4. *V.S. Ryaben'kii and S.V. Tsynkov.* A theoretical introduction to numerical analysis. – CRC Press, Taylor and Francis group, 2007.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ ИНЖЕНЕРОВ В НАЧАЛЕ XXI ВЕКА

Сигов А.С., Худак Ю.И.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет МИРЭА)

Москва, пр-т Вернадского 78

Тел.: 4349321, e-mail: hudak@mirea.ru

На всех этапах развития человечества математика занимала самое достойное место в образовании.

Но принципиально важно отметить совершенно особую роль математики в образовании инженеров. Это — надёжный фундамент и одновременно каркас всего здания знаний, умений и навыков современного инженера.

В докладе мы постараемся обосновать тезис о необходимости качественной перестройки математической подготовки инженеров сегодня, с тем, чтобы в гораздо большей степени, чем это принято, основывать его на понятии **математической модели** объекта, процесса или явления.

Актуальность и особую важность указанной относительной новации в подготовке инженеров следует осознать не только, и даже не столько индивидуально, каждому образованному человеку, но и закрепить всеми доступными для этого способами, как одно из важнейших положений в программе реальных действий, призванных заместить собой вяло текущую, так называемую, модернизацию высшего образования. Необходимость создания и самой скорейшей реализации такой программы необходима, как говорят в медицине, по жизненным показаниям, для того, чтобы выжить в жёстком конкурентном соперничестве на мировом рынке информационных технологий. Только успешная перестройка математической подготовки инженеров, в самом полном объёме и на всех уровнях реального образовательного процесса способна ещё спасти весьма непростую ситуацию в этой ключевой стратегически важной точке, обеспечивающей будущее промышленное могущество страны.

Необходимость срочного проведения целого комплекса соответствующей терапии (а может быть и даже комплексного лечения с тем или иным осторожным участием хирургии?) существует объективно, а не по злой воле или недомыслию того или иного клана. Это так, по той простой причине, что понятие математической модели становится центральным объектом и, на сегодняшний день, самым **узким местом** (после построения достаточно производительных компьютеров и создания развитых систем программирования и хранения баз данных) при использовании компьютеров в расширяющейся со скоростью геометрической прогрессии сфере их применения.

Особую роль математики в процессе познания окружающего мира неоднократно подчёркивали многие выдающиеся естествоиспытатели и философы. Здесь отметим лишь всеобъемлющее и доказанное всем последующим развитием человеческой цивилизации, исключительно глубокую мысль Галилея: «...Математика это язык, на котором написана книга Природы...» Именно с этим, по-видимому, связана языковая, по своей сути, конструктивная и координирующая, а тем самым и системообразующая её роль в совокупности **всех** научных знаний об окружающем нас мире и, в частности, в подготовке инженеров. Именно в этом качестве, обеспечивая все основные функции языка, включая сюда, как когнитивную, гносеологическую компоненту, так и коммуникативный его аспект, и выступает математика при рассмотрении практически любой части образовательного процесса или научного творчества инженера. При этом, так же как и для любого языка, особенно важны точность выражения мыслей и, в целом, культура речи, которые являются определяющими факторами для точного, эстетически комфортного и потому особенно качественного его восприятия.

С точки же зрения существа вопроса, человечество из века в век практически заново перечитывает эту увлекательнейшую из доступных ему книг, проникая всё глубже и глубже в её истинное содержание. При этом просто невозможно изучать и в полной мере воспринимать эту самую книгу природы, а вместе с ней и все «изложенные» в ней фундаментальные или прикладные аспекты научного устройства окружающего мира, если не овладеть соответствующими разделами математики.

Но, кроме самой существенной для «прочтения» книги, если так можно выразиться, «утилитарной», роли математики в деле подготовки инженеров, также существует чрезвычайно важная её функция как базы знаний, определяемая огромным (абсолютно по любым меркам!) запасом внутренне, т.е. логически, **непротиворечивых моделей** явлений окружающего нас мира, почерпнутых из этой самой книги.

Математические знания, возникшие в древнейшие времена, знакомили людей, прежде всего, с понятием числа, а если посмотреть на проблему с современных позиций, т.е. более глубоко и системно, то с понятием числовой системы, включающей многочисленные аспекты взаимодействия чисел, их сравнения между собой и действий, совершаемых с ними. Кроме того, на первых этапах развития математики среди важнейших составляющих этой науки самым естественным и непосредственным образом появились представления, выражающие основные положения о фундаментальных свойствах и, прежде всего, формах простейших идеальных фигур, выделяемых человеком из окружающего его пространства.

Развиваясь вместе с человечеством, эти исходные предпосылки и в настоящее время составляют одну из основополагающих конструктивных составляющих математики. Но, за свою многовековую историю математика обогатилась и значительно более сложными моделями, чем числовая система или самые разнообразные по своей природе, но в главном геометрические системы объектов. Возможно наиболее значимыми для последующего развития, как самой математики, так и её приложений стали крупнейшие достижения алгебраической символики, позволившие в краткой форме записывать сложные уравнения, используя понятие переменной или неизвестной величины.

Принципиальный для всего будущего развития человечества этап становления математики как науки связан с зарождением и развитием математического анализа. Чёткое осознание всего многообразия самых разных предельных переходов, совершаемых, например, при попытках формулирования понятия скорости или ускорения в физике или касательной к гладкой кривой в геометрии показывают фундаментальность понятия предела в науке и вообще в системе общечеловеческих знаний, и подчёркивает важность этого базового понятия математического анализа. Не менее фундаментальное значение приобрело со временем возникшее в математическом анализе понятие гладкой и, в частности, непрерывной кривой.

Следующий принципиально новый этап осмысления фундаментальной роли **математического моделирования** процессов, протекающих в окружающем нас мире, возник в результате осознания последователями трудов Исаака Ньютона, заложившего практически современные представления о динамике самых разных материальных объектов во вселенной. Одно из самых великих в истории человечества, научное достижение Ньютона стало возможным, и было реализовано им на базе составления и исследования дифференциальных уравнений движения физических моделей реальных материальных тел в виде материальных точек, их взаимодействующих совокупностей или идеальных материальных тел.

Принципиально важно, что гений Ньютона позволил создать **математические модели** не только механических по своей природе явлений и процессов, но и явлений оптики, акустики, механики, как сейчас принято выражаться, сплошной среды, а также теории тепла и многих других физических явлений, занимавших умы самых просвещённых людей того времени.

Математические начала натуральной философии — главный научный труд Ньютона, опубликованный более 320 лет тому назад, явился не только фундаментальной платформой для переосмысления ключевых положений всех естественных наук, но одновременно и эффективнейшим орудием для их последующего бурного развития.

Однако, постепенно усложняясь и обогащаясь запасами всё новых и новых знаний, в процессе своего развития естественные науки стали всё больше и больше обособляться, разделяясь на почти самостоятельные разделы, подразделы и теории. Но при этом, чрезвычайно важно подчеркнуть, что едва ли не единственным **общим** для всех методологическим инструментом познания, получения и описания новых научных фактов и законов являлись **математические модели** изучаемых физических процессов.

Заметим, что математика во все времена своего существования, акцентируя свое основное внимание на разработке своих «внутренних» проблем самой разной степени абстрактности, всегда и не менее активным образом успешно решала и самые разные прикладные проблемы. Причем для решения этих, вроде бы побочных для самой математики проблем, как правило, создавались принципиально новые подходы и методы, продвигающие на новую ступень совершенства всю совокупность знаний, почерпнутых из выше упомянутой книги Природы. При этом практически всегда возникают новые или серьёзно уточняются уже существующие математические модели рассматриваемых явлений или объектов. Так, например, в давние времена именно при подобных обстоятельствах были установлены оптимальные формы сосудов, вмещающих наибольшее количество жидкости при фиксированной их боковой поверхности, непосредственно влияющей на расход материала, идущего на производство сосуда. А из более близких нам по времени достижений, полученных на пути использования математических моделей и просто немыслимых без такого использования, отметим многочисленные проблемы, решённые последовательно при строительстве самолётов и кораблей, реактивных самолётов, космических кораблей, а также при решении проблем баллистики и мирного и не вполне мирного использования ядерной энергии.

Самым, пожалуй, важным для дальнейших судеб всего человечества достижением математиков по решению прикладных проблем стала разработка, создание и затем стремительное совершенствование компьютеров и теснейшим образом связанных с ними и невозможных без этого инструмента информационных технологий, породивших принципиально новые целые секторы мировой экономики.

Названные выше дерзновенные достижения человеческой мысли, как во время цепной реакции, в процессе их практической реализации уже втянули и продолжают втягивать в реальный научный, технический, технологический и просто бытовой обиход всё новые и новые математические модели. Эти модели самым существенным образом необходимы как при компьютерном моделировании современных технологий и технологических решений, так и при изучении влияния рассматриваемых технологий и их последствий на сферу обитания человека, общество и Природу в целом.

Возвращаясь непосредственно к теме настоящей заметки, мы видим, что в современном образовании инженеров просто необходимо существенное усиление его сосредоточенности на всех возможных аспектах проблем математического моделирования процессов и явлений, происходящих вокруг нас в технике, экономике, природе и обществе.

Скептики говорят, что математика наука трудная, и при этом даже пытаются апеллировать к некоторой, совершенно негодной статистике получаемых ежегодно двоек по математике. При этом они забывают, что оценка не есть приговор о неспособности овладения предметом, а только инструмент для поддержания подготовки и амбиций соискателя на должном уровне. Кроме того, другая, а быть может и та же самая группа сомневающихся в непреходящих ценностях математики, не устаёт напоминать, что эта наука, вроде бы, «сушит мозги и убивает душу» и призывает к практически неограниченной гуманитаризации образования. Эти призывы губительны для будущего информационного по своей сути и гуманистического по внутреннему устройству общества с точки зрения любого достаточно разносторонне и глубоко образованного человека.

Указанным недоброжелателям широкого и глубокого преподавания математики, следует напомнить, что практикой обучения и использования математики однозначно установлено, что правильно организованные занятия математикой ничего общего не имеют с примитивной зубрёжкой формул и заучиванием доказательств. А указанные, в корне неверные представления скептиков есть ни что иное, как глубоко засевший в сознании недостаточно подготовленных в области математики людей стереотип мышления о ней. Формирование подобного синдрома, как правило, связано с тем, что подобным людям, во время получения образования или, просто, на жизненном пути, сильно не повезло. Им не удалось осознать и зафиксировать в своем сознании тот замечательный факт, что настоящие занятия математикой намного интереснее самого захватывающего детектива. При этом при их надлежащей организации, такие занятия самым благотворным образом воспитывают и развивают лучшие человеческие качества, среди которых, прежде всего, следует отметить трудолюбие, аккуратность, надёжность, настойчивость в достижении поставленной цели, смекалку, гибкость мышления, изобретательность и находчивость, а также психологическую устойчивость.

Хорошие творческие занятия математикой позволяют испытать чувство радости от, пускай небольшого, но самостоятельного открытия или, по крайней мере, преодолённой трудности. Совместные занятия приучают к коллективизму, взаимопомощи и командному мышлению, так необходимых в повседневной жизни во многих проблемных ситуациях.

Большое количество важнейших для жизни человеческой цивилизации аспектов преподавания математики неоднократно отмечались в работах видных отечественных педагогов, среди которых особенно приятно отметить ныне здравствующих патриархов объединения математического содержания образования и его гуманистического оформления академика С.М. Никольского и нашего юбиляра члена-корреспондента РАН Л.Д. Кудрявцева.

Все изложенные выше, а также многие другие аргументы (не вошедшие в данную заметку из-за недостатка места) о модернизации математической подготовки инженеров (после их реализации!) позволяют надеяться, что мы пока ещё не потеряли надежду войти в разряд держав, активно осваивающих международный рынок интеллектуальных услуг и, в частности, рынок информационных технологий.

И произойдёт это, если случится, во многом благодаря тому, что мы так и не потеряли ту самую математику, которую уже почти были готовы потерять, впрочем, вместе со всем остальным образованием.

И только теперь становится ясно, сколь своевременным оказалось пронизанное глубокой тревогой предупреждение о возможной невосполнимой потере российской системы образования, составившее основное содержание известного сборника работ под общей редакцией ректора МГУ, академика РАН В.А. Садовничего «Образование, которое мы можем потерять», вышедшего вполне своевременно в 2001 году.

ДВУХУРОВНЕВАЯ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ НАНОТЕХНОЛОГИИ

Соколов Н.В.

Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет

Для решения современных проблем нанотехнологий и обеспечения дальнейшего прогресса автором разрабатывается двухуровневая механико-математическая концепция нанотехнологий: с применением традиционного математического аппарата на первом уровне и его принципиальном усовершенствовании для решения проблем нанотехнологий на втором уровне.

В рамках первого уровня он исследовал методом молекулярной динамики процесс формирования нанопленки мономолекулярной толщины на плоской поверхности. При этом численным методом решали систему дифференциальных уравнений движения по плоской поверхности одноатомных молекул с квазислучайными начальными условиями, а также им был предложен энтропийный критерий образования трехмерных структур из частиц наноразмеров на основе методов статистической механики.

Разработанная Соколовым Н.В. методология 2-го уровня механико-математической концепции нанотехнологий базируется на сделанных им многомерных обобщениях и существенных поправок на дискретность, как оценок Колмогорова, так и неравенств Чебышевского типа, и найденных им их аналогов для моментов отрицательных порядков. Доказанные при этом обобщенные четыре неравенства могут быть объединены в два для отрицательных и положительных значений показателя степени β, первое из которых имеет вид

$$P\{\xi \in A\} \geqslant \frac{E[|\varphi(\xi)|^\beta] - \left[\sup\limits_{\omega:\xi\notin A} |\varphi(\xi)|\right]^\beta}{\left[\sup\limits_{\omega\in\Omega} |\varphi(\xi)|\right]^\beta - \left[\sup\limits_{\omega:\xi\notin A} |\varphi(\xi)|\right]^\beta}$$

Данное неравенство обладает парадоксальным свойством: оно сохраняется при замене всех sup на inf, на основании которого легко получить из него второе обобщенное многомерное неравенство.

Дальнейший анализ выявил принципиальные уточнения оценок Колмогорова на разрыв функций и дискретность изменений случайных величин, что существенно для их нанотехнологических приложений.

С помощью сделанных обобщений, принципиальных уточнений и дополнений, как оценок Колмогорова, так и неравенств Чебышевского типа установлены общие свойства разрывных функций распределения наночастиц, математических ожиданий перемещений их совокупностей и распределения зарядов и электронной плотности в нанообъектах.

ОЦЕНКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ПЕРЕМЕННОЙ ОБЛАСТЬЮ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Степанов В.Д.

Российский университет дружбы народов

Москва

e-mail: `vstepanov@sci.pfu.edu.ru`

Пусть $0 < p < \infty$, $\|f\|_p := (\int\limits_0^\infty |f(x)|^p dx)^{1/p}$. Для фиксированной неотрицательной и почти всюду (п.в.) конечной измеримой функции v определим весовое пространство Лебега $L_{p,v}$ как совокупность всех измеримых функций на $\mathbb{R}_+ := [0,\infty)$ таких, что $\|f\|_{p,v} := \|fv\|_p < \infty$.

В работе рассматриваются интегральные операторы

$$Kf(x) = \int\limits_{a(x)}^{b(x)} k(x,y)f(y)\,dy,$$

действующие из $L_{p,v}$ в $L_{q,w}$. Основное внимание мы уделяем случаю, когда $k(x,y) \equiv 1$, обозначая

$$Hf(x) = \int\limits_{a(x)}^{b(x)} f(y)\,dy,$$

где на граничные функции накладываются следующие условия:

(i) $a(x)$ и $b(x)$ непрерывны и строго возрастают на $\mathbb{R}_+$;
(ii) $a(x) < b(x)$ для любого $x \in (0,\infty)$, $a(0) = b(0) = 0$, $a(\infty) = b(\infty) = \infty$.

В терминах ядра $k(x,y)$ и весовых функций приводятся критерии $L_{p,v}$ – $L_{q,w}$ ограниченности и компактности оператора K. Аналогичные, но более прозрачные критерии даны для оператора H. Кроме этого изучаются операторы геометрического среднего

$$Gf(x) := \exp\left(\frac{1}{b(x)-a(x)}\int\limits_{a(x)}^{b(x)} \log f(y)\,dy\right), \quad f(y) \geqslant 0,$$

тесно связанного с оператором H.

В докладе дается обзор основных результатов по данной проблематике.

Список литературы

1. *Степанов В.Д., Ушакова Е.П.* Об интегральных операторах с переменными пределами интегрирования // Труды матем. ин-та им. В.А. Стеклова – Т. 232, 2001 – С.298–317.
2. *Степанов В.Д., Ушакова Е.П.* Об операторе геометрического среднего с переменными пределами интегрирования // Труды матем. ин-та им. В.А. Стеклова – Т. 260, 2008.

МАТЕМАТИКА И ЕЕ ПРЕПОДАВАНИЕ В ШКОЛЕ, ВУЗЕ И УНИВЕРСИТЕТЕ

Тихомиров В.М.

МГУ

Москва

В лекции будут обсуждаться некоторые общие проблемы, касающиеся математики и математического образования.

Ныне невозможно не учитывать те радикальные перемены, что произошли за последние два десятилетия в нашей стране и в мире. Изменилась государственная структура в нашей стране. За последние десятилетия изменилась ментальность молодежи: упал престиж научного творчества, очень ослаблен уровень школьной подготовки и заинтересованности в знаниях. Произошла информационная революция, и сама математика претерпела значительные изменения приоритетов.

Будет сделана попытка выделить наиболее существенное из того, что следует включать в математическое образование в школе, вузе и университете и обсуждены проблемы самой организации математического образования.

Секция 1

«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОСТРАНСТВА»

GENERALIZED RIESZ POTENTIALS IN VARIABLE EXPONENT LEBESGUE SPACES

Hajibayov M.G., Samko S.G.

Institute of Mathematics and Mechanics, Baku, Azerbaijan;
University of Algarve, Portugal

e-mail: `hajibayovm@yahoo.com, ssamko@ualg.pt`

By (X, ϱ, μ) we denote a space with quasimetric ϱ and positive Borel regular measure μ. The measure μ is called doubling if

$$\mu B(x, 2r) \leqslant \mu B(x, r)$$

for every open ball $B(x,r) = \{y \in X : \ \varrho(x,y) < r\}$, with $C > 0$ not depending on x and r. The space X is called upper Ahlfors N-regular, $N \in (0, \infty)$, if there exists a constant $c > 0$, not depending on $x \in X$ and $r > 0$, such that

$$\mu B(x, r) \leqslant c r^N$$

A function $\Phi : X \times [0, \infty) \to [0, +\infty)$ is said to be an N-function, if

1. for every $x \in X$ the function $\Phi(x,t)$ is convex, nondecreasing and continuous in $t \in [0, \infty)$,
2. $\Phi(x, 0) = 0, \quad \Phi(x,t) > 0$ for every $t > 0$, and $\lim\limits_{t\to\infty} \Phi(x,t) = \infty$,
3. $\Phi(x,t)$ is a μ-measurable function of x for every $t \geqslant 0$.

The integral

$$M_\Phi(f) = \int\limits_X \Phi(x, |f(x)|) d\mu(x)$$

is called the modular.

Let Φ be an N-function. The Orlicz–Musielak space $L^\Phi(X)$ is defined as the set of all real-valued μ-measurable and μ-almost everywhere finite functions f on X such that $M_\Phi\left(\frac{f}{\lambda}\right) < \infty$ for some $\lambda > 0$. This is a Banach space with respect to the norm

$$\|f\|_\Phi = \inf\left\{\lambda > 0 : M_\Phi\left(\frac{f}{\lambda}\right) \leqslant 1\right\}.$$

In the case $\Phi(x,t) = t^{p(x)}$, where $p : X \to [1,+\infty)$ is a μ-measurable function, we obtain the variable exponent Lebesgue space $L^{p(\cdot)}(X)$. We also use the notation

$$\|f\|_{p(\cdot)} = \inf\left\{\lambda > 0 : \int\limits_X \left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right)^{p(x)} d\mu(x) \leqslant 1\right\}.$$

Theorem *Let X be a bounded doubling metric measure space, upper Ahlfors N-regular, $d = \operatorname{diam} X$, let the exponent $p(x)$ satisfy*

$$1 < p_- \leqslant p(x) \leqslant p_+ < +\infty$$

and the «weak Lipschitz» condition

$$|p(x) - p(y)| \leqslant \frac{C}{-\ln \varrho(x,y)}, \quad \varrho(x,y) \leqslant \frac{1}{2}.$$

Suppose $a(r)$ is a non-negative continuous almost increasing function on $[0,d]$,

$$\int\limits_0^d \frac{a(t)}{t} dt < \infty$$

and $\dfrac{a(r)}{r^\lambda}$ is almost decreasing on $[0,d]$ for some $0 < \lambda < \dfrac{N}{p_+}$.

Then the generalized Riesz potential operator

$$I_a f(x) = \int\limits_X \frac{a(\varrho(x,y))}{[\varrho(x,y)]^N} f(y) d\mu(y)$$

is bounded from $L^{p(\cdot)}(X)$ into the Orlicz–Musielak space $L^\Phi(X)$, where the N-function is defined by its inverse (for every fixed $x \in X$)

$$\Phi^{-1}(x,r) = \int\limits_0^r A\left(t^{-\frac{1}{N}}\right) t^{-\frac{1}{p'(x)}} dt,$$

where

$$A(s) = \begin{cases} \int\limits_0^s \dfrac{a(t)}{t}\, dt, & \text{if } s < d, \\ \int\limits_0^d \dfrac{a(t)}{t}\, dt, & \text{if } s \geqslant d. \end{cases}$$

ON SOME HILBERT COSINE FUNCTIONS

KANGNI Kinvi

UFR de Mathématiques et Informatique, Université de cocody

22 BP 1214 Abidjan. Rep. de Côte d'Ivoire

We consider the equation :

$$\int_K \Phi(xk.y)\,dk = \Phi(x)\Phi(y), \quad x, y \in G \tag{1}$$

in which a compact group K with normalized Haar measure dk acts on a locally compact group G by automorphism. Let H be a Hilbert space, $B(H)$ the bounded linear operators on H. Any bounded solution of (1) is called generalized cosine function. In this work we study some characterizations and properties of these cosine functions defned on semi-simple Lie group. The abelian case is developed by Henrik Stetkaer.

ON ONE IDENTITY IN THE CLASS OF ANALYTICAL FUNCTIONS

Kiriyatzkii E.G.

Vilnius Gediminas Technical University

e-mail: `eduard.kiriyatzkii@takas.lt`

Let E be the unit disk $|z| < 1$. By $\tilde{A}_1(E)$ we denote the class of analytical in E functions $f(z)$, $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $f'(z) \neq 0$, $\forall z \in E$.

Theorem.

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k \in \tilde{A}_1(E), \quad a_1 = 1,$$

then

$$f(z;\zeta) = \frac{f\left(\dfrac{z+\zeta}{1+\bar{\zeta}z}\right) - f(\zeta)}{\left(1-|\zeta|^2\right) f'(\zeta)} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(\zeta)\, z^k \in \tilde{A}_1(E), \quad a_1(\zeta) \equiv 1,$$

and

$$\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1} \frac{f^{(n)}(\zeta)}{n!f'(\zeta)} = \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k\, a_{n-k}(\zeta)\, \bar{\zeta}^k, \quad \forall \zeta \in E, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Corollary 1. *Let us denote by S class of univalent in E functions*

$$f(z)=\sum_{k=1}^{\infty}a_kz^k,\quad a_1=1.$$

If $f(z)\in S$, then

$$\frac{\left|f^{(n)}(z)\right|}{n!}\leqslant\frac{n+|z|}{(1-|z|)^{n+2}},\quad\forall z\in E,\quad n=0,1,2,\ldots\tag{1}$$

Proof. Let $f(z)\in S$. It is known (see [1], [2])

$$|f(z)|\leqslant\frac{|z|}{(1-|z|)^2},\quad\left|f'(z)\right|\leqslant\frac{1+|z|}{(1-|z|)^3},\quad|a_k|\leqslant k,\quad k=1,2,3,\ldots$$

If $f(z)\in S$, then $f(z,\zeta)\in S$, $\forall\zeta\in E$, therefore (see [2])

$$|a_{n-k}(\zeta)|\leqslant n-k.$$

Hence

$$\frac{\left|f^{(n)}(\zeta)\right|}{n\,!}\leqslant\frac{|f'(\zeta)|}{\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\cdot|a_{n-k}(\zeta)|\cdot\left|\bar{\zeta}\right|^k\leqslant$$

$$\leqslant\frac{1+|\zeta|}{\left(1-|\zeta|^2\right)^{n-1}(1-|\zeta|)^3}\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\cdot(n-k)\cdot\left|\bar{\zeta}\right|^k.$$

But

$$\sum_{k=0}^{n-1}C_{n-1}^k\cdot(n-k)\cdot\left|\bar{\zeta}\right|^k=(n+|\zeta|)(1+|\zeta|)^{n-2}.$$

Hence

$$\frac{\left|f^{(n)}(\zeta)\right|}{n\,!}\leqslant\frac{(1+|\zeta|)(n+|\zeta|)(1+|\zeta|)^{n-2}}{\left(1-|\zeta|^2\right)(1-|\zeta|)^3}=\frac{n+|\zeta|}{(1-|\zeta|)^{n+2}}.$$

Remark. *Estimates* (1) *got as well Landau* (see [3]) *and Aleksandrov* (see [4]) *by another more complex method.*

Define the n-th order divided difference

$$[f(z);z_0,\ldots,z_n]=\int_0^1\int_0^{t_1}\ldots\int_0^{t_{n-1}}f^{(n)}(\xi)\,dt_1\ldots dt_n,$$

where $z_0,\ldots,z_n\in E$ and

$$\xi=z_0+t_1(z_1-z_0)+\ldots+t_n(z_n-z_{n-1}),$$
$$0\leqslant t_1\leqslant 1,\ 0\leqslant t_2\leqslant t_1,\ldots,0\leqslant t_n\leqslant t_{n-1}.$$

Corollary 2. *Let $f(z) \in S$. Then*

$$|[f(z); z_0, \ldots, z_n]| \leqslant \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}$$
$$\forall z_0, \ldots, z_n \in E, \quad n = 0, 1, 2, \ldots \quad (2)$$

The equality in (2) holds if all the points $z_0, \ldots, z_n$ are situated on the radius of the disk E, inclined to the real axis at an angle α and the function $f(z)$ is the shape

$$f_\alpha(z) = \frac{z}{(1-e^{-i\alpha}z)^2} \in S, \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi.$$

Proof. *Let*

$$|z| = r, \ |z_0| = r_0, \ldots, |z_n| = r_n, \quad \rho = r_0 + t_1(r_1 - r_0) + \ldots + t_n(r_n - r_{n-1}).$$

Then

$$|\xi| \leqslant \rho < 1, \quad f_0^{(n)}(\rho) = \frac{n!\,(n+\rho)}{(1-\rho)^{n+2}}$$

and

$$|[f(z); z_0, \ldots, z_n]| \leqslant \int_0^1 \int_0^{t_1} \ldots \int_0^{t_{n-1}} \left|f^{(n)}(\xi)\right| dt_1 \ldots dt_n \leqslant$$
$$\leqslant \int_0^1 \int_0^{t_1} \ldots \int_0^{t_{n-1}} f_0^{(n)}(\rho)\, dt_1 \ldots dt_n = [f_0(r); r_0, \ldots, r_n] =$$
$$= \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m} = \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-|z_m|}.$$

Moreover

$$\left[f_\alpha(z); r_0 e^{i\alpha}, \ldots, r_n e^{i\alpha}\right] = e^{-i(n-1)\alpha} \left(-1 + \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m}\right) \cdot \prod_{m=0}^{n} \frac{1}{1-r_m}.$$

Let $\tilde{K}_n(E)$ denote the class of functions $F(z)$ introduced by the author, for which the n-th order divided difference $[F(z); z_0, \ldots, z_n] \neq 0$, $\forall z_0, \ldots, z_n \in E$. When $n = 1$ we have a class $\tilde{K}_1(E)$ of univalent functions in E.

Hypothesis. (E.G. Kiriyatzkii). *Let $n \geqslant 1$ and*

$$F(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} a_{k,n} z^{n+ki1} \tilde{K}_n(E).$$

Then

$$|a_{k,n}| \leqslant \frac{n+2k-1}{n+1}, \quad k = 2, 3, 4, \ldots$$

If

$$\Phi(z) = z^n + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{n+2k-1}{n+1} z^{n+k-1},$$

then $\Phi(z) \in \tilde{K}_n(E)$.

References

1. *P. Duren.* Univalent Functions // Springer–Verlag, New York. 1983.
2. *L. Branqes.* A proof of the Bieberbach conjecture // Acfa Math. 1985. V 154. P. 137–152.
3. *E. Landau.* Einige Bemerkungen uber schlichte Abbildung // Iber Deutch Math–Verein 34. 1926. 239–243.
4. *A.И. Aleksandrov.* Methods of Geometrical Theory of Analytical Functions // State. Univ.,Tomsk. 2001 (in Russian).

ABOUT BOUNDEDNESS OF MAXIMAL OPERATORS ON THE LAGUERRE HYPERGROUP FROM $L_1\left(1+\ln^+ L_1\right)$ TO L_1

Omarova M.N.

Baku State University, Azerbaijan

e-mail: mehriban_omarova@yahoo.com

Let $K = [0,\infty[\times R$ equipped with the measure $dm_\alpha(x,\,t) = \dfrac{x^{2\alpha+1}dxdt}{\pi\Gamma(\alpha+1)}$, $\alpha \geqslant 0$, $|(x,\,t)|_K = (x^2 + |t|)^{1/2}$ is the norm of $(x,\,t) \in K$, $B_r = \{(x,\,t) \in K\colon |(x,\,t)|_K < r\}$ and by $L_p(K) = L_p(K; dm_\alpha)$, $1 \leqslant p \leqslant \infty$, we denote the Lebesgue spaces endowed with the finite norms

$$\|f\|_{L_p(K)} = \left(\int_K |f(x,t)|^p dm_\alpha(x,t)\right)^{1/p}, \quad 1 \leqslant p < \infty.$$

$$\|f\|_{L_\infty(K)} = ess \sup_{(x,\,t)\in K} |f(x,t)|.$$

For $(x,\,t) \in K$, the generalized translation operators $T^{(\alpha)}_{(x,\,t)}$ on the Laguerre hypergroup are defined by (see [1, 2])

$$T^{(\alpha)}_{(x,\,t)} f(y,\,s) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f\left(((x,\,t),(y,\,s))_{\theta,\,1}\right)\,d\theta, & \text{if } \alpha = 0, \\ \dfrac{\alpha}{\pi}\int\limits_0^{1}\left(\int\limits_0^{2\pi} f\left(((x,\,t),(y,\,s))_{\theta,\,r}\right)\,d\theta\right) & \text{if } \alpha > 0\ , \end{cases}$$

where $((x,\, t), (y,\, s))_{\theta,\, r} = \left(\left(x^2 + y^2 + 2xyr\cos\theta\right)^{1/2},\, t + s + xyr\sin\theta\right)$.

The Hardy–Littlewood maximal function is defined by (see [1])

$$Mf(x,\, t) = \sup_{r>0} \frac{1}{m_\alpha B_r} \int\limits_{B_r} T^{(\alpha)}_{(x,\, t)} |f(y, s)|\, dm_\alpha(y, s).$$

The following theorem is our main result in which we proof the boundedness of the of the maximal operator on the Laguerre hypergroup from the spaces $L_1\left(1 + \ln^+ L_1\right)$ to the spaces $L_1\,(K)$

Theorem 1. *For any $r > 0$, and any measurable on K function f for which* $\operatorname{supp} f \subset B_r$ *the following inequality holds:*

$$\|Mf\|_{L_1(B_r)} \leqslant C \int\limits_{B_r} |f\,(x,t)|\left(1 + \ln^+ |f\,(x,t)|\right) dm_\alpha\,(x,t) + m_\alpha\,(B_r)\,,$$

where $C > 0$ is independent of f.

References

1. *V.S. Guliyev, Miloud Assal.* On maximal function on the Laguerre hypergroup // Fract. Calc. Appl. Anal., **9** (2006), no. 3, 1–12.
2. *V.S. Guliyev and M. Omarova.* On fractional maximal function and fractional integral on the Laguerre hypergroup // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 340(2008), *Issue 2*, 1058–1068.

ON THE BOUNDEDNESS OF A CLASS OF INTEGRAL OPERATORS

Rautian N.A.

Plekhanov Russian Academy of Economics

Moscow, Stremyanny per. 36

Phone: +7(495)2370530, e-mail: nrautian@mail.ru

Let $0 < p < \infty$, $f \in L^p(\mathbb{R}^+)$. We consider the operator of the form

$$Rf(x) = v(x) \int\limits_0^x u(y)k(x,y)f(y)dy,$$

where $u, v \in L^1_{loc}(\mathbb{R}^+)$, $u(x) \geqslant 0$, $v(x) \geqslant 0$, the kernel k satisfies the following conditions:

a) $k(x,y) \geqslant 0$, for all $y < x$, $x, y \in (0, \infty)$,

b) $k(x_1, y) \ll k(x_2, y)$ for $x_2 < x_1$, c) $k(x, y_1) \ll k(x, y_2)$ for $y_1 < y_2$.

The conditions a) and b) opposite to the Oinarov condition (see, for instance [1]).

Let $1 < p, q < \infty$, $1/p + 1/p' = 1$, $1/q + 1/q' = 1$. Denote

$$A_0 = \sup_{y>0} \left(\int_0^y u^{p'}(x)dx \right)^{1/p'} \left(\int_y^\infty k^q(x,y) v^q(x)dx \right)^{1/q}.$$

Let $1 < q < p < \infty$, $1/s = 1/q - 1/p$. Denote

$$B_0 = \left(\int_0^\infty \left[\left(\int_0^y u^{p'}(x)dx \right)^{1/q'} \left(\int_y^\infty k^q(x,y) v^q(x)dx \right)^{1/q} \right]^s u^{p'}(y)dy \right)^{1/s}.$$

The following result gives the sufficient conditions of $L^p - L^q$ boundedness for R.

Theorem 1. *a) If* $1 < p \leqslant q < \infty$ *and* $A_0 < \infty$, *then* $\|R\|_{L^p \to L^q} \ll A_0$;

b)If $1 < q < p < \infty$ *and* $B_0 < \infty$, *then* $\|R\|_{L^p \to L^q} \ll B_0$.

Remark. Let $k(x,y) = (x-y)^{\alpha-1}$, where $1/q' < \alpha < 1$, then the Theorem 1. gives us the sufficient conditions of boundedness for the Riemann–Liouville fractional operator (cf. [2]):

$$R_\alpha f(x) = v(x) \int_0^x \frac{u(y)f(y)}{(x-y)^{1-\alpha}} dy.$$

Denote

$$\tilde{A}_0 = \sup_{y>0} \left(\int_0^y u^{p'}(x)dx \right)^{1/p'} \left(\int_y^\infty \frac{v^q(x)}{x^{(1-\alpha)q}} dx \right)^{1/q},$$

$$\tilde{B}_0 = \left(\int_0^\infty \left[\left(\int_0^y u^{p'}(x)dx \right)^{1/q'} \left(\int_y^\infty \frac{v^q(x)}{x^{(1-\alpha)q}} dx \right)^{1/q} \right]^s u^{p'}(y)dy \right)^{1/s}.$$

The necessary conditions of boundedness for the operator $R_\alpha : L^p \to L^q$ are provided by the following statement.

Theorem 2. *Let* $R_\alpha : L^p(\mathbb{R}^+) \to L^q(\mathbb{R}^+)$ *is bounded and* $1/q' < \alpha < 1$.

a) If $1 < p \leqslant q < \infty$, *then* $\|R_\alpha\|_{L^p \to L^q} \gg \tilde{A}_0$;

b) If $1 < q < p < \infty$, *then* $\|R_\alpha\|_{L^p \to L^q} \gg \tilde{B}_0$.

The following natural corollary gives us the criterion of boundedness for the operator $R_\alpha : L^p \to L^q$. Denote

$$I_k(y) = \int_y^\infty \frac{v^q(x)}{(x-ky)^{(1-\alpha)q}} dx, \quad J_k(y) = \int_0^y \frac{u^{p'}(x)}{(y-kx)^{(1-\alpha)p'}} dx.$$

Corollary. *Let* $1/q' < \alpha < 1$.

a) If $1 < p \leqslant q < \infty$ *and* $I_0(y) \approx I_1(y) < \infty$ *or* $J_0(y) \approx J_1(y) < \infty$ *for* $y \in (0, \infty)$, *then* $R_\alpha : L^p(\mathbb{R}^+) \to L^q(\mathbb{R}^+)$ *is bounded if and only if* $\tilde{A}_0 < \infty$. *Moreover,* $\|R_\alpha\|_{L^p \to L^q} \approx \tilde{A}_0$;

b) If $1 < q < p < \infty$ and $I_0(y) \approx I_1(y) < \infty$, then $R_\alpha : L^p(\mathbb{R}^+) \to L^q(\mathbb{R}^+)$ is bounded if and only if $\tilde{B}_0 < \infty$. Moreover, $\|R_\alpha\|_{L^p \to L^q} \approx \tilde{B}_0$.

Remark. There exist analogous statements for the dual operators R^*, $R^*_\alpha : L^{q'} \to L^{p'}$.

References

1. *Oinarov R.* Two-sided norm estimates for certain class of integral operators. Proc. Steklov Inst. Math. 1994. V. 204, 205–214.
2. *D.V. Prokhorov, V.D. Stepanov.* Weighted estimates for the Riemann–Liouville operators and applications. Proc. Steklov Inst. Math., 2003. V.248, 289–312.

EQUIVALENT QUASI-NORMS INVOLVING DIFFERENCES AND MODULI OF CONTINUITY

Senouci Kader*

Ibn-Khaldoun University

Tiaret, Algeria, Cite 50, logts Universitaire

Phone: 213-46423417, e-mail: Kamer102000@yahoo.fr

Definition. Let $\lambda > 0$, $\sigma \in \mathbb{N}$, $\sigma > \lambda$, $0 < \pi$, $\theta \leqslant \infty$. A function ϕ belongs to the Nikols'kii–Besov space $B^l_{P,\theta}(\mathbb{R}^n)$ if ϕ is measurable on $\mathbb{R}^n$ and

$$\|f\|_{B^l_{P,\theta}(\mathbb{R}^n)} = \|f\|_{L_P(\mathbb{R}^n)} + \left(\int\limits_{\mathbb{R}^n} \left(\frac{\|\Delta^\sigma_h f\|_{L_P(\mathbb{R}^n)}}{|h|^l} \right)^\theta \frac{dh}{|h|^n} \right)^{1/\theta} < \infty,$$

Where $\Delta^\sigma_h f$ is the difference of the function f of order σ with step $h \in \mathbb{R}^n$. Moreover, $f \in \tilde{B}^l_{p,\theta}(\mathbb{R}^n)$ if f is measurable on $\mathbb{R}^n$ and

$$\|f\|_{\widetilde{B}^l_{P,\theta}}(\mathbb{R}^n) = \|f\|_{L_P(\mathbb{R}^n)} + \left(\int\limits_0^\infty \left(\frac{\omega_\sigma(\delta, f)_p}{\delta^l} \right)^\theta \frac{d\delta}{\delta} \right)^{1/\theta} < \infty,$$

Where $\omega_\sigma(\delta, f)_P$ is the L_p modulus of continuity of function f of order σ.

Theorem. *Let $l > 0$, $\sigma \in N$, $0 < p$, $\theta \leqslant \infty$.*

1. *The quasi-norms $\|\cdot\|_{B^L_{P,\theta}(\mathbb{R}^n)}$ corresponding to different $\sigma > l$ are equivalent.*
2. $B^l{}_{P,\theta}(\mathbb{R}^n) = \tilde{B}^l_{p,\theta}(\mathbb{R}^n)$ *and the quasi-norms* $\|\cdot\|_{B^l_{P,\theta}(\mathbb{R}^n)}$ *and* $\|\cdot\|_{\widetilde{B}^l_{p,\theta}}(\mathbb{R}^n)$ *with $\sigma > l$ are equivalent.*
3. *The quasi-norms $\|\cdot\|_{\widetilde{B}^l_{p,\theta}}(\mathbb{R}^n)$ corresponding to different $\sigma > l$ are equivalent.*

*Joint work with V.Burenkov and T.Tararykova.

Note that statement 3 follows by statements 1 and 2.

References

1. *Burenkov V.I.* Sobolev spaces on domains B.G. Teubner. Stuttgart–Leipzig, 1998.

HAUSDORFF SPECTRA AND LIMITS IN FUNCTIONAL ANALYSIS

Smirnov E.I.

Pedagogocal University, Department of Mathematics

Russia, 150000 Yaroslavl, Respublikanskaya, 108

e-mail: `smirn@yspu.yar.ru`

The study which was carried out in [1–2] of the derivatives of the projective limit functor acting from the category of countable inverse spectra with values in the category of locally convex spaces made it possible to resolve universally homomorphism questions about a given mapping in terms of the exactness of a certain complex in the abelian category of vector spaces. Later in [3] a broad generalization of the concepts of direct and inverse spectra of objects of an additive semiabelian category $\boldsymbol{G}$ (in the sense V.P. Palamodov) was introduced: the concept of a Hausdorff spectrum, analogous to the δ_s-operation in descriptive set theory. This idea is characteristic even for algebraic topology, general algebra, category theory and the theory of generalized functions. The construction of Hausdorff spectra $\boldsymbol{X} = \{X_s,\ \boldsymbol{F},\ h_{s's}\}$ is achieved by successive standard extension of a small category of indices Ω. The category $\boldsymbol{H}$ of Hausdorff spectra turns out to be additive and semiabelian under a suitable definition of spectral mapping. In particular, $\boldsymbol{H}$ contains V.P. Palamodov's category of countable inverse spectra with values in the category TLG of locally convex spaces [1]. The H-limit of a Hausdorff spectrum in the category TLG generalizes the concepts of projective and inductive limits and is defined by the action of the functor Haus: $\boldsymbol{H} \to TLC$. The class of H-spaces is defined by the action of the functor Haus on the countable Hausdorff spectra over the category of Banach spaces; the closed graph theorem holds for its objects [8] and it contains the category of Fréchet spaces and the categories of spaces due to De Wilde [7], D.A. Rajkov [5] and Smirnov [8]. The H-limit of a Hausdorff spectrum of H-spaces is an H-space [3]. It is shown in the present paper that in the category there are many injective objects and the right derivatives Haus^i $(i = 1, 2, \dots)$ are defined, while the «algebraic» functor Haus:$\boldsymbol{H}(L) \to L$ over the abelian category L of vector spaces (over $\mathbf{R}$ or $\mathbf{C}$) has injective type, that is if

$$0 \to \boldsymbol{X} \to \boldsymbol{Y} \to \boldsymbol{Z}$$

is an exact sequence of mappings of Hausdorff spectra with values in L, then the limit sequence

$$0 \to \mathrm{Haus}(\boldsymbol{X}) \to \mathrm{Haus}(\boldsymbol{Y}) \to \mathrm{Haus}(\boldsymbol{Z})$$

is exact or acyclic in the terminology of V.P. Palamodov [2]. In particular, regularity of the Hausdorff spectrum $\boldsymbol{X}$ of the nonseparated parts of $\boldsymbol{Y}$ guarantees the exactness of the functor Haus:$\boldsymbol{H}(TLC) \to TLC$ and the condition of vanishing at zero: $\mathrm{Haus}^1(\boldsymbol{X}) = 0$. The classical results of Malgrange and Ehrenpreis on the solvability of the unhomogeneous equation $p(D)D' = D'$, where $p(D)$ is a linear differential operator with constant coefficients in $\mathbb{R}^n$ and $D' = D'(S)$ is the space of generalized functions on a convex domain $S \subset \mathbb{R}^n$, can be extended to the case of sets S which are not necessarily open or closed. The space of test functions on such sets $S \subset \mathbb{R}^n$ is an H-space (generally nonmetrizable), that is

$$D(S) = \bigcup_{F \in \mathbf{F}} \bigcap_{s \in F} D(T_s), \tag{1}$$

where $\{\bigcap\limits_{s \in F} T_s\}_{F \in F}$ forms a fundamental system of bicompact subsets of S and $D(T_s)$ is the Fréchet space of test functions with supports in the closed sets $T_s \subset \mathbb{R}^n$, where $S = \bigcup\limits_{F \in F} \bigcap\limits_{s \in F} T_s$. By means of homological methods a criterion is established for vanishing at zero, $\mathrm{Haus}^1(\boldsymbol{X}) = 0$, for the functor Haus of a Hausdorff limit associated with the representation (1), where $\boldsymbol{X}$ is the Hausdorff spectrum of the kernels of the operators $p(D)$: $D'(T_s) \to D'(T_s)$ $(s \in |\boldsymbol{F}|)$. The condition $\mathrm{Haus}^1(\boldsymbol{X}) = 0$ is equivalent to the condition that the operator $p(D)$: $D'(S) \to D'(S)$ is an epimorphism.

References

1. *Palamodov V.P.* Functor of projective limit in the category of topological linear spaces. Math. Collect., V.75. N4 (1968), P.567–603.
2. *Palamodov V.P.* Homological methods in the theory of locally convex spaces. UMN., V.26. N1(1971), P.3–65.
3. *Smirnov E.I.* Hausdorff spectra in functional analysis. Springer–Verlag, London, 2002. 209p.
4. *Zabreiko P.P., Smirnov E.I.* On the closed graph theorem. Siberian Math. J., V.18. N.2 (1977), P.305–316.
5. *Rajkov D.A.* On the closed graph theorem for topological linear spaces. Siberian Math. J., V.7. N2 (1966), P.353–372.
6. *Smirnov E.I.* On continuity of semiadditive functional. Math. Notes., 1976. V.19. N4 (1976), P.541–548.
7. *Wilde M.* Reseaus 1966dans les espaces lineaires a seminormes. Mem. Soc. Roi. Sci. Liege., V.19. N4 (1969), P.1–104.
8. *Smirnov E.I.* Hausdorff spectra and the closed graph theorem // Pitman Research Notes in Mathematics Series, Longman, England, 1994. P.37–50.

ОБ ОБОБЩЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛАХ РИССА И ДРОБНО МАКСИМАЛЬНЫХ ФУНКЦИЯХ ПОРОЖДЕННЫХ ОПЕРАТОРОМ ОБОБЩЕННОГО СДВИГА

Абдуллаев С.К., Керимов М.К.

ИММ НАН Азербайджана, Бакинский Гос. Унив.

Пусть $R_{k,+}^m = \{x = (x_1, \ldots, x_m) \subset \mathbb{R}^m : x_1 > 0, \ldots, x_k > 0\}$. $\Omega_{p,\alpha}$ класс функций $\omega : (0, \infty) \to (0, \infty)$ таких, что ω возрастает, $t^{-\frac{\alpha}{p}+\varepsilon}\omega(t)$ убывает для некоторого $\varepsilon > 0$ и $\omega(t)\, t^{-1}$ интегрируема в окрестности нуля.

Рассмотрим обобщенный потенциал Рисса

$$(I_B^\omega u)(x) = \int\limits_{R_{k,+}^m} f(y)\, T_k^y \left(\frac{\omega(x)}{|x|^{m+2|\nu|}}\right) d\mu(y), \quad x \in R_{k,+}^m,$$

и обобщенную дробно-максимальную функцию

$$M_B^\omega (f(x)) = \sup_{\varepsilon>0} \frac{\omega(|B\ (0,\varepsilon)|)}{|B\ (0,\varepsilon)|} \int\limits_{B\ (0,\varepsilon)} T^y f(x)\, d\mu(y)$$

где

$$(T_k^y u)(x) = C_\nu \int\limits_0^\pi \ldots \int\limits_0^\pi u\Big(\sqrt{x_1^2 - 2x_1 y_1 \cos\alpha_1 + y_1^2}, \ldots,$$
$$\ldots, \sqrt{x_k^2 - 2x_k y_k \cos\alpha_k + y_k^2},\ x_{k+1} - y_{k+1}, \ldots, x_m - y_m\Big) \times$$
$$\times \sin^{2\nu_1 - 1}\alpha_1 \ldots \sin^{2\nu_1 - 1}\alpha_k\, d\alpha_1 \ldots d\alpha_k$$

есть обобщенный сдвиг [1], ассоциированный с дифференциальным оператором Лапласа–Бесселя:

$$\Delta_B = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^k \frac{2\nu_i}{x_i}\frac{\partial}{\partial x_i},$$
$$\nu_1 > 0, \ldots, \nu_k > 0, \quad |\nu| = \nu_1 + \ldots + \nu_k, \quad d\mu(y) = y_1^{2\nu_1} \ldots y_k^{2\nu_k} dy,$$

$$B\ (0,\varepsilon) = \left\{y \in R_{k,+}^m : |y| < \varepsilon\right\},$$

$$|B\,(0,\varepsilon)| = \int\limits_{B(0,\varepsilon)} d\mu(y). L_\nu^p\left(R_{k,+}^m\right) =$$

$$= \left\{ f \text{ — изм. } : \|f\|_{L^p_\nu} = \int\limits_{R^m_{k,+}} |f(y)|^p d\mu(y) < +\infty \right\},$$

$$L^\Phi_\nu(R^m_{k,+}) = \left\{ f \text{ — изм. } : \|\Phi\|_{L^\Phi_\nu} = \inf \left\{ \lambda > 0, \int\limits_{R^m_{k,+}} \Phi\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right) d\mu(y) < \infty \right\}\right\}$$

— пространство Орлича порожденное N-функцией Φ.

Теорема. Пусть $1 \leqslant p < \infty$, $\omega \in \Omega_{p,(m+2\nu)}$. Тогда

а) для каждой $f \in L^p_\nu\left(R^m_{k,+}\right)$ интеграл $I^\omega_B f$ сходится абсолютно для почти всех $x \in R^m_{k,+}$.

б) существует N-функция Φ такая, что

$$c^{-1}\Phi^{-1}\left(r^{-(m+2|\nu|)}\right) \leqslant r^{-\frac{m+2|\nu|}{p}} \int\limits_0^r \omega(t)\, t^{-1} dt \leqslant c\Phi^{-1}\left(r^{-(m+2|\nu|)}\right), \quad r > 0.$$

где c не зависит от r, и

б$_1$) при $p > 1$ существует $c > 0$ такое, что

$$\|I^\omega_B f\|_{L^\Phi_\nu\left(R^m_{k,+}\right)} \leqslant c\|f\|_{L^p_\nu}, \quad f \in L^p_\nu$$

б$_2$) существует $c > 0$ такое, что для любой функции $f \in L^1_\nu$

$$\int\limits_{\left\{x:\left|I^\omega_B f(x)\right| > 2\beta\right\}} d\mu(x) \leqslant \left\{\Phi\left[\left(\frac{c}{\beta}\|f\|_{L^1_\nu}\right)^{-1}\right]\right\}^{-1}, \quad \beta > 0.$$

Эта теорема справедлива также и для M^ω_B.

Когда $\omega(t) = t^\alpha$, $0 < \alpha < m + 2|\nu|$ получаем результаты работы [2].

Список литературы

1. *Левитан Б.М.* //Успехи матем. наук, 6,№ 2 (1951), – с.102–143.
2. *Гараханова Н.Н.* Proc. of IMM of Azerbaijan AS, V.XV (XXIII), p.52–61.

ЗАДАЧА О ТОЧЕЧНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ: ЗАВИСИМОСТЬ ОТ РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА И ПОРЯДКА ОПЕРАТОРА

Антоневич А.Б., Романчук Т.А.

Белорусский госуниверситет

Минск-220050, пр. Независимости 4

e-mail: `antonevich@bsu.by`

Пусть L — эллиптический самосопряженный дифференциальный оператор порядка m в пространстве $L_2(\mathbb{R}^d)$. Дифференциальное выражение с обобщенным коэффициентом вида

$$Lu + a\delta u, \quad u \in L_2(\mathbb{R}^d), \tag{1}$$

где δ есть обобщенная функция Дирака, a — некоторая величина, называемая константой связи, является формальным и не задает оператор в пространстве $L_2(\mathbb{R}^d)$, поскольку не определено произведение δu.

Наиболее часто встречающийся пример — символическое выражение

$$\Delta u + a\delta u, \tag{2}$$

где Δ — оператор Лапласа.

Ф.А. Березиным и Л.Д. Фаддевым в [1] было показано, что при $d = 3$ выражению (2) естественно соответствует целое семейство допустимых самосопряженных операторов в пространстве $L_2(\mathbb{R}^d)$. Их рассуждения переносятся на общую ситуацию и заключаются в следующем.

На области определения, состоящей из гладких функций, обращающихся в нуль в окрестности точки 0, выражение (1) задает симметрический оператор A_0, являющийся сужением оператора L. Допустимым оператором может быть любое самосопряженное расширение оператора A_0. В частности, одним из самосопряженных расширений является исходный оператор L, такое расширение будем называть *тривиальным.*

Выражение вида (1) возникает в задаче о точечном взаимодействии. В приложениях оператор L описывает свойства некоторой системы частиц, а его возмущение — обычно это оператор вида $Lu + q(x)u$ — описывает свойства этой системы при действии дополнительных внешних сил, для которых функция q является потенциалом. О точечном взаимодействии говорят в ситуации, когда внешние силы действуют только на малом расстоянии от источника, расположенного в заданной точке, например, в точке 0. Тогда соответствующие потенциалы сосредоточены в малой окрестности нуля.

Обозначив через ε типичный размер указанной малой окрестности, получают некоторое семейство возмущенных операторов L_ε, зависящее от малого параметра $\varepsilon \neq 0$.

Задача заключается в нахождении предела семейства операторов L_ε при $\varepsilon \to 0$, т.е. описании поведения операторов L_ε при стягивании малой окрестности в точку.

В обычном смысле предел семейства L_ε не существует, а формальный переход к пределу при $\varepsilon \to 0$ приводит к выражению вида (1), которому может соответствовать целое семейство самосопряженных операторов. Поэтому рассматривается предел семейства операторов L_ε в смысле резольвентной сходимости, который автоматически оказывается одним из допустимых самосопряженных расширений. При этом тривиальное расширение возникает в случае, когда потенциал с малым носителем мало влияет на свойства оператора и в пределе это влияние исчезает.

Таким образом, реальной ситуации соответствует некоторая аппроксимация формального выражения (1) семейством обычных операторов L_ε, а задача заключается в вычислении предела этого семейства в смысле резольвентной сходимости. Обзор этого направления исследований см. в [2].

Наиболее простая конструкция аппроксимирующего семейства операторов L_ε, описанная ниже, была предложена Б.Саймоном [3]. Пусть функция φ из пространства Шварца $D(\mathbb{R}^d)$ удовлетворяет условию $\int \varphi(x)dx = 1$. Обозначим $\varphi_\varepsilon(x) = \varepsilon^{-d}\varphi(\frac{x}{\varepsilon})$ и рассмотрим семейство δ_ε интегральных операторов ранга 1, действующих по формуле

$$(\delta_\varepsilon u)(x) = \int \varphi_\varepsilon(y)u(y)\,dy\varphi_\varepsilon(x).$$

Так как в смысле обобщенных функций $(\delta_\varepsilon u)(x) \to u(0)\delta$, семейство операторов

$$L_\varepsilon = L + a(\varepsilon)\delta_\varepsilon \tag{3}$$

является одной из возможных аппроксимаций выражения (1). Обычно рассматриваются коэффициенты вида $a(\varepsilon) = a_0 + a_1\varepsilon + a_2\varepsilon^2 + \ldots$.

В случае $L = \Delta$ при исследовании аппроксимаций вида (3) оказалось, что при разных размерностях d возникают качественно различные ситуации — различные виды зависимости предела от коэффициента $a(\varepsilon)$.

1) При $d = 1$ *типичным* является случай, когда предел семейства L_ε оказывается нетривиальным самосопряженным расширения оператора A_0: предел нетривиальный, если $a_0 \neq 0$.
2) При $d = 3$ случай нетривиального предела является *исключительным*: предел может оказаться нетривиальным только при $a_0 = 0$ и при этом существует только одно (т.н. резонансное) значение коэффициента a_1, при котором предел является нетривиальным самосопряженным расширением.
3) При $d \geqslant 4$ существует только тривиальное расширение.

В докладе рассмотрены операторы L любого порядка m в пространстве $\mathbb{R}^d$ любой размерности d. Показано, что, в зависимости от соотношений между величинами d и m, возможны только три описанные выше ситуации. А именно, при $d < m$ имеет место ситуация 1), при $m \leqslant d < 2m$ — ситуация

2), при $2m \leqslant d$ — ситуация 3). Получен явный вид соответствующих предельных операторов в каждом из указанных случаев.

Отметим также, что возникающие здесь проблемы непосредственно связаны с нелинейной теорией обобщенных функций, в которой рассматриваются подходы, позволяющие придать смысл произведению обобщенных функций [4].

Список литературы

1. *Березин Ф. А., Фаддеев Л.Д.* Замечание об операторе Шредингера с сингулярным потенциалом // Докл. АН СССР. – 1961. – 32. – С. 372-375.
2. *Альбеверио С., Гестези Ф., Хёэг-Крон З., Хольден Х.* Решаемые модели в квантовой механике, М.: Мир, 1991. –566 с.
3. *Gesztesy F., Simon B.* Rank-one perturbations at infinite coopling // J. Funct. Anal. – 1995. – 128.– P.245-252.
4. *M.Grosser, G. Hörmann, M. Kunzinger and M. Oberguggenberger(Eds.)* Nonlinear Theory of Generalized Functions. Chapman&Hall/CRC Research notes in Math.,Vol. 401. 1999.

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ НОРМИРОВКЕ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ СОБОЛЕВА–СЛОБОДЕЦКОГО

Арендаренко Л.С., Оспанова А.Б.

РГКП Институт прикладной математики МОН РК

г. Караганда, 100028, ул. Университетская, 28

Тел.: (7212)742987, Факс: (7212)742987, e-mail: leili2006@mail.ru

В работе рассмотрена задача о представлении весового пространства Соболева–Слободецкого $W_p^s(\rho_0, \rho_1)$ с конечной нормой

$$\|f; W_p^s(\rho_0,\rho_1)\| = \left(\iint\limits_{II} \frac{|\rho_0(x)^{1/p} f^{(m)}(x) - \rho_0(y)^{1/p} f^{(m)}(y)|}{|x-y|^{1+\lambda p}} dxdy + \right. \\ \left. + \int\limits_I \rho_1(x)|f(x)|^p dx \right)^{1/p}$$

в форме $l_p(A_j)$, где A_j — счетное семейство банаховых пространств, а

$$l_p(A_j) \stackrel{\text{def}}{=} \{a = \{a_j\} \quad \text{и} \quad \|a\|_{l_p(A_j)} < \infty\},$$

где $\|a\|_{l_p(A_j)} = \left(\sum\limits_j \|a_j\|_{A_j}^p \right)^{1/p}$.

Представление нормированного пространства X как $l_p(A_j)$ имеет важные приложения в ряде задач функционального анализа, связанных с вопросами интерполяции, теорем вложения, ограниченности операторов в X.

Пусть $I = R$, $\upsilon : R \to (0,1]$ — функция, удовлетворяющая условиям:

а) $2\Delta(x) \subset I$, где $\Delta(x) = \Big(x - \dfrac{\upsilon(x)}{2},\, x + \dfrac{\upsilon(x)}{2}\Big)$;

б) $\exists \eta$, $0 < \eta < 1$, такое, что $\upsilon(y) \geqslant \eta\upsilon(x)$, если $y \in \Delta(x)$.

Обозначим через $L(R, loc)$ пространство локально суммируемых в R функций. $W_p^s(\Delta)$ — пространство Соболева–Слободецкого с нормой

$$\big\|f; W_p^s(\Delta)\big\| = \begin{cases} \left(\displaystyle\iint\limits_{\Delta\Delta} \frac{|f^{(m)}(x) - f^{(m)}(y)|}{|x-y|^{1+\lambda p}}\, dxdy + \int\limits_{\Delta} |f(x)|^p dx\right)^{1/p}, \\ \qquad \text{если} \quad s > 0 \text{ — нецелое;} \\ \left(\displaystyle\int\limits_{\Delta} |f^{(m)}(x)|^p dx + \int\limits_{\Delta} |f(x)|^p dx\right)^{1/p}, \\ \qquad \text{если s= 1,2,\ldots} \end{cases}$$

Δ — интервал в R, $W_p^s = W_p^s(R)$.

Из семейства интервалов $\{\Delta(x),\, x \in I\}$ можно выделить двойное B-покрытие $\{\tilde{\Delta}_j, \Delta_j\}_{j=1}^{\infty}$ интервала I, $\Delta_j = \Delta(x_j)$, $\tilde{\Delta}_j = \dfrac{4}{3}\Delta_j$. Пусть $\tilde{\chi}$, χ — коэффициенты конечной разделимости покрытий $\{\tilde{\Delta}_j\}_{j=1}^{\infty}$ и $\{\Delta_j\}_{j=1}^{\infty}$ соответственно.

Пусть далее $\Psi = \{\psi_j\}_{j=1}^{\infty}$ — разбиение единицы, соответствующее покрытию $\{\tilde{\Delta}_j, \Delta_j\}_{j=1}^{\infty}$. Для каждого ψ_j выполнены условия:

$$\sup p\psi_j \subset \tilde{\Delta}_j,\ 0 \leqslant \psi_j \leqslant 1,\ \ \psi_j = 1 \quad \text{на} \quad \Delta_j;$$

$$\sup_{\tilde{\Delta}_j} |\psi_j^{(k)}| \leqslant c(k) d_j^{-k}.$$

Определим пространство

$$H_p^s(\rho_0, \rho_1) = \{f \in L(I, loc) :\ \big\|f; H_p^s(\rho_0, \rho_1)\big\| < \infty\},$$

где

$$\big\|f; H_p^s(\rho_0, \rho_1)\big\| = \left[\sum_{j=1}^{+\infty} \Big(\rho_0(x_j) \|f\psi_j\|_{W_p^s}^p + \rho_1(x_j) \|f\psi_j\|_{L_p(I)}^p\Big)\right]^{1/p}.$$

Ниже через c будет обозначаться постоянная, зависящая только от числовых параметров.

Теорема. *Пусть вес ρ есть дифференцируемая на I функция, удовлетворяющая условию: существует $M > 0$ такое, что:*

$$\sup_{\xi \in \Delta(x)} |\rho'(\xi)| \leqslant M \frac{\rho(x)}{\upsilon(x)} \ \ \forall x \in I.$$

Тогда имеет место равенство:

$$W_p^s(\rho_0, \rho_1) = H_p^s(\rho_0, \rho_1),$$

где $\rho_0 = \rho^p(x),\ \rho_1 = \rho^p(x)\upsilon^{-sp}(x)$.

Список литературы

1. *Арендаренко Л.С., Оспанова А.Б.* Об эквивалентной нормировке в весовых пространствах Соболева–Слободецкого. – Вестник КарГУ. №2. 2007. С. 4–11.

ОБ ОДНОЙ ТЕОРЕМЕ ВЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛЕБЕГА С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И СО СМЕШАННОЙ НОРМОЙ

Бандалиев Р.А.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

г.Баку, ул.Ф.Агаева 9

e-mail: bandalievr@rambler.ru

В последнее время интенсивно изучаются механические свойства специальных комплексных материалов. Такие материалы могут быстро менять свои физические характеристики. Воздействие внешнего электромагнитного потока вызывает изменение вязкости у жидкостей из таких материалов. Изменение в тысячу раз может происходит за сотые доли секунд. Вообще, жидкости с аналогичной структурой в литературе принято называть электрореологической жидкостью. Математическая модель данного процесса была составлена Рузичком в работе [1]. Эта модель основана на общем законе сохранения масс, линейного момента, углового момента, энергии, второго закона термодинамики в форме Клазиуса–Духема и уравнения Максвелла в форме Минковского. В аналогичной модели для другого типа жидкостей Жиковым в работе [2] была рассмотрена зависимость от температуры. Поэтому в последнее время стало актуальным изучение пространств Лебега с переменным показателем суммируемости. Эти пространства непосредственно были связаны вышеуказанными моделями. Этим пространствам посвящены многочисленные работы(см.напр.[3]–[5]). Поэтому возникает необходимость исследовать также, пространства Лебега со смешанной нормой и с переменными показателями суммируемости, которые введены автором в работе [6].

Пусть $\mathbb{R}^n$ — n-мерное Евклидово пространство точек $x = (x_1, \ldots, x_n)$, Ω измеримое по Лебегу подмножество в $\mathbb{R}^n$. Предположим, что $\mathbf{p}(x) = (p_1(x_1, \ldots, x_n), p_2(x_2, \ldots, x_n), \ldots,\ p_n(x_n))$-вектор-функция определенная в $\mathbb{R}^n$ и с измеримыми по Лебегу компонентами удовлетворяющими неравенствам

$$1 \leqslant p_i(x^{(i)}) \leqslant \overline{p}_i < \infty, \quad x^{(i)} = (x_i, \dots, x_n),$$
$$\overline{p}_i = ess \sup_{x \in \mathbb{R}^{n-i+1}} p_i(x^{(i)}), \quad \underline{p}_i = ess \inf_{x \in \mathbb{R}^{n-i+1}} p_i(x^{(i)}), \quad i = 1, \dots, n.$$

Пространство $L_{\mathbf{p}(x)}(\mathbb{R}^n) = L_{\left(p_1(x),\ p_2\left(x^{(2)}\right), \dots, p_n(x_n)\right)}(\mathbb{R}^n)$ определяется как пространство измеримых на $\mathbb{R}^n$ функций f таких, что

$$\int\limits_R \left(\left\| \cdots \left\| \|f\|_{p_1, x_1} \right\|_{p_2, x_2} \cdots \right\|_{p_{n-1}, x_{n-1}} (x_n) \right)^{p_n(x_n)} dx_n < \infty.$$

Величина

$$\|f\|_{L_{\mathbf{p}(x)(\mathbb{R}^n)}} = \|f\|_{L_{\left(p_1(x),\ p_2\left(x^{(2)}\right), \dots,\ p_n(x_n)\right)}(\mathbb{R}^n)} =$$
$$= \left\| \cdots \left\| \|f\|_{p_1, x_1} \right\|_{p_2, x_2} \cdots \right\|_{p_n, x_n} = \|f\|_{\mathbf{p}} =$$
$$= \inf \left\{ \nu > 0 : \int\limits_R \left(\frac{\left\| \cdots \left\| \|f\|_{p_1,\ x_1} \right\|_{p_2,\ x_2} \cdots \right\|_{p_{n-1},\ x_{n-1}} (x_n)}{\nu} \right)^{p_n(x_n)} dx_n \leqslant 1 \right\} \quad (1)$$

является нормой элемента $f \in L_{\mathbf{p}(x)}(\mathbb{R}^n)$ ([см.6]). В работе [7] доказано, что величина определенный равенством (1) определяет одну из эквивалентных норм в пространстве $L_{\mathbf{p}(x)}(\mathbb{R}^n)$ и это пространство является полным пространством, т.е., рассмотренное пространство является банаховым пространством по отношению к рассмотренной норме. Справедлива следующая

Теорема. *Предположим, что* $\mathbf{p}(x) = \left(p_1(x), p_2(x^{(2)}), \dots, p_n(x_n)\right)$ *и* $\mathbf{q}(x) = (q_1(x), q_2(x^{(2)}),\ \dots, q_n(x_n))$ *две вектор-функции такие, что* $\mathbf{1} \leqslant \mathbf{p}(x) \leqslant \mathbf{q}(x) \leqslant \overline{\mathbf{q}} < \infty$, $x \in I = \{x \in \mathbb{R}^n\!:\ -\infty \leqslant a_i < x_i < b_i \leqslant +\infty,$ $i = 1, \dots, n\}$, $i = 1, \dots, n$ *и пусть выполняются следующие условия:*

$$A_i = \sup_{(x_{i+1}, \cdots, x_n)} \int\limits_{a_i}^{b_i} \left[q_i\left(x^{(i)}\right) - p_i\left(x^{(i)}\right)\right] dx_i < \infty,\ i = 1, \cdots, n-1,$$

$$A_n = \int\limits_{a_n}^{b_n} \left[q\left(x_n\right) - p\left(x_n\right)\right] dx_n < \infty.$$

Тогда имеет место непрерывное вложение $L_{\mathbf{q}(x)}(I) \hookrightarrow L_{\mathbf{p}(x)}(I)$ *и*

$$\|f\|_{L_{\mathbf{q}(x)}(I)} \leqslant \prod_{i=1}^{n} \left[B_i(p_i, q_i)\right]^{\gamma_i} \|f\|_{L_{\mathbf{p}(x)}(I)},$$

где

$$B_i(p_i,q_i)=\frac{1}{\underline{r}_i}+\frac{A_i}{\underline{q}_i}\ ,\ \underline{r}_i=\inf_{x\in\mathbb{R}^{n-i+1}}\frac{q_i(x^{(i)})}{p_i(x^{(i)})}\ ,\ \gamma_i=\begin{cases}1/\underline{p}_i, & \text{при } B_i(p_i,q_i)\geqslant 1,\\ 1/\overline{p}_i, & \text{при } B_i(p_i,q_i)\leqslant 1.\end{cases}$$

Список литературы

1. *M.Ruzicka.* Electrorheological fluids: modeling and mathematical theory. Lecture Notes in Math., v.1748, Springer–Verlag, Berlin, 2000, 176 p.
2. *В.В. Жиков.* Усреднение функционалов вариационного исчисления и теории упругости. Изв.АН СССР, Сер.матем.,1986, т.50, No 4, с.675–710.
3. *И.И. Шарапудинов.* О топологии пространства $L^{p(t)}([0,1])$. Матем.заметки, 1979, т.26, No 4, с.613–637.
4. *O.Kovacik and J.Rakosnik.* On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{k,p(x)}$. Czech. Math. J., 1991, v.41(116), p.592–618.
5. *S.G. Samko.* Differentiation and integration of variable order and the spaces $L^{p(x)}$. Proc.Inter.Conf «Operator theory for complex and hypercomplex analysis» (Mexico city), 1994, p.203–219, Contemp.Math., 212, AMS, Providence, RI, 1998.
6. *Р.А. Бандалиев.* О пространстве $L_{\left(p_1(x),p_2(x^2),\ldots,p_n(x_n)\right)}(\mathbb{R}^n)$ со смешанной нормой. Тез.10-ой Меж. конф. по матем. и мех. посвященной 45-летию Инс. Матем. и Мех. НАН Азербайджана, Баку, 2004, 5–7 мая, с.38.
7. *R.A. Bandaliev, M.M. Abbasova.* On an inequality and $p(x)$ mean continuity in the variable Lebesgue space with mixed norm, Trans.of Nat.Acad. of Sci. of Azerb., No 7, v.26, p.49–58.

ОБ ОЦЕНКЕ СВЕРТОК В ПРОСТРАНСТВАХ МОРРИ

Батыров Б.Е.

Северо-Казахстанский государственный университет им. М.Козыбаева

г. Петропавловск, Республика Казахстан

Целью работы является изучение свойств функций, связанных с оценками сверток в пространствах Морри.

Пусть $\Omega\subset\mathbb{R}^n$ — открытое множество, говорят, что $f\in L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$, если для любого компакта $K\subset\Omega$ $f\in L_1(K)$.

В теории дифференциальных уравнений с частными производными наряду с весовыми пространствами $L_{p,w}$ важную роль играют пространства Морри $M_{p,\lambda}$. Эти пространства были введены С.Б. Морри в [1]. Они определяются следующим образом.

Определение. Пусть $0<\lambda<\infty, 1\leqslant p\leqslant\infty$. Тогда говорят, что $f\in M_{p,\lambda}$, если $f\in L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$ и

$$\|f\|_{M_{p,\lambda}}=\sup_{x\in\mathbb{R}^n,r>0} r^{-\frac{\lambda}{p}}\|f\|_{L_p(B(x,r))}<\infty. \quad (1)$$

Заметим, что если $\lambda=0$, то $M_{p,0}=L_p(\mathbb{R}^n)$. Если $\lambda=n$, то $M_{p,n}= =L_\infty(\mathbb{R}^n)$, а если $\lambda=0$ или $\lambda>n$, то $M_{p,\lambda}=\theta$.

Здесь $B(x,r)$ — шар радиуса r с центром в точке x.

Введем понятие свертки функций. Сверткой функций $f_1, f_2 \in L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$ называется функция $f_1 * f_2$, определяемая для любых $x \in \mathbb{R}^n$ равенством

$$(f_1 * f_2)(x) = \int\limits_{\mathbb{R}^n} f_1(x-y) f_2(y) dy, \tag{2}$$

если написанный интеграл существует и конечен.

Для пространств типа $L_p(\mathbb{R}^n)$известна следующая оценка норм сверток, которая называется неравенством Юнга (см. [2]). Пусть $1 \leqslant p_1, p_2 \leqslant p_3 \leqslant \leqslant \infty$ и $\dfrac{1}{p_1} = 1 - \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}$. Тогда для любых $f_1 \in L_{p_1}(\mathbb{R}^n)$, $f_2 \in L_{p_2}(\mathbb{R}^n)$ почти для всех $x \in \mathbb{R}^n$ существует свертка $(f_1 * f_2)(x), (f_1 * f_2)(x) \in L_{p_3}(\mathbb{R}^n)$ и

$$\|f_1 * f_2\|_{L_{p_3}(\mathbb{R}^n)} \leqslant \|f_1\|_{L_{p_1}(\mathbb{R}^n)} \|f_2\|_{L_{p_2}(\mathbb{R}^n)}. \tag{3}$$

Сформулируем аналог неравенства Юнга (3) для оценки норм сверток в пространствах Морри $M_{p,\lambda}$.

Теорема. *Пусть* $0 < \lambda < \infty$, $0 < r \leqslant 1$, $1 \leqslant p_1, p_2 \leqslant p_3 \leqslant \infty$ *и* $\dfrac{1}{p_1} = 1 - \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}$ *. Тогда для любых* $f_1 \in M_{p_1,\lambda}, f_2 \in M_{p_2,\lambda}$ *почти для всех* $x \in \mathbb{R}^n$ *существует свертка* $(f_1 * f_2)(x), (f_1 * f_2)(x) \in M_{p_3}(\mathbb{R}^n)$ *и*

$$\|f_1 * f_2\|_{M_{p_3,\lambda}} \leqslant \|f_1\|_{M_{p_1,\lambda}} \|f_2\|_{M_{p_2,\lambda}}. \tag{4}$$

Доказательство. Согласно (1) и (3) имеем

$$\|f_1 * f_2\|_{M_{p_3,\lambda}} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r>0} r^{-\frac{\lambda}{p_3}} \|f_1 * f_2\|_{L_{p_3}(B(x,r))} \leqslant$$

$$\leqslant \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r>0} r^{-\frac{\lambda}{p_3}} \|f_1\|_{L_{p_1}(B(x,r))} \|f_2\|_{L_{p_2}(B(x,r))} \leqslant$$

$$\leqslant \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r>0} r^{-\lambda \ \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}} \ \|f_1\|_{L_{p_1}(B(x,r))} \|f_2\|_{L_{p_2}(B(x,r))} =$$

$$= \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r>0} r^{-\frac{\lambda}{p_1}} \|f_1\|_{L_{p_1}(B(x,r))} \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r>0} r^{-\frac{\lambda}{p_2}} \|f_2\|_{L_{p_2}(B(x,r))} =$$

$$= \|f_1\|_{M_{p_1,\lambda}} \|f_2\|_{M_{p_2,\lambda}}.$$

Теорема доказана.

Список литературы

1. *C.B. Morrey.* On the solutions of quasi-linear elliptic partial differential equations // Trans. Amer.Math.Soc. – 1938. – V.43. – P.126–166.
2. *Буренков В.И.* Функциональные пространства. Основные интегральные неравенства, связанные с пространствами L_p. – М.: Изд-во УДН, 1989.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РИМАНА–ГИЛЬБЕРТА КАК ОТОБРАЖЕНИЯ НА НЕОДНОЛИСТНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК*

Безродных С.И., Власов В.И.

Вычислительный центр РАН, Россия,

e-mail: `sergeyib@pochta.ru`, `vlasov@ccas.ru`

Задача Римана–Гильберта, как известно, заключается в построении аналитической в верхней полуплоскости $\mathbf{H}^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ функции $\mathcal{P}^+ = u + iv$ по заданному на вещественной оси $\mathbb{R}$ граничному условию

$$\operatorname{Re}\big[\, h(x)\, \mathcal{P}^+(x)\, \big] = c(x), \qquad x \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Рассматривается случай, когда коэффициенты h и c задачи являются кусочно-гёльдеровыми функциями с разрывами первого рода в точках x_0, $x_1, \ldots,\ x_K$; здесь $x_0 := \infty$. Решение $\mathcal{P}^+$ задачи (1) ищется в классе аналитичных в $\mathbf{H}^+$ и непрерывных в $\overline{\mathbf{H}^+} \setminus \{x_k\}$ функций, удовлетворяющих в точке x_0 соотношению $\mathcal{P}^+(z) = \mathcal{O}(z^{\alpha_0+n_0})$, $z \to x_0$, а в точках x_k, $k = \overline{1, K}$, следующим соотношениям: $\mathcal{P}^+(z) = \mathcal{O}\big[(z - x_k)^{\alpha_k - n_k}\big]$, если $n_k \neq 0$, и $\mathcal{P}^+$ $+(z) = \mathcal{O}(1)$, если $n_k = 0$. Здесь $n_k \in \mathbb{Z}^+$ — заданные целые числа, а α_k — дробные части величин δ_k, определяемых по формулам $\delta_0 := \pi^{-1}\,[\arg h(+$ $+\infty) - \arg h(-\infty)]$, $\delta_k = \pi^{-1}\,[\arg h(x_k + 0) - \arg h(x_k - 0)]$, $k > 0$. Целые части этих величин обозначим μ_k (т.е. $\mu_k := [\delta_k]$). Для сформулированной задачи Римана–Гильберта установлены теоремы разрешимости, а искомая функция $\mathcal{P}^+$ выписана через модифицированные интегралы типа Коши.

Отдельно рассмотрена задача (1) с кусочно-постоянными коэффициентами, т.е. когда $h(x) = h_k$, $c(x) = c_k$ при $x \in (x_k, x_{k+1})$. В этом случае искомая функция $\mathcal{P}^+$ допускает яркую геометрическую интерпретацию, возможность которой в неявном виде была указана в диссертации Б. Римана 1851 года, и на которую наталкивают следующие наводящие соображения. Переписывая краевое условие (1) в виде $au - bv = c$, где $a + ib = h$, видим, что при постоянных a, b, c это условие представляет собой уравнение прямой на плоскости $w = u + iv$. Таким образом, в случае кусочно-постоянных коэффициентов естественно ожидать, что образом $\mathcal{P}^+(\mathbb{R})$ является многоугольный контур, а само решение $w = \mathcal{P}^+(z)$ осуществляет конформное отображение полуплоскости $\mathbf{H}^+$ на некоторый, возможно неоднолистный, многоугольник. Реализацией сформулированной трактовки решения задачи Римана–Гильберта с кусочно-постоянными

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 07–01–00500, № 07–01–00503), программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3 «Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач» и программы РАН «Современные проблемы теоретической математики», проект «Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики».

коэффициентами является найденное в настоящей работе его представление в виде обобщенного интеграла Кристоффеля–Шварца. Прежде чем его выписать, сформулируем теорему о разрешимости рассматриваемой задачи с кусочно-постоянными коэффициентами (предполагая $\alpha_k \neq 0$, $k = \overline{0, K}$).

Теорема. **(i)** *Если индекс* $\mu := n_0 - \mu_0 + \sum\limits_{k=1}^{K} (\mu_k + n_k)$ *неотрицателен, то решение* $\mathcal{P}^+$ *рассматриваемой задачи Римана–Гильберта с кусочно-постоянными коэффициентами имеет вид*

$$\mathcal{P}^+(z) = \mathcal{X}^+(z)\Big[P_\mu(z) + \mathcal{F}^+(z)\Big], \tag{2}$$

где $P_\mu(z)$ *— произвольный полином степени* μ *с вещественными коэффициентами,* $\mathcal{X}^+(\zeta) := ie^{-\arg h_K} \prod\limits_{k=1}^{K} (z - x_k)^{\alpha_k - n_k}$ *— каноническое решение задачи, а* $\mathcal{F}^+$ *определяется по формуле*

$$\mathcal{F}^+(z) := \sum_{k=0}^{K} \frac{c_k (z - \lambda_k)^\mu}{h_k \pi i} \int\limits_{\mathcal{L}_k} \frac{(t - \lambda_k)^{-\mu}}{\mathcal{X}^+(t)(t - z)}\, dt;$$

здесь $\mathcal{L}_0 := (-\infty,\, x_1)$, $\mathcal{L}_k := (x_k,\, x_{k+1})$, $\mathcal{L}_K := (x_K,\, +\infty)$, $\lambda_k \in \mathbb{R} \setminus \mathcal{L}_k$.

(ii) *Если* $\mu = -1$, *то единственное решение задачи дается формулой (2), где* $P_\mu \equiv 0$, *а в формуле для* $\mathcal{F}^+$ *следует положить* $\mu = 0$. *Если* $\mu < -1$, *то для разрешимости задачи необходимо и достаточно выполнения условий* $\int\limits_{\mathbb{R}} \dfrac{t^n c(t)}{h(t)\, \mathcal{X}^+(t)}\, dt = 0$, $n = \overline{0,\, |\mu| - 2}$, *а само решение дается той же формулой, что и при* $\mu = -1$.

Представление (2) для функции $\mathcal{P}^+$ было преобразовано к виду обобщенного интеграла Кристоффеля–Шварца:

$$\mathcal{P}^+(z) = ie^{-\arg h_K} \int_{z_*}^{z} \prod\nolimits_{k=1}^{K} (t - x_k)^{\alpha_k - n_k - 1}\, R(t)\, dt + w_*, \tag{3}$$

где R — полином с вещественными коэффициентами. Такое преобразование удалось осуществить при помощи найденной в работе формулы типа Якоби для функции Лауричеллы $F_D^{(n)}$ — гипергеометрической функции многих комплексных переменных. Указанная формула дает выражение для производной от произведения некоторых биномов на функцию Лауричеллы в виде произведения (других) биномов и полинома. Коэффициенты полинома R в формуле (3) выписаны явно в терминах функции Лауричеллы.

МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЙ ФУНКТОР ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Бекмаганбетов К.А., Нурсултанов Е.Д.

Казахстанский филиал МГУ им. М.В. Ломоносова

Астана (Казахстан)

Пусть $0 < \vec{\mathbf{p}} \leqslant \infty$, то есть $0 < p_{ij} \leqslant \infty$ для всех $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, при этом если $p_{ij} = \infty$, то будем считать, что $p_{ij+1} = \dots = p_{im} = \infty$.

Определим функционал $\Phi^*_{\vec{\mathbf{p}}}(a) = \Phi^*_{\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_m}(a)$ следующим образом: пусть

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1}(a) = \left(\sum_{k_n=1}^{\infty} \dots \left(\sum_{k_1=1}^{\infty} |a_{k_1,\dots,k_n}|^{p_{11}} \right)^{p_{21}/p_{11}} \dots \right)^{1/p_{n1}}.$$

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}(f) = \left(\sum_{k_n=1}^{\infty} \dots \left(\sum_{k_1=1}^{\infty} (\xi_{k_1,\dots,k_n}(a))^{p_{12}} \right)^{p_{22}/p_{12}} \dots \right)^{1/p_{n2}},$$

где последовательность

$$\xi_{k_1,\dots,k_n}(a) = \left(\sum_{l_n=2^{k_n-1}}^{2^{k_n}-1} \dots \left(\sum_{l_1=2^{k_1-1}}^{2^{k_1}-1} \left(a^{*_1,\dots,*_n}_{l_1,\dots,l_n} \right)^{p_{11}} \right)^{p_{21}/p_{11}} \dots \right)^{1/p_{n1}} \tag{1}$$

и $\{a^*\} = \left\{ a^{*_1,\dots,*_n}_{l_1,\dots,l_n} \right\}_{\mathbf{l=1}}^{\infty}$ — последовательность, полученная применением невозрастающей перестановки к последовательности $\{a_{k_1,\dots,k_n}\}_{\mathbf{k=1}}^{\infty}$ последовательно по индексам $k_{j_1}, \dots, k_{j_n}$.

Положим

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\dots\mathbf{p}_{m-1}}(a) = \left(\sum_{k_n=1}^{\infty} \dots \left(\sum_{k_1=1}^{\infty} (\xi_{k_1,\dots,k_n}(a))^{p_{1m-1}} \right)^{\frac{p_{2m-1}}{p_{1m-1}}} \dots \right)^{\frac{1}{p_{nm-1}}}. \tag{2}$$

Тогда функционал $\Phi^*_{\vec{\mathbf{p}}}(a) = \Phi^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\dots\mathbf{p}_m}(a)$ определяется следующим образом

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\dots\mathbf{p}_m}(a) = \left(\sum_{k_n=1}^{\infty} \dots \left(\sum_{k_1=1}^{\infty} (\eta_{k_1,\dots,k_n}(a))^{p_{1m-1}} \right)^{\frac{p_{2m-1}}{p_{1m-1}}} \dots \right)^{\frac{1}{p_{nm-1}}}, \tag{3}$$

где последовательность

$$\eta_{k_1,\ldots,k_n}(a)=\left(\sum_{l_n=2^{k_n-1}}^{2^{k_n}-1}\cdots\left(\sum_{l_1=2^{k_1-1}}^{2^{k_1}-1}\left(\xi^{*_1,\ldots *_n}_{l_1,\ldots,l_n}(a)\right)^{p_{1m-1}}\right)^{\frac{p_{2m-1}}{p_{1m-1}}}\cdots\right)^{\frac{1}{p_{nm-1}}} \qquad (4)$$

и $\xi^{*_1,\ldots,*_n}_{k_1,\ldots,k_n}(a)$ — из представления (2).

Анизотропным пространством Лебега $L^*_{\vec{\mathbf{p}}}(\mathbb{R}^m)$ назовем множество измеримых в $\mathbb{R}^m=\mathbb{R}^{m_1}\times\ldots\times\mathbb{R}^{m_n}$ функций f, для которых

$$\|f\|_{L^*_{\vec{\mathbf{p}}}(\mathbb{R}^m)}=\Phi^*_{\vec{\mathbf{p}}}(f)<\infty,$$

где функционал $\Phi^*_{\vec{\mathbf{p}}}(f)$ определяется следующим образом:

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1}(f)=\left(\int\limits_0^\infty\cdots\left(\int\limits_0^\infty|f(t_1,\ldots,t_n)|^{p_{11}}\,dt_1\right)^{p_{21}/p_{11}}\ldots dt_n\right)^{1/p_{n1}},$$

$$\Phi^*_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2\ldots\mathbf{p}_m}(f)=\Phi^*_{\mathbf{p}_2\ldots\mathbf{p}_m}(\xi(f)),$$

где последовательность

$$\xi_{k_1,\ldots,k_n}(f)=\left(\int\limits_{2^{k_n-1}}^{2^{k_n}}\cdots\left(\int\limits_{2^{k_1-1}}^{2^{k_1}}\left(f^{*_1,\ldots,*_n}(t_1,\ldots,t_n)dt_1\right)^{p_{11}}\right)^{\frac{p_{21}}{p_{11}}}\ldots dt_n\right)^{\frac{1}{p_{n1}}}, \qquad (5)$$

$f^*(\mathbf{t})=f^{*_1,\ldots,*_n}(t_1,\ldots,t_n)$ — функция, полученная применением невозрастающей перестановки последовательно по переменным $x_{j_1},\ldots,x_{j_n}$ в $\mathbb{R}^{m_1}$, $\ldots$, $\mathbb{R}^{m_n}$ при фиксированных остальных переменных и функционал $\Phi^*_{\mathbf{p}_2\ldots\mathbf{p}_m}(\cdot)$ определен равенством (3).

Пусть A_1 — банахово пространство, A_2 — функциональная банахова решетка. Через $\mathbf{A}=(A_1,A_2)$ обозначим пространство A_1 — значных измеримых функций таких, что $\|f\|_{A_1}\in A_2$ с нормой $\|f\|=\|\|f(x)\|_{A_1}\|_{A_2}$. Пространство $\mathbf{A}=(A_1,\ldots,A_n)$ определяется индуктивно и называется *анизотропным пространством размерности* n.

Пусть $\mathbf{A_0}=(A_1^0,\ldots,A_n^0)$ и $\mathbf{A_1}=(A_1^1,\ldots,A_n^1)$ — два анизотропных пространства, $E=\{\varepsilon=(\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_n):\varepsilon_i=0$ или $\varepsilon_i=1, i=1,\ldots,n\}$. Для произвольного $\varepsilon\in E$ определим пространство $\mathbf{A}_\varepsilon=(A_1^{\varepsilon_1},\ldots,A_n^{\varepsilon_1})$ с нормой $\|a\|_{\mathbf{A}_\varepsilon}=\|\ldots\|a\|_{A_1^{\varepsilon_1}}\ldots\|_{A_n^{\varepsilon_n}}$.

Пару анизотропных пространств $\mathbf{A_0}=(A_1^0,\ldots,A_n^0)$ и $\mathbf{A_1}=(A_1^1,\ldots,A_n^1)$ назовем совместимой, если найдется линейное хаусдорфово пространство, содержащее в качестве подмножеств пространства $\mathbf{A}_\varepsilon$, $\varepsilon\in E$.

Пусть $*=(j_1,\ldots,j_n)$ — некоторая перестановка последовательности $(1,\ldots,n)$, вектору $\varepsilon=(\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_n)\in E$ сопоставим $\varepsilon^*=(\varepsilon_{j_1},\ldots,\varepsilon_{j_n})\in E$. Определим K^* — функционал

$$K^*(\mathbf{t},a;\mathbf{A_0},\mathbf{A_1})=\inf\left\{\sum_{\varepsilon\in E}\mathbf{t}^\varepsilon\|a_{\varepsilon^*}\|_{\mathbf{A}_{\varepsilon^*}}:a=\sum_{\varepsilon\in E}a_\varepsilon,a_\varepsilon\in\mathbf{A}_\varepsilon\right\},$$

где $\mathbf{t}^{\varepsilon} = t_1^{\varepsilon_1} \dots t_n^{\varepsilon_n}$.

Пусть $\mathbf{0} < \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) < \mathbf{1}$, $\mathbf{0} < \vec{\mathbf{q}} \leqslant \infty$. Через $\mathbf{A}^*_{\theta\vec{\mathbf{q}}} = (\mathbf{A_0}, \mathbf{A_1})^*_{\theta\vec{\mathbf{q}}}$ обозначим линейное подмножество $\sum\limits_{\varepsilon \in E} \mathbf{A}_\varepsilon$, для элементов которых верно

$$\|a\|_{\mathbf{A}^*_{\theta\vec{\mathbf{q}}}} = \|\mathbf{t}^{-\theta} K^*(\mathbf{t}, a)\|_{L_{\vec{\mathbf{q}}}(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{t}})} < \infty,$$

здесь $L_{\vec{\mathbf{q}}}(\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{t}})$ определяется как пространство $L_{\vec{\mathbf{q}}}$ с выражением

$$\xi_{k_1,\dots,k_n}(f) = \left(\int\limits_{2^{k_n-1}}^{2^{k_n}} \dots \left(\int\limits_{2^{k_1-1}}^{2^{k_1}} (f^{*_1,\dots,*_n}(t_1, \dots, t_n))^{p_{11}} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{p_{21}}{p_{11}}} \dots \frac{dt_n}{t_n} \right)^{\frac{1}{p_{n1}}}.$$

Теорема. *Пусть* $L_{\mathbf{p_0}}$, $L_{\mathbf{p_1}}$ *— пространства Лебега (со смешанной метрикой),* $1 \leqslant \mathbf{p_0} \not\equiv \mathbf{p_1} \leqslant \infty$ *и* $\mathbf{0} < \theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) < \mathbf{1}$, $0 < \vec{\mathbf{q}} = (\mathbf{q_1}, \dots, \mathbf{q_s}) \leqslant \infty$. *Тогда* $(L_{\mathbf{p_0}}, L_{\mathbf{p_1}})^*_{\theta\vec{\mathbf{q}}} = L^*_{\vec{\mathbf{p}}}$, *где* $\vec{\mathbf{p}} = (\mathbf{p_1}, \mathbf{q_1}, \dots, \mathbf{q_s})$ *и* $1/\mathbf{p_1} = (1-\theta)/\mathbf{p_1^0} + \theta/\mathbf{p_1^1}$.

Замечание. Данная теорема обобщает результат работы [1].

Список литературы

1. *Нурсултанов Е.Д.* О коэффициентах кратных рядов Фурье из L_p-пространств // Известия РАН. Серия матем. 2000. Т. 64, № 1. С. 95–122.

ТЕОРЕМА ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ХАРДИ*

Бережной Е.И.

Ярославский госуниверситет им. П.Г. Демидова

e-mail: `ber@uniyar.ac.ru`

В теории интегральных операторов с положительными ядрами хорошо известна теорема экстраполяции Шура ([1–4], которая говорит, что интегральный оператор K ограничен в пространстве L^p тогда и только тогда, когда существует положительная, конечная п.в. функция $u(t)$, что оператор ограничен в паре $K : L^\infty_u \to L^\infty_u$ и $K : L^1_v \to L^1_v$, где $v = u^{1/p-1}$. Отметим однако, что во всех известных доказательствах теоремы Шура весовые функции строятся неконструктивно, что не позволяет устанавливать свойства весов. Здесь для классического оператора Харди предлагаются условия для того, чтобы весовые функции имели специальный вид.

Пусть $S(\mu)$ — пространство измеримых относительно меры Лебега функций $x : R_+ \to R$. Пусть $w : R_+ \to R_+$ положительная функция (вес), L^p_w — весовое пространство Лебега с нормой $\|x|L^p_w\| = \|wx|L^p\|$.

*Автор пользовался поддержкой РФФИ (проект 08–01–00669)

Обозначим через $K(\downarrow)$ ($K(\uparrow)$) конус в $S(\mu)$, состоящий из неотрицательных невозрастающих (неубывающих) функций.

Пусть для любого $n \in N$ функция x принадлежит $L^1([0,n])$. Тогда равенством

$$Hx(t) = \frac{1}{t}\int\limits_0^t x(s)ds$$

определен оператор Харди.

Хорошо известно ([4]), что при $1 < p < \infty$ оператор Харди $H : L^p_v \to L^p_v$ ограничен тогда и только тогда, когда

$$\sup_{t>0}\left(\int\limits_t^\infty \left(\frac{v(s)}{s}\right)^p ds\right)^{1/p} \cdot \left(\int\limits_0^t \left(\frac{1}{v(s)}\right)^{p'} ds\right)^{1/p'} < \infty,$$

оператор Харди $H : L^1_{v_1} \to L^1_{v_1}$ ограничен тогда и только тогда, когда

$$\int\limits_t^\infty \frac{v_1(s)}{s}ds \leqslant Cv_1(t),$$

оператор Харди $H : L^\infty_{v_0} \to L^\infty_{v_0}$ ограничен ограничен тогда и только тогда, когда

$$\int\limits_0^t \frac{ds}{v_0(s)} \leqslant C\frac{t}{v_0(t)}\ .$$

Если посмотреть на условия ограниченности оператора H в пространствах $L^1_{v_1}$ и $L^\infty_{v_0}$, то естественными условиями на весовые функции являются следующие:

$$v_1(t) \in K(\downarrow), \quad \frac{t}{v_0(t)} \in K(\uparrow). \tag{1}$$

Пусть задана функция $g : R_+ \to R_+$. Для каждого $a \in R_+$ положим

$$\rho_+(g,a) = \overline{\lim_{t\to\infty}}\frac{g(at)}{g(t)}\ , \quad \rho_-(g,a) = \overline{\lim_{t\to 0}}\frac{g(at)}{g(t)}\ .$$

Обе введенные функции являются полумультипликативными на полуоси.

Теорема. *Пусть $1 < p < \infty$. Пусть задана весовая функция v, для которой $\frac{v(t)}{t^{1-\theta}} \in K(\downarrow)$, и такая, что оператор H ограничен как оператор $H : L^p_v \to L^p_v$.*

Для того, чтобы нашлись две весовые функции v_0, v_1, удовлетворяющие равенству $v(t) \equiv v_0^{1-\theta}(t) \cdot v_1^\theta(t)$, условиям (1), и такие, что оператор Харди ограничен как оператор в паре:

$$H : L^\infty_{v_0} \to L^\infty_{v_0}, \qquad H : L^1_{v_1} \to L^1_{v_1},$$

необходимо и достаточно выполнение соотношений

$$\beta\left(\rho_+\left(\frac{v(t)}{t^{1-\theta}}\right)\right) < 0, \quad \beta\left(\rho_-\left(\frac{v(t)}{t^{1-\theta}}\right)\right) < 0,$$

$$\alpha\left(\rho_{+}\left(\frac{t^{1-\theta}}{v(t)}\right)\right)<1, \quad \alpha\left(\rho_{-}\left(\frac{t^{1-\theta}}{v(t)}\right)\right)<1.$$

Здесь $\alpha(.), \beta(.)$ нижний и верхний показатели растяжения соответствующих полумультипликативных функций.

В заключение хотелось бы отметить, что желателен аналог теста Шура для весовых функций из конусов для общей ситуации.

Список литературы

1. *Коротков В.Б.* Интегральные операторы. Новосибирск, Наука, 1983.
2. *Бережной Е.И.* Теоремы о представлении пространств и лемма Шура// Доклады РАН. 1995. Т. 344. N 6. С. 727–730.
3. *Бережной Е.И., Малигранда Л.* Об экстраполяции операторов и границах применимости теста Шура // Доклады РАН. Сер. Математика. 2003. Т. 393. N 5. С. 1–4.
4. *Kufner A., Persson L.–E.* Weighted inequalities of Hardy type. World Scientific. 2003.

СПЕКТР ОПЕРАТОРА ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Беспалов М.С.

Владимирский госуниверситет

600000, Владимир, Горького 87, ФАиП

e-mail: `bespalov@vpti.vladimir.ru`

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) служит основным аппаратом, применяемым при цифровой обработке информации. ДПФ переводит входной сигнал $x=(x_0\, x_1\, \ldots\, x_{n-1})^T$ (векторы записываем в виде матрицы-столбца) в сигнал на выходе $y=(y_0\, y_1\, \ldots\, y_{n-1})^T$ по формуле $y = Fx$ умножения матриц. Входной сигнал восстанавливается по формуле обратного ДПФ $x=F^{-1}y$.

Будем использовать симметричную форму записи операторов F и F^{-1}, определив матрицу ДПФ формулой

$$F=F_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\left(q^{ij}\right)_{i,j=0}^{n-1}, \quad \text{где} \quad q=e^{2\pi i/n}.$$

Тогда $F^{-1}=\overline{F}=\frac{1}{\sqrt{n}}\left(q^{ij}\right)_{i,j=0}^{n-1}$, где $q=e^{-2\pi i/n}$. В этом случае матрица F и оператор F унитарные.

В технических дисциплинах выходной сигнал принято называть спектральными характеристиками. Математики *спектром* линейного оператора в конечномерном пространстве называют набор σ всех (с учетом кратности) его собственных значений. Например, спектром ДПФ с матрицей

$F_4 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{pmatrix}$ является набор $\sigma_4 = \{1, 1, -1, i\}$. Легко вычисляются $\sigma_1 = \{1\}$, $\sigma_2 = \{1, -1\}$, $\sigma_3 = \{1, -1, i\}$ спектры для $F_1 = (1)$, F_2, F_3. Пусть $\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = -i$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = i$.

Теорема. *Спектр любой матрицы ДПФ F_n вычисляется по рекуррентной формуле*

$$\sigma(F_{4m+k}) = \sigma(F_{4m+k-1}) \cup \lambda_k \ , \qquad k = 0, 1, 2, 3.$$

Пространство $\mathbb{R}^n$ разлагается в прямую сумму инвариантных подпространств $\mathbb{R}^n = R_0 \oplus R_1 \oplus R_2 \oplus R_3$ таких, что $F_n x = \lambda_k x$ для любого $x \in R_k$. Ортопроекторами на инвариантные подпространства R_k служат операторы ($k = 0, 1, 2, 3$)

$$P_k = \frac{1}{4}\big(I + i^k F + (i^k F)^2 + (i^k F)^3\big).$$

ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ ТЕОРЕМЫ ЛАКСА–МИЛЬГРАМА

Билалов Б.Т.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

Az-1141, Баку, ул. Ф.Агаева, 9

Тел.: (99412)4399192, Факс: (99412)4390102, e-mail: b_bilalov@mail.ru

Хорошо известна теорема Лакса–Мильграма о представлении билинейных форм в гильбертовых пространствах (см. напр. [1]). В данной заметке приведем некоторый банаховый аналог этого результата.

Итак, пусть $X; Y$ банаховы пространства с нормами $\|\cdot\|_x; \|\cdot\|_y$, соответственно. $B : X \times Y \to C$ некоторая форма, которая удовлетворяет следующим условиям:

$$|B(x; y)| \leqslant M\|x\|_x \cdot \|y\|_y, \forall x \in X, \forall y \in Y : \tag{1}$$

$$B(x, y) = 0, \ \forall y \in Y \tag{2}$$

только при $x = 0$.

из $B(x; y_n) \to 0$ при $n \to \infty$ $\forall x \in X$ следует, что $y_n \to 0, \ n \to \infty$. (3)

Справедлива

Теорема 1. Пусть $X; Y$ банаховы пространства, $X = X^{**}$. Если билинейная форма $B(x, y)$ удовлетворяет условиям (1)–(3), то X^* и Y изоморфны, причем существует изоморфизм $T : X^* \leftrightarrow Y$ такой, что

$$w(x) = B(x; Tw), \forall x \in X; \ \forall w \in X^*.$$

Следствие 1. Пусть$X = X^{**}$ и билинейная форма $B : X \times X^* \to C$ удовлетворяет условиям (1)–(3), где $Y = X^*$. Тогда существует автоморфизм $T \in L(X^*)$:

$$w(x) = B(x; Tw), \forall x \in X;\ \forall w \in X^*.$$

В частности, получаем следующий вариант теоремы Лакса–Мильграма.

Теорема Л.М. *Пусть X гильбертово пространство со скалярным произведением и полуторалинейная форма $B : X^2 \to C$ удовлетворяет условиям* (1)*–(3), где $Y = X$. Тогда существует автоморфизм $T \in L(X)$:*

$$(x, y) = B(x; Ty),\ \forall x,\ y \in X.$$

Следует отметить, что условие (3) в этих утверждениях можно заменить следующим: $\exists\, A \in L(Y; X) : |B(Ay; y)| \geqslant m \cdot \|y\|_y^2$, $\forall y \in Y$, $m > 0$.

Список литературы

1. *Иосида К.* Функциональный анализ. М., «Мир», 1967.

О БАЗИСНОСТИ СИСТЕМЫ ЭКСПОНЕНТ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЛЕБЕГА С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ СУММИРУЕМОСТИ*

Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

г.Баку, ул.Ф.Агаева 9

e-mail: b_bilalov@mail.ru

Пусть $p : [-\pi, \pi] \to [1, +\infty)$ измеримая функция. Обозначим черезL_{p_t} банахово пространство измеримых на $[-\pi, \pi]$ функций с нормой $\|.\|_{p_t}$:

$$\|f\|_{p_t} = \inf \left\{ \lambda > 0 : I_p\left(\frac{f}{\lambda}\right) \leqslant 1 \right\},$$

где $I_p(f) \equiv \int\limits_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^{p(t)} dt$.

Если $\rho : [-\pi, \pi] \to [0, +\infty)$ весовая функция, то под L_{p_t, ρ_t} понимаем банахово пространство измеримых на $(-\pi, \pi)$ функций с нормой $\|.\|_{p_t, \rho_t}$:

$$\|f\|_{p_t, \rho_t} \equiv \|f\|_{p_t}.$$

*Работа выполнена в рамках проекта «INTAS» Ref. 8792.

Пусть

$$\mathrm{Im}_n \equiv \left\{ f : |f(x_1) - f(x_2)| \leqslant \frac{A}{-\ln|x_1 - x_2|}, |x_1 - x_2| \leqslant \frac{1}{2}, \forall x_1, x_2 \in [-\pi, \pi] \right\},$$

$$p^- = \underset{x\in[-\pi,\pi]}{ess \inf}\, p(t); \quad p^+ = \underset{x\in[-\pi,\pi]}{ess \sup}\, p(t).$$

Везде $\frac{1}{p(t)} + \frac{1}{q(t)} \equiv 1$. Возьмем вес ρ в виде :

$$\rho(t) \equiv \prod_{k=1}^{l} |t - t_k|^{\alpha_k}, \quad \{t_k\}_1^l \subset [-\pi, \pi].$$

Справедлива

Теорема. *Пусть* $p \in \mathrm{Im}_n$ *и* $1 < p^- \leqslant p^+ < +\infty$. *Если выполнены неравенства*

$$-\frac{1}{p(t_k)} < \alpha_k < \frac{1}{q(t_k)}, \quad k = \overline{1, l};$$

то система экспонент $\left\{e^{int}\right\}_{-\infty}^{+\infty}$ *образует базис в* L_{p_t,ρ_t}.

Аналогичные результаты можно получить относительно систем косинусов $\{\cos nt\}_{n\geqslant 0}$ и синусов $\{\sin nt\}_{n\geqslant 1}$.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ

Бобков А.Л.

РУДН

e-mail: `alexbk74@mail.ru`

В настоящее время решение широкого спектра как технических, так и экономических задач связано с необходимостью обработки массивов данных, с целью получения математических моделей функциональных зависимостей тех или иных параметров и прогнозирования на основе полученных моделей.

С позиции математического анализа, для решения указанных задач применяется аппроксимация функций, использования которой позволяет:

– обрабатывать функции, имеющие сложные зависимости путем замены этих функций на близкие им аппроксимирующие функции, но имеющие относительно простые функциональные зависимости (экспоненциальную, степенную, полиномиальную и др.);
– прогнозировать поведение исходных функций на других интервалах за счет использования уравнений аппроксимирующих функций.

Однако трудоемкость «ручного» использования алгоритмов аппроксимации приводит к необходимости применения автоматизированных средств для расчета аппроксимирующих функций, иначе говоря, — к использованию программного обеспечения позволяющего выполнить аппроксимацию функций. При этом программные средства, используемые при решении указанной задачи должны отвечать следующим требованиям:

- широкое распространение программного продукта;
- простота и гибкость в использовании, а также наглядность представляемой информации;
- адекватность построенной аппроксимирующей функции по отношению к исходной функции.

Одним из программных продуктов, на первый взгляд, отвечающим этим требованиям являются электронные таблицы Microsoft Excel. Рассмотрим, в какой степени использование Microsoft Excel позволяет решать задачи построения аппроксимирующих функций.

Широкое использование Microsoft Excel очевидно. Если говорить о простоте и гибкости в использовании, то следует отметить что Microsoft Excel позволяет использовать широкий выбор аппроксимирующих функций: экспоненциальную, степенную, логарифмическую, линейную, полиномиальную (степень полинома 2–6). Аппроксимирующая функция строится на одном графике с исходной, что улучшает наглядность представляемой информации. Кроме того, выводится уравнение аппроксимирующей функции, а также коэффициент детерминации $\mathbb{R}^2$. То есть Microsoft Excel полностью отвечает первым двум требованиям.

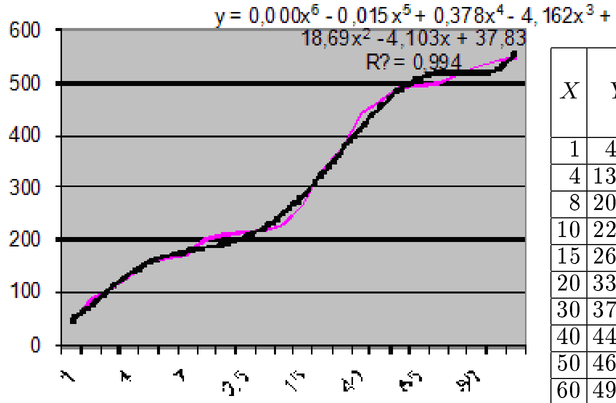
И, наконец, рассмотрим степень адекватности построенной аппроксимирующей функции по отношению к исходной. При этом в качестве критерия адекватности будет рассматриваться коэффициент детерминации $\mathbb{R}^2$.

При аппроксимации относительно простых зависимостей на равномерном интервале, полученные результаты вполне адекватны. Однако, если попытаться осуществить построение аппроксимирующей функции для сложной зависимости на неравномерном интервале, то анализ полученных результатов показывает что аппроксимирующая функция адекватно описывает исходную только в крайне узком интервале. При этом заявленные результаты аппроксимации отличаются от реальных, что наглядно видно на приведенном примере.

Полученные результаты расчета показывают, что аппроксимация в Microsoft Excel может производится только для относительно простых зависимостей. Ошибочные результаты расчета для сложных зависимостей объясняются небольшим выбором регрессоров и неустойчивостью полиномов высоких степеней при использовании полиномиальных функций.

Таким образом, при построении аппроксимирующих функций сложных зависимостей необходимо использовать специализированные программные продукты, в частности, пакет Mathematica, созданный компанией Wolfram Research. Данный пакет позволяет:

- использовать различные регрессоры при построении аппроксимирующей функции, что обеспечивает высокое значение коэффициента детерминации для сложных зависимостей;



Аппроксимация полиномом 6-й степени (исходная зависимость показана тонкой линией)

X	Y	полином 6-й степени	полином 3-й степени
1	45	48,6274	86,7163
4	130	136,5568	107,7724
8	200	182,9448	182,1004
10	220	192,406	232,51
15	265	202,416	373,7205
20	330	$-444,624$	500,086
30	375	$-7445,45$	525,582
40	440	16553,72	$-56,402$
50	465	331852,7	$-1611,27$
60	490	1745687	$-4504,41$
70	500	6080229	$-9101,23$
80	530	16784586	$-15767,1$

– осуществлять аппроксимацию функций нескольких переменных, в частности, строить аппроксимирующие поверхности для функций двух переменных.

О ВЗАИМОСВЯЗИ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ, СВЯЗАННЫХ С СИСТЕМОЙ УОЛША

Бокаев Н.А., Кенжебекова Г.С.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева

Астана, Казахстан

e-mail: bokayev@mail.ru

В данной работе устанавливается связь между классами функций, связанными с рядами по системе Уолша.

Через $\{w_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ обозначим систему Уолша в нумерации Пэли [1].

Через $\alpha(t)$ будем обозначать некоторую функцию, которая измерима на $[0,1]$ и суммируема на $[\delta,1]$ для любого положительного $\delta<1$. Обозначим также

$$\beta(n)=\int\limits_{\frac{1}{n}}^{1}\alpha(t)dt,\quad \mu(n)=\int\limits_{\frac{1}{2^n}}^{\frac{1}{2^{n-1}}}\alpha(t)dt.$$

Будем говорить, что эта функция $\alpha(t)$ удовлетворяет δ-условию, если существует постоянная C такая, что для всех положительных $\delta < \delta_0$ справедливо неравенство

$$\int\limits_0^{2\delta} \alpha(t)dt \leqslant C \int\limits_{2\delta}^{1} \alpha()tdt,$$

и удовлетворяет (σ, τ)-условиям, если

1. $\int\limits_0^1 \alpha(t) t^{\sigma} dt \leqslant C(\sigma) < \infty$.
2. Для некоторого $\tau > 0$ и всех положительных $\delta < \delta_0$ существует такая постоянная $C(\sigma, \tau)$, что

$$\int\limits_0^{\delta} \alpha(t) t^{\sigma(1-\tau)} dt \leqslant C(\sigma, \tau) \delta^{\sigma(1-\tau)} \int\limits_{\delta}^{2\delta} \alpha(t)dt.$$

Пусть $1 \leqslant p < \infty$, $1 \leqslant \theta < \infty$. Через $B_{\theta,p}(\alpha)$ обозначим класс функций $f(x) \in L_p[0,1]$, для которых

$$I_{\theta,p} = \left(\int\limits_0^1 \alpha(t) \omega^{\theta}(f,t)_p dt \right)^{\frac{1}{\theta}} < \infty,$$

где $\omega(f,t)_p$ — групповой интегральный модуль непрерывности функции $f \in L_p[0,1]$. (см.[1]). Если $\alpha(t) = t^{-r\theta-1}$, то класс $B_{\theta,p}(\alpha)$ совпадает с классом Бесова $B^r_{p,\theta}$ по базисам Уолша.

Через $W_{\theta,p}(\alpha)$ обозначим класс функций $f(x) \in L_p[0,1]$, имеющих ряд Фурье–Уолша $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n w_n(x)$, для которых ряд по системе Уолша

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) \beta^{\frac{1}{\theta}}(n) w_n(x)$$

есть ряд Фурье–Уолша некоторой функции $\varphi(x) \in L_p[0,1]$.

Теорема 1. *Если $\theta = p$ для $1 < p \leqslant 2$ или $\theta = 2$ для $2 \leqslant p < \infty$, а функция $\alpha(t)$ удовлетворяет δ-условию, то $B_{\theta,p}(\alpha) \subset W_{\theta,p}(\alpha)$, другими словами, если $f(\in) B_{\theta,p}(\alpha)$, то ряд по системе Уолша*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x) \beta^{\frac{1}{\theta}}(n) w_n(x)$$

есть ряд Фурье–Уолша некоторой функции $\varphi(x) \in L_p[0,1]$. Кроме того, справедливо неравенство

$$\|\varphi\|_p \leqslant C(\theta, p, k) I_{\theta,p}.$$

Теорема 2. *Если $\theta = p$ для $2 \leqslant p < \infty$ или $\theta = 2$ для $1 < p \leqslant 2$, а функция $\alpha(t)$ удовлетворяет δ-условию, то $W_{\theta,p}(\alpha) \subset B_{\theta,p}(\alpha)$. Кроме* *того, справедливо неравенство*

$$I_{\theta,p} \leqslant C(\theta, p, \tau, k)(\|\varphi\|_p + \|f\|_p).$$

Аналоги теорем 1 и 2 для случая тригонометрических рядов ранее доказаны в работе [2]. При этом в случае тригонометрической системы аналог теоремы 2 справедливо при дополнительном (σ, τ)-условии на функцию $\alpha(t)$.

Список литературы

1. *Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А.* Ряды и преобразования Уолша. М.: Наука, 1987.
2. *Потапов М.К.* О взаимосвязи некоторых классов функций. Матем.заметки. Т.2, №4, 1967. С. 361–372.

ОБ ОДНОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ СВОЙСТВЕ КОНУСОВ ФУНКЦИЙ

Бондаренко Ю.В.

Ярославский госпедуниверситет им. К.Д. Ушинского

e-mail: smirn@yspu.yar.ru

Хорошо известна роль геометрических свойств для исследования внутренней структуры конусов и в различных прикладных задачах.

Ниже вводится одна геометрическая конструкция для конусов. Она навеяна, с одной стороны, классической теоремой Шоке о представлении элементов конуса через крайние лучи [1], а с другой стороны построениями из работы [2], посвященной операторному представлению конусов убывающих и вогнутых функций в весовом пространстве Лебега.

Пусть $S(\mu)$ есть пространство измеримых относительно меры Лебега функций на R_+. Символом K будем обозначать некоторый конус в $S(\mu)_+$.

Определение. *Пусть задан конус K. Будем говорить, что конус K обладает сильным условием Шоке, если для каждой $\varphi \in K$ найдется последовательность крайних лучей $\{\varphi_i \in K\}$ такая, что выполняются соотношения:*

a) *при всех $t \in R_+$ выполнено неравенство*

$$c_0^{-1} \sum_i \varphi_i(t) \leqslant \varphi(t) \leqslant c_0 \sum_i \varphi_i(t),$$

(константа c_0 не зависит от $\varphi \in K$);

b) *при всех $1 \leqslant p < \infty$ и всех весовых функциях w справедливы неравенства*

$$c_1^{-1}(p)\sum_i \left(\int\limits_{R_+} \varphi_i^p(t)w^p(t)dt\right)^{1/p} \leqslant \left(\int\limits_{R_+} \varphi^p(t)w^p(t)dt\right)^{1/p} \leqslant$$
$$\leqslant c_1(p)\sum_i \left(\int\limits_{R_+} \varphi_i^p(t)w^p(t)dt\right)^{1/p},$$

(константа c_1 не зависит от веса w, а может зависеть лишь от p);

Проиллюстрируем введенное понятие.

Пусть задана положительная функция $\psi : R_+ \to R_+$. Через $K(\psi, \downarrow)$ будем обозначать множество функций $x \in S(\mu)_+$, для каждой из которых произведение $x(t) \cdot \psi(t)$ не возрастает.

Теорема 1. *Конус $K(\psi, \downarrow)$ удовлетворяет сильному условию Шоке.*

Рассмотрим теперь конус $K(concave) \subset S(\mu)_+$, состоящий из вогнутых функций, каждая из которых удовлетворяет дополнительным условиям $\lim\limits_{t\to 0}\varphi(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to\infty} t^{-1}\varphi(t) = 0$.

Теорема 2. *Конус $K(concave)$ удовлетворяет сильному условию Шоке.*

Пусть конус $K(convex) \subset S(\mu)_+$ состоит из невозрастающих выпуклых функций на R_+, удовлетворяющих дополнительному условию $\lim\limits_{t\to\infty}\varphi(t) = 0$.

Теорема 3. *Конус $K(convex)$ не удовлетворяет сильному условию Шоке.*

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Смирнову Е.И. за помощь в работе и Бережному Е.И. за многочисленные консультации.

Список литературы

1. *Фелпс Р.* Лекции о теоремах Шоке. Москва, Мир, 1968.
2. *Бережной Е.И.. Малигранда Л.* О представимости некоторых конусов в L_v^p и экстраполяции операторов на конусах// Доклады РАН. 2006. Т. 406, N 4. С. 1–4.

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПО НЕТОЧНЫМ ДАННЫМ

Введенская Е.В.

Москва

Пусть $x = \{x_k\}_{k\in\mathbb{Z}}$ — числовая последовательность, принадлежащая классу
$$l_2^2 = \{x \in l_2, \sum_{k\in\mathbb{Z}} (x_{k+1} - 2x_k + x_{k-1})^2 \leqslant 1\}.$$

Предположим, что вместо x известна последовательность

$$\widetilde{x} = \{\widetilde{x}_k\}_{k\in\mathbb{Z}} \in l_2,$$

такая, что

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} (x_k - \widetilde{x}_k)^2 \leqslant \delta^2.$$

Рассматривается задача восстановления значения x_0 по информации об $\widetilde{x}$. Под методами восстановления будем понимать всевозможные отображения

$$\varphi : l_2 \to \mathbb{R}.$$

Погрешностью метода φ назовем величину

$$e(\delta,\varphi) = \sup_{\substack{x\in l_2^2,\\ \widetilde{x}\in l_2,\\ \sum\limits_{k\in\mathbb{Z}}(x_k-\widetilde{x}_k)^2\leqslant\delta^2}} |x_0 - \varphi(\{\widetilde{x}_k\}_{k\in\mathbb{Z}})|,$$

а погрешностью оптимального восстановления — величину

$$E(\delta) = \inf_{\varphi:l_2\to\mathbb{R}} e(\delta,\varphi).$$

Метод, на котором достигается нижняя грань, назовем оптимальным методом. Согласно общей теории, вычисление погрешности оптимального восстановления сводится к решению следующей экстремальной задачи

$$E(\delta) = \sup_{\substack{x\in l_2^2,\\ \sum\limits_{k\in\mathbb{Z}} {x_k}^2\leqslant\delta^2}} |x_0| \tag{1}$$

Эта задача на условный экстремум решается методом Лагранжа, а именно

$$L(x,\lambda_1,\lambda_2) = -x_0 + \lambda_1\sum_{k\in\mathbb{Z}} {x_k}^2 + \lambda_2\sum_{k\in\mathbb{Z}}(x_{k+1} - 2x_k + x_{K-1})^2 \to \min. \tag{2}$$

Кроме того, должны выполняться следующие условия

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} \widehat{x}_k^2 = \delta^2 \tag{3}$$

и

$$\sum_{k\in\mathbb{Z}} \left(\widehat{x}_{k+1} - 2\widehat{x}_k^2 + \widehat{x}_{k-1}\right)^2 = 1. \tag{4}$$

Будем искать решение (1), (2), (3) в виде

$$x_k = x_0\mu^{|k|}, k\in\mathbb{Z}, \mu = r\exp(i\varphi). \tag{5}$$

Из необходимых условий экстремума функции Лагранжа, а также из (2), (3), получим уравнение, которое решается численно и имеет единственное решение $0 < r < 1$ при условии $\delta > \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ Кроме того,

$$\widehat{x}_0 = \delta\frac{1-r^2}{1+r^2)}\,, \tag{6}$$

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{1}{2\delta r^2}\sqrt{\left(\frac{1-r^2}{1+r^2}\right)^5}, \quad \widehat{\lambda}_2 = \frac{\widehat{r}}{2\delta\sqrt{(1-\widehat{r}^2)^3(1+\widehat{r}^2)}}\,.$$

Справедлива следующая

Теорема. *При* $\delta > \dfrac{1}{\sqrt{6}}$ *погрешность оптимального восстановления вычисляется по формуле*

$$E(\delta) = 2\widehat{\lambda}_1\delta^2 + 2\widehat{\lambda}_2, \tag{7}$$

а метод

$$\widehat{\varphi}(\widetilde{x}) = 2\widehat{\lambda}_2\sum_{k\in\mathbb{Z}}\widetilde{x}_k\widehat{x}_k. \tag{8}$$

является оптимальным.

О ТЕОРЕМАХ ВЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ СОБОЛЕВА СО СМЕШАННОЙ НОРМОЙ ДЛЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В $\mathbb{R}^2$

Викторова Н.Б.

Российский университет дружбы народов.
Кафедра нелинейного анализа и оптимизации

Определение. Пусть $k \in \mathbb{N}$, $\overline{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, где $1 \leqslant p_i \leqslant \infty$, $i = \overline{1,n}$. Говорят, что функция $f \in W^k_{\overline{p}}(\mathbb{R}^n)$, если $f \in L_{\overline{p}}(\mathbb{R}^n)$, для любого мультииндекса $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ с $|\alpha| = \alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n = k$ существуют обобщенные производные $D^\alpha(f)$ и конечна норма

$$\|f\|_{W^K_{\overline{P}}}(\mathbb{R}^n) = \|f\|_{L_{\overline{P}}}(\mathbb{R}^n) + \sum_{|\alpha|} = K\|D^\alpha f\|_{L_{\overline{P}}}(\mathbb{R}^n).$$

Доказана следующая

Теорема. *Пусть* $1 \leqslant p_1 \leqslant q_1 \leqslant \infty$, $1 \leqslant p_2 \leqslant q_2 \leqslant \infty$ *и* $\dfrac{1}{p_1} - \dfrac{1}{q_1} + \dfrac{1}{p_2} - \dfrac{1}{q_2} = 1$, *причем при* $q_1 = q_2 = \infty$ *дополнительно предполагается, что* $p_2 = 1$ *или* $p_2 = \infty$. *Тогда* $W^1_{(p_1,p_2)}(\mathbb{R}^2)$ *вложено в* $L_{(q_1,q_2)}(\mathbb{R}^2)$, *причем для любых* $f \in W^1_{(p_1,p_2)}(\mathbb{R}^2)$ *выполняется неравенство*

$$\|f\|_{L_{q_1,q_2}}(\mathbb{R}^2) \leqslant c_1\left\|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right\|_{L_{p_1,p_2}}(\mathbb{R}^2)^{\frac{1}{p_1}-\frac{1}{q_1}} * \left\|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right\|_{L_{p_1,p_2}}(\mathbb{R}^2)^{\frac{1}{p_2}-\frac{1}{q_2}},$$

где $c_1 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} - 1\right)^{-\ \frac{1}{p_1}-\frac{1}{q_1}} p_2^{1-2\ \frac{1}{p_1}-\frac{1}{q_1}}$, *если* $q_1 < \infty$ *или* $q_2 < \infty$, *и* $c_1 = \dfrac{1}{2}$, *если* $q_1 = q_2 = \infty$ *(при этом* $p_1 = 1$, $p_2 = \infty$ *или* $p_1 = \infty$, $p_2 = 1$*).*

Нужно отметить, что в отличие от [1] метод доказательства теоремы не использует интегральные представления функций.

Список литературы

1. *Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М.* Интегральные представления функций и теоремы вложения. – М., Наука. – 1975.
2. *Gagliardo E.* Proprieta di alcune classi di funzioni in piu variabili.Ricerche di Mat.7. – N1 (1958). – с.102–137. Русский перевод: Математика 5:4 (1961), 87–116.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ОПЕРАТОРЫ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ КРАТНОСТИ

Вувуникян Ю.М., Трифонова И.В.

Гродненский государственный университет

230023, Гродно, ул. Ожешко, 22

Тел.: +375152740674, Факс: +375152731910, e-mail: vuv64@mail.ru

Пусть X — пространство финитных слева бесконечно дифференцируемых функций на числовой оси. Обозначим через $x^{\otimes\alpha}$ тензорную степень мультииндекса $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ вектор-функций $x = (x_1, x_2) \in X^2$: $x^{\otimes\alpha} = x_1^{\otimes\alpha_1} \otimes x_2^{\otimes\alpha_2}$.

Пусть S_n — оператор сокращения переменных степени n:

$$S_n f(t_1, t_2, \ldots, t_n) = f(t, t, \ldots, t);$$

где f — вектор-функция, определенная на пространстве $\mathbb{R}^n$.

Обозначим через $D'_+(\mathbb{R}^n)$ пространство всех обобщенных вектор-функций $f = (f_1, f_2)$ на пространстве $\mathbb{R}^n$ с носителями на положительном гиперквадранте $[0; +\infty)^n$.

Эволюционным оператором второй степени кратности будем называть оператор A, определяемый равенством

$$Ax = \sum_{\alpha\neq 0} S_{|\alpha|} \left(a_\alpha * x^{\otimes\alpha}\right) \quad (x \in X^2),$$

где $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2$, $a_\alpha \in D'_+(\mathbb{R}^{|\alpha|})$, $*$ – $|\alpha|$-мерная свертка.

Обобщенная вектор-функция a_α называется импульсной характеристикой степени α, а ее преобразование Лапласа $\tilde{a}_\alpha$ — спектральной характеристикой степени α оператора A.

Композицией **мультииндекса** $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ будем называть такой конечный набор мультииндексов $\vec{\alpha} = (\alpha^1, \alpha^2, \ldots, \alpha^m)$, где $\alpha^k = (\alpha_1^k, \alpha_2^k)$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$, $\left|\alpha^k\right| \neq 0$ $(k = 1, 2, \ldots, m)$, что выполняются равенства $\alpha_1 = \alpha_1^1 + \alpha_1^2 + \ldots + \alpha_1^m$, $\alpha_2 = \alpha_2^1 + \alpha_2^2 + \ldots + \alpha_2^m$.

При этом мультииндексы $\alpha^1,\ \alpha^2,\ \ldots,\ \alpha^m$ называются ***частями композиции*** $\vec{\alpha}$.

Множество всех композиции мультииндекса α с m частями будем обозначать $\Xi_{\alpha,\,m}$.

Введем оператор замены переменных $\pi_{\vec{\alpha}}$, действие которого на любую функцию φ от $\left|\alpha^1\right|+\left|\alpha^2\right|+\ldots+\left|\alpha^m\right|$ переменных определяется по формуле:

$$(\pi_{\vec{\alpha}}\varphi)(t_1^1, t_1^2, t_2^1, t_2^2, \ldots, t_m^1, t_m^2) = \varphi(t_1^1, t_2^1, \ldots, t_m^1, t_1^2, t_2^2, \ldots, t_m^2),$$

где $t_j^k \in \mathbb{R}^{\alpha_k^j}$ $(k = 1; 2;\ j = 1; 2; \ldots; m)$.

Распространим оператор $\pi_{\vec{\alpha}}$ на пространство всех обобщенных вектор-функций от $\left|\alpha^1\right|+\left|\alpha^2\right|+\ldots+\left|\alpha^m\right|$ переменных, определяя его действие на обобщенную вектор-функцию f с помощью равенства:

$$(\pi_{\vec{\alpha}}f)(\varphi) = f(\pi_{\vec{\alpha}}^{-1}\varphi).$$

Введем также оператор сокращения переменных $S_{\vec{\alpha}}$, действие которого на произвольную вектор-функцию g, имеющей $\left|\alpha^1\right|+\left|\alpha^2\right|+\ldots+\left|\alpha^m\right|$ независимых переменных, определяется соотношением:

$$S_{\vec{\alpha}}g(t_1^1,\, t_2^1, \ldots, t_{|\alpha^1|}^1,\, t_1^2,\, t_2^2, \ldots, t_{|\alpha^2|}^2, \ldots, t_1^m,\, t_2^m, \ldots, t_{|\alpha^m|}^m) =$$
$$= g(t^1,\, t^1, \ldots, t^1, t^2,\, t^2, \ldots, t^2, \ldots, t^2,\, t^m,\, t^m, \ldots, t^m).$$

Теорема 1. *Пусть* $A^1,\ \ldots,\ A^m$ *— эволюционные операторы второй степени кратности:*

$$A^k x = \sum_{\alpha^k \neq 0} S_{|\alpha^k|}\,(a_{\alpha^k}^k * x^{\otimes\alpha^k}), \quad (k = 1,\, 2,\, \ldots, m).$$

Тогда справедливо следующее равенство:

$$\bigotimes_{k=1}^{m} A^k x = \sum_{|\alpha|\geqslant m}\ \sum_{\vec{\alpha}\in\Xi_{\alpha,\,m}} S_{\vec{\alpha}}\left(\pi_{\vec{\alpha}}\left(\bigotimes_{k=1}^{m} a_{\alpha^k}^k\right) * x^{\otimes\alpha}\right).$$

Пусть A и B — эволюционные операторы второй степени кратности:

$$Ax = \sum_{\alpha\neq 0} S_{|\alpha|}\,(a_\alpha * x^{\otimes\alpha}), \quad (x \in X^2),$$

$$By = \sum_{\beta\neq 0} S_{|\beta|}\,(b_\beta * y^{\otimes\beta}), \quad (y \in X^2).$$

Рассмотрим композицию операторов $B^\circ A$:

$$(B^\circ A)(x) = B(Ax) \quad (x \in X^2).$$

Теорема 2. *Композиция* $C = B^\circ A$ *эволюционных операторов* B *и* A *второй степени кратности, где*

$$Ax = \sum_{\alpha\neq 0} S_{|\alpha|}\,(a_\alpha * x^{\otimes\alpha}), \quad (x \in X^2),$$

$$By = \sum_{\beta \neq 0} S_{|\beta|}\,(b_\beta * y^{\otimes\beta}), \quad (y \in X^2),$$

является эволюционным оператором второй степени кратности

$$Cx = \sum_{\alpha \neq 0} S_{|\alpha|}\,(c_\alpha * x^{\otimes\alpha}), \quad (x \in X^2),$$

импульсные характеристики которого вычисляются по формуле

$$c_\alpha = \sum_{m=1}^{|\alpha|} \sum_{|\beta|=m} \sum_{\vec{\alpha} \in \Xi_{\alpha,\,m}} b_\beta \overset{\vec{\alpha}}{*} \left(\bigotimes_{j=1}^{2} \bigotimes_{k_j=1}^{\beta_j} a_{\alpha^{m_j+k_j},j} \right),$$

где $m_1 = 0, \quad m_2 = \beta_1.$

Отметим, что количество слагаемых в формуле для вычисления импульсных характеристик оператора композиции значительно сокращается, если предположить, что импульсные характеристики композируемых операторов являются симметричными.

НЕРАВЕНСТВО РАЗНЫХ МЕТРИК ДЛЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ СО СПЕКТРОМ ИЗ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ КРЕСТОВ В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЛОРЕНЦА

Дарбаева Д.К., Нурсултанов Е.Д.

Казахстанский филиал МГУ имени М.В. Ломоносова;
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

Казахстан, Астана

e-mail: `er-nurs@yandex.ru`

Пусть $1 \leqslant p = (p_1, \ldots, p_n), q = (q_1, \ldots, q_n) \leqslant \infty, * = (j_1, \ldots, j_n)$.

Пространство $L_{\mathbf{pq}^*}([0,1]^n)$ определяется как множество функций, для которых

$$\|f\|_{L_{\mathbf{p},\mathbf{q}^*}([0,1]^n)} =$$

$$= \left(\int_0^1 \ldots \left(\int_0^1 \left(t_1^{\frac{1}{p_1}} \ldots t_n^{\frac{1}{p_n}} f^{*_1,\ldots,*_n}(t_1,\ldots,t_n) \right)^{q_{j_1}} \frac{dt_{j_1}}{t_{j_1}} \right)^{\frac{q_{j_2}}{q_{j_1}}} \ldots \frac{dt_{j_n}}{t_{j_n}} \right)^{\frac{1}{q_{j_n}}} < \infty.$$

Пусть $T_{\Gamma_N}(x) = \sum\limits_{k \in \Gamma_N} c_k e^{2\pi i k x}$ тригонометрический многочлен, соответствующий гиперболическому кресту Γ_N.

Теорема. *Пусть* $N \in \mathbb{N}$,

$$\mathbf{1} < \mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n) < \infty, \quad \mathbf{1} \leqslant \mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n) \leqslant \infty,$$

$$\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n, \quad \beta = \max_{1 \leqslant j \leqslant n} \left(\alpha_j + \frac{1}{p_j} \right),$$

$\star = (j_1, \dots, j_n)$ — *некоторая перестановка последовательности* $(1, 2, \dots, n)$, $A = \{j : \alpha_j + \frac{1}{p_j} = \beta\}$, $k_0 = \min\{k : j_k \in A\}$.

Если $\beta > 0$, *то*

$$\|T^{\alpha}_{\Gamma_N}\|_{L_\infty} \leqslant c N^{\beta} (\ln(N+2))^{(\sum\limits_{j \in A} \frac{1}{q'_j}) - \frac{1}{q'_{j_{k_0}}}} \|T_{\Gamma_N}\|_{L_{\mathbf{p},\mathbf{q}^\star}}.$$

Если $\beta = 0$, *то*

$$\|T^{\alpha}_{\Gamma_N}\|L_\infty \leqslant c (\ln(N+2))^{\sum\limits_{j \in A} \frac{1}{q'_j}} \|T_{\Gamma_N}\|_{L_{\mathbf{p},\mathbf{q}^\star}}.$$

Список литературы

1. *Нурсултанов Е.Д.* Интерполяционные теоремы для анизотропных функциональных пространств и их приложения // Доклады РАН – 2004. – Т.394, N1, С. 1–4.

О НЕРАВЕНСТВАХ МЕЖДУ «ВЕСОВЫМИ» НОРМАМИ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Джабраилов А.Дж., Кадымова Л.Ш.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

ул.Ф.Агаева 9, AZ 1141, г.Баку, Азербайджан

e-mail: `kleylusha1@rambler.ru`

Исследуется функции $f = f(x)$ точек $x = (x_1, \dots, x_s) \in E_n$, $(1 \leqslant s \leqslant n)$ многих пачек переменных $x_k = (x_{k,1}, \dots, x_{k,n_k}) \in E_{n_k}$, $(k = 1, 2, \dots, s)$, определенных в области

$$G \subset E_n = E_{n_1} \times \dots \times E_{n_s}, \quad (n = n_1 + \dots + n_s).$$

Найдены условия, при которых доказаны интегральные неравенства вида:

$$\|D^v f(\cdot)\, b(\cdot)\|_{L_q(G)} \leqslant C \sum_{i=(i_1,\dots,i_s) \in Q} \left\| b_i(\cdot)\, D^{m^i} f(\cdot) \right\|_{L_{p_i}(G)},$$

где сумма берется по все возможным $i = (i_1, \ldots, i_s) \in Q$ с координатами $i_k \in \{0, 1, 2, \ldots, n_k\}$, $(k = 1, 2, \ldots, s)$.

Весовая функция $b(x) = \prod\limits_{i=(i_1,\ldots,i_s)\in Q} (b_i(x))^{\gamma_i}$, где числа $\gamma_i\,(i \in Q)$ связаны с векторами

$$v = (v_i, \ldots, v_s), \quad v_k = (v_{k,1}, \ldots, v_{k,n_k}), \quad (k = 1, 2, \ldots, s);$$

$$\left.\begin{array}{l} m^i = \left(m_1^{i_1}, \ldots, m_s^{i_s}\right) \\ m_k^{i_k} = \left(m_{k,1}^{i_k}, \ldots, m_{k,n_k}^{i_k}\right) \end{array}\right\}, \quad (k = 1, 2, \ldots, s)$$

и параметрами $q \geqslant p_i \;\; (i \in Q)$, при этом

$$D^v f = D_1^{v_1} \ldots D_s^{v_s} f(x_1, \ldots, x_s),$$

$$D_k^{v_k} f(\ldots, x_k, \ldots) = \frac{\partial^{|v_k|}}{\partial x_{k,1}^{v_{k,1}} \ldots \partial x_{k,n_k}^{v_{k,n_k}}}, \quad (k = 1, 2, \ldots, s)$$

и аналогично понимаются частные смешанные производные $D^{m^i} f(x)$, $i = (i, \ldots, i_s) \in Q$.

Список литературы

1. *Ф.Г. Максудов, А.Дж. Джабраилов.* Метод интегральных представлений в теории пространств. Баку, Издат. «Элм», том I, 200 стр. 2000 г.

СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ КВАЗИВЫПУКЛЫМИ ФУНКЦИЯМИ И НУЛЬ-ЛАГРАНЖИАНАМИ

Егоров А.А.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

ИМ СО РАН, пр. Акад. В. А. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090

Тел.: 8(383)3301411, Факс: 8(383)3332598, e-mail: yegorov@math.nsc.ru

В статье [1] получены теоремы об устойчивости классов решений $u\colon V \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных вида

$$F(u'(x)) = G(u'(x)) \quad \text{для п. в. } x \in V. \tag{1}$$

Здесь $F\colon \mathbb{R}^{m\times n} \to \mathbb{R}$ — квазивыпуклая функция, $G\colon \mathbb{R}^{m\times n} \to \mathbb{R}$ — нуль-лагранжиан, $u' = \left(\frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu}\right)$ — матрица Якоби отображения u, $\mathbb{R}^{m\times n}$ — пространство вещественных $m \times n$-матриц, рассматриваемое с операторной нормой $|\zeta| = \sup\{|\zeta(x)| : |x|<1\}$, $\zeta \in \mathbb{R}^{m\times n}$.

Полученные в работе [1] результаты являются расширением на рассматриваемые классы решений хорошо известных теорем об устойчивости класса конформных отображений (см., например, монографии [2–5]). Конформные отображения являются решениями уравнения (1) в случае, когда $m = n$, $F(\zeta) = |\zeta|$ и $G(\zeta) = \det \zeta$.

При получении теорем устойчивости важную роль играют исследования (представляющие и самостоятельный интерес) по свойствам решений $v\colon V \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ нелинейных дифферециальных неравенств

$$F(v'(x)) \leqslant KG(v'(x)) \quad \text{для п. в. } x \in V.$$

В данной работе установлен ряд свойств решений этих дифференциальных неравенств, аналогичных известным для отображений с ограниченным искажением. Доказаны теоремы о слабой замкнутости классов решений в пространстве $W^{1,p}(V;\mathbb{R}^m)$, о самоулучшающейся интегрируемости производных решений, о затирании особенностей для решений.

Список литературы

1. *Егоров А.А.* Устойчивость классов отображений, квазивыпуклость и нуль-лагранжианы // Докл. АН. 2007. Т. 415, № 6, С. 730–733.
2. *Решетняк Ю.Г.* Пространственные отображения с ограниченным искажением. Новосибирск: Наука, 1982.
3. *Решетняк Ю.Г.* Теоремы устойчивости в геометрии и анализе. 2-е изд., перераб. Новосибирск: Изд-во Ин-та матем., 1996.
4. *Копылов А.П.* Устойчивость в C-норме классов отображений. Новосибирск: Наука, 1990.
5. *Iwaniec T., Martin G.* Geometric function theory and non-linear analysis. Oxford: Oxford University Press, 2001. (Oxford Mathematical Monographs).

О НЕРАВЕНСТВЕ БЕРНШТЕЙНА*

Иродова И.П.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

150000, Ярославль, ул. Советская, д. 14

e-mail: Irodov@mail.adm.yar.ru

Пусть Q_0 — единичный куб в d-мерном пространстве.

Символом P_k обозначим пространство многочленов степени не выше $k-1$ по каждой переменной.

Далее, будем говорить, что функция g принадлежит множеству P_k^n,

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07–01–00385)

если существует такой набор диадических кубов $\{Q_1, \ldots, Q_n\}$ из Q_0, что

$$g = \sum_{i=1}^{n} p_{Q_i} \chi_{Q_i},$$

где $p_{Q_i} \in P_k$.

Через $C^{k-2}(Q_0)$, как обычно, обозначим пространство функций, заданных на Q_0 и имеющих все производные до порядка $k-2$ включительно по каждой переменной. Тогда

$$S_k^n := P_k^n \bigcap C^{k-2}(Q_0).$$

Напомним, что функция f из $L_p(Q_0)$, $0 < p \leqslant \infty$ принадлежит пространству $B_p^{\lambda\theta}(Q_0)$, $\theta, \lambda > 0$, если конечна величина

$$\|f\|_{B_p^{\lambda\theta}} := \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(2^{n\lambda} \omega_k(f, 2^{-n})_p \right)^{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta}} + \|f\|_p.$$

Для функций из множества S_k^n было доказано неравенство Бернштейна.

Теорема 1. . *Пусть* $\lambda = \dfrac{d}{p}$, $0 < p < \infty$. *Тогда для* $s_n \in S_k^n$ *имеет место неравенство*

$$\|s_n\|_{B_p^{\lambda p}} \leqslant c \cdot n^{\frac{\lambda}{d}} \|s_n\|_{L_\infty(Q_0)}.$$

Неравенство Бернштейна в одномерном случае было доказано в [1], в многомерном — в [2]. Оказывается, неравенство Бернштейна в случае $p > 1$ можно усилить, заменив пространство $L_\infty(Q_0)$ на более узкое пространство BMO функций ограниченной средней осцилляции.

Напомним, что функция f принадлежит BMO, если конечна величина

$$\|f\|_{BMO} := \sup_{Q \subset Q_0} \frac{E_1(f, Q)_1}{|Q|} + \|f\|_p;$$

здесь $E_1(f, Q)_1 = dist_{L_1(Q)}(f, P_1)$.

Сформулируем теперь основной результат.

Теорема 2. . *Пусть* $\lambda = \dfrac{d}{p}$, $p > 1$, $d > 1$. *Тогда для* $s_n \in S_k^n$ *имеет место неравенство*

$$\|s_n\|_{B_p^{\lambda p}} \leqslant c \cdot n^{\frac{\lambda}{d}} \|s_n\|_{BMO},$$

здесь $k > \lambda + 2$, $\lambda > 0$.

Для доказательства теоремы 2 было использовано неравенство Бернштейна для диадических пространств $B_p^{\lambda p}(F)$ и интерполяционная техника. Предложенный метод является новым и более простым по сравнению с методами, которые применялись ранее.

Неравенство Бернштейна в сочетании с неравенством Джексона, доказанным в [3], позволяет описать пространство $B_p^{\lambda p}$ в терминах нелинейной сплайн-аппроксимации.

Теорема 3. . *Пусть* $\lambda = \dfrac{d}{p}$ $, p > 1, d > 1, k > \lambda + 2$. *Тогда*

$$f \in B_p^{\lambda p} \Leftrightarrow \left(\sum_{n=0}^{\infty} \left(2^{n\lambda} \operatorname{dist}_{BMO} \left(f, S_k^{2^{nd}} \right) \right)^p \right)^{\frac{1}{p}} + \|f\|_p < \infty.$$

Список литературы

1. *Брудный Ю.А.* Рациональная аппроксимация и теорема вложения// ДАН СССР 247, вып. 2, 1979, с. 269–272.
2. *Devore R.A., Petruschev P.P., X.M. Yu* Nonlinear wavelet approximation in the space $C(\mathbb{R}^d)$// Progress in Approximation Theory (Tampa, FL. 1990), Springer Ser. Comput. Math. vol. 19, Springer, New York, 1992. p. 261–283.
3. *Брудный Ю.А., Иродова И.П.* Нелинейная сплайн-аппроксимация функций многих переменных и B-пространства// Алгебра и анализ, 1992, т. 4, №6, с. 45–79.

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ В.В. КОЗЛОВА, ОТНОСЯЩИХСЯ К МЕТОДАМ СУММИРОВАНИЯ*

Калябин Г.А.

Российский Университет Дружбы Народов

117302, Москва, ул. Орджоникидзе, 3

Тел.: 9523583, e-mail: klgnaa@mail.ru

1. В [1] сформулирован ряд вопросов, относящихся к операторам Вороного и Рисса, переводящих вещественную последовательность s_n, $n \in \in \mathbb{N}_0$, соответственно, в

$$w_n = W_n^{(q)}(s) := \frac{1}{Q_n} \sum_{k=0}^{n} q_k s_{n-k};$$
$$r_n = R_n^{(q)}(s) := \frac{1}{Q_n} \sum_{k=0}^{n} q_k s_k; \quad Q_n := \sum_{k=0}^{n} q_k, \tag{1}$$

где $q_0 > 0$, $q_n \geqslant 0$, $n \in \mathbb{N}_0$ — весовая последовательность, удовлетворяющая условиям регулярности (см. [2], гл. III, IV)

$$Q_n \to \infty, \qquad \frac{q_n}{Q_n} \to 0; \qquad n \to \infty. \tag{2}$$

В случае, когда все $q_n = 1$, мы имеем метод $(C, 1)$ средних арифметических Чезаро. Согласно классической теореме Вейля (1916), для любого

*Работа поддержана грантами РФФИ (№№ 05–01–01050, 06–01–00341, 06–01–04006), INTAS (project 05–1000008–8157) и CRDF (project SA–014–02).

иррационального θ последовательность дробных долей $\{n\theta\}$ равномерно распределена (рр) на (0,1) относительно метода $(C,1)$; с другой стороны, Кеннеди (1947) доказал, что $\{\alpha \ln n\}$ не рр ни при одном $\alpha \in \mathbb{R}$ (см [3], гл. 1).

Теорема 1. *Если x_n — рр относительно какого-либо регулярного метода Вороного (W,q_n), то она будет рр и в классическом смысле. В частности, $\{\alpha \ln n\}$ не может быть (W,q_n)-рр.*

В [1] данный результат получен лишь для дискретного ряда значений

$$\alpha = \alpha_m := (2\ln m)^{-1}, \quad m \in \mathbb{N}, \quad m > 1.$$

2. О существовании (R,q_n)-рр и (W,q_n)-рр последовательностей

Дж. фон Нейман в 1924 доказал, что всякую всюду плотную на (0,1) последовательность можно переставить так, что она будет рр (в классическом смысле). Е. Горделий (2004) обобщила эту теорему на произвольные регулярные методы Рисса.

Достаточно неожиданно выяснилось, что для методов Вороного ситуация совсем иная.

Теорема 2. *Существует такая регулярная в смысле* (2) *весовая последовательность $\tilde{q}_n$, что для любой последовательности s_n, состоящей из нулей и единиц выполнено хотя бы одно из двух соотношений:*

$$\text{(i)} \quad \limsup_{n\to\infty} W_n^{(\tilde{q})}(s) = 1, \quad \text{(ii)} \quad \liminf_{n\to\infty} W_n^{(\tilde{q})}(s) = 0. \tag{3}$$

В частности, ни одной $(W,\tilde{q}_n)$-рр последовательности не существует.

3. О расходимости почти всюду функций Радемахера относительно методов Рисса

В 1926 Радемахер ввел свои знаменитые функции

$$r_n(x) := \operatorname{sign} \sin 2^{n+1}\pi x, \; n \in \mathbb{N}_0, \; x \in \mathbb{R} \tag{4}$$

и доказал, что $r_n(x) \to 0 \quad (C,1)$ для п.в. $x \in \mathbb{R}$, хотя в обычном смысле предел $r_n(x)$ при $n \to \infty$ не существует п.в.

Из результатов Кизеля–Штадтмюллера (см. [4], теор. 4.6) следует, что если $\ln n \max\limits_{0\leqslant k\leqslant n} q_k = o(Q_n)$, то $r_n(x) \to 0 \quad (R,q_n)$ для п.в. $x \in \mathbb{R}$. Маруяма и Цучикура с помощью построения конкретных примеров показали, что при замене o на O данное условие перестает быть достаточным для п.в.-сходимости последовательности функций Радемахера относительно метода Рисса (R,q_n). Наша цель — показать, что в действительности такая ситуация вполне типична.

Теорема 3. *Пусть последовательности q_n и Q_n/q_n не убывают; тогда следующие три условия равносильны:* (i) $\sup\limits_n Q_n(q_n \ln n)^{-1} < \infty$; (ii) *последовательность* $\rho_n(x) := (q_0 r_0(x) + \ldots + q_n r_n(x))Q_n^{-1}$ *расходится для п.в.* $x \in \mathbb{R}$; (iii) $\rho_n(x)$ *расходится на множестве положительной меры.*

Замечание. Для последовательности $q_n := \exp(n/\ln^\alpha n)$, $\alpha \leqslant 1$, выполняется условие теоремы 3 и имеет место асимптотическое равенство $Q_n/q_n \approx \ln^\alpha n$; таким образом, последовательность $\rho_n(x)$ в данном случае расходится для п.в. $x \in \mathbb{R}$, что дает ответ на вопрос, поставленный в [1], § 4.

Список литературы

1. *Козлов В,В.* Весовые средние, равномерное распределение и строгая эргодичность // УМН, 2005, Т. 60, вып.6, С. 115–138.
2. *Харди Г.Х.* Расходящиеся ряды, М.: ИЛ. 1951.
3. *Кейперс Л, Нидеррейтер Г.* Равномерное распределение последовательностей. М.: Наука. 1985.
4. *Lin, M., Weber, M.* Weighted ergodic theorems and strong law of large numbers// Ergodic Theory & Dymamical Systems, 2006, V. 26.
5. *Калябин Г.А.* Равномерное распределение последовательностей относительно методов Вороного и Рисса // Доклады РАН, 2006, Т. 410, № 1, С. 19–20.
6. *Калябин Г.А.* О существовании последовательностей, равномерно распределенных относительно методов Вороного и Рисса// Доклады РАН, 2007, Т. 415, № 1, с. 25–27.
7. *Калябин Г.А.* Условия расходимости средних Рисса от функций Радемахера// Доклады РАН, 2008, 419, № 2.

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ СРАВНЕНИЯ ПО НЕНУЛЕВОМУ РАЦИОНАЛЬНОМУ МОДУЛЮ

Карпулин И.И., Подлозный Э.Д.

1. О делимости суммы двух простых чисел. Из литературы [1–3] известно, что не доказано о том, что сумма двух простых нечётных чисел является чётным числом.

Допустим имеем два нечётных числа a и b. В результате деления имеем:

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \left(c + \frac{1}{2}\right) + \left(d + \frac{1}{2}\right) = c + d + 1, \quad (a > b),$$

т.е. сумма двух нечётных чисел делится на простое чётное число.

2. Это означает, что нечётные числа (простое или составное) a и b являются одними из чисел в $2n-1$ при $1, 2, 3, \ldots, n$, а $2n-1$ при делении на 2 всегда даётся в остатке $\frac{1}{2}$, то есть $\frac{2n-1}{2} = \frac{1}{2} + n - 1$. Где $n-1$ — положительное натуральное число меньшее на 1. Что касается любого чётного числа, то оно всегда делится на чётное простое число 2. Это указывает на то, что сумма двух нечётных чисел есть нечётное число, так как любое чётное число является одним из чисел в 2, 4, 6, ..., $2n$ = 1, 2, 2 2, 3 2, ..., $2n$, т.е. делится на 2. При сравнении по ненулевому рациональному модулю это означает, что $a \equiv 0 \pmod{\frac{a}{2}}$, где $\frac{a}{2} = c + \frac{1}{2}$; $b \equiv 0 \pmod{\frac{b}{2}}$, $\frac{b}{2} = d + \frac{1}{2}$; $b + a \equiv 0 \pmod{\frac{b+a}{2}} \equiv 0 \pmod{k}$; $\frac{b+a}{2} = c + d + 1 = k$. Где

$\dfrac{a+b}{2} = k$ — целое число.

Так как $a \equiv 0 \pmod{\frac{a}{r}}$, $r = 2, 3, 4, \ldots, a-1$, $b \equiv 0 \pmod{\frac{b}{r}}$, то они сравнимы по ненулевому рациональному модулю независимо от a и b или $a+b$ делятся или не делятся на r (как и четное число). Аналогично это относится и к числу b $(a, b > r)$. Где $\frac{a}{r}$ и $\frac{b}{r}$ всегда дробные числа > 1 (a и $b > r$ и $a > b$). Что касается $(a+b)$: $r = f$, то число f может быть как дробным, так и целым > 1, то есть сумма $a+b$ может делиться или не делиться на число $a+b-1 = 1, 2, 3, 4, \ldots$ (как и четное число).

Поэтому следует заметить, что таким же свойством деления и сравнения по ненулевому рациональному модулю обладают четные числа. Они могут делиться или не делиться на $3, 4, \ldots, n+2$ (на простое четное число 2 делиться на любое четное число). Это означает, что сумма двух простых или составных нечетных чисел обладает тем же свойством, что и четное число. Это указывает на то, что сумма двух простых нечетных чисел может являться четным числом.

2. О делимости числа a на $(a; b)$. $(a > b$, $a \equiv 0 \pmod{a : b})$. В данном случае рассматривается делимость числа a на $a : b$, где $a : b$ может быть как дробным так и целым числом < 1. Это означает, что b может быть равно $2, 3, \ldots, a-1$, при определенных значениях которых число a может делиться или не делиться.

Если a делится на b, то допустим, что получается целое число, например, q. Тогда $qb = a$, где $a : b = q$ $(a \equiv 0 \pmod{a : b})$. Если же a не делится на b, то получается дробное число, допустим k (где q — целое число, а k — дробное большее 1). Представим дробное число k следующим образом: $k = s + \frac{r}{b}$ $(b > r)$. Тогда $a : k = (sb + r)(s + r : b) = b$.

Известно [3–6], что иррегулярные числа делят числители чисел Бернулли. Что касается простого целого иррегулярного числа p, то это аналогично (число p делится на $p : \nu = f$ — всегда дробное число >1, $p > \nu$). Аналогично, если B_m делится $B_m : p$, то в случае, если p — иррегулярно, имеем $B_m : a_1 = p$ (где a_1 — целое число от деления числителя чисел Бернулли B_m на иррегулярное p). В случае, если $B_m : a_2 = p$ (где a_2 — дробное число > 1 от деления числителя чисел Бернулли B_m на p, если бы оно было бы регулярным), то в обоих случаях $B_m : (B_m : p) = p$ независимо от того P делит или не делит B_m $(a_2 = a_1 f)$. Из [3] известно, что $B_n : n \equiv 0 \pmod{p}$, поэтому $Bm : m \equiv 0 \pmod{p}$ и $B_m \equiv 0 \pmod{p}$, а также что m равно одному из чисел $2, 4, \ldots, \nu f (p = v f)$. Следовательно, вследствие [3,4] и полученных нами результатов [5,6] доказано, что количество регулярных простых чисел бесконечно. Этим все и сказано о подлинности теоремы П. Ферма.

Обобщая полученные данные [5,6] и литературные источники [1–4] предлагаются следующие теоремы.

1. Доказать, является ли число вида $2^n - 1$ простым при простом n.
2. Доказать, что четное количество (S) нечетных простых чисел, начиная с количества $S = 2$, есть четное число.
3. Доказать, может ли уравнение $(x+y)(x+y^2)\ldots(x+y^n) = z^m$ иметь

решения в целых числах ($x \neq y \neq 0$, $m \neq n$, $m, n \geqslant 3$).

4. Доказать, может ли уравнение $xy + z^n t = s^m$ иметь решения в целых числах ($x \neq y \neq z \neq t \neq 0$, $n \geqslant 2$; $m \neq n$ — простые числа; x, y, z, t — простые числа).

Список литературы

1. *Серпинский В.* Что мы знаем и что мы не знаем о простых числах. М: Издательство иностранной литературы. Пер. с польского. 1963. – 89с.
2. *Воронин С.М.* Простые числа. М.: Знание.1978. – 63с.
3. *Боревич З.И., Шафаревич Н.Р.* Теория чисел. М.: Наука. 1985. – 368с.
4. *Постников М.М.* Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука. – 1980. – 239с.
5. *Карпунин И.И.,Подлозный Э.Д.* К вопросу о делимости чисел // Сучасні проблеми науки та освіти: 8-а Міжнародна міждисциплінарна науково-практична школа-конференція. Харьків. – 2007. – с.80.
6. *Карпунин И.И., Подлозный Э.Д.* О делимости чисел // Информационная среда вуза: материалы XIV Международной научно-технической конференции. Государственная архитектурно-строительная академия. Иваново. – 2007. – с.501–506.

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ОБОБЩЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ МИТТАГ–ЛЕФФЛЕРА В ЯДРЕ

Килбас А.А., Князюк Н.В.

Белорусский государственный университет

Минск, пр. Независимости, 4

Тел.: (017)2095570, e-mail: anatolykilbas@gmail.com, kniaziuknataly@tut.by

Пусть $E^{\gamma}_{\rho,\mu}(z)$ — обобщенная функция Миттаг–Леффлера, определяемая для действительных ρ, μ, $\gamma \in \mathbb{R} (\rho > 0)$ следующим степенным рядом [1]:

$$E^{\gamma}_{\rho,\,\mu}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\gamma)_k \, z^k}{\Gamma(\rho k + \mu) k!}, \tag{1}$$

где $(\gamma)_k$ — символ Похгаммера: $(\gamma)_0 = 1$, $(\gamma)_k = \gamma\,(\gamma+1)\ldots(\gamma+k-1)$ $(k = 1,\ 2,\ \ldots)$.

Данная работа посвящена исследованию интегрального уравнения первого рода на положительной полуоси $(a;\ \infty)$ вида

$$\left(E^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega;-}\varphi\right)(x) = f(x) \quad (x > a,\ a > 0). \tag{2}$$

где $E^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega;-}$ — интегральный оператор с обобщенной функцией Миттаг–Леффлера (1) в ядре на полуоси $(a;\ \infty)$, $a>0$:

$$\left(E^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega;-}\varphi\right)(x)=\int\limits_{x}^{\infty}\left(\frac{t-x}{tx}\right)^{\mu-1}E^{\gamma}_{\rho,\mu}\left[\omega\left(\frac{t-x}{tx}\right)^{\rho}\right]\frac{\varphi\left(t\right)dt}{t^{2}}$$

$$(x>a;\ \rho,\ \mu,\ \gamma,\ \omega\in\mathbb{R}\left(\rho>0,\ \mu>0\right)).$$

Для уравнения (2) доказываются необходимые и достаточные условия его разрешимости в пространстве $\mathrm{Im}\,(a;\ \infty):=L\left((a;\ \infty);\ x^{-2}\right)$ измеримых по Лебегу функций $y(x)$ на положительной полуоси $(a;\ \infty)$ $(a>0)$ с весом x^{-2}:

$$\mathrm{Im}\,(a;\ \infty):=\left\{y:\ \|y\|_{\mathrm{Im}\,(a;\ \infty)}=\int\limits_{a}^{\infty}x^{-2}|y(x)|dx<\infty\right\},$$

а также дается решение этого уравнения в замкнутой форме.

Введем пространство $\mathrm{AC}\,[a;\ \infty)$ функций на полуоси $[a;\ \infty)$, $a>0$ следующим образом :

$$g(x)\in\mathrm{AC}\,[a;\ \infty)\quad\Leftrightarrow\quad g(x)=c+\int\limits_{x}^{\infty}\frac{\psi(t)dt}{t^{2}}\qquad\left(\psi\in\mathrm{Im}\,(a;\ \infty)\right),$$

где c — произвольная постоянная.

Теорема. *Пусть* $\rho,\ \mu,\ \gamma,\ \omega\in\mathbb{R}(\rho>0,\mu>0)$. *Для того, чтобы интегральное уравнение* (2) *было разрешимо в пространстве* $\mathrm{Im}\,(a;\ \infty)$ *необходимо и достаточно, чтобы*

$$\left(J^{1-\mu-\nu}_{-}E^{-\gamma}_{\rho,\nu,\omega;-}f\right)(x)\in\mathrm{AC}\,[a;\infty)\quad\text{и}\quad\left(J^{1-\mu-\nu}_{-}E^{-\gamma}_{\rho,\nu,\omega;-}f\right)(\infty)=0,$$

где $0<\nu<1-\mu$. *Тогда единственное решение* $\varphi\left(x\right)\in\mathrm{Im}\,(a;\ \infty)$ *уравнения* (2) *имеет вид*

$$\varphi\left(x\right)=\left(D^{\mu+\nu}_{-}E^{-\gamma}_{\rho,\nu,\omega;-}f\right)(x).$$

Здесь $J^{\alpha}_{-}\psi$ и $D^{\alpha}_{-}y$ представляют собой следующие конструкции [2]:

$$\left(J^{\alpha}_{-}\psi\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_{x}^{\infty}\left(\frac{t-x}{tx}\right)^{\alpha-1}\frac{\psi(t)dt}{t^{2}}\quad(x>a,\ \ a>0;\ \ \alpha>0),$$

$$\left(D^{\alpha}_{-}\,y\right)(x)=\left(-x^{2}\frac{d}{dx}\right)^{n}\left(J^{n-\alpha}_{-}y\right)(x)\qquad\left(x>a,\ a>0;\ n=[\alpha]+1\right),$$

которые являются модификациями классических правосторонних дробных интегралов и производных Римана–Лиувилля $I^{\alpha}_{b-}\,y$ и $D^{\alpha}_{b-}\,y$ на конечном или полубесконечном интервале $[a;\ b]$, $-\infty<a<b\leqslant\infty$, действительной оси [3, §§ 2.2, 2.4, 5.1].

Список литературы

1. *Prabhakar T.R.* A singular integral equation with a generalized Mittag–Leffler function in the kernel // Yokohama Math.J. – 1971. – Vol.19. – P.7–15.
2. *Килбас А.А., Князюк Н.В.* // Труды Института математики. Мн. 2007. Т. 15, № 1. С. 68–77.
3. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Мн.,1987.

О СУММИРУЕМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ ФУНКЦИИ ИЗ ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ ЛОРЕНЦА

Копежанова А.Н., Нурсултанов Е.Д.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева

Астана

В работе изучается суммируемость коэффициентов Фурье $c = \{c_n(f)\}$ по системе $\{\varphi_n\}$ функции из весового пространства Лоренца.

Ортонормированная система ограниченная в совокупности, если $|\varphi_n(t)| \leqslant M$, $t \in [0,1]$, $n \in N$.

Пусть f периодическая функция с периодом 1 и интегрируемая на $[0,1]$.

$$c_n = c_n(f) = \int_0^1 f(t)\overline{\varphi_n(t)}dt, \quad n \in Z$$

будет ее коэффициентами Фурье по системе $\Phi = \{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Теорема 1. *Пусть* $0 < \beta \leqslant \infty$ *и пусть* λ *неотрицательная функция на* $[0,\infty)$. *Если существует* $\delta > 0$ *удовлетворяющая условию:* $\lambda(t)t^{-\delta}$ *является возрастающей функций,* $\lambda(t)t^{-\left(\frac{1}{2}-\delta\right)}$ *является убывающей функций, тогда*

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(c_n^*\lambda(n)\right)^{\beta} \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} \leqslant c \left(\int_0^1 \left(f^*(t)t\lambda\left(\frac{1}{t}\right)\right)^{\beta} \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

где $\{c_n^*\}_0^{\infty}$ *является невозрастающей перестановкой последовательности* $\{|c_n|\}_{n=-\infty}^{+\infty}$ *и* $f^*(t)$ *является равноизмеримая по* $|f(t)|$ *и невозрастающей функций.*

В случае $\beta < \infty$, $\Phi = \{e^{2\pi ikx}\}$ — тригонометрическая система, утверждение доказано в работе Персона Л.Е.[1]

Теорема 2. *Пусть* $0 < \beta \leqslant \infty$ *и пусть* λ *неотрицательная функция на* $[0,\infty)$. *Если существует* $\delta > 0$ *удовлетворяющая условию:* $\lambda(t)t^{-\delta}$

возрастающая функция и $\lambda(t)t^{-1+\delta}$ *убывающая функция. Тогда*

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(\bar{c_n}\lambda(n)\right)^{\beta}\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} \leqslant c\left(\int_0^1\left(f^*(t)t\lambda\left(\frac{1}{t}\right)\right)^{\beta}\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{\beta}},$$

где $\bar{c_n}=\frac{1}{n}\left|\sum_{m=1}^{n}c_m(f)\right|$

Когда $\lambda(t)=t^{\gamma}$весовая функция, то теорема 2 была доказана в работе[2]

Список литературы

1. *Persson L.E.* Relation between summability of functions and Fourier series// Acta Math.Acad.Sci.Hung. Tomus 27(3–4), 1976, p.267–280.
2. *Нурсултанов Е.Д.* Сетевые пространства и неравенства типа Харди–Литтлвуда// Матем. сборник, 1998, т. 189, №3, с. 83–102.

О ПОДХОДЕ ГЕЛЬФВАНДА–ШАПИРО К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПРОСТРАНСТВА СТЕПАНОВА НА ГЛАДКОМ МНОГООБРАЗИИ

Костин В.А., Ляхов Л.Н.

Воронежский госуниверситет;
Воронежская гос.технологическая академия

e-mail: `lyakhov@box.vsi.ru`

В работе [1] введено следующее определение интеграла по $(n-1)$-мерному многообразию, заданному уравнением $P(x)=0$, grad $P\not\equiv 0$:

$$(\delta(P),\varphi)=\int\limits_{R_n}\delta(P)\ \varphi(x)\ dx=\int\limits_{P=0}\varphi(x)\,\omega, \qquad (1)$$

где через P обозначена поверхность $P(x)=0$, $\delta(P)$ — дельта-распределение сосредоточенное на поверхности P,

$$\omega=(-1)^{j-1}\ \left(\frac{\partial P}{\partial x_j}\right)^{-1}\ dx_1\dots dx_{j-1}dx_{j+1}\dots dx_n$$

— дифференциальная форма Лерея, порожденная поверхностью P. При этом предполагается, что на носителе функции φ выполнено условие $\frac{\partial P}{\partial x_j}\not\equiv$ $\not\equiv 0$. Очевидное преимущество подобного подхода связано с тем, что работа с соответствующими интегралами формально может проводится в R_n, а не на многообразии.

Пространства, введенные В.В. Степановым и называемые далее пространствами Степанова, (см. [2], стр. 99) состоит из локально интегрируемых в R_n функций для которых конечна норма

$$\|f\|_{S_{l,p}} = \frac{1}{l^n}\left[\sup_{x\in R_n}\int\limits_{K_l}|f(x+s)|^p\,ds\right]^{1/p}, \tag{2}$$

$$K_l = \{y : 0 \leqslant y_i \leqslant l, \quad i = 1,\dots,n\}$$

Норма (2) в терминах определения (1) принимает следующий вид

$$\|f\|_{S_{l,p(P)}} = \frac{1}{l^{n-1}}\left[\sup_{x\in P}\int\limits_{K_l}\delta(P)|\,f(x+s)|^p\,ds\right]^{1/p}. \tag{3}$$

Удобство определения (3) проявляется при доказательстве ряда теорем теории пространств Степанова на гладких многообразиях. Например утверждение *«нормы (3), отвечающие различным l, эквивалентны»* является простым следствием соответствующего утверждения для нормы (2).

Определение. Множество локально интегрируемых функций с конечной нормой (3) будем называть *пространством Степанова на поверхности* $P = 0$ и обозначать $S_{p,l}(P)$.

Теорема 1. *Пространство* $S_{p,l}(P)$ *— банахово.*

Пусть теперь функция $\rho(x)$ определена в локальных координатах, порождаемых соответствующим разбиением единицы поверхности P, в конусе R_n^+, $x_1 > 0,\dots,x_n > 0$, удовлетворяет следующим условиям:

1) $\rho(x) > 0$;

2) $\rho(0) < \infty$;

3) симметрична относительно любой перестановки переменных, т.е. $\rho(x_1,\dots,x_{i-1},x_i,\dots,x_n) = \rho(x_1,\dots,x_i,x_{i-1},\dots,x_n)$, $i = 1,\dots,n$

4) $\dfrac{\partial\,\rho(x)}{\partial x_i} < 0$.

Примером такой функции служит ядро бесселевых потенциалов.

Введем обозначения

$$J_n(\rho) = \int\limits_{\mathbb{R}^+{}_n}\rho(x)\;dx,$$

$$(\delta(x_1),\rho) = \int\limits_{\mathbb{R}^+{}_{n-1}}\rho(0,x_2,\dots,x_n)\;dx.$$

В силу сделанных предположений, имеем

$$(\delta(x_1),\rho) = (\delta(x_j),\rho),$$

$$(\delta^k(x_1),\rho) = (\delta(x_1)\,\dots\,\delta(x_k),\rho) = \int\limits_{\mathbb{R}^+{}_{n-k}}\rho(0,\dots,0,x_{k+1},\dots,x_n)$$

и, следовательно, $(\delta^n(x_1),\rho) = \rho(0)$.

Пусть функция $\rho(x)$ такова, что

$$\|f\|_{S_{p,\rho}(P)} = \sup_{x \in P} \left[\int\limits_{\mathbb{R}^+{}_n} \delta(P) \quad \rho(s)|f(x+s)|^p \, ds \right]^{1/p} < \infty. \qquad (4)$$

Класс таких локально интегрируемых функций будем обозначать через $S_{p,\rho}(P)$.

Теорема 2. *Нормы (3) и (4) эквивалентны тогда и только тогда, когда интеграл $J_n(\rho)$ ограничен. При этом*

$$((l\,\delta(x_1 - l))^n, \rho)^{1/p} \|f\|_{S_{p,l}(P)} \leqslant \|f\|_{S_{p,\rho}(P)} \leqslant [l\delta(x_1+1)n, \rho]^{1/p} \;\; \|f\|_{S_{p,l}(P)}.$$

Список литературы

1. *Гельфанд И.М., Шапиро З.Я.* Однородные функции и их приложения // УМН. 1955. Т.10, № 3. С.3–70.
2. *Костин А.В., Костин В.А.* К теории функциональных пространств Степанова. Воронеж, ВГУ. 2007. С.259.

ОБ АСИМПТОТИКЕ ПОПЕРЕЧНИКОВ МНОГОВЕСОВЫХ КЛАССОВ СОБОЛЕВА

Кусаинова Л.К.

РГКП Институт прикладной математики МОН РК

г. Караганда, 100028, ул. Университетская, 28

Тел.: 8(7212)742987, Факс: 8(7212)742987, e-mail: leili2006@mail.ru

В работе приводятся асимптотические оценки поведения линейных поперечников $\lambda_n^{(i)} = \lambda_n(W^{(i)};\; L_p(I))$ для классов

$$W^{(i)} = \{f \in C^\infty(I): \quad \|f;\; W^{(i)}\| \leqslant 1\},$$

где

$$\|f; W^{(1)}\| = \left\| \sum_{j=0}^{r} a_j f^{(j)} \right\|_p, \quad \|f; W^{(2)}\| = \sum_{j=0}^{r} \|a_j f^{(j)}\|_p.$$

Здесь $I = (0,\,1)$, $\|\cdot\|_p$ норма в $L_p(I)$, a_j переменные коэффициенты из $L_p(I;\; loc)$, $1 < p < \infty$, $p' = p/(p-1)$.

Теорема 1. Пусть a_j удовлетворяют условиям: $a_r^{-1} \in L_{p'}(I)$, $a_j \in L_p(I)$ $(0 \leqslant j \leqslant r-1)$. Тогда

$$\frac{1}{c\|a_r; L_p(1/2,\,1)\|} \leqslant \underline{\lim} n^r \lambda_n^{(1)} \leqslant \overline{\lim} n^r \lambda_n^{(1)} \leqslant c\|a_r^{-1}; L_{p'}(I)\|.$$

Пусть функция $0 < \upsilon(x) \leqslant \min\{x,\ 1-x\}$ на I подчиняется условию: существуют такие $0 < \varepsilon$, $\eta < 1$, что

$$\upsilon(t) \geqslant \eta\upsilon(x) \text{ к.т. } t \in \Delta(x) \overset{def}{=} \left(x - \frac{\varepsilon\upsilon(x)}{2},\ x + \frac{\varepsilon\upsilon(x)}{2}\right).$$

Ниже будем предполагать, что $a_r(x) \leqslant c\upsilon(x)^r a_0(x)$ п.в. в I и $a_0(x)$ подчиняется условию (A_∞) на интервалах базиса $B_\upsilon = \bigcup\limits_{x\in I}\{\Delta\colon\ \Delta \subset \Delta(x)\}$.

Положим

$$M_\upsilon f(x) = \sup_{B_\upsilon \ni \Delta \ni x} \frac{1}{|\Delta|}\int\limits_{\Delta}|f|,$$

$$\Delta_\upsilon = (M_\upsilon(a_g^{-p'}))^{1/p'}, \quad F_\upsilon(\lambda) = \int\limits_{\Omega_\lambda}\Phi_\upsilon^{1/r},$$

где

$$\Omega_\lambda = \{x \in I \quad : \quad \upsilon(x)^r\Phi_\upsilon(x) > \lambda\}\ (\lambda > 0).$$

Теорема 2. *Пусть* $\sup\limits_I \upsilon^r\Phi_\upsilon < \infty$ *и*

$$\lim_{x\to 1-i}\upsilon(x)^r\Phi_\upsilon(x) = 0 \quad \textit{при} \quad i = 0,\ 1.$$

Тогда

$$N(\lambda) \overset{def}{=} \sum_{\lambda<\lambda_n^{(2)}} 1 \leqslant c\lambda^{-1/r}F_\upsilon(\lambda/c).$$

Замечание. Существует минимальная функция $\upsilon^*(x) = \upsilon(x|\ a_0,\ a_1)$, позволяющая получить в терминах максимальной функции $M_{\upsilon^*}(a_r^{-p'})$ слабую асимптотику $\lambda^{1/r}N(\lambda) \succ\prec F_{\upsilon^*}(\lambda)$.

Список литературы

1. *Айтенова М.С., Кусаинова Л.К.* Об асимптотике распределения аппроксимативных чисел вложений весовых классов Соболева // Математический журнал. 2002. Т. 2. №2. С. 7–14.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ АППРОКСИМАТИВНЫХ ЧИСЕЛ ОДНОВЕСОВОГО ОПЕРАТОРА РИМАНА–ЛИУВИЛЛЯ В КВАЗИБАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ*

Ломакина Е.Н.

Хабаровская государственная академия экономики и права (ХГАЭиП), кафедра «Математика и математические методы в экономике»

680042, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская 134

Тел.: (4212)761138

Квазинормой $\|\cdot\|$ заданной на линейным пространстве E называется действительнозначная функция со следующими свойствами:

(1) пусть $x \in E$, тогда $\|x\| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = 0$;

(2) $\|\lambda x\| = |\lambda|\|x\|$ для $x \in E$ и $\lambda \in \mathbb{R}$;

(3) существует константа $C_E \geqslant 1$ такая, что для $x, y \in E$

$$\|x+y\| \leqslant C_E\left(\|x\|+\|y\|\right).$$

Если в формуле (3) $C = 1$, то $\|\cdot\|$ является нормой на E. *Квазинормированным пространством* называется линейное пространство с введенной на нем квазинормой $(E, \|\cdot\|_E)$. Если всякая последовательность Коши в E сходится (к точке из E), то E называют *квазибанаховым пространством.*

Зададим некоторое $p \in (0,1]$, *p-нормой* на линейном пространстве E называется отображение $\|\cdot\|_E \to \mathbb{R}_+$ удовлетворяющее условиям (1), (2) квазинормы и условию

(3′) $\|x+y\|_E^p \leqslant \|x\|_E^p + \|y\|_E^p$ для всех $x, y \in E$.

Квазибанахово пространство называется *p-банаховым пространством*, если его квазинорма является p-нормой.

Пусть $0 < q < \infty$, пространство Лебега $L^q(\mathbb{R}^+) = \left\{f \ : \ \|f\| = \left(\int_0^\infty |f(x)|^q dx\right)^{1/q} < \infty\right\}$ — квазибанахово, а при $q \geqslant 1$ — банахово.

Пусть E, F — квазибанаховы пространства и $T : E \to F$ — линейный оператор. Также как и для банаховых пространств оператор T называется ограниченным (непрерывным), если $\|T\|_{T:E\to F} = \sup\{\|Tf\|_F \ : \ f \in E,\ \|f\|_E \leqslant 1\} < \infty$.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 07–01–00054–а, 08–01–98500–р-восток-а) и гранта ДВО РАН 06–III–А–01–003

Пусть $L(E,F)$ — класс всех линейных, ограниченных операторов действующих из квазибанахова пространства E в квазибанахово пространство F. Важной характеристикой компактности оператора $T \in L(E,F)$ являются его *аппроксимативные числа*, (*а-числа*), определяемые как расстояние между оператором T и подпространством конечномерных операторов:

$$a_n(T) := \inf\{\|T-L\|_{E\to F}: \quad L: E \to F, \ \operatorname{rank} L \leqslant n-1\}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Аппроксимативные числа обладают следующими свойствами: для $S, T \in L(E,F)$ и $R \in L(F,H)$

(i) $\|T\| = a_1(T) \geqslant a_2(T) \geqslant \cdots \geqslant 0$;
(ii) $a_{n+m-1}(R \circ S) \leqslant a_n(T) a_m(S), \quad n, m \in \mathbb{N}$,
(iii) Если F является q-банаховым пространством ($0 < q \leqslant 1$), тогда $a^q_{n+m-1}(T+S) \leqslant a^q_n(T) + a^q_m(S)$, $n, m \in \mathbb{N}$,

Значительное внимание в последние годы было уделено изучению аппроксимативных чисел оператора Харди и его одновесового обобщения — оператора Римана–Лиувилля

$$T_{\alpha,v} f(x) := v(x) \int\limits_0^x (x-y)^{\alpha-1} f(y)dy, \ \ x > 0, \tag{1}$$

где $\alpha > 0$. В статье [3] получены точные двусторонние асимптотические оценки аппроксимативных и энтропийных чисел операторов (1) при $1 < < p, q < \infty$.

Настоящая работа дополняет основные результаты [3] в случае $0 < q < < 1 < p < \infty$.

Для $\alpha \in \mathbb{N}$ положим $\frac{1}{r} := \alpha - \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$. Введем следующие обозначения:

$$|v|_r := \left(\sum_{k\in\mathbb{Z}} \delta_k^r \right)^{1/r}, \quad \text{где } \delta_k = 2^{k(\alpha-1/p)} \left(\int\limits_{2^k}^{2^{k+1}} |v(x)|^q dx \right)^{1/q}, k \in \mathbb{Z}.$$

Основные результаты представлены в следующей теореме.

Теорема 1. *Пусть* $0 < q < 1 < p < \infty$, $\alpha \in \mathbb{N}$ *и оператор* $T_{\alpha,v}: L_p(0,\infty) \to L_q(0,\infty)$ *компактен. Тогда с некоторыми константами* c, *абсолютными, или зависящими только от* p, q *и* α, *выполняются следующие оценки:*

(i) $\sup\limits_n n^{\alpha q} a_n^q(T_{\alpha,v}) \leqslant c|v|_r^q$,

(ii) *если* $|v|_r < \infty$, *то* $\limsup\limits_{n\to\infty} n^{\alpha q} a_n^q(T_{\alpha,v}) \leqslant c \left(\int\limits_0^\infty |v(x)|^r dx \right)^{q/r}$.

Список литературы

1. *Пич А.* Операторные идеалы. М: Мир. 1982. 536 с.
2. *Edmunds D.E., Tribel H.* Function spaces, entropy numbers, differential operators. Cambridge: Cambridge Univ. Press., 1996. 252 p.

3. *Ломакина Е.Н., Степанов В.Д.* Асимптотические оценки аппроксимативных и энтропийных чисел одновесового оператора Римана–Лиувилля // Математические труды. Т. 9. №1. 2006. С. 52–100.
4. *Lifshits M.A., Linde W.* Approximation and entropy numbers of Volterra operators with application to Brownian motion // Mem. Am. Math. Soc. 2002. V. 745, P. 1–87.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО НЕТОЧНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ*

Магарил-Ильяев Г.Г., Осипенко К.Ю.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет);
«МАТИ» — Российский государственный технологический университет им. К.Э. Циолковского

e-mail: `magaril@mirea.ru, kosipenko@yahoo.com`

Рассматривается задача об оптимальном восстановлении температуры бесконечного стержня в момент времени τ по ее приближенным измерениям в моменты $t_1, \ldots, t_n$.

Приведем точную постановку. Распространение тепла в бесконечном стержне (т. е. на прямой $\mathbb{R}$) описывается уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1}$$

с заданным начальным распределением температуры

$$u(0, x) = u_0(x). \tag{2}$$

Мы предполагаем, что $u_0 \cdot \in L_2(\mathbb{R})$. Единственным решением задачи (1) – (2) при $t > 0$ является интеграл Пуассона

$$u(t, x) = u(t, x; u_0\cdot) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \int\limits_{\mathbb{R}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4t}} u_0(\xi)\, d\xi$$

и при этом $u(t, \cdot) \to u_0\cdot$ при $t \to 0$ в метрике $L_2(\mathbb{R})$.

Пусть в моменты времени $0 \leqslant t_1 < \ldots < t_n$ приближенно известны распределения температур $u(t_1, \cdot), \ldots, u(t_n, \cdot)$, т. е. известны функции $y_i \cdot \in L_2(\mathbb{R})$ такие, что $\|u(t_i, \cdot) - y_i(\cdot)\|_{L_2(\mathbb{R})} \leqslant \delta_i$, где $\delta_i > 0$, $i = 1, \ldots, n$. Любое отображение $m\colon (L_2(\mathbb{R}))^n = L_2(\mathbb{R}) \times \ldots \times L_2(\mathbb{R}) \to L_2(\mathbb{R})$ объявляется методом восстановления(температуры в $L_2(\mathbb{R})$ в момент времени τ по данной информации). *Погрешность метода* m определяется равенством

$$e(\tau, \delta, m) = \sup_{\substack{u_0\cdot, y_1\cdot, \ldots, y_n\cdot \in L_2(\mathbb{R}) \\ \|u(t_i, \cdot) - y_i\cdot\|_{L_2(\mathbb{R})} \leqslant \delta_i,\ i=1,\ldots,n}} \|u(\tau, \cdot) - m(y) \cdot\|_{L_2(\mathbb{R})},$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №07–01–90102, №06–01–00530)

где $y = (y_1\cdot, \dots, y_n\cdot)$, а $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_n)$. Нас интересует величина

$$E(\tau, \delta) = \inf_m e(\tau, \delta, m),$$

где нижняя грань берется по всем методам $m\colon (L_2(\mathbb{R}))^n \to L_2(\mathbb{R}))$, которую назовем *погрешностью оптимального восстановления*, и метод $\widehat{m}$, на котором нижняя грань достигается, называемый *оптимальным методом восстановления* (температуры в $L_2(\mathbb{R})$ в момент времени τ по данной информации).

Отметим, что такой подход к определению оптимального метода идеологически восходит к работам А.Н. Колмогорова тридцатых годов прошлого века, посвященных нахождению наилучшего средства приближения сразу для всех функций из данного класса.

Перед формулировкой теоремы сделаем некоторые построения. На плоскости с координатами (t, x) обозначим $M = \operatorname{co}\{(t_j, \ln(1/\delta_j)),\ 1 \leqslant j \leqslant n\} + \{(t, 0) \mid t \geqslant 0\}$, где $\operatorname{co} A$ — выпуклая оболочка множества A. Пусть функция $\theta\cdot$ на $[0, \infty)$ определена равенством: $\theta(t) = \max\{x \mid (t, x) \in M\}$ (причем $\theta(t) = +\infty$, если $(t, x) \neq M$ ни для какого x). Ясно, что $\theta\cdot$ — ломаная на $[t_1, \infty)$. Пусть $t_{s_1} < \ldots < t_{s_k}$ — ее точки излома ($s_1 = 1$), которые, очевидно, являются подмножеством точек $\{t_1, \dots, t_n\}$ (если $\theta\cdot$ — прямая, то считаем, что излом только один в точке t_1, т. е. $k = 1$).

Теорема 4. *При всех $\tau > t_1$*

$$E(\tau, \delta) = e^{-\theta(\tau)}.$$

Если $\tau \in (t_{s_j}, t_{s_{j+1}})$ для некоторого $1 \leqslant j \leqslant k-1$, то

$$\widehat{m}(y)\cdot = u(\tau, \cdot; K \cdot *(\lambda_1 u(t_{s_j}, \cdot; y_{s_j}\cdot) + \lambda_2 u(t_{s_j+1}, \cdot; y_{s_j+1}\cdot))),$$

— оптимальный метод, где

$$\lambda_1 = \frac{t_{s_{j+1}} - \tau}{t_{s_{j+1}} - t_{s_j}} \left(\frac{\delta_{s_{j+1}}}{\delta_{s_j}}\right)^{\frac{2(\tau - t_{s_j})}{t_{s_{j+1}} - t_{s_j}}}, \quad \lambda_2 = \frac{\tau - t_{s_j}}{t_{s_{j+1}} - t_{s_j}} \left(\frac{\delta_{s_{j+1}}}{\delta_{s_j}}\right)^{\frac{2(t_{s_j+1} - \tau)}{t_{s_{j+1}} - t_{s_j}}},$$

$K\cdot \in L_2(\mathbb{R})$ и преобразование Фурье функции $K\cdot$ имеет вид

$$FK(\xi) = \frac{1}{\lambda_1 e^{-2\xi^2 t_{s_j}} + \lambda_2 e^{-2\xi^2 t_{s_{j+1}}}}.$$

Если $\tau > t_{s_k}$, то

$$\widehat{m}(y)(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi(\tau - t_{s_k})}} \int_{\mathbb{R}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4(\tau - t_{s_k})}} y_{s_k}(\xi)\, d\xi$$

— оптимальный метод.

Из выражения для оптимального метода видно, что при $\tau \in (t_{s_j}, t_{s_{j+1}})$ из всего наблюдаемого набора функций $y_1\cdot, \dots, y_n\cdot$ используются только две (и выбор их зависит от величин погрешности δ_i). Далее происходит их некоторое усреднение и сглаживание (свертка с ядром $K\cdot$) и полученная таким образом функция воспринимается как первоначальное распределение температур.

Рассматриваемая задача является частным случаем общей задачи об оптимальном восстановлении линейного оператора по неточной информации, которая изучалась в работах [1], [2], [3].

Список литературы

1. *A.A. Melkman and C.A. Micchelli.* Optimal estimation of linear operators in Hilbert spaces from inaccurate data. *SIAM J. Numer. Anal.*, **16** (1979), 87–105.
2. *Г.Г. Магарил-Ильяев, К.Ю. Осипенко.* Оптимальное восстановление функций и их производных по коэффициентам Фурье, заданным с погрешностью. Матем. сб., **193**:3 (2002), 79–100.
3. *Г.Г. Магарил-Ильяев, К.Ю. Осипенко.* Оптимальное восстановление функций и их производных по приближенной информации о спектре и неравенства для производных. Функц. анализ и его прилож. **37** (2003), 51–64.

ОБ ОДНОЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРЕМЕ АППРОКСИМАЦИИ В КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

Мамедханов Дж.И.

Бакинский Государственный Университет

Баку, ул. З.Халилова, 23

Тел.: (99412)4982089 (дом.), e-mail: jamalmamedkhanov@rambler.ru

Классическая теорема Джексона на конечном отрезке утверждает, что если $f \in \operatorname{Lip} 1$, то $E_n(f) \leqslant \frac{c}{n}$. Д.Ньютон сформулировал следующую проблему: каким необходимом и достаточным условиям должна удовлетворять дуга Γ в комплексной плоскости, чтобы на ней была справедлива теорема Джексона. Отметим здесь также и классическую теорему Джексона–Бернштейна–Валле Пуссена в периодическом случае: для того, чтобы $f \in \in \operatorname{Lip} \alpha$, $0 < \alpha < 1$, необходимо и достаточно, чтобы $E_n(f) \leqslant \frac{c}{n^\alpha}$. Относительно этой теоремы Дж.Уолш сформулировал проблему: каким необходимым и достаточным условиям должна удовлетворять кривая Γ, чтобы на ней была справедлива эта теорема.

Подобная проблема в комплексной плоскости на наш взгляд также актуальна и для исследования теоремы типа Никольского–Тимана–Дзядыка. Не менее интересны исследования в комплексной области, связанные с проблемой аппроксимации, принадлежащей, насколько нам известно, С.Н. Бернштейну: пусть $x \in [-1, 1]$, $f(x) = f(\cos\theta) = f_0(\theta)$. Для того, чтобы $f_0 \in \operatorname{Lip} \alpha$ необходимо и достаточно, чтобы $E_n(f) \leqslant \frac{c}{n^\alpha}$.

Именно этой теореме в комплексной плоскости в метрике C и $L_p(\Gamma)$ будет посвящен наш доклад.

О СРАВНЕНИИ УСЛОВИЙ РЕГУЛЯРИЗУЕМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Менихес Л.Д.

Южно-Уральский государственный университет, кафедра функционального анализа

454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

e-mail: men@math.susu.ac.ru

Пусть X и Y — банаховы пространства, $A : X \to Y$ — линейный непрерывный инъективный оператор. Мы будем говорить, что отображение A^{-1} регуляризуемо, если существует семейство отображений $R_\delta : Y \to X$, $\delta \in$ $\in (0, \delta_0)$ такое, что для любого $x \in X$

$$\lim_{\delta \to 0} \sup_{\|y - Ax\|} \leqslant \delta \|R_\delta y - x\| = 0.$$

В этом случае семейство $\{R_\delta\}$ называется регуляризатором для A^{-1}. Операторное уравнение $Ax = y$ называется регуляризуемым, если регуляризуемо отображение A^{-1}. В случае регуляризуемости уравнения семейство $x_\delta = R_\delta y_\delta$ может быть взято в качестве удовлетворительного приближенного решения некорректной задачи нахождения решения уравнения первого рода при приближенно заданной правой части y_δ с точностью δ.

Рассмотрим классическую ситуацию $X = C\,(0,1)$, $Y = L_2\,(0,1)$. Будем предполагать, что оператор A непрерывен также и в L_2-норме. Тогда оператор A может быть продолжен по непрерывности на различные подпространства M, $C\,(0,1) \subset M \subset L_2\,(0,1)$. В [1] было показано, что если продолжение A на некоторое $L_p\,(0,1)$, $p \geqslant 2$ имеет конечномерное ядро, то отображение A^{-1} регуляризуемо. В [2] было показано, что имеет место более сильное утверждение. Для регуляризуемости A^{-1} достаточна конечномерность ядра продолжения A на $L_\infty\,(0,1)$. Возникает следующий вопрос. Не будут ли условия регуляризуемости из работ [1] и [2] эквивалентны, если ограничиться интегральными операторами с гладкими симметричными ядрами? В докладе приводится теорема, из которой следует, что даже при указанных ограничениях на операторы, рассмотренные выше условия регуляризуемости не эквивалентны.

Теорема. *Существует инъективный интегральный оператор из $C\,(0,1)$ в $L_2\,(0,1)$ с бесконечно дифференцируемым симметричным ядром, продолжение которого по непрерывности на любое $L_p\,(0,1)$, $p \geqslant 2$ имеет бесконечномерное ядро, а ядро его продолжения на $L_\infty\,(0,1)$ конечномерно.*

Список литературы

1. *Менихес Л.Д.* О регуляризуемости некоторых классов отображений, обратных к интегральным операторам // Матем. заметки, 1999. Т. 65, N 2. С. 222–229.

Менихес Л.Д. Менихес Л.Д. Об одном достаточном условии регуляризуемости линейных обратных задач // Матем. заметки, 2007. Т. 82, N 2. С. 242–247.

О ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРАХ, ПОСТРОЕННЫХ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАНКЕЛЯ И ВЕСОВОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Мерзликина Е.М., Баев А.Д., Ляхов Л.Н.

Воронежский госуниверситет;
Воронежская гос.технологическая академия

e-mail: `lyakhov@box.vsi.ru`

Изучение псевдодифференциальных операторов на базе преобразования Ганкеля (и смешанного преобразования Фурье–Бесселя) было инициировано И.А. Киприяновым в 1971 году (см. книгу [1], и исторические комментарии к главам 2–4). Эти операторы заменили преобразование Фурье в задачах, где по одной из переменных действует сингулярный дифференциальный оператор Бесселя. Несколько позже В.П. Глушко ввел псевдодифференцифльные операторы, построенные на базе весового преобразования Фурье. Последние могли с успехом применяться к задачам для вырождающихся линейных дифференциальных уравнений (см. [?]). Надо отметить, что и те и другие псевдодифференциальные операторы могли решать только свой круг задач. В этой работе приводятся результаты изучения операторов смешанного типа, то есть когда по одной переменной действует преобразование Ганкеля, а по другой — весовое преобразование Фурье. Для простоты рассматриваются только две переменные.

Пусть $x=(x_1,x_2)\in R_2$. Через j_γ будем обозначать, так называемые, j-функция Бесселя, связанные с функцией Бесселя первого рода J_ν формулой $j_\nu(x)=c(\nu)\,\dfrac{J_\nu(x)}{x^\nu}$.

Следуя [1], введем функцию $\alpha(t)$ такую, что

$$\alpha(0)=\alpha'(0)=0,\quad \alpha(t)>0,\quad \alpha(t)=\text{const},\quad t>d>0,$$

Положим $\varphi(t)=\int\limits_t^d \dfrac{d\rho}{\alpha(\rho)}$. Рассмотрим следующее интегральное преобразование

$$F_{B,\alpha}[f](\xi)=\int\limits_0^\infty j_{\frac{\gamma-1}{2}}(x_1\,\xi_1)\;x_1^\gamma\;dx_1\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{i\xi\varphi(x_2)}f(x_1,x_2)\frac{dx_2}{\sqrt{\alpha(x_2)}}\;.$$

представляющее собой преобразование Ганкеля по переменной x_1 и весовое преобразование Фурье по переменной x_2.

Через F_B будем обозначать обычное смешанное преобразование Фурье–Бесселя функции двух переменных (см.[1]). Имеет место следующее равенство

$$F_{B,\alpha}[f](\xi) = F_B[f_\alpha](\xi), \quad f_\alpha(x_1, x_2) = \sqrt{\alpha(t)} f(x_1, t)|_{t=\varphi^{-1}(x_2)},$$

а φ^{-1} — функция обратная к функции $x_2 = \varphi(t)$.

Обратное преобразование сконструируем, исходя из формул обращения преобразования Ганкеля и обращения весового преобразования Фурье (см. [1], [2]):

$$F^{-1}_{B,\alpha}[u]{=}\frac{1}{\sqrt{\alpha(x_2)}} F^{-1}_B[u](x_1, t)|_{t=\varphi(x_2)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\alpha(x_2)}} \int\limits_0^\infty \xi_1^\gamma \, d\xi_1 \int\limits_{-\infty}^\infty j_{\frac{\gamma-1}{2}}(x_1\xi_1) \; e^{i\xi_2 \, \varphi(x_2)} \, u(\xi) \, d\xi_2.$$

Через S^m обозначим класс четных по переменной x_1 и ξ_1 функций $a(x; \xi)) \in C_0^\infty(R_4^{++})$, для которых справедлива оценка

$$|B_{x_1}^{\alpha_1} D_{x_2}^{\alpha_2} B_{\xi_1}^{l_2} D_{\xi_2}^{l_2} a(x, \xi_1, \varphi^{-1}(\xi_2))| \leqslant C_{k,l}(1 + |\xi|)^{m-|l|} \,,$$

где $B_{x_1}{=}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dfrac{\gamma}{x_1} \; \dfrac{\partial}{\partial x_1}$, $\quad D_{x_2}{=}\dfrac{\partial}{\partial x_2}$, $\quad k = (\alpha_1, \alpha_2), \quad l = (l_1, l_2), \quad |l| = $ $= l_1 + l_2$.

Рассматриваемые нами псевдодифференциальные операторы задаются следующим выражением

$$K^{(\gamma,\alpha)}(x, B, D_\alpha) f(x) = F^{-1}_{B,\alpha}[a(x, \xi) F_{B,\alpha}[u]](x).$$

Через $L_2^\gamma(R_n^+)$ будем обозначать множество четных по переменной x_1 функций f для которых $f(x) \, x_1^{\gamma/2} \in L_2(R_2)$. Норму элементов в этом пространстве зададим равенством

$$\|f\|_{L_2^\gamma} = \left[\int\limits_{R_2^+} |f(x)|^2 \; x_1^\gamma \, dx_1 \, dx_2 \right]^{1/2}.$$

Пусть $H_{s,\gamma,\alpha}(R_2^+)$ — множество функций f, для которых $f(x) \in L_2^\gamma(R_2^+)$ и конечна норма

$$\|f\|_{s,\gamma,\alpha} = \left[\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_0^\infty |[(1 + |\eta^2|)^{\frac{s}{2}} F_{B,\alpha}[f]](x_1, x_2)|^2 \, x_1^\gamma \, dx_1 \, dx_2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Теорема 1. *Пусть* $v \in H_{s+m,\gamma,\alpha}$, *тогда* $\|K^{(\gamma,\alpha)}(x, B, D_\alpha) v\|_{s,\gamma,\alpha} \leqslant$ $\leqslant C \|v\|_{s+m,\gamma,\alpha}$.

Список литературы

1. *Киприянов И.А.* Сингулярные эллиптические краевые задачи. – М.: Наука, 1997. – С. 202.
2. *Баев А.Д.* Вырождающиеся эллиптические уравнения высокого порядка и связанные с ними псевдодифференциальные операторы // Доклады АН СССР. – 1982. – Т.265, №5, С. 1044–1046

О БАЗИСНОСТИ НЕКОТОРЫХ ОДИНАРНЫХ СИСТЕМ КОСИНУСОВ И СИНУСОВ

Мурадов Т.Р.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

Az-1141, Баку, ул. Ф.Агаева, 9

Тел.: (99412)4399192, Факс: (99412)4390102, e-mail: togrul@europe.com

Рассмотрим следующие одинарные системы синусов

$$\left\{ \sin \left[\sqrt[m]{P_m(n)} \cdot t + \beta \right] \right\}_{n \in N} \tag{1}$$

и косинусов

$$1 \cup \left\{ \cos \left[\sqrt[m]{P_m(n)} \cdot t + \beta \right] \right\}_{n \in N} \tag{2}$$

в пространствах $L_p(\delta, \pi + \delta), \delta \in R, p \in (1, +\infty)$, где $P_m(n)$ полином m-й степени $P_m(n) \equiv a_m \cdot n^m + \ldots + a_o,\ a_m > 0$.

Уместно отметить, что при $m = 2$ $P_m(n) = n^2 + \alpha$, $\alpha \in C$ базисность Рисса в $L_2(0, \pi)$ систем (1) и (2) изучена в работе Ю.А. Казьмина [2]. В линейном случае: $m = 1$, $P_m(n) = n + \alpha$, когда $\alpha \in R$, базисность системы (1) в $L_p(0, \pi)$ (при $p = 2$ базисность Рисса) исследована Е.И. Моисеевым [3]. Те же результаты были получены Г.Г. Девдариани [1] в случае, когда $\alpha \in C$-комплексный параметр.

Справедлива следующая

Теорема. *Пусть* $a_m = 1$. *Справедливы:*

I. $a_{m-1} = 0$. *Пусть* $\beta = 0$. *Если выполнено условие*

$$P_m(n) \neq 0, \forall_n \in N \quad \text{и} \quad P_m(k) \neq P_m(l) \quad \text{при} \quad k \neq l, \tag{3}$$

то системы (1) *и* (2) *образуют базисы в* $L_p(0, \pi)$ *(при* $p = 2$ *базис Рисса).*

При $\beta \neq 0$ *предполагаем, что* $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2p}, \frac{\pi}{2q}\right)$ *и имеет место условие* (3). *Для того, чтобы системы* (1) *и* (2) *одновременно образовывали базис в* $L_p(0, \pi)$ *(при* $p = 2$ *базис Рисса) необходимо и достаточно выполнение условия* $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2q}, \frac{\pi}{2p}\right)$.

II. $a_{m-1} \neq 0$. *Пусть* $\beta \in \left(-\frac{\pi}{2p}, \frac{\pi}{2q}\right)$ *и имеет место условие* (3). *Тогда системы* (1) *и* (2) *одновременно образуют базисы в* $L_p(0,\pi)$ *(при* $p = 2$ *базис Рисса) только в том случае, когда* $a_{m-1} + \beta \in \left(-\frac{\pi}{2q}, \frac{\pi}{2p}\right)$.

Список литературы

1. *Devdariani G.G.* Basisness of some special systems of eigen functions of non-conjugate differential operators // Diss. of kand. Phys.-mat. M., MSU, 1986.
2. *Казьмин Ю.А.* Аппроксимативные свойства в L_2 некоторых функциональных последовательностей // Математические заметки, 1988, т. 43, № 5, с. 593–603.
3. *Моисеев Е.И.* О базисности одной системы синусов // Дифф. уравнения, 1987, т. 23, № 1, с. 177–179.

О ГРАНИЧНЫХ СВОЙСТВАХ ОБОБЩЕННОГО ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ–СТИЛТЬЕСА В КЛАССЕ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Мусаев К.М., Гасанова Т.Х.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

Az-1141, Баку, ул. Ф.Агаева, 9

Тел.: `(99412)4399192`, Факс: `(99412)4390102`, e-mail: `tamilla.hasanova@gmail.com`

Рассмотрим класс обобщенных аналитических функций $U_{p,2}(A,B,G)$, $p > 2$ — в смысле И.Н. Векуа (см.[1] стр. 146). Пусть G конечная область, со спрямляемой границей Γ. $\Omega_1(z,t)$ и $\Omega_2(z,t)$ основные ядра класса $U_{p,2}(A,B,G)$ ([1]стр. 177)

Определение 1. Следуя И.Н. Векуа будем называть обобщенным интегралом типа Коши–Стилтьеса выражение

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma} \Omega_1(z,t)d\mu(t) - \Omega_2(z,t)\overline{d\mu(t)}, \tag{1}$$

где $\mu(t)$-функция с ограниченным изменением на Γ. Интеграл (1) представляет собой функции из класса $U_{p,2}(A,B,G)$ вне Γ. При $A(z) = B(z) = 0$ (тогда $\Omega_1(z,t) = \frac{1}{t-z}$, $\Omega_2(z,t) = 0$)) получаем обычный интеграл типа Коши–Стилтьеса

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\Gamma} \frac{d\mu(t)}{t-z}. \tag{2}$$

Определение 2. Пусть G конечная область со спрямляемой границей Г. Обобщенная аналитическая функция $F(z)$ из класса $U_{p,2}(A,B,G)$ принадлежит классу $E_\delta(A,B,G)$, $\delta > 0$,, если существует последовательность спрямляемых кривых $\{\gamma_n\}$ таких, что $\gamma_n \subset \Gamma$, $\gamma_n \to \Gamma$ и $\int\limits_{\gamma_n} |F(z)|^\delta |dz| \leqslant c < \infty$ (c независит от n).

Класс $E_\delta(A,B,G)$ является аналогом хорошо известных для аналитических функций E_δ-В.И. Смирнова ([2], стр. 203). Отметим, что если $F(z) \in E_\delta(A,B,G), \delta > 0$, то $F(z)$ имеет п.в. на Г угловые граничные значения $F(t)$ и $F(t) \in L_\delta(\Gamma)$.

В случае круга ($G = |z| \leqslant 1$) по теореме В.И. Смирнова ([2]стр.94) интеграл типа Коши–Стилтьеса (2) принадлежит классу H_δ, $0 < \delta < 1$ (Класс Харди).

Этот результат не встречается нигде, когда G отличен от круга.

В данной работе этот результат распространяется на более сложные области и доказывается аналог этой теоремы для обобщенных аналитических функций типа Коши–Стилтьеса (1).

Рассмотрим ограниченную область с гладкой границей Г и удовлетворяющую условию $\int\limits_0^h \frac{\omega(\theta,h)}{h}|dh| < \infty$, где $\omega(\theta,h)$ модуль непрерывности функции $\theta(s)$ — угла касательной к кривой Г с фиксированным направлением. Приведем основной результат.

Теорема. *Пусть G ограниченная область с гладкой границей* Г, *удовлетворяющую условию* $\int\limits_0^h \frac{\omega(\theta,h)}{h}\,|dh| < \infty$. *Тогда обобщенный интеграл типа Коши–Стилтьеса* (1) *принадлежит классу* $E_\delta(A,B,G)$, $0 < \delta < 1$.

Список литературы

1. *И.Н. Векуа.* Обобщенные аналитические функции. М.: 1959.
2. *И.И. Привалов.* Граничные свойства аналитических функций. М.: 1950.

О ТОЧНОЙ КОНСТАНТЕ В ОДНОЙ ТЕОРЕМЕ ВЛОЖЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Назаров А.И.*

Санкт-Петербургский госуниверситет

198504, Санкт-Петербург, Университетский пр., 28

e-mail: `an@AN4951.spb.edu`

*Результат получен совместно с А.Н. Петровой. Работа частично поддержана грантом РФФИ 07–01–00159.

Рассмотрим задачу о нахождении точной константы вложения $\overset{\circ}{W}{}_2^k(-1,1)$ в $\overset{\circ}{W}{}_2^{k-1}(-1,1)$:

$$\lambda_{2,k} = \min_{\substack{u \in \overset{\circ}{W}{}_2^k(-1,1) \\ u \neq 0}} \frac{\|u^{(k)}\|_{L_2}}{\|u^{(k-1)}\|_{L_2}} \,. \qquad (*)$$

Теорема. *Минимум в $(*)$ достигается на четной функции и равен наименьшему положительному корню функции Бесселя $J_{k-\frac{3}{2}}$.*

О МИНИМАЛЬНОЙ НОРМЕ ПРОЕКТОРА ПРИ ЛИНЕЙНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ НА n-МЕРНОМ КУБЕ

Невский М.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Россия, 150000, Ярославль, ул. Советская, 14

e-mail: mnevsk@univ.uniyar.ac.ru

В настоящем докладе демонстрируется, как оценивание некоторых аппроксимационных величин приводит к решению одной геометрической задачи, связанной с n-мерным кубом.

Пусть $n \in \mathbb{N}$, $Q_n = [0,1]^n$; $C(Q_n)$ обозначает пространство непрерывных на Q_n функций f с равномерной нормой $\|f\|_{C(Q_n)} = \max\limits_{x \in Q_n} |f(x)|$; $\Pi_1(\mathbb{R}^n)$ есть совокупность многочленов от n переменных степени $\leqslant 1$.

Пусть $x^{(1)}, \ldots, x^{(n+1)} \in Q_n$, S — симплекс с вершинами $x^{(i)}$. Если $\mathrm{vol}(S) \neq 0$, то точки $x^{(i)}$ составляют допустимый набор узлов интерполяции с помощью $\Pi_1(\mathbb{R}^n)$. Интерполяционный проектор $P : C(Q_n) \to \Pi_1(\mathbb{R}^n)$ по этой системе узлов определяется условиями $Pf\left(x^{(i)}\right) = f\left(x^{(i)}\right)$, $i = 1, \ldots, n+1$. Ниже $\|\cdot\|$ есть норма оператора, действующего из $C(Q_n)$ в $C(Q_n)$.

Обозначим через θ_n минимальную величину нормы интерполяционного проектора при условии, что все соответствующие ему узлы интерполяции принадлежат Q_n :

$$\theta_n := \min_{x^{(i)} \in Q_n} \|P\|.$$

Для симплекса S положим также $\xi(S) = \min\{\sigma > 1 : Q_n \subset \sigma S\}$. Здесь σS есть результат гомотетии симплекса S относительно его центра тяжести с коэффициентом σ. Теперь с помощью равенства

$$\xi_n = \min\{\xi(S) : S \subset Q_n\}$$

введём в рассмотрение геометрическую характеристику ξ_n куба Q_n.

Значения θ_n и ξ_n для $n = 1, 2, 3$ равны

$$\theta_1 = 1, \qquad \theta_2 = \frac{2\sqrt{5}}{5} + 1 = 1.8944\ldots, \qquad \theta_3 = 2;$$

$$\xi_1 = 1, \qquad \xi_2 = \frac{3\sqrt{5}}{5} + 1 = 2.3416\ldots, \qquad \xi_3 = 3.$$

Основные полученные результаты связаны со следующими двумя задачами.

1. Найти точные по порядку n двусторонние оценки величин θ_n.
2. Найти точные по порядку n двусторонние оценки величин ξ_n.

Как мы установили, эти задачи являются эквивалентными.

Теорема 1. *Для любого $n \in \mathbb{N}$ выполняется равенство*

$$\xi_n = \frac{n+1}{2}\,(\theta_n - 1) + 1.$$

Пусть $\Psi_n(t) = (2^n n!)^{-1}\left\{(t^2-1)^n\right\}^{(n)}$ — стандартизованный многочлен Лежандра степени n. Известно, что $\Psi_n(1) = 1$, $\Psi_n(t)$ монотонно возрастает при $t > 1$. Обозначим через Ψ_n^{-1} функцию, обратную к Ψ_n на полуоси $[1, +\infty)$. Пусть v_n есть максимальнная величина объёма n-мерного симплекса, содержащегося в кубе Q_n. Ниже запись $L(n) \approx M(n)$ означает, что для некоторых C_1, $C_2 > 0$, не зависящих от n, выполняется двойное неравенство $C_1 M(n) \leqslant L(n) \leqslant C_2 M(n)$.

Теорема 2. *Для $n \in \mathbb{N}$ справедливы неравенства (оценка сверху верна при $n \neq 2$)*

$$\frac{1}{e}\sqrt{n-1} < \Psi_n^{-1}\left(\frac{1}{v_n}\right) \leqslant \theta_n \leqslant \min\left(\frac{n+1}{2}\,, \frac{4\sqrt{e}}{3}\sqrt{n+2} + 1\right).$$

Если существует матрица Адамара порядка $n+1$, то верхняя граница для θ_n может быть заменена на $\sqrt{n+1}$. Таким образом, $\theta_n \approx n^{1/2}$, $\xi_n \approx$ $\approx n^{3/2}$.

Доказано, что интерполяционный проектор, узлы которого совпадают с вершинами симплекса максимального объёма в кубе Q_n, при любом n является почти-минимальным (в смысле определения θ_n), а сам этот симплекс является почти-экстремальным (в смысле определения ξ_n).

Пусть $H : C(Q_n) \to \Pi_1(\mathbb{R}^n)$ — ортогональный проектор, соответствующий скалярному произведению $(f, g) = \int\limits_{Q_n} f(x)g(x)\,dx$.

Теорема 3. *Для $n \in \mathbb{N}$ верно соотношение $\|H\| \approx \theta_n$.*

При оцениваниии $\|H\|$ применялись так называемые эйлеровы числа, а также центральные B-сплайны.

Доказательства сформулированных выше утверждений даны в статьях [1–3].

Список литературы

1. *Невский, М.В.* Геометрические методы в задаче о минимальном проекторе / М.В. Невский // Моделирование и анализ информационных систем. – 2006. – Т. 13, № 2. – С. 16 – 29.
2. *Невский, М.В.* Минимальные проекторы и максимальные симплексы / Невский М.В.// Моделирование и анализ информационных систем. – 2007. – Т. 14, № 1. – С. 3 – 10.

3. *Невский, М.В.* Ортогональное проектирование и минимальная линейная интерполяция на n-мерном кубе / М.В. Невский // Моделирование и анализ информационных систем. – 2007. – Т. 14, № 3. – С. 8 – 28.

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИЙ В ТЕРМИНАХ ОПЕРАТОРА ЭРМИТА

Омарова А.Т.

РГКП Институт прикладной математики МОН РК,

Факс: 8(7212)742987, e-mail: altynaiom@mail.ru

Будем говорить, что $f \in L_{p,\rho}(R) = L_p\left(R, e^{-\frac{x^2}{2}}\right), \quad 1 \leqslant p \leqslant +\infty$, если конечна норма

$$\|f\|_{p,\rho} = \begin{cases} \left\{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left|f(x)e^{-\frac{x^2}{2}}\right|^p dx\right\}^{\frac{1}{p}}, & \text{если } 1 \leqslant p < +\infty, \\ \operatorname*{ess\,sup}\limits_{x\in R} \left|f(x)e^{-\frac{x^2}{2}}\right|, & \text{если } p = +\infty. \end{cases}$$

T_h — оператор обобщенного сдвига [1], [2] заданный на функциях из $L_{p,\rho}(R), \quad 1 \leqslant p \leqslant +\infty$ по формуле:

$$T_h f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f\left(e^{-h}\left(x + y\sqrt{e^{2h}-1}\right)\right) \rho^2(y)\, dy,$$

$h \geqslant 0$, $\rho(y) = e^{-\frac{y^2}{2}}$, где $y \in R$.

Обобщенные модули гладкости определяются следующим образом:

$$\omega_k(f,\delta)_{p,\rho} = \sup_{|h|\leqslant\delta} \|(T_h - I)^k f\|_{p,\rho},$$

где I — тождественный оператор; через $E_k(f)_{p,\rho}$ обозначим наилучшее приближение функции $f \in L_{p,\rho}(R)$ алгебраическими многочленами; $D = \frac{1}{2}\frac{d^2}{dx^2} - x\frac{d}{dx}$ — дифференциальный оператор Эрмита [3], который коммутирует с оператором обобщенного сдвига [1], [2].

Справедливо следующее утверждение.

Теорема. *Пусть $f \in L_{p,\rho}(R)$, $1 \leqslant p < q < +\infty$, $r \geqslant 0$ и алгебраический многочлен $P_k(x)$ такой, что $E_k(f)_{p,\rho} = \|f - P_k\|_{p,\rho}, \quad k \in Z^+$. Если для некоторых $r \in N$ и $m \in Z^+$ сходится ряд*

$$A^q_{pqrm} = \sum_{k=1}^{+\infty} k^{-qr - \frac{q}{2}\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)-1} \left\|D^{m+r}P_k\right\|^q_{p,\rho} < +\infty,$$

то существует $D^m f \in L_{q,\rho}(R)$ *и справедливы следующие соотношения:*

$$\left\|D^m f\right\|_{q,\rho} \leqslant C_{pqrm}\left\{\|f\|_{p,\rho} + A_{pqrm}^{\frac{1}{q}}\right\},$$

$$\omega_r\left(D^m f; \frac{1}{n}\right)_{q,\rho} \leqslant B_{pqrm}\left\{\sum_{k=n+1}^{+\infty} k^{-qr-\frac{q}{2}\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)-1}\left\|D^{m+r}P_k\right\|_{p,\rho}^{q}\right\}^{\frac{1}{q}},$$

$\forall n \in N$ *и константы* C_{pqrm}, B_{pqrm} *не зависят от* $f(x)$ *и* n.

Исследованию дифференциальных и структурных свойств функций в терминах роста нормы производных тригонометрических приближающих агрегатов впервые был посвящен [4]. Дальнейшее развитие тематики, в периодическом случае, получено в работах [5]–[7].

Список литературы

1. *В.М. Федоров.* Приближение алгебраическими многочленами с весом Чебышева–Эрмита. Изв. ВУЗов., матем., 1984, №6. С.55–63.
2. *Д.В. Алексеев.* Приближение полиномами с весом Чебышева–Эрмита на действительной оси// Вестник Моск. ун-та. Сер.1., Математика. Механика. – 1997. №6. – С.68–71.
3. *Н.Н. Лебедев.* Специальные функции и их приложения. ФМ. Москва. 1963. с.358.
4. *В.В. Жук, Г.И. Натансон.* Свойства функций и рост производных приближающих полиномов. ДАН СССР, 1973. Т. 212. №1. С.19–22.
5. *Н.А. Бокаев.* Об интегральных и дифференциальных свойствах функций // Математические исследования. Караганда, КарГУ. – 1976. В.3. С.14–20.
6. *С.К. Каримов.* Порядок роста нормы производных частичных сумм ряда Фурье и теоремы вложения// Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – математический анализ. Алма-Ата. – 1978. с.95.
7. *Г.А. Акишев.* Об условиях вложения классов функции многих переменных в пространство Лоренца и их приложения. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – математический анализ. Караганда.1982. с. 113.

ОБ ОДНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ НАГРУЖЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ*

Осиленкер Б.П.

Московский государственный строительный университет

Москва, Ярославское шоссе 26

Тел.: 1833038, e-mail: b_osilenker@mail.ru

В линейном пространстве $\mathbb{P}$ полиномов с вещественными коэффициентами рассмотрим билинейную форму

$$\langle p, q\rangle = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)d\mu(x) + \sum_{j=1}^{m} M_j p(x_j)q(x_j)(p, q \in \mathbb{P}),$$

где $d\mu$ — вероятностная мера на $[-1, 1]$, M_j — неотрицательные постоянные, x_j $(j = 1, 2, \dots, m)$ произвольные точки из $[-1, 1]$.

Пополнение $\mathbb{P}$ по норме $|f|^2 = \langle f, f\rangle$ приводит к соответствующему дискретному пространству функций S со скалярным произведением

$$\langle f, g\rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)d\mu(x) + \sum_{j=1}^{m} M_j f(x_j)g(x_j). \tag{1}$$

Обозначим $\{q_n(x)\}(n \in \mathbb{Z}_+; x \in [-1, 1])$

$$q_n(x) = k(q_n)x^n + l(q_n)x^{n-1} + \dots; \quad k(q_n) > 0 \quad (n \in \mathbb{Z}_+)$$

систему полиномов, ортонормированных по отношению к скалярному произведению (1) и через $\{p_n(x)\}(n \in \mathbb{Z}_+; x \in [-1, 1])$

$$p_n(x) = k(p_n)x^n + l(p_n)x^{n-1} + \dots; \quad k(p_n) > 0 \quad (n \in \mathbb{Z}_+)$$

ортонормированную по мере $d\mu$ на $[-1, 1]$ систему полиномов. Отметим, что полиномы $q_n(x)$ обладают рядом свойств, существенно отличающихся от соответствующих свойств полиномов $p_n(x)$.

Пространство S и ортонормированная система $\{q_n\}(n \in \mathbb{Z}_+)$ возникают в ряде проблем функционального анализа, теории функций, математической физики и вычислительной математики.

Обозначим через $D_n(x, t) = \sum\limits_{k=0}^{n} p_k(x)p_k(t)$ — ядро Дирихле системы $\{p_n\}(n \in \mathbb{Z}_+)$ и положим

$$A_n^{(m)} = \|a_{ij}^{(n)}\|_{i,j=1}^{m}, \quad a_{ij}^{(n)} = M_j D_{n-1}(x_i, x_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, m).$$

*Работа поддержана грантом РФФИ 08–01–00286.

Теорема 1. *Справедливо представление*

$$q_n(x) = \sqrt{\frac{\Delta_n^{(m)}}{\Delta_{n+1}^{(m)}}} p_n(x) - \sum_{j=1}^{m} M_j q_n(x_j) D_{n-1}(x, x_j) \quad (n \in \mathbb{Z}_+, x \in [-1,1]). \quad (2)$$

где $\Delta_n^{(m)} = |E_m + A_n^{(m)}|$, E_m — единичная матрица порядка m. Отметим, что

$$\Delta_n^{(m)} = 1 + \sum_{p=1}^{m} S_{p,n}^{(m)},$$

где $S_{p,n}^{(m)}$ — сумма главных миноров p-го порядка матрицы $A_n^{(m)}$.

В частности,

$$S_{1,n}^{(m)} = \sum_{i=1}^{m} a_{ii}^{(n)},$$

$$S_{2,n}^{(m)} = \sum_{1 \leqslant i < k \leqslant m} \begin{Vmatrix} a_{ii}^{(n)} & a_{ik}^{(n)} \\ a_{ki}^{(n)} & a_{kk}^{(n)} \end{Vmatrix}$$

и $S_{m,n}^{(m)} = |A_n^{(m)}|$.

Рассмотрим экстремальную задачу: вычислить

$$\varkappa_N^{(m)} := \inf_{a_0, a_1, \dots, a_{N-1}} \left\{ \langle \tilde{\Pi}_N, \tilde{\Pi}_N \rangle, \tilde{\Pi}_N = x^N + \sum_{k=0}^{N-1} a_k x^k \right\}$$

и найти экстремальный полином.

Теорема 2. *Имеет место формула*

$$\varkappa_N^{(m)} = \frac{\Delta_{N+1}^{(m)}}{\Delta_N^{(m)}} \frac{1}{k^2(p_N)},$$

при этом экстремальный полином, на котором реализуется последнее соотношение, равен

$$\Pi_N^{extr}(x) = \frac{1}{k(p_N)} \sqrt{\frac{\Delta_{N+1}^{(m)}}{\Delta_N^{(m)}}} q_N(x).$$

Замечания

1. Используя значения коэффициентов полинома $q_n(x)$ (см. (2)), можно решить аналогичную экстремальную задачу для производной полинома $\tilde{\Pi}_N(x)$ при нескольких фиксированных старших коэффициентах [1].
2. Данную экстремальную задачу можно решить для дискретных пространств Соболева.

Список литературы

1. *Осиленкер Б.П.* Об одной экстремальной задаче для алгебраических полиномов в симметричном дискретном пространстве Гегенбауэра–Соболева// Матем.зам., 2007, Т. 82, с. 411–425.

ОБ УТОЧНЕННОЙ БИКУБИЧЕСКОЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ С РАСЩЕПЛЕНИЕМ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ ТИПА СТОКСА

Пальцев Б.В., Чечель И.И.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

e-mail: paltsev@ccas.ru

В работе [1] были построены, численно реализованы и исследованы в полосе, при условии периодичности вдоль нее непосредственные бикубические конечно-элементные (КЭ-) реализации всех разработанных и обоснованных в [2–4] быстросходящихся итерационных методов с расщеплением граничных условий (ГУ) решения первой краевой задачи для сингулярно возмущенной с большим параметром μ^2 системы типа Стокса

$$-\Delta\mathbf{u}(x) + \mu^2\mathbf{u}(x) + \operatorname{grad} p(x) = \mathbf{f}(x), \ \ \operatorname{div}\, \mathbf{u}(x) = 0, \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

$$\mathbf{u}\big|_\Gamma = \mathbf{g}(x), \quad \int\limits_\Gamma (\mathbf{g}, \mathbf{n})\, ds = 0, \quad \int\limits_\Omega p(x)\, dx = 0, \tag{2}$$

где Ω — ячейка периодичности, Γ — «истинная» граница Ω, т.е. $\partial\Omega$ без боковых граней, на которых имеют место условия периодичности. Такая задача возникает, например, на временных слоях при дискретизации по времени по неявным схемам начально-краевой задачи для нестационарной системы Навье–Стокса, линеаризованной или нелинейной.

Численными экспериментами было установлено, что такие непосредственные бикубические КЭ-реализации обеспечивают 4-й порядок точности по шагу сетки лишь для сеточных значений, отвечающих самим скорости и давлению (но не их первым и второй смешанной производным). Сеточные же значения, отвечающие первым производным от скоростей и давления, аппроксимируют соответствующие производные всего лишь со 2-м порядком точности, а не с 3-м, что приводит к тому, что получаемые этими методами численные решения как бикубические КЭ-функции аппроксимируют в норме максимума модуля точные решения задачи (1), (2) с порядком точности не выше 3-го, а не с 4-ым порядком. Обнаружено, что это происходит из-за потери порядка точности до 3-го порядка для сеточных значений, отвечающих первым производным, численных решений непосредственной бикубической КЭ-аппроксимации (с аппроксимацией граничного условия как естественного краевого) задачи Неймана для давления, систематически встречающейся на итерациях метода с расщеплением ГУ для задачи (1), (2).

В связи с этим в [5] построена и численно исследована модифицированная бикубическая КЭ-аппроскимация задачи Неймана с дополнительной точной КЭ-аппроксимацией граничного условия (что допускают бикубические конечные элементы). Численными экспериментами установлено, что эта новая бикубическая КЭ-аппроксимация задачи Неймана обеспечивает 4-й порядок точности уже для полного набора сеточных значений численных решений (т.е. и для сеточных значений, отвечающих первым и второй смешанной производным).

На основе такой модифицированной бикубической КЭ-аппроксиммации задачи Неймана для давления и аналогичной КЭ-аппроксимации векторной задачи Дирихле–Неймана для скорости, а также при соответствующей модификации КЭ-аппроксимации формулы пересчета на границе разработана и программно реализована, также в полосе при условии периодичности вдоль нее, модифицированная бикубическая КЭ-реализация первого итерационного процесса с неполным расщеплением ГУ решения задачи (1), (2). Проведенные численные исследования на различных тестах обнаружили, что такая новая бикубическая КЭ-реализация этого итерационного процесса, в отличие от непосредственной бикубической реализации, обеспечивает следующие порядки точности: 4-й — для сеточных значений, отвечающих самим скорости и давлению, 3-й — для сеточных значений, отвечающих первым производным и 2-й порядок — для сеточных значений, отвечающих 2-й смешанной производной и от скоростей и от давления, и в результате, как следствие этого, — общий 4-й порядок точности в норме максимума модуля численных решений как бикубических КЭ-функций.

Список литературы

1. *Белаш В.О., Пальцев Б.В.* // ЖВМ и МФ. 2002. Т. 42. N2. С. 197–221.
2. *Пальцев Б.В.* // Докл. РАН. 1992. Т. 325. N5. С. 926–931.
3. *Пальцев Б.В.* // Матем. сб. 1994. Т. 185. N4. С. 101–150.
4. *Пальцев Б.В.* // Матем. сб. 1994. Т. 185. N9. С. 109–138.
5. *Пальцев Б.В., Ставцев А.В., Чечель И.И.* // Докл. РАН. 2008. Т. 419. N4.

НЕРАВЕНСТВО В.А. МАРКОВА ДЛЯ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В ИНТЕГРАЛЬНОЙ МЕТРИКЕ

Подвысоцкая А.И.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

Пусть n — натуральное число, $T_n(x) := \cos(n \arccos x)$, $\mathcal{P}_n$ обозначает множество всех алгебраических многочленов с действительными коэффициентами степени не выше n и $\|\cdot\|_{L_q[-1,1]}$ — норму в пространстве $L_q[-1,1]$ при $1 \leqslant q \leqslant \infty$. Неравенства

$$\left\|p^{(k)}\right\|_{L_q[-1,1]} \leqslant \left\|T_n^{(k)}\right\|_{L_q[-1,1]} \|p\|_{L_\infty[-1,1]}, \quad p \in \mathcal{P}_n, \tag{1}$$

при $q = \infty$ и $k = 1$ были доказаны в 1889 году А.А. Марковым, при $q = \infty$

и $2 \leqslant k \leqslant n$ — в 1892 году В.А. Марковым, а при $1 \leqslant q < \infty$ и $k = 1$ — в 1982 году Б.Д. Бояновым. В 1995 году Б.Д. Боянов и K.I. Рахман доказали, что неравенства (1) справедливы для произвольных $1 \leqslant r < \infty$, $2 \leqslant k \leqslant n$ и $p \in \mathcal{P}_n[-1,1]$, где $\mathcal{P}_n[-1,1]$ обозначает множество всех тех полиномов p из $\mathcal{P}_n$, которые имеют все свои нули на $[-1,1]$.

Доказано следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть $n \geqslant 2$, $I_n := \left[0, \dfrac{n^2(n^2-1)}{3}\right]$ и возрастающая на интервале I_n функция $F : I_n \to \mathbb{R}$ имеет суммируемую и неотрицательную на I_n вторую производную $F''(x)$, которая удовлетворяет:*

$$\int_{I_n} F''(x)\ \log^+ F''(x)\, dx\ < \infty,$$

где $\log^+ x = 0$, если $0 \leqslant x < 1$, и $\log^+ x = \log x$, если $x \geqslant 1$. Обозначим через $\mathcal{H}_n$ множество тех полиномов $p \in \mathcal{P}_n$ все нули первой производной которых лежат на $[-1,1]$, за исключением быть может одного.

Тогда величина

$$\sup\left\{\int_{-1}^{1} F(|p''(x)|)\, dx \ \ | \quad \|p\|_{C(I)} \leqslant 1, \quad p \in \mathcal{H}_n\right\}$$

достигается тогда и только тогда, когда $p = \pm T_n$.

Из теоремы 1 при $F(x) = x^q$, $1 \leqslant q < \infty$, следует, что неравенства

$$\|p''\|_{L_q[-1,1]} \leqslant\ \|T_n''\|_{L_q[-1,1]}\, \|p\,\|_{L_\infty[-1,1]}\,, \quad 1 \leqslant q < \infty,$$

справедливы для всех $p \in \mathcal{H}_n$. По сравнению с множеством $\mathcal{P}_n[-1,1]$ семейство многочленов $\mathcal{H}_n$ содержит все многочлены Золотарева $Z_{m,b}(x)$, $2 \leqslant m \leqslant n$, $b > 1$, где $Z'_{m,b}(-b) = 0$ и $\|Z_{m,b}\|_{L_\infty[-1,1]} = 1$, и потому для доказательства теоремы 1 потребовалось установить справедливость неравенства

$$\int_{-1}^{1} F(|T_n''(x)|)\, dx - \int_{-1}^{1} F(|Z_{n,b}''(x)|)\, dx \geqslant \int_{0}^{\sin\frac{\pi}{2n}} \left(F(|T_n''(x)|) - F(0)\right)\, dx.$$

для произвольных $n \geqslant 2$, $b > 1$ и функций F, удовлетворяющих условиям теоремы 1.

ПРОСТРАНСТВА, ПОРОЖДЕННЫЕ ОБЩИМ В-ГИПЕРСИНГУЛЯРНЫМ ИНТЕГРАЛОМ С ОДНОРОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Половинкина М.В., Шишкина Э.Л.

Елецкий госуниверситет им. В.А. Бунина; Воронежская гос.технолог. академия

e-mail: `lyakhov@box.vsi.ru`

Лиувиллевские классы функций (см. [1]) были обобщены С.Г. Самко в [2], введением пространств $L^{\alpha}_{p,r}$, где роль дробной производной играл гиперсингулярный интеграл. Построенные в [2] пространства оказались наиболее общими, поскольку в частных случаях представляли пространства и риссовых и бесселевых потенциалов. Это делает их удобными (и в некоторых случаях — незаменимыми) при исследовании соответствующих задач гармонического анализа. По аналогии с [2] в работе [3] введены пространства, основанные на применении общих В-гиперсингулярных интегралов. В данной работе мы воспользовались построенными в [4,5] общими В-гиперсингулярными интегралами с однородной характеристикой для введения специальных пространств, включающих прогстранства В-потенциалов Рисса с однородной характеристикой и операторы их обращающие.

Пусть $R^+{}_N = R^+{}_n \times R_{N-n}$, $R^+{}_n$ — конус в $\mathbb{R}_N$, определенный неравенствами $x_1 > 0, \ldots, x_n>0$, $x = (x', x'')$, $x' = (x_1, \ldots, x_n)$. Общий В-гиперсингулярный интеграл порядка α, отвечающий весовому мультииндексу $\gamma = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$, где $\gamma_i > 0$ — положительные фиксированные числа, с однородной характеристикой $\Omega\left(\frac{x}{|x|}\right)$ определяется выражением

$$\mathbf{D}^{\alpha}_{\gamma,\Omega} f(x) = \frac{1}{d_{N,l,\gamma}(\alpha)} \int\limits_{\mathbb{R}^+{}_N} \frac{(\boxdot^{\,l}_t f)(x)}{|t|^{N+|\gamma|+\alpha}}\, \Omega\left(\frac{t}{|t|}\right) (t')^{\gamma}\, dt, \qquad (t')^{\gamma} = \prod_{i=1}^{n} t_i^{\gamma_i},$$

где $(\boxdot^{\,l}_t f)(x)$ — смешанная обобщенная конечная разность, построенная на основе смешанного обобщенного сдвига $T^t : f \to (T^t f)(x) = T^{t_1}_{x_1} \ldots, T^{t_n}_{x_n} f(x', x'' - t'')$,

$$T^{t_i}_{x_i} f(x) =$$

$$= C(\gamma_i) \int\limits_0^{\pi} f(x_1, \ldots, x_{i-1}, \sqrt{x_i^2 - 2x_i t_i \cos\beta_i + t_i^2}, x_{i+1}, \ldots, x_N) \sin^{\gamma_i - 1}\beta_i\, d\beta_i,$$

$$i = \overline{1, n},$$

В зависимости от типа разности будем рассматривать о.В-г.с. интегралы нейтрального, четного и нечетного типа, а именно о.В-г.с. интеграл будем называть о.В-г.с. интегралом нейтрального типа, если он построен с помощью нецентрированной разности $(\boxdot_t^l f)(x) = \sum\limits_{k=0}^{l}(-1)^k C_l^k T_x^{kt} f(x)$ и о.В-г.с. интеграл будем называть о.В-г.с. интегралом четного (нечетного) типа, если он построен с помощью центрированной разности $(\boxdot_t^l f)(x) = = \sum\limits_{k=0}^{l}(-1)^k C_l^k T_x^{(k-\frac{l}{2})t} f(x)$ четного (нечетного) порядка l.

Через $L_p^\gamma(R^+{}_N)$ будем обозначать лебеговский класс функций f, четных по каждой из переменных $x_1, \ldots, x_n$, для которых $f(x)\,(x')^{\frac{\gamma}{p}} \in \in L_p(\mathbb{R}^+{}_N)$. Норма в этом пространстве задается равенством $\|f\|_{L_p^\gamma} = = \left[\int\limits_{\mathbb{R}^+{}_N} |f(x)|^p (x')^\gamma\, dx\right]^{1/p}$, $\quad (x')^\gamma = \prod\limits_{i=1}^{n} x_i^{\gamma_i}$.

Положим

$$L_{p,r}^{\gamma,\alpha} = \{f:\ f(x) \in L_r^\gamma(\mathbb{R}^+{}_N),\ \ \mathbf{D}_\gamma^\alpha f \in L_p^\gamma(\mathbb{R}^+{}_N),$$

$$L_{\Omega,(p,r)}^{\gamma,\alpha} = \{f:\ f(x) \in L_r^\gamma(\mathbb{R}^+{}_N),\ \ \mathbf{D}_{\gamma,\Omega}^\alpha f \in L_p^\gamma(\mathbb{R}^+{}_N)\},$$

где общий B-гиперсингулярный интеграл $\mathbf{D}_\gamma^\alpha$ построен по характеристике $\Omega \equiv 1$. Для введенных пространств справедлива следующая теорема вложения.

Теорема 1. $L_{p,r}^{\gamma,\alpha} \to L_{\Omega,(p,r)}^{\gamma,\alpha}$.

Через $\sigma(x)$ обозначим характеристику B-потенциала Рисса, осоцированную с характеристикой Ω. В случае, когда операторы $\mathbf{D}_\gamma^\alpha$ и $\mathbf{D}_{\gamma,\Omega}^\alpha$ построены с помощью одинаковых центрированных обобщенных разностей четного порядка, условимся называть их симметричными.

Теорема 2. *Если $\sigma(x) \not\equiv 0$, то в симметрическом случае пространства $L_{p,r}^{\gamma,\alpha}$ и $L_{\Omega,(p,r)}^{\gamma,\alpha}$ совпадают.*

Список литературы

1. *Никольский С.М.* Приближение функций многих переменных. М.: Наука, 1977. С. 455.
2. *Самко С.Г.* О пространствах риссовых потенциалов // Изв.АН СССР, сер. мат..1976. № 2. С. 1443–1472.
3. *Половинкина М.В. Пространства И.А.* Киприянова дробной B-гладкости Лиувиллевского типа // Черноземный альмонах научных исследований. Сер.«Фундаментальная математика». № 1(5), март 2007. С.131–139.
4. *Ляхов Л.Н., Шишкина Э.Л.* Общие B-гиперсингулярные интегралы с однородной характеристикой // ДАН 2007. Т.412, № 2.С.162–166.
5. *Ляхов Л.Н., Шишкина Э.Л.* Общие B-гиперсингулярные интегралы с однородной характеристикой и сингулярные псевдодифференциальные операторы // Воронеж. 2007 Черноземный альманах научных исследований. Серия «Прикладная математика». №2(6), декабрь 2007. С.89–111.

О НЕРАВЕНСТВАХ ТИПА ХАРДИ С МЕРАМИ*

Прохоров Д.В.

Вычислительный Центр ДВО РАН

680000 г. Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, 65

Тел.: (4212)703913, Факс: (4212)227469, e-mail: dmi74try@gmail.com

Пусть λ, μ, ν — положительные σ-конечные борелевские меры на $(a,b) \subset \mathbb{R}$; $\mathfrak{M}^+$ обозначает класс неотрицательных борелевских функций на (a,b); функция k неотрицательная $\mu \times \lambda$-измеримая и удовлетворяющая условию Ойнарова: существует константа D такая,что

$$D^{-1}(k(x,z) + k(z,y)) \leqslant k(x,y) \leqslant D(k(x,z) + k(z,y)), \quad \text{при } x \geqslant z \geqslant y.$$

Классическими примерами такого ядра являются

(i) ядро интегрального оператора Римана–Лиувилля при $\alpha \geqslant 1$:

$$k(x,y) = (\min\{x-y, 0\})^{\alpha-1},$$

(ii) некоторые ядра с логарифмической функцией:

$$k(x,y) = \log^\beta(1 + \min\{x-y, 0\}), \quad k(x,y) = \log^\beta\left(\min\left\{\frac{x}{y}, 1\right\}\right), \ \beta \geqslant 0$$

и их различные комбинации.

Исследуется задача о нахождении критерия выполнения неравенства

$$\left[\int\limits_{(a,b)} v(x)\left[\int\limits_{(a,x]} k(x,y)u(y)f(y)d\lambda(y)\right]^q d\mu(x)\right]^{\frac{1}{q}} \leqslant$$

$$\leqslant C\left[\int\limits_{(a,b)} f(x)^p w(x) d\nu(x)\right]^{\frac{1}{p}}, \forall f \in \mathfrak{M}^+$$

при $1 < p, q < \infty$ и $u, v, w \in \mathfrak{M}^+$.

Данное неравенство, когда меры λ, μ, ν суть мера Лебега, охарактеризовано различными способами в работах Р. Ойнарова [1], С. Блума и Р. Кермана [2], В.Д. Степанова [3]. В работе получены критерии выполнения неравенства для произвольных борелевских мер.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (07–01–00054-а) и ДВО РАН (06–III–A–01–003, 06–III–B–01–018).

Список литературы

1. *Ойнаров Р.* Двусторонние оценки норм для классов интегральных операторов. Труды МИАН, 1993, Т. 204, С. 240–250.
2. *Bloom S. and Kerman R.* Weighted norm inequalities for operators of Hardy type. Proc. Amer. Math. Soc., 1991, V. 113, P. 135–141.
3. *Stepanov V.D.* Weighted norm inequalities of Hardy type for a class of integral operators. J. London Math. Soc., 1994, V. 50, P. 105–120.

АППРОКСИМАТИВНАЯ ЕДИНИЦА В ВИДЕ ЯДРА РИССА В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ НЕАРХИМЕДОВЫХ ФУНКЦИЙ

Радыно А.Я.

Белорусский государственный университет

пр. Ф. Скарыны, 4, 220050, г. Минск, Беларусь

Тел.: `+37517 2265703`, e-mail: `alesr@tut.by`

Пусть p некоторое простое число. В поле рациональных чисел $\mathbb{Q}$ зададим норму $|\cdot|_p$ по правилу $\left|\frac{m}{n}\right|_p = \left|p^\gamma \frac{m_1}{n_1}\right|_p = p^{-\gamma}$, где $m, m_1 \in \mathbb{Z}$, $n, n_1 \in \mathbb{N}$, $p \nmid m_1$, $p \nmid n_1$. Пополнение $\mathbb{Q}$ по норме $|\cdot|_p$ дает полное поле $\mathbb{Q}_p$, называемое полем p-адических чисел. Элементами этого поля будут ряды вида $x = \sum\limits_{k=N}^{\infty} x_k p^k$, где $x_k \in \{0, \ldots, p-1\}$, $x_N \not\equiv 0$, $N \in \mathbb{Z}$ и $|x|_p = p^{-N}$.

Пусть $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 1$. Рассмотрим поле $\mathbb{K}_\alpha = \mathbb{Q}_p((p^\alpha))$. Оно состоит из рядов вида $y = \sum\limits_{k=M}^{\infty} y_k p^{\alpha k}$, где $y_k \in \mathbb{Q}_p$, $y_M \not\equiv 0$, $M \in \mathbb{Z}$. Положим $|p^\alpha|_p = p^{-\alpha}$ и по теореме Крулля (см., например, [1] с. 34–35) норма $|\cdot|_p$ единственным образом продолжается на $\mathbb{K}_\alpha$. $\mathbb{K}_\alpha$ — полное неархимедово нормированное поле с нормой $|\cdot|_p$ и $\mathbb{Q}_p \subset \mathbb{K}_\alpha$. Обозначим $B[a, p^{-m}] = \{x \in \mathbb{Q}_p \ : \ |x-a|_p \leqslant p^{-m}\}$, $\mathbb{Z}_p = B[0, 1]$.

Рассмотрим функции $\mathbb{Z}_p \ni x \mapsto |x|_p^{-\alpha} \in \mathbb{K}_\alpha$ и

$$I_{B[a,p^{-m}]}(x) = \begin{cases} 1, & x \in B[a, p^{-m}]; \\ 0, & x \notin B[a, p^{-m}]. \end{cases}$$

Лемма 1. *$\forall \alpha > 1$ функции $\varphi(x) = |x|_p^{-\alpha}$, $I_{B[a,p^{-m}]} \in C^1(\mathbb{Z}_p; \mathbb{K}_\alpha)$ с тождественно равной нулю производной.*

Для функции $f \in C^1(\mathbb{Z}_p; \mathbb{K}_\alpha)$ интегралом Волкенборна называется число $\int\limits_{\mathbb{Z}_p} f(t)dt = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{j=0}^{p^n-1} f(j)p^{-n} \in \mathbb{K}_\alpha$.

Теорема 1. [2] *Для произвольных $\alpha > 1$ и $m = 0, 1, 2, \ldots$ существует последовательность локально постоянных функций $\Lambda_n^{m,\alpha}$, такая, что*

$$\lim_{n\to\infty} \max_{x\in\mathbb{Z}_p} \left| \int\limits_{\mathbb{Z}_p} \frac{\Lambda_n^{m,\alpha}(t)}{|x-t|_p^\alpha} dt - I_{B[a,p^{-m}]} \right|_p = 0.$$

Произвольную локально постоянную функцию $\Lambda^m : \mathbb{Z}_p \to \mathbb{K}_\alpha$ можно записать, как $\Lambda^m = \sum\limits_{k=0}^{p^m-1} \lambda_k I_{B[k,p^{-m}]}$, p^{-m} — минимальный радиус постоянства. В силу линейности интеграла Волкенборна будет существовать последовательность $\widetilde{\Lambda}_n^{m,\alpha} = \sum\limits_{k=0}^{p^m-1} \lambda_k \Lambda_n^{m,\alpha}$, для которой

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_{\mathbb{Z}_p} \frac{\widetilde{\Lambda}_n^{m,\alpha}(t)}{|x-t|_p^\alpha} dt = \Lambda^m(x). \tag{1}$$

Теорема 2. [2] *Существует $\widetilde{\Lambda}^{m,\alpha} \in C^1(\mathbb{Z}_p; \mathbb{K}_\alpha)$, такая что $\lim\limits_{n\to\infty} \widetilde{\Lambda}_n^{m,\alpha} = \widetilde{\Lambda}^{m,\alpha}$ по норме $\|\phi\|_1 = \max\left(\max\limits_{x\in\mathbb{Z}_p} |\phi(x)|_p, \max\limits_{x\in\mathbb{Z}_p} |\phi'(x)|_p\right)$.*

Теорема 2 и утверждение 55.2 (см. [1], с. 168) дают возможность предельного перехода под знаком интеграла в формуле (1). Тогда имеем

$$\int\limits_{\mathbb{Z}_p} \frac{\widetilde{\Lambda}^{m,\alpha}(t)}{|x-t|_p^\alpha} dt = \Lambda^m(x). \tag{2}$$

Для произвольной $f \in C(\mathbb{Z}_p; \mathbb{K}_\alpha)$ положим $\lambda_k = f(k)$, $k = 0, 1, \ldots, p^m - 1$ и получим, что $\lim\limits_{m\to\infty} \max\limits_{x\in\mathbb{Z}_p} |\Lambda^m(x) - f(x)|_p = 0$. Тогда из (2) следует, что

$$\lim_{m\to\infty} \int\limits_{\mathbb{Z}_p} \frac{\widetilde{\Lambda}^{m,\alpha}(t)}{|x-t|_p^\alpha} dt = f(x),$$

а это означает, что φ_α является аппроксимативной единицей в пространстве $C(\mathbb{Z}_p; \mathbb{K}_\alpha)$.

Список литературы

1. *Schikhof W.H.* Ultrametric calculus. An introduction to p-adic analysis. Cambrige University Press. 1984.
2. *Радыно А.Я., Сендер А.Н.* Представление характеристической функции шара потенциалом Рисса–Волкенборна // Вестник Гродненского университета. Сер. 2. Физика. Математика. Информатика. Технология. Экономика. – 2007. №2(52). – с. 22–28.

ОБОБЩЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВА ЛИПШИЦА И ГЕЛЬДЕРА

Репников И.Д., Санина Е.Л.

Воронежский гос. технический университет

e-mail: `lyakhov@box.vsi.ru`

Ряд проблем, возникающих при конструировании дробных степеней сингулярного дифференциального оператора Бесселя

$$\frac{d^2}{dx^2}\, f(x) + \frac{2p+1}{x}\ \frac{d}{dx}\ f(x), \qquad 2p+1 > 0$$

приводит к необходимости ввести условие (типа классического условия Липшица или Гельдера), ограничивающее поведения приращения функций, порожденного обобщенным сдвигом, который коммутирует с указанным оператором Бесселя. Этот сдвиг известен (см. [1,2]) и имеет вид

$$T^y : f \to (T^y f)(x) = C(p) \int\limits_0^\pi f\left(\sqrt{x^2 - 2xy\cos\alpha + y^2}\right) \sin^{2p}\alpha\ d\alpha.$$

Пусть f четная функция, определена на $[-a,a]$. Если для любых точек x и $x \pm h$, принадлежащих отрезку $[-a,a]$, обобщенное приращение функции f удовлетворяет неравенству

$$|f(x) - (T^h f)(x)| < A\,|h|^\lambda, \tag{1}$$

где $0 < \lambda \leqslant 2$ (число λ, как и в классическом случае (см. [3]), будем называть *показателем Липшица*), а A — некоторая постоянная, то функция f называется удовлетворяющей условию Липшица порядка λ, порожденному обобщенным сдвигом.

Класс функций

$$H_p^\lambda(A) = \{f(x):\ |f(x) - (T^h f)(x)| < A\,|h|^\lambda,\ [x-h, x+h] \in [-a,a]\},$$

будем называть (p,λ)-классом Липшица. Нижняя грань постоянных A в условии (1) называется обобщенной постоянной Липшица.

Теорема 1. *Функция $f \in H_p^\lambda(A)$ не только непрерывна по отношению к сдвигу T^y, но и просто непрерывна.*

Отметим также, что четность делает непрерывным периодическое продолжение функций из $H_p^\lambda(A)$.

Показатель λ в определении класса Липшица есть смысл рассматривать принадлежащим (0,2], т.к. в противном случае любая четная функция, удовлетворяющая условию (1) — константа.

Отметим следующее. Классические классы Гельдера ([3]) строятся для порядков $0 < \lambda \leqslant 1$, Поэтому для его описания используются разности первого порядка. Выражение же $T^h f(t) - f(t)$ хотя и называется *обобщенной* *разностью первого порядка*, но ведет себя, по ряду признаков, как разность (центрированная) второго порядка. Например, для функции $f \in C^2$ из формулы Тейлора–Дельсарта (см. [1,2]) следует оценка $|T^h f(t) - f(t)| \leqslant \leqslant C\, h^2$. Для обычных разностей такая оценка справедлива лишь для разностей (центрированных и нецентрированных) второго порядка. И, более того, обобщенная центрированная разность второго порядка, построенная по классической схеме, просто вновь оказывается обобщенной разностью первого порядка, что вытекает из четности функции $T^h f$ по шагу h.

Пусть $E \in R_n$ симметричное относительно начала координат множество точек и пусть $T^y : f(x) \to (T^y f)(x) = T^{y_i}_{x_i} \ldots T^{y_n}_{x_n} f(x)$. Величину

$$|f|_{(\lambda,p)} = \sup_{x,y:x+y,x-y\in E} \frac{|f(x) - T^y f(x)|}{|y|^\lambda}\,, \qquad 1 < \lambda \leqslant 2$$

будем называть *обобщенной λ-полунормой Гельдера* четной ограниченной на множестве E функции f.

Обобщенным пространством Гельдера $C^{2m+\lambda}_{ev}(E)$ будем называть множество четных по каждой переменной $x_1, \ldots, x_n$, $2m$ раз непрерывно дифференцируемых функций. Норма в этом пространстве вводится следующим образом

$$\|f\|_{C^{2m+\lambda}_e{}_v} = \sum_{k=0}^{m} \sup_{x\in E} |B^k f| + \sum_{k=0}^{m} |B^k f|_{(\lambda,p)},$$

где $k = (k_1, \ldots, k_n)$, $B = (B_1, \ldots, B_n)$, B_i — сингулярный дифференциальный оператор Бесселя, действующий по переменной x_i.

Теорема 2. 1) *Если $2m_2 + \lambda_2 \leqslant 2m_1 + \lambda_1$, то* $C^{2m_1+\lambda_1}_{ev}(E) \to \to C^{2m_2+\lambda_2}_{ev}(E)$;

2) *если $\lambda_1 < \lambda_2$, то единичный шар пространства $C^{2m+\lambda_2}_{ev}(\overline{E})$ компактен в $C^{2m+\lambda_1}_{ev}(\overline{E})$.*

Список литературы

1. *Левитан Б.М.* Разложение функций в ряды и интегралы Фурье. УМН.1951, т.6 вып.2 (42). с.102–143.
2. *Киприянов И.А.* Сингулярные эллиптические краевые задачи. М.: Наука, 1996. С. 201.
3. *Никольский С.М.* Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М.: Наука, 1977, 436 с.

О КЛАССАХ ФУНКЦИЙ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА НА МЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

Романов А.С.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Новосибирск

Тел.: (383)3301411, e-mail: asrom@math.nsc.ru

I. На метрическом пространстве (X, d) с борелевской мерой μ рассматривается введенный П.Хайлашем [1] функциональный класс $M^{1,p}(X, d, \mu)$. На евклидовом шаре $B \subset \mathbb{R}^n$ класс функций $M^{1,p}$, рассматриваемый относительно стандартной евклидовой метрики и меры Лебега, совпадает с пространством Соболева $W^1_p(B)$, хотя для евклидовых областей G более общей природы можно гарантировать лишь вложение $M^{1,p}(G) \subset W^1_p(G)$.

Рассмотрим нулевой пик $G_\lambda \subset \mathbb{R}^n$ с гельдеровой особенностью порядка λ в вершине. При $p > \dfrac{1+(n-1)\lambda}{n}$ пространство $M^{1,p}(G_\lambda)$ совпадает с пространством Соболева $W^1_p(G_\lambda)$, а при меньших показателях суммируемости $W^1_p(G_\lambda) \subset M^{1,q}(G_\lambda, d_\lambda, \nu)$, где d_λ — специальная гельдерова метрика, а ν — весовая мера.

В случае, когда мера μ удовлетворяет условию удвоения, получены условия компактности вложения следов функций $u \in M^{1,p}(X, d, \mu)$ в соответствующие пространства Лебега на подмножествах, имеющих меньшую «размерность» по сравнению с пространством (X, d). Этот результат, с учетом взаимосвязи пространств Соболева и пространств $M^{1,p}$ в нулевых пиках G_λ, позволяет довольно просто получить необходимые и достаточные условия компактности вложения следов соболевских функций $u \in W^1_p(G_\lambda)$ в пространства Лебега на границе пика.

II. Полное метрическое пространство (X, d) называют s-регулярным ($s > 0$), если существуют такие постоянные $0 < L_1 < L_2 < \infty$ и такая борелевская мера μ, что для всякого шара $B(x, r) \subset X$ при $r \leqslant \operatorname{diam} X$ выполняется оценка

$$L_1 r^s \leqslant \mu(B(x, r)) \leqslant L_2 r^s.$$

Полное метрическое пространство (X, d) будем называть локально s-регулярным, если всякий шар $B \subset X$ сам является s-регулярным метрическим пространством и постоянные L_1, L_2 в условии s-регулярности не зависят от выбора шара.

Будем говорить, что пара функций (f, g) удовлетворяет p-неравенству Пуанкаре на метрическом пространстве (X, d), если функция $f \in L_1(X)$, неотрицательная функция $g \in L_p(X)$ и для всякого шара $B = B(x, r) \subset X$

выполняется оценка

$$\fint_B |f - f_B|\, d\mu \leqslant L \cdot r \Big(\fint_{\sigma B} g^p \, d\mu \Big)^{1/p},$$

где постоянные L и $\sigma \geqslant 1$ не зависят от выбора шара.

Функцию $f : X \to R$ будем называть s-абсолютно непрерывной, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое значение $\delta > 0$, что для всякого семейства непересекающихся шаров $B_k \subset X$ из неравенства

$$\sum_k \mu(B_k) < \delta$$

следует, что

$$\sum_k (osc_{B_k} f)^s < \varepsilon.$$

Теорема. Пусть $p \in [1, s)$, пара функций (f, g) удовлетворяет p-неравенству Пуанкаре на локально s-регулярном метрическом пространстве (X, d), функция $f \in L_1(X)$, а неотрицательная функция g принадлежит пространству Лоренца $L_{s,1}(X)$. Тогда класс эквивалентности функции f содержит s-абсолютно непрерывную функцию.

Из теоремы непосредственно следует аналогичный результат для евклидовых пространств, полученный ранее в работе [2] совершенно иным способом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и программы «Ведущие научные школы» и Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН 2006.

Список литературы

1. *Hajlasz P.* Sobolev spaces on an arbitrary metric spaces // Potential Analysis 1996. V.5, №. 4. P. 403–415.
2. *Kauhanen J., Koskela P., Maly J.* On function with derivatives in a Lorentz spsce // Manuscripta Math. 100, 1 (1999), p.87–101.

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НОРМ СТЕПАНОВА, ПОРОЖДЕННЫХ ОБОБЩЕННЫМ СДВИГОМ

Санина Е.Л., Костин А.В.

Воронежский гостехуниверситет, Воронежский госуниверситет

e-mail: `lyakhov@box.vsi.ru`

Обобщенный сдвиг

$$(T^y f)(x) = C(\gamma) \int_0^\pi \sin^{\gamma-1} \alpha f(\sqrt{x^2 - 2xy\cos\alpha + y^2})\, d\alpha,$$

всегда сопровождающий исследования задач с сингулярным дифференциальным оператором Бесселя, оказывается не удобным при работе с локально интегрируемыми (периодическими) функциями. Например, обобщенный сдвиг не является самосопряженным оператором при интегрировании по отрезку периода непрерывно функции. Разумеется, от обобщенного сдвига нельзя отказаться, но можно ввести функциональные пространства, где возникшие особенности обобщенного сдвига окажутся нивелированными. В этой связи в работе [1] (см. лемму 1.1), введена норма, которая при некоторой доработке оказалась аналогом нормы Степанова (см. [2]). Мы исходим из неравенства

$$lZ0\int_0^l |T^y f(x)|^p y^\gamma\, dy \leqslant \int_0^l T^y |f(x)|^p y^\gamma\, dy, \quad p \geqslant 1, \quad l < \infty,$$

которое дает основание для введения следующей нормы

$$\|f\|_{S_{l,p}^\gamma} = \frac{\gamma+1}{l^{\gamma+1}} \left[\sup_x \int_0^l T^y |f(x)|^p y^\gamma\, dy \right]^{1/p}. \tag{1}$$

Определение. Пусть $p \geqslant 1$. Множество четных локально интегрируемых с весом x^γ функций с конечной нормой (1) будем обозначать $S_{l,p}^\gamma$ и называть функциональным пространством Степанова, порожденного обобщенным сдвигом.

Теорема 1. *Пространство $S_{l,p}^\gamma$ — банахово.*

Результаты исследований классических (многомерных) пространств Степанова приведены в [2]. Мы использовали теорему о об эквивалентности норм В.В. Степанова при различных l ([2], стр. 99) для доказательства следующего утверждения.

Теорема 2. *Для локально интегрируемых с весом $|x|^\gamma$ функций нормы* (1) *при разных l эквивалентны.*

Список литературы

1. *Ляхов Л.Н., Санина Е.Л.* Многочлены Шлемильха. Интерполяционная формула Рисса для B-производной и неравенство Берштейна для дробных B-производных Вейля–Маршо // ДАН 2007. – Т.417, №5. – С.592-596.
2. *Костин А.В., Костин В.А.* К теории функциональных пространств Степанова. Воронеж, ВГУ. 2007. С.259.

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НОРМ СТЕПАНОВА, ПОРОЖДЕННЫХ ОБОБЩЕННЫМ СДВИГОМ

Санина Е.Л., Костин А.В.

Воронежский гостехуниверситет, Воронежский госуниверситет

e-mail: lyakhov@box.vsi.ru

Обобщенный сдвиг

$$(T^y f)(x) = C(\gamma) \int\limits_0^\pi \sin^{\gamma-1}\alpha\, f(\sqrt{x^2 - 2xy\cos\alpha + y^2})\, d\alpha,$$

всегда сопровождающий исследования задач с сингулярным дифференциальным оператором Бесселя, оказывается не удобным при работе с локально интегрируемыми (периодическими) функциями. Например, обобщенный сдвиг не является самосопряженным оператором при интегрировании по отрезку периода непрерывно функции. Разумеется, от обобщенного сдвига нельзя отказаться, но можно ввести функциональные пространства, где возникшие особенности обобщенного сдвига окажутся нивелированными.

В этой связи в работе [1] (см. лемму 1.1), введена норма, которая при некоторой доработке оказалась аналогом нормы Степанова (см. [2]). Мы исходим из неравенства

$$\int\limits_0^l |T^y f(x)|^p\, y^\gamma\, dy \leqslant \int\limits_0^l T^y |f(x)|^p y^\gamma\, dy, \quad p \geqslant 1, \quad l < \infty\,,$$

которое дает основание для введения следующей нормы

$$\|f\|_{S^\gamma_{l,p}} = \frac{\gamma+1}{l^{\gamma+1}} \left[\sup_x \int\limits_0^l T^y |f(x)|^p\, y^\gamma\, dy \right]^{1/p}. \tag{1}$$

Определение. *Пусть $p \geqslant 1$. Множество четных локально интегрируемых с весом x^γ функций с конечной нормой (1) будем обозначать $S^\gamma_{l,p}$ и называть функциональным пространством Степанова, порожденного обобщенным сдвигом.*

Теорема 1. *Пространство $S^\gamma_{l,p}$ — банахово.*

Результаты исследований классических (многомерных) пространств Степанова приведены в [2]. Мы использовали теорему о об эквивалентности норм В.В. Степанова при различных l ([2], стр. 99) для доказательства следующего утверждения.

Теорема 2. *Для локально интегрируемых с весом* $|x|^\gamma$ *функций нормы* (1) *при разных* l *эквивалентны.*

Список литературы

1. *Ляхов Л.Н., Санина Е.Л.* Многочлены Шлемильха. Интерполяционная формула Рисса для B-производной и неравенство Берштейна для дробных B-производных Вейля–Маршо // ДАН 2007. Т.417, № 5. С.592–596.
2. *Костин А.В., Костин В.А.* К теории функциональных пространств Степанова. Воронеж, ВГУ. 2007. С.259.

МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ ИНТЕГРАЛОВ ФУРЬЕ

Сарыбекова Л.О., Тарарыкова Т.В., Тлеуханова Н.Т.

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Казахстан, Астана;
Кардиффский Университет, Великобритания, Кардифф

e-mail: `slo1983@inbox.ru`

Пусть $1 \leqslant p \leqslant q \leqslant \infty$. Будем говорить, что φ является мультипликатором Фурье из L_p в L_q, то есть $\varphi \in m(L_p \to L_q)$, если оператор $T_\varphi(f) = F^{-1}\varphi F f$ ограниченно действует из L_p в L_q, то есть если существует $c_1 > 0$, такое, что для любой функции f из L_p выполняется неравенство

$$\|T_\varphi(f)\|_{L_p} \leqslant c_1 \|f\|_{L_q}.$$

Совокупность m_p^q всех мультипликаторов Фурье из L_p в L_q представляет собой нормированное пространство с нормой

$$\|\varphi\|_{m_p^q} = \|T_\varphi\|_{L_p \to L_q}.$$

Рассматривается задача об определении гладкостных и метрических характеристик, которыми должна обладать функция φ для того, чтобы $\varphi \in m_p^q$.

Теорема Лизоркина [1]. *Пусть $1 < p \leqslant q < \infty, A > 0$ и функция $\varphi \in C^1(\mathbb{R} \setminus \{0\})$ удовлетворяет следующим условиям*

$$\sup_{y \in \mathbb{R}\setminus\{0\}} |y|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} |\varphi(y)| \leqslant A,$$
$$\sup_{y \in \mathbb{R}\setminus\{0\}} |y|^{1+\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} \left|\varphi^{'}(y)\right| \leqslant A.$$

Тогда функция $\varphi \in m_p^q$ и верна оценка $\|\varphi\|_{m_p^q} \leqslant c_2 A$, где c_2 зависит только от p и q.

Пусть f функция, измеримая относительно меры Лебега μ,

$$m(\sigma, f) = \mu\{x : |f(x)| > \sigma\}$$

ее функция распределения. Функция

$$f^*(t) = \inf\{\sigma : m(\sigma, f) \leqslant t\}$$

называется *невозрастающей перестановкой* функции f.

Теорема. *Пусть* $1 < p < q \leqslant \infty$, *и числа* $0 < \alpha, \beta < 1$ *такие, что* $\beta - \alpha = \dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{q}$, M — *множество всех отрезков из* $\mathbb{R}$. *Если функция* $\varphi \in AC^{loc}(\mathbb{R} \setminus \{0\})$ *удовлетворяет следующим условиям*

$$\sup_{y\in\mathbb{R}} |y|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} |\varphi(y)| \leqslant A,$$
$$\sup_{t\in\mathbb{R}} |t|^{1-\alpha} \left(y^{\beta}\varphi^{'}(y)\right)^{*}(t) \leqslant A,$$

то $\varphi \in m_p^q$ *и верна оценка* $\|\varphi\|_{m_p^q} \leqslant cA$.

Замечание. Заметим, что условие теоремы 1 слабее чем условие теоремы Лизоркина, так как

$$\sup_{t\in\mathbb{R}} |t|^{1-\alpha} \left(y^{\beta}\varphi^{'}(y)\right)^{*}(t) \leqslant \sup_{y\in\mathbb{R}} |y|^{1+\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} \left|\varphi^{'}(y)\right|.$$

и найдется функция удовлетворяющая условиям теоремы 1, но не удовлетворяющая условию теоремы Лизоркина, то есть

$$\sup_{y\in\mathbb{R}} |y|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} |\varphi(y)| < \infty,$$
$$\sup_{t\in\mathbb{R}} |t|^{1-\alpha} \left(y^{\beta}\varphi'(y)\right)^{*}(t) < \infty,$$
$$\sup_{y\in\mathbb{R}} |y|^{1+\frac{1}{p}-\frac{1}{q}} \left|\varphi^{'}(y)\right| = \infty.$$

Действительно, пусть $1 > \gamma > \beta > \dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{q}$. Определим функцию при $x \geqslant 1$

$$\varphi(x) = \begin{cases} k^{1-\beta} + \dfrac{1}{k^{\gamma}} - x^{1-\beta}, & x \in \left[k, \sqrt[1-\beta]{k^{1-\beta} + \dfrac{1}{k^{\gamma}} - \dfrac{1}{(k+1)^{\gamma}}}\right], \\ \dfrac{1}{(k+1)^{\gamma}}\ , & x \in \left[\sqrt[1-\beta]{k^{1-\beta} + \dfrac{1}{k^{\gamma}} - \dfrac{1}{(k+1)^{\gamma}}}, k+1\right], \end{cases} \quad k \in N$$

при $0 \leqslant x \leqslant 1$

$$\varphi(x) = 1,$$

при $x < 0$

$$\varphi(x) = \varphi(-x).$$

Список литературы

1. *П.И. Лизоркин.* О мультипликаторах интегралов Фурье в пространствах $L_{p,\theta}$ // Труды математического института им. В.А. Стеклова, т.139, 1967.
2. *E.D. Nursultanov.* Nikol'skii's Inequality for Different Metrics and Properties of the Sequence of Norms of the Fourier Sums of a Function in the Lorentz Space // Trudy Matematicheskogo Instituta imeni V.A. Steklova, vol.255, 2006.
3. *Берг Й., Лефстрем Й.* Интерполяционные пространства. Введение. М.: Мир. 1980.

ОБОБЩЕНИЯ НЕРАВЕНСТВА КОШИ–БУНЯКОВСКОГО МЕТОДОМ СРЕДНИХ

Ситник С.М.

Воронежский институт МВД, Россия

e-mail: `mathsms@yandex.ru`

Среди известных обобщений дискретного неравенства Коши–Буняковского одним из наиболее известных результатов является теорема Карлица–Элиезера–Дэйкина (CDE)(см. [1–2]). Мы переформулируем и обобщим этот результат с использованием средних значений.

Теорема CDE. *Уточнение дискретного неравенства Коши–Буняковского вида*

$$\left(\sum_{k=1}^{n} x_k \cdot y_k\right)^2 \leqslant \left(\sum_{k=1}^{n} f^2(x_k, y_k)\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} g^2(x_k, y_k)\right) \leqslant \leqslant \left(\sum_{k=1}^{n} x_k^2\right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{n} y_k^2\right) \qquad (1)$$

выполняется тогда и только тогда, когда величины $f(x,y), g(x,y)$ являются парой произвольных взаимно сопряжённых средних [4], [5], [6], *удовлетворяющих свойствам однородности и монотонности по каждому аргументу.*

Данная формулировка в терминах средних делает более понятным оригинальный результат, кроме того снабжает его огромным числом конкретных примеров с использованием многочисленных известных средних [4–6]. Прототипом теоремы CDE послужило известное неравенство Милна [2–3].

Рассмотрим интегральный аналог теоремы CDE. Оказывается, что справедлив следующий неожиданный результат: сохраняется лишь достаточная часть теоремы.

Теорема 1. *Пусть M — произвольное однородное, монотонное по каждому аргументу абстрактное среднее (необязательно симметричное!), $M^* = xy/M(x,y)$ — сопряжённое среднее (см. [4–6]). Тогда справедливо обобщение интегрального неравенства Коши–Буняковского вида*

$$\left(\int_a^b f(x)g(x)\,dx\right)^2 \leqslant \int_a^b (M(f,g))^2 dx \int_a^b (M^*(f,g))^2\,dx \leqslant \leqslant \int_a^b (f(x))^2\,dx \int_a^b (g(x))^2\,dx. \qquad (2)$$

При выборе арифметико-геометрического среднего Гаусса и максимума-минимума получаем два следствия.

Следствие 1. *Справедливо неравенство:*

$$\left(\int_a^b f(x)g(x)dx\right)^2 \leqslant \int_a^b \left[\frac{\max(f,g)}{K\left(\sqrt{1-\left(\frac{\min(f,g)}{\max(f,g)}\right)^2}\right)}\right]^2 dx\times$$

$$\times\int_a^b (\min(f,g))^2\left(K\left(\sqrt{1-\left(\frac{\min(f,g)}{\max(f,g)}\right)^2}\right)\right)^2 dx \leqslant \int_a^b f^2\,dx\int_a^b g^2\,dx,$$

где $K(x)$ есть полный эллиптический интеграл Лежандра 1 рода.

Отметим экзотический характер последнего неравенства: это неравенство между *произвольными* функциями, но которые стоят под знаком *конкретной специальной* функции — эллиптического интеграла Лежандра!

Следствие 2. *Справедливо неравенство:*

$$\left(\int_a^b f(x)g(x)\,dx\right)^2 \leqslant \int_a^b [\max(f,g)]^2\,dx\cdot\int_a^b [\min(f,g)]^2\,dx \leqslant$$

$$\leqslant \int_a^b f^2(x)dx\cdot\int_a^b g^2(x)\,dx.$$

Для интегрального случая необходимая часть теоремы CDE не выполняется, что следует из существования найденных автором других обобщений неравенства Коши–Буняковского, которые не приводятся к виду (2), а имеют иную структуру.

Рассматриваются приложения полученных результатов к оценкам специальных функций и решений дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. *Mitrinović D.S., Pečarić J.E., Fink A.M.* Classical and new inequalities in analysis. – Kluwer, 1993.
2. *Dragomir S.S.* A Survey on Cauchy – Buniakowsky – Schwartz Type Discrete Inequalities. – http://rgmia.vu.edu.au/monographs, 2003.
3. *Харди Г.Г., Литтлвуд Д.Е., Полиа Г.* Неравенства. — М.: ИЛ. – 1948.
4. *Ситник С.М.* Обобщения неравенств Коши–Буняковского методом средних значений и их приложения // Чернозёмный альманах научных исследований. Серия «Фундаментальная математика». – 2005. – № 1(1). – С. 3 – 42.
5. *Ситник С.М.* Некоторые приложения уточнений неравенства Коши–Буняковского // Вестник Самарской государственной экономической академии. – 2002. – № 1(8). – С. 302 – 313.
6. *Ситник С.М.* Уточнение интегрального неравенства Коши–Буняковского // Вестник Самарского гос. тех. университета. Сер. «Физико-математические науки». – 2000. – № 9. – С. 37 – 45.

НЕОБХОДИМОЕ И ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЯ ВЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВО ЛОРЕНЦА

Смаилов Е.С., Бимендина А.У

РГКП «Институт прикладной математики» МОН РК

e-mail: `esmailov@mail.ru`

В настоящей работе рассматриваются вложения $E_{p\theta}(\lambda) \subset L_{q\tau}(G)$, где $1 < p < q < +\infty$, $1 < \theta$, $\tau < +\infty$ и принцип крайней функции о неулучшаемости достаточного условия вложения разных метрик в пространство Лоренца $L_{q\tau}[0, 1]$ [1], где $1 \leqslant q < +\infty$, $1 \leqslant \tau \leqslant +\infty$. По данной тематике можно отметить основопологающие работы П.Л. Ульянова, Э.А. Стороженко, В.И. Коляда и многих других.

Пусть $\{\varphi_n(x)\}_{n=1}^{+\infty}$ — система Прайса [2] на группе G, определенная с помощью последовательности натуральных чисел $\{p_k\}_{k=1}^{+\infty}$, $p_k \geqslant 2,\ k \geqslant 1$. Определим последовательность $\{m_k\}$, полагая $m_0 = 1,\ \ m_k = \prod\limits_{\nu=1}^{k} p_\nu$.

Пусть $\lambda = \{\lambda_k\}_{k=1}^{+\infty}$ заданное последовательность положительных монотонно убывающих к нулю чисел. Через $E_{p\theta}(\lambda)$ обозначим множество:

$$E_{p\theta}(\lambda) = \Big\{ f \in L_{p\theta}(G) \ \mid \ E_n(f)_{p\theta} \leqslant \lambda_n, \quad \forall n \in N \Big\},$$

где $E_n(f)_{p\theta}$ — наилучшее приближение функции $f \in L_{p\theta}(G)$, $1 \leqslant p < +\infty$, $1 \leqslant \theta \leqslant +\infty$ посредством полиномов по системе Прайса.

Пусть $\Delta_k(f;x) = S_{m_{k+1}}(f;x) - S_{m_k}(f;x)$, где $S_n(f;x)$ — частичная сумма Фурье–Прайса.

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. *Для того, чтобы $E_{p\theta}(\lambda) \subset L_{q\tau}(G)$, где $1 < p < q < +\infty$, $1 < \theta, \tau < +\infty$ необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд*

$$\sum_{k=1}^{+\infty} k^{\tau\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)-1} \lambda_k^{\tau} < +\infty.$$

Теорема 2. *Пусть $1 < p < +\infty$, $1 < \theta < +\infty$.*

1. *Если для $f \in L_{p\theta}(G)$ при некотором q и τ таких, что $1 < p < q < +\infty$, $1 < \tau < +\infty$ ряд*

$$\sum_{k=0}^{+\infty} m_{k+1}^{\tau\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)} \|\Delta_k(f)\|_{p\theta}^{\tau} < +\infty,$$

сходится, то $f \in L_{q\tau}(G)$;

2. *Существует функция $f_0 \in L_{p\theta}(G)$, где $1 < p < +\infty$, $1 < \theta$, $\tau < +\infty$ для которой ряд*

$$\sum_{k=0}^{+\infty} m_{k+1}^{\tau\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)} \|\Delta_k(f_0)\|_{p\theta}^{\tau} = +\infty$$

расходится и при этом $f_0 \notin L_{q\tau}(G)$, $1 < p < q < +\infty$, $1 < \theta, \tau < +\infty$, но для любого положительного ε функция $f_0 \in L_{q-\varepsilon,\tau}(G)$.

Список литературы

1. *Стейн И., Вейс Г.* Введение в гармонический анализ на Евклидовых пространствах. М.: «Мир», 1974.
2. *Голубов Б.И., Ефимов А.Б., Скворцов В.А.* Ряды и преобразования Уолша. М: «Наука», 1987.

УСЛОВИЯ КОШИ–РИМАНА ДЛЯ ЦИКЛИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ

Смолянинов В.В.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

Россия, 119334, Москва, ул. Бардина 4

Тел.: (495)1355523, e-mail: smolian@mail.ru

В работе известные условия дифференцируемости комплексных функций обобщаются на случаи, когда переменные — функции и их аргументы, являются матричными элементами алгебры циклической группы произвольного порядка.

Почему-то не принято пользоваться «гиперчислами», базисные «мнимые» единицы которых обращаются в обычную единицу при возведении в степень $k \geqslant 3$. Тогда как, например, циклические «триплетные числа» возможны:

$$x = x_1 + x_1 i_1 + x_2 i2(i_1^3 = i_2^3 = i_1 i_2 = 1), \qquad (1)$$

— эти числа интересны с алгебраической и геометрической точек зрения, а также как объекты математического анализа. Не останавливаясь на свойствах скалярной формы (1), рассмотрим сразу матричный вариант 3-циклических чисел, выбирая в качестве образующего элемента циклической 3-группы следующую 3-матрицу:

$$\mathbf{C} \equiv (\mathbf{e}_2,\ \mathbf{e}_3,\ \mathbf{e}_1) \Rightarrow \mathbf{C}^2 = (\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2), \quad \mathbf{C}^3 = \mathbf{E} \equiv (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3),$$

где $\mathbf{e}_i$ — единичные 3-векторы и $\mathbf{E} = \mathrm{diag}(1,1,1)$ — 3-матричная единица группы. Матричные переменные в циклическом базисе определяются аналогично формуле (1):

$$\mathbf{Y} \equiv y_1\mathbf{E} + y_2\mathbf{C} + y_3\mathbf{C}^2, \quad \mathbf{X} \equiv x_1\mathbf{E} + x_2\mathbf{C} + x_3\mathbf{C}^2. \qquad (2)$$

Используя вектор-столбы $\mathbf{y} \equiv (y_1, y_2, y_3)'$, $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, x_3)'$, последние матрицы можно представить следующими строками столбцов:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{y}, \mathbf{Cy}, \mathbf{C}^2\mathbf{y}), \mathbf{X} = (\mathbf{x}, \mathbf{Cx}, \mathbf{C}^2\mathbf{x}),$$

Предполагая функциональную связь $\mathbf{Y}(\mathbf{X})$, найдем условия, обеспечивающие возможность получения матричной формулы дифференцирования такой матричной функции.

Определим связь дифференциалов:

$$d\mathbf{Y} = (d\mathbf{y}, \mathbf{C}d\mathbf{y}, \mathbf{C}^2 d\mathbf{y}) = (\mathbf{U}dx, \mathbf{CU}d\mathbf{x}, \mathbf{C}^2\mathbf{U}d\mathbf{x}) = \mathbf{U}(d\mathbf{x}, \mathbf{C}d\mathbf{x}, \mathbf{C}^2 d\mathbf{x}) = \mathbf{U}d\mathbf{X}.$$

Обеспечение этой связи возможно, если производная матрица удовлетворяет принципу структурной инвариантности:

$$d\mathbf{Y}/d\mathbf{X} = \mathbf{U} \iff \mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3) = (\mathbf{u}, \mathbf{Cu}, \mathbf{C}^2\mathbf{u}), \tag{3}$$

что тоже возможно при выполнении дополнительных условий:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}_2 = \mathbf{C}^{-2}\mathbf{u}_3 \quad \iff \quad \partial\mathbf{y}/\partial x_1 = \mathbf{C}^{-1}\partial\mathbf{y}/\partial x_2 = \mathbf{C}^{-2}\partial\mathbf{y}/\partial x_3. \tag{4}$$

Не выписывая промежуточные производные 2-го порядка, приведем дифференциальные условия 3-го порядка, поскольку они являются характеристическими:

$$\frac{\partial^3 y_k}{\partial x_1^3} = \quad \partial^3 y_k \partial x_2^3 = \frac{\partial^3 y_k}{\partial x_3^3} \quad (k = 1..3). \tag{5}$$

Отметим, что циклическая группа 3-го порядка, также как и большего порядка $n > 3$, может быть представлена матрицами 2-го порядка. Например, в формулах (2) мы можем выбрать следующие матрицы

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};$$

или же, используя общую формулу плоских вращений $\mathbb{R}(\alpha) = \cos(\alpha)\mathbf{E} + \sin(\alpha)\mathbf{J}$, где $\mathbb{R}(\pi/2) = \mathbf{J}$, мы можем выделить кубические корни из матричной единицы:

$$\mathbf{C} = \mathbb{R}(2\pi/3) = (-\mathbf{E} + \sqrt{3}\mathbf{J})/2.$$

Однако, при такой редукции порядка матричного представления происходит и редукция «размерности числа» — уменьшается число независимых компонент, что является следствием теоремы Гамильтона–Кэли. Действительно, например, при выборе редукции $\mathbf{C} = \mathbb{R}(2\pi/3)$ тройное число преобразуется в 2-компонентное комплексное число:

$$\mathbf{X} = x_1\mathbf{E} + x_2\mathbf{C} + x_3\mathbf{C}^2 = z_1\mathbf{E} + z_2\mathbf{J},$$

где $z_1 = x_1 - (x_2 + x_3)/2$, $z_2 = \sqrt{3}(x_2 - x_3)/2$.

Описанная модель формирования дифференциальных условий (2)–(5) почти автоматически обобщается на циклические «$\mathbf{C}$-числа» произвольного порядка $n > 4$. Следует только перейти к рассмотрению соответствующих матриц n-го порядка и в качестве образующего элемента выбрать n-матрицу:

$$\mathbf{C} \equiv (\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \ldots, \mathbf{e}_n, \mathbf{e}_1) \quad \Rightarrow \mathbf{C}^n = \mathbf{E},$$

тогда все участвующие матрицы имеют одинаковую структуру вида

$$\mathbf{X} = x_1\mathbf{E} + x_2\mathbf{C} + \ldots + x_n\mathbf{C}^{n-1} = (\mathbf{x}, \mathbf{Cx}, \ldots, \mathbf{C}^{n-1}\mathbf{x}).$$

Обобщенные условия Коши–Римана, ср. с (4), определяются векторными равенствами:

$$\partial\mathbf{y}/\partial x_1 = \mathbf{C}^{-1}\partial\mathbf{y}/\partial x_2 = \ldots = \mathbf{C}^{-n+1}\partial\mathbf{y}/\partial x_n,$$

а характеристические условия (5) заменяются следующими:

$$\partial^n y_k/\partial x_1^n = \partial^n y_k/\partial x_2^n = \ldots = \partial^n y_k/\partial x_n^n \quad (k = 1..n).$$

Теперь вполне очевидной становится следующая теорема.

Теорема. *Условие Коши–Римана эквивалентно требованию инвариантности матричной структуры циклической функции циклического аргумента относительно операции дифференцирования.*

Современные математические интересы в большей мере ориентированы на локальные и глобальные проблемы организации n-мерных многообразий и поиск адекватных средств описания многомерных объектов и отношений между ними — морфизмов. Используемые для этих целей разнообразные «многомерные числа» — гиперкомплексные числа, векторы, матрицы, тензоры и др., отражают разные тенденции вычислительных технологий. При этом, к хорошо и глубоко развитым современным технологиям можно уже отнести области скалярного и векторного анализов, на помощь которым идет, стимулируемый задачами компьютерной унификации, *матричный анализ*. Поэтому, даже простой перевод на матричный язык классических проблем, как это сделано в настоящей работе, представляется актуальной задачей вычислительной математики.

ЦИКЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Смолянинов В.В.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

Россия, 119334, Москва, ул. Бардина 4

Тел.: (495)1355523, e-mail: smolian@mail.ru

В модельных расчетах динамических свойств сложных механических конструкций, содержащих упругие стержневые звенья, появляются определенные алгебраические комбинации из гиперболических и тригонометрических функций, которые в отечественной литературе часто называют «функциями Крылова».

Вообще говоря, существует два типа функций Крылова (ФК) — определяемые как суммы и разности гиперболических и круговых функций:

$$\text{ФК1} = \{2\text{K}_{11}(t),\ 2\text{K}_{12}(t),\ 2\text{K}_{13}(t),\ 2\text{K}_{14}(t)\} \equiv$$
$$\equiv \{\text{ch}(t) + \cos(t),\ \text{sh}(t) + \sin(t),\ \text{ch}(t) - \cos(t),\ \text{sh}(t) - \sin(t)\} \quad (1)$$

и содержащие произведения гиперболических и круговых функций:

$$\text{ФК2} = \{\text{K}_{21}(x),\ \text{K}_{22}(x),\ \text{K}_{23}(x),\ \text{K}_{24}(x)\} \equiv$$

$$\equiv \{\mathrm{ch}(\alpha x)\cos(\alpha x), \alpha\,\mathrm{sh}(\alpha x)\cos(\alpha x) + \alpha\,\mathrm{ch}(\alpha x)\sin(\alpha x),$$
$$\mathrm{sh}(\alpha x)\sin(\alpha x), -\alpha\,\mathrm{sh}(\alpha x)\cos(\alpha x) + \alpha\,\mathrm{ch}(\alpha x)\sin(\alpha x)\} \quad (2)$$

где константа $\alpha = 1/\sqrt{2}$. ФК1 представляют систему фундаментальных решений бигармонического уравнения изгибных колебаний однородного упругого стержня, т.е. обыкновенного линейного дифференциальным уравнением 4-го порядка, нормированная форма которого в простейшем случае свободных движений $u(t)$ — такова:

$$d^4u/dt^4 - u = 0. \quad (3)$$

ФК2 представляют аналогичную систему решений «сопряженного бигармонического уравнения» изгибных деформаций однородного упругого стержня, отличающегося от (3) только знаком при линейном члене функции локального смещения $u(x)$:

$$d^4u/dx^4 + u = 0. \quad (4)$$

Следует отметить, что сам А.Н. Крылов не выделял специальным образом функции вида (1) и пользовался представлением общего решения уравнения (3) в виде общей суммы гиперболических и круговых функций:

$$u = a_1\,\mathrm{ch}(t) + a_2\cos(t) + a_3\,\mathrm{sh}(t) + a_4\sin(t), \quad (5)$$

но комбинации вида (1) естественным образом появляются в анализируемых им вариантах частных решений. В современных же работах часто вместо формы (5) используется более адекватная форма

$$u = b_1\mathrm{K}_{11}(t) + b_2\mathrm{K}_{12}(t) + b_3\mathrm{K}_{13}(t) + b_4\mathrm{K}_{14}(t), \quad (6)$$

поскольку именно эти ФК1 образуют общий цикл 4-го порядка относительно операции дифференцирования, тогда как функции (5) образуют два автономных цикла — 2-го порядка (гиперболические функции) и 4-го порядка (круговые функции).

Лично А.Н. Крылову принадлежит идея специального выделения функций (2), с помощью которых он существенно упростил и прояснил громоздкие инженерные расчеты стержневых конструкций, в частности, корабельной оснастки. Исходя сначала из представления общего решения уравнения (4) в виде суммы комплексных экспонент,

$$u = a_1\exp(\lambda_1 x) + a_2\exp(\lambda_2 x) + a_3\exp(\lambda_3 x) + a_4\exp(\lambda_4 x), \quad (7)$$

где λ_i — корни характеристического полинома, А.Н. Крылов затем ставит и решает задачу построения нового представления

$$u = b_1\mathrm{K}_{21}(t) + b_2\mathrm{K}_{22}(t) + b_3\mathrm{K}_{23}(t) + b_4\mathrm{K}_{24}(t), \quad (8)$$

которое, как он отмечает и показывает, «вносит во все выкладки простоту и симметрию».

Идеи настоящей работы были в значительной мере инициированы сравнительным анализом структур степенных рядов функций Крылова, с одной стороны, гиперболических и тригонометрических функций — с другой. Идеи эти просты и каждый, кто проведет такой анализ самостоятельно убедится в том, что возможности дальнейшей «простоты и симметрии» на том классическом направлении, которому следовал А.Н. Крылов во след за Эйлером, Пуассоном, Релеем и др., еще не полностью исчерпаны. Конечно, общие решения уравнений (3) и (4) хорошо известны и приводятся в разнообразных справочниках. Однако, факт принадлежности этих решений к более общей системе «циклических функций» нигде не отмечается, поскольку такие функциональные системы ранее не выделялись.

Таким образом, общая задача этой работы — обоснование целесообразности выделения новой системы *циклических функций.*

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ СПЛАЙНОВ И ВСПЛЕСКОВ*

Стрелков Н.А.

Ярославский государственный университет

150000 Ярославль, Советская, 14

Тел.: (485)2557288, Факс: (485)2255787, e-mail: strelkov@uniyar.ac.ru

Приводится краткий обзор некоторых результатов автора, относящихся к различным аспектам взаимосвязи сплайнов и всплесков. Основное внимание уделяется оптимизации (в том или ином смысле) выбора аппарата аппроксимации.

1. *Проекционно-сеточные аппроксимации и решетчатые укладки.* Рассматриваются свойства проекционно-сеточных подпространств, порождаемых сдвигами аргумента одной или нескольких фиксированных функций по некоторой решетке. Эти подпространства исследуются как с точки зрения их аппроксимационных свойств, так и с позиций качества и простоты структуры определяемых ими проекционно-сеточных методов.

Основной круг рассмотренных вопросов:

a) нахождение точных значений проекционно-сеточных поперечников, описывающих качество аппроксимации, и установление связи величин этих поперечников с геометрическими характеристиками укладок лебеговых множеств функции, зависящей от метрик пространств, в которых проводится аппроксимация (в случае пространств Соболева — решетчатых укладок одинаковых шаров);
b) описание оптимальных координатных функций и оптимальных сеток, на которых реализуются нижние грани аппроксимационных характеристик; в частности, выяснение зависимости между оптимальными сетками и решетками, порождающими плотнейшие укладки;
c) определение средней размерности и сравнение проекционно-сеточных поперечников с поперечниками по Колмогорову той же средней размерности;
d) аппроксимация в пространствах Соболева: точные значения поперечников, конструктивное построение оптимальных координатных функций

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07–01–00385).

и оптимальных сеток, универсальность оптимальных сеток, критерий асимптотической оптимальности.

2. *Неравенства с точными константами для сплайнов.* Рассмотрены вопросы, связанные с установлением шкалы неравенств с точными константами для интерполяционных сплайнов произвольного порядка. Получены интегральные представления как самих сплайнов, так и их погрешностей; на основании этих представлений приведены равномерные оценки для случаев, когда аппроксимируются функции, принадлежащие классам Соболева (или их дискретным аналогам). Часть из полученных оценок описывает суперсходимость производных в некоторых точках. Для установления точных оценок применяется единый подход, связанный, по сути дела, с вычислением различных норм некоторого интегрального оператора с довольно экзотическим ядром. Привлекательность такого подхода состоит, по нашему мнению, в том, что по сути дела стирается различие между сплайнами с краевыми условиями разных типов и отпадает необходимость (как это обычно делается) отдельно исследовать каждый из этих типов. По-видимому, с помощью методов, подобных описанному, удастся справиться и с другими, более сложными проблемами.

3. *Базисы из функций-всплесков, порождаемые сплайнами.* Исследованы возможности кратномасштабного анализа (являющегося одним из основных аппаратов построения базисов из функций-всплесков) для произвольной масштабирующей функции (в частности, для B-сплайнов). Основные из результатов этой группы:

- общая теорема, описывающая необходимые и достаточные условия для осуществления кратномасштабного анализа в случае произвольной масштабирующей функции;
- переформулировка этой теоремы для пространств Соболева в случае, когда масштабирующая функция является B-сплайном;
- полное описание семейства базисов из функций-всплесков, порождаемых этой масштабирующей функцией;
- конструктивное построение безусловных базисов из функций-всплесков с минимальной мерой носителей.

4. *Построение оптимальных кубатур с помощью всплесков.* Рассматриваются некоторые подходы к построению кубатурных формул, основанные на аппроксимации с помощью решетчатых сдвигов аргумента фиксированной функции. Построение на этом пути оптимальных кубатур сводится к нахождению характеристик наилучших проекционно-сеточных аппроксимаций, исследовавшихся автором ранее. В частности, в некоторых случаях оптимальный набор узлов кубатурной формулы образует решетку, двойственная к которой порождает плотнейшую упаковку лебеговых множеств некоторой функции, зависящей от метрик используемых пространств.

О ПРИБЛИЖЕНИИ МНОГОЧЛЕНАМИ БЕРНШТЕЙНА В ТОЧКАХ РАЗРЫВА ПРОИЗВОДНЫХ*

Теляковский С.А.

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Как показал И.Н. Хлодовский (1929), многочлены Бернштейна $B_n(f,x)$ в точках разрыва первого рода функции f сходятся к полусумме пределов справа и слева.

Подобным образом можно усилить и результат Е.В. Вороновской (1932).

Теорема *Пусть функция $f(x)$ имеет в точке $x_0 \in (0,1)$ односторонние производные в смысле Пеано второго порядка. Тогда для приближений f в точке x_0 многочленами Бернштейна справедлива оценка*

$$f(x_0)-B_n(f,x_0) = -\frac{x_0(1-x_0)}{4n}\big(f''(x_0+0)+f''(x_0-0)\big)+o\left(\frac{1}{n}\right), \quad n\to\infty.$$

Вместе с тем, если функция $f(x)$ имеет в точке x_0 первую производную, то

$$f(x_0)-B_n(f,x_0) = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right), \quad n\to\infty.$$

Но в этом утверждении существование $f'(x_0)$ нельзя заменить на существование односторонних производных первого порядка.

Рассмотрены также вопросы о приближении многочленами Бернштейна в точках разрыва первого рода старших производных.

БИФУРКАЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ В НАПРАВЛЕНИИ ДОПУСТИМОГО КАСАТЕЛЬНОГО ВЕКТОРА

Треногин В.А.

Московский государственный технологический университет — Московский институт стали и сплавов

Россия,119094, Москва, Ленинский проспект 4, МИСиС, кафедра математики

e-mail: `vtrenogin@mail.ru`

Современный аналитический метод теории бифуркаций в банаховых пространствах предложен и назван нами (главы VII–IX книги [1], [2]) методом Ляпунова–Шмидта в честь этих выдающихся ученых, заложивших

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 08–01–00598).

основы теории бифуркаций решений нелинейных интегральных уравнений. Редукция задачи к бифуркационному уравнению часто позволяет провести ее законченное исследование, использующее алгебраические, топологические, вариационные, групповые и численные методы ([3]). В практических задачах все чаще и чаще встречаются ситуации, когда их линейная часть не является ни фредгольмовым ни нетеровым оператором. Кроме того, при высоких вырождениях через точку бифуркации может проходить много ветвей решений и даже поверхностей, составленных из решений. В данной публикации мы продолжаем обсуждение этого круга вопросов (см.[5]–[10]).

Пусть X, Y вещественные банаховы пространства, а $F(x)$ — нелинейный оператор, отображающий окрестность S нуля пространства X в окрестность нуля пространства Y причем $F(0) = 0$. Ниже рассматриваются ситуации, когда уравнение $F(x) = 0$ имеет вблизи точки $x = 0$ несколько семейств гладких однопараметрических семейств малых решений, локально порождающих кривые. Наш подход состоит в конструировании и последующем исследовании различных вариантов бифуркационных уравнений (уравнений разветвления).

Если оператор F непрерывно дифференцируем в окрестности точки $x = 0$, то уравнение можно записать в виде

$$Bx = R(x), \tag{1}$$

где $B = -F'(0) \in L(X, Y)$, а $R(x) = \int\limits_0^1 (F'(\theta x) - F'(0))d\theta x$ — нелинейный непрерывно дифференцируемый в окрестности $x = 0$ точки оператор. Впрочем, далее уравнение (1) будем рассматривать независимо от исходного уравнения. Далее $N = N(B)$ — подпространство нулей (ядро) оператора B, а $W = R(B)$ — линейное многообразие его значений. Относительно оператора B сделаем следующие предположения.

I. Существует проектор $P \in L(X)$ не равный 0 или тождественному оператору I и такой, что $PX = N$. Положим $U = (I - P)X$. Пусть имеет место прямое разложение $X = N \bigoplus U$ is valid.
II. Существует проектор $Q \in L(Y)$ не равный нулевому или тождественному оператору. Положим $QY = Z$ и $(I - Q)Y = W = R(B)$. Пусть W и Z являются (замкнутыми) подпространствами в Y и справедливо прямое разложение $Y = Z \bigoplus W$.
   Заметим, что конечномерность N или Z нами не предполагается. Условия I и II означают топологическую дополняемость подпространств N и W в пространствах X и Y соответственно.
   Относительно оператора R будем предполагать, что для него выполняется одно из следующих условий.
III. III.Существует функция $c(r), c : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$, $c(r) \to 0$ при $r \to 0$ и такая, что для всех $x_1, x_2 \in S$ выполняется неравенство $\|R(x_1) - R(x_2)\| \leqslant$ $\leqslant c(\max(\|x_1\|, \|x_2\|)\|x_1 - x_2\|$.
IV. Оператор $R \in C^n(S)$ (то есть n раз непрерывно дифференцируем в смысле Фреше на S) причем $R(0) = 0, R'(0) = 0$.
V. Оператор $R(x)$ является аналитическим оператором в точке $x = 0$ причем $R(0) = 0$, $R'(0) = 0$ (см. [2]).

Как показано в [8] задача отыскания малых решений уравнения (1) может быть редуцирована к аналогичной задаче для уравнения разветвления — бифуркационного уравнения (БУ).

Оказывается во многих случаях БУ может быть расщеплено на частные БУ. Приведем сначала несколько вспомогательных фактов.

Лемма 1. *Пусть выполнены условия* I, II, III. *Если существует вектор* $\varphi_* \not\equiv 0$ *такой, что уравнение* (2) *имеет однопараметрическое семейство решений с малым параметром* s *вида*

$$x = s\varphi_* + sz(s), \quad z(s) \to 0, \quad s \to 0, \tag{2}$$

то $\varphi_* \in N$.

Фиксируем функционал $\gamma_* \in X^*$ такой, что $\langle \varphi_*, \gamma_* \rangle = 1$. Введем оператор $P_* \in L(X)$, определенный при всех $x \in X$ формулой $P_*x = Px - \langle Px, \gamma_* \rangle \varphi_*$

Лемма 2. *Оператор* P_* *является проектором в* X. *Кроме того* $P_*\varphi_* = 0$ *и* $P_*U = 0$. *Если* $\varphi \not\equiv k\varphi*$ *при всех* $k \in R$ *то* $P_*\varphi \not\equiv 0$.

Введем одномерное подпространство $X_* = sp\{\varphi_*\}$ с базисным вектором φ_* и подпространство $V = P_*N$. Имеет место прямое разложение $X = X_* \dot{+} V \dot{+} U$. Используя это представление X будем искать решения уравнения (1) в форме $x = s(\varphi_* + v + u)$, где $v = v(s) \in V$, $u = u(s) \in U$, $v = v(s) \to 0, u = u(s) \to 0$ by $s \to 0$. Для нахождения $u = u(s), v = v(s)$ имеем следующую систему уравнений

$$B_U u = s^{-1}(I - Q)R(s(\varphi_* + v + u)), \tag{3}$$

$$0 = QR(s(\varphi_* + v + u)). \tag{4}$$

Через B_U обозначено сужение оператора на подпространство U. При этом $B_U^{-1} \in L(U, W)$. Пусть выполнены условия I–III. Обозначим через $\Phi(s, v, u)$ правую часть уравнения (3). При $s = 0$ мы имеем $\Phi(0, u, v) = 0$. Более того, оператор Φ и его частная производная по x непрерывны относительно s, u, v. Но тогда по теореме о неявном операторное уравнение (3) имеет вблизи точки $(0, 0)$ единственное малое решение $u = u(s, v)$. Подставляя его в уравнение (4) мы получаем следующее БУ для нахождения всевозможных малых значений v: $QR(s(\varphi_* + v + u(s, v)) = 0$. Каждое его малое решение $v = v(s)$ воспроизводит непрерывную ветвь решений исходного уравнения с касательным вектором φ_* по формуле

$$x = s(\varphi_* + v(s) + u(s, v(s))). \tag{5}$$

Поэтому полученное БУ мы будем называть БУ в направлении вектора φ_*.

Заметим, что для каждого такого допустимого касательного вектора мы имеем соответствующее ему БУ.

Лемма 3. *Если уравнение* (1) *имеет решение, представимое в форме* (2) *то выполняется следующее равенство* $QR_l\varphi_*^l = 0$.

Будем называть последнее уравнение определяющим уравнением, а каждое его нетривиальное решение — допустимым касательным вектором. Только для допустимых касательных векторов возможны решения вида (2). На этом пути получен ряд теорем существования и несуществования решений данного вида. Представляет значительный интерес рассмотрение более общего варианта, когда от точки бифуркации ответвляется поверхность решений, представимая в параметрическом виде формулой $x = \sum\limits_{k=1}^{m} s_k(\varphi_k + o(|s|)), \quad s \to 0.$

Список литературы

1. *Вайнберг М.М., Треногин В.А.* Теория ветвления решений нелинейных уравнений. Наука, Москва, 1969, (Noordhoff Int. Publ., Leyden, Netherlands, 1974, Acad. Verlag, Berlin, 1973).
2. *Треногин В.А.* Функциональный анализ. М. Физматлит, 2007 (4-е изд.).
3. Нелинейный анализ и нелинейные дифференциальные уравнения. Под редакцией В.А. Треногина и А.Ф. Филиппова. Москва, Физматлит, 2003.
4. *Crandall M.G.,Rabinovitz P.H.* Bifurcation from simple eigenvalues. J.Fuct.Anal.8, 321–340 (1971)
5. *Magnus R.J.* On the local structure of the zero set of a Banach space valued mappings. J.Fuct.Anal. 22, 58–72 (1976).
6. *Треногин В.А.* Теорема Люстерника и наилучшая параметризация решений нелинейных уравнений. Функциональный анализ и его приложения, том 32(1), стр.1–4.
7. *Треногин В.А.* Обобщенные нетеровы и фредгольмовы операторы. Тезисы межд. конф„ к 90-летию акад. С.М. Никольского, Москва, 1995.
8. *Треногин В.А.* Улучшение обратимости линейных операторов и уравнение разветвления Ляпунова–Шмидта. Вестник РУДН, сер.мат.3(1), 1996, с. 127–142.
9. *Треногин В.А.* Однопараметрические семейства решений нелинейных уравнений и ДУ в банаховых пространствах. Труды межд. конф. к 75-летию Л.Д. Кудрявцева, сс.161–165, изд РУДН, 1998.
10. *Trenogin V.A.* Computation of one-parameric families of soluions of nonlinear equaions // Proc, of he Second ISAAC Congress. Vol 1, Kluver In. Publ. 2000, pp. 727–736.

Секция 2

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

CHARACTERISTICS OF A PULSATILE VELOCITY PROFILE IN A REACTING PRESSURE AND TEMPERATURE DEPENDENT VISCOUS FLOW WITH HEAT TRANSFER

Adesanya S.O.

Redeemer's University, Mowe

Nigeria

e-mail: `adesanyaolumide@yahoo.com`

When air or oxygen is introduced into a channel containing hydrocarbon, oxidation or combustion is induced. We have studied the flow of a reacting viscous fluid with viscosity depending on both pressure and temperature, the fluid is acted upon by a pump which is applied in the x-direction. Based on some simplifying assumptions, the three dimensional Navier-Stokes equations are reduced to one-dimensional equation. The pulsatile pressure gradient in the flow direction is obtained by perturbation technique. We have shown that the flow has a multiple solution.

BOUNDARY VALUE PROBLEMS AND ESTIMATIONS OF THE NORMS OF ONE CLASS OPERATORS OF INTERMEDIATE DERIVATIVES

Aliyev A.R.

Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan

Baku, Azerbaijan

e-mail: `alievaraz@yahoo.com`

In the paper sufficient conditions of solvability are shown for the following boundary-value problem for one class operator-differential equations of the odd order with discontinuous coefficient:

$$-u^{(4k+1)}(t)+\rho(t)A^{4k+1}u(t)+\sum_{j=1}^{4k+1}A_j(t)u^{(4k+1-j)}(t)=f(t),$$

$$t\in\mathbb{R}_+=[0;+\infty)\,, \quad (1)$$

$$u^{(j)}(0)=0\,,\; j=\overline{0,2k-1}, \quad (2)$$

where $f(t)\in L_2(\mathbb{R}_+;H)$, $u(t)\in W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H)$, A is a self-adjoint positively-defined operator in separable Hilbert space H, $A_j(t), j=\overline{1,4k+1}$, are linear, generally speaking, unbounded operators, defined for almost all $t\in\mathbb{R}_+$, and $\rho(t)=\alpha$, if $0\leqslant t\leqslant T$ and $\rho(t)=\beta$, if $T<t<+\infty$, moreover α, β are positive, generally speaking, not equal each other numbers, the derivative $u^{(i)}\equiv\dfrac{d^iu}{dt^i}$ is understood in sense of generalized functions theory.

It takes place the following

Theorem. *Let the operators $A_j(t)A^{-j}$, $j=\overline{1,4k+1}$, be bounded in H, moreover the inequality*

$$\sum_{j=1}^{4k}\left(\left(\frac{4k+1-j}{4k+1}\right)^{\frac{4k+1-j}{8k+2}}\left(\frac{j}{4k+1}\right)^{\frac{j}{8k+2}}m_j\,[\max(\alpha;\beta)]^{\frac{j}{8k+2}}[\min(\alpha;\beta)]^{-\frac{8k+2-j}{8k+2}}\times\right.$$

$$\left.\times\sup_t\|A_{4k+1-j}(t)A^{-4k-1+j}\|_{H\to H}\right)+$$

$$+[\min(\alpha;\beta)]^{-1}\sup_t\|A_{4k+1}(t)A^{-4k-1}\|_{H\to H}<1 \quad (3)$$

is true, where $m_j=2^{\frac{j}{4k+1}(k-1)(2k-1)}$, if $j=\overline{1,2k}$ and
$m_j=2^{\frac{4k+1-j}{8k+2}((4k+1)j-2k(2k+1))}$, if $j=\overline{2k+1,4k}$.

Then the boundary-value problem (1), (2) for any $f(t)\in L_2(\mathbb{R}_+;H)$ has unique solution from the space $W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H)$.

We note that the numbers for $\sup\limits_t\left\|A_j(t)A^{-j}\right\|_{H\to H}$, $j=\overline{1,4k+1}$, taking part in algebraic inequality (3), are the estimations of the norms of operators

$$A^{4k+1-j}\frac{d^j}{dt^j}:\,\dot W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H;\{j\})\to L_2(\mathbb{R}_+;H)\;\;,\;\; j=\overline{0,4k},$$

through $\|\mathrm{M}_0u\|_{L_2(\mathbb{R}_+;H)}$, where M_0 is the operator, acting from the space $\dot W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H;\{j\})$ into $L_2(\mathbb{R}_+;H)$ by the following way:

$$\mathrm{M}_0u(t)\equiv-u^{(4k+1)}(t)+\rho(t)A^{4k+1}u(t)\,,\; u(t)\in\dot W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H;\{j\})\,,$$

and

$$\dot W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H;\{j\})=$$
$$=\left\{u(t)\,|\,u(t)\in W_2^{4k+1}(\mathbb{R}_+;H)\,,\; u^{(j)}(0)=0,\; j=\overline{0,2k-1}\right\}.$$

PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS AND ADIABATIC APPROXIMATION IN QUANTUM AND WAVE MECHANICS

Dobrokhotov S.Yu.

Institute for problems in mechanics of Russian Academy of sciences, Faculty of nanotechnology and informatics of Moscow institute of physics and technology

e-mail: dobr@ipmnet.ru

We study linear problems of mathematical physics in which the adiabatic approximation is used in the wide sense. Using the idea that all these problems can be treated as problems with operator-valued symbol, we propose a general regular scheme of adiabatic approximation based on operator methods. This scheme is a generalization of the Born–Oppenheimer and Maslov methods, the Peierls substitution, etc. The proposed approach allows one to obtain «effective» reduced equations for a wide class of states inside terms (i.e., inside modes, subzones of dimensional quantization, etc.) with the possible degeneration taken into account. Next, applying the asymptotic methods in particular, the semiclassical approximation method, to the reduced equation, one can classify the states corresponding to a distinguished term (effective Hamiltonian). We show that the adiabatic effective

Hamiltonian and the semiclassical Hamiltonian can be different, which results in the appearance of «nonstandard Maslov characteristics» while one passes to classical mechanics. This approach is used to construct solutions of several problems in wave and quantum mechanics, in particular, problems in molecular physics, solid-state physics, nanophysics, hydrodynamics etc.

References

1. *V.V. Belov, S.Yu. Dobrokhotov and T.Ya. Tudorovskiy.* Journal of Engineering Mathematics, v. 55, N 1–4, 2006, 183–237.
2. *V.V. Belov, S. Dobrokhotov, V.P. Maslov, T. Tudorovskiy.* Uspekhi Fizicheskikh Nauk, v. 175, N 9, 2005, 1004–1010; (Engl.transl. Physics-Uspekhi, Vol. 48, N 9, 2005, pp.962–968).
3. *J. Bruening, S. Dobrokhotov, S. Sekerzh-Zenkovich, T. Tudorovskiy.* // Russ. Jour. Math. Phys., v.13, N4, 2006, pp. 401–420.

CHUA'S SINGULARITIES: THE SOURCE FOR GENERATION OF CHUA'S CHAOS*

Galajda P., Špány V.

Department of Electronics and Multimedia Communications, Faculty of Electrical Engineering and Informatics, Technical University of Košice

Park Komenského 13, 041 20 Košice, Slovak Republic

Phone: +421 556024169, e-mail: Pavol.Galajda@tuke.sk

Abstract

During the past, there has been tremendous interest worldwide in the possibility of exploiting chaos in wideband communication systems. Several different chaotic modulation techniques have been proposed up to date. The goal of this contribution is to show that the investigation of so called Chua's chaos is timely from both theoretical and practical viewpoints. Even though a lot of algorithms for the chaos generation are related to Chua's circuit it is obvious that Chua's singularities are sufficient for generation of Chua's chaos. An advantage of Chua's singularities is in that Chua's chaos is not bound to the circuit morphology. Since the triple of Chua's singularities is not limited by the order of the system of differential equations, the research of Chua's chaos in these cases could be extremely interesting. Finally chaotic systems used to create chaotic spreading sequences for use with standard spread-spectrum modulation are introduced.

I. Introduction

Mobile telecommunication systems, wireless local area networks and unlicensed radio applications facilitate the availability of voice and data transmission services. With the emergence of home entertainment, automation, and information devices that are capable of being interconnected in home networks, there is increasing interest in the use of wireless transmissions in home networking. Conventional narrowband communication systems have serious disadvantages in these applications. Namely, narrowband signals are sensitive to selective fading caused by multipath propagation and the high-transmitted power spectral density causes high levels of interference with other users. Disadvantages of narrowband systems mentioned above could be avoided by applying spread spectrum (SS) techniques, in which the spectrum of the information signal is spread over a wide bandwidth for transmission.

An alternative approach to making a transmission wideband is to represent the transmitted signals by inherently nonperiodic chaotic signals. Because

*This work was supported by the Ministry of Education of Slovak Republic under the project COST297 «High Altitude Platforms for Communications and Other Services» and VEGA 1/4088/07 «Rekonfigurovatel'né platformy pre širokopásmové bezdrôtové telekomunikačné siete».

chaos provides a pseudo-noise characteristic to its output patterns and can be reproduced with special synchronization, it has applicability as a spreading signal in spread spectrum communications. Chaos can be used in multiple ways in both analog and digital communications.

Chaos masking and chaos modulation can be used in the analog communications realm to provide signal spreading and low probability of detection. Chaos shift keying (CSK) can be used to modulate digital information streams. Lastly, chaos can be used to create spreading sequences, which can then be fed into standard digital modulation keying systems, such as BPSK. In fact, chaotic spreading sequences can provide improvements in the auto-correlation and cross-correlation properties over m-sequences and Gold sequences while at the same time providing capacity for more users [4] and [5].

Chaotic signals are characterized by a wideband power spectrum, while in the time domain they appear «random».

Additionally chaotic systems are characterized by «sensitive dependence on initial conditions»; a small perturbation eventually causes a large change in the state of the system. Equivalently, chaotic signals decorrelate rapidly with themselves. The autocorrelation function of a chaotic signal has a large peak at zero and decays rapidly. Thus, while chaotic systems share many of the properties of stochastic processes, they also possess a deterministic structure.

The goal of this contribution is to show that the investigation of Chua's chaos is still timely from both theoretical and practical viewpoints.

Even though a lot of algorithms for the chaos generation are related to Chua's circuit it is obvious that Chua's singularities are sufficient for generation of Chua's chaos. The triplet of singularities is such that two of them are saddle points at $dt < 0$ and one is a saddle at $dt > 0$. It is characteristic of Chua's singularities that each of them corresponds to one real eigenvalue.

Since the attribute of single real eigenvalue can be preserved also with systems of higher odd order a new horizon is opening up for further research of Chua's chaos.

II. Chua's Chaos and Chua's Singularities

The main reason for using chaotic signals for secure communications is because they are asymptotically stable, (i.e. trajectories starting arbitrarily close to each other diverge exponentially with time, and quickly become uncorrelated). It is possible to construct a set of chaotic dynamical systems such that their common signals are synchronized.

In this paper Chua's circuit [9] are considered. It is the simple and robust circuit, which exhibits the complex dynamics of bifurcation and chaos. The state equations for this circuit are given by:

$$\begin{aligned} C_1\frac{du_1}{dt} &= G(u_2-u_1) \quad -g(u_1) \quad -I &&\equiv Q_1 \\ C_2\frac{du_2}{dt} &= G(u_1-u_2) \quad +i &&\equiv Q_2 \\ L\frac{di}{dt} &= -u_2 \quad -\rho i &&\equiv Q_3 \end{aligned} \tag{1}$$

where u_1, u_2, i and $g(u_1)$ are variables of the Chua's circuit detailed described in [9]. The parameter values are taken form reference [8]. Fig. 1 shows the trajectories around two attractors over a period of time. The chaos arises from the fact that the trajectories in the nearby localities of the attractors are unstable and unpredictable without knowing the initial conditions.

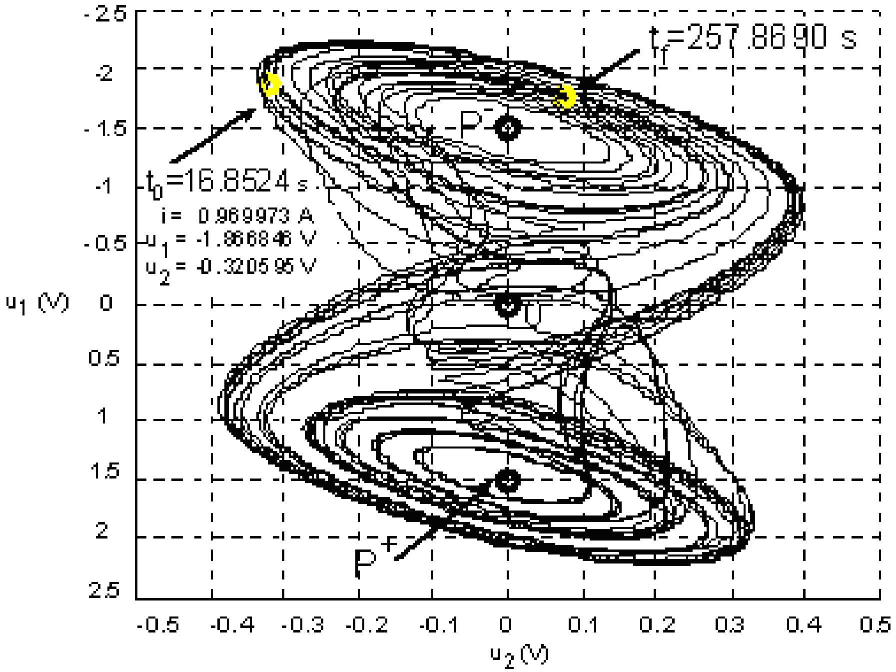


Fig.5: Typical trajectories for a double scroll attractor

In the work [8], a deep intuition of its authors gave rise to the choice of singularities corresponding to Chua's circuit. Therefore it is probably the only one exhibiting three saddle points named in the paper Chua's singularities. One of the singularities is a saddle at $dt > 0$, whereas another two are saddles at $dt <$ < 0. The term Chua's Chaos denotes chaos connected to Chua's singularities. These singularities are the source of special surfaces.

The first surface which separate two attractors specifically limit cycle C_S and chaotic attractor C_{CH} are named boundary surface (BS) [11]. The next surface to which all other surfaces are bound we named the Double-Arm Stable Manifold (DASM). The presence of DASM in the state space is a sufficient condition for generation of Chua's chaos, or corresponding periodic windows.

Since Chua's singularities are not limited by circuit morphology or the order of state equations, the research on Chua's chaos seems to be still very promising.

In the close vicinity of the origin the stable manifold (SM) is identical with the element EO defined by plane:

$$\alpha_{11}\Delta u_1 + \alpha_{12}\Delta u_2 + \alpha_{13}\Delta i = 0 \tag{2}$$

where α_{1k} are the eigenvector of the Chua's singularities. The plane (11) will be denoted with the symbol EO, EP^-, EP^+, according to which of the equilibrium points O, P^-, P^+ it belongs to. When eigenvalue $\lambda_1 > 0$ of the Chua's singularities we will speak about repulsive element and with $\lambda_1 < 0$ we will use the term attractive element.

However, the name manifold suggests that it is a folded surface. Since the result of integration of state equations is a particular solution (PS) corresponding to given initial conditions (ICs), by the calculation of SM will be understood the calculation of sufficiently large number of trajectories that represent the SM. For the depiction of the SM the most widely used technique is that of using level curves that can be constructed from PS. The set of initial conditions from which the trajectories for the SM well up at $dt < 0$ is called a source in [10] and [11].

These trajectories are calculated by using negative integration step in systems (1). There, if we instead of dt use $-dt$ the system will be integrated with negative integration step. The above facts are extremely important for the calculation of the SM since at $dt < 0$ the representative point is «drawn toward» EO at the smallest numerical deviation from EO. The attraction properties of EO at $dt < 0$ are preserved also when leaving the element by the representative point of the trajectory so that the SM is calculated with extreme precision. Since the number of trajectories representing the SM can in theory be infinite, they represent an unbroken surface. The stable manifold calculated in this manner (at $dt < 0$) preserves the attraction properties at any distance from the source as a result of the continuity of PS.

For selected parameters the stable manifold of Chua's singularities exhibits two arms. Therefore we will call it the Double-arm Stable Manifold (DASM). The SM splits into two belts at certain moment and participates in the BS surface. Such a case when the SM is part of the BS is without parallel in the theory of circuits since it is an exclusive attribute of Chua's singularities.

III. Chaos in Digital Communications

In the world of digital communication, two methods of using chaos prevail.

First, chaos shift keying (CSK) uses the information symbols to be transmitted to modify the state equations of the transmitting chaos system. When the receiver loses synchronization due to the different state at the transmitter, it can infer the information symbol.

Second, chaotic systems can be used to create chaotic spreading sequences for use with standard spread-spectrum modulation.

Cuomo has implemented a binary CSK communications system in which coefficients in the transmitter's state equations are modulated by the information bits [1]. The transmitter and receiver are set up with identical state parameters. Assume that this state indicates the transmission of -1 bit. To send $+1$ bit, the transmitter modifies a parameter in its chaos generator. When it does so, the receiver becomes mismatched with the transmitter. This mismatch will manifest itself in a sudden increase in the error in the receiver's synchronization circuits. The receiver will then deduce that the information bit is now $+1$. Generally speaking, when the error is high, $+1$ has been sent, and when the error is low, -1 has been sent. Thus, the error signal is fed into a

Table 1. Comparison of auto-correlation and cross-correlation properties [6]

	Chaotic Sequences	m-Sequences	Gold Sequences
Sidelobes of auto-correlation	max = 0.187 $\sigma^2 = 0.00452$	N/A	max = 0.27 $\sigma^2 = 0.00554$
Cross-correlation	max = 0.178 $\sigma^2 = 0.00405$	max = 0.32 $\sigma^2 = 0.00575$	max = 0.13 $\sigma^2 = 0.00585$

low-pass filter to obtain a smooth decision signal, which is passed to a standard decision block. Physically, CSK modulation can be accomplished by modifying the Chua's circuit on the transmitter slightly.

The second use of chaos for digital communication is in the creation of chaotic spreading sequences for use instead of m-sequences or Gold sequences. The fundamental idea is to have the transmitters for different users create different chaotic signals via assigning a different initial condition to each user [2]. The chaotic signal is quantized and used in place of a traditional spreading sequence. In general, the resulting sequences from different users will exhibit excellent auto-correlation and cross-correlation properties. Table 1 compares the auto-correlation sidelobes and cross-correlation values of another typical 127-length chaotic sequence to m-sequences and Gold sequences.

One of the major factors in favor of using chaotic spreading sequences is the large number of sequences that can be created, all having desirable correlation properties. Mazzini, et al. have studied this capacity in depth [4] and [5]. Their studies have demonstrated the possibility of creating an almost infinite number of sequences for use together in the same CDMA system. Of course, practical experience may prove the difficulty in scaling a system to exceptionally large numbers of users. Despite this certain outcome, the results are promising with regard to the possibility of allowing more users in a system, while still maintaining acceptable error rates [7].

IV. Conclusions

Research into the use of chaos for spread-spectrum communication is increasingly common. For digital communications, chaos can be used as the keying method in itself or can be used to create spreading sequences in standard spread-spectrum keying.

The most promising use of chaos in communications is for creation of spreading sequences. Not only do the auto-correlation and cross-correlation properties compare well with traditional sequences, there are additional advantages for chaotic sequences. First, such sequences are fairly simple to generate; the state equations can be made simple and dependent on only the one previous sample while still maintaining chaotic behavior. Second, the number of sequences that can be created is often touted as infinite. Though certainly not infinite, the practical number of sequences available can be larger than m-sequences and Gold sequences.

Even more interesting and remarkable work into chaos for communications is continuing. There is no doubt that chaotic systems provide an interesting basis on which to build a communications system. What is in doubt is whether systems built on these premises will turn out to be truly useful or mere novelties.

References

1. *Cuomo, Kevin M. and Alan V. Oppenheim.* Chaotic Signals and Systems for Communications // Conference Proceedings of the 1993 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-93), vol. 3, April 27–30, 1993, pp. 137–140.
2. *Heidari-Bateni, Ghobad and Clare D. McGillem.* A Chaotic Direct-Sequence Spread-Spectrum Communication System // IEEE Transactions on Communications, vol. 42, no. 2/3/4, February/March/April 1994, pp. 1524–1527.
3. *Koh, Chuan Lian and Toshimitsu Ushio.* Digital Communication Method Based on M-Synchronized Chaotic Systems // IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications, vol. 44, n. 5, May 1997, pp. 383–390.
4. *Mazzini, Gianluca, Gianluca Setti, and Riccardo Rovatti.* Chaotic Complex Spreading Sequences for Asynchronous DS-CDMA – Part I: System Modeling and Results // IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications, vol. 44, n. 10, October 1997, pp. 937–947.
5. *Pinkney, J.Q., P.L. Camwell, and R. Davies.* Chaos Shift Keying Communications System Using Self-Synchronizing Chua Oscillators // Electronics Letters, vol. 31, n. 13, June 22, 1995, pp. 1021–1022.
6. *Saigui, Hu, Zou Yong, Hu Jiandong, and Bao Liu.* A Synchronous CDMA System Using Discrete Coupled-Chaotic Sequence // Proceedings of IEEE Southeastcon '95, April 11-14, 1996, pp. 484–487.
7. *Markwell J.* Survey of Chaos for Use in Spread-Spectrum Communication, December 4, 1998.
8. *L.O. Chua.* The genesis of Chua's circuit // in Archiv für Elektronik und Überpragungstechnik, vol. 46, No. 4, 1992, pp. 250-257.
9. *T. Matsumoto, L.O. Chua, M. Komuro.* The double scroll // in IEEE transactions on CAS, vol. CAS-32, No. 8, 1985, pp. 798–818.
10. *V. Špány.* The boundary surfaces in sequential circuits. – Master doctoral thesis, 1977, 1982 (in Slovak).
11. *V. Špány, L. Pivka.* Boundary surfaces in sequential circuits // in Contributions to the theory of electrical engineering, Ilmenau, 1988, pp. 90–99.

ON AN NONLINEAR VERSION OF CHARACTERISTIC GOURSAT PROBLEM*

Gvazava Jondo

A. Razmadze Mathematical Institute
Tbilisi, Georgia
e-mail: jgvaza@rmi.acnet.ge

A nonlinear characteristic Goursat problem for the second order equation

$$L(u) = u_t u_{xx} - (u_x - u_t)\, u_{xt} - u_x u_{tt} + \frac{u_t}{x}(u_x + u_t) = 0 \quad (1)$$

with real characteristics is considered. One of the families of characteristics is perfectly defined and is by relation $t - x = \text{const}$. Along every curve of another

*This work is partially supported by the INTAS grant 05-1000008-7921.

family each solution should be constant valued. But over its dependence on its first order derivatives of solutions this family is unknown. The equation (1) is not strictly hyperbolic, and allows parabolic degeneracy when $u_x + u_t = 0$.The parabolic degeneracy might be of different kind. The characteristic method allows to construct the general solution to equation (1) in explicit form

$$u\left(x,t\right) = f[xg\left(x-t\right)]$$

with arbitrary functions f,$g \in C^2\left(\mathbb{R}^1\right)$.The influence of singularity at lower term is reflected in this representation.

For the equation (1) is posed the following problem: to find the solution and simultaneously its domain of definition, if along the characteristic $x = t$, $0 \leqslant \leqslant x \leqslant a$ its values are given as $\varphi\left(x\right)$ and another characteristic of the unknown family is given explicitly by the relation $t = \mu\left(x\right)$,$\mu\left(0\right) = 0$,$0 \leqslant x \leqslant b$.The function $\mu\left(x\right) - x$ is assumed as uniquely invertible. Using the mean value property for the equation (1) can be defined the solution in each point (x_0, t_0), if the characteristic $t = x - x_0 = t_0$ intersects the another characteristic $t = = \mu\left(x\right)$. Some conditions in respect to the parameters of the problem for unique existence of its hyperbolic solution are established. The conditions guaranteeing the parabolic degeneracy of the equation (1) are established as well. It's proved that in neighbourhood of the curve of the degeneracy can have some singularities.

POINCARÉ–ANDRONOV–HOPF BIFURCATION WITH SYMMETRIES OF ROTATION GROUPS

Loginov B.V., Konopleva I.V., Makeev O.V., Rousak Yu.B.

Ulyanovsk State Technical University

Severny Venets str. 32, Ulyanovsk 432027

In the articles [1, 2] the problem of the Lyapounov–Schmidt branching equation (BEq) general form construction for Poincaré–Andronov–Hopf bifurcation on allowed group symmetry was discussed on the base of suggested scheme of Lie–Ovsyannikov group analysis methods [3].

Both for stationary and dynamic bifurcation problems when the relevant BEq is gradient or pseudogradient (in dynamic case $\mathbf{f} = d \cdot \mathrm{grad}_{\xi,\bar{\xi}}\, U(\xi,\bar{\xi}) \sim \sim (f_1, \overline{f}_1, f_2, \overline{f}_2)^T = d\left(\frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_1}, \frac{\partial U}{\partial \xi_1}, \frac{\partial U}{\partial \bar{\xi}_2}, \frac{\partial U}{\partial \xi_2}\right)^T$) of some functional U this scheme allows to reduce it to the system of lower order with the aid of complete system of functionally independent invariants [4–8]. For variational stationary bifurcation problems without extracted linearization the theorem about BEq reduction was proved in N.I. Makarenko works [9, 10] with applications to nonlinear waves problems. More general situation when variational is the branching equation (but possibly not the original nonlinear problem) for stationary bifurcation without extracted linearization and dynamic bifurcation when differential equation is non-resolved with respect to derivative was investigated in [11, 12] on the base of general symmetry inheritance theorems preliminary proved in these articles. As corollaries in [11] for stationary bifurcation with $SO(2)$, $O(2)$, $SH(2)$ and $H(2)$ symmetry and [12] for Poincaré–Andronov–Hopf bifurcation in the case of $SO(2)$, $O(2)$ symmetry the general forms of variational continuous BEq were given. General forms of potential (potential type) analytic BEq were not obtained there for Poincaré–Andronov–Hopf bifurcation at the presence of $SO(2)$, $SH(2)$ and $H(2)$ symmetries. Here these problems for $SO(2)$, $SH(2)$ and $H(2)$ symmetries are solved. The case of $SO(2)$ symmetry was announced in [13].

The obtained results are supported by RFBR–Romanian Academy grant No 07-01-91680.

Theorem 1. *Continuously differentiable potential BEq for Poincaré–Andronov–Hopf bifurcation with $SO(2)$ symmetry has the form*

$$\begin{gathered} f_j(\xi,\bar{\xi},\mu,\varepsilon) \equiv \xi_j F_j(|\xi_1|,|\xi_2|,\mu,\varepsilon) = 0, \\ |\xi_k| = (\xi_k\bar{\xi}_k)^{1/2} = s_k, \quad j,k = 1,2, \end{gathered} \tag{1}$$

where the functions F_j satisfy the equality $F_{1,s_2} = F_{2,s_1}$. For the case of $O(2)$ symmetry $F_2(s_1,s_2) = F_1(s_2,s_1)$.

Remark 1. *The general form of analytic BEq with $O(2)$ symmetry can be obtained on the base of the last relation. Analytic BEq with $O(2)$ symmetry is constructed in [12].*

Theorem 2. *Continuously differentiable potential type branching equation for Poincaré–Andronov–Hopf bifurcation with $SH(2)$ symmetry has the form*

$$\begin{aligned} f_1 &= (\bar{\xi}_1^2 + \bar{\xi}_2^2)^{-1}(\bar{\xi}_1 F_1(I_1(\xi), I_2(\xi)) + \bar{\xi}_2 F_2(I_1(\xi), I_2(\xi))), \\ f_2 &= (\bar{\xi}_1^2 + \bar{\xi}_2^2)^{-1}(\bar{\xi}_1 F_2(I_1(\xi), I_2(\xi)) - \bar{\xi}_2 F_1(I_1(\xi), I_2(\xi))), \end{aligned} \tag{2}$$

where $I_1 = \sqrt{|\xi_1\bar{\xi}_1 - \xi_2\bar{\xi}_2|}$, $I_2 = \sqrt{|\xi_1\bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_1\xi_2|}$, the functions F_1 and F_2 satisfy the equality $[-F_{1,1}I_2 + F_{2,2}I_1](\xi_1\bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_1\xi_2) + [F_{1,2}I_1 + F_{2,1}I_2](\xi_1\bar{\xi}_1 - \xi_2\bar{\xi}_2) = 0$. However, on this way to obtain the explicit form of the BEq and its potential is not presented to be possible.

Theorem 3. *Analytic four dimensional BEq of potential type with $SH(2)$*

symmetry has the form

$$f_1 = a_{1,0}\xi_1 + a_{0,1}\xi_2 + a_{2,0}\xi_1 I_1 + \frac{1}{2}\, a_{1,1}(\xi_1 I_2 + \xi_2 I_1) + a_{0,2}\xi_2 I_2 + \ldots +$$
$$+ a_{n,0}\xi_1 I_1^{n-1} + \frac{1}{n}\, a_{n-1,1} I_1^{n-2}((n-1)\xi_1 I_2 + \xi_2 I_1) + \ldots +$$
$$+ \frac{1}{n}\, a_{n-j,j} I_1^{n-j-1} I_2^{j-1}((n-j)\xi_1 I_2 + j\xi_2 I_1) + \ldots +$$
$$+ \frac{1}{n}\, a_{1,n-1} I_2^{n-2}(\xi_1 I_2 + (n-1)\xi_2 I_1) + a_{0,n}\xi_2 I_2^{n-1} + \ldots = 0,$$
$$f_2 = -a_{0,1}\xi_1 + a_{1,0}\xi_2 + a_{2,0}\xi_2 I_1 + \frac{a_{1,1}}{2}\,(-\xi_1 I_1 + \xi_2 I_2) - a_{0,2}\xi_1 I_2 + \ldots +$$
$$+ a_{n,0}\xi_2 I_1^{n-1} + \frac{1}{n}\, a_{n-1,1} I_1^{n-2}((n-1)\xi_2 I_2 - \xi_1 I_1) + \ldots +$$
$$+ \frac{1}{n}\, a_{n-j,j} I_1^{n-j-1} I_2^{j-1}(-j\xi_1 I_1 + (n-j)\xi_2 I_2) + \ldots +$$
$$+ \frac{1}{n a_{1,n-1}}\, I_2^{n-2}(-(n-1)\xi_1 I_1 + \xi_2 I_2) - a_{0,n}\xi_1 I_2^{n-1} + \ldots = 0,$$
$$I_1 = \xi_1\bar{\xi}_1 - \xi_2\bar{\xi}_2, \quad I_2 = \xi_1\bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_1\xi_2 \tag{3}$$

the expansion of its potential is

$$\begin{aligned} &U(\xi,\overline{\xi}) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{2k}(\xi,\overline{\xi}),\\ &U_2 = a_{1,0}I_1 + a_{0,1}I_2,\ U_4 = \frac{1}{2}\,(a_{2,0}I_1^2 + a_{1,1}I_1 I_2 + a_{0,2}I_2^2),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &U_{2n} = \frac{1}{n}\,(a_{n,0}I_1^n + a_{n-1,1}I_1^{n-1}I_2 + \ldots + a_{n-j,j}I_1^{n-j}I_2^j + \ldots +\\ &\qquad + a_{1,n-1}I_1 I_2^{n-1} + a_{0,n}I_2^n)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{4}$$

Remark 2. *The analytic potential type BEq with $H(2)$ symmetry has the same form*

$$f_1 \equiv (\overline{\xi}_1^2 + \overline{\xi}_2^2)^{-1}[\overline{\xi}_1 F_1(\xi_1\overline{\xi}_1 - \xi_2\overline{\xi}_2, \xi_1\overline{\xi}_2 + \overline{\xi}_1\xi_2) +$$
$$+ \overline{\xi}_2 F_2(\xi_1\overline{\xi}_1 - \xi_2\overline{\xi}_2, \xi_1\overline{\xi}_2 + \overline{\xi}_1\xi_2)] = 0,$$
$$f_2 \equiv (\overline{\xi}_1^2 + \overline{\xi}_2^2)^{-1}[\overline{\xi}_1 F_2(\xi_1\overline{\xi}_1 - \xi_2\overline{\xi}_2, \xi_1\overline{\xi}_2 + \overline{\xi}_1\xi_2) -$$
$$- \overline{\xi}_2 F_1(\xi_1\overline{\xi}_1 - \xi_2\overline{\xi}_2, \xi_1\overline{\xi}_2 + \overline{\xi}_1\xi_2)] = 0, \tag{5}$$

where the function F_1 is odd but the function F_2 is even on the first argument.

References

1. *Loginov B.V.* Nonlinear Analysis TMA, v. 28, no. 12, 1997, 2033–2047.
2. *Loginov B.V., Trenogin V.A.* CHAOS // Amer. Inst. Phys. v. 7, no. 2, 1997, 229–238.
3. *Ovsyannikov L.V.* Group analysis methods of differential equations. – M.: Nauka, 1978. 400 p; NY Acad Press 1992.

4. *Loginov B.V.* Branching Theory of Nonlinear Equations under Group Symmetry Conditions. Tashkent, Fan, 1985. – 184 p.
5. *Loginov B.V.* Vestnik of Samara State University. N 4(10) 1998, 15–75.
6. *Loginov B.V., Trenogin V.A.* Group-theoretical methods in branching theory. Nonlinear Analysis and Nonlinear Differential Equations (V.A. Trenogin, A.F. Filippov – eds) M.: Nauka, 2003, 89–119.
7. *Loginov B.V.* Applications of symmetry breaking problems. Nonlinear Analysis and Nonlinear Differential Equations (V.A. Trenogin, A.F. Filippov – eds) M.: Nauka, 2003, 120–144.
8. *Sidorov N., Loginov B., Sinitsyn A., Falaleev M.* Lyapounov-Schmidt Methods in Nonlinar Analysis and Applications. – Kluwer Acad. Publ., MIA, v. 550, 2002. – 548 p.
9. *Makarenko N.I.* Doklady RAN, **348**, No.3 (1996), 302–304.
10. *Makarenko N.I.* Proc. Int. School-Seminar «Application of symmetry and cosymmetry in bifurcation theory and phase transitions», Sochi (Rostov-on-Don University) (2001), 109–120.
11. *Loginov B.V., Konopleva I.V., Rousak Yu.B.* Izv. VUZ, Mathematics, **4** (2006), 30–40.
12. *Loginov B.V., Konopleva I.V., Makeev O.V., Rousak Yu.B.* ROMAI J. v.3, 2008.
13. *Grishina S.A., Konopleva I.V., Makeev O.V., Rousak Yu.B.* Vestnik of Ulyanovsk state TU, 2008.
14. *Berger Mel., Berger Mar.* Perspectives in nonlinearity, NY, Amsterdam, W.A. Benjamin, 1968.

ON CERTAIN PROPERTIES OF UNIVALENT FUNCTIONS

Makinde D.O., Opoola T.O.

Obafemi Awolowo University

Ile-Ife, Nigeria

e-mail: `makindemyiuv@yahoo.com`

Let $\mathbf{f}(w) = \mathbf{f}I(w)\mathbf{1} = 0$ (w is a fixed point in U) be normalized univalent functions. We wish to investigate further on certain properties of such functions.

ON THE REFINED THEORY OF ELLIPTIC BOUNDARY-VALUE PROBLEMS

Mikhailets V.A., Murach A.A.

Institute of Mathematics Nat. Acad. Sci. of Ukraine, Kyiv

e-mail: `mikhailets@imath.kiev.ua, murach@imath.kiev.ua`

The talk deals with applications of some spaces of generalized smoothness to the theory of elliptic boundary-value problems (EBVPs). We consider the special Hilbert scale of the isotropic spaces of Hörmander–Volevich–Paneah

$$H^{s,\varphi} := H_2^{\langle\cdot\rangle^s\,\varphi(\langle\cdot\rangle)}, \quad \langle\xi\rangle := \left(1+|\xi|^2\right)^{1/2},$$

parametrized by means of two parameters s and φ. The first parameter is a real number, but the second one is a slowly varying at $+\infty$ function in Karamata's sense. In particular it is possible to use the standard function

$$\varphi(t) := (\log t)^{r_1}(\log\log t)^{r_2}\ldots(\log\ldots\log t)^{r_n}, \quad t \gg 1.$$

Here $\{r_1, r_2, \ldots, r_n\} \subset \mathbb{R}$ and $n \in \mathbb{N}$. This scale is refined with respect to the scale of the Sobolev spaces $\{H^s\} \equiv \{H^{s,1}\}$. Every space $H^{s,\varphi}$ can be obtained by the interpolation (with an appropriate function parameter) of the couple of the Sobolev spaces $H^{s-\varepsilon}$, $H^{s+\delta}$ where $\varepsilon, \delta > 0$.

The following main questions are studied:

- the interpolation with a functional parameter and the refined scale;
- the local refined regularity of a solution of an EBVP;
- the refined a priori estimates of a solution of an EBVP;
- the Fredholm property of an EBVP in the refined scale;
- semihomogeneous EBVPs in the complete two-sided refined scale;
- general EBVPs in the two-sided modified refined scale;
- the refined Lions–Magenes theorems;
- EBVPs with a parameter.

The results of the talk are published in [1–5].

References

1. *Mikhailets V.L., Murach L.L.* Refined scales of spaces and elliptic boundary-value problems. I, II, III. Ukrainian Math. J. **58** (2006), no 2, 244 – 262; no 3, 398 – 417; **59** (2007), no 5, 679 – 701.
2. *Mikhailets V.L., Murach L.L.* Regular elliptic boundary-value problem for homogeneous equation in two-sided refined scale of spaces. Ibid. **58** (2006), no 11, 1748–1767.
3. *Mikhailets V.L., Murach L.L.* An elliptic operator with homogeneous regular boundary conditions in two-sided refined scale of spaces // Ukrainian Mpth. Bull. **3** (2006), no 4, 529–560.
4. *Mikhailets V.L., Murach L.L.* Interpolation with a function parameter and refined scale of spaces // Methods Funct. Anal. Topology **14** (2008), no. 1 (to appear).
5. *Mikhailets V.L., Murach L.L.* Regular elliptic boundary-value problem in a two-sided refined scale of spaces. Ukrainian Math. J. **60** (2008), no 4 (to appear).

ON THE ORDER OF EXPONENTIAL GROWTH OF SOLUTIONS OF LINEAR DIFFERENCE AND PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS IN BANACH SPACE

Orlik L.K.

Moscow Border Guard Institute of The Federal Security Service of Russia

e-mail: lubov.orlik@gmail.com

Let the following difference boundary problem

$$\Delta_1^{P_1} \ldots \Delta_n^{P_n} y - \sum A_{q_1 \ldots q_n} \Delta_1^{q_1} \ldots \Delta_n^{q_n} y = f, \tag{1}$$

$$y|_{0 \leqslant t_j < P_j \delta_j} = f_j(t_1, \ldots, t_n), \quad j = \overline{1, n}, \tag{2}$$

in the region $0 \leqslant t_1, \ldots, t_n < \infty$. Here

$$\Delta_j y = \frac{1}{\delta_j} [y(t_1, \ldots, t_{j-1}, t_j + \delta_j, t_{j+1}, \ldots, t_n) - y(t_1, \ldots, t_n)],$$

$$\delta_j > 0, \quad j = \overline{1, n},$$

the functions $y = y(t_1, \ldots, t_n)$, $f = f(t_1, \ldots, t_n)$ are continuous vector functions whose values lie in some complex Banach space X; $A_{q_1 \ldots q_n} = A_{q_1 \ldots q_n}(t_1, \ldots, t_n)$ denotes families of bounded periodic linear operators which act in X.

The first term in (1)–(2) is the highest order term: $p_i \geqslant q_i$; $\sum p_j \geqslant \sum q_j$.

Let

$$E_\alpha = \{f(t_1, \ldots, t_n)| \overline{\lim_{t_1 + \ldots + t_n \to \infty}} \|f(t_1, \ldots, t_n)\|_x \exp(-\alpha - \varepsilon)(t_1 + \ldots + t_n) = 0, \quad \forall \varepsilon > 0\}$$

We select a subspace from E_α denoted by B_α, $-\infty < \alpha < +\infty$, which consists of function satisfying the condition

$$\sup_{0 \leqslant t_1, \ldots, t_n < \infty} (\|f(t_1, \ldots, t_n)\|_x \exp[-\alpha(t_1, \ldots, t_n)]) < \infty.$$

For any $f \in B_\alpha$ the solution y belongs to some E_β for β sufficiently large. Let $\chi(\alpha)$ denote the greatest lower bound of such β.

We have the following

Theorem. There exists an α_0 such that $\chi(\alpha) = \alpha_0$for $\alpha \leqslant \alpha_0$ and $\chi(\alpha) = \alpha$ for $\alpha > \alpha_0$.

The boundary problem (1)–(2) is investigated by use of the methods developed in [1].

Consider the boundary problem

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^n y}{\partial t_1 \ldots \partial t_n} - \sum A_j \dfrac{\partial^{n-1} y}{\partial t_1 \ldots \partial t_{j-1} \partial t_{j+1} \ldots \partial t_n} - \\ \quad - \sum A_{ij} \dfrac{\partial^{n-1} y}{\partial t_1 \ldots \partial t_{j-1} \partial t_{j+1} \ldots \partial t_n} - \ldots - A_{12\ldots n} y = \\ \quad = f(t_1, \ldots, t_n), 0 \leqslant t_j < \infty, j = 2, 3, \ldots n, & (3) \\ y(0, t_2, \ldots, t_n) = y(t_1, 0, t_2, \ldots, t_n) = \ldots & (4) \\ \quad = y(t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}, 0) = 0 \end{cases}$$

in the region 0 ⩽ t_1, ..., t_n¡ ∞.

Here $y(t_1, t_2, \ldots, t_n)$, $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ are continuous vector functions whose values lie in some complex Banach space X; $A_j = A_j(t_1, \ldots, t_n)$,$A_{ij} = A_{ij}(t_1, \ldots, t_n)$, ..., $A_{12\ldots n} = A_{12\ldots n}(t_1, \ldots, t_n)$ are families of bounded linear compact operators which act in X.

Let

$$E_\alpha = \{f(t_1, \ldots, t_n) \mid \\ \overline{\lim_{t_1 + \ldots + t_n \to \infty}} \|f(t_1, \ldots, t_n)\|_x \exp(-\alpha - \varepsilon)(t_1 + \ldots + t_n) = 0, \forall \varepsilon > 0\}.$$

The totality of solutions y is covered by E_β for β sufficiently large if f ranger over $B_\alpha \subset E_\alpha$; B_α is a Banach space with respect to the norm

$$\|f\|_{B_\alpha} = \sup_{0 \leqslant t_1, \ldots, t_n < \infty} \left(\|f(t_1, \ldots, t_n)\|_x \exp\left[-\alpha(t_1, \ldots, t_n)\right] < \infty\right).$$

Denote by $\inf \beta = \chi(\alpha)$ and is called exponential characteristic of problem (3)–(4). [2]

We have the following

Theorem. *There exists an* $(-\infty <)\alpha_0 \leqslant \beta_0 \leqslant \gamma_0 (< +\infty)$ *such that* $\chi(\alpha) = \beta_0$ *for* $\alpha \leqslant \alpha_0$; $\chi(\alpha) = \alpha$ *for* $\alpha \geqslant \gamma_0$; $\chi(\alpha)$ *is increasing function on* (α_0, γ_0).

For problem (3)–(4) with periodic coefficients we get $\alpha_0 = \beta_0 = \gamma_0$ and $\chi(\alpha) = \max(\alpha, \alpha_0)$. Here β_0 is highest order and γ_0 is general order of associated uniform problem [3].

References

1. *Rutman M.A.* Boundedness of the solutions of certain linear partial difference equations // Dokl.Akad.Nauk. SSSR 159 (1964), 273–275=Soviet Math.Dokl.5 (1964), 1480–1482. MR 31 №1484,
2. *Orlik L.K.* // J. Diff.Equations. – Vol.25. – 110 (1989). – p.1819 – 1820.
3. *Orlik L.K.* Exponential characteristic of hyperbolic partial differential equaThion in Banach space / Internathional Conference:Modern Analysis and Applications (MMA 2007) dedicated to the centenary of Mark Krein, Odessa, Ukraine, april 9–14,2007, P.106–107.

О ДИСКРЕТИЗАЦИИ ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА

Алгазин С.Д.

Институт проблем механики РАН, Москва, Россия

e-mail: `algazinsd@mail.ru`

1. Постановка задачи. В произвольной области $\Gamma \in \mathbb{R}^2$ с достаточно гладкой границей $\partial\Gamma$ рассмотрим задачу (1.1),(1.2):

$$\Delta u(z) + f(z) = 0, \quad z \in \Gamma, \tag{1.1}$$

$$u|_{\partial\Gamma} = 0, \tag{1.2}$$

здесь функция $f(z)$ либо задана, либо $f(z) = [q(z) + \lambda p(z)]u(z)$, где $q(z)$ и $p(z)$ — заданные функции, и в этом случае имеем задачу на собственные значения для оператора Лапласа. В дальнейшем будем считать, что f, q и p — гладкие функции, q — может быть комплекснозначной и тогда задача (1.1)–(1.2) не будет самосопряжённой.

Пусть $z = \psi(\zeta)$, $|\zeta| \leqslant 1$ — конформное отображение единичного круга на область Γ; тогда в плоскости ζ формально получаем те же соотношения (1.1)–(1.2), где, однако, вместо $u(z)$ и $f(z)$ следует писать $u(\zeta) = u(z(\zeta))$ и $|\psi'(\zeta)|^2 f(z(\zeta))$.

2. Дискретизация. Дискретизация двумерной задачи (1.1)–(1.2) сводится к дискретизации одномерных задач (уравнений Бесселя) [3]. Причём достаточно построить дискретизацию нулевого уравнения Бесселя:

$$(xy^{'})^{'} + \lambda xy = 0, \quad x \in (0,1) \tag{2.1}$$

$$y(1) = 0, \tag{2.2}$$

$$|y(0)| < \infty. \tag{2.3}$$

Оказывается, что полученных результатов достаточно, чтобы построить дискретизацию двумерной задачи (1.1),(1.2) для уравнения Лапласа [3]. В круге радиуса 1 дискретный оператор Лапласа имеет вид:

$$H = \frac{2}{N} {\sum_{k=0}^{n}}' \Lambda_k \otimes h_k,$$

где штрих у знака суммы означает, что слагаемое при $k = 0$ берётся с коэффициентом 1/2, Λ_k, $k = 0, 1, \ldots, n$ — матрица размера $m \times m$; h_k, $k = 0, 1, \ldots, n$ — матрица размера $N \times N$, $N = 2n + 1$: $h_{kij} = \cos[k2\pi(i - j)/N]$, $i, j = 1, 2, \ldots, N$, через $\otimes$ обозначено кронекерово произведение матриц. Здесь по θ выбирается равномерная сетка: $\theta_l = 2\pi l/N$, $N = 2n + 1$, $l = 0, 1, \ldots, 2n$. По r сетка может быть произвольна, в данном случае выбираем $r_\nu = (1 + \cos((2\nu - 1)\pi/2m))/2$, $\nu = 1, 2, \ldots, m$. То есть в единичном круге выбираем m окружностей, и на каждой окружности равномерную сетку по θ.

$\Lambda_0 = B^{-1}$, где B — матрица дискретного оператора (обратного к оператору Бесселя), построенная выше;

$\Lambda_k = \Lambda_0 + k^2_R$, $k = 1, 2, \ldots, n$; R — диагональная матрица с числами $(1/r_\nu)^2$, $\nu = 1, 2, \ldots, m$ на диагонали.

В произвольной области матрица дискретного оператора Лапласа имеет вид: $Z^{-1}H$, где Z — диагональная матрица с числами на диагонали $z_{\nu l} = |\psi'(\zeta_{\nu l})|^2$, $\zeta_{\nu l} = r_\nu \exp(i\theta_l)$, $\nu = 1, 2, \ldots, m$; $l = 0, 1, \ldots, 2n$ [3], узлы нумеруются, начиная с первой окружности ($\nu = 1$) против часовой стрелки ($l = 0, 1, \ldots, 2n$). Дискретная задача, соответствующая задаче (2.1),(2.2) имеет вид $Z^{-1}H + F = 0$, где F вектор столбец, содержащий значения соответствующей функции в узлах сетки, либо $F = (Q + \lambda P)U$, где Q и P — диагональные матрицы, содержащие значения соответствующих функций в узлах сетки, U — вектор столбец, содержащий значения соответствующей функции в узлах сетки

3. Результаты численных расчётов. Описанная выше методика построения дискретного оператора Лапласа, отличается от методики, приведённой в книге [3] выбором сетки по r. В [3] по r выбирается сетка по нулям многочлена Чебышева степени $2m$ на диаметре круга, здесь выбирается сетка на радиусе круга $y_\nu = (x_\nu + 1)/2$, где x_ν, $\nu = 1, 2, \ldots, m$ — нули многочлена Чебышева степени m. Дискретизация, описанная в [3], обладает тем недостатком, что не удаётся увеличить число узлов сетки больше чем 15×31 (из-за накопления ошибки при вычислении матрицы дискретной задачи). Описанная выше дискретизация свободна от этого недостатка.

Для аналитически заданного конформного отображения вычисления проводились для эпитрохоиды, т.е. области получающейся из круга конформным отображением

$$z = \varsigma(1 + \varepsilon\varsigma^{n_p}), \quad |\varsigma| \leqslant 1, \quad \varepsilon < \frac{1}{n_p + 1}\,. \tag{3.1}$$

На сетке $m = 50$, $N = 61$ получено 73 первых собственных значения, которые имеют хотя бы один знак совпавший с расчётом на сетке 30×41 (ниже в таблице 4.1 приведены 14 собственных значений) для $\varepsilon = 1/6$, $n_p = 4$. Жирным шрифтом выделены знаки, совпавшие с расчётов на сетке 30×41:

4. Обсуждение полученных результатов. Расчёты производились на ПЭВМ Pentium IV с тактовой частотой 3,00 ГГц и объёмом оперативной памяти 1 Ггб. Время последнего расчёта на сетке 50×61 около 12 часов. Расчёт на сетке $30\times$ 41 занимает около 30 минут. Как видно из сравнения результатов на двух последних сетках, надёжно с 6–7 знаками после запятой определяется 30 собственных значений. Первое собственное значение определяется с 21 знаком после запятой. Расчёты проводились с учетверённой точностью REAL*16 с использованием транслятора с фортрана Intel Visual Fortran 9.1. В приведённой выше таблице оставлены все знаки, которые даёт учетверённая точность. Знакам, выделенным жирным шрифтом, можно определённо верить. Первые 6 собственных значений посчитаны на сетке 30×41 на ЭВМ БЭСМ-6 [3, таблица 3.2, стр. 48]. Все знаки, приведённые в этой таблице, совпали (кроме последней цифры, по которой проводилось округление).

Приведённая выше таблица 4.1 содержит результаты расчётов собственных чисел для области, получающейся из круга конформным отображением (4.1). Для областей такого вида первые собственные функции и

Таблица 4.1

№	$\sqrt{\lambda_i}$	μ	k	Нули функции Бесселя
1	**2.38444650949604970517317**500817529	0	1	2.40483
2	**3.734811602643362**70303800592942815	1	1	3.83171
3	**3.734811602643362**70303800592946108			
4	**4.6029917063634**1650906486673149750	2	1	**5.13562**
5	**5.21305408447636**594415167361552140			
6	**5.4098717698333**40399646015402762260	0	2	5.52008
7	**5.952840202549**57074266667664726953	3	1	6.38016
8	**5.952840202549**57074266667664735062			
9	**6.850462456**75845252009714841665951	1	2	7.01559
10	**6.850462456**75845252009714841671300			
11	**7.137450650**59079443266158516815009	4	1	7.58834
12	**7.2596423576**2084739781928108470845			
13	**7.43089698**22852245038084399247177	2	2	**8.41724**
14	**8.2064159**3737488872010002074487221			

собственные значения можно получить с помощью теории возмущений, считая задачу решённой для круга. Собственные функции задачи в круге имеют вид:

$$v_{\mu,k1} = \cos \mu\theta J_\mu(\sqrt{\lambda_k} r),$$

$$v_{\mu,k2} = \sin \mu\theta J_\mu(\sqrt{\lambda_k} r),$$

где μ =0, 1, 2, ...; k=1,2,3,4,.... Нетрудно видеть, что в единственном случае при $\mu = n_p/2$, кратные собственные числа «расползаются» сильно, а в остальных случаях «расползание» имеет порядок ε^2. Этот тонкий факт можно ясно видеть в таблице 4.1 (4,5 и 13,14 пары).

5. Заключение. Программы опубликованы в [6,7].
По поводу получения их полных версий обращайтесь по электронному адресу: `algazinsd@mail.ru` или на адрес Института проблем механики РАН, 119526, Москва, проспект Вернадского д.101, к.1.

Список литературы

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. – М.: «Наука», 1986. 744 С.
2. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: «Мир», 1977.
3. *Алгазин С.Д.* Численные алгоритмы без насыщения в классических задачах математической физики. – М.: «Научный мир», 2002, 155 с.
4. *Гончаров В.Л.* Теория интерполирования и приближения функций. – М.: «Гостехтеориздат», 1954.
5. Таблицы нулей функции Бесселя // Библиотека математических таблиц, выпуск 44. ВЦ АН СССР, 1967, 95 с.
6. *Алгазин С.Д.* Численные алгоритмы классической матфизики. XVI. Вычисление с высокой точностью собственных значений нулевого уравнения Беселя // Препринт ИПМех РАН № 831, 2007, 15 с.
7. *Алгазин С.Д.* Численные алгоритмы классической матфизики. XVII. Вычисление с высокой точностью собственных значений оператора Лапласа // Пре-

принт ИПМех РАН № 832, 2007, 15 с.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА С НЕГЛАДКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Алиев А.Б., Шукюрова Г.Д.

Азербайджанский Технический Университет;
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

Баку, Азербайджан

e-mail: aliyevagil@yahoo.com

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ограниченная область с достаточно гладкой границей Γ. В цилиндре $Q_T = (0,T) \times \Omega$ рассмотрим смешанную задачу

$$u_{tt} - a(t)\,\Delta u + b(t)\,\Delta^2 u = f(t,x,u)\,, \quad t > 0, \ \ x \in \Omega, \tag{1}$$

$$u(t,x) = \Delta u(t,x) = 0, \ \ t > 0, \ \ x \in \Gamma, \tag{2}$$

$$u(0,x) = u_0(x)\,, \quad u_t(0,x) = u_1(x)\,, \ \ x \in \Omega, \tag{3}$$

где

1°. $a(t) \in C^1[0,T]$, $a(t) \geqslant a_0 > 0$;
2°. $b(t) \in BV[0,T]$, $b(t) \geqslant b_0$;
3°. $f(t,x,u)$ определена на $[0,T] \times \Omega \times \mathbb{R}$ и при каждом $t \in [0,T]$ определяет ограниченный оператор, действующий из $\hat{W}_2^2 = \overset{0}{W}{}_2^2(\Omega) \cap \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ в $\hat{W}_2^1 = \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ и удовлетворяет локальному условию Липшица, т.е.
$$\|f(t_1,x,u_1) - f(t_2,x,u_2)\|_{\widehat{W}_2^1} \leqslant$$
$$\leqslant c(\|u_1\|_{\widehat{W}_2^2} + \|u_2\|_{\widehat{W}_2^2})[|t_1 - t_2| + \|u_1 - u_2\|_{\widehat{W}_2^2}],$$
где $c(\cdot) \in C(\mathbb{R}_+)$, $\mathbb{R}_+ = [0,\infty)$.
4°. $f(t,x,u)$ является усиленно непрерывным оператором из $W_2^1(0,T;\hat{W}_2^2,\hat{W}_2^1)$ в $L_1(0,T;(\hat{W}_2^2)')$, т.е. если $u_\mu \to u$ *-слабо в $L_\infty(0,T;\hat{W}_2^2)$, $u'_\mu \to u'$ *-слабо в $L_\infty\left(0,T;\hat{W}_2^{1}\right)$, то $f(t,x,u_\mu) \to$ $\to f(t,x,u)$ в $L_1(0,T;(\hat{W}_2^2))$.
5°. При любых $u(\cdot) \in W_2^1(0,T;\hat{W}_2^2,\hat{W}_2^1)$ выполнена следующая односторонняя оценка
$$\int_0^s \int_\Omega f(t,x,u(t,x))u'(t,x)\,dxdt \leqslant$$

$$\leqslant c\left[1+\int_0^s\left(\|u(t,x)\|^2_{\widehat{W}_2^2}+\|u'(t,x)\|^2_{\widehat{W}_2^1}\right)dt\right],\quad c\geqslant 0.$$

Определение. Функция $u(\cdot)\in W_2^1(0,T;\hat{W}_2^2,\hat{W}_2^1)$ называется слабым решением задачи (1) – (3), если при любых $v(\cdot)\in W_2^1(0,T;\hat{W}_2^2,\hat{W}_2^1)$, $v(T,x)=0$ выполнено равенство

$$-\int_0^T\int_\Omega u'(t,x),v'(t,x)\,dxdt-\int_0^T\int_\Omega a(t)\nabla u'(t,x)\nabla v'(t,x)\;dxdt+$$
$$+\int_0^T\int_\Omega b(t)\Delta u(t,x),\Delta v(t,x)\;dxdt-$$
$$-\int_0^T\int_\Omega a'(t)\nabla u'(t,x)\nabla v(t,x)\,dxdt-\int_\Omega u_1(x)\;v(0,x)\,dx=$$
$$=\int_0^T\int_\Omega f(t,x,u(t,x))\;v(t,x)\;dxdt\qquad(4)$$

и выполнено начальное условие

$$u(0,x)=u_0(x),\quad x\in\Omega.\qquad(5)$$

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* 1°–5°, *тогда при любых* $u_0\in\hat{W}_2^2, u_1\in\hat{W}_2^1$ *задача* (1) – (3) *имеет слабое решение* $u(\cdot)\in$ $\in W_2^1\left(0,T;\hat{W}_2^2,\hat{W}_2^1\right)$.

Теорема 2. *Пусть выполнены условия* 1°–3°, $a'(t)$ *дифференцируема и* $a''(t)\in L_1(0,T)$, *тогда задача* (1) – (3) *имеет единственное решение.*

Заметим, что при $a(t)=0$ аналогичный результат получен в [1], а при $a(t)=0$, $f(t,x,u)=0$ — в [2]. Для гладких $a(t)$ и $b(t)$ в более общем виде задача (1) – (3) исследована в [3].

Список литературы

1. *A.B. Aliev, G.D. Jabrailova (G.D. Shukurova).* Quasilinear hyperbolic equations with discontinuous coefficients // Transactions of National Academy of Sciences of Az., XXVI, №1 (2006), 15–23.
2. *L.De Simon, G.Torelli.* Linear second order differential equations with discontinuous coefficients in Hilbert spaces // Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, IV. 1 (1974), 131–154.
3. *A.B. Aliev, N.A. Suleymanov.* A mixed problem for some classes quasilinear Sobolev type equations // Transactions of National Academy of Sciences of Az., XXIV, №1 (2004), 27–36.

О СХОДИМОСТИ МЕТОДА КОЛЛОКАЦИИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Алиев Р.М., Гасымова С.Г.

Азербайджанский Архитектурно-Строительный Университет, Азербайджанский Технический Университет

Баку, Азербайджан

e-mail: `alievaraz@yahoo.com`

Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение

$$Lu(x,t) \equiv a_{2r}(x)\frac{\partial^{2r}u(x,t)}{\partial x^{2r}} + \sum_{i=1}^{2r-1} a_i(x)\frac{\partial^i u(x,t)}{\partial x^i} - b_{2s}(t)\frac{\partial^{2s}u(x,t)}{\partial t^{2s}} -$$

$$-\sum_{j=1}^{2s-1} b_j(t)\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial t^j} + [f(x) - \varphi(t)]u(x,t) = 0, (x,t) \in [a,b] \times [a,b], \quad (1)$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned} &u_x^{(\sigma_p)}(a,t) = u_x^{(\sigma_p)}(b,t) = 0 \ \ (p = 1,2,\ldots,r)\ , \\ &u_t^{(\gamma_p)}(x,a) = u_t^{(\gamma_p)}(x,b) = 0 \ \ (p = 1,2,\ldots,s)\,, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma_p < \sigma_{p+1}, \sigma_p \in \{0,1,\ldots,2r-1\}$; $\gamma_p < \gamma_{p+1}, \gamma_p \in \{0,1,\ldots,2s-1\}$.

Будем искать нетривиальное частное решение уравнения (1) при граничных условиях (2) в виде произведения двух функций $X(x)$ и $T(t)$,т.е. в виде $u(x,t) = X(x)T(t)$. Тогда задача (1), (2) распадается на следующие задачи:

$$\Gamma_1(X(x)) \equiv a_{2r}(x)X^{(2r)}(x) + \sum_{i=1}^{2r-1} a_i(x)X^{(i)}(x) + f(x)X(x) = \lambda X(x), \quad (3)$$

$$X^{(\sigma_p)}(a) = X^{(\sigma_p)}(b) = 0 \ (p = 1,2,\ldots,r) \quad (4)$$

и

$$\Gamma_2(T(t)) \equiv b_{2s}(t)T^{(2s)}(t) + \sum_{j=1}^{2s-1} b_j(t)T^{(j)}(t) + \varphi(t)T(t) = \lambda T(t), \quad (5)$$

$$T^{(\gamma_p)}(a) = T^{(\gamma_p)}(b) = 0 \ (p = 1,2,\ldots,s)\,. \quad (6)$$

Пусть $\{\omega_{n_1}(x)\}$ и $\{\omega_{n_2}(t)\}$ — системы ортогональных алгебраических многочленов относительно весов $p_1(x)$ и $p_2(t)$ на отрезке $[a,b]$, соответственно, где $p_1(x)$ и $p_2(t)$ неотрицательные суммируемые функции на отрезке $[a,b]$, такие, что

$$\int_a^b \frac{d\tau}{p_i(\tau)} < \infty \, (i = 1,2).$$

Узлами коллокации выберем точки

$$(\, x_{kn_1}\,,\, t_{mn_2}\,)\;\; (k=0,1,\ldots,n_1\,;\, m=0,1,\ldots,n_2)\;, \tag{7}$$

где x_{kn_1} $(k=0,1,\ldots,n_1)$ и t_{mn_2} $(m=0,1,\ldots,n_2)$ — нули многочленов $\omega_{n_1}(x)$ и $\omega_{n_2}(t)$, соответственно.

Приближенные решения краевой задачи (1), (2) разыскиваются в виде

$$u_{n_1,n_2}(x,t)=X_{n_1}(x)T_{n_2}(t),$$

где

$$X_{n_1}(x)=\sum_{k=0}^{n_1} c_k^{(1)}\alpha_k(x), \quad T_{n_2}(t)=\sum_{m=0}^{n_2} c_m^{(2)}\beta_m(t),$$

$\alpha_k(x)$ и $\beta_m(t)$ — фундаментальные многочлены интерполирования, построенные по узлам x_{kn_1} $(k=0,1,\ldots,n_1)$ и t_{mn_2} $(m=0,1,\ldots,n_2)$, соответственно. Тогда согласно методу коллокации коэффициенты $c_k^{(1)}$ $(k= =0,1,\ldots,n_1)$ и $c_m^{(2)}$ $(m=0,1,\ldots,n_2)$ определяются из системы линейных алгебраических уравнений

$$L(\, x_{kn_1}\,,\, t_{mn_2}\,)=0\;\; (k=0,1,\ldots,n_1\,;\, m=0,1,\ldots,n_2)\;, \tag{8}$$

т.е. из системы уравнений $\Gamma_1(X(x_{kn_1}))-\lambda X(x_{kn_1})=0$, $\Gamma_2(T(t_{mn_2}))- -\lambda T(t_{mn_2})=0$.

Введем следующие условия:

а) коэффициенты $a_i(x)\,(i=1,2,\ldots,2r)$, $f(x)$ и $b_j(t)\,(j=1,2,\ldots,2s)$, $\varphi(t)$ непрерывны на отрезке $[a,b]$;

б) дифференциальные уравнения $\Gamma_1(X(x))=0$ и $\Gamma_2(T(t))=0$ имеют при краевых условиях (4) и (6) функции Грина $g_1(x,\xi)$ и $g_2(t,\theta)$, соответственно;

в) в качестве точек коллокации выбраны точки (7).

Теорема. *Если выполнены условия а), б), в), то для достаточно больших n_1 и n_2 система уравнений* (8) *разрешима и последовательность приближенных решений $u_{n_1,n_2}(x,t)$ сходится к точному решению краевой задачи* (1), (2) *средне квадратично с весом $p(x,t)=p_1(x)p_2(t)$ и справедлива оценка*

$$\|u_{n_1,n_2}(x,t)-u(x,t)\|_{L_{2,p}}=$$

$$=\left[\int_a^b\int_a^b p_1(x)p_2(t)|u_{n_1,n_2}(x,t)-u(x,t)|^2dxdt\right]^{1/2}\leqslant$$

$$\leqslant C\left\{E_{n_1}(X(x))\left(\int_a^b p_1(x)dx\right)^{1/2}+E_{n_2}(T(t))\left(\int_a^b p_2(t)dt\right)^{1/2}+\right.$$

$$\left.+2E_{n_1}(X(x))E_{n_2}(T(t))\times\left(\int_a^b\int_a^b p_1(x)p_2(t)dxdt\right)^{1/2}\right\},$$

где C — постоянная, независящая от n_1 и n_2, $E_{n_1}(X(x))$ и $E_{n_2}(T(t))$ — наилучшие равномерные приближения функций $X(x)$ и $T(t)$ многочленами степени не выше n_1 относительно x и степени не выше n_2 относительно t, соответственно, на отрезке $[a, b]$.

ЗАДАЧА НА НАХОЖДЕНИЕ УСЛОВНОГО ЭКСТРЕМУМА В ТЕОРИИ ПОВЕДЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЯ

Андронова И.А.

Высшая школа экономики

Москва, Россия

e-mail: i.andronova@mail.ru

Математические методы анализа очень широко применяется в экономической теории. В данном докладе рассмотрим задачу максимизации функции полезности индивида при заданном бюджетном ограничении.

$$\begin{matrix} U = U(X, Y) = X^{\alpha}Y^{\beta}, \\ \alpha > 0,\ \beta > 0 \end{matrix} \quad \longrightarrow \quad \max$$

где X и Y — блага из потребительского набора, I — сумма денег, которой располагает индивид, P_X — цена товара X, P_Y — цена товара Y.

Индивиду для того, чтобы определить какой товарный набор (какое количество входящих в него благ) он будет потреблять необходимо решить оптимизационную задачу: соотнести ограничения с предпочтениями. В теории предлагается два основных способа.

1. Эквимаржинальный.
2. Метод Лагранжа.

Первый способ основан на равенстве в точке оптимума субъективной пропорции замещения одного блага из товарного набора другим (блага Y благом X) и объективно (рыночной) нормы замещения.

Субъективная пропорция измеряется предельной нормой замещения (MRS_{XY}). При малых приращениях блага X, предельная норма замещения равна наклону касательной, проведенной к кривой безразличия в определенной точке. Если совместить на одном графике (для простоты представления в двухмерном пространстве) семейство кривых безразличия, описывающих стандартные предпочтения и бюджетное ограничение, то легко заметить, что в точке оптимума бюджетное ограничение является касательной к наивысшей из доступных кривых безразличия (рисунок 6). Это соответствует принципу максимизации полезности, поскольку в соответствии с представленными выше аксиомами при стандартных предпочтениях, чем дальше кривая безразличия находится от начала координат (чем больше благ может потребить индивид), тем выше его полезность.

Таким образом, наблюдается равенство наклонов касательной к кривой безразличия и бюджетного ограничения в точке оптимума. Предельная норма замещения равна также отношению предельной полезности блага X к предельной полезности блага Y. Иными словами в точке оптимума имеем следующее соотношение:

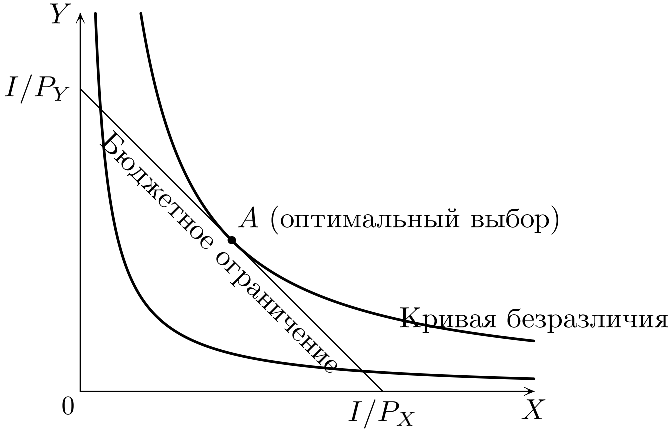


Рис.6

Принцип математизации позволил трактовать экономические проблемы как задачи на нахождение условного экстремума. Искомое соотношение может быть получено при исследовании на максимум функции Лагранжа:

$$L = U(X, Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - I)$$

Дифференцируя эту функцию по X, по Y и по λ получаем три уравнения с тремя неизвестными, и находим количества благ, которые потребляет индивид в точке оптимума. Решение задачи эквимаржинальным способом, который принят среди экономистов и нахождения решения с помощью лагранжиана даст один и тот же результат.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА В ВИДЕ ОПЕРАТОРА КВАЗИПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ СВОЙСТВ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА.*

Асташова И.В.

Московский государственный университет экономики, статистики и информатики (МЭСИ)

Москва, Нежинская ул., 7

Тел.: `(495)4422391`, e-mail: `ast@diffiety.ac.ru`

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант No. 06–01–00715).

Представление линейного дифференциального оператора

$$L = \frac{d^n}{dx^n} + \sum_{j=0}^{n-1} a_j(x)\,\frac{d^j}{dx^j} \tag{1}$$

в виде оператора квазипроизводной

$$r_n(x)\frac{d}{dx} \circ \ldots \circ r_1(x)\frac{d}{dx} \circ r_0(x) \tag{2}$$

с гладкими положительными функциями $r_j(x)$ использовалось многими математиками для исследования свойств решений линейных дифференциальных уравнений высокого порядка. (См., например, работы G. Pólya, Ch.I. de la Vallée-Poussin, А.Ю. Левина, Ю.В. Покорного, И.Н. Сергеева, Т.А. Чантурия [1–6] и ссылки в этих работах.)

Оказалось, что это представление может быть использовано и для исследования качественных свойств решений квазилинейных дифференциальных уравнений

$$y^{(n)} + \sum_{i=0}^{n-1} a_i(x)\,y^{(i)} + p(x)\,|y|^{k-1}y = 0, \tag{3}$$

где $n \geqslant 1$, $k > 1$, $p(x)$ и $a_i(x)$ — непрерывные функции.

В частности, получены следующие результаты.

Теорема 1. *Для любых $k > 1$, $p_* > 0$, $A > 0$, и $n \geqslant 1$ существуют такие $\delta > 0$ и $M_1 > 0$, что для любых конечных a,b, для любых непрерывных на $[\,a,b\,]$ функций $p(x) > p_*$ и $a_0(x),\ldots,a_{n-1}(x)$, удовлетворяющих условиям*

$$\sum_{j=0}^{n-1} \sup\{\,|\,a_j(x)\,|\, :\; x \in [\,a,b\,]\,\} \leqslant A, \tag{4}$$

и для любого положительного решения уравнения (3), определенного на $[\,a,b\,]$, имеет место неравенство

$$y(x) \leqslant M_1\,\min\{\,\delta,\, x-a\,\}^{-n/(k-1)}$$

если n нечетно, и неравенство

$$y(x) \leqslant M_1$$

если n четно.

Теорема 2. *Для любых $k > 1$, $p_* > 0$, $A > 0$, $n \geqslant 1$ существуют такие $\delta > 0$ и $M_2 > 0$, что для любых конечных a,b, для любых непрерывных на $[\,a,b\,]$ функций $p(x) < -p_*$ и $a_0(x),\ldots,a_{n-1}(x)$, удовлетворяющих условиям (4), и для любого положительного решения уравнения (3), определенного на $[\,a,b\,]$, имеет место неравенство*

$$y(x) \leqslant M_2\,\min\{\,\delta,\, b-x\,\}^{-n/(k-1)},$$

если n нечетно, и неравенство

$$y(x) \leqslant M_2\,\min\{\,\delta,\, x-a,\, b-x\,\}^{-n/(k-1)},$$

если n четно.

Теорема 3. *Пусть функции $p(x)$ и $a_j(x)$ в уравнении (3) удовлетворяют условиям*

$$\int^{\infty} x^{n-1}\,|p(x)|\,dx < \infty, \tag{5}$$

$$\int^{\infty} x^{n-j-1}\,|a_j(x)|\,dx < \infty, \qquad j = 0, \ldots, n-1. \tag{6}$$

Тогда для любого $h \neq 0$ существует определенное в окрестности $+\infty$ неколеблющееся решение $y(x)$ уравнения (3), стремящееся к h при $x \to \infty$, производные которого удовлетворяют условиям

$$\int^{\infty} x^{j-1}\left|y^{(j)}(x)\right|\,dx < \infty, \qquad j = 1, \ldots, n.$$

Теорема 4. *Пусть функция $p(x)$ положительна, а функции $a_j(x)$, $j = 0, \ldots, n-1$, удовлетворяют условиям (6).*

Тогда следующие условия равносильны:

(i) *$p(x)$ удовлетворяет условию (5),*
(ii) *существует определенное в окрестности $+\infty$, неколеблющееся решение уравнения (3), не стремящееся к нулю при $x \to \infty$.*

Теорема 5. *Пусть n четное, $p(x) > 0$, функции $a_j(x)$ удовлетворяют условиям (6). Тогда все решения уравнения (3) являются колеблющимися тогда и только тогда, когда*

$$\int^{\infty} x^{n-1}\,p(x)\,dx = \infty.$$

Замечание. Теорема 5 обобщает результаты работ [7], [8]. Свойства решений соответствующих уравнений с квазипроизводной приводятся в [9].

Список литературы

1. *G. Pólya.* On the mean-value theorem corresponding to a given linear homogeneous differential equation // Trans. Amer. Math. Soc., 1924, vol.24, p. 312–324.
2. *Ch. I. de la Vallée-Poussin.* Sur l'équation différentielle linéaire du second ordre. Détermination d'une intégrale par deux valeurs assignées. Extension aux équations d'ordre n // Journ. Math. Pur. et Appl., 1929, vol.9, No. 8, p.125–144.
3. *А.Ю. Левин.* Неосцилляция решений уравнения $x^{(n)}+p_1(t)x^{(n-1)}+\ldots+p_n(t)x = 0$ // УМН, 1969, т.24, вып.2 (146), с.43–96.
4. *Ю.В. Покорный.* О квазидифференциальном уравнении, порождаемом непрерывной системой Чебышева // Доклады РАН, 1995, т.345, No. 2, с.171–174.
5. *И.Н. Сергеев.* Определение и свойства характеристических частот линейного уравнения // Труды Семинара И.Г. Петровского, 25 (2006), с. 249–294.
6. *И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия.* Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1990, 432 с.
7. *F.V. Atkinson.* On second order nonlinear oscillations // Pacif. J. Math. 5 (1955), No. 1, 643–647.
8. *И.Т. Кигурадзе.* О колеблемости решений уравнения $d^m/dt^m + a(t)|u|^n \mathrm{sign} u = 0$ // Матем. сборник, 65 (1964), No. 2, с. 172–187.

9. *И.В. Асташова.* Равномерные оценки положительных решений квазилинейных дифференциальных уравнений // Доклады РАН, 2006, т. 409, No 5, с. 1–5.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНО-НАГРУЖЕННОГО ОПЕРАТОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Ахманова[2] Д.М., Дженалиев[1] М.Т., Рамазанов[2] М.И.

[1]Институт математики ИМ МОН РК, г. Алматы, Казахстан, e-mail: dzhenali@math.kz

[2]Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова, г. Караганда, Казахстан, e-mail: ramamur@mail.ru

В работе рассматриваются вопросы разрешимости граничной задачи для двумерного спектрально-нагруженного по пространственным переменным уравнения теплопроводности.

Рассмотрим в области $Q = \{(x, y, t),\ x > 0,\ y > 0,\ t > 0\}$ граничную задачу:

$$L_\lambda u \equiv (L - \lambda B)u = f \iff \begin{cases} u_t - \Delta u + \lambda\, \Delta u\Big|_{\substack{x=t\\y=t}} = f(x, y, t), \\ u(x, y, 0) = 0; \\ u(0, y, t) = u(x, 0, t) = 0, \quad \lambda \in C. \end{cases} \tag{1}$$

Решение задачи (1) ищем в классе функций

$$U = \left\{ u \mid u,\ u_t - \Delta u \in L_\infty(Q), \quad \Delta u\Big|_{\substack{x=t\\y=t}} \in L_\infty(0, \infty) \right\},$$

Обращая дифференциальную часть в граничной задаче (1) будем иметь

$$u(x, y, t) = -\lambda \int\limits_0^t K_0(x, y,\, t - \tau) \cdot \mu(\tau)\, d\tau +$$
$$+ \int\limits_0^t \int \int G(x, y; \xi, \eta, t - \tau) f(\xi, \eta, \tau)\, d\xi\, d\eta\, d\tau, \tag{2}$$

где $\mu(t) = \Delta u\Big|_{\substack{x=t\\y=t}}$, G — функция Грина,

$$K_0(x, y, t - \tau) = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t - \tau}}\right) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{t - \tau}}\right).$$

Дифференцируя равенство (2) дважды по x и y, и сложив полученные результаты, получим следующее особое интегральное уравнение Рольтерра относительно неизвестной функции $\mu(t)$

$$\mu(t) - \lambda\int\limits_0^t K(t,\tau)\mu(\tau)d\tau = F(t), \tag{3}$$

где
$$K(t,\tau) = \frac{t}{\sqrt{\pi}(t-\tau)^{3/2}}\exp\left(-\frac{t^2}{4(t-\tau)}\right)\cdot \operatorname{erf}\left(-\frac{t}{2\sqrt{t-\tau}}\right);$$

$$F(t) = \left.\left(\Delta\int\limits_0^t\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty G(x,y;\xi,\eta,t-\tau)f(\xi,\eta,\tau)\,d\xi\,d\eta\,d\tau\right)\right|_{\substack{x=t\\ y=t}}$$

Заметим, что ядро интегрального уравнения (3) обладает следующим свойством:
$$\lim_{t\to 0}\int\limits_0^t K(t,\tau)\,d\tau = 1,$$

что принципиальным образом отличает уравнение (3) от уравнений Вольтерра второго рода, для которых решение существует и единственно.

Разделим комплексную плоскость параметра λ на непересекающиеся области D_m, $m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ следующим образом:

$$D_{2n} = \left\{D_n^{(1)}\cap D_n^{(2)}\right\}\setminus\bigcup_{k=-1}^{2n-1} D_k, \quad D_{-1} = \phi,$$

$$D_{2n+1} = \left\{D_n^{(1)}\cup D_n^{(2)}\right\}\setminus\bigcup_{k=0}^{2n} D_k,$$

где $D_n^{(1)} = \{\lambda\colon\ |\lambda| < \exp[(2n+1)\pi - \arg\lambda]\}$, $D_n^{(2)} = \{\lambda\colon\ |\lambda| < \exp[2n\pi + \arg\lambda]\}$, $n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

Исследуя интегральное уравнение (3) [1–5] получаем следующий результат

Теорема. *Если $\lambda\in D_0$, то $\forall F(t)\in L_\infty(0,\infty)$, граничная задача* (1) *имеет единственное решение $u\in U$. Если $\lambda\in D_m$ ($m = 1,\ 2,\ \ldots$), то $\forall F(t)\in L_\infty(0,\infty)$, задача* (2) *имеет общее решение $u\in U$, состоящее из суммы решения $u_{одн}(x,y,t) = \sum\limits_{k=1}^{m} C_k\cdot u_{\lambda k}(x,y,t)$ однородной задачи, где C_k — произвольные постоянные и частного решения неоднородной задачи.*

Список литературы

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* О граничной задаче для спектрально-нагруженного оператора теплопроводности // Сиб.мат.журн. 2006, Т.47, №3. С. 527–547.

2. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Об одной граничной задаче для спектрально-нагруженного оператора теплопроводности // Диффер.уравн. 2007, Т.43, №4. С. 498–508.
3. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Об одной граничной задаче для спектрально-нагруженного оператора теплопроводности // Диффер. уравн. 2007, Т.43, №6. С. 788–794.
4. *Мусхелишвили Н.И.* Сингулярные интегральные уравнения. М.:Физматгиз, 1962.
5. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. М.:Наука, 1963.

О ВОССТАНОВЛЕНИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ В d-МЕРНОМ ШАРОВОМ ПОЯСЕ ПО НЕТОЧНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЯМ

Балова Е.А.

Рассматривается задача оптимального восстановления решения задачи Дирихле в d-мерном шаровом поясе $D_1 = \{x \in \mathbb{R} : \ 0 < R < |x| < 1\}$ по конечному набору коэффициентов Фурье граничных функций, заданных с погрешностью в l_2 и l_∞-нормах для $d \geqslant 3$ (задача для $d = 2$ была рассмотрена в работе [5].) При решения были использованы методы и результаты, полученные в работах [1], [2], [3] и [4].

Рассматривается задача Дирихле

$$\Delta u = 0, \quad u\Big|_{|x|=R} = f_1(x'), \ u\Big|_{|x|=1} = f_2(x'), \tag{1}$$

где
$$x' \in \mathbb{S}^{d-1} = \left\{ x' \in \mathbb{R}^d : |x'| = 1 \right\}, f_i(x') \in L_2(\mathbb{S}^{d-1}), \quad i = 1, 2.$$

Функции $f_1(x'), f_2(x') \in L_2(\mathbb{S}^{d-1})$ заданы своими рядами Фурье

$$f_i(x') = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{a_k} c_{kj}^{(i)} Y_j^{(k)}(x'), i = 1, 2, \tag{2}$$

где $Y_j^{(k)}(x')$ — ортонормированный базис пространства $L_2(\mathbb{S}^{d-1})$ из сферических гармоник, a_k — размерность пространства $\mathcal{H}_k$ гармоник порядка k. Функции $f_1(x')$ и $f(x')$ заданы неточно. Предполагается, что известны векторы

$$\widetilde{f}_i^N = \{y_{kj}^{(i)}\}, \quad k = 0, 1, \dots, k_0, \quad j = 1, \dots, a_k, \quad N = \sum_{k=0}^{k_0} a_k, \ i = 1, 2$$

такие, что

$$\|\widetilde{f}_i^N - f_i^N\|_{l_p^N} \leqslant \delta_i, \quad \delta_i > 0, \quad f_i^N = \{c_{kj}^{(i)}\}, \quad k = 0, 1, \dots, k_0, \quad j = 1, \dots, a_k,$$

где $c_{kj}^{(i)}$ — коэффициенты Фурье функций $f_i(x'), i = 1, 2$ и для $a = (a_1, \dots, a_N)$

$$\|a\|_{l_p^N} = \begin{cases} \left(\sum\limits_{k=1}^{N} |a_k|^p \right)^{1/p}, & 1 \leqslant p < \infty, \\ \max\limits_{k=1,\dots,N} |a_k|, & p = \infty. \end{cases}$$

Задача восстановления заключается в том, чтобы по информации о векторах $\widetilde{f}_1^N, \widetilde{f}_2^N$ восстановить решение задачи (1). Предполагается, что функции $f_i(x')$, $i = 1, 2$ принадлежат обобщенному соболевскому классу

$$W_2^\beta(\mathbb{S}^{d-1}) = \left\{ f(\cdot) \in L_2(\mathbb{S}^{d-1}) : \ \|(-\Delta_S)^{\beta/2} f(\cdot)\|_{L_2(\mathbb{S}^{d-1})} \leqslant 1 \right\},$$

где для $\beta > 0$ оператор $(-\Delta_S)^{\beta/2}$ определяется равенством

$$(-\Delta_S)^{\beta/2} g(x') = \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_k^{\beta/2} \sum_{j=1}^{a_k} g_{kj} Y_j^{(k)}(x'),$$

$$g(x') = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{a_k} g_{kj} Y_j^{(k)}(x'),$$

а $\Lambda_k = k(k + d - 2)$ — собственные числа оператора Бельтрами–Лапласа $(-\Delta_S)$. В качестве методов восстановления рассматриваются всевозможные операторы $\varphi \colon l_p^N \times l_p^N \to L_2(D_1)$. Погрешностью оптимального восстановления называется величина

$$E_{N,p}(W_2^\beta(\mathbb{S}^{d-1}), \delta_1, \delta_2) =$$
$$= \inf_{\varphi: l_p^N \times l_p^N \to L_2(D_1)} \ \sup_{\substack{f_i \in W_2^\beta(\mathbb{S}^{d-1}),\\ i=1,2}} \ \sup_{\substack{\widetilde{f}_i^N \in \ l_p^N,\\ \|f_i^N - \widetilde{f}_i^N\|_{l_p^N} \leqslant \delta_i, \ i=1,2}} \|u - \varphi(\widetilde{f}_1^N, \widetilde{f}_2^N)\|_{L_2(D_1)}.$$

а метод, на котором достигается нижняя грань, называется оптимальным.

В работе найдены значения погрешностей оптимального восстановления для $p = 2$ и $p = \infty$, а также для этих случаев построены оптимальные методы, линейные относительно $\{y_{kj}^{(1)}\}$ и $\{y_{kj}^{(2)}\}$.

Список литературы

1. *Магарил-Ильяев Г.Г., Осипенко К.Ю.* Оптимальное восстановление функций и их производных по коэффициентам Фурье, заданным с погрешностью // Матем. сб. 2002. Т. 193. С. 79–100.
2. *Магарил-Ильяев Г.Г., Осипенко К.Ю., Тихомиров В.М.* On optimal recovery of heat equation solutions. In: Approximation Theory: A volume dedicated to B. Bojanov (D.K. Dimitrov, G. Nikolov, and R. Uluchev, Eds.), 163–175, Sofia: Marin Drinov Academic Publishing House, 2004.
3. *Осипенко К.Ю.* О восстановлении решения задачи Дирихле по неточным исходным данным // Владикавказский мат. журн. 2004. Т. 6, вып. 4. С. 55–62.
4. *Магарил-Ильяев Г.Г., Осипенко К.Ю.* Оптимальное восстановление функций и их производных по приближенной информации о спектре и неравенства для производных // Функ. анализ и его прил. 2003. Т. 37. С. 51–64.
5. *Балова Е.А.* Об оптимальном восстановлении решения задачи Дирихле в кольце // Владикавказский мат. журн. 2006. Т. 8, вып. 2. С.

О СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ С КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ ЗАВИСЯЩИМ ОТ ВРЕМЕНИ

Барановская С.Н., Юрчук Н.И.

Белорусский государственный университет

г. Минск, 220030, пр.Независимости, 4

Тел.: `+375 172203914`, e-mail: `yurchuk@bsu.by`

Для полуограниченной струны рассматривается следующая смешанная задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, 0 < x < \infty, t > 0, \tag{1}$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(x), 0 \leqslant x < \infty, \tag{2}$$

$$\left.\left(\alpha(t)\frac{\partial u}{\partial t} + \beta(t)\frac{\partial u}{\partial x} + \gamma(t)u\right)\right|_{x=0} = g(t), \tag{3}$$

в предположениях, что функции $\alpha(0)\varphi(0) + \beta(0)\varphi'(0) + \gamma(0)\varphi(0) = g(0)$.

Если $\alpha(t) \neq \beta(t)$, то решение задачи (1) – (3) имеет вид

$$u_+(x,t) = \frac{\varphi(x+t) + \varphi(x-t)}{2} + \frac{1}{2}\int\limits_{x-t}^{x+t} \psi(\xi)\, d\xi, \quad x - t \geqslant 0,$$

$$u_-(x,t) = \frac{\varphi(t+x) - \varphi(t-x)}{2} + \frac{1}{2}\int\limits_{t-x}^{t+x} \psi(\xi)\, d\xi -$$
$$- \int\limits_0^{t-x} \frac{\beta(\tau)}{\alpha(\tau) - \beta(\tau)}[\varphi'(\tau) + \psi(\tau)] \exp \int\limits_{t-x}^{\tau} \frac{\gamma(\xi)d\xi}{\alpha(\xi) - \beta(\xi)}\, d\tau +$$
$$+ \int\limits_0^{t-x} \frac{g(\tau)}{\alpha(\tau) - \beta(\tau)} \exp \int\limits_{t-x}^{\tau} \frac{\gamma(\xi)d\xi}{\alpha(\xi) - \beta(\xi)}\, d\tau +$$
$$+\varphi(0) \exp \int\limits_{t-x}^{0} \frac{\gamma(\xi)d\xi}{\alpha(\xi) - \beta(\xi)}, \quad x - t \leqslant 0.$$

Если же $\alpha(t) \equiv \beta(t)$, то решение задачи (1) – (3) имеет вид

$$u_+(x,t) = \frac{\varphi(x+t) + \varphi(x-t)}{2} + \frac{1}{2}\int\limits_{x-t}^{x+t} \psi(\xi) d\xi, x - t \geqslant 0,$$

$$u_-(x,t) = \frac{\varphi(x+t) - \varphi(x-t)}{2} +$$

$$+\frac{1}{2}\int\limits_{t-x}^{t+x}\psi(\xi)\,d\xi-\frac{\beta(t-x)}{\gamma(t-x)}[\varphi'(t-x)+\psi(t-x)]+\frac{g(t-x)}{\gamma(t-x)}\,,\quad x-t\leqslant 0.$$

Проводится анализ полученных формул.

АСИМПТОТИКА ВТОРИЧНЫХ РЕЖИМОВ ПРИ СЛИЯНИИ ТОЧЕК БИФУРКАЦИИ В ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОМ ТЕЧЕНИИ

Батищев В.А.

Южный Федеральный Университет

Ростов-на-Дону, Россия

e-mail: `batish@math.rsu.ru`

Изучены автомодельные режимы нестационарных термокапиллярных осесимметричных течений жидкости в тонком горизонтальном слое, ограниченном снизу твердой стенкой, а сверху свободной подвижной границей. Течения вызваны неравномерным нагревом твердой поверхности при отсутствии потока тепла на свободной границе. Исследование проведено на основе уравнений пограничного слоя Прандтля при малых значениях толщины слоя h. Автомодельные решения для полей скорости и температуры выражены через функции, которые определены из краевой задачи для системы ОДУ, содержащей параметр γ, пропорциональный градиенту температуры. Для краевой задачи найдены «основные» режимы, у которых отсутствует окружная компонента скорости. Эти режимы рассчитаны численно и асимптотически.

При определенных значениях параметров h, γ от основных режимов ответвляются несколько вторичных режимов с ненулевой окружной компонентой скорости. Точки бифуркации найдены из краевой задачи на собственные значения. Численно построены ветви бифуркационных кривых и определены простые и двукратные собственные числа. Уравнения разветвления приводятся к виду $b(h,\beta)=0$. Функция $b(h,\beta)$ разлагается в конечный ряд Тейлора в окрестности точки ветвления $\beta=0$, $h=h_0$. В случае, когда при некотором значении $\gamma=\gamma_0$ собственное число двукратное уравнение разветвления приводится к виду $(h-h_0)^2 b_{hh}+\beta^2 b_{\beta\beta}+\ldots=0$. Коэффициенты b_{hh}, $b_{\beta\beta}$ — это частные производные функции $b(h,\beta)$ по параметрам h и β. Эти производные найдены численно. Здесь возникают два случая: (i) $b_{hh}\,b_{\beta\beta}>0$ или (ii) $b_{hh}\,b_{\beta\beta}<0$. В случае (i) в точке $h=h_0$ бифуркация отсутствует, а в случае (ii) возникает двустороннее ветвление.

Рассмотрен случай, когда при значении параметра γ, близком к значению γ_0, имеются две близкие точки бифуркации A_1 и A_2 с простыми собственными числами $h_1(\gamma)$ и $h_2(\gamma)$. При $\gamma\to\gamma_0-0$ эти точки приближаются друг к другу и сливаются при $\gamma=\gamma_0$, образуя точку A_0 с двукратным собственным числом $h_0(\gamma_0)$. В случае (i) при $\gamma \to \gamma_0 - 0$ ветви вторичных режимов, соединяющие точки A_1 и A_2, стягиваются к точке A_0 и при $\gamma = \gamma_0$ вторичные режимы исчезают. В случае (ii) при $\gamma = \gamma_0$ возникает двустороннее ветвление. Здесь при $\gamma \to \gamma_0 + 0$ ветви вторичных режимов отделяются от ветви «основного» режима в точке A_0 и далее, с ростом параметра γ удаляются от этой ветви. Уравнения разветвления с точностью до малых высшего порядка вблизи точек A_1 и A_2 приводятся к виду $(h - h_1)(h - h_2)\, b_{hh} + \beta^2 b_{\beta\beta} + \ldots = 0$.

Для построения асимптотики вторичных режимов в окрестности точки A_0 вводится малый параметр $\varepsilon = \sqrt{|(h - h_1)(h - h_2)|}$, зависящий от двух других малых параметров $h - h_0$ и $\gamma - \gamma_0$. Вводится параметр $q = (\gamma - \gamma_0)/\varepsilon$ и выполняется переход от параметров (h, γ) к (ε, q) при условии, что $q = O(1)$. Строятся асимптотические ряды по степеням ε.

Далее, выполняется обратный переход от параметра q к параметру γ. В результате получаются асимптотические разложения вторичных режимов при $\varepsilon \to 0$, $\gamma \to \gamma_0$. Асимптотические разложения вторичных режимов построены также и для $q \to 0$.

Вторичные режимы при $h \to h_0$, $\gamma \to \gamma_0$ рассчитаны как по асимптотическим формулам, так и численно, путем интегрирования основной краевой задачи методом пристрелки. Относительная погрешность при сращивании этих решений составляет $O(10^{-2})$.

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПРОСТРАНСТВАХ ДРОБНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Богданова С.Б., Гладков С.О.

МГОПИ им. Крупской

Москва, Россия

e-mail: `Sglad@newmail.ru, sonjaf@list.ru`

При изучении процесса теплопроводности в сложных физических системах, иногда возникает необходимость постановки чисто абстрактных (в математическом отношении) задач. К числу подобных задач можно отнести, например, задачу о выяснении особенностей процесса теплопереноса в структурах типа «елки». В квазиодномерном случае подобная задача была решена в работе [1]. Целью настоящего сообщения является обобщение результатов статьи [1] на случай квази-n-мерного геометрического объекта.

Зададим линейный оператор A в пространстве размерности $d - \varepsilon$ (где $d = 1, 2, 3, \ldots, n$) с помощью определения

$$A_{x_j} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} i k_{x_j}^{1-\varepsilon} f_k e^{i \sum\limits_{j=1}^{n} k_{x_j}^{1-\varepsilon} x_j^{1-\varepsilon}} d^n k \tag{1}$$

Далее везде для удобства будем n-кратный интеграл записывать как однократный.

Очевидно, что при $\varepsilon = 0$ оператор A совпадает с обычным дифференцированием по координате x_j, а потому действие квадрата оператора должно быть определено как

$$A_{x_j}^2 f = -\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} k_{x_j}^{2(1-\varepsilon)} f_k e^{i\sum\limits_{j=1}^{n} k_{x_j}^{1-\varepsilon} x_j^{1-\varepsilon}} d^n k \tag{2}$$

Благодаря обобщенному на наш случай уравнению Фурье (см. [1])

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi A^2 T, \tag{3}$$

где χ — коэффициент температуропроводности в пространстве размерности $d - \varepsilon$ получаем с помощью (2)

$$\dot{T}_t = -\chi \sum_{j=1}^{n} k_{x_j}^{2(1-\varepsilon)} T_k \tag{4}$$

Решая уравнение (4), и совершая обратное преобразование Фурье, находим

$$T_x = \frac{1}{(2\pi)^n} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_{x'} e^{-\chi t \sum\limits_{j=1}^{n} f\left(k_{x_j}\right)} d^n x' d^n k, \tag{5}$$

где

$$f\left(k_{x_j}\right) = k_{x_j}^{2(1-\varepsilon)} + \frac{i}{\chi t} k_{x_j}^{1-\varepsilon} \left(x'^{1-\varepsilon}_j - x_j^{1-\varepsilon}\right).$$

Вычисление интеграла (5) по переменным k мы осуществили благодаря методу перевала. Это привело к результату

$$\begin{aligned}
T_x = \frac{1}{(2\pi)^n} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_{x'} e^{-\chi t \sum\limits_{j=1}^{n} f(k_j)} d^n x' d^n k = \\
= \frac{1}{(2\pi)^n} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_{x'} \left[\prod_{j=1}^{n} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\chi t f(k_j)} dk_j \right] d^n x' = \\
= \frac{1}{(2\pi)^n} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_{x'} e^{-\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} u_j^2}{4\chi t}} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{n}{2}} \left((\varepsilon - 1) \sin \frac{\varepsilon\pi}{\varepsilon - 1} \left(\frac{\varepsilon}{2} (2\chi t)^{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} + \right.\right. \\
\left.\left. + \chi t (1 - 2\varepsilon)(2\chi t)^{\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}} \right)^{-\frac{1}{2}} \right)^n \times \\
\times \left(\sqrt{\sin \frac{2\varepsilon\pi}{\varepsilon - 1}} + 2 \sin^2 \frac{\varepsilon\pi}{2(\varepsilon - 1)} \right)^n \prod_{j=1}^{n} u_j^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon - 1}} d^n x'
\end{aligned} \tag{6}$$

где $u_j = x'^{1-\varepsilon}_j - x_j^{1-\varepsilon}$.

Заметим, что седловая точка здесь есть

$$k_{x_j} = k^0_{x_j} = \frac{i}{2\chi t}\left(x_j^{1-\varepsilon} - {x'}_j^{1-\varepsilon}\right). \tag{7}$$

В процессе вычисления (6) были использованы следующие интегралы

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\chi t f\left(k_{x_j}\right)} dk_{x_j} = e^{-\frac{u_j^2}{4\chi t}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{(A(u_j)+iB(u_j))(k_{x_j}-k_0)^2} dk_{x_j}, \tag{8}$$

где

$$A\left(u_j\right) = \cos\frac{\varepsilon\pi}{\varepsilon-1}\left(\varepsilon-1\right) u_j^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon-1}} \left(\frac{\varepsilon}{2}\left(2\chi t\right)^{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} + \chi t\left(1-2\varepsilon\right)\left(2\chi t\right)^{\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}}\right),$$

$$B\left(u_j\right) = \sin\frac{\varepsilon\pi}{\varepsilon-1}\left(\varepsilon-1\right) u_j^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon-1}} \left(\frac{\varepsilon}{2}\left(2\chi t\right)^{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} + \chi t\left(1-2\varepsilon\right)\left(2\chi t\right)^{\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}}\right).$$

Если ввести сокращенное обозначение $m_x = k_x - k_0$, то отсюда следует

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\chi t f(k_{x_j})} dk_{x_j} =$$

$$= \mathrm{Re}\left(e^{-\frac{u_j^2}{4\chi t}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-|A(u_j)m_{x_j}^2|}\left(\cos B(u_j)m_{x_j}^2 + i\sin B(u_j)m_{x_j}^2\right) dm_{x_j}\right) =$$

$$= e^{-\frac{u_j^2}{4\chi t}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-|A(u_j)|m_{x_j}^2} \cos B(u_j)m_{x_j}^2 dm_{x_j}. \tag{9}$$

Получившийся, в свою очередь, интеграл (9) легко вычисляется благодаря методу дифференцирования по параметру.

В итоге оказывается, что (ср. с [2], см. также [3], [4])

$$\int\limits_{0}^{+\infty} e^{-\alpha x^2}\cos\beta x^2 dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{2\alpha\beta} - \alpha + \sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt{\beta}\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \tag{10}$$

Следовательно,

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-\chi t f\left(k_{x_j}\right)} dk_{x_j} =$$

$$= e^{-\frac{u_j^2}{4\chi t}}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(\left(\varepsilon-1\right)\sin\frac{\varepsilon\pi}{\varepsilon-1} u_j^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon-1}}\left(\frac{\varepsilon}{2}\left(2\chi t\right)^{\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}} + \chi t\left(1-2\varepsilon\right)\left(2\chi t\right)^{\frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)\times$$

$$\times\left(\sqrt{\sin\frac{2\varepsilon\pi}{\varepsilon-1}} + 2\sin^2\frac{\varepsilon\pi}{2\left(\varepsilon-1\right)}\right) \tag{11}$$

Список литературы

1. *Гладков С.О.* К теории одномерной и квазиодномерной теплопроводности // ЖТФ, 1997. Т.67. Вып.7. С.8–12.
2. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. М., 1962. 807с.
3. *Гладков С.О.* Сборник задач по теоретической и математической физике. М.: Физматлит, 2006. 456 с.
4. *М.Шредер.* Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск., 2001. 528 с.

АНАЛОГ УСЛОВИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОСТИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ ОДНОГО ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ СОДЕРЖАЩЕГО КВАДРАТИЧНОЕ ПО u_t ВЫРАЖЕНИЕ*

Будочкина С.А.

Российский университет дружбы народов

117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6

Тел.: (495)9523583, e-mail: sbudotchkina@yandex.ru

Рассматривается операторное эволюционное уравнение вида

$$N(u) \equiv P_{3u}u_t^2 + P_{2u}u_{tt} + P_{1u}u_t + Q(u) = 0, \qquad (1)$$

$$t \in [t_0, t_1] \subset \mathbb{R}, \quad u \in D(N) \subseteq U \subseteq V.$$

Здесь и далее предполагается, что P_{iu} — линейные операторы, вообще говоря, нелинейным образом зависящие от u $(i = \overline{1,3})$; Q — произвольный оператор, вообще говоря, нелинейный; $D(N)$ — область определения оператора N; U, V — линейные нормированные пространства.

Будем считать, что билинейная форма

$$\Phi(\cdot,\cdot) = \int_{t_0}^{t_1} \langle \cdot,\cdot \rangle \, dt : V \times U \to \mathbb{R} \qquad (2)$$

является невырожденной.

Обозначим

$$\delta N(u,h) \equiv \frac{d}{d\varepsilon} N(u+\varepsilon h)\Big|_{\varepsilon=0} = N_u' h, \quad \tilde{N}_u'(g;h) = \frac{d}{d\varepsilon} \tilde{N}_{u+\varepsilon h} g\Big|_{\varepsilon=0},$$

$$N_u''(h_1,h_2) = \frac{\partial^2}{\partial\varepsilon_1 \partial\varepsilon_2} N(u+\varepsilon_1 h_1 + \varepsilon_2 h_2)\Big|_{\varepsilon_1=\varepsilon_2=0}.$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №06.01.00341а)

Следуя [1,2], оператор N уравнения (1) будем называть потенциальным на $D(N)$ относительно билинейной формы (2), если существует функционал $F_N : D(F_N) = D(N) \to \mathbb{R}$ такой, что

$$\delta F_N[u,h] = \Phi(N(u),h) \quad \forall u \in D(N), \quad \forall h \in D(N'_u).$$

Теорема. *Пусть* $D_t^* = -D_t$ *на* $D(N'_u)$. *Тогда оператор* N *вида* (1) *является потенциальным на* $D(N)$ *относительно билинейной формы* (2) $\Longleftrightarrow$ $\forall u \in D(N)$, $\forall t \in [t_0, t_1]$ *выполняются следующие условия на* $D(N'_u)$:

$$P_{2u} = P_{2u}^*,$$

$$P_{1u} - 2\frac{\partial P_{2u}^*}{\partial t} + P_{1u}^* = 0,$$

$$u_t P_{3u}^* - P_{2u}^{*\prime}(\cdot; u_t) + P_{3u}(u_t(\cdot)) = 0,$$

$$-\frac{\partial^2 P_{2u}^*}{\partial t^2} + \frac{\partial P_{1u}^*}{\partial t} + Q'_u - Q'^*_u = 0,$$

$$-\left(\frac{\partial P_{2u}^*}{\partial t}\right)'_u (\cdot; u_t) - \frac{\partial P_{2u}^{*\prime}}{\partial t}(\cdot; u_t) +$$

$$+ P_{1u}^{*\prime}(\cdot; u_t) + P'_{1u}(u_t; \cdot) - [P'_{1u}(u_t; \cdot)]^* + 2u_t \frac{\partial P_{3u}^*}{\partial t} = 0,$$

$$P'_{2u}(u_{tt}; \cdot) - P_{2u}^{*\prime}(\cdot; u_{tt}) - [P'_{2u}(u_{tt}; \cdot)]^* + 2u_{tt} P_{3u}^* = 0,$$

$$-P_{2u}^{*\prime\prime}(\cdot; u_t; u_t) + P'_{3u}(u_t^2; \cdot) - [P'_{3u}(u_t^2; \cdot)]^* + 2u_t P_{3u}^{*\prime}(\cdot; u_t) = 0.$$

Список литературы

1. *Филиппов В.М., Савчин В.М., Шорохов С.Г.* Вариационные принципы для непотенциальных операторов // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Новейшие достижения. Т.40. – М.: ВИНИТИ, 1992. – 178с.
2. *Савчин В.М.* Математические методы механики бесконечномерных непотенциальных систем. М.:РУДН, 1991.

СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ В СЛУЧАЕ СМЕНЫ УСТОЙЧИВОСТИ

Бутузов В.Ф.

МГУ им. М.В. Ломоносова

Москва, Россия

e-mail: `butuzov@phys.msu.ru`

В классической работе А.Н. Тихонова [1] исследован вопрос о предельном переходе при $\varepsilon \to 0$ ($\varepsilon > 0$ — малый параметр) от решения задачи Коши для сингулярно возмущенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к решению вырожденной системы, которая получается из исходной при $\varepsilon = 0$. Существенным условием в теореме Тихонова и также в более поздних работах, посвященных исследованию различных классов сингулярно возмущенных задач, является условие изолированности корня вырожденного уравнения. При нарушении этого условия вопрос о предельном переходе становится более сложным, и положительный ответ на него получается только при определенных дополнительных требованиях.

В последние годы активно изучаются сингулярно возмущенные задачи, в которых корни вырожденного уравнения пересекаются в некоторой точке (в многомерном случае — на некоторой линии или поверхности) и, как следствие, нарушается изолированность корня в окрестности этой точки (линии или поверхности). Такая ситуация характерна для ряда задач химической кинетики. При переходе через точку (линию или поверхность) пересечения корней происходит изменение их типа устойчивости, как точек покоя соответствующей присоединенной системы (устойчивый корень становится неустойчивым и наоборот). Поэтому этот случай получил название случая смены устойчивости. Обзор ряда результатов по задачам со сменой устойчивости содержится в [2]. Для различных классов сингулярно возмущенных задач (начальных и краевых, для обыкновенных уравнений и в частных производных, для скалярных уравнений и систем) установлены условия, при которых справедлива теорема о предельном переходе.

В докладе будет рассказано о последних результатах по задачам со сменой устойчивости. В частности, речь пойдет о системе эллиптических уравнений ($\varepsilon > 0$ — малый параметр, Δ — оператор Лапласа)

$$\varepsilon^2 \Delta u = g(u,\, v,\, x,\, \varepsilon),\ \Delta v = f(u,\, v,\, x,\, \varepsilon), \quad x \in D \subset \mathbb{R}^2 \tag{1}$$

с краевыми условиями Дирихле на границе области D. Предполагается, что вырожденное уравнение $g(u,\, v,\, x,\, 0) = 0$ имеет два корня $u = \varphi_1(v,\, x)$ и $u = \varphi_2(v,\, x)$, которые пересекаются на поверхности $v = v_0(x)$. По одну сторону от этой поверхности устойчивым является корень $\varphi_1(v,\, x)$, а по другую — корень $\varphi_2(v,\, x)$. С помощью устойчивых ветвей этих корней образуется составной корень вырожденного уравнения, негладкий на поверхности $v = v_0(x)$. С помощью этого корня решается второе уравнение системы. При этом область D разбивается на две части D_1 и D_2: в D_1 вместо u подставляется $\varphi_1(v,\, x)$, в D_2 — $\varphi_2(v,\, x)$. В результате получается решение $\hat{u}(x)$, $\hat{v}(x)$ вырожденной задачи, причем $\hat{u}(x) = \varphi_1(\hat{v}(x),\, x)$ в D_1 и $\hat{u}(x) = \varphi_2(\hat{v}(x),\, x)$ в D_2. Доказано, что при определенных условиях существует решение $u(x,\, \varepsilon)$, $v(x,\, \varepsilon)$ поставленной задачи, удовлетворяющее предельным равенствам

$$\lim_{\varepsilon\to 0} u(x,\, \varepsilon) = \hat{u}(x), \ \lim_{\varepsilon\to 0} v(x,\, \varepsilon) = \hat{v}(x), \quad x \in D.$$

Это решение является стационарным решением соответствующей параболической задачи (в левые части системы (1) нужно добавить $(-u_t)$ и $(-v_t)$). Доказано, что стационарное решение $u(x,\, \varepsilon)$, $v(x,\, \varepsilon)$ является асимптотически устойчивым по Ляпунову, и найдена его локальная область влияния. Открытым остается вопрос о глобальной области влияния этого решения.

Список литературы

1. *Тихонов А.Н.* Системы дифференциальных уравнений, содержащих малые параметры при производных // Матем. сб. 1950. Т. 27 (69). №1. С. 575–586.
2. *Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н., Шнайдер К.Р.* Сингулярно возмущенные задачи в случае смены устойчивости // Итоги науки и техники. Сер. «Соврем. матем. и ее прилож.». Тематические обзоры. Дифференц. ур-ния. Сингулярные возмущения. М; ВИНИТИ: 2002. Т. 109. С. 5–242.

О ПОСТРОЕНИИ ДВУХСОЛИТОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Викторова О.Д.

МГУ

Россия, 119899, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет

e-mail: olgaviktorova@ya.ru

Рассматриваются двухсолитонные псевдосферические поверхности (гауссова кривизна $K=-1$), отвечающие решению $\omega_2^{(1,2)}(u,v)$

$$\omega_2^{(1,2)}(u,v) = 4\,\mathrm{arctg}\left(\frac{k_1+k_2}{k_1-k_2}\,\frac{e^{k_1u+\frac{v}{k_1}}-e^{k_2u+\frac{v}{k_2}}}{1+e^{k_1u+\frac{v}{k_1}}e^{k_2u+\frac{v}{k2}}}\right). \tag{1}$$

уравнения sin-Гордона

$$\omega_{uv} = \sin\omega. \tag{2}$$

Предлагается построение таких поверхностей методом преобразования Бэклунда. Связь искомого решения $\omega_n(u,v)$ уравнения (2) с уже известным его решением $\omega_{n-1}(u,v)$ реализуется посредством соотношений (см. [1])

$$\begin{aligned}\frac{\partial\omega_n}{\partial u} &= \frac{\partial\omega_{n-1}}{\partial u} + 2k\sin\frac{\omega_n+\omega_{n-1}}{2},\\ \frac{\partial\omega_n}{\partial v} &= -\frac{\partial\omega_{n-1}}{\partial v} + 2k\sin\frac{\omega_n-\omega_{n-1}}{2},\end{aligned}\qquad k=\mathrm{const}\,. \tag{3}$$

Алгебраическая связь между решениями, полученными с помощью преобразования (3), имеет вид

$$\omega_{n+1} = \omega_{n-1} + 4\,\mathrm{arctg}\left(\frac{k_i+k_j}{k_i-k_j}\,\mathrm{tg}\,\frac{\omega_n^i-\omega_n^j}{4}\right), k_i, k_j = \mathrm{const}, \quad k_i\neq k_j. \tag{4}$$

Полагая в (3) $\omega_0=0$, получаем выражение для функции $\omega_1^{(i)}(u,v)$

$$\omega_1^{(i)}(u,v) = 4\,\mathrm{arctg}\left(e^{k_iu+\frac{v}{k_i}}\right), \quad k_i=\mathrm{const}\,. \tag{5}$$

Согласно (4) можно получить бесконечное семейство решений $\omega_n(u,v)$. Каждому решению $\omega_n(u,v)$ уравнения (1) соответствует определенная псевдосферическая поверхность (n-солитонная поверхность). Для $n=1$

при $k_i = 1$ это псевдосфера (отсюда и название — псевдосферические поверхности):

$$\begin{aligned} X(u,v) &= -\frac{\sin(u-v)}{\cosh(u+v)}, \\ Y(u,v) &= \frac{\cos(u-v)}{\cosh(u+v)}, \\ Z(u,v) &= u+v-\tanh(u+v). \end{aligned} \tag{6}$$

При $k_i \neq 1$ односолитонному решению (5) соответствует так называемая поверхность Дини (см. [2]):

$$\begin{aligned} X(u,v) &= -\frac{2k_i}{1+k_i^2}\frac{\sin(u-v)}{\cosh(k_i u + v/k_i)}, \\ Y(u,v) &= \frac{2k_i}{1+k_i^2}\frac{\cos(u-v)}{\cosh(k_i u + v/k_i)}, \\ Z(u,v) &= u+v-\tanh(k_i u + v/k_i). \end{aligned} \tag{7}$$

Как известно, между радиус-векторами $\vec{r}_n$ и $\vec{r}_{n-1}$ поверхностей, соответствующих последовательным итерациям ω_n и ω_{n-1} преобразования Бэклунда (3), также существует связь, выражаемая следующим соотношением:

$$\vec{r}_n = \vec{r}_{n-1} + \frac{L}{\sin\omega_{n-1}}\left[\sin\left(\frac{\omega_{n-1}-\omega_n}{2}\right)(\vec{r}_{n-1})_u + \right. \\ \left. + \sin\left(\frac{\omega_{n-1}+\omega_n}{2}\right)(\vec{r}_{n-1})_v\right], \tag{8}$$

где $L = |\vec{r}_n - \vec{r}_{n-1}| = \text{const}$ (без ограничения общности положим далее $L \equiv 1$).

Для радиус-вектора $\vec{r}_2^{(1,2)}(u,v)$ двухсолитонной поверхности, отвечающей решению (1) уравнения (2) соотношение (8) примет вид

$$\vec{r}_2^{(1,2)} = \vec{r}_1^{(1)} + \frac{1}{2}\frac{\cos\frac{\omega_2^{(1,2)}}{2}}{\cos\frac{\omega_1^{(1)}}{2}}\left((\vec{r}_1^{(1)})_u + (\vec{r}_1^{(1)})_v\right) - \\ -\frac{1}{2}\frac{\sin\frac{\omega_2^{(1,2)}}{2}}{\sin\frac{\omega_1^{(1)}}{2}}\left((\vec{r}_1^{(1)})_u - (\vec{r}_1^{(1)})_v\right), \tag{9}$$

где $\vec{r}_1^{(1)}(u,v) = \{X(u,v), Y(u,v), Z(u,v)\}$ — радиус-вектор поверхности Дини (7), а $\omega_1^{(1)}(u,v)$ и $\omega_2^{(1,2)}(u,v)$ — известные решения уравнения (2), определяемые выражениями (5) и (1), соответственно.

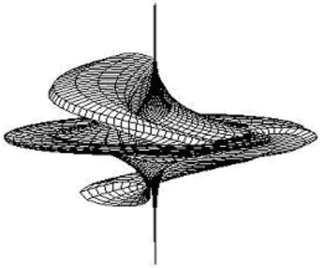


Рис.7

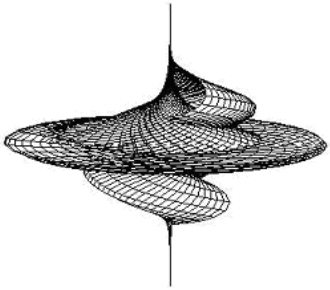


Рис.8

В математическом пакете Maple были построены двухсолитонные поверхности (9) при различных комбинациях значений параметров k_1 и k_2. Например, при значениях $k_1 = 1$, $k_2 = 5$ ($k_1 k_2 > 0$) получается поверхность, изображенная на Рис. 7, а при значениях $k_1 = 1$, $k_2 = -4$ ($k_1 k_2 < 0$) — поверхность, изображенная на Рис. 8.

В дальнейшем планируется составить полную классификацию двухсолитонных поверхностей в зависимости от значений параметров k_1 и k_2.

Список литературы

1. *Пелиновский Е.Н.* Некоторые точные методы в теории нелинейных волн // Изв. высш. учебн. завед. Сер. радиофизика. – 1976. л – № 5.С. 883–901.
2. *Bianchi L.* Lezioni di geometria differenziale. – Bologna, 1927.

О СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ТЕОРИИ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Власов В.В.

МГУ, им. М. В. Ломоносова

В докладе будут приведены результаты о разрешимости и асимптотическом поведении решений функционально-дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Наряду с этим, будут рассмотрены спектральные вопросы, посвященные изучению оператор-функций, являющихся символами указанных уравнений в автономном случае, а также вопросы, связанные с изучением полноты и базисности Рисса системы экспоненциальных решений. В качестве приложения будет обсуждаться уравнение Гуртина-Пипкина, описывающее процесс распространения тепла в средах с памятью.

ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Волосова А.К., Волосов К.А.

Московский университет путей сообщения

Методом не фиксированной замены переменных построены новые решения квазилинейных и классических полулинейных параболических уравнений Зельдовича, Фитц–Хью–Нагумо–Семенова, Колмогорова–Петровского–Пискунова–Фишера. Указана их связь с уравнением Бюргерса и следовательно с линейным параболическим уравнением.

Метод не фиксированной, «конструктивной» замены переменной является переносом идеи построения решений ОДУ высокого порядка к системе уравнений первого порядка на уравнения с частными производными всех типов [3], см.также [1]–[4]. Рассмотрим и опишем следующий из метода факт существования замены переменных связывающей все дважды непрерывно дифференцируемые решения уравнения Бюргерса с стационарными решениями квазилинейных и полулинейных параболических уравнений, с целью привлечения к нему внимания специалистов.

Теорема *Пусть решение* $Z(x,t) \in C^2[\mathbb{R}\times[0,t_0]]$ *квазилинейного параболического уравнения*

$$Z'_t - (K(Z)Z'_x)'_x + F(Z) = 0,$$

где $K(Z)$; $F(Z) \in C[\mathbb{R}^+]$, связано с уравнением Бюргерса

$$U'_\delta - UU'_\xi - U''_{\xi\xi} = 0$$

заменой переменных $Z(x,t)|_{x=x(\xi,\delta),\ t=t(\xi,\delta)} = U(\xi,\delta)$.

Тогда функция $t(\xi,\delta) = \int Co(\delta)\,d\delta$ — произвольная функция, где $Co(\delta) \in C^2[R]$, а $x(\xi,\delta) \in C^2[R\times R]$ определяется системой

$$x'_\xi = \frac{K(U)U'_\xi}{Y(\xi,\delta)}, \quad x'_\delta = \frac{-Co(\delta)YY'_\xi + Co(\delta)K(U)F(U)U'_\xi + K(U)U'_\xi U'_\delta}{YU'_\xi},$$

где $Y(\xi,\delta) = \pm\sqrt{2}\sqrt{C + \int\limits_{co}^{U(\xi,\delta)} K(\theta)F(\theta)\,d\theta}$, где C, Co — константы. □

В случае, когда эти константы равны $C = 1/4$, $co = 0$, замена для именных классических полулинейных уравнений вычисляются и имеет вид:

1) для уравнения Фитц–Хью–Нагумо–Семенова, в качестве примера, приведем более подробные выкладки $K(Z) = 1$, $F(Z) = -Z(1-Z^2)$, $x(\xi,\delta) = \frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(\frac{U(\xi,\delta)-1}{U(\xi,\delta)+1}\right)$, то есть $x'_\xi = -\sqrt{2}\,\frac{U'_\xi}{(1-U^2)}$, $x'_\delta = -\sqrt{2}\,\frac{U'_\delta}{(1-U^2)}$.

Рассмотрим решение уравнения Бюргерса $U(\xi,\delta) = \frac{4\xi+2A}{\xi^2+A\xi+2\delta+B}$, A,

B — константы. Возьмем $\delta = t$ и вычислим, в одном из вариантов

$$\xi = \frac{4 - A - 4\exp(\sqrt{2}x) - A\exp(\sqrt{2}x) - \sqrt{D}}{2(1+\exp(\sqrt{2}x))},$$

где $D = A^2(1+\exp(\sqrt{2}x))^2 - 4(B(1+\exp(\sqrt{2}x))^2 + 2(-2+(t-2)\exp(2\sqrt{2}x) + +t+2(t+2)\exp(\sqrt{2}x)))$. Тогда $Z(x,t) = \dfrac{1+\exp(\sqrt{2}x)}{1-\exp(\sqrt{2}x)}$. Интересно, отметить, что все имеющиеся в справочниках решения уравнения Бюргерса пересчитываются (отображаются) в эту же функцию.

2) для уравнения Колмогорова–Петровского–Пискунова–Фишера

$$K(Z) = 1, \quad F(Z) = -Z(1-Z), \quad x(\xi,\delta) = 2\,\mathrm{arctg}(\sqrt{-1+2U(\xi,\delta)/3}),$$

функция $Z(x,t) = \dfrac{3}{2}\,(\sec(x/2))^2$;

3) для уравнения Зельдовича

$$K(Z) = 1, \quad F(Z) = -Z^2(1-Z), \quad x(\xi,\delta) = \sqrt{\frac{-6+9U(\xi,\delta)/2}{U(\xi,\delta)}},$$

функция $Z(x,t) = \dfrac{12}{9-2x^2}$.

Автор благодарен В.П. Маслову, М.В. Карасеву, С.Ю. Доброхотову, А.А. Меликяну, А.Д. Полянину, В.Г. Данилову за внимание к работе и полезные советы.

Список литературы

1. *Volosov K.A.* New Method of the constrution of solutions of the quasilinear parabolic equation in the parametric form// Материалы научной конфер. Герценовские чтения,(17–22 04.2006), С-Петербург,2006 с.35–40.
2. *Волосов К.А.* Construction of solutions of quasilinear parabolic equations in parametric form// Дифф. уравн. 2007, Т.43, В.4, С.492–497, Differential Equations, 2007, V. 43,N 4, P.507–512.
3. *Волосов К.А.* Thesis of Doctoral Dissertation in Mathematics and Physics. Диссертация на соискание уч.ст. д.ф-м.н., «Методика анализа эволюционных систем с распределенными параметрами», 2007, МИЭМ, `http:// eqworld.ipmnet.ru`.
4. *Volosov K.A.* Implicit Formulas for Exact Solutions of Quasilinear partial Differential Equations// Доклады АН 2008, т.77, №1, С.1–4. Doklady Akademii Nauk. 2008, V.418, No.1, pp.11–14.

О ПОСТРОЕНИИ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНЫХ АНАЛОГОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ И РИККАТИ ПО ИЗВЕСТНЫМ ЧАСТНЫМ РЕШЕНИЯМ

Воронкина Н.А.

Белорусский государственный университет

Минск, Беларусь

e-mail: natali_voronkina@mail.ru

Известно, что общее решение линейного дифференциального уравнения можно построить по его частным решениям. Естественно, встает задача о возможности построения общего решения нелинейных уравнений по заданным частным решениям. Эта задача решается с помощью методов симметрийного анализа. Известны классы уравнений, которые при помощи частных решений могут быть сведены к уравнению первого порядка. Далее симметрийные методы не работают, ибо указанная группа уравнения первого порядка — бесконечномерная.

Задачей работы [1] было нахождение всех уравнений первого порядка, общее решение которых является функцией его частных решений. Таковыми оказались только уравнения Абеля. Было получено достаточное условие интегрируемости, которое, вполне возможно, является и необходимым. Это не доказано, но все имеющиеся примеры интегрируемости входят в рассматриваемый случай. В рассуждениях работы [1] использовались условия Фробениуса полной интегрируемости уравнения Пфаффа.

Условия Фробениуса для разностных уравнений не являются необходимыми и в этом смысле разностное уравнение Абеля богаче дифференциального.

В качестве разностного уравнения Риккати выбирают уравнение

$$u(k)u(k+1)+p(k)u(k+1)+q(k)u(k)+r(k)=0, \tag{1}$$

формально не похожее на соответствующее дифференциальное уравнение [2]. Такой выбор обусловлен свойствами (1), присущими только дифференциальному уравнению Риккати. Именно, лишь (1) инвариантно относительно дробно-линейного преобразования искомой функции.

Пусть $u(k), u_1(k), u_2(k), u_3(k)$ — любые четыре разные решения уравнения (1). Тогда соотношение

$$\frac{(u(k)-u_2(k))\,(u_3(k)-u_1(k))}{(u(k)-u_1(k))\,(u_3(k)-u_2(k))}=c. \tag{2}$$

определяет общее решение $u(k)$ уравнения (1), если известны решения $u_1(k), u_2(k), u_3(k)$.

Разностные уравнения

$$(y(k) + b(k))y(k+1) = a_2(k)y^2(k) + a_1(k)y(k) + a_0(k),$$

$$y(k+1) = f_3(k) \cdot y^3(k) + f_2(k) \cdot y^2(k) + f_1(k) \cdot y(k) + f_0(k),$$

переводимые друг в друга дробно-линейными преобразованиями неизвестной функции, аналогичными [3], естественно считать разностными аналогами дифференциального уравнения Абеля.

Многие свойства разностных уравнений аналогичны свойствам дифференциальных уравнений [1,4,5], ибо последние чаще всего можно получить из разностных уравнений предельным переходом. Но свойства решений дифференциальных уравнений, полученные с использованием гладкости (непрерывности или дифференцируемости) входящих в уравнение функций, на разностные уравнения автоматически распространить нельзя. Тем не менее, некоторые разностные аналоги можно получить, изменив доказательства.

Известно, что общее решение как дифференциального, так и разностного линейного уравнения и уравнения Риккати всегда можно представить в виде функции его частных решений. Известно, что уже для дифференциального уравнения Абеля такое представление общего решения невозможно [1, 3].

Вообще говоря, общее решение разностного аналога дифференциального уравнения Абеля не является функцией конечного числа его независимых частных решений. Общее решение разностного аналога дифференциального уравнения Абеля можно представить как функцию его трех частных решений и независимой переменной.

Список литературы

1. *Горбузов В.Н., Самодуров А.А.* Уравнения Риккати и Абеля. Учебное пособие по спецкурсу. – Гродно: ГрГУ, 1986. – 101с.
2. *R.P. Agurwal.* Difference Equations and Inequalities. New York – Basel – Hong Kong, 1992.
3. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1971. – 576с.
4. *Брызгалова Н.А., Самодуров А.А., Санюкевич А.В.* Один из способов представления решения нелинейного разностного уравнения p-го порядка// Вестник Брестского государственного технического университета. Научно–теоретический журнал. Физика, математика, химия, 2001, №5, с.64–66.
5. *N. Brizgalova, A. Samodurov.* A method of reduction of a linear difference equation// Труды третьей международной конференции «Средства математического моделирования», Санкт–Петербург, 18–23 июня 2001. Изд-во СПбГТУ. Санкт–Петербург, 2001, с.9–11.

ОПТИМАЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ПО НЕТОЧНЫМ НАЧАЛЬНЫМ ДАННЫМ, ЗАДАННЫМ С ПОГРЕШНОСТЬЮ В РАВНОМЕРНОЙ НОРМЕ

Выск Н.Д.

Москва, МАТИ-РГТУ им. К.Э.Циолковского

Тел.: 8-9169730578, e-mail: vysk@yandex.ru

Рассматривается волновое уравнение с нулевыми граничными условиями и нулевой начальной скоростью

$$
\begin{gathered}
u_{tt} = u_{xx}, \\
u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \\
u(x,0) = f(x), \\
u_t(x,0) = 0.
\end{gathered}
$$

Предполагается, что что $f(\cdot) \in W_2^n([0,\pi])$, где

$$
W_2^n([0,\pi]) = \{\, f(\cdot) \in L_2([0,\pi]) : f^{(n-1)}(\cdot) \text{ абс. непр. на } [0,\pi], \\
\|f^{(n)}(\cdot)\|_{L_2([0,\pi])} \leqslant 1 \,\}.
$$

Ставится задача поиска оптимального метода восстановления решения волнового уравнения в момент времени $T > 0$ в предположении, что нам известны приближенные значения первых N коэффициентов Фурье функции $f(\cdot)$ $y_1, \ldots, y_N$, причем

$$
|a_j(f) - y_j| \leqslant \delta_j, \quad \delta_j > 0, \quad j = 1, ..., N. \tag{1}
$$

В качестве методов восстановления рассматриваются произвольные операторы φ:
$R^N \to L_2([0,\pi])$. *Погрешностью восстановления* для данного метода φ называется величина

$$
e(T, W_2^n([0,\pi]), F_\delta^N, \varphi) = \sup_{\substack{f(\cdot)\in W_2^n([0,\pi]),\ y=(y_1,\ldots,y)\in\mathbb{R}^N \\ |a_j(f)-y_j|\leqslant\delta_j,\ j=1,\ldots,N}} \|u(\cdot,T) - \varphi(y)(\cdot)\|_{L_2([0,\pi])}.
$$

Величина

$$
E(T, W_2^n([0,\pi]), F_\delta^N) = \inf_{\varphi:\mathbb{R}^N\to L_2([0,\pi])} e(T, W_2^n([0,\pi]), F_\delta^N, \varphi)
$$

называется *погрешностью оптимального восстановления*, а метод, на котором достигается нижняя грань, называется *оптимальным методом восстановления.*

Далее рассматривается более общая задача оптимального восстановления, к которой сводится поставленная задача. Пусть оператор $Q\colon X \to l_\infty$ задан равенством

$$
Qx = (\eta_1 x_1, \eta_2 x_2, \ldots),\ j \in \mathbb{N},
$$

где $x = (x_1, x_2, \ldots) \in X$, а

$$X = \left\{ x = (x_1, x_2, \ldots) : \|x\|_X = \sum_{j=1}^{\infty} \nu_j |x_j| < \infty \right\},$$

$\nu_j > 0$, $j \in \mathbb{N}$. Положим $\mu_j = \eta_j^2$. Ставится задача восстановления оператора Q по приближенным значениям первых N компонент $x_1, \ldots, x_N$, где $x \in W$,

$$W = \{ x \in X : \|x\|_X \leqslant 1 \}.$$

Считаем, что для каждого $x \in W$ нам известен вектор $y = (y_1, \ldots, y_N)$ такой, что

$$|x_j - y_j| \leqslant \delta_j, \quad j = 1, ..., N.$$

В качестве методов восстановления рассматриваются всевозможные отображения $\varphi\colon l_\infty^N \to l_2$. Погрешность восстановления для данного метода φ определяется равенством

$$e(Q, W, I_N, \delta, \varphi) = \sup_{\substack{x \in W,\ y \in l_\infty^N \\ |x_j - y_j| \leqslant \delta_j,\ j=1,\ldots,N}} \|Qx - \varphi(y)\|_{l_2}$$

(здесь $\delta = (\delta_1, ..., \delta_N), I_N x = (x_1, \ldots, x_N))$. Погрешностью оптимального восстановления называется величина

$$E(Q, W, I_N, \delta) = \inf_{\varphi: l_\infty^N \to l_2} e(Q, W, I_N, \delta, \varphi), \tag{2}$$

а метод, на котором достигается нижняя грань, называется оптимальным методом восстановления оператора Q на классе W по информации I_N, заданной с погрешностью в норме l_∞^N.

Найдены оптимальный метод восстановления и погрешность оптимального восстановления. Полученный результат применяется к решению задачи оптимального восстановления решения волнового уравнения.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ И ГРАНИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ

Гандель Ю.В.

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Харьков, Украина

e-mail: `Yuriy.V.Gandel@univer.kharkov.ua`

Определения. Сингулярный интеграл в смысле главного значения (v.p.) по Коши

$$v.p.\int\limits_a^b \frac{F(x)}{x-x_0}dx \equiv \lim_{\varepsilon\to+0}\left\{\int\limits_a^{x_0-\varepsilon}\frac{F(x)}{x-x_0}dx+\int\limits_{x_0+\varepsilon}^b\frac{F(x)}{x-x_0}dx\right\}$$

Гиперсингулярный интеграл в смысле конечной части (f.p.) по Адамару (a.)

$$a.f.p.\int\limits_a^b \frac{F(x)}{(x-x_0)^2} \equiv \lim_{\varepsilon\to+0}\left\{\int\limits_a^{x_0-\varepsilon}\frac{F(x)}{(x-x_0)^2}+\int\limits_{x_0+\varepsilon}^b\frac{F(x)}{(x-x_0)^2}-\frac{2F(x_0)}{\varepsilon}\right\}$$

Функциональные пространства и операторы в них.

В пространстве полиномов Π с базисом Гамеля $\{U_{n-1}(t)\}_{n=1}^{\infty}$, где $U_{n-1}(t)$ полиномы Чебышева II рода, степени $n-1$, вводятся следующие операторы [1]:

$$(Au)(t_0) \equiv \frac{1}{\pi}a.f.p.\int\limits_{-1}^1 \frac{u(t)}{(t_0-t)^2}\sqrt{1-t^2}dt$$

$$\left(\Gamma^{-1}u\right)(t_0) \equiv \frac{1}{\pi}v.p.\int\limits_{-1}^1 \frac{u(t)}{t_0-t}\sqrt{1-t^2}dt$$

при этом имеют место следующие соотношения:

$$\Gamma^{-1} : U_{n-1}(t) \mapsto T_n(t_0),$$

где $T_n(t_0)$ — полином Чебышева I рода, степени n.

$$A = -D\Gamma^{-1}, \quad A : U_{n-1}(t) \mapsto -nU_{n-1}(t_0)$$

Скалярные произведения [2] в парах пространств полиномов Π^I и Π^{II}

$$(u,v)^I \equiv \int\limits_{-1}^1 u(t)\overline{v(t)}\sqrt{1-t^2}dt+$$

$$+\int\limits_{-1}^1 \left(u(t)\sqrt{1-t^2}\right)'\left(\overline{v(t)}\sqrt{1-t^2}\right)'\sqrt{1-t^2}dt$$

$$(u,v)^{II} \equiv \int\limits_{-1}^1 u(t)\overline{v(t)}\sqrt{1-t^2}dt$$

Пополняя пространства полиномов по нормам, порожденным введенными скалярными произведениями, приходим к паре гильбертовых пространств, которые обозначим соответственно L^I и L^{II} ($\{U_{n-1}(t)\}_{n=1}^{\infty}$ - ортогональный базис). Расширение операторов A и Γ^{-1} на введенную пару гильбертовых пространств будем обозначать теми же символами. Имеют место следующие соотношения:

$$\Gamma^{-1} : L^I \to L^{II} : U_{n-1} \mapsto T_n\left(t_0\right),$$

$-D\Gamma^{-1} = A$ (это соотношение проверяется на базисе).

$$A : L^I \to L^{II} : U_{n-1}\left(t\right) \mapsto -nU_{n-1}\left(t_0\right)$$

Имеет место *параметрическое представление* псевдодифференциального оператора A:

$$\begin{cases} u\left(t\right) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} C_n U_{n-1}\left(t\right) & u \in L^I \\ \left(Au\right)\left(t_0\right) = -\sum\limits_{n=1}^{\infty} nC_n U_{n-1}\left(t_0\right) & \end{cases}$$

Параметрические представления псевдодифференциального оператора A и ряда других псевдодифференциальных и интегральных операторов нашли широкое применение при выводе граничных интегральных уравнений смешанных краевых задач математической теории дифракции [3], а так же при построении дискретных математических моделей для численного решения [4] широкого класса указанных задач.

Выводу граничных псевдодифференциальных и интегральных уравнений задач дифракции на решетках [5] посвящена заключительная часть доклада.

Список литературы

1. *Федоров Ю.И.* Потенциалы сопряженных пар линейных гиперболических уравнений // Сборник научных трудов международной научно-практической конференции, посв. юбилею академика Ильина В.А., Стерлитамак, 1998.
2. *Гандель Ю.В.* Лекции о численных методах для сингулярных интегральных уравнений: Уч. пособие, ч.1. Введение в методы вычислений сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков: Изд-во ХНУ, 2001. – 92 с.
3. *Гандель Ю.В., Еременко С.В., Полянская Т.С.* Математические вопросы метода дискретных токов. Обоснование численного метода дискретных особенностей решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн: Учебное пособие. Ч. II. – Х.: ХГУ, 1992. – 145 с.
4. *Гандель Ю.В., Лифанов И.К.* Новый подход к решению смешанных краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца // Дифференциальные уравнения. – 1998. – Т.34, №9. – С. 1246–1253.
5. *Гандель Ю.В., Кононенко А.С.* Обоснование численного решения одного гиперсингулярного интегрального уравнения // Дифференциальные уравнения. – 2006. – Т.42, №9. – С. 1256–1262.
6. *Гандель Ю.В.* Парные и гиперсингулярные интегральные уравнения задач дифракции электромагнитных волн на плоских решетках и экранах // Труды XI Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2003). Харков-Херсон. 2003. С. 53–58.

ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Голубничий К.В.

РУДН, каф. дифференциальных уравнений

117923 Москва, Орджоникидзе, 3

e-mail: kiril-golubnichi@yandex.ru

Рассмотрены прямая и обратная задачи для интегро-дифференциального уравнения, являющегося модифицированным уравнением переноса:

$$u_t(x,v,t) + (v,\nabla)u(x,v,t) + \Sigma(x,v,t)\,u_0(x,v,t) = \\ = \int\limits_V J\,(x,v,t,v')\,u(x,v',t)\,dv' + F(x,v,t)$$

(в обычном уравнении переноса вместо u_0 стоит u [1]). Это уравнение более удобно для исследования некоторых его нелинейных возмущений. Коэффициент поглощения представлен в виде

$$\Sigma\,(x,v,t) = \sigma\,(x,v)\,g\,(x,v,t) + \,h\,(x,v,t),$$

Множитель $\sigma(x,v)$ играет роль управления. Решением обратной задачи является пара $(u,\sigma) \in H_\infty(D) \times L_\infty(G \times V)$ (на самом деле только σ), и смысл задачи состоит в переводе с помощью σ системы из начального состояния $\varphi(x,v)$ в финальное состояние $\psi(x,v)$. Полученные результаты являются предварительными для нелинейных задач (линейные задачи иследованы ранее; см., например, [2]). Ранее были получены результаты, где управлением является множитель $f(x,v)$, в том числе, и для нелинейного уравнения (см., например, [3]). При рассмотрении обратной задачи для нашего уравнения использован известный метод [2], состоящий в сведении исходной задачи к интегральному уравнению. После этого с помощью принципа сжимающих отображений доказана корректная разрешимость интегрального уравнения.

Список литературы

1. *Хамди Н.* Задачи управляемости для нелинейных уравнений переноса. Дисс. канд. физ.-мат. наук. – М. : РУДН, 2004. – 155 с.
2. *Прилепко А.И., Волков Н.П.* Обратные задачи определения параметров нестационарного уравнения переноса по переопределениям интегрального типа // Дифф. уравнения. 1987. – Т. 23.
3. *Голубничий К.В.* Задачи управляемости для модифицированного уравнения переноса // Международная конференция «Дифференциальные уравнения и смежные вопросы», посвященная памяти И.Г. Петровского. Сборник тезисов. МГУ, Москва, 2007. С. 106.

ПРОБЛЕМА ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕИЗВЕСТНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ И СВОЙСТВА ИХ СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ

Гольдман Н.Л.
МГУ им. М.В. Ломоносова
Москва 111992
e-mail: `goldman@srcc.msu.ru`

Рассматривается обратная задача с финальным переопределением: найти функции $u(x,t)$ в области $\overline{Q} = \{0 \leqslant x \leqslant l, 0 \leqslant t \leqslant T\}$ и $f(x)$ при $0 \leqslant x \leqslant l$ из условий

$$c(x,t,u)u_t - Lu = p_0(x,t)f(x) + p_1(x,t), \quad (x,t) \in Q, \tag{1}$$

$$u|_{x=0} = v_0(t), \quad u|_{x=l} = v_1(t), \quad 0 < t \leqslant T, \tag{2}$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{3}$$

$$u|_{t=T} = g(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{4}$$

в предположении, что $Lu \equiv (a(x,t,u)u_x)_x - b(x,t,u)u_x - d(x,t,u)$ — равномерно эллиптический оператор, $a \geqslant a_{\min} > 0$, b, $c \geqslant c_{\min} > 0$, d, p_i, v_i $(i = 0, 1)$, φ и g — известные функции, $a_{\min}$, $c_{\min} = \mathrm{const} > 0$. Требования к входным данным состоят в следущем.

(i). При $(x,t) \in \overline{Q}$, $|u| < \infty$, функции a, a_x, a_u, b, c, d равномерно ограничены.

(ii). При $(x,t,u) \in \overline{D} = \overline{Q} \times [-M_0, M_0]$ $(M_0 \geqslant \max\limits_{(x,t)\in\overline{Q}} |u|)$ функции a и c принадлежат $H^{1,\lambda/2,1}(\overline{D})$, b, d, a_x, a_u, c_x и c_u принадлежат $H^{\lambda,\lambda/2,1}(\overline{D})$, $0 < \lambda < 1$.

(iii). Функции $p_0(x,t)$ и $p_1(x,t)$ принадлежат $H^{\lambda,\lambda/2}(\overline{Q})$, функции $v_0(t)$, $v_1(t)$ и $\varphi(x)$ принадлежат, соответственно, $H^{1+\lambda/2}[0,T]$ и $H^{2+\lambda}[0,l]$, $v_0(t)|_{t=0} = \varphi|_{x=0}$, $v_1(t)|_{t=0} = \varphi|_{x=l}$.

(iv). Функция $g(x) \in H^{2+\lambda}[0,l]$, выполнены условия согласования

$$c(x,T,g)v_{0t} - Lg|_{x=0,t=T} = \{p_0(x,T)f(x) + p_1(x,T)\}|_{x=0},$$
$$c(x,T,g)v_{1t} - Lg|_{x=l,t=T} = \{p_0(x,T)f(x) + p_1(x,T)\}|_{x=l},$$

в которых значения $f|_{x=0}$ и $f|_{x=l}$ удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} c(x,0,\varphi)v_{0t} - L\varphi|_{x=0,t=0} &= \{p_0(x,0)f(x) + p_1(x,0)\}|_{x=0}, \\ c(x,0,\varphi)v_{1t} - L\varphi|_{x=l,t=0} &= \{p_0(x,0)f(x) + p_1(x,0)\}|_{x=l}. \end{aligned} \tag{5}$$

В силу [1] требования (i)–(iii) обеспечивают однозначную разрешимость квазилинейной краевой задачи (1)–(3) в классе Гельдера $u(x,t) \in$

$\in H^{2+\lambda,1+\lambda/2}(\overline{Q})$ при любой функции $f(x) \in H^{\lambda}[0,l]$ в правой части уравнения (1), удовлетворяющей условиям (5). Требование (iv) является следствием (5) и условия согласования входных данных при $t = T$. Исходя из этого, решение обратной задачи (1)–(4) определяется как пара функций $\{u^0(x,t), f^0(x)\}$: $u^0(x,t) \in H^{2+\lambda,1+\lambda/2}(\overline{Q})$, $f^0(x) \in H^{\lambda}[0,l]$, $0 < \lambda < 1$, удовлетворяющих соотношениям (1)–(5) в обычном смысле.

Задача (1)–(4) относится к некорректно поставленным, что проявляется в возможном отсутствии решения и в его неустойчивости относительно погрешностей входных данных. Однако в случае существовании решения оно может обладать свойством единственности.

Основная цель работы — установить связь проблемы единственности $\{u^0(x,t), f^0(x)\}$ с проблемой плотности решений сопряженной задачи

$$(c(x,t,u^0)\psi)_t + \mathcal{L}^*\psi = 0, \quad 0 < x < l, \quad 0 \leqslant t < T, \tag{6}$$

$$\psi|_{x=0} = 0, \quad \psi|_{x=l} = 0, \quad 0 \leqslant t < T, \tag{7}$$

$$\psi|_{t=T} = \eta(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{8}$$

где $\mathcal{L}^*\psi \equiv (a(x,t,u^0)\psi_x)_x + (\mathcal{A}\psi)_x - \mathcal{B}\psi$ — линейный оператор, коэффициенты которого непрерывны как функции (x,t) в силу требований (i)–(iii) и принадлежности u^0 классу $H^{2+\lambda,1+\lambda/2}(\overline{Q})$, $\eta(x)$ — произвольная функция из $\overset{\circ}{C}{}^2\,[0,l]$.

Предлагаемый подход позволяет доказать, что задача (6)–(8) обладает свойствами, близкими свойствам плотности наблюдений и их усреднений в задачах управления для линейных параболических уравнений с управляющими воздействиями в начальном условии [2].

Лемма 1. *Пусть выполнены требования* (i)–(iv) *и, кроме того, производные a_t, b_x и c_t непрерывны в $\overline{D}$. Предположим, что при любой функции $\eta(x) \in \overset{\circ}{C}{}^2\,[0,l]$ решение $\psi(x,t;\eta)$ задачи* (6)–(8) *удовлетворяет при $\tau \in [0,T]$ соотношению $\int\limits_0^l \psi(x,t;\eta)|_{t=\tau}\, w(x)\,dx = 0$ для некоторой функции $w(x) \in \overset{\circ}{C}\,[0,l]$. Тогда для любого такого $\tau \in [0,T]$ функция $w(x) = 0$ при $0 \leqslant x \leqslant l$, т.е. множество $\bigl\{\psi(x,t;\eta)|_{t=\tau}\bigr\}$, получаемое при пробегании функцией $\eta(x)$ пространства $\overset{\circ}{C}{}^2\,[0,l]$, является всюду плотным в $L_2[0,l]$.*

Вывод леммы 1 основан на свойстве обратной единственности [3] для уравнения

$$c(x,t,u^0)z_t - \mathcal{L}z = 0, \quad \mathcal{L}z \equiv (a(x,t,u^0)z_x)_x - \mathcal{A}z_x - \mathcal{B}z$$

в области $Q_\tau = \{0 < x < l, \tau < t \leqslant T\}$ с краевыми условиями $z|_{x=0} = 0$, $z|_{x=l} = 0$, с начальным условием $z|_{t=\tau} = \bigl(c(x,t,u^0)|_{t=\tau}\bigr)^{-1} w(x)$ и с дополнительным условием $z(x,t;\tau)|_{t=T} = 0$.

Для усредненных на интервале $[0,T_0]$ (T_0 — произвольная точка, $0 < T_0 < T$) функций

$$\Psi(x;\eta) = T_0^{-1} \int\limits_0^{T_0} \psi(x,t;\eta)\,dt,$$

$$\Psi(x;\eta;p_0) = T_0^{-1} \int\limits_0^{T_0} p_0(x,t)\psi(x,t;\eta)\,dt, \quad (|p_0(x,t)| > 0, (x,t) \in \overline{Q})$$

имеет место

Лемма 2. *При выполнении входными данными условий леммы 1 множества усреднений* $\Psi(x;\eta)$ *и* $\Psi(x;\eta;p_0)$*, получаемые при пробегании функцией* $\eta(x)$ *пространства* $\overset{\circ}{C}{}^2\,[0,l]$*, являются всюду плотными в* $L_2[0,l]$.

Эти свойства плотности позволяют установить достаточные условия единственности решения $\{u^0(x,t), f^0(x)\}$.

Теорема *Пусть выполнены требования* (i)–(iv) *и, кроме того, производные* a_t*,* b_x *и* c_t *непрерывны при* $(x,t,u) \in \overline{D}$*,* $|p_0(x,t)| > 0$ *при* $(x,t) \in \overline{Q}$*. Тогда в случае существования решения* $\{u^0(x,t), f^0(x)\}$ *в классах Гельдера* $H^{2+\lambda,1+\lambda/2}(\overline{Q}) \times H^\lambda[0,l]$ *оно определяется однозначно.*

Вывод теоремы не требует дополнительной гладкости входных данных и основан только на точных дифференциальных зависимостях в соответствующих краевых задачах [1] и на условиях обратной единственности в [3]. Если функция f в правой части уравнения (1) ищется в виде $f(x,t)$, а не $f(x)$, это приводит к нарушению единственности.

Все представленные результаты допускают обобщение для многомерного случая и для задания краевых условий второго рода для уравнения (1) [4].

Список литературы

1. *Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н.* Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967.
2. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.
3. *Фридман А.* Уравнения с частными производными параболического типа. М.: Мир, 1968.
4. *Гольдман Н.Л.* // ДАН. 2006. Т. 410. N 3. С. 301–306.

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И ПОЛУГРУППЫ ФЕЛЛЕРА В НЕТРАНСВЕРСАЛЬНОМ СЛУЧАЕ

Гуревич П.Л.

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

e-mail: `gurevichp@gmail.com`

В докладе обсуждается вопрос существования полугрупп Феллера в ограниченной области Q, возникающих в теории многомерных диффузионных процессов. Известно, что генератор полугруппы Феллера есть эллиптический интегро-дифференциальный оператор, область определения которого задается нелокальными краевыми условиями. Нелокальное слагаемое представляет собой интеграл по замыканию области относительно неотрицательной борелевской меры. Будут сформулированы достаточные условия на борелевскую меру (без предположения о ее малости), гарантирующие, что соответствующий нелокальный оператор является генератором полугруппы Феллера.

ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ДИВЕРГЕНТНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Гусейнов С.Т., Алиев М.Дж.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

sarvanhuseynov@rambler.ru

Рассмотрим в единичном круге $B \subset \mathbb{R}^2$ с центром в начале координат вырождающееся эллиптическое уравнение

$$Lu \equiv \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\omega\left(x\right)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right) = 0, \tag{1}$$

с весом

$$\omega\left(x\right) = \begin{cases} f^{-1}\left(|x|\right), & \text{при } x_1x_2 > 0, \\ f\left(|x|\right), & \text{при } x_1x_2 < 0. \end{cases} \tag{2}$$

С уравнением (1) связан класс функций $W\left(B,\omega\right)$:

$$W\left(B,\omega\right) = \left\{u : u \in W_1^1\left(B\right),\ \left(u^2 + |\nabla u|^2\right)\omega \in L_1\left(B\right)\right\}.$$

Здесь $W_1^1\left(B\right)$ — классическое соболевское пространство функций, суммируемых в B вместе с обобщенными производными первого порядка. Ниже $W\left(B,\omega\right)$ рассматривается как весовое соболевское пространство с нормой

$$\|u\|_W^2 = \int\limits_B \left(u^2 + |\nabla u|^2\right)\omega dx.$$

Так как $\omega^{-1} \in L_1\left(B\right)$, то (см.[1]) пространство $W\left(B,\omega\right)$ полно. Замыкание множества функций из $W\left(B,\omega\right)$ с компактным носителем в B будем обозначать через $W_0\left(B,\omega\right)$. От функций f участвующей определении веса требуется выполнении следующей условий. Будем считать что, $f\left(t\right)$ непрерывна и не убывает $(0,1]$,

$$f\left(2t\right) \leqslant cf\left(t\right), \quad \forall\, t \in \left(0,\frac{1}{2}\right], \tag{3}$$

$$\sup_{t\in(0,1)} \left(\int_t^1 \frac{f(\tau)}{\tau} d\tau \right) \left(\int_0^t \frac{d\tau}{\tau f(\tau)} \right) < \infty \tag{4}$$

В нашем случае выполнений условии (3), (4) множества функции из $C^\infty(B) \cap W(B,\omega)$ вообще говаря, не плотно $W(B,\omega)$.

В связи с этим определим пространства $H(B,\omega)$ и $H_0(B,\omega)$ как замыкание в $W(B,\omega)$ множеств $C^\infty(B) \cap W(B,\omega)$ и $C^\infty(B)$ соответственно.

В работе [2] полно исследован случай, когда вес $\omega(x)$ удовлетворяет A_2-условию Макенхаупта. Функция $u \in W(B,\omega)$ называется W-решением уравнения (1), если интегральное тождество

$$\int_B \nabla u \nabla \vartheta \omega dx = 0 \tag{5}$$

выполнено на пробных функциях $\vartheta \in W_0(B,\omega)$. Функция $u \in H(B,\omega)$ называется H-решением уравнения (1), если интегральное тождество (5) выполнена но пробных функциях $\vartheta \in H_0(B,\omega)$.

Введенные выше W-решения и H-решения уравнения (1.1) связаны W- и H-задачами Дирихле

$$\begin{gathered} Lu_1 = 0 \quad \text{в} \quad B, \quad u_1 \in W(B,\omega), \\ h \in C^\infty\left(\bar{B}\right), \quad (u_1 - h) \in W_0(B,\omega) \end{gathered} \tag{6}$$

и

$$Lu_2 = 0 \quad \text{в} \quad B, \quad u_2 \in H(B,\omega), \quad h \in C^\infty\left(\bar{B}\right), \quad (u_2 - h) \in H_0(B,\omega) \tag{7}$$

Ниже пространства $W_0\ (B,\omega)$ и $H_0(B,\omega)$ рассматриваются как гильбертовы со скалярным произведением

$$\langle u, \vartheta \rangle = \int_B \nabla u \nabla \vartheta \omega \, dx$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. *Задачи* (6), (7) *однозначно разрешимы и существует граничная функция $h \in C^\infty\left(\bar{B}\right)$, для которой решения $u_1(x)$ и $u_2(x)$ различны.*

Список литературы

1. *В.В. Жиков.* Весовые Соболевские пространства // Матем. сборник. 1998, т.189, №8, с.27–58.
2. *Ю.А. Алхутов, В.В. Жиков.* О гельдеровости решений одного эллиптического уравнения // Современная математика и ее приложения, 2003, т.10, с.8–21.

О СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕДИВЕРГЕНТНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Денисов В.Н.

Пусть $u(x,t)$ является классическим решением для параболического уравнения

$$Lu + cu - u_t = 0 \quad \text{в} \quad \mathbb{R}^{N+1}_+, \tag{1}$$

удовлетворяющим начальному условию

$$u(x,0) = v(x), \quad x \in \mathbb{R}^N. \tag{2}$$

Предполагается,что матрица $\|a_{ik}(x,t)\|$ — симметрическая и выполнено условие равномерной параболичности

$$1/l^2 \leqslant \sum_{i,k=1} a_{ik}(x,t)\xi_i\xi_k \leqslant l^2, \quad l > 0, \tag{3}$$

для всех $(x,t) \in \mathbb{R}^{N+1}_+$ и всех $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_N)$ таких что $\|\xi\| = 1$, коэффициент $c = c(x,t)$ удовлетворяет неравенству

$$c(x,t) \leqslant -\alpha^2/|x|^2 \quad \text{при } |x| \geqslant 1, \quad c(x,t) \leqslant -\alpha^2 \quad \text{при } |x| < 1. \tag{4}$$

Начальная функция $v(x)$ непрерывная в $\mathbb{R}^N$ и

$$|v(x)| \leqslant C(1 + |x|^m), \quad m > 0. \tag{5}$$

Пусть

$$S = \sup_{\|\xi\|=1, t>0} \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} a_{ii}(x,t)}{\sum\limits_{i,k=1}^{N} a_{ik}(x,t)\xi_i\xi_k}.$$

Теорема 5. *Если $v(x)$ удовлетворяет условию (5), то при $\alpha^2 > l^2(m^2 + m(S-2))$ решение задачи Коши (1), (2) стабилизируется к нулю равномерно по x на любом компакте K в $\mathbb{R}^n$.*

Замечание. Неравенство (6) является точным.

Случай дивергентного оператора

$$Lu = \sum_{i,k=1}^{N} (a_{ik}(x)u_{x_k})_{x_i}$$

был рассмотрен в работе [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06–01–0288).

Список литературы

1. *Денисов В.Н.* О поведении решений параболических уравнений при больших значениях времени // УМН. 2005. Т. 60. № 4. С. 145–212.

ОБОБЩЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВА СОБОЛЕВА–ВИНЕРА И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА*

Денисова Т.Е.

Московский городской психолого-педагогический университет

Москва, Россия

e-mail: tdenissova@mail.ru

В цилиндре $[0,\ T]\times g$, где g — ограниченная область евклидова пространства E^n с гладкой $(n-1)$-мерной границей ∂g, рассматривается первая начально-краевая задача

$$D_t^2 L_0(x,\ D_x)u\,(t,\ x)+\ L_1(x,\ D_x)u(t,\ x)=0 \tag{1}$$

с начальными условиями

$$u(t,x)|_{t=0}=u_1(x), \tag{2}$$

$$D_t u|_{t=0}=u_2(x) \tag{3}$$

и краевым условием

$$u(t,\ x)\big|_{[0,\,T]\times\partial\, g}=\ 0\,. \tag{4}$$

Операторы $L_0(x,\ D_x)$и $L_1(x,\ D_x)$имеют вид

$$L_0(x,\ D_x)u(t,\ x)=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n D_i(a_{ij}(x)D_ju(t,\ x)),$$

$$L_1(x,\ D_x)u(t,x)=\ \sum_{k=1}^p\sum_{l=1}^p D_k(b_{kl}(t,\ x)D_lu(t,\ x)),$$

где $p\in\{1,\,2,\dots,n-1\}$, причем существуют постоянные $\mu_0,\ \mu_1,\ \nu_0,\ \nu_1\in$ $\in[0,\,+\infty)$, для которых выполнены следующие неравенства

$$\mu_0\|\xi,\ E^n\|^2=\mu_0\sum_{i=1}^n\xi_i^2\leqslant\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n a_{ij}(x)\xi_i\xi_j\leqslant\mu_1\sum_{i=1}^n\xi_i^2=\mu_1\|\xi,\ E^n\|^2,$$

$$\nu_0\sum_{k=1}^p\xi_k^2\leqslant\sum_{k=1}^p\sum_{l=1}^p b_{kl}(x)\xi_k\xi_l\leqslant\nu_1\sum_{k=1}^p\xi_k^2\quad\forall x\in g,$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-01-00289а).

$$\forall \xi = (\xi_1,\ \xi_2, \ldots, \xi_n) \in E^n.$$

Полагаем также, что для всех $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ и для всех $k, l \in \in \{1, 2, \ldots, p\}$ коэффициенты уравнения (1) симметричны: $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$, $b_{kl}(x) = b_{lk}(x) \forall x \in \bar{g}$, а также, что $a_{ij}(x), \quad b_{kl}(x) \in C^{\infty}(\bar{g})$, где $\bar{g}$ — замыкание области g.

Решение задачи (1) – (4) будем искать в пространстве Соболева $W^{l_0, m}_{t, 2}([0, T] \times g)$.

Задача такого типа включает в себя достаточно широкий класс уравнений гидродинамики (уравнение Соболева малых колебаний вращающейся идеальной жидкости в замкнутом объеме, уравнение малых колебаний вращающейся вязкой жидкости, уравнение гравитационно-гироскопических и внутренних волн и ряд других уравнений).

Доклад посвящен изучению асимптотических свойств (осцилляция, стабилизация при $t \to +\infty$) решения задачи (1) – (4), а также, в случае стабилизации решения, установлению оценок ее скорости.

Для решения этой задачи используется предложенный С.В. Успенским и его учениками метод изучения асимптотического поведения функции, для которого существенным является ограниченность преобразования Лапласа $\hat{f}(\gamma) = \int\limits_{[0,+\infty)} f(t) e^{-\gamma t} dt$ этой функции при $\gamma \in (0, \delta]$ для некоторого $\delta > 0$.

Справедлив следующий результат.

Теорема. *Пусть существует $m \in \mathrm{N}$, для которого начальные функции $y = u_1(x)$и $y = u_2(x)$принадлежат пространству Соболева $\overset{\circ}{W}{}^m_2(g)$, а область g удовлетворяет сильному условию $(m, m, \ldots, m)$-рога. Пусть $l = (l_0, m, \ldots, m)$, где $l_0 \geqslant 2$. Тогда если $\rho = (\rho_0,\ \rho_1, \ldots, \rho_n)$, $\rho_i \in \mathrm{N}$, $\rho_0 \geqslant \geqslant m + 2$ и $1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{l_0} + \frac{n-1}{m}\right) > \frac{\rho_1}{l_0} + \frac{1}{m}\sum\limits_{i=2}^{n} \rho_i$, то решение первой начально-краевой задачи (1) – (4) $y = u(t, x)$ можно изменить на множестве меры нуль так, что оно станет непрерывным в любой внутренней точке $(0, +\infty) \times Int\, g$ вместе со своими производными по времени до порядка $\rho_0 + 1$, а по пространственным переменным $x_1, x_2, \ldots, x_n$ до порядков $\rho_1,\ \rho_2,\ \ldots, \rho_n$ соответственно и будет иметь следующие свойства:*

1. *если существуют $p \in \mathbb{R}$, $p \geqslant 1$ и $s \in \{1, 2, \ldots, \rho_0 - m - 1\}$, для которых расходится интеграл $\int\limits_{[0,\,+\infty)} t^s |D^{\rho} u|^p dt$, то функция $y = = D_t^{\rho_1 + 1} D_x^{\bar{\rho}} u$ (здесь $\bar{\rho} = (\rho_1, \ldots, \rho_n)$) является осциллирующей по времени на полуоси $[0,\ +\infty) \quad \forall x \in Int\, g$,*
2. *если существует $s \in \mathrm{N}$, $s \leqslant \rho_0 - m - 1$, для которого интеграл $\int\limits_{[0,\,+\infty)} t^s |D_t^{\rho_0} D_x^{\bar{\rho}} u| dt$ расходится, а интеграл $\int\limits_{[0,\,+\infty)} |D_t(t^s D_x^{\bar{\rho}} u)| dt$ сходится, то функция $y = D_t^{\rho_0 + 1} D_x^{\bar{\rho}} u$ является осциллирующей по времени на полуоси $[0, +\infty)$и, кроме того, $D_x^{\bar{\rho}} u = o(t^{\rho_0 - s})$ при $t \to + +\infty \quad \forall x \in Int\, g$,*
3. *если существуют $p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ и $s \in$*

$\in \{1,\, 2,\, \ldots,\, \rho_0 - m - 1\}$, *для которых интегралы* $\int\limits_{[0,\,+\infty)} t^{ps}\,(D^{\rho}u)^p\,dt$ *и* $\int\limits_{[0,\,+\infty)} (D_t\,(t^s D_x^{\bar\rho} u))^q\,dt$ *сходятся, то* $D_x^{\bar\rho}u = o(t^{\rho_0 - s})$ *при* $t \to +\infty$ $\forall x \in Int\, g$.

Следствие 1. *Если решение* $y = u(t,\, x)$ *задачи* (1) – (4) *удовлетворяет условиям теоремы и существует* $s \in \{2,\, \ldots,\, \rho_0 - m - 1\}$, *для которого функция* $y = D^{\rho}u(t,x)$ *имеет порядок* t^{-s} *при* $t \to +\infty$ $\forall x \in Int\, g$, *то функция* $y = D_t^{\rho_0+1} D_x^{\bar\rho} u$ *является осциллирующей по времени на полуоси* $[0,\, +\infty)$ *для всех* $x \in Int\, g$.

Следствие 2. *Если решение* $y = u(t,\, x)$ *задачи* (1) – (4) *удовлетворяет условиям теоремы и найдется такое* $s \in \{2,\, \ldots,\, \rho_0 - m - 1\}$, *для которого существует расходящаяся последовательность* $\{t_k\}_{k \in N}$: $\lim\limits_{k\to\infty} t_k = \infty$, *причем последовательность* $\{D^{\rho}u(t_k, x)\}_{k\in \mathrm{N}}$ *имеет порядок* k^{-s} *для всех* $x \in Int\, g$, *то функция* $y = D_t^{\rho_0+1} D_x^{\bar\rho} u$ *является осциллирующей по времени на полуоси* $[0,\, +\infty)$ *для всех* $x \in Int\, g$.

Доказательство теоремы использует теоремы вложения для функциональных пространств $\hat{W}{}^{l,\,N,s}_{2,\,p}(G)$ Соболева–Пэли–Винера с нормой

$$\left\| f(t, x_1, \ldots, x_n), \hat{W}^{l,\,N,s}_{2,\,p}(G) \right\|^2 = \\ = \left\| f(t, x_1, \ldots, x_n),\, W^{l,\,N}_{2,\,p}(G) \right\|^2 + \\ + \sup_{0<\gamma\leqslant\delta} \sum_{k=0}^{l_0} \left\| D_\gamma^s \hat{D}_t^{k+N} f(\gamma, x_1, \ldots, x_n), W_2^m(g) \right\|^2,$$

построенных на основе классических пространств Соболева и Пэли–Винера, где $G = [0,\, +\infty) \times g$.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Дикусар В.В.

ВЦ им. А.А. Дородницына РАН

Москва, Россия

e-mail: `dikussar@yandex.ru`

Предметом исследования являются вопросы математического моделирования и построение оптимального управления тепловых и электрофизических процессов, описываемых взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и теплопроводности Фурье.

Рассматривается класс многомерных начально-краевых задач с учетом нелинейности заданных функций. Указанный класс задач является моделью многих современных технологий, где осуществляется распределенное или сосредоточенное воздействие на токопроводящие твердые поверхности (металлические, порошковые, композиционные, полупроводниковые). Цель работы заключается в разработке эффективных методов управления для нелинейных многомерных краевых задач теплопроводности.

В представленной работе используется система уравнений Максвелла, нелинейное уравнение теплопроводности, модель термонапряжений, теория возмущений операторов, методы функционального анализа, спектральная теория самосопряженных операторов, метод функции Грина, численные методы решений интегральных уравнений, теория интегральных преобразований, принцип максимума, а также методы поиска экстремума.

В теории индукционного нагрева можно выделить четыре больших класса задач оптимального управления.

Первый класс — это задача быстродействия, когда по условиям производительности оборудования требуется минимальное время нагрева при выполнении определенных ограничений на качество нагрева (1), а также при дополнительных фазовых ограничениях.

Второй класс задач — это так называемые задачи финитного управления с фиксированным временем нагрева, которое также решается с ограничением вида (1) и рядом специфических фазовых ограничений, например, на скорость нагрева. Наиболее распространенным процессом такого типа является нагрев при термообработке теплопроводящих изделий. При этом наиболее естественным является критерий наиточнейшего нагрева по функционалу (1).

Третий класс задач — это задачи слежения. В таких задачах функционал (1) максимизируется по фазовой переменной по фазовой переменной и по времени и среди всех значений выбирается минимальное. Указанные задачи имеют место в процессах индукционного нагрева на участке стабилизации температурного состояния, при обогреве узлов технологических машин, в физических исследованиях. Здесь накладывается ограничение на управление и на фазовые переменные.

Четвертый класс задач — это задачи простого синтеза. Здесь за решение задачи принимается любое допустимое управление, не обязательно оптимальное.

$$J = \max_{\Omega} |Q(x, y/z/t^*) - Q^*(x, y, z)| \leqslant \varepsilon \tag{1}$$

Здесь t^* — момент измерения состояния в стационарном режиме работы или время окончания процесса в технологических процессах нагрева и термообработке, а $Q^*(x, y, z)$ — заданное тепловое состояние системы.

В данной статье предложена математическая формализация указанных задач, что позволило построить аналитические и численные модели определения оптимального управления для процессов электронагрева. Отметим, что неоднородность математической модели связана с различным описанием электромагнитных и тепловых полей. Вторая особенность рассматриваемых моделей связана с нерегулярностью области интегрирования для электромагнитного поля..

Список литературы

1. *Дикусар В.В., Петрасик Л.* Моделирование трехмерных тепловых полей на основе аппроксимативного метода итерационной линеаризации. М.: МФТИ, 2002. 211с.

ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Дмитриев М.Г.

Российский государственный социальный университет

Москва, Россия

e-mail: mdmitriev@mail.ru

В работе показывается, что известный способ построения асимптотики решения вариационных задач с малым параметром, называемый прямой схемой или вариационным методом пограничных функций (см., например, [1]–[3]), можно использовать и для построения асимптотики решения сингулярно возмущенных начальных и краевых задач. Сингулярно возмущенная задача тем или иным способом заменяется вариационной с функционалом невязки. На основе формализма прямой схемы строятся более слабые «обобщённые» решения, которые порождают минимизирующие последовательности для функционала невязки.

Сначала показывается, что для начальной сингулярно возмущенной задачи каждый член асимптотики решения метода пограничных функций имеет определенную вариационную природу и условия теоремы А.Б. Васильевой [4] связаны с условиями разрешимости соответствующих вариационных задач. Затем приводятся примеры, где метод пограничных функций используется для построения обобщенных решений сингулярно возмущенных задач.

Список литературы

1. *Belokopytov S.V., Dmitriev M.G.* Direct scheme in optimal control problems with fast and slow motions // Systems and Control Letters. Vol.8, 1986, pp.129–135
2. *Белокопытов С.В., Дмитриев М.Г.* Решение классических задач оптимального управления с погранслоем // Автоматика и телемеханика. 1989. №7. С.71–82.
3. *Дмитриев М.Г., Курина Г.А.* Сингулярные возмущения в задачах управления // Автоматика и телемеханика 2006, №1, стр.3–51
4. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущённых уравнений. М., «Наука», 1973. 272 с.
5. *Lukes D.L.* Optimal regulation of nonlinear dynamical systems. SIAM J.Control, 1969, vol.7, No.1, pp 75–100.

6. *Щитов И.Н.* Асимптотика решений задачи Коши для сингулярно возмущенных систем // Дифференциальные уравнения. – 1992, том 28, №5, стр. 779–790.

БИФУРКАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ДВУКРАТНОГО ВЫРОЖДЕНИЯ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ

Дымарский Я.М., Непийпа Д.Н.

Луганский государственный университет внутренних дел,
Луганский национальный педагогический университет

Луганск, Украина

e-mail: `dymarsky@lep.lg.ua`

Рассмотрим периодическую краевую задачу на собственные функции у $\in C^2[0,2\pi]$ и собственные значения $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$-y''(x) + f(y, y', ||y||, x) = \lambda y, y(2\pi) - y(0) = y'(2\pi) - y'(0) = 0, \qquad (1)$$

где $\|\cdot\|$ — норма в пространстве $L_2(0,2\pi)$ интегрируемых с квадратом функций, функция $f(y, y', ||y||, x)$ непрерывна на множестве $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \times$ $\times\ [0,2\pi]$ и имеет в окрестности нулевой функции порядок малости выше первого. Если (λ^*, y^*) — решение задачи (1), то λ^* — собственное значение линейной симметрической задачи

$$-y''(x) + A(y^*)y = \lambda y, y(2\pi) - y(0) = y'(2\pi) - y'(0) = 0, \qquad (2)$$

где

$$A(u)v =$$

$$= \frac{1}{||u||^2} \times \left(\int_0^{2\pi} uvdx \cdot f(u, u', ||u||, x) + \int_0^{2\pi} f(u, u', ||u||, x)vdx \cdot u(x) \right) -$$

$$- \frac{1}{\|u\|^4} \times \int_0^{2\pi} f(u, u', ||u||, x)udx \times \int_0^{2\pi} uvdt \cdot u(x)$$

для всех $u \neq 0 \in C^2[0,2\pi]$.

Определение 1. [1] Решение (λ^*, y^*) квазилинейной задачи (1) называется простым (двукратным), если таковым является λ^* как собственное значение линейной задачи (2). Присвоим решению (λ^*, y^*) те номер и кратность, которыми обладает λ^*.

Определение 2. Число λ_0 называется точкой бифуркации задачи (1), если для любого достаточно малого $\varepsilon > 0$ задача (1) имеет решение (λ, y), которое удовлетворяет неравенству $\|y\|_{C^2} + |\lambda - \lambda_0| < \varepsilon$.

Как известно, точки бифуркации могут находиться только среди собственных значений линеаризованной задачи $-y'' = \lambda y, y(2\pi) - y(0) = y'(2\pi) - y'(0) = 0$. Двукратными среди них являются значения$\lambda_{2k-1} = \lambda_{2k} = k^2$, где $k \in \mathrm{N}$. Соответствующие ортонормированные в $\mathrm{L}_2(0, 2\pi)$собственные функции обозначим y_{2k-1}, y_{2k}. Введем обозначения:

$$a(y) = \int\limits_0^{2\pi} (A_0(y) y_{2k-1}) y_{2k-1} dx, \quad b(y) = \int\limits_0^{2\pi} (A_0(y) y_{2k-1}) y_{2k} dx,$$

$$c(y) = \int\limits_0^{2\pi} (A_0(y) y_{2k}) y_{2k} dx, \quad d(y) = \frac{1}{2}(a(y) - c(y)).$$

Поскольку функция $y(x)$ единственным образом представима в виде $y(x) = r(\pi)^{-1/2} \cos(kx - \phi) + v(x)$, где $r > 0$, а функция $v(x)$ перпендикулярна в $L_2(0, 2\pi)$ плоскости $\{y_{2k-1}, y_{2k}\}$, то введенные функции можно обозначить через $a(\phi, r, v)$, $b(\phi, r, v)$, $c(\phi, r, v)$, $d(\phi, r, v)$.

Пусть для фиксированного $r > 0$, $v = 0$ и для всех $\varphi \in S_1^1$ (S_1^1 — единичная окружность) справедливо неравенство $d^2(\phi, r, 0) + b^2(\phi, r, 0) > 0$. Тогда формулы

$$\cos\alpha = \frac{d(\phi, r, 0)}{(d^2(\phi, r, 0) + b^2(\phi, r, 0))^{1/2}}, \sin\alpha = \frac{b(\phi, r, 0)}{(d^2(\phi, r, 0) + b^2(\phi, r, 0))^{1/2}}$$

определяют отображение $f : S_1^1 \to S_2^1$, $\alpha = f(\phi, r, 0)$ окружности S_1^1 в окружность S_2^1, параметризованную углом α. Обозначим через $\deg f$ — степень отображения f.

Будет показано, что при $\deg f \neq 2$ и некоторых условиях на рост нелинейности f число $\lambda_{2k-1} = k^2$ является точкой бифуркации для задачи (1). Причем существует такое $\varepsilon > 0$, что все решения в ε-окрестности точки бифуркации являются простыми и задача имеет по крайней мере одно решение (λ, y) с номером $2k - 1$ и одно — с номером $2k$ на каждой сфере $\|y\| = \rho < \varepsilon$.

Список литературы

1. *Дымарский Я.М.* Метод многообразий в теории собственных векторов нелинейных операторов // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2007. – Т. 24. – С. 3–159.

РЕШЕНИЕ В КВАДРАТУРАХ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ, СОДЕРЖАЩИХ ДВА ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПАРАМЕТРА*

Евстигнеев В.Г.

Государственный университет управления

Москва, Рязанский проспект, 99

Тел.: 3717088

Теорема 1. *Уравнение вида* $y'' + (x+k)^{1-n}p \cdot y' - (x+k)^{-n}p \cdot y = q$ *решается в квадратурах заменой* $y = (x+k)z(x)$, *если функции* $p(x)$, $q(x)$ *непрерывны на некотором промежутке,* n, k *— некоторые константы.*

Доказательство. После замены $y(x) = (x+k)z(x)$ получается уравнение второго порядка, которое подстановкой Бернулли $z' = u(x)v(x)$ приводится к уравнению, решаемому в квадратурах..

Эта теорема обобщается на уравнения любого порядка.

Например, для уравнений третьего порядка такое обобщение звучит следующим образом.

Теорема 2. *Уравнение вида* $y''' + (x+k)^{1-n}p \cdot y'' - (x+k)^{-n}p \cdot y' = q$ *решается в квадратурах если функции* $p(x)$, $q(x)$ *непрерывны на некотором промежутке,* n, k *— некоторые константы.*

Доказательство. После замены $y' = (x+k)z'$ получается уравнение третьего порядка, которое подстановкой Бернулли $z'' = u(x)v(x)$ снова приводится к уравнению, решаемому в квадратурах. Подробные доказательства и пример можно найти в [1].

Список литературы

1. *Евстигнеев В.Г.* Решение в квадратурах специального вида динамических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами, содержащих два произвольных параметра // Вестник университета 2(20) – М.: Государственный Университет Управления. 2007.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 04-06-80444)

ЛИНЕЙНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДАННЫМИ

Заляпин В.И.

Южно-Уральский государственный университет

Челябинск, Россия

e-mail: vzal@susu.ac.ru

Пусть $x(t) \in C^n_{[a,b]}$, $L(x)$ — линейное дифференциальное выражение с непрерывными на промежутке $[a,b]$ коэффициентами $p_i(t)$, $i = 1,\ 2,\ \ldots,$ $n-1$

$$L(x) = x^{(n)} + p_{n-1}x^{(n-1)} + \ldots + p_1 x' + p_0 x.$$

Линейной краевой задачей будем называть задачу

$$L(x) = 0, \quad U_i(x) = u_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

где $U_i(x)$ — линейные в $C^n_{[a,b]}$ функционалы.

Пусть, далее, $g_i(t)$ — интегрируемые на $[a,b]$ линейно независимые функции. Задачу (1) назовем задачей с *распределенными* (или *нелокальными*) данными, если $U_i(x) = \int\limits_a^b g_i(t)x(t)dt$.

Задача (1) называется задачей Валле–Пуссена [1], если для заданных $a \leqslant t_1 < t_2 < \ldots < t_k \leqslant b$, $U_i(x) = U_j^s(x) = x^{\{s\}}(t_j),\ s = 0, 1, \ldots, r_j,\ j = 1, 2, \ldots, k,\ \sum r_j = n$. Задача Валле–Пуссена называется *простой*, если $k = n, r_j = 1\ \forall j$, т.е. $U_i(x) = x(t_i)$. Известно (например [2]), что простая задача Валле–Пуссена однозначно разрешима для любых t_j и u_j, если фундаментальная система решений $\varphi_i(t),\ i = 1, 2, \ldots, n$ уравнения $L(x) = 0$ обладает свойством чебышевости.

Выберем на промежутке $[a,b]$ узлы $a = t_1 < t_2 < \ldots < t_n = b$ и положим

$$U_i(x) = \int\limits_a^b g_i(t)x(t)dt = \sum_{q=1}^n x(t_q)w_i^q + R_i(x). \tag{2}$$

Лемма 1. *Если фундаментальная система решений* $\varphi_i(t),\ i = 1, 2, \ldots, n$ *уравнения* $L(x) = 0$ *обладает свойством чебышевости, то* $\forall i = 1, 2, \ldots, n$ *существует единственная квадратура* (2)*, точная на множестве решений уравнения* $L(x) = 0$.

Доказательство немедленно следует из чебышевости системы $\varphi_i(t),\ i = 1, 2, \ldots, n$.

Рассмотрим систему граничных условий (1) для случая задачи с распределенными данными

$$U_i(x) = \int\limits_a^b g_i(t)x(t)dt = \sum_{q=1}^{n} x(t_q)w_i^q = u_i.$$

Заметим, что веса w_i^qточной квадратуры (2) определяются $\forall i = 1,\ 2,\ \dots,\ n$ как решения системы линейных уравнений

$$\left\{ \int\limits_a^b g_i(t)\varphi_s(t)dt = \sum_{q=1}^{n} \varphi_s(t_q)w_i^q\,,\ i = 1, 2, \dots, n. \right. \tag{3}$$

Полагая левые части системы (3) равными $\int\limits_a^b g_i(t)\varphi_s(t)dt = v_{is}$, запишем ее решение в виде

$$w_i^q = \sum_{s=1}^{n} \varphi_s^{-1}(t_q)v_{is},$$

где $\varphi_s^{-1}(t_q)$ элементы матрицы, обратной к матрице $(\varphi_s(t_q))$. При этом

$$\sum_{q=1}^{n} x(t_q)w_i^q = \sum_{q=1}^{n} x(t_q)\sum_{s=1}^{n} \varphi_s^{-1}(t_q)v_{is} = u_i. \tag{4}$$

Справедлива

Лемма 2. *Если фундаментальная система решений $\varphi_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ уравнения $L(x) = 0$ обладает свойством чебышевости, то определитель системы (4) обращается в ноль тогда и только тогда, когда существует нетривиальная комбинация $\phi(t) = \sum \phi_i g_i(t)$ функций $g_i(t)$ такая, что $\forall \varphi_i(t)$ выполняется $\int\limits_a^b \phi(t)\varphi_s(t)dt = 0$.*

Лемма 2 позволяет сформулировать следующую теорему.

Теорема. *Если фундаментальная система решений $\varphi_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ уравнения $L(x) = 0$ обладает свойством чебышевости, и определитель системы (4) не обращается в ноль, то задача с распределенными данными эквивалентна некоторой простой задаче Валле–Пуссена, а следовательно, однозначно разрешима для любых значений $u_i(t)$.*

Список литературы

1. *Дж. Сансоне.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. т.I. – М.: ИЛ, 1953, 346 с.
2. *Ф. Хартман.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М., Мир, 1970, 720 с.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЛИУВИЛЛЯ С n ВНУТРЕННИМИ СИНГУЛЯРНЫМИ ЛИНИЯМИ

Ильясова А.К.

Астраханский государственный технический университет

Астрахань, Россия

e-mail: `ilyasova77@mail.ru`

Через П обозначим прямоугольник P с вершинами в точках $A(\overline{a},\overline{c})$, $B(\overline{a},\overline{d})$, $C(\overline{b,d})$и $D(\overline{b},\overline{c})$, т.е.

$$P=\left\{(x,y):\overline{a}<x<\overline{b},\overline{c}<y<\overline{d}\right\}.$$

Далее обозначим: $\Pi_1(\overline{a},\overline{b})=\{\overline{a}\leqslant x\leqslant\overline{b},\ y=0\}$, $\Pi_2\left(\overline{c},\overline{d}\right)=\{x=0,$ $\overline{c}\leqslant d\leqslant\overline{d}\}$

Пусть прямые $y=a_k$, где $k\in\mathbb{Z}_+$, лежат внутри данного прямоугольника P. В частности, некоторые из них могут совпадать с прямыми $y=\overline{c}$ и $y=\overline{d}$. Совокупность этих прямых обозначим так:

$$\Gamma_k=\left\{(x,y):\ \overline{a}\leqslant x\leqslant\overline{b},\quad y=a_k\right\},$$

$$\Gamma=\bigcup_{k=1}^{n}\Gamma_k.$$

В области П рассмотрим уравнение

$$A[u]+b(x,y)\exp(B[u])=0,\tag{1}$$

где A и B — сингулярные дифференциальные операторы следующих видов:

$$A\equiv\left[\prod_{k=1}^{n}(y-a_k)\right]^2\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}+\prod_{k=1}^{n}(y-a_k)a(x,y)\frac{\partial}{\partial x}+\prod_{k=1}^{n}(y-a_k)c(x,y)$$

$$B\equiv\left[\prod_{k=1}^{n}(y-a_k)\right]^2\frac{\partial}{\partial y}+\prod_{k=1}^{n}(y-a_k)a(x,y),$$

$a(x,y)$, $b(x,y)$, $c(x,y)$ — заданные непрерывные в области П вещественные функции.

Целью настоящей работы является корректная постановка и решение одной краевой задачи. Для этого сначала находим многообразие решений уравнения (1).

В докладе для уравнения (1) доказано следующее утверждение.

Теорема. *Пусть в уравнении* (1)*:*

1) $a(x,y) \in C^1\big[\Pi_1(\overline{a},\overline{b})\big]$*;*
2) $a(x,y)$ *в окрестностях точек прямых* $y = a_k, k \in \mathbb{Z}_+$ *по* y *есть функция Гёльдеровская, т.е.*
$$|a(x,y) - a(x,a_k)| \leqslant H \cdot |y - a_k|^{\alpha},$$
где H *— положительная постоянная Гёльдера;* $0 < \alpha < 1$, $k \in \mathbb{Z}_+$.
3) $m_k a(x,a_k) > 0$, m_k *— постоянные, зависящие от* a_k, $k \in \mathbb{Z}_+$*;* $\omega(x,a_k) \neq$ $\neq 0, k \in \mathbb{Z}_+$.

Тогда любое решение уравнения (1) $u(x,y)$ *из класса* $C^2(\Pi)$ *представимо в виде*

$$u\,(x,y) = \prod_{k=1}^{n} |y - a_k|^{-m_k a(x,a_k)} \cdot \exp\left[-\sum_{k=1}^{n} m_k \omega_k\,(x,y)\right] \times$$
$$\times \left[\varphi(x) - \int_{y_0}^{y} \frac{\ln|\psi(\tau) + \omega(x,\tau)| \exp\left[\sum\limits_{j=1}^{n} m_j \omega_j(x,\tau)\right] d\tau}{\prod\limits_{k=1}^{n} (\tau - a_k) \prod\limits_{k=1}^{n} (\tau - a_k)^{-m_j a(x,a_j)}}\right], \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ *и* $\psi(y)$ *— произвольные вещественные функции, причем* $\varphi(x) \in$ $\in C^2\big[\Pi(\overline{a},\overline{b})\big]$, $\psi(y) \in C^1\big[\Pi(\overline{c},\overline{d})\big]$, *через*$\omega(x,y)$, $\omega_k(x,y)$ *обозначены*

$$\omega(x,y) = \int_{x_0}^{x} b(t,y)dt, \quad \omega_k(x,y) = \int_{y_0}^{y} \frac{a(x,\tau) - a(x,a_k)}{\tau - a_k} d\tau.$$

Полученная форма интегрального представления многообразия решений (2) уравнения (1) позволяет ставить и решать ряд краевых задач различного типа. В докладе рассмотрено решение следующей задачи.

Задача. Требуется найти в области Π решение уравнения (1) $u(x,y)$ из класса $C^2(\Pi)$, которое удовлетворяет следующим условиям:

1) $u(x,y)|_{y=y_0} = f(x)$;
2) $\dfrac{\partial}{\partial y}[\rho(x,y)u(x,y)]_{x=x_0} = q(y)$;
3) $f(x_0) = q(x_0)$,

где $f(x)$, $q(y)$ — наперед заданные вещественные функции соответствующих классов контуров $\Pi(\overline{c},\overline{d})$, $\rho(x,y)$ — известный интегральный оператор вида:

$$\rho(x,y) = \prod_{k=1}^{n} |y - a_k|^{m_k a(x,a_k)} \exp\left[\sum_{k=1}^{n} m_k \omega_k(x,y)\right].$$

Исследование проблемы построения многообразия решений дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка гиперболического типа общего вида с различными особенностями на линиях и плоскостях и корректной постановки краевых задач, изложенной в данном докладе, основано на результатах работ академика Н.Раджабова и С.Т. Фозилова.

ЗАДАЧИ АССИМИЛЯЦИИ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИ ТЕРМОДИНАМИКИ ОКЕАНА*

Ипатова В.М.

Московский физико-технический институт

Долгопрудный, Россия

e-mail: `ipatval@mal.ru`

Разрешимость уравнений термодинамики океана ранее исследовалась [1–3] в предположении, что плотность воды $\rho = \rho(T, S)$ линейно зависит от температуры T и солености S. В настоящей работе рассматривается случай, когда $\rho(T, S)$ является непрерывной по Липшицу функцией этих переменных.

Пусть Ω — открытое подмногообразие сферы радиуса R с кусочно-гладкой границей, x, y, r — сферические координаты, $H(x, y)$ — положительная непрерывно дифференцируемая функция, $z = R-r$, $G = \{(x, y) \in \in \Omega,\ 0 < z < H(x, y)\}$, $0 < t_1 < \infty$, $D = \Omega \times (0, t_1)$, $(u,\ v,\ w) \equiv (\mathbf{u}, w)$ — вектор скорости, $w = w(\mathbf{u}) = \mathrm{div} \int\limits_z^{H(x,y)} \mathbf{u}\, dz'$, $\xi = \xi(x, y, t)$ — возвышение уровня поверхности океана относительно невозмущенного состояния $z = 0$. Далее символ φ используется как общее обозначение функций u, v, T, S.

Рассмотрим систему уравнений термодинамики океана

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} + (A + B(u))\mathbf{u} + \frac{1}{\rho_0}\nabla P = \mathbf{f}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho g \quad , \tag{1}$$

$$\frac{dT}{dt} + A_T T = f_T\ , \qquad \frac{dS}{dt} + A_S S = f_S\ , \tag{2}$$

где $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u}\cdot\nabla + w(u)\partial/\partial z$, $B(u)\mathbf{u} = (2w \sin y + utgy/R)(-v, u)$, $A_\phi = = -\mu_\phi \Delta - v_\phi \partial^2/\partial z^2$, $A_u = A_v = A$, ρ_0 — положительная постоянная.

На верхней границе при $z = 0$ ставятся условия

$$P = P_{atm} + g\rho_0 \xi, \quad \omega = -\partial\xi/\partial t + Q_w, \quad v\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = -\frac{\tau}{\rho_0} + \frac{w(\mathbf{u})}{2}\mathbf{u}, \tag{3}$$

$$v_T \frac{\partial T}{\partial z} = \gamma_T T + \frac{w(\mathbf{u})}{2} T + Q_T, \quad v_S \frac{\partial S}{\partial z} = \gamma_S S + \frac{w(\mathbf{u})}{2} S + Q_S \tag{4}$$

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 06-01-00344).

где P_{atm}, Q_w, Q_T, Q_S, τ — заданные функции.

Краевые условия на нижней и боковой границах соответствуют [2,3].

Обозначим через $(\cdot,\cdot)$, $||\cdot||$ и $(\cdot,\cdot)_0$, $||\cdot||_0$ скалярное произведение и норму в$L_2(G)$ и $L_2(\Omega)$; $[\phi,\phi_1] = \mu_\phi(\nabla\phi,\nabla\phi_1) + \nu_\phi(\partial\phi/\partial z,\partial\phi_1/\partial z) + \gamma_\phi(\phi,\phi_1)_0|_{z=0}$, где $\gamma_u = \gamma_v = 0$, $[\phi]^2 = [\phi,\phi]$, $[\Xi]^2 = [u]^2 + [v]^2 + [T]^2 + [S]^2$, $||\Xi||^2 = = ||u||^2 + ||v||^2 + g||\xi||_0^2 + ||T||^2 + ||S||^2$.

В работе доказывается существование слабых решений системы (1) – (4), при почти всех $t \in [0,t_1]$ удовлетворяющих неравенству

$$\frac{1}{2}||\Xi||^2(t) + \int\limits_0^t [\Xi]^2 dt'^2 \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{2}||\Xi||^2(0) + \int\limits_0^t ((\mathbf{u},\mathbf{f} - \nabla P_{atm}/\rho_0) - (\tau,\mathbf{u}/\rho_0)_0|_{z=0} + g(\rho(T,S),w(\mathbf{u})))\,dt' +$$

$$+ \int\limits_0^t ((T,\ f_T) - \gamma_T(Q_T,T)_0|_{z=0} + (S,f_S) - \gamma_S(Q_S,S)_0|_{z=0})\,dt'. \quad (5)$$

Пусть в области $D_1 \subset D$ известны данные наблюдений за возвышением уровня поверхности океана $\xi = \xi_{obs}(x,y,t)$ и за поверхностной температурой $T|_{z=0} = T_{obs}(x,y,t)$, а в области $G_1 \subset (G \times (0,t_1))$ известны данные наблюдений за скоростью, температурой и соленостью воды, которые задаются функциями $\mathbf{u}^{obs}(x,y,z,t)$, $w^{obs}(x,y,z,t)$, $T^{obs}(x,y,z,t)$, $S^{obs}(x,y,z,t)$. Данные наблюдений используются для отыскания функций Q_w, τ, Q_T и Q_S, входящих в граничные условия (3) – (4), либо для отыскания начальных значений функций $\mathbf{u}$, ξ, T, S в момент $t = 0$. Расхождение между решением (1) – (4) и наблюдаемыми величинами характеризуется регуляризованным функционалом стоимости. На основании вытекающих из (5) априорных оценок доказывается разрешимость поставленных оптимизационных задач.

Список литературы

1. *Lions J.-L., Temam R., Wang S.* On the equations of the large-scale ocean // Nonlinearity. – 1992. – №5. – P.1007–1053.
2. *Агошков В.И., Ипатова В.М.* Теоремы существования для трехмерной модели динамики океана и задачи ассимиляции данных // ДАН. – 2007. – Т.412, №2. – С. 151–153.
3. *Агошков В.И., Ипатова В.М.* Разрешимость задачи усвоения данных наблюдений в трехмерной модели динамики океана // Дифференциальные уравнения. – 2007. – Т.43, №8. – С. 1064–1075.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАРШЕГО КОЭФФИЦИЕНТА В ПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ С УСЛОВИЕМ ИНТЕГРАЛЬНОГО НАБЛЮДЕНИЯ*

Камынин В.Л.

Московский инженерно-физический институт, кафедра высшей математики,

115409 Москва, Каширское шоссе, 31

e-mail: `vlkamynin@consultant.ru`

В цилиндре $Q_T \equiv [O,T] \times \Omega$ изучается однозначная разрешимость обратной задачи вида

$$\rho(t)u_t - a(t,x)\Delta u + \sum_{i=1}^{n} b_i(t,x)u_{x_i} + d(t,x)u = f(t,x), \tag{1}$$

$$u(0,x) = 0, \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

$$u(t,x) = 0 \ (t,x) \in (O,T) \times \partial\Omega, \tag{3}$$

$$\int\limits_{\Omega} u(t,x)\omega(x)dt = \varphi(t), \quad t \in [0,T]. \tag{4}$$

Здесь Ω — ограниченная область в $\mathbb{R}^n$ с гладкой границей $\partial\Omega$. Неизвестной является пара функций $\{u(t,x), \rho(t)\}$, $u(t,x) \in W_2^{1,2}(Q_T) \cap C^{0,\alpha}(Q_T)$, $\rho(t) \in L_\infty([0,T]), \rho(t) \geqslant \delta > 0$.

Важной особенностью работы является то, что коэффициенты уравнения (1) зависят как от переменных x, так и от переменной t. Отметим, что ранее обратные задачи определения старшего коэффициента в параболическом уравнении с переопределением вида (4) не рассматривались.

При другом виде интегрального переопределения обратные задачи определения неизвестного старшего коэффициента (зависящего от x) рассмотрены в [1,2].

В работе предполагается, что коэффициенты уравнения (1), функции $\omega(x)$ и $\varphi(t)$ измеримы и для них выполнены условия:

$$0 < a_1 \leqslant a(t,x) \leqslant a_2, \quad |a_x|, |\Delta a| \leqslant K_a; \tag{A}$$

$$|b_i(t,x)|, \ \left|\frac{\partial b_i(t,x)}{\partial x_i}\right| \leqslant K_b, \quad |d(t,x)| \leqslant K_d, \quad |f(t,x)| \leqslant K_f; \tag{B}$$

$$|\omega(x)|, |w_x|, |\Delta\omega| \leqslant K_\omega, \quad w(x) \mid_{\partial\Omega} = 0; \tag{C}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, код проекта 06–01–00401.

$$0 \leqslant \varphi(t) \leqslant K_\varphi, \quad 0 < \varphi_1 \leqslant \varphi'(t) \leqslant \varphi_2, \quad \varphi(0) = 0. \qquad (D)$$

Обозначим через θ константу из неравенства Пуанкаре–Стеклова. Пусть

$$F_1 = \inf_{0 \leqslant t \leqslant T} \int_\Omega f(t,x)\omega(x)dx.$$

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* (A)–(D). *Тогда решение обратной задачи* (1) – (4) *единственно.*

Теорема 2. *Пусть выполнены условия* (A)–(D). *Предположим, что*

$$F_1 \geqslant \frac{6(n+2)}{a_1^2} a_2 \varphi_2 [K_b^2 + K_d^2 \theta^2] T, \qquad (5)$$

$$F_1^{3/2} \geqslant \frac{3}{2a_1}((6n+12)a_2\varphi_2)^{1/2}(3K_a + 2nK_b + K_d + a_2)K_\omega K_f \theta |\Omega| T^{1/2}. \quad (6)$$

Тогда решение обратной задачи (1) – (4) *существует.*

Замечание. Условия (5) и (6) теоремы 2 заведомо выполняются при малых T.

Список литературы

1. *Прилепко А.И., Костин А.Б.* Об обратных задачах определения коэффициента в параболическом уравнении. I // Сибирский матем. журнал. 1992. Т. 33, N 3. С. 146–155.
2. *V.L. Kamynin.* Some unverse problems for parabolic equations with integral overdetermination in time // Int. Conference «Nonlinear partial differential equations» dedicated to the memory of I.V. Skrypnik. Book of abstracts. Donetsk, 2007. P. 34.

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Карачик В.В., Антропова Н.А.

Южно-Уральский государственный университет

Челябинск, Россия

e-mail: karachik@susu.ru

В настоящей работе приводятся формулы, которые упрощают нахождение частных решений неоднородного полигармонического уравнения $\Delta^m u = f(x)$ и неоднородного уравнения Гельмгольца $\Delta u + \lambda u = f(x)$ в случае аналитической правой части $f(x)$. Этот метод основан на представлении аналитической функции $f(x)$ гармоническими функциями [1]. Полученные формулы эффективны и в случае полиномиальной $f(x)$.

Рассмотрим неоднородное полигармоническое уравнение
$$\Delta^m u = f(x), \quad x \in D, \tag{1}$$
где правая часть $f(x)$ является аналитической в $D \subset \mathbb{R}^n$ функцией, а D — звездная область с центром в начале координат.

Теорема 1. *Решение уравнения* (1) *может быть записано в форме*
$$u(x) = \frac{|x|^{2m}}{2(2m-2)!!} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|x|^{2k}}{(2k)!!(2k+2m)!!} \times$$
$$\times \int_0^1 (1-\alpha)^{k+m-1} \alpha^{k+n/2-1} (-\Delta)^k f(\alpha x)\, d\alpha, \tag{2}$$

Пример 1. Пусть правая часть в уравнении (1) имеет вид $f(x) = x_i$, тогда ряд из (2) содержит только одно слагаемое при $k = 0$. Это решение имеет вид
$$u(x) = \frac{|x|^{2m} x_i}{2(2m-2)!!(2m)!!} \int_0^1 (1-\alpha)^{m-1} \alpha^{n/2} d\alpha = \frac{x_i |x|^{2m}}{(2,2)_m (n+2,2)_m},$$
где $(a,b)_k = a(a+b)\ldots(a+kb-b)$ — обобщенный символ Похгаммера, с соглашением $(a,b)_0 = 1$.

Рассмотрим случай, когда $f(x) = P_l(x)$, где $P_l(x)$ однородный полином степени l.

Теорема 2. *Решение уравнения* $\Delta^m u(x) = P_l(x)$ *может быть записано в форме*
$$u(x) = |x|^{2m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{k+m-1}{m-1} \frac{|x|^{2k} \Delta^k P_l(x)}{(2,2)_{k+m} (n+2l-2k,2)_{k+m}}, \tag{3}$$

На основании теоремы 1 верно утверждение.

Теорема 3. *Система функций* $\{u_m(x;f) \,|\, m \in N\}$, *где*
$$u_m(x;f) =$$
$$= \frac{|x|^{2m}}{2(2m-2)!!} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k |x|^{2k}}{(2k)!!(2k+2m)!!} \int_0^1 (1-\alpha)^{k+m-1} \alpha^{k+n/2-1} \Delta^k f(\alpha x)\, d\alpha,$$
обладает свойством
$$\Delta u_1(x;f) = f(x); \quad \Delta u_m(x;f) = u_{m-1}(x;f),\ m > 1, \quad x \in D.$$

Рассмотрим неоднородное уравнение Гельмгольца
$$\Delta v + \lambda v = f(x), \quad x \in D, \tag{4}$$
где правая часть $f(x)$ как и раньше является аналитической в D функцией, а $D \subset \mathbb{R}^n$ звездная область с центром в начале координат, $\lambda \in \mathbb{R}$. На основании теоремы 3 верна

Теорема 4. *Некоторое решение уравнения* (4) *может быть найдено в виде*

$$v(x) = \frac{|x|^2}{2}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{|x|^{2k}}{(2k)!!(2k+2)!!}\int\limits_0^1(1-\alpha)^k\alpha^{n/2-1}(-\Delta-\lambda)^k f(\alpha x)\,d\alpha, \qquad (5)$$

где в отличие от формулы (2) *следует считать, что оператор* $(-\Delta-\lambda)^k$ *применяется к функции* $f(\alpha x)$.

Введем функцию [2]

$$g_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{t^k}{(2,2)_k(m,2)_k}$$

Следствие 1. *Некоторое решение уравнения*

$$\Delta v_1 + \lambda v_1 = v(x), \quad x \in D, \qquad (6)$$

в котором $v(x)$ *— решение однородного уравнения Гельмгольца* (4) ($f(x) = 0$) *записывается в виде*

$$v_1(x) = \frac{|x|^2}{4}\int\limits_0^1 g_4(\lambda(1-\alpha)(1-\alpha^2)|x|^2)\alpha^{n/2-1}v(\alpha x)\,d\alpha. \qquad (7)$$

Если λ — собственное значение, а $v(x)$ — собственная функция некоторой краевой задачи для оператора Лапласа, то формула (7) связывает собственную функцию $v(x)$ и присоединенную функцию $v_1(x)$ и позволит получить некоторые новые свойства для них [3].

Пример 2. Пусть правая часть в уравнении (4) имеет вид $f(x) = x_i$, как и в примере 1. Тогда, из (5) получим

$$v(x) = \frac{x_i|x|^2}{2(n+2)}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\lambda)^k|x|^{2k}}{(4,2)_k(n+4,2)_k}\,.$$

При $\lambda = 0$, учитывая что $(a,b)_0 = 1$, будем иметь решение $v(x) = x_i|x|^2/(2n+4)$.

Список литературы

1. *Карачик В.В.* Об одном представлении аналитических функций гармоническими // Математические труды, 2007. – Т.10. – N 2. – С. 1–21.
2. *Karachik V.V.* Normalized system of functions with respect to the Laplace operator and its applications // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2003, – Vol. 287. – No. 2. – P. 577–592.
3. *Ильин В.А., Моисеев Е.И.* Формула среднего значения для присоединенных функций оператора Лапласа // Дифференциальные уравнения, 1981. – Т.17. – N 10. – С. 1908–1910.

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТИПА КОШИ ДЛЯ ДИФФУЗИОННО-ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Килбас А.А., Ворошилов А.А.

Белорусский государственный университет

Минск, пр. Независимости, 4

Тел.: (017)2095570, e-mail: anatolykilbas@gmail.com, 22365@rambler.ru

Рассматривается задача типа Коши

$$\left(D_{0+,t}^{\alpha}u\right)(x,t) = \lambda^2 \Delta_x u(x,t) \quad (x \in \mathbb{R}^m,\ t > 0;\ \lambda > 0), \tag{1}$$

$$\left(D_{0+,t}^{\alpha-k}u\right)(x,0+) = f_k(x) \quad (k = 1, \ldots, n = -[-\alpha];\ x \in \mathbb{R}^m) \tag{2}$$

для дифференциального уравнения с частной производной Римана–Лиувилля порядка $\alpha > 0$ функции $u(x,t)$ по второй переменной [1, с.342]

$$\left(D_{0+,t}^{\alpha}u\right)(x,t) = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^n \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u(x,\tau)d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}$$

$$(n = -[-\alpha];\ x \in \mathbb{R}^m, t > 0), \tag{3}$$

$\left(D_{0+,t}^{\alpha-k}u\right)(x,t)$ определяется формулой (3) при $k = 1, \ldots, n-1$, и

$$\left(D_{0+,t}^{\alpha-n}u\right)(x,t) = \left(I_{0+,t}^{n-\alpha}u\right)(x,t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{u(x,\tau)d\tau}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}},$$

выражение $\left(D_{0+,t}^{\alpha-k}\right)(x,0+)$ понимается как предел

$$\left(D_{0+,t}^{\alpha-k}\right)(x,0+) = \lim_{t\to 0+} \left(D_{0+,t}^{\alpha-k}u\right)(x,t) \quad (k = 1, \ldots, n),$$

а Δ_x — оператор Лапласа относительно $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in \mathbb{R}^m$:

$$\Delta_x = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2}.$$

Уравнение (1) обобщает классические уравнение теплопроводности и волновое уравнение.

Решение задачи (1)–(2) при $0 < \alpha \leqslant 1$ и $1 < \alpha < 2$ получено в [2] соответственно в виде

$$u(x,t) = \int_{\mathbb{R}^m} G_1^{\alpha}(x-\tau,t) f_1(\tau) d\tau \quad (0 < \alpha \leqslant 1), \tag{4}$$

$$u(x,t)=\int\limits_{\mathbb{R}^m}[G_1^\alpha(x-\tau,t)f_1(\tau)+G_2^\alpha(x-\tau,t)f_2(\tau)]d\tau \quad (1<\alpha<2), \qquad (5)$$

где функции $G_1(x,\tau)$ и $G_2(x,\tau)$ выражаются в терминах H-функции по формуле

$$G_k^\alpha(x,t)=\pi^{-\frac{m}{2}}|x|^{-m}t^{\alpha-k}H_{1,2}^{2,0}\left[\frac{|x|^2}{4\lambda^2t^\alpha}\left|\begin{array}{l}(\alpha-k+1,\alpha)\\ \left(\frac{m}{2}\ ,1\right),(1,1)\end{array}\right.\right] \quad (k=1,2).$$

Функцию $u(x,t)$, в соответствии с [3], называют классическим решением задачи типа Коши (1)–(2), если: 1) $u(x,t)$ дважды непрерывно дифференцируема по x при каждом $t>0$; 2) при каждом $x\in\mathbb{R}^m$ $u(x,t)$ непрерывна по t и имеет непрерывную частную производную порядка α по t; 3) выполнены равенства (1), (2).

Теорема. (a) *Пусть функция $f_1(x)$ непрерывна на $\mathbb{R}^m$, имеет не более чем экспоненциальный рост на бесконечности*

$$|f_1(x)|\leqslant C\exp(h|x|^\mu) \quad \left(C,h>0,\ \mu<\frac{2}{2-\alpha}\right) \qquad (6)$$

и локально гельдерова, если $m>1$. Тогда функция (4) *является классическим решением задачи* (1), (2), *при этом $u(x,t)\in C_{1-\alpha}[0,\infty)$ для любого $x\in\mathbb{R}^m$.*

(b) *Пусть для функции $f_1(x)$ выполнены условия пункта* (a), *функция $f_2(x)$ удовлетворяет оценке* (6) *и $f_2(x)\in C^1(\mathbb{R}^m)$, а ее частные производные первого порядка локально гельдеровы с показателем $\mu>\frac{2}{\alpha}-1$. Тогда функция* (5) *является классическим решением задачи* (1), (2), *при этом $u(x,t)\in C_{2-\alpha}[0,\infty)$ для любого $x\in\mathbb{R}^m$.*

Список литературы

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Мн., 1987.
2. *Ворошилов А.А., Килбас А.А.* Задача типа Коши для диффузионно-волнового уравнения с частной производной Римана–Лиувилля // Доклады Академии наук. **406** (1) (2006), 12–16.
3. *Кочубей А.Н.* Диффузия дробного порядка // Дифференциальные уравнения. **26** (4) (1990), 660–670.

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ЛАПЛАСИАНОМ ЛЕВИ

Ковтун И.И.

Национальный аграрный университет

ул. Малиновского, д. 11, кв. 399, Киев, 04212, Украина

e-mail: `e-mail:ira@otblesk.com`

В книге [1] П.Леви рассмотрел квазилинейное эллиптическое уравнение

$$\Delta_L U(x) = f(U(x)),$$

где $U(x)$ — функция на гильбертовом пространстве, а $f(\xi)$ — функция одной переменной.

Решение задачи Коши для параболического квазилинейного уравнения с лапласианом Леви

$$\frac{\partial U(t,x)}{\partial t} = \Delta_L U(t,x) + f(U(t,x)), \qquad U(0,x) = U_0(x)$$

получено М.Н. Феллером и приведено в его книге [2].

Доклад посвящен решению краевой задачи для параболического квазилинейного уравнения с лапласианом Леви

$$\frac{\partial U(t,x)}{\partial t} = \Delta_L U(t,x) + f(U(t,x)) \quad \text{в} \quad \Omega, \qquad U(t,x) = G(t,x) \quad \text{на} \quad \Gamma$$

($f(\xi)$ — функция на $\mathbb{R}^1$) для фундаментальных областей $\Omega \cup \Gamma$ в гильбертовом пространстве.

Пусть H счетномерное вещественное гильбертово пространство. Рассмотрим скалярные функции $F(x)$ на H, $x \in H$.

Если функция $F(x)$ дважды сильно дифференцируема в точке x_0, то бесконечномерный лапласиан Леви определяется, если он существует, формулой

$$\Delta_L F(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} (F''(x_0) f_k, f_k)_H,$$

где $F''(x)$ — гессиан функции $F(x)$, $\{f_k\}_1^\infty$ — выбранный ортонормированный базис в H.

Пусть Ω — ограниченная область в гильбертовом пространстве H (то есть ограниченное открытое множество в H), а $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ — область в пространстве H с границей Γ.

Определим область Ω в пространстве H с поверхностью Γ следующим образом

$$\Omega = \{x \in H : 0 \leqslant Q(x) < \mathbb{R}^2\}, \quad \Gamma = \{x \in H : Q(x) = \mathbb{R}^2\},$$

где функция $Q(x)$ — дважды сильно дифференцируемая функция такая, что

$$\Delta_L Q(x) = \gamma,$$

γ — постоянное положительное не равное нулю число. Такие области называют фундаментальными.

Рассмотрим краевую задачу

$$\frac{\partial U(t,x)}{\partial t} = \Delta_L U(t,x)) + f(U(t,x)) \quad \text{в} \quad \Omega, \tag{1}$$

$$U(t,x) = G(t,x) \quad \text{на} \quad \Gamma, \tag{2}$$

где $U(t,x)$ — функция на $[0,\mathcal{T}] \times H$, $f(\xi)$ — заданная функция одной переменной, $G(t,x)$ — заданная функция.

Теорема. *Пусть $f(\xi)$ — дифференцируемая функция, такая что существует первообразная $\varphi(\xi) = \int \frac{d\xi}{f(\xi)}$ и обратная функция φ^{-1}. Пусть область $\overline{\Omega}$ фундаментальна. Пусть также в некотором функциональном классе существует решение $V(t,x)$ краевой задачи для уравнения теплопроводности*

$$\frac{\partial V(t,x)}{\partial t} = \Delta_L V(t,x) \quad \text{в} \quad \Omega, \quad V(t,x)\Big|_{\Gamma} = G(t,x).$$

Тогда решение краевой задачи (1), (2) в этом классе дается формулой

$$U(t,x) = \varphi^{-1}(T(x) + \varphi(V(t,x))),$$

где

$$T(x) = \frac{R^2 - Q(x)}{\gamma}\ .$$

Список литературы

1. *Lévy P.* Problémes concrets d'analyse fonctionnelle. Paris: Gauthier–Villars, 1951.
2. *Feller M.N.* The Lévy Laplacian. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

АНАЛИЗ НОВОГО КЛАССА НЕАВТОНОМНЫХ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО ПЕРИОДИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ

Коняев Ю.А., Романова Е.Ю.

Российский университет дружбы народов, Российский государственный социальный университет

117447, Москва, ул. Винокурова, д. 12, кор. 4, кв. 195

Тел.: +7(499)1267326, e-mail: konyaevs@tochka.ru, klenar2001@mail.ru

Разработан эффективный алгоритм асимптотической приводимости нового класса линейных неавтономных систем ОДУ с экспоненциально периодической матрицей к системе с почти периодической матрицей. Предложенный метод, в основе которого лежит один из вариантов метода расщепления [1], позволяет построить асимптотическое представление решения, сформулировать конструктивные критерии устойчивости и доказать обобщение известной теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению для указанного класса квазилинейных систем.

Теорема 1. *Неавтономная линейная система с экспоненциально периодической матрицей:*

$$\dot{x} = (e^{mt} \sum_{0}^{\infty} A_k(t) e^{-kt}) x; \quad t \in [\delta, T]; \quad \delta > 1; \quad m \geqslant 1; \quad x \in \mathbb{R}^n, \qquad (1)$$

(где $A_k(t)$ — достаточно гладкие T-периодические матричные функции, а матричный ряд $\sum\limits_{0}^{\infty} A_k(t) e^{-kt}$ $(k \geqslant 0)$ сходится абсолютно и равномерно по некоторой норме при $t \geqslant \delta > 1$) в случае, если спектр $\{\lambda_{0j}(t)\}_1^n$ матрицы $A_0(t)$ удовлетворяет неравенствам: $\sigma_{jk}(t) \equiv \lambda_{0j}(t) - \lambda_{0k}(t) \not\equiv \not\equiv 0$; $(j \not\equiv k;\quad j,k = \overline{1,n})$, тогда система (1) с помощью невырожденной при достаточно больших $\delta > 1$ замены $x = H(t)z$ может быть приведена к системе с почти диагональной матрицей:

$$\begin{gathered} \dot{z} = Q(t) z; \quad Q(t) = \Lambda(t) + G(t) e^{-(p+1)t}; \\ \Lambda(t) = e^{mt} \sum_{0}^{m+p} \Lambda_k(t) e^{-kt} = \operatorname{diag}\{\lambda_1(t), \cdots, \lambda_n(t)\}; \\ \|G(t)\| \leqslant C, \quad (t \leqslant \delta), \end{gathered} \qquad (2)$$

где $\operatorname{Re}\lambda_j(t) \leqslant \varphi(t)$; $(j = \overline{1,n})$; ($\varphi(t)$ — некоторая непрерывная функция), при этом асимптотика общего решения системы (1) может быть записана в виде:

$$x(t) = H(t) \exp(\int_{\delta}^{t} \Lambda(s) ds)(E + O(e^{-p\delta}) C; \quad t \in [\delta, T]; \quad (p \geqslant 1),$$

где матрица $H(t)$ и диагональные матрицы $\Lambda_k(t)$ определяются с помощью простого итерационного алгоритма.

Предложенный метод может быть использован для анализа устойчивости тривиального решения линейной системы (1) и соответствующей квазилинейной неоднородной системы вида:

$$\dot{x} = (e^{mt} \sum_{0}^{\infty} A_k(t) e^{-kt}) x + f(x,t); \quad t \in [\delta, T]; \quad \delta > 1; \quad m \geqslant 0; \quad x \in \mathbb{R}^n, \qquad (3)$$

($f(x,t)$ — достаточно гладкая векторная функция, $f(0,t) \equiv 0$) и эквивалентной (с учетом замены $x = H(t)z$) ей системы:

$$\dot{z} = Q(t) z + b(z,t). \qquad (4)$$

Теорема 2. *Если при выполнении условий теоремы 1 спектр $\{\lambda_j(t)\}_1^n$ матрицы $\Lambda(t)$ удовлетворяет условиям: $\operatorname{Re}\lambda_j(t) \leqslant \varphi(t)$, $j = \overline{1,n}$; $a(t) = = \int\limits_{\delta}^{t} \varphi(s) ds \to -\infty$, $(t \to +\infty)$, тогда тривиальное решение системы (1)* *и эквивалентной ей системы* (2) *асимптотически устойчиво, а в случае* $a(t) \leqslant C$ *— устойчиво, а если* $\operatorname{Re}\lambda_j(t) \geqslant \varphi(t)$, $(j = \overline{1,n})$; $a(t) \to +\infty$, $(t \to +\infty)$ *— неустойчиво.*

В случае $\operatorname{Re}\lambda_j(t) \leqslant -\sigma < 0$, $\quad (j = \overline{1,n})$ *и при этом* $\|f(x,t)\| \leqslant$ $\leqslant C\|x\|^{1+\alpha}$, $\quad (C, \alpha > 0)$, *тривиальное решение квазилинейной системы* (3) *асимптотически устойчиво.*

Асимптотическая устойчивость или устойчивость тривиального решения системы (1) и эквивалентной ей системы вида (2) сразу следует из дифференциального неравенства для квадрата нормы решения [4]:

$$\frac{d\|z\|^2}{dt} = 2\operatorname{Re}(z^*\Lambda(t)z) + 2\operatorname{Re}(z^*G(t)z)e^{-pt} \leqslant (\varphi(t) + Ke^{-pt})\|z\|^2$$

и оценки $\|z\| \leqslant \left\|z^0\right\| \exp(\int\limits_{\delta}^{t}(\varphi(s) + Ke^{-ps})ds$.

Неустойчивость тривиального решения системы (1) следует из аналогичного дифференциального неравенства обратного знака.

Асимптотическая устойчивость квазилинейной системы (2) следует из дифференциального неравенства для квадрата нормы решения эквивалентной системы (4) (с учетом $\|b(z,t)\| \leqslant C_1\|z\|^{1+\alpha_1}$, $\quad C_1, \alpha_1 > 0$):

$$\frac{d\|z\|^2}{dt} = 2\operatorname{Re}(z^*\Lambda(t)z) + 2\operatorname{Re}(z^*G(t)z)e^{-pt} + (z^*b(z,t)) \leqslant$$
$$\leqslant (-\sigma + Ke^{-pt} + C_1\|z\|^{\alpha_1})\|z\|^2 \leqslant -\sigma_0\|z\|^2, \quad (0 < \sigma_0 < \sigma)$$

и последующей оценки: $\|z\| \leqslant \left\|z^0\right\| \exp\int\limits_{\delta}^{t}(-\sigma_0)ds$.

Последнее утверждение можно рассматривать, как обобщение теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости по первому приближению для неавтономных квазилинейных систем с экспоненциально периодической матрицей.

Список литературы

1. *Коняев Ю.А.* Об одном методе исследования некоторых задач теории возмущений // Математический Сборник, 1993, т.194, N12, С. 133–144.
2. *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Мир, 1988, 248 с.
3. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967, 472 с.
4. *Коняев Ю.А.* Достаточные условия устойчивости решений некоторых классов ОДУ в критических случаях // Дифференциальные уравнения, 1990, т. 26, N4, С. 706–713.

ОПЕРАТОРЫ ОСРЕДНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ ШАГОМ В ТЕОРИИ РАЗРЕШИМОСТИ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СОСТАВНОГО ТИПА

Корзюк В.И., Конопелько О.А.

Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Белорусский государственный университет

220050, Республика Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 4,

Тел.: +375(17)2095538, +375(17)2095702, Факс: +375(17)2095702, e-mail: Korzyuk@bsu.by

Интегральные операторы осреднения с переменным шагом [1, 2], как известно, используются во многих областях теории функций, математического анализа, дифференциальных уравнений. В теории дифференциальных уравнений они позволяют доказать разрешимость многих граничных задач. Здесь используется свойство сохранения граничных условий при осреднении функций. В [3, 4] представлены результаты исследования граничных задач для гиперболических относительно заданного векторного поля уравнений второго порядка в ограниченных областях достаточно общей конфигурации в случае простейших граничных условий. Естественно возникает задача построения такой теории для уравнений более высокого порядка. В частности, в данном докладе представлены результаты исследования корректности некоторых граничных задач для уравнения четвертого порядка составного типа.

Для функции u независимых переменных $\boldsymbol{x} = (x_0, ..., x_n)$ $n+1$-мерного евклидова пространства $\mathbb{R}^{n+1}$ рассматривается линейное дифференциальное уравнение четвертого порядка составного типа

$$\mathcal{L}u = \frac{\partial^4 u}{\partial x_0^4} + (b^2 - a^2)\frac{\partial^2}{\partial x_0^2}\Delta u - a^2 b^2 \Delta^2 u + A^{(1)}u = f(\boldsymbol{x}), \qquad (1)$$

где a и b — некоторые произвольные постоянные, $\Delta = \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ — оператор Лапласа, $A^{(1)}u = \sum\limits_{|\boldsymbol{\alpha}| \leqslant 1} a^{(\boldsymbol{\alpha})}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{\alpha}}u$, $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_0, ..., \alpha_n)$, $\boldsymbol{D}^{\boldsymbol{\alpha}}u = \dfrac{\partial^{|\boldsymbol{\alpha}|}u}{\partial x_0^{\alpha_0} ... \partial x_n^{\alpha_n}}$, $|\boldsymbol{\alpha}| = \alpha_0 + ... + \alpha_n$, $a^{(\boldsymbol{\alpha})}(\boldsymbol{x})$, $f(\boldsymbol{x})$ — заданные функции.

Уравнение (1) задается в цилиндрической области $Q = (0, T) \times \Omega$. Граница ∂Q состоит из нижнего основания $\Omega^{(0)} = \{\boldsymbol{x} \in \partial Q \,|\, x_0 = 0\}$, верхнего основания $\Omega^{(T)} = \{\boldsymbol{x} \in \partial Q \,|\, x_0 = T\}$ и боковой поверхности $\Gamma = \{\boldsymbol{x} \in \partial Q \,|\, 0 < x_0 < T\}$, которая является кусочно-гладкой.

Для уравнения (1) рассматриваются следующие граничные задачи.

Задачи I: $\quad b^2 > a^2$,

$\mathcal{L}u = f, \quad \boldsymbol{x} \in Q$,

$u|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_0^2}\right|_{\Omega^{(0)}} = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$, $u|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = 0$, где $\boldsymbol{\nu} = (\nu_0, ..., \nu_n)$ — единичный вектор внешней относительно Q нормали к гиперповерхности Γ.

Вместо условия $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$ на верхнем основании $\Omega^{(T)}$ можно задать условие $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_0^2}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$, а на боковой поверхности Γ — одно из условий $u|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$. Таким образом, здесь фактически рассматриваются 6 различных задач.

Задачи II: $\quad b^2 > a^2$,

$\mathcal{L}u = f, \quad \boldsymbol{x} \in Q$,

$u|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial x_0^3}\right|_{\Omega^{(0)}} = 0, \quad u|_{\Omega^{(T)}} = 0, \quad u|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = 0.$

Здесь вместо условия $u|_{\Omega^{(T)}} = 0$ на верхнем основании $\Omega^{(T)}$ можно задать условие $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$, а на боковой поверхности Γ вместо условий $u|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial x_0^3}\right|_{\Omega^{(0)}} = 0, \quad u|_{\Omega^{(T)}} = 0, \quad u|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = 0$ — условия $u|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = 0$ или $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$. Получаем еще 6 граничных задач.

Задачи I и II являются корректно поставленными также и в случае $a^2 = b^2$. Кроме того, если $a^2 = b^2$, то в задачах I и II условие на боковой поверхности Γ можно заменить на условие $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$.

Задачи III: $\quad a^2 = b^2$,

$\mathcal{L}u = f, \quad \boldsymbol{x} \in Q$,

$u|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_0^2}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial x_0^3}\right|_{\Omega^{(0)}} = 0, \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0, \quad \left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0, \quad u|_\Gamma = \left.= \dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = 0.$

Вместо условия $\left.\dfrac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$ на верхнем основании $\Omega^{(T)}$ можно задать условие $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_0^2}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$, а на боковой поверхности Γ — одно из условий $u|_\Gamma = \left.= \dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = 0$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$, $\left.\dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = \left.\dfrac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$.

Итого в случае $a^2 = b^2$ получаем 24 различных задачи.

Задачи IV: $\quad b^2 < a^2$,

$\mathcal{L}u = f, \quad \boldsymbol{x} \in Q$,

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\frac{\partial^2 u}{\partial x_0^2}\right|_{\Omega^{(0)}} = \left.\frac{\partial^3 u}{\partial x_0^3}\right|_{\Omega^{(0)}} = 0, \quad u|_{\Omega^{(T)}} = 0, \quad u|_\Gamma = \left.\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = 0.$$

Вместо условия $u|_{\Omega^{(T)}} = 0$ на верхнем основании $\Omega^{(T)}$ можно задать условие $\left.\frac{\partial u}{\partial x_0}\right|_{\Omega^{(T)}} = 0$, а на боковой поверхности Γ — одно из условий $u|_\Gamma = \left.\frac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^2}\right|_\Gamma = 0$, $\left.\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_\Gamma = \left.\frac{\partial^3 u}{\partial \boldsymbol{\nu}^3}\right|_\Gamma = 0$. Получаем еще 6 задач.

Отметим также, что в задачах I–IV можно поменять местами условия, которые задаются на $\Omega^{(0)}$ и $\Omega^{(T)}$. В итоге сформулировано 84 различные граничные задачи для уравнения (1). Перечислим основные результаты, полученные по разрешимости этих задач.

Для всех операторов сформулированных выше задач получены энергетические неравенства в подходящих функциональных пространствах. Для некоторых из них доказывается существование и единственность сильного решения для любого $f \in L_2(Q)$. Доказательство сводится к установлению плотности множества значений $\mathcal{R}(\mathcal{L})$ оператора $\mathcal{L}$ соответствующей задачи в пространстве $L_2(Q)$.Для некоторых задач плотность множества $\mathcal{R}(\mathcal{L})$ следует из соответствующих теорем для гиперболических и эллиптических операторов [3–5], для других она доказывается с помощью операторов осреднения с переменным шагом. Кроме того, разрешимость задач I, III и IV получена с помощью теоремы Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве [5, 6].

Список литературы

1. *Burenkov V.I.* Sobolev Spaces on Domains. Sttutgart–Leipzig, 1998.
2. *Корзюк В.И.* Лемма Фридрихса для операторов осреднения с переменным шагом. Вестн. Бел. ун-та. Сер. I. №2. 1996. С.55–71.
3. *Корзюк В.И.* Метод энергетических неравенств и операторов осреднения. Вестн. Бел. ун-та. Сер. I. №3, 1996. С. 55–71.
4. *Korzyuk V.I.* 10. Mollifiers with Variable Step in the Theory of Boundary Problem for Partial Differential Equations. Analytic Methods of Analysis and Differential Equations: AMADE–2003 (A.A. Kilbas and S.V. Rogosin eds.). – 2006. – Cottenham, Cambridge: Cambridge Scientific Publishers. – P. 133–152. ISBN 1–904868–41–X.
5. *Корзюк В.И., Чеб Е.С.* Граничные задачи для эллиптических уравнений второго порядка// Труды ИМ НАН Беларуси. 2007. Т.15, №.2. С.48–57.
6. *Фикера Г.* Теоремы существования в теории упругости. М.: Мир, 1974.

СИНГУЛЯРНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Коробова О.В.

Институт математики, экономики и информатики ИГУ

e-mail: `olis@mail.ru`

Рассматривается система дифференциальных уравнений N-го порядка вида

$$B\frac{d^N\bar{u}}{dt^N} = \Lambda A\bar{u}(t) + \bar{f}(t) \tag{1}$$

с начальными условиями

$$\bar{u}(0) = \bar{u}_0, \quad \bar{u}'(0) = \bar{u}_1, \ \ldots, \ \bar{u}^{N-1}(0) = \bar{u}_{N-1}. \tag{2}$$

Здесь $\bar{u}(t)$, $\bar{f}(t)$ — вектор-функции (столбцы) размерности s, компоненты которых $u_\nu(t)$ функции со значениями в банаховом пространстве E_1, а $f_\nu(t)$ функции со значениями в банаховом пространстве E_1, а $f_\nu(t)$ — функции со значениями в банаховом пространстве E_2, $\nu = 1, \ldots, s$, B, A — замкнутые линейные операторы из E_1 в E_2, $\overline{D(B)} = \overline{D(A)} = E_1$, $D(B) \subset \subset D(A)$, оператор B необратим, $\overline{R}(B) = R(B)$, под записью $A\bar{u}(t)$ понимается вектор-функция (столбец) с компонентами $Au_\nu(t)$, $\nu = 1, \ldots, s$, Λ — невырожденная квадратная матрица порядка s.

Поскольку $\det\Lambda \neq 0$, то все характеристические числа $\lambda_1, \ldots, \lambda_\mu$ матрицы Λ отличны от нуля, матрица Λ имеет нормальную жорданову форму квазидиагонального вида

$$J \equiv \{\lambda_1 E^{(q_1)} + H^{(q_1)}, \ \lambda_2 E^{(q_2)} + H^{(q_2)}, \ \ldots, \ \lambda_\mu E^{(q_\mu)} + H^{(q_\mu)}\},$$

где $\lambda_i E^{(q_i)} + H^{(q_i)}$ — квадратная матрица размера q_i, $q_1 + q_2 + \ldots + q_\mu = s$ и существует невырожденная матрица T порядка s такая, что

$$\Lambda = T \cdot J \cdot T^{-1}.$$

В работе [1] была введена конструкция фундаментальной оператор-функции, позволяющая в замкнутом виде строить решения различных типов дифференциальных уравнений. Идеи этой работы применим для исследования системы (1).

В обобщенных функциях [2] задачу Коши (1) – (2) можно записать в сверточном виде как

$$\Big(B\delta^{(N)}(t) - \Lambda A\delta(t)\Big) * \tilde{\bar{u}}(t) = \bar{f}(t)\theta(t) + B\bar{u}_0\delta^{(N-1)}(t) + \ldots + B\bar{u}_{N-1}\delta(t).$$

Определение. Матричной фундаментальной оператор-функцией $\mathcal{E}_N(t)$ для дифференциального оператора $\big(B\delta^{(N)}(t) - \Lambda A\delta(t)\big)$ на классе

$K'_+(E_2)$ назовем такую матричную оператор-функцию, для которой выполняются следующие два равенства

$$\Big(B\delta^{(N)}(t) - \Lambda A\delta(t)\Big) * \mathcal{E}_N(t) * \tilde{\tilde{u}}(t) = \tilde{\tilde{u}}(t) \quad \forall\, \tilde{\tilde{u}}(t) \in K'_+(E_2).$$

$$\mathcal{E}_N(t) * \Big(B\delta^{(N)}(t) - \Lambda A\delta(t)\Big) * \tilde{\tilde{v}}(t) = \tilde{\tilde{v}}(t) \quad \forall\, \tilde{\tilde{v}}(t) \in K'_+(E_1).$$

Пусть выполнено условие

А) оператор B фредгольмов, т.е. $\dim N(B) = \dim N(B^*) = n$, и имеет полный A-жорданов набор, элементы $\{\varphi_i^{(j)},\ i = 1,\ \ldots,\ n,\ j = 1,\ \ldots, p_i\}$ составляют этот набор, а функционалы $\{\psi_i^{(j)},\ i = 1,\ \ldots,\ n,\ j = 1,\ \ldots, p_i\}$ образуют соответственно полный A^*-жорданов набор оператора B^*.

Теорема. *Пусть в системе* (1) $\det\Lambda \neq 0$ *и выполнено условие А). Тогда дифференциальный оператор* $\big(B\delta^{(N)}(t) - \Lambda A\delta(t)\big)$ *имеет на классе* $K'_+(E_2)$ *матричную фундаментальную оператор-функцию вида*

$$\mathcal{E}_N(t) = T\delta(t) * \{E_{N_1}(t),\ E_{N_2}(t),\ E_{N_\mu}(t)\} * T^{-1}\delta(t),$$

где $\{E_{N_1}(t),\ E_{N_2}(t),\ E_{N_\mu}(t)\}$ *— блочная квадратная квазидиагональная матрица размера* s*, диагональные блоки которой* $E_{N_\mu}(t)$ *являются верхнетреугольными квадратными матрицами размера* q_ν *вида* $E_{N_\nu}(t) = E^{(q_\nu)}\mathcal{E}_{N_\nu}(t) * \sigma_{N_\nu}(t)$

$$\sigma_{N_\nu}(t) = \begin{pmatrix} I\delta(t) & A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t) & (A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t))^2 & \ldots & (A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t))^{q_\nu - 1} \\ 0 & I\delta(t) & A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t) & \ldots & (A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t))^{q_\nu - 2} \\ 0 & 0 & I\delta(t) & \ldots & (A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t))^{q_\nu - 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & A\delta(t) * \mathcal{E}_{N_\nu}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & I\delta(t) \end{pmatrix},$$

где $\nu = 1,\ \ldots,\ \mu$ *и*

$$\mathcal{E}_{N_\nu}(t) = \Gamma\mathcal{U}_{N_\nu}(\lambda_\nu A\Gamma t)\left[I - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i}\langle\cdot, \psi_i^{(j)}\rangle A\varphi_i^{p_i+1-j}\right]\theta(t) -$$

$$- \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=0}^{p_i-1}\left\{\sum_{j=1}^{p_i-k}\langle\cdot, \psi_i^{(j)}\rangle \frac{1}{\lambda_\nu^{k+1}}\varphi_i^{p_i-k+1-j}\right\}\delta^{(Nk)}(t)\right],$$

$$\mathcal{U}_{N_\nu}(\lambda_\nu A\Gamma t) = \sum_{i=1}^{\infty}(\lambda_\nu A\Gamma)^{i-1}\frac{t^{iN-1}}{(iN-1)!}\,.$$

Список литературы

1. *Sidorov N., Loginov B., Sinitsyn A. and Falaleev M.* Lyapunov–Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. – Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002.
2. *Владимиров В.С.* Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ СИММЕТРИИ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА

Лагно В.И., Стогний В.И., Маркитанов Ю.Н.

ПГПУ, г. Полтава, Украина; НТУУ «КПИ», г. Киев, Украина

Объектом наших исследований является уравнение

$$u_t - u_{xx} + xu_y = 0, \tag{1}$$

где $u = u(t, x, y)$, предложенное А.Н. Колмогоровым [1] для моделирования случайных движений, в отношении которых предполагается, что не только координаты системы, но и их производные по времени изменяются непрерывно. В этой же работе было получено и фундаментальное решение

$$u = \frac{\sqrt{3}}{2\pi t^2} \exp\left[-\frac{x^2}{4t} - \frac{3}{t^3}(y - \frac{1}{2}tx)^2\right] \tag{2}$$

уравнения (1) (здесь положено $t_0 = x_0 = y_0 = 0$). Заметим, что теория Уленбека и Орнштейна одномерного броуновского движения свободной частицы получается из уравнения (1). В связи с этим несомненным представляется интерес к построению других, отличных от (2), точных решений уравнения (1).

Здесь мы останавливаемся на применении теоретико-групповых методов для интегрирования уравнения (1). Хорошо известно, что если дифференциальное уравнение с частными производными имеет нетривиальные симметрийные свойства, то это позволяет использовать дифференциальные операторы группы инвариантности для симметрийной редукции [2] и разделения переменных [3] с дальнейшим построением точных решений исходного уравнения.

Используя метод Ли–Овсянникова [2], получаем следующее утверждение.

Теорема. *Нетривиальную конечно-параметрическую группу инвариантности уравнения* (1) *генерируют следующие дифференциальные операторы:*

$$e_1 = 2t\partial_t + x\partial_x + 3y\partial_y - 2u\partial_u,$$

$$e_2 = -t^2\partial_t - (tx + 3y)\partial_x - 3ty\partial_y + (x^2 + 2t)u\partial_u, \quad e_3 = \partial_t,$$

$$X_1 = \frac{1}{2}t^2\partial_x + \frac{1}{6}t^3\partial_y + \frac{1}{2}(y - tx)u\partial_u, \quad X_2 = t\partial_x + \frac{1}{2}t^2\partial_y - \frac{1}{2}xu\partial_u,$$

$$X_3 = \partial_x + t\partial_y, \quad X_4 = \partial_y, \quad X_5 = u\partial_u.$$

Отметим, что дифференциальные операторы симметрии составляют базис *восьмимерной алгебры Ли* $L_8 = sl(2, R) \oplus L_5$, *где* $sl(2, R) = \langle e_1, e_2, e_3\rangle, L_5 = \langle X_1, X_2, ..., X_5\rangle$.

Дальнейшее использование двоек дифференциальных операторов (несопряженных двухмерных подалгебр алгебры L_8) позволило провести симметрийную редукцию уравнения (1) к обыкновенным дифференциальным уравнениям и получить ряд точных решений уравнения Колмогорова. Остановимся на некоторых из этих случаев подробно.

Используя двойку операторов $\langle e_1 + \alpha X_5, X_2, \rangle (\alpha \in R, \alpha \neq 0)$, получаем подстановку (анзац) $u = t^{\frac{\alpha}{2}-1} \exp(-\frac{x^2}{4t}) f(\omega)$, $\omega = \frac{2y - tx}{2t\sqrt{t}}$, который сводит уравнение (1) к обыкновенному дифференциальному уравнению $f_{\omega\omega} + 6\omega f_\omega + (2 - 2\alpha) f = 0$.

В случае $\alpha = -2$ одним из частных решений этого уравнения является функция $f = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \exp(-3\omega^2)$, которая приводит к фундаментальному решению (2).

Двойке операторов $\langle e_1 + \alpha X_5, X_3 \rangle (\alpha \in R, \alpha \neq 0)$, соответствует редукция уравнения (1) к уравнению $f_{\omega\omega} + \frac{3}{2}\omega f_\omega + (1 - \frac{\alpha}{2}) f = 0$, где $u = t^{\frac{\alpha}{2}-1} f(\omega)$, $\omega = \frac{y - tx}{t\sqrt{t}}$.

В случае $\alpha = -4$ решением редуцированного уравнения будет функция $f = \omega \exp(-\frac{3}{4}\omega^2)$, которой соответствует такое решение уравнения (1):

$$u = \frac{y - tx}{t^4\sqrt{t}} \exp(-\frac{3(y - tx)^2}{4t^3}).$$

Также, используя абелевы двойки дифференциальных операторов, нам удалось осуществить десять случаев полного разделения переменных для уравнения (1), а в ряде случаев построить соответствующие точные решения уравнения Колмогорова. Так, в случае абелевой двойки операторов $\langle X_3, X_4 \rangle$, проинтегрировав систему

$$X_3 u = \lambda u, \quad X_4 u = \mu u, \quad u_t - u_{xx} + x u_y = 0,$$

получаем такое решение уравнения (1):

$$u = C \exp\left[-\frac{1}{3}\mu^2 t^3 + \mu y + (\lambda - \mu t) x\right], \quad C, \lambda, \mu \in R.$$

Список литературы

1. *Kolmogoroff A.N.* Zufällige Bewegungen (Zur Theorie der Brownischen Bewegung). – *Ann. Math.* – 1934, – vol. 35, №2, p. 116–117.
2. *Овсянников Л.В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. – М.: Наука. – 1978. – 400 с.
3. *Миллер У.* Симметрия и разделение переменных. – М.: Мир. – 1981. – 344 с.

МОНОТОННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ НА ПРОСТРАНСТВЕ $\mathbb{R}^n$

Лаптев Г.И., Лаптева Н.А.

Российский государственный социальный университет

e-mail: `glaptev@yandex.ru`

В книге [1] детально изучается уравнение $-\Delta u + f(x, u) = 0$ на множестве $x \in \mathbb{R}^N$, $n \geqslant 2$. Рассмотрим более общие уравнения, модельным для которых является

$$Au \equiv -\sum_{i=1}^{n} D_i \left(a_i(x)|D_i u|^{p-2} D_i u + f_i(x)\right) + a_0(x)|u|^{q-2}u = f(x). \qquad (1)$$

Здесь $D_i u = \partial u/\partial x_i$ $(i = 1, \ldots, n)$, $p > 1$, $q > 1$. Предполагается, что $0 < c_0 \leqslant a_i(x) \leqslant c_1$ для $i = 0, 1, \ldots, n$ и являются измеримыми функциями. Кроме того, $f_i \in L^{p'}(\mathbb{R}^n)$, где $p + p' = pp'$, и $f\,(x) \in L^{q'}(\mathbb{R}^n)$, где $q + q' = qq'$. Ищется слабое решение уравнения (1), которое удовлетворяет подходящему интегральному тождеству. Введем специальное пространство функций $u(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$, которые имеют конечную норму

$$\|u\|_W = \|\nabla u\|_{L^p} + \|u\|_{L^q}. \qquad (2)$$

Пространство измеримых функций с конечной нормой (2) обозначим $W_{pq}(\mathbb{R}^n)$. Подобные и более общие пространства введены в книге [2], из которой можно извлечь следующие свойства: пространство $W_{pq}(\mathbb{R}^n)$ является банаховым и сепарабельным, в нем плотно множество $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$. Дополнительное изучение показывает, что пространство $W_{pq}(\mathbb{R}^n)$ является рефлексивным, однако описать его сопряженное затруднительно. По этой причине предпочитают записывать уравнение (1) в виде $A_0 u = 0$, где $A_0 u = Au - f$.

Используем следующее утверждение из теории монотонных операторов [3]. Пусть X — сепарабельное рефлексивное банахово пространство, X^* — его сопряженное. И пусть задан оператор $A : X \to X^*$ со свойствами: он ограничен, радиально непрерывен, является монотонным и коэрцитивным. Тогда уравнение $Au = f$ имеет решение $u \in X$ для любого элемента $f \in X^*$. Применим это утверждение к уравнению (1). Полагаем $X = W_{pq}(\mathbb{R}^n)$, так что необходимые свойства пространства X обеспечены. Свойство монотонности $(Au - Av, u - v) \geqslant 0$ для $u, v \in X$ легко проверяется, так же как и свойство коэрцитивности: $(Au, u)/\|u\| \to 0$ при $\|u\| \to \infty$. Радиальная непрерывность оператора A и ограниченность следуют из его структуры. В результате приходим к такому утверждению: при указанных выше условиях уравнение (1) имеет решение $u \in W_{pq}(\mathbb{R}^n)$, и это решение является единственным.

Уравнение (1) рассматривается в области без границы, поэтому граничные условия не ставятся. Часто в качестве граничного считают условие $u(x) \to 0$ при $|x| \to \infty$, которое частично обеспечивается включением $u \in W_{pq}(\mathbb{R}^n)$. В последнее время усилился интерес к решениям, которые могут расти произвольно при $|x| \to \infty$. Одной из основополагающих в этом направлении явилась работа [4], где изучены уравнения вида $-\Delta u + |u|^q u = f(x)$, $q > 0$, $x \in \mathbb{R}^n$. Структура уравнения (1) дает возможность искать подобные решения при некоторых дополнительных условиях, именно: $p < q$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{s} = 1$, где $s > n$. И пусть функция $f(x) \in L^{q'}_{\text{loc}}(\mathbb{R}^n)$, так что ее рост при $|x| \to \infty$ может быть произвольным. Тогда уравнение (1) имеет и притом единственное решение $u \in W^{\text{loc}}_{pq}(\mathbb{R}^n)$, которое удовлетворяет уравнению (1) в следующем смысле:

$$\int\limits_{\mathbb{R}^n} \sum_{i=1}^n \left(a_i(x)|D_i u|^{p-2} D_i u + f_i(x)\right) D_i\varphi(x)\, dx + \int\limits_{\mathbb{R}^n} a_0(x)|u|^{p-2} u(x)\, \varphi(x)\, dx = \int\limits_{\mathbb{R}^n} f(x)\varphi(x)\, dx. \quad (3)$$

Здесь $\varphi(x) \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$, так что все интегралы в последнем тождестве вычисляются по ограниченному множеству $\operatorname{sup} p\, \varphi(x)$. Из тождества (3) следует, в частности, что поведение решения $u(x)$ при $|x| \to \infty$ может быть произвольным.

Список литературы

1. *Kuzin I., Pohozaev S.* Entire solutions of semilinear elliptic equations. Birkhauser, 1997.
2. *Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М.* Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1996.
3. *Гаевский Х., Грёгер К., Захариас К.* Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1978.
4. *Brezis H.* Semilinear equations in $\mathbb{R}^n$ without condition as infinity // Appl. Math. Optim. 1984. V.12. P.271–282.

О ГРАНИЧНОМ УПРАВЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРОЙ

Лашин Д.А.

МЭСИ (Москва)

e-mail: `dalashin@gmail.com`

Рассмотрим смешанную задачу для уравнения теплопроводности

$$u_t = u_{xx},\ 0 < x < l,\ t > 0, \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{array}{l} u(0,t) = \phi(t), \\ u_x(l,t) = \psi(t), \end{array} \quad t > 0, \tag{2}$$

и начальным условием

$$u(x,0) = 0, \ 0 < x < l, \tag{3}$$

где $\phi(t) \in W_2^1(0,T)$, $\psi(t) \in W_2^1(0,T)$ для любого $T > 0$.

Обозначим через $\widetilde{W}_2^1(Q_T)$ пространство, состоящее из элементов $\eta(x,t) \in W_2^1(Q_T)$, таких, что $\eta(x,T) = 0$, $\eta(0,t) = 0$. Будем рассматривать обобщенное решение задачи (1)–(3) из энергетического класса, то есть такую функцию $u(x,t) \in V_2^{1,0}(Q_T)$, что $u(0,t) = \phi(t)$, и для нее выполняется интегральное тождество

$$\int\limits_{Q_T} (u_x \eta_x - u\eta_t)\, dxdt = \int\limits_0^T \psi(t)\eta(l,t)dt \tag{4}$$

при любой функции $\eta(x,t) \in \widetilde{W}_2^1(Q_T)$, где $Q_T = (0,l) \times (0,T)$ ([1], с.161).

Отметим, что $V_2^{1,0}(Q_T)$ — банахово пространство состоящее из элементов $W_2^{1,0}(Q_T)$, имеющих конечную норму

$$|u|_{Q_T} = \operatorname{vrai} \max_{0<t<T} \|u(x,t)\|_{2,(0,l)} + \|u_x\|_{2,Q_T},$$

и имеющих непрерывно меняющиеся с $t \in [0,T]$ следы из $L_2(0,l)$ на сечениях $(0,l)$.

Пусть $T > 0$, $z(t) \in L_2(0,T)$. Обозначим через U множество функций

$$U = \{\phi \in W_2^1(0,T),\ \|\phi\|_{W_2^1(0,T)} \leqslant M,\ \phi_1 \leqslant \phi(t) \leqslant \phi_2\},$$

где $M > 0$, а ϕ_1, ϕ_2 — некоторые постоянные.

Для произвольного $c \in (0,l]$ определим функционал

$$J[\phi] = \int\limits_0^T (u(c,t) - z(t))^2 dt.$$

Рассмотрим задачу минимизации данного функционала. Обозначим

$$\inf_{\phi \in U} J[\phi] = m.$$

Физический смысл задачи заключается в том, что на одном конце бесконечно тонкого стерженя длины l в течение времени T поддерживают температуру $\phi(t)$ (управляющая функция), а на другом конце задан тепловой поток $\psi(t)$. Задача состоит в нахождении такой управляющей функции $\phi_0(t)$, при которой температура в определенной точке c была бы максимально близка к заданной температуре $h(t)$. Оценка качества управления осуществляется с помощью функционала $J[\phi]$. Отметим, что подобные задачи расматривались, например, в [2] (с. 28).

Теорема 1. *Существует и единственна такая управляющая функция $\phi_0(t) \in U$, что $m = J[\phi_0]$.*

Рассмотрим задачу несуществования точной управляемости.

Теорема 2. *Существует такая функция $z(t) \in L_2(0,T)$, что при любых функциях $\phi(t) \in U$ и $\psi(t) \in W_2^1(0,T)$ $J[\phi] > 0$.*

Список литературы

1. *Ладыженская О.А.* Краевые задачи математической физики. / М.: Наука. 1973.
2. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир. 1972.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ НЕОГРАНИЧЕННЫХ ПОРЯДКОВ С КУСОЧНО-ГЛАДКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Ломовцев Ф.Е.

Белорусский государственный университет

220050 г. Минск, пр. Независимости, 4, механико-математический факультет

Тел.: (+375)172095047, e-mail: lomovcev@bsu.by

В классе слабых решений доказана корректность уравнения переменных порядков

$$\partial u(t,x)/\partial t + \widetilde{A}_r(t)u(t,x) = f(t,x), \quad x \in]0,l[, \ t \in \mathcal{I}_r, \ r = 1, 2, ..., \tag{1}$$

где на бесконечном разбиении $[0,T[= \coprod_{r=1}^{\infty} \mathcal{I}_r$ дифференциальные выражения

$$\widetilde{A}_r(t)u(x) = a_r(t)(-1)^r \big(\partial^{2r} u(x)/\partial x^{2r}\big),$$
$$t \in \mathcal{I}_r = \big[T(r-1)/r, \, Tr/(r+1)\big[, \ r = 1, 2, ...,$$

при зависящих от t граничных условиях

$$\left.\begin{aligned} \big(\partial^{2i+1}u(t,0)/\partial x^{2i+1}\big) - a_1(t)\big(\partial^{2i}u(t,0)/\partial x^{2i}\big) = 0, \\ \big(\partial^{2i+1}u(t,l)/\partial x^{2i+1}\big) + a_2(t)\big(\partial^{2i}u(t,l)/\partial x^{2i}\big) = 0, \\ t \in \mathcal{I}_r, \ i = \overline{0, r-1}, \ r = 1, 2, ..., \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

и начальном условии

$$u(0,x) = u_0(x), \quad 0 < x < l. \tag{3}$$

Коэффициенты $a_r(t)$ — любые строго положительные, непрерывно дифференцируемые функции на $\mathcal{I}_r$, а коэффициенты $a_i(t)$, $i = 1, 2$, —

любые неотрицательные непрерывные функции всюду на $[0,T]$, но непрерывно дифференцируемые по t на $[0,T]$, кроме быть может счётного числа точек t_r, $r=2,\,3,\dots$ В этой задаче операторы $A(t)$, порожденные выражениями $\widetilde{A}_r(t)$ на множествах $D(A_r(t))=\big\{u(t,x)\in W_2^{2r}(0,l):u(t,x)\in\in(28)\big\}$, $t\in]0,T[$, разрывны в счётном числе точек t_r, $r=2,\,3,\dots$, за счёт изменения порядка дифференцирования по x и возможных разрывов коэффициетов $a_r(t)$ в уравнении (1).

Определение. Функция

$$u\in L_2(G),\ G=]0,T[\times]0,l[,$$

называется *слабым решением* смешанной задачи (1)–(3) для правой части $f\in L_2\big(\mathcal{I}_r,W_{2,t}^{-r}(0,l)\big)$, $r=1,\,2,\dots$, и начального данного $u_0\in L_2(0,l)$, если для неё выполняется интегральное тождество

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l u(t,x)\left(\widetilde{A}_r(t)\overline{\varphi}(t,x)-\frac{\partial\overline{\varphi}(t,x)}{\partial t}\right)dx\,dt=$$

$$=\int\limits_0^T\Big\langle f(t,x),\overline{\varphi}(t,x)\Big\rangle_{(r,t)}dt+\int\limits_0^l u_0(x)\overline{\varphi}(0,x)\,dx$$

для всех функций $\varphi\in\Phi=\big\{\varphi\in L_2(G):\varphi(t,x)\in W_2^r(0,l),\ \varphi(t,x)\in(2),\ t\in\in\mathcal{I}_r,\ r=1,\,2,\dots$; слабая производная $\partial\varphi/\partial t\in L_2(G)$; $\varphi(T,x)=0,\ x\in]0,l[\big\}$.

Гильбертовы пространства $W_{2,t}^{-r}(0,l)$ — антидвойственные к гильбертовым пространствам $W_{2,t}^r(0,l)$, которые получаются замыканием множеств $D(A_r(t))$ по нормам $[u]_{(t)}=\Big(\int\limits_0^l\big[\widetilde{A}_r(t)u(t,x)+c_0u(t,x)\big]\overline{u}(t,x)\,dx\Big)^{1/2}$, $t\in\in\mathcal{I}_r$, $c_0>0$, и

$$\langle\cdot,\cdot\rangle_{(r,t)}$$

— полуторалинейные формы антидвойственности между пространствами

$$W_{2,t}^r(0,l)$$

и

$$W_{2,t}^{-r}(0,l),\ r=1,\,2,\dots$$

Теорема. *Пусть коэффициенты* $0<a_{r,0}\leqslant a_r(t)$, $t\in\mathcal{I}_r$, $a_i(t)\geqslant0$, $t\in\in[0,T]$, $a_r(t)\in C^{(1)}(\mathcal{I}_r)$ *и* $a_i(t)\in C[0,T]\cap C^{(1)}(\mathcal{I}_r)$, $i=1,\,2$, $r=1,\,2,\dots$ *Тогда для каждых функций* $f\in L_2\big(\mathcal{I}_r,W_{2,t}^{-r}(0,l)\big)$, $r=1,\,2,\dots$, *и* $u_0\in\in L_2(0,l)$ *слабые решения* $u\in L_2(G)$ *смешанной задачи* (1) – (3) *существуют, единственны и удовлетворяют неравенству*

$$\int\limits_0^T\int\limits_0^l|u(t,x)|^2\,dx\,dt\leqslant c_1\left(\int\limits_0^T\big\langle f(t,x)\big\rangle_{(r,-t)}^2dt+\int\limits_0^l|u_0(x)|^2\,dx\right),\ c_1>0,$$

где $\langle\cdot\rangle_{(r,-t)}$ *— нормы в пространствах* $W_{2,t}^{-r}(0,l)$.

Доказательство состоит в проверке предположений новых теорем существования, единственности и устойчивости слабых решений абстрактной задачи Коши для дифференциально-операторного уравнения первого порядка с помощью работы [1].

Замечание. Операторы $A_r(t)$ не удовлетворяют предположениям работ [2, 3], так как не существуют соответственно сразу на всем $]0,T[$ требуемый глобальный сглаживающий оператор с постоянной областью определения и на $\mathcal{I}_r$ локальные сглаживающие операторы с переменными областями определения, для которых бы выполнялись требуемые условия согласования в точках разрывов t_r, $r = 2, 3, ...$ Задачу (1)–(3) нельзя решить последовательно на интервалах $\mathcal{I}_r$, $r = 1, 2, ...$, обычным образом, так как для этого в случае гладких решений необходимы вложения $D(A(t_r - 0)) \subset \subset D(A(t_r))$ и в случае сильных решений — вложения $D(A_0^{1/2}(t_r - 0)) \subset \subset D(A_0^{1/2}(t_r))$, $r = 2, 3, ...$, которые в ней не возможны.

Список литературы

1. *Ломовцев Ф.Е.* // Докл. АН БССР. 1991. Т. 35. № 4. С. 300–304.
2. *Юрчук Н.И.* Метод энергетических неравенств в исследовании дифференциально-операторных уравнений: Автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. М., 1981.
3. *Ломовцев Ф.Е.* Граничные задачи для дифференциально-операторных уравнений с переменными областями определения гладких и разрывных операторных коэффициентов: Автореф. дис. д-ра физ.-мат. наук. Минск, 2003.

О ПРИНЦИПЕ МАКСИМУМА В БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ ЛОКАЛЬНО-ВЫПУКЛОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Лонгла М. (Камерун)

РУДН

РУДН, 117198 Москва

e-mail: longla_m_martial@yahoo.com

Выведены необходимые условия оптимальности в некоторых задачах со специфическими линейными регулярными и нерегулярными ограничениями в нормированном пространстве с особой отделимой локально-выпуклой топологией, основываясь на трудах *М.Ф. Сухинина.* Используемые фунуции не интегрируемы по Бохнеру и не дифференцируемы по Гато в обычном смысле. Здесь изложена попытка обощать результаты, полученые в конечномерных пространствах. Опираемся на теории дифференцирования по системы подмножеств, эквивалентности функций и операторов в локально-выпуклом банаховом пространстве, и интегрирования по локально-выпуклой топологии, изложенной М.Ф. Сухининым в своей монографии [2].

Определение: Введем понятие интеграла: Пусть $I =]\alpha, \beta[$, $E \in \in M(I) = \{$ измеримых подмножеств I $\}$, $\bar{\mu}$-мера на I, θ — отделимая локально-выпуклая топология в бесконечномерном нормированном пространстве X, удовлетворяющая условиям:

$$B(X) - \text{ замкнут в } X_\theta, \quad (B(X))_\theta - \text{секвенциально полно}, \quad b(X) \subset b(X_\theta). \tag{1}$$

Пусть $\phi : E \to X_\theta$ равномерно непрерывно, $\phi(E) \in b(X)$, $\alpha = t_1 < t_2 < \cdots < t_n = \beta$, $\xi_i \in E_i =]t_{i-1}, t_i[\cap E$. Тогда, определив следующие отображения Q_i по данному разбиению,

$$Q_i = \begin{cases} \phi(\xi_i)\bar{\mu}(E_i), & E_i \neq 0, \\ 0, & E_i = 0, \end{cases} \quad \text{существует}$$

$$\int\limits_E \phi(t)dt = \lim_{\max\limits_i \Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^n Q_i \text{ по топологии } \theta.$$

Пусть X — линейное пространство, $\|\quad\|$-норма в X, $U \subset X$, τ — топология в U, $B(X)$ — замкнутый единичный шар в X, $b(X)$ — множество всех ограниченных подмножеств в X, c(X) — множество всех секвенциально относительно компактных подмножеств в X. $l_\gamma(X_\theta, X_\theta)$ — множество линейных секвенциально непрерывных отображений из X_θ в X_θ, наделенное топологией сходимости по некоторой системе ограниченных подмножеств γ. Определим для θ, γ: $Lip_b(G, X_\theta, \gamma) = \{f : X \to X_\theta |\ L(f, \|.\|, B(X), G) < < \infty\}$,

$$L(f, \|.\|, B(X), G) = \sup_{x \in G} \overline{\lim_{t \to 0}} \sup_{h \in [t^{-1}(G-x) \cap B(X)]} \{|t|^{-1} \|f(x+th) - f(x)\|\}. \tag{1.1}$$

Окрестности 0 в этом пространстве определяются следующим образом:

$$\Xi(p, C, Q) = \{f |\ p(f(\tilde{x})) + L(f, p, C, Q) < 1\},$$

где $p \in \wp(X_\theta)$, $C \in \gamma$, и $Q \in c(U)$

$$\|f\|_1 = \|f\| + L(f, \|.\|, B(X), G),$$
$$L_\infty(I, X_\theta) = \{\varphi \in L_1(I, X_\theta) |\, \text{esssup}\, \|\varphi(t)\| < \infty\},$$

Y — нормированное пространство. Определены отображения $r : U \to Y$ и $f : U \to Y$:

1. Отображение r назовем бесконечно $(\tau, \|\quad\|)$-малым порядка n в точке $x \in U$, если $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \vartheta(x) \in \tau : (x + h \in \vartheta(x)) \Rightarrow \|r(x + h)\| \leqslant \leqslant \varepsilon \|h\|^n$

2. Отображение r назовем бесконечно $(\tau, \|\quad\|)$-полумалым снизу порядка n в точке $x \in U$, если $Y = \mathbb{R}$ и $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \vartheta(x) \in \tau : (x + h \in \vartheta(x)) \Rightarrow \Rightarrow r(x + h) \geqslant -\varepsilon \|h\|^n$.

3. Отображение f назовем $(\tau, \|\quad\|)$-полутейлоровским порядка n в точке $x \in U$, если $Y = \mathbb{R}$ и существуют такие k-линейные симметричные (необязательно непрерывные) отображения f^k и $(\tau, \|\quad\|)$-полумалым

снизу порядка n в точке x отображение r:

$$f^k : X^k \to Y, \quad k = \overline{1, \cdots, n},$$

$$f(x+h) - f(x) = \sum_{k=1}^{n} (k!)^{-1} f^k(x)(\underbrace{h, \cdots, h}_{k}) + r(x+h). \tag{2}$$

4. Отображение f назовем $(\tau, \| \quad \|)$-тейлоровским порядка n в точке $x \in U$, если существуют такие k-линейные симметричные (необязательно непрерывные) отображения f^k и $(\tau, \| \quad \|)$-малое порядка n в x отображение r, для которых выполняется (2).

5. Отображение $r : U \to X$ назовем γ- малым в $x_0 \in U$, если $\forall p \in \in \wp(X)\ \forall C \in \gamma\ \exists \delta > 0\ \forall h \in C\ \forall |t| < \delta, x_0 + th \in U :\ p(r(x_0 + th)) \leqslant |t|$.

6. Отображение $f : U \to X$ назовем γ-эквивалентным оператору $A \in \in l(Y, X)$ в $x_0 \in U$, если $r(h) = f(x_0 + h) - f(x_0) - Ah$ является γ-малой в 0. Если к тому A однозначная функция, то говорим, что f γ-дифференцируемо и его γ-производная есть A в x_0.

7. f секвенциально (γ, τ)-липшицева в $x_0 \in U$, если $\forall C \subset \gamma\ \forall \{h_n\} \subset \subset C\ \forall \{\underline{t_n}\} \in c_0(\mathbb{R}),\ t_n \neq 0,\ x_0 + t_n h_n \in U : \{t_n^{-1}[f(x_0 + t_n h_n) - f(x_0)]\} \in \tau$.
Рассматривается система I:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} u_i(t) A_i(t, x(t)) + B(t, u(t)) x(t), \tag{3}$$

$$x(t) \in G = \{x \in X : [\chi_i(t), x(t)] \leqslant 0, i = \overline{1, s}\} \tag{4}$$

$$x(t) \in G_0 = \{x \in X : [K_i(t, u(t)), x(t)] + \bar{K}_i(t, x(t)) u(t) \leqslant 0, i = \overline{1, s_0}\} \tag{5}$$

$$x_0 = x(t_0) = b_0(t_0),\ x_1 = x(t_1), \quad Q(x_0, x_1, t_0, t_1) = 0, \tag{6}$$

где t_0, t_1 — не фиксированы.

$$J = \int_{t_0}^{t_1} A_0(t, x(t)) dt + Q_0(x_0, x_1, t_0, t_1) \implies \min \tag{7}$$

a) $A_i(t, .)$ — линейный секвенциально относительно непрерывный $(\theta, \| \ \|)$ — тейлоровский оператор всех порядков до n_A включительно в X при фиксированном t, $A_i(., x(t)) \in W_1^{n_A}(I, l_\gamma(X_\theta, X_\theta))$ — измеримое отображение при фиксированном $x(t)$. $B(t, u(t)) \in l_\gamma(X_\theta, X_\theta)$ при фиксированных t и $u(t)$, $B(., .) \in W_1^{n_A}(I, l(X, X))$ — измеримое отображение.
b) $A_0(t, x(t)) \in W_1^{n_A}(I, l_\gamma(X_\theta, X_\theta))$ — заданный функционал при фиксированном значении $t \in I$, измеримое отображение при фиксированном x.
c) $\chi_i(t) \in W_1^{n_i}(I, l(X_\theta, \mathbb{R}))$ — измеримое отображение, определяющее линейный непрерывный функционал при фиксированном t; где $n_A = = \max\limits_i n_i$, n_i минимальный показатель для которого $\frac{d^{n_i}}{dt^{n_i}} [\chi_i(t), x(t)]|_{()}$ содержит явно управление $u(t)$. Q и Q_0 — $b(X_\theta^2 \times \mathbb{R}^2)$-дифференцируемы в точке (x_0, x_1, t_0, t_1) и непрерывны в её окрестности, где (x_0, x_1, t_0, t_1) — оптимальные параметры задачи.

d) $K_i(t,u(t)) \in W_1^{1,1}(I\times U, l(X_\theta,\mathbb{R}))$ — измеримое отображение, определяющее линейный секвенциально относительно непрерывный функционал при фиксированных t и u; $\bar{K}_i(t,x(t)) \in W_1^{1,0}(I\times G, l(U,\mathbb{R}))$ — полутейлоровское первого порядка по x. Пусть

$$\bar{M}(t,x(t),u(t)) = (M_1(t,x(t),u(t)),\ \ldots,\ M_s(t,x(t),u(t)),\\ K_1(t,u^*(t))x(t)+\bar{K}_1(t,x(t))u^*(t),\ \ldots,\\ \ldots K_{s_0}(t,u^*(t))x(t)+\bar{K}_{s_0}(t,x(t))u^*(t))^T.$$

Теорема: Обобщенный принцип максимума Понтрягина

Пусть $\{x(t),u^*(t),t_0,t_1\}$ регулярное оптимальное решение системы уравнений (3)–(7). Пусть выполняются выщеуказанные условия. Пусть $x(t)\in W_1^1(I,X_\theta)$ и $u^*(t)\in L_1(I,\mathbb{R}^r)$. Пусть отображение Q — $b(X_\theta^2)\times$ $\times b(\mathbb{R}^2)$-дифференцируемо в точке (x_0,x_1,t_0,t_1). Пусть $Q:\vartheta(x_0)\times\vartheta(x_1)\times$ $\times\,\vartheta(t_0)\times\vartheta(t_1)\to\mathbb{R}^N$ непрерывно в $\vartheta((x_0,x_1))$, и $rang\|\bar{M}_u\|\doteq s+s_0$. $\forall u\in$ $\in U\quad \exists\Pi(u):\bar{\mu}(\Pi(u))=t_1-t_0$, на котором выполняется принцип максимума, и выполняются условия трансверсальности, подобные обычным условиям. Также выполняется интегральное условие максимума всюду на данном множестве.

Список литературы

1. *Л.С. Понтрягин.* Математическая теория оптимальных процессов. Москва, Наука, 1976.
2. *М.Ф. Сухинин.* Избранные главы нелинейного анализа. Москва, РУДН, 1992.
3. *А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин.* Элементы теории функций и функционального анализа. Москва, Наука, 1972.
4. *В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин.* Оптимальное управление. Москва, Наука, 1979.
5. *Васильев Ф.П.* Методы решений экстремальных задач. Москва, Наука, 1981.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ И ПРОЦЕССОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ*

Мухарлямов Р.Г.

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

e-mail: rmuharliamov@sci.pfu.edu.ru

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, код 06-01-00664 и Минобрнауки РФ.

В докладе излагаются результаты исследований по построению уравнений динамики материальной точки, твердого тела и механической системы с переменной массой и по решению обратных задач динамики твердого тела, основанных на фундаментальных работах М.Ш. Аминова [1] и В.С. Новоселова [2]. Вследствие известных динамических аналогий методы моделирования динамики механических систем используются для исследования систем различной физической природы и процессов в социальной сфере. Существенной составляющей проблемы моделирования динамики является ограничение отклонений от уравнений связей, возникающих вследствие погрешностей в задании начальных условий и погрешностей численного интегрирования дифференциальных уравнений динамики. Анализ этой проблемы показывает, что она является комплексной и охватывает вопросы построения системы дифференциальных уравнений, допускающих заданные интегралы, и численного решения системы дифференциально-алгебраических уравнений. В современной прикладной математике и механике разработаны основные подходы к решению задачи стабилизации связей. Оно возможно уже на этапе составления уравнений динамики системы за счет дополнительных сил, включенных в правые части систем дифференциальных уравнений. Решение задачи стабилизации связей является актуальным и для моделирования динамики управляемых систем, как правило, содержащих элементы различной физической природы. Аналогия между динамикой точки переменной массы и простейшим экономическим объектом, установленная Т.К. Сиразетдиновым [3], открывает интересные перспективы развития задачи стабилизации связей для моделирования процессов в экономических системах. Последние обстоятельства свидетельствуют о широте сферы приложений классической механики систем с переменной массой.

Стабилизация связей оказывается возможной, если уравнения связей, ограничивающих изменения положений и скоростей точек системы, представить как уравнения программных связей. Введение уравнений программных связей и уравнений возмущений связей дает возможность оценить отклонения от уравнений связей и контролировать изменение этих отклонений за счет дополнительных управляющих сил. Уравнения возмущений связей, составленные подходящим образом, обеспечивают устойчивость многообразия, определяемого уравнениями связей, и стабилизацию связей при численном решении уравнений динамики. Соответствующие уравнения динамики составляются с использованием методов и принципов классической механики. Учет возможных отклонений от уравнений связей и возможность их стабилизации за счет дополнительных сил был предсказан Н.Г. Четаевым.

Исследования М.А. Аминова, А.С. Галиуллина, В.М. Карагодина, А.А. Космодемьянского, В.С. Новоселова, В.А. Сапа показали эффективность использования методов классической механики для решения задач моделирования и управления динамикой систем с переменной массой. Было доказано, что для решения задачи стабилизации связей также могут быть успешно использованы методы аналитической механики в сочетании с численными методами решения систем дифференциально-алгебраических уравнений. Так на основе принципа Даламбера-Лагранжа могут быть получены уравнения динамики системы с переменной массой в обобщенных координатах, совпадающие с уравнениями Лагранжа, Гамильтона, Чаплыгина, Воронца и другими формами уравнений классической и неголономной механики. Соответствующим выбором правых частей уравнений возмущений связей и модификацией множителей Лагранжа можно обеспечить стабилизацию связей и ограничение отклонений от уравнений связей в заданных пределах при численном решении уравнений динамики.

Анализ динамики простейшего экономического объекта выявляет аналогию с динамикой точки переменной массы и позволяет использовать методы динамики механических систем для моделирования процессов в экономических системах. Для учета, контроля, анализа и оптимизации финансово-хозяйственной деятельности предприятия необходимо учитывать производственные функции, такие, как производственные мощности и их ресурсы. Управление простейшим экономическим объектом предполагает достижение поставленной цели с учетом возможностей объекта и влияния внешней среды. Для моделирования решения задачи управления необходимо построение уравнений динамики, отражающих свойства объекта, возмущения, вызванные влиянием среды, и формулировка цели управления. Вопросы представления процессов в экономике динамическими моделями впервые были поставлены в [3]. В качестве элемента экономики принимается простой экономический объект, которому ставится в соответствие материальная точка. Простой экономический объект имеет свою структуру, определяемую его функциональным назначением. Агрегированием простых экономических объектов строится аналог твердого тела. Методы математического моделирования сложных динамических процессов и информационных технологий с учетом их особенностей, обобщение их к единой позиции с привлечением материалов, известных в области экономического моделирования, позволяет использовать методы классической механики для исследования динамики и управления процессами различной природы.

Список литературы

1. *Аминов М.Ш.* Некоторые вопросы движения и устойчивости твердого тела переменной массы // Тр. Казан Авиац. Ин-та 1959. Вып.48. 118 с.
2. *Новоселов В.С.* Аналитическая механика с систем с переменными массами. – Изд. ЛГУ. 1969. 240 с.
3. *Сиразетдинов Т.К.* Динамическое моделирование экономических объектов. – Казань. – “Фэн”. – 1996. – 223 с.
4. *Мухарлямов Р.Г.* Стабилизация движений механических систем на заданных многообразиях фазового пространства // ПММ. 2006. Том 70. № 2. С 236–249.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ОПЕРАТОР-ФУНКЦИЯ СИНГУЛЯРНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Орлов С.С.

Иркутский государственный университет

664003, Россия, Иркутск, ул. Карла Маркса 1

Тел.: `(3952)242214`, Факс: `243963.9`, e-mail: `isupress@isu.ru`

В приложениях возникают начально-краевые задачи, которые можно трактовать как дифференциально-операторные уравнения в банаховых пространствах с необратимым оператором при старшей производной. Таковой, например, является начально-краевая задача, моделирующая динамику плоских термоэластических поверхностей:

$$(I-\gamma_1\Delta)u'''_{ttt} = k\Delta(I-\gamma_2\Delta)u''_{tt} - 2\Delta^2 u'_t + k\Delta^3 u,$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x), \quad u'_t\Big|_{t=0} = u_1(x), \quad u''_{tt}\Big|_{t=0} = u_2(x),$$

$$u\big|_{\partial\Omega} = 0,$$

где k, γ_1, γ_2 — постоянные, имеющие определенный физический смысл, Ω — открытое ограниченное множество из $\mathbb{R}^2$ с регулярной границей.

Данная задача может быть сведена к сингулярному дифференциально-операторному уравнению следующего вида:

$$Bx(t) = A_2\ddot{x}(t) + A_1\dot{x}(t) + A_0 x(t) + f(t), \tag{1}$$

с начальными условиями

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1, \quad \ddot{x}(0) = x_2. \tag{2}$$

Здесь B, A_2, A_1, A_0 — замкнутые линейные операторы с плотными областями определения, действующие из E_1 в E_2, E_1, E_2 — банаховы пространства, причем $D(B) \subset D(A_2) \cap D(A_1) \cap D(A_0), \overline{D(B)} = \overline{D(A_2) \cap D(A_1) \cap D(A_0)} = E_1$, $R(B) = \overline{R(B)}$, $x(t)$, $f(t)$ — неизвестная и заданная функции неотрицательного вещественного аргумента t со значениями в E_1 и E_2 соответственно, оператор B фредгольмовым.

Целью работы является изучение задачи Коши (1)–(2) на разрешимость в некоторых классах функций. Показано, что задача Коши (1)–(2) не всегда имеет классическое (класса $C^3\,(t \geqslant 0)$) решение, его существование обусловлено жесткими ограничениями на начальные условия и свободную функцию. В этом случае представляет интерес построение обобщенного решения, в частности, в классе $K'_+(E_1)$ обобщенных функций с ограниченным слева носителем. При этом существенно используется конструкция фундаментальной оператор-функции сингулярного дифференциального оператора.

Пусть $x(t) \in C^3(t \geqslant 0)$ — классическое решение задачи Коши(1)–(2). Введем обозначения $\tilde{x}(t) = x(t)\theta(t)$, $\tilde{f}(t) = f(t)\theta(t)$, здесь $\theta(t)$ — функция Хевисайда, тогда задача Коши (1)–(2) может быть переписана в виде:

$$L_3(\delta(t)) * \tilde{x}(t) = (B\delta'''(t) - A_2\delta''(t) - A_1\delta'(t) - A_0\delta(t)) * \tilde{x}(t) =$$
$$= \tilde{f}(t) + (Bx_2 - A_2x_1 - A_1x_0)\delta(t) + (Bx_1 - A_2x_0)\delta'(t) + Bx_0\delta''(t). \quad (3)$$

Определение. Оператор-функция $\varepsilon(t) \in K'(E_2, E_1)$, удовлетворяющая соотношениям

$$L_3(\delta(t)) * \varepsilon(t) * u(t) = u(t), \quad \forall u(t) \in K'_+(E_2)$$

$$\varepsilon(t) * L_3(\delta(t)) * v(t) = v(t), \quad \forall v(t) \in K'_+(E_1)$$

называется фундаментальной оператор-функцией сингулярного дифференциального оператора $L_3(\delta(t))$.

Можно показать, что (3) имеет следующее единственное решение:

$$\tilde{x}(t) = \varepsilon(t) * (\tilde{f}(t) + (Bx_2 - A_2x_1 - A_1x_0)\delta(t) +$$
$$+ (Bx_1 - A_2x_0)\delta'(t) + Bx_0\delta''(t)). \quad (4)$$

Теорема 1. Пусть выполнены следующие условия:

1) $\dim N(B) = n$;

2) оператор B имеет полный биканонический A_2, A_1, A_0-жорданов набор;

3) операторное уравнение $\Lambda^3 - A_2\Gamma\Lambda^2 - A_1\Gamma\Lambda - A_0\Gamma = 0$ имеет три различных коммутирующих между собой решения Λ_1, Λ_2, $\Lambda_3 \in L(E_2)$, причем операторы вида $(\Lambda_j - \Lambda_k)$, $j, k = \overline{1,3}$, $j \neq k$ обратимы, здесь Γ — оператор Шмидта, тогда сингулярный дифференциальный оператор $L_3(\delta(t))$ имеет фундаментальную оператор-функцию на классе $K'_+(E_2)$ вида

$$\varepsilon(t) = \Gamma F(t)\theta(t) * (I\delta(t) + R(t)\theta(t)) * ((I - Q)\delta(t) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i} \left\langle \cdot, \psi_i^{(j)} \right\rangle z_i \delta^{(p_i+1-j)}(t)),$$

где $F(t) = V^{-1}[(\Lambda_3 - \Lambda_2)e^{\Lambda_1 t} - (\Lambda_3 - \Lambda_1)e^{\Lambda_2 t} + (\Lambda_2 - \Lambda_1)e^{\Lambda_3 t}]$, $V = (\Lambda_3 - \Lambda_1)(\Lambda_3 - \Lambda_2)(\Lambda_2 - \Lambda_1)$,

$R(t)$ — резольвента ядра $\left(-\sum\limits_{i=1}^{n} Q_i F^{(p_i+3)}(t)\theta(t)\right)$,

$Q = \sum\limits_{i=1}^{n} Q_i = \sum\limits_{i=1}^{n} \langle \cdot, \psi_i \rangle z_i$, $\{\psi_j \mid j = \overline{1,n}\}$ — базис в $N(B^*)$,

$\langle z_i, \psi_j \rangle = \delta_{ij}$, $i, j = \overline{1,n}$, $\{\psi_i^{(j)} \mid i = \overline{1,n}, j = \overline{1,p_i}\}$ — A_2^*, A_1^*, A_0^*-жорданов набор оператора B^*.

УРАВНЕНИЕ ГАМИЛЬТОНА–ЯКОБИ, СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ ФУНКЦИОНАЛУ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

Попов А.М.

РУДН

e-mail: ampopov@sci.pfu.edu.ru

Рассмотрим вариационную задачу для функционала с отклоняющимся аргументом

$$S=\int\limits_{\alpha}^{\beta} F(t,u(t),u(t-\tau),u'(t),u'(t-\tau))dt. \tag{1}$$

Положив в (1) $u(t-\tau)=v(t)$, $F_{u'}=p$, $\quad F_{v'}=q$ и введя функцию Гамильтона $H(t,u,v,p,q)=-F+u'(t)p(t)+v'(t)q(t)$, где u' и v' суть функции от t, u, v, p, q, можно получить канонические уравнения [1]

$$\begin{gathered}\frac{du}{dt}=\frac{\partial H}{\partial p},\quad \frac{dv}{dt}=\frac{\partial H}{\partial q},\quad \frac{dp}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial u}+\lambda(t+\tau),\\ \frac{dq}{dt}=-\frac{\partial H}{\partial v}-\lambda(t),\quad u(t-\tau)=v(t).\end{gathered} \tag{2}$$

Рассмотрим теперь функционал S (1) на экстремалях, удовлетворяющих лишь одному условию: $u(t)=\varphi(t)$ при $t\in[\alpha-\tau,\alpha]$. Тогда S становится функцией, зависящей от t, u и v

$$S(t,u,v)=\int\limits_{\alpha}^{t} F(s,u(s),v(s),u'(s),v'(s))ds.$$

Устанавливается, что функция S удовлетворяет уравнению в частных производных — аналогу уравнения Гамильтона–Якоби:

$$\frac{\partial S}{\partial t}+H\left(t,u,v,\frac{\partial S}{\partial u},\frac{\partial S}{\partial v}\right)=0. \tag{3}$$

Доказывается, что если известно однопараметрическое семейство решений $S(t,u,v,a)$ уравнения (3), то $\dfrac{\partial S}{\partial a}=b$ — первый интеграл системы канонических уравнений (2).

Аналогично подобные задачи решаются с переменным отклонением, а также с несколькими отклонениями аргумента.

Список литературы

1. *Попов А.М.* XLI Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии. Секция математики и информатики. 2005. С.5–6.

О ВАРИАЦИОННЫХ ФОРМУЛИРОВКАХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Попов А.М.

РУДН

e-mail: Edem_luda@mail.ru

Для обыкновенных функционально-дифференциальных уравнений, операторы которых не являются потенциальными относительно классической билинейной формы, строятся вариационные формулировки, для чего применяются метод дополнительных переменных, билинейная форма со сверткой, преобразования зависимых и независимых переменных, вариационные множители.

1. Метод дополнительных переменных.

Рассматривается линейное функционально-дифференциальное уравнение

$$N(u) \equiv a_1(t)u(t) + a_2(t)u(\omega(t)) + b_1(t)u'(t) + \\ + b_2(t)u'(\omega(t)) + c_1(t)u''(t) + c_2(t)u''(\omega(t)) = p(t), \quad (1)$$

где $t \in [t_1, t_2]$, $a_j(t) \in C$, $\quad b_j(t) \in C^1$, $c_j(t) \in C^2$, $\quad j = 1, 2$; $\quad \omega(t) \leqslant t$, $\quad 0 < \alpha \leqslant \omega'(t) \leqslant 1$,

$$u(t) = \psi_j(t) \quad \text{при} \quad t \in E_j, \quad E_1 = [\omega(t_1), t_1], \quad E_2 = [\omega(t_2), t_2]. \quad (2)$$

Под решением функционально-дифференциального уравнения будем понимать абсолютно непрерывную на $[\omega(t_1), t_2]$ функцию $u(t)$, производная которой $u'(t) \in L_\infty$, удовлетворяющую уравнению (1) и начальным условиям (2) почти всюду [1].

Строится уравнение, сопряжённое уравнению (1)

$$N^*(v) \equiv a_1(t)v(t) + a_2(\gamma(t))\gamma'(t)v(\gamma(t)) - \\ - \frac{d}{dt}(b_1(t)v(t) + b_2(\gamma(t))\gamma'(t)v(\gamma(t))) + \\ + \frac{d^2}{dt^2}(c_1(t)v(t) + c_2(\gamma(t))\gamma'(t)v(\gamma(t))) = q(t), \quad (3)$$

где $v(t)$ — дополнительная неизвестная функция, $\gamma(t)$ — функция, обратная к $\omega(t)$, $q(t)$ — заданная функция.

Рассмотрим функционал

$$f(u, v) = \int\limits_{t_1}^{t_2} N(u)v\,dt. \quad (4)$$

Можно проверить, что система уравнений (1), (3) является системой уравнений Эйлера–Лагранжа [1] для функционала (4).

2. Билинейная форма со сверткой.

Рассматривается уравнение

$$N(u) \equiv F(t, u(t-\tau_k), u'(t-\tau_k), u''(t-\tau_k)) = 0, \tag{5}$$

где $\tau_0 = 0, \quad \tau_k > 0, \quad k = \overline{1, m}; \quad t \in [-\tau, T]$, где $\tau = \max\limits_k \tau_k$, $T > 0$, $F \in C^3$ в некоторой области $G \in \mathbb{R}^{3m+4}$,$u(t) = \psi(t)$ при $t \in [-\tau, 0]$.

Задается билинейная форма со сверткой

$$\langle v, g \rangle = \int\limits_0^T v(t) g(T-t) dt. \tag{6}$$

Теорема. *Для того, чтобы оператор N уравнения* (5) *был потенциальным относительно билинейной формы* (6), *необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства*

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u(s-\tau_k)} - \frac{d}{ds} \frac{\partial F}{\partial u'(s-\tau_k)} + \frac{d^2}{ds^2} \frac{\partial F}{\partial u''(s-\tau_k)} \right)_{s=T-t+\tau_k} = \left(\frac{\partial F}{\partial u(s-\tau_k)} \right)_{s=t}, \tag{7}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u'(s-\tau_k)} - 2\frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial u''(s-\tau_k)} \right)_{s=T-t+\tau_k} = \left(\frac{\partial F}{\partial u'(s-\tau_k)} \right)_{s=t}, \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial u''(s-\tau_k)} \right)_{s=T-t+\tau_k} = \left(\frac{\partial F}{\partial u''(s-\tau_k)} \right)_{s=t}. \tag{9}$$

Для доказательства используется теорема Вольтерра–Кернера–Вайнберга (см. [2], с. 15).

При выполнении условий (7) – (9) потенциал оператора N может быть найден по формуле (см. [2], с. 15)

$$f(u) = \int\limits_0^1 < N(u_0 + s(u-u_0)), u - u_0 > ds.$$

Заметим, что в монографии [3] билинейная форма со сверткой применяется для симметризации дифференциальных уравнений в частных производных.

3. Преобразование зависимой переменной.

Рассмотрим уравнение с непотенциальным оператором

$$u(t) + 2u(t-\tau) + u'(t) - 2u'(t-\tau) + u''(t) + 2u''(t-\tau) = p(t). \tag{10}$$

Сделаем замену искомой функции $u(t) = v(t) + 2v(t+\tau)$. Уравнение (10) преобразуется к виду

$$5v(t) + 2v(t-\tau) + 2v(t+\tau) - 3v'(t) - 2v'(t-\tau) + \\ +2v'(t+\tau) + 5v''(t) + 2v''(t-\tau) + 2v''(t+\tau) = p(t),$$

которое является формально потенциальным относительно классической билинейной формы [4].

Отметим, что для симметризации непотенциальных функционально-дифференциальных уравнений возможно применение преобразования зависимой переменной, а также вариационных множителей.

Список литературы

1. *Каменский Г.А.,Скубачевский А.Л.* Экстремумы функционалов с отклоняющимися аргументами. М.: Изд-во МАИ, 1979.
2. *Филиппов В.М., Савчин В.М., Шорохов С.Г.* Вариационные принципы для непотенциальных операторов // Итоги науки и техн. Совр. пробл. матем. Новейш. достиж. Т.40.М.:ВИНИТИ, 1992.
3. *Савчин В.М.* Математические методы механики бесконечномерных непотенциальных систем. М.: Изд-во Ун-та дружбы народов, 1991.
4. *Попов А.М.* Условия потенциальности дифференциально-разностных уравнений // Дифф. уравнения, 1998. Т.34. №3. С. 422–424.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕНИЕМ

Попов В.А.

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

e-mail: volodimir.a@gmail.co

Эллиптические дифференциальные уравнения с вырождением рассматривались многими авторами (см., например, работы Келдыша М.В., Фикера Г.К., Олейник О.А., Радкевича Е.В. и имеющуюся там библиографию).

В работах А.Л. Скубачевского [4], [6] рассматривались несамосопряженные эллиптические дифференциально-разностные операторы L_Rпорядка 2m с вырождением вида: $L_Ru(x) = LRu(x)$, где L — сильно эллиптический дифференциальный оператор, а R — разностный оператор, эрмитова часть которого является неотрицательным вырожденным оператором. В своих работах А.Л. Скубачевский получил энергетические неравенства, построил фридрихсово расширение рассматриваемого оператора, а также изучил спектральные свойства и гладкость обобщённого решения. Он показал, что решение может не принадлежать пространству Соболева $W_2^1(Q)$ даже при правой части из $\dot{C}^\infty(Q)$, но проекция решения на образ разностного оператора обладает определённой гладкостью, но не во всей области, а в подобластях разбиения области.

Интерес к таким операторам вызван появлением ряда принципиально новых свойств даже по сравнению с сильно эллиптическими дифференциально-разностными операторами [5], а также приложениями полученных результатов к некоторым нелокальным эллиптическим задачам, возникающим в теории плазмы [7].

В данной работе ассматриваются дифференциально-разностные операторы с вырождением вида: $L_R u(x) = \sum\limits_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} R_{ijQ} \frac{\partial u(x)}{\partial x_j}$, где R_{ijQ} — вырожденные разностные операторы. В работе получены энергетические неравенства, из которых следует m-секториальность рассматриваемых дифференциально-разностных операторов. Также полученные результаты позволяют построить фридрихсово расширение данного оператора.

Список литературы

1. *Келдыш М.В.* О некоторых случаях вырождения уравнений эллиптического типа на границе области // ДАН СССР. 1951. Т.77. – С.181–183.
2. *Фикера Г.* К единой теории краевых задач для эллиптико-параболических уравнений второго порядка. – Математика. Период. сб. перев. ин. статей. 1963. Т.7. №6. – С. 99–121.
3. *Олейник О.А., Радкевич Е.В.* Уравнения второго порядка с неотрицательной характеристической формой // Итоги науки. Серия «Матем. анализ». М.:ВИНИТИ. 1971.
4. *Skubachevskii A.* Elliptic functional differential equations and aplications // «Birkhauser». Basel-Boston-Berlin. 1997.
5. *Skubachevskii A.* The first boundary value problems for strongly elliptic differential-difference equations // J. Differential Equations. 1986. V. 63 №3.
6. *Скубачевский А.Л.* Эллиптические дифференциально-разностные уравнения с вырождением // Труды ММО 1997. Т.59. – С.240–285.
7. *Бицадзе А.В., Самарский А.А.* О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач // ДАН СССР. 1969. Т.185. №4.
8. *Като Т.* Теория возмущений линейных операторов. – М.: Мир. 1972.
9. *Попов В.А.* Эллиптические дифференциально-разностные уравнения с вырождением // Spectral and Evolution Problems. 2007. No17. – С.73–77.

СЛАБЫЙ ПРИНЦИП ДВОЙСТВЕННОСТИ ОБРАТНЫХ И НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ, А ТАКЖЕ ЗАДАЧ ПРОГНОЗ-УПРАВЛЕНИЕ И ПРОГНОЗ-НАБЛЮДЕНИЕ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ*

Прилепко А.И.

Мех-Мат МГУ им. М.В. Ломоносова

ГСП-2 Ленинские горы, МГУ, Мех-Мат, Москва, 119992, Россия

e-mail: `tkachenko@nkosino.ru`

1^0. **Обратная задача или задача прогноз-управление.** Даны:

*Работа поддержана РФФИ, грант 06–01–00401, НШ–4564.2006.1.

$I = [0,\ +\infty)$, $T \in \mathbb{R}^1$, банаховы пространства E и P. Найти пару: вектор-функцию $y(t)$ и параметр $p \in P$ из условий

$$y(T) = y^1, \qquad 0 < T < +\infty, \quad y^1 \in E; \tag{1}$$

$$\dot{y}(t) = Ay(t) + G(t)p + g(t), \qquad t \in I, \qquad y(0) = y^0, \tag{2}$$

если все другие величины, входящие в (1), (2), даны $\left(\dot{y}(t) \triangleq \dfrac{\partial y}{\partial t}\right)$. Предполагается, что $g(t)$ — заданная вектор-функция из $L^1_{loc}(I,\ E)$, элементы y^0, y^1 даны из E. Заданный оператор $G(t)$ берется из $L^1_{loc}\big(I,\ L(P, E)\big)$; оператор $A(t)$ также задан для $\forall t \in I$.

Рассматривается два случая для оператора $A(t)$:

а) $A(t)$ — ограниченный для $\forall t \in I$ оператор в E, причем $A \in L^1_{loc}(I,\ E)$. В этом случае решение прямой задачи (2) при заданном p есть абсолютно непрерывная функция в E, решение уравнения (2) понимается почти всюду и находится методом вариации постоянной.

б) $A(t)$ — неограниченный для $\forall t \in I$ оператор в E с областью определения $D(A(t))$. Например, если $A(t) \equiv A$ — постоянный оператор, то считаем, что он — генератор C_0-полугруппы в E. Если A — переменный оператор $t \in I$, предполагается существование разрешающего оператора $S(t,\ \tau)$, причем решение прямой задачи (2) при заданном p и соответствующих условиях на $A(t)$, $G(t)$ и $g(t)$ есть слабое решение, $y \in C\left([0,\ T],\ E\right)$ и находится методом вариации постоянной.

2^0. Сопряженной к обратной задаче или задаче прогноз-управление (1), (2) является *нелокальная по времени прямая задача* или *задача прогноз-наблюдение.* Даны: $I = [0,\ +\infty)$, $T \in \mathbb{R}^1$, банаховы пространства E^* и P^*, сопряженные к E и P. Найти вектор-функцию $z(t)$ и элемент $e^* \in E^*$ из условий

$$\int\limits_0^T G(t)z(t)dt = p^*, \quad 0 < T < +\infty, \tag{1$'$}$$

$$\dot{z}(t) = -A^*(t)z(t), \qquad t \in [0, T], \qquad z(T) = e^*, \tag{2$'$}$$

если все другие величины, входящие в $(1')$, $(2')$, даны.

Элемент p задан из P^*, заданные операторы $G^*(t)$ и $A^*(t)$ являются сопряженными к $G(t)$ и $A(t)$ в (2). Отметим, что $z(t)$ есть слабое решение задачи $(2')$, $z \in C\left([0,\ T],\ E^*\right)$ при заданном e^*.

Теорема (Слабый принцип двойственности). *Корректность слабого решения обратной задачи или задачи прогноз-управление* (1), (2) *эквивалентна корректности слабого решения прямой нелокальной по времени задачи или задачи прогноз-наблюдение* $(1')$, $(2')$.

В случае, когда $A(t)$ — ограниченный оператор, слабые решения (1), (2) и $(1')$, $(2')$ являются абсолютно непрерывными решениями.

Задача (1), (2) и $(1')$, $(2')$ находят применение в теории оптимального управления для соответствующих задач управления и наблюдения в банаховых пространствах. Для конкретных задач уравнений математической физики существенно используются различные теоремы вложения, продолжения, теоремы о следах в соответствующих функциональных пространствах.

Список литературы

1. *Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A.* Methods for solving inverse problems in mathematical physics. Marsel Dekker inc., New York–Basel, (2000).
2. *Прилепко А.И.* Метод полугрупп решения обратных, нелокальных и неклассических задач. Прогноз-управление и прогноз-наблюдение эволюционных уравнений. I // Дифференциальные уравнения, 41, No. 11, 1490–1515 (2005).

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

Расулов Р.А.

Азербайджанский Институт Учителей, Шекинский филиал

Шеки, Азербайджан

e-mail: rafig_rasulov@yahoo.com

В работе рассматривается широкий класс нелинейных уравнений в неограниченных областях. В случае линейности операторов входящих в уравнение теория разрешимости смешанных задач в ограниченных цилиндрических областях хорошо известна [1]–[4]. Если правая часть уравнения достаточно быстро убывает на бесконечности, то имеются результаты и в случае неограниченных областей. Кроме того, имеются результаты в неограниченных областях не только не убывающих на бесконечности данных, но и при их определенном росте. В работах [5], [6] найдены растущие решения краевых задач для эллиптических, в работах [7]–[9] для параболических уравнений, а в работе [10] для стационарных систем Навье–Стокса и Стокса получены ряд результатов в этом направлении.

В данной работе строятся классы единственности и разрешимости смешанных задач для некоторых классов не линейных эволюционных уравнений в неограниченных областях.

Пусть Ω — неограниченная область из $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$ с некомпактно кусочно гладкой границей $\partial\Omega$, $\quad Q_T = \Omega \times (0,T)\,,\quad T < \infty,\quad \partial Q_T = \partial\Omega \times (0,T)$.

Рассмотрим следующий класс нелинейных эволюционных уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}\left(t,x,u,u_x\right)u_{x_j}\right) + a\left(t,x\right)u - \\ - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(b_{ij}\left(t,x\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x_i}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(b(t,x)u\right) = f(t,x) \tag{1}$$

с следующими начальными и краевыми условиями

$$u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = 0 \tag{2}$$

$$u|_{\partial Q_T} = 0 \tag{3}$$

где относительно коэффициентов предположим, что $a_{ij}(t,x,u,p)$, $b_{ij}(t,x)$, $i,j=1,\ 2\ ,\ n$ — измеримые вещественнозначные ограниченные функции, удовлетворяющие условиям

$$\nu_0|\xi|^2 \leqslant a_{ij}\left(t,x,u,p\right)\xi_i\xi_j \leqslant \nu_1|\xi|^2, \qquad \nu_0>0 \tag{4}$$

$$\mu_0|\xi|^2 \leqslant b_{ij}\left(t,x\right)\xi_i\xi_j \leqslant \mu_1|\xi|^2, \qquad \mu_0>0 \tag{5}$$

$$a_{ij}(t,x,u,p) \ = a_{ji}(t,x,u,p) \tag{6}$$

$$|a(t,x)| \ \leqslant \mu_1, \ \ |b\left(t,x\right)| \leqslant \mu_2 \tag{7}$$

Теорема 1. *Предположим, что относительно коэффициентов уравнения выполняются условия* (4) – (7) *и, кроме того,* $a_{ij}(t,x)$ *дифференцируемы по* t *и* $\left|\dfrac{\partial}{\partial t}a_{ij}(t,x)\right| \leqslant \mu_3 < \infty$, $\forall(x,t)\in Q_T$, *и* $f(x,t)\equiv 0$ *в* $Q_T(r_0,r_0')$. *Тогда для обобщенного решения* $u(x,t)\in H^2_{2,loc}(Q_T)$ *задачи* (1) – (3) *существует зависящее лишь от известных параметров задачи постоянные* $1<\mu_0<\infty$, $1<H_0<\infty$ *такие, что если функции* $\mu(r)>\mu_0$ *и* $\psi(r)=1+\varphi(r)$ *удовлетворяют условиям (9)–(12), то*

$$\mathrm{I}(r_2) > \theta\, \mathrm{I}(r_1) \exp\left(\nu \ln\theta^{-1}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{ds}{s\varphi(s)}\right),$$

для любого $r_0<r_1<r_2<r_0'$. *Здесь* $g_r(t)=\exp(-2\mu^2(r)t)$, $\theta<1$ *зависит лишь от известных величин и*

$$\mathrm{I}(r) = \int\limits_{\Omega_T(r)} \left[|\nabla u_t|^2 + \mu^2(r)(u_t^2+u^2+\left|\nabla^2 u\right|^2)\right] g_r(t)dxdt.$$

Теорема 3. *Пусть выполняются условия теоремы 1, тогда для обобщенного решения* $u(x,t)\in \overset{\circ}{V}{}^{1,1,0}_{2,loc}(Q_T)$ *однородной задачи* (1) – (3) *верна оценка*

$$\mathrm{I}(r_2) > \theta\, \mathrm{I}(r_1)\ \cdot\ \exp\left(\nu \ln\theta^{-1}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{ds}{s\varphi(s)}\right).$$

Список литературы

1. *А. Ладыженская.* О нестационарных операторных уравнениях и их приложениях к линейным задачам математической физики // Мат. Сб. 1958, Т45, №2, С 123–158.
2. *Ж.-Л.Лионс.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – Москва, 1972.
3. *J.L. Lions, W. Strauss.* Some nonlinear evolution equations // Bull.Soc. Math. France.1965, T.93, P 43–96.
4. *G. Prodi.* Soluzioni periodiche dell'equazine delle onde con bermine dissipativo nonlineare // Band. Sem. Mat. Padova. 1965. T 35.
5. *Е.М. Ландис.* О поведении решений элементарных уравнений высокого порядка, в неограниченных областях // Москва мет. об-ва 1974, Т 31, С. 35–58.

6. *O.A. Oleinik, G.A. Iosifan.* Boundary value problems for second order elliptic equations in unbounded domains and Saint-Venant's principle // Annali Scuda Noem. Super. de Pisa. Ser.iv, 1977, T.4, №2, P. 269–290.
7. *Л.И. Камынин.* О существовании решений задач Коши и линейных краевых задач для параболического уравнения II порядка в неограниченной области // Диф. Ур-я, 1987, Т. 23, №11, С 1937–1948.
8. *М.И. Максимова.* Существование слабого решения параболической начально-краевой задачи в неограниченной области в классе быстро растущих функций // Зап. Науч. Сем. ЛОМИ 1983, Т. 127, С 152–157.
9. *И.Л. Слепцова, А.Е. Шишков.* О существовании растущих на бесконечности обобщенных решений краевых задач для линейных параболических уравнений высокого порядка // Изв. Вузов. Математика, 1988, №4, С. 61–69.
10. *О.А. Ладыженская, В.А. Солотников.* О нахождении решений краевых задач для стационарных уравнений Стокса и Новье–Стокса, имеющих неограниченный интеграл Дирихле // Зап. Науч. Семин. ЛОМИ, 1980, Т. 96, С 117–160.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МНОГОТОЧЕЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ МАТРИЦЕЙ

Романова Е.Ю.

Российский государственный социальный университет

117447, Москва, ул. Винокурова, д. 12, кор. 4, кв. 195

Тел.: +7(499)1267326, e-mail: klenar2001@mail.ru

Разработан конструктивный метод анализа многоточечных краевых задач для линейных неавтономных систем ОДУ с полиномиальной матрицей:

$$\dot{x} = \left(t^m \sum_0^\infty A_k t^{-k}\right) x; \quad t \in [\delta, T]; \quad \delta > 1; \quad m \geqslant 0; \quad x \in \mathbb{R}^n), \tag{1}$$

$\sum\limits_1^n F_k x(t_k) = a; \quad (\delta \leqslant t_1 < t_2 < \cdots < t_n = T)$, где матричный ряд $\sum\limits_0^\infty A_k t^{-k} \quad (k \geqslant 0)$ сходится абсолютно и равномерно по некоторой норме при $|t| \geqslant \delta > 1, \quad F_k$ — некоторые постоянные квадратные матрицы.

Приведен характерный пример краевой задачи с полиномиальной матрицей.

В основе предложенного алгоритма лежит один из последних вариантов метода расщепления [1, 2].

Теорема 1. *Если спектр* $\{\lambda_{0j}\}_1^n$ *матрицы* A_0 *удовлетворяет условиям:*

$\sigma_{jk} \equiv \lambda_{0j} - \lambda_{0k} \not\equiv 0; \quad (j \not\equiv k; \quad j, k = \overline{1, n})$, *тогда система* (1) *с помощью невырожденного при достаточно больших* $\delta > 1$ *преобразования*

$x = H(t)z$ может быть приведена к почти диагональному виду:

$$\dot{z} = Q(t)z; \quad Q(t) = \Lambda(t) + G(t)/(t^{p+1});$$
$$\Lambda(t) = t^m \sum_0^{m+p} \Lambda_k t^{-k} = diag\left\{\lambda_1(t), \cdots, \lambda_n(t)\right\}, \tag{2}$$

при этом асимптотика общего решения системы (1) *может быть записана в виде:*

$$x(t) = H(t)\left(\exp\left(\int\limits_\delta^t \Lambda(s)ds\right)C + O(\delta^{-p-1})\right); \quad t \in [\delta, T]; \quad (p \geqslant 1), \tag{3}$$

где матрица $H(t)$ и диагональные матрицы Λ_k определяются с помощью простого итерационного алгоритма.

Теорема 2. *Дифференциальная система* (1) *в случае $m = -1$ и если спектр $\{\lambda_{0j}\}_1^n$ матрицы A_0 удовлетворяет условиям: $\sigma_{jk} \equiv \lambda_{0j} - \lambda_{0k} \not\equiv 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; $(j \not\equiv k;\ j,k = \overline{1,n})$, тогда система* (1) *с помощью невырожденного при достаточно больших $\delta > 1$ преобразования $x = H(t)z$ может быть приведена к системе с почти диагональной матрицей вида* (2)*, при этом асимптотика общего решения однородной системы* (1) *может быть записана в виде* (3).

Теорема 3. *Дифференциальная система* (1) *в случае* $(m = -2)$ *(при произвольном спектре $\{\lambda_{0j}\}_1^n$ матрицы A_0) с помощью невырожденного при достаточно больших $\delta > 1$ преобразования $x = H(t)z$ может быть приведена к системе с почти диагональной матрицей вида* (2)*, при этом асимптотика общего решения однородной системы* (1) *может быть записана в виде* (3).

Замечание. В случае жордановой структуры матрицы A_0, доказанные теоремы применимы, но после использования так называемого «срезающего» преобразования [1].

Теорема 4. *Многоточечная краевая задача* (1)– (2) *в условиях теоремы 1 и при $det F \not\equiv 0$; $\quad F = \sum\limits_1^n F_j S_0 H_0(t_j)\Phi(t_j)$ однозначно разрешима и ее решение представимо в виде* (3)*, где $C = F^{-1}(a + O(\delta^{-N}))$, $\Phi(t) = \exp\left(\int\limits_\delta^t \Lambda(s)ds\right)$.*

Доказательство сводится к записи краевых условий для общего решения (3) в виде: $\sum\limits_1^n F_j S_0 H_0(t_j)(\Phi(t_j)C + O(\delta^{-N})) = a$, откуда следует равенство $F(C + O(\delta^{-N})) = a$.

В качестве примера исследуем рассмотренную в работе [4] краевую задачу:

$$\ddot{x} = \frac{2}{t}\dot{x} + \frac{2}{t^2}x = t^3; \quad \alpha_1 x(1) + \beta_1\dot{x}(1) = c_1; \quad \alpha_2 x(2) + \beta_2\dot{x}(2) = c_2, \tag{4}$$

Переходя к векторной записи уравнения (4): $\dot{z} = A(t)z + f(t)$; $\quad F_1 z(1) +$

$+ F_2 z(2) = c$;

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ (-2/t^2) & (2/t) \end{pmatrix} = \sum_0^2 A_k t^{-k};$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ t^3 \end{bmatrix}; \quad F_1 = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$F_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{pmatrix}; \quad z = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix},$$

и после применения срезающего преобразования $z = \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} v$ в итоге перейдем к более простой системе с диагональной матрицей: $\dot{p} = t^{-1}\Lambda_0 p + h(t)$; $\quad Q_1 p(1) + Q_2 p(2) = c$;

$$Q_1 = \begin{pmatrix} (\alpha_1 + \beta_1) & (\alpha_1 + 2\beta_1) \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ (2\alpha_2 + \beta_2) & (2\alpha_2 + 2\beta_2) \end{pmatrix}; \quad h(t) = \begin{bmatrix} -t^3 \\ t^3 \end{bmatrix},$$

откуда окончательно имеем:

$$\det Q \not\equiv 0; \quad Q = Q_1 + Q_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha_1 + \beta_1) & (\alpha_1 + 2\beta_1) \\ (2\alpha_2 + \beta_2) & (4\alpha_2 + 4\beta_2) \end{pmatrix},$$

что совпадает с результатом работы [4] ($2\alpha_1\alpha_2 + 3\alpha_1\beta_2 + 2\beta_1\beta_2 \not\equiv 0$), полученным с помощью более громоздкого метода.

Список литературы

1. *Коняев Ю.А.* Об одном методе исследования некоторых задач теории возмущений // Математический Сборник, 1993, т.194, N12, С. 133–144.
2. *Коняев Ю.А.* Об однозначной разрешимости некоторых классов нелинейных регулярных и сингулярно возмущенных краевых задач // Дифференциальные уравнения, 1999, т. 35, N 8, С. 1028–1035.
3. *Васильев Н.И., Клоков Ю.А.* Основы теории краевых задач ОДУ. Рига, Зинатне, 1978, 189 с.
4. *Хасеинов К.А.* Многоточечные и сопряженные краевые задачи и их приложение. М.: Наука, 2006, 272 с.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Рудаков И.А.

Брянский государственный университет им. И.Г. Петровского

e-mail: rudakov_bgu@mail.ru

Рассматривается задача

$$p(x)\,u_{tt} - (p(x)\,u_x)_x = g(x,t,u) + f(x,t), \quad 0 < x < \pi, \quad t \in \mathbb{R}; \tag{1}$$

$$u(0,\,t) - h_1 u'_x(0,t) = 0;\, u(\pi,\,t) + h_2 u'_x(\pi,t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}; \tag{2}$$

$$u(x,\,t+T) = u(x,\,t), \quad 0 < x < \pi, \quad t \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

Здесь $h_1 \geqslant 0, h_2 \geqslant 0$, $T = 2\pi\,\dfrac{b}{a}$, где a, b — взаимно простые натуральные числа. Рассмотрены различные типы граничных условий ($h_1 = h_2 = 0$ или $h_1 + h_2 > 0$ или $h_1 = 0, h_2 = \infty$ и т. д.). Получены теоремы о существовании решений задачи (1)–(3). Нелинейное слагаемое g имеет либо степенной рост по u, либо удовлетворяет условию нерезонансности. В случае $f = 0$, $g(x,t,0) = 0$ получены теоремы о существовании свободных колебаний.

ОБ ОСЦИЛЛЯЦИИ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОГО ОПЕРАТОРА ДИРАКА

Саакян Г.Г.

Арцахский государственный университет

375000, Республика Армения, г. Степанакерт, ул. М. Гоша 5

Тел.: (097)222251, Факс: 37447171214, e-mail: ter_saak_george@mail.ru

В работе рассматривается следующий одномерный оператор Дирака

$$D = S\frac{d}{dt} + G, \tag{1}$$

где $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $G(t) = \begin{pmatrix} p(t) & q(t) \\ q(t) & -p(t) \end{pmatrix}$, $p,\, q \in C(a,b)$, с областью определения, состоящей из вектор-функций $\bar{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}$, удовлетворяющих условиям:

$$\bar{y}(t) \in L^2[0,\,\pi],$$

$\bar{y}(t)$ абсолютно непрерывна на $[0,\,\pi]$,

$$D\bar{y} = S\frac{d\bar{y}}{dt} + G(t)\bar{y} \in L^2[0,\,\pi], (1')$$

компоненты $\bar{y}(t)$ удовлетворяют граничным условиям

$$y_1(0)\sin\alpha + y_2(0)\cos\alpha = 0, \tag{2}$$

$$y_1(\pi)\sin\beta + y_2(\pi)\cos\beta = 0, \tag{3}$$

α и β — произвольные действительные числа.

Известно (см. [1]), что собственные значения рассматриваемого оператора Дирака действительны и образуют счетное множество, неограниченное ни снизу, ни сверху. Нам также известно, что нули компонент собственных функций оператора Дирака D простые и не имеют предельных точек накопления. Следовательно, на любом отрезке их можно пронумеровать в порядке возрастания.

Очевидно, что задачу на собственные значения рассматриваемого оператора Дирака можно записать в виде краевой задачи, состоящей из системы

$$\begin{cases} y_2' + p(t)y_1 + q(t)y_2 = \lambda y_1, \\ -y_1' + q(t)y_1 - p(t)y_2 = \lambda y_2, \end{cases} \tag{4}$$

и краевых условий $(1')$ и (3).

Основной результат работы содержится в следующей теореме

Теорема. *Для любого натурального пчисла существует число μ_n такое, что, если собственное значение оператора Дирака D удовлетворяет неравенству $|\lambda| \geqslant \mu_n$, то каждая из компонент собственной функции оператора D имеет на отрезка $[0,\,\pi]$ по крайней мере n нулей.*

Доказательство теоремы основано на преобразовании задачи (4), $(1')$, (3) к равносильной задаче вида

$$\begin{cases} z_1' + p_0(t)z_2 = 0, \\ z_2' + r_0(t)z_1 = 0, \end{cases} \tag{5}$$

$$z_1(0)\sin\alpha + z_2(0)\cos\alpha = 0,$$

$$z_1(\pi)\sin\beta + z_2(\pi)\cos\beta = 0,$$

где $p_0(t) = (p(t)+\lambda)e^{-2\int\limits_0^t q(\tau)d\tau}$, $r_0(t) = (p(t)-\lambda)e^{2\int\limits_0^t q(\tau)d\tau}$ и использовании следующей теоремы о сравнении (см. [2]).

Теорема (о сравнении). *Пусть* $\bar{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}$ *и* $\bar{v}(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix}$ *нетривиальные решения системы*

$$\begin{cases} y_1' + p_i(t)y_2 = 0, \\ y_2' + r_i(t)y_1 = 0, \end{cases}$$

при $i = 1$ и $i = 2$ соответственно, удовлетворяющие одним и тем же начальным условиям

$$u_1(a) = v_1(a), \quad u_2(a) = v_2(a),$$

и пусть

$$p_1(t)p_2(t) > 0, \quad r_1(t)r_2(t) > 0, \quad p_i(t)r_i(t) < 0, \quad (i = 1,\, 2),$$

$$|p_2(t)| \geqslant |p_1(t)|, \quad |r_2(t)| \geqslant |r_1(t)|.$$

Тогда, если одна из компонент $\bar{u}(t)$ имеет ℓ нулей на отрезке $[a,\, b]$, то каждая из компонент $\bar{v}(t)$ имеет на том же отрезке не менее ℓ нулей, причем k-й нуль каждой компоненты $\bar{v}(t)$ не больше k-го нуля соответствующей компоненты $\bar{u}(t)$.

Список литературы

1. *Б.М. Левитан, И.С. Саргсян.* Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. М.: Наука, 1988.
2. *Г.Г. Саакян.* О некоторых свойствах решений канонической системы Дирака. Ученые записки ЕрГУ, 2, 2007.

О СКОРОСТИ РАВНОСХОДИМОСТИ РАЗЛОЖЕНИЙ В РЯДЫ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ ОПЕРАТОРОВ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ С СИНГУЛЯРНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

Садовничая И.В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет ВМиК

119526, Москва, просп. Вернадского, д.91, кор.2, кв.271

Тел.: 89161328077, e-mail: ivsad@yandex.ru

Изучается оператор Штурма–Лиувилля

$$L = -\frac{d^2}{dx^2} + q(x), \tag{1}$$

в пространстве $L_2[0,\pi]$ с граничными условиями Дирихле. Предполагается, что потенциал $q(x) = u'(x)$, $u(x) \in W_2^\theta[0,\pi]$, $0 < \theta < 1/2$ (производная здесь понимается в смысле распределений). Операторы такого вида были определены в работе [1]. В работах [1]– [2] было доказано, что оператор L фредгольмов с индексами (0,0) (в случае вещественного потенциала — самосопряжен), полуограничен, имеет чисто дискретный спектр.

Будем рассматривать вопрос о равномерной на всем отрезке $[0,\pi]$ равносходимости разложения некоторой функции $f(x)$ в ряд по системе собственных и присоединенных функций опрератора L с ее разложением в ряд Фурье по системе синусов. Покажем, что, если первообразная $u(x)$

от потенциала принадлежит любому из пространств $W_2^\theta[0,\pi]$, $0 < \theta < 1/2$, то для любой функции $f(x)$ из пространства $L_2[0,\pi]$ можно оценить скорость равносходимости равномерно по шару $u(x) \in B_R = \{v(x) \in W_2^\theta[0,\pi] | \|v\|_{W_2^\theta} \leqslant R\}$. Оценки такого вида являются новыми даже для классического случая $q \in L_2[0,\pi]$. Случай $\theta = 0$ является особым и требует отдельного изучения.

Теорема. *Пусть $R > 0$. Рассмотрим оператор* (1)*, действующий в пространстве $L_2[0,\pi]$, с граничными условиями Дирихле, потенциал которого удовлетворяет следующим условиям: $q(x) = u'(x)$, где комплекснозначная функция $u \in W_2^\theta[0,\pi]$, $0 < \theta < 1/2$, причем $\|u\|_{W_2^\theta} \leqslant R$. Пусть $\{y_n(x)\}_{n=1}^\infty$ — нормированная система собственных и присоединенных функций оператора L, $\{w_n(x)\}_{n=1}^\infty$ — биортогональная к ней система. Для произвольной функции $f \in L_2[0,\pi]$ обозначим $c_n = (f(x), w_n(x))$, $c_{n,0} = \sqrt{2/\pi}(f(x), \sin nx)$. Тогда существует натуральное число $M = M_{\theta,R}$ такое, что для любого $m \geqslant M$*

$$\left\| \sum_{n=1}^m c_n y_n(x) - \sum_{n=1}^m \sqrt{\frac{2}{\pi}} c_{n,0} \sin nx \right\|_C \leqslant C_{\theta,R,\varepsilon} \left(\sqrt{\sum_{n \geqslant \sqrt{m}} |c_{n,0}|^2} + \frac{\|f\|_{L_2}}{m^{\theta/2-\varepsilon}} \right). \quad (2)$$

Здесь ε — сколь угодно малое положительное число; постоянная в правой части (2) *зависит только от выбора числа ε, показателя гладкости θ и радиуса шара R.*

Список литературы

1. *Савчук А.М., Шкаликов А.А.* Операторы Штурма–Лиувилля с сингулярными потенциалами // Матем. заметки, Т. 66. №6, 1999, С. 897–912.
2. *Савчук А.М., Шкаликов А.А.* Операторы Штурма–Лиувилля с потенциалами-распределениями // Труды Московского Мат. Общества, Т. 64, 2003, С. 159–219.

О ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДАХ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕНИЕМ

Сакбаев В.Ж.

МФТИ

141700, Моск. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел.: (495)4088172, e-mail: fumi2003@mail.ru

Целью исследования является задача Коши для уравнения Шредингера

$$iu'(t) = Lu(t), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u(+0) = u_0, \quad u_0 \in H = L_2(\mathbb{R}), \tag{2}$$
с симметричным оператором L в гильбертовом пространстве H, заданным дифференциальным выражением второго порядка

$$Lu = \frac{\partial}{\partial x}\left(g(x)\frac{\partial}{\partial x}u\right) + \frac{i}{2}\left[a(x)\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial x}(a(x)u)\right] + V(x)u, \tag{3}$$

в котором коэффициенты вещественнозначны и измеримы, $g(x) \geqslant 0$. Оператор L вырождается на множестве положительной меры. Изучается класс операторов вида (3), в котором множество точек разрыва коэффициентов при производных и граница области эллиптичности с областью вырождения состоят из конечного или счетного множества изолированных точек.

Следует отметить, что в настоящее время развита теория равномерно эллиптических операторов Шредингера с измеримыми и мерозначными коэффициентами (см., напр. [1]) и теория асимптотического поведения дифференциальных операторов с гладкими коэффициентами при равномерном по координатному пространству вырождении коэффициентов при старшей производной (см. [2]). Настоящая работа и статья [3] посвящена исследование мало изученного промежуточного класса дифференциальных операторов, испытывающих неравномерное вырождение на подмножестве координатного пространства в сочетании с негладкостью коэффициентов.

Установлена зависимость индексов дефекта вырожденного оператора от поведения его коэффициентов на границе области эллиптичности с областью вырождения. Индексы дефекта оператора L определяются поведением коэффициентов при младших производных в области вырождения оператора L.

Наряду с некорректной задачей Коши с вырожденным оператором рассмотрим также ее эллиптическую регуляризацию.

Определение. Правильной регуляризацией симметрического оператора L назовем последовательность максимальных диссипативных операторов L_n, общая область определения которых вместе с оператором L плотна в пространстве H, удовлетворяющую условию: при некотором $q \in \mathbb{N}$ оператор L^q плотно определен и для каждого $n \in \mathbb{N}$ существует линейный оператор Q_n, действующий из $D(L^q)$ в $D(L_n)$ таким образом, что

$$\lim_{n\to\infty}(\|Q_n u - u\|_H + \|L_n Q_n u - Lu\|_H) = 0$$

для любого $u \in D(L^q)$.

Обозначим через $\{L_\theta, \theta \in \Theta$, совокупность симметрических расширений оператора L.

Теорема 1. *Пусть индексы дефекта симметрического оператора L есть (n_-, n_+) и последовательность операторов $\{L_n\}$ есть правильная регуляризация задачи Коши (1), (2). Тогда если $n_+ \leqslant n_-$, то последовательность регуляризованных полугрупп $U_n(t) = \exp(-iL_n t)$, $n \in \mathbb{N}$, содержит подпоследовательность, сходящуюся в сильной операторной топологии равномерно на произвольном отрезке $[0, T]$. Любой частичный предел в указанной топологии последовательности $\{U_n(t)\}$ есть одна из полугрупп $\exp(-iL_\theta t)$, $\theta \in \Theta$. Наоборот, для любого $\theta \in \Theta$ полугруппа*

$\exp(-iL_\theta t)$ *есть предел некоторой последовательности правильно регуляризованных полугрупп* $U_n(t)$.

Если $n_+ > n_-$, то последовательность регуляризованных полугрупп $U_n(t) = \exp(-iL_n t)$, $n \in \mathbb{N}$, содержит подпоследовательность, сходящуюся в слабой операторной топологии равномерно на произвольном отрезке $[0, T]$. Любой частичный предел в указанной топологии последовательности $\{U_n(t)\}$ есть одна из полугрупп $\exp(-iL^*_\theta)$, $\theta \in \Theta$. Для любого $\theta \in \Theta$ полугруппа $\exp(-iL^*_\theta)$ есть предел в указанной топологии некоторой последовательности правильно регуляризованных полугрупп $U_n(t)$.

Фиксировав некоторое число $T > 0$, определим функционалы невязки в дифференциальной и в интегральной формах соответственно равенствами

$$S(u, u_0, T) = \left\| i\frac{d}{dt}u(t) - iLu(t) \right\|_H,$$
$$J(u, u_0, T) = \|u(t) - u_0 iLu(s)\, ds\|_H,$$

где $H = L_2([0, T], H)$.

Вариационную задачу минимизации функционала назовем корректной, если функционал достигает минимального значения в единственной точке, являющейся пределом произвольной минимизирующей последовательности.

Лемма 1. *Пусть индексы дефекта оператора* L *есть* $(0, n_+)$. *Тогда семейство ортогональных проекторов* $P(t) = I - exp(iLt)exp(-iL^*t)$, $t \in \in [0, T]$, *образует ортогональное разложение единичного оператора в гильбертовом пространстве* $H_T = Ker(exp(-iL^*t))$.

Теорема 2. *Пусть плотно определенный оператор* L *является максимальным симметрическим оператором в пространстве* H. *Тогда вариационная задача минимизации функционала невязки задачи Коши в дифференциальной форме корректна, а задача минимизации функционала невязки в интегральной форме некорректна.*

Точная нижняя грань функционала невязки $S(u, u_0, T)$ конечна тогда и только тогда, когда интеграл $s(u_0) = \int\limits_0^T \frac{1}{t}\,(u_0, dP(t)u_0)$ сходится. Если это условие выполнено, то инфимум достигается в единственной точке строгого минимума

$$\mathbf{u}(t) = \exp(-iL^*t)[(I - P(T))u_0 + \int\limits_t^T \frac{s-t}{s} dP(s)u_0.$$

Замечание: примеры показывают, что функционал невязки в интегральной форме обладает как сходящейся, так и расходящейся минимизирующими последовательностями.

Список литературы

1. *В.Н. Колокольцов.* Матем. сборник. Т. 194 (2003), вып. 6, стр. 105–126.
2. *С.А. Голопуз.* Матем. сборник. Т. 194 (2003), вып. 5, стр. 3–30.

3. *В.Ж. Сакбаев.* Современная математика. Фундаментальные направления. Т. 21 (2007), стр. 87–113.

УРАВНЕНИЯ С ПАРНЫМИ СВЕРТОЧНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ ВИНЕРА–ХОПФА

Салехов Л.Г.

Казанский государственный университет

Казань, Россия

e-mail: tatuca@knet.ru

Пусть ϑ'_{-1} — пространство, дуальное к пространству ϑ_{-1} функций, бесконечно дифференцируемых на $\mathbb{R}$ и имеющих асимптотику на бесконечности: $\left|\varphi^{(k)}(t)\right| \leqslant C|\,t\,|^{-1}, \forall k \in \mathbb{N}$. Топология пространства ϑ_{-1} индуцируется из топологии пространства εбесконечно дифференцируемых на $\mathbb{R}$ функций, то есть последовательность $(\varphi_i)_{i\in\mathbb{N}}$сходится в ϑ_{-1}, если она сходится в εи $\forall k \in \mathbb{N}$существует постоянная C_k, не зависящая от i, такая что$\left|\varphi_i^{(k)}(t)\right| \leqslant C_k|\,t\,|^{-1}, \forall k \in \mathbb{N}$.

Если $\Phi \in \vartheta'_{-1}$, то преобразование $\widehat{\Phi}(z) = \dfrac{1}{2\pi\, i}\langle \Phi, \dfrac{1}{t-z}\rangle$, $\operatorname{Im} z \neq 0$ называют представлением Коши или аналитическим представлением, исчезающим на бесконечности, обобщенной функции Φ [1, с.84].

Функция $\widehat{\Phi}(z)$ дает аналитическое представление обобщенной функции Φ в следующем смысле:

$$\langle \Phi, \varphi\rangle = \lim_{\varepsilon\to+0}\int\limits_{\mathbb{R}} \left\{ \widehat{\Phi}^{+}(t+i\varepsilon) - \widehat{\Phi}^{-}(t-i\varepsilon)\right\}\varphi(t)dt, \quad \forall\varphi\in\vartheta_{-1},$$

что символически записывают так: $\Phi = \widehat{\Phi}^{+} - \widehat{\Phi}^{-}$.

Постановка задачи.

Ищется обобщенная функция $\Phi \in \vartheta'_{-1}$, удовлетворяющая в смысле ϑ'_{-1} на оси $\mathbb{R}$ уравнению:

$$\delta_+ * [K_1(t)(\delta_+ * \Phi)] + \delta_- * [K_2(t)(\delta_- * \Phi)] = T, \tag{1}$$

где $\delta_{+,}\delta_-$ — обобщенные функции, определяемые по Н.Н. Боголюбову: $\delta_\pm = \dfrac{1}{2}\delta \mp \dfrac{1}{2\pi\, i} v.p.\dfrac{1}{t}$; δ — мера Дирака; $v.p.\dfrac{1}{t}$ — главное значение по Коши от $\dfrac{1}{t}$, $K_1(t), K_2(t) \in M$ — пространству мультипликаторов для пространства ϑ'_{-1}; T — заданная обобщенная функция из ϑ'_{-1}, а свертки $\{\delta_\pm * \Phi\}$ определяются по следующим формулам:

$$\langle \delta_\pm * \Phi, \varphi\rangle = \langle \Phi, \delta_\mp * \varphi\rangle, \quad \forall\varphi\in\vartheta_{-1}.$$

Оператор уравнения (1) есть парный свёрточный оператор Винера–Хопфа [3,с.70] в пространстве ϑ'_{-1}, так как операторы $\{\delta_\pm *\}$ являются дополнительными свёрточными проекторами.

Уравнение (1) содержит в себе так называемые уравнения с односторонним свёрточным оператором Винера–Хопфа в пространстве ϑ'_{-1}, а также алгебраические уравнения вида $K\Phi = T$в пространстве ϑ'_{-1}.

В силу формул $\delta_+ * \Phi = \widehat{\Phi}^{+}, \delta_- * \Phi = -\widehat{\Phi}^{-}$, полученных в работе [2], уравнение (1) можно представить в виде:

$$\left[\widehat{K}_1(t)\widehat{\Phi}^{+}\right]^{+} + \left[\widehat{K}_2(t)\widehat{\Phi}^{-}\right]^{-} = T. \qquad (2)$$

Эта краевая задача отыскания кусочно-голоморфной функции $\widehat{\Phi}(z) = (\widehat{\Phi}^{+}(z), \widehat{\Phi}^{-}(z))$, исчезающей на бесконечности, соответствует уравнению (1).

В пространстве обобщенных функций умеренного роста уравнению (1) посредством преобразования Фурье изоморфно следующее уравнение:

$$\Upsilon(\xi)\Big\{\tilde{K}_1(\xi) * \Upsilon(\xi)\tilde{\Phi}(\xi)\Big\} + \Upsilon(-\xi)\Big\{\tilde{K}_2(\xi) * \Upsilon(-\xi)\tilde{\Phi}(\xi)\Big\} = \tilde{T}(\xi),\ \forall\xi \in \mathbb{R},$$

$\Upsilon(\xi)$ — функция Хевисайда, которое, при гипотезе регулярности обобщенных функций в зависимости от структур $\tilde{K}_1, \tilde{K}_2$ содержит известные двусторонние, односторонние уравнения Винера–Хопфа [4], парные интегральные и дифференциальные уравнения. В докладе приводится теория уравнения (1) и рассматриваются примеры.

Список литературы

1. *Бремерман Г.* Распределения, комплексные переменные и преобразование Фурье. – М.: Мир, 1968.
2. *Салехов Л.Г., Салехова Л.Л.* К решению одного класса уравнений сверток в сверточном модуле/ Труды международной конференции «Спектральная теория дифференциальных операторов и родственные проблемы». – Стерлитамак, 2003.
3. *Прёсдорф З.* Некоторые классы сингулярных уравнений. – М.: Мир, 1979.
4. *Гахов Ф.Д., Черский Ю.И.* Уравнения типа свёртки. – М.: Наука, 1978.

ГАМИЛЬТОНОВ СЦЕНАРИЙ ЯВЛЕНИЯ БУФЕРНОСТИ В УРАВНЕНИИ МАЯТНИКОВОГО ТИПА

Сандуляк Д.В.

Ярославль, ЯрГУ

e-mail: danzova@hotmail.ru

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$\ddot{x} + \varepsilon\dot{x} + \sin x = \varepsilon a \cos \nu t, \tag{1}$$

описывающее вынужденные колебания нелинейного маятника с малым трением $\varepsilon > 0$ под действием периодической внешней силы $\varepsilon a \cos \nu t$, где параметры a, ν положительны.

Напомним, что в уравнениях маятникового типа помимо колебательных периодических решений $x(t)$, $x(t+T) \equiv x(t)$, $T > 0$ могут существовать ещё и вращательные периодические движениям $x(t)$, где $x(t+T) \equiv x(t) + 2\pi m$, при некотором целом $m \not\equiv 0$.

В связи с этим, был проведён анализ для каждого типа движений в отдельности, в результате которого установлены критические значения параметра a: a_p^1 — для вращательных и a_p^2 — для колебательных. При $a > a_p^1$ ($a > a_p^2$) в результате бифуркации типа седло-узел в системе рождаются различные при различных p устойчивые вращательные (колебательные) решения. Выяснено также, что последовательности критических значений сходятся и обладают общим пределом $a_\infty < +\infty$. Следовательно, при выборе подходящего ε и $a > a_\infty$, можно гарантировать сосуществование в системе (1) любого наперёд заданного конечного числа устойчивых периодических движений как вращательного, так и колебательного типов.

Исследование системы производилось с помощью приемов и методов асимптотического анализа колебаний в системах, близких к консервативным.

Таким образом, для уравнения (1) установлен гамильтонов сценарий явления буферности, то есть показано, что при подходящем уменьшении ε и увеличении a у него существует любое наперёд заданное конечное число устойчивых периодических решений, появляющихся в результате каскада бифуркаций типа седло-узел.

О ПОСТАНОВКЕ, РАЗРЕШИМОСТИ И ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ НЕЙМАНА С ОБОБЩЕННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Сетуха А.В.

Военно-Воздушная инженерная академия им. Н.Е. Жуковского

Москва, Россия

e-mail: setuhaav@rambler.ru

Рассмотрена краевая задача Неймана для уравнения Лапласа в случае, когда правая часть в граничном условии есть обобщенная функция, понимаемая как непрерывный линейный функционал над пространством основных функций. Введено понятие обобщенных граничных условий, доказана однозначная разрешимость поставленных задач и построена численная схема их решения, основанная на сведении к граничным интегральным уравнениям в классе обобщенных функций.

Рассмотрим пространственную задачу в области вне разомкнутой поверхности, которая является частью плоскости (задача на плоском экране).

Пусть Σ — выпуклая ограниченная область на плоскости $\mathbb{R}^2$, границей которой является замкнутая кусочно-гладкая кривая $L = \partial\Sigma$. Пусть D — есть линейное пространство основных функций в области Σ, элементами которого являются функции $\varphi(x) \in C^{\infty}(\bar{\Sigma})$ с компактным носителем $\mathrm{supp}\varphi \subset \Omega$, причем, последовательность функций $\varphi_k, k \in N$ сходится к функции $\varphi \in D$ при $k \to \infty$, если а) существует компактное множество $G \subset \Sigma$ такое, что $\mathrm{supp}\varphi \subset G$ и $\mathrm{supp}\varphi_k \subset G$ для всех $k \in N$ б) функции φ_k и все их производные равномерно сходятся к фукнкции φ и ее соответствующим производным равномерно на множестве Σ.

Пусть D' есть пространство обобщенных функций, определенных в области Σ, под которыми понимаются действительные непрерывные по Гейне линейные функционалы над пространством D. В пространстве D' введено понятие сходимости последовательности как слабая сходимость последовательности функционалов. Обозначим (f, φ) — значение функционала $f \in D'$ на функции $\varphi \in D$.

Теперь предположим, что рассматриваемое множество Σ есть поверхность в пространстве $\mathbb{R}^3$, лежащая на координатной плоскости Ox_1x_2 и пусть $\vec{n} = (0, 0, 1)$ — положительный вектор нормали к поверхности Σ. Пусть $u(x)$ есть функция, определенная в одном из полупространств $x_3 > > 0$ или $x_3 < 0$ и пусть $f \in D'$.

Определение 1. Функция u имеет на поверхности Σ обобщенные краевые значения $u_\Sigma = f$ (обобщенную нормальную производную $\partial u/\partial n = f$) со стороны вектора $\vec{n}_1$, где $\vec{n}_1 = \pm\vec{n}$, если $\forall\varphi \in \in D$ выполнено условие $(f, \varphi) = \lim\limits_{\varepsilon\to 0, \varepsilon>0} \int\limits_{\Sigma} u(x + \varepsilon\,\vec{n}_1)\varphi(x)dx$ $((f, \varphi) =$

$= \lim\limits_{\varepsilon\to 0, \varepsilon>0} \int\limits_{\Sigma} \partial u(x+\varepsilon\,\vec{n}_1)/\partial n \varphi(x)dx$ соответственно).

Рассмотрим краевую задачу Неймана на множестве $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \overline{\Sigma}$ ($\bar{\Sigma}$ — замыкание множества Σ в $\mathbb{R}^3$):

$$\Delta u(x) \equiv \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x_3^2} = 0 \quad \text{при} \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

$$(\partial u/\partial n)^+ = (\partial u/\partial n)^- = f \quad \text{на поверхности} \quad \Sigma, \tag{2}$$

где условие (2) понимается в смысле определения 1. Решение ищется в классе функций, имеющих на поверхности Σобобщенные краевые значения $u^{\pm}$ и обобщенные нормальные производные $(\partial u/\partial n)^{\pm}$, ограниченных в окрестности края поверхности Σ и удовлетворяющих условию $\lim\limits_{|x|\to\infty} u(x) = 0$.

Доказана единственность решения поставленной задачи. Для случая, когда функционал f равен нулю в окрестности края поверхности Σ (в смысле равенства нулю обобщенных функций) доказано существование решения.

Исследование основано на введении понятия поверхностных потенциалов с обобщенной плотностью. Решение задачи (1)–(2) ищется в виде потенциала двойного слоя, для которого возникает сингулярное интегральное уравнение с интегралом в смысле конечного значения по Адамару с обобщенной плотностью.

Для случая, когда функция f в граничном условии (2) есть функционал над пространством непрерывных функций, разработан и обоснован численный метод решения рассматриваемой задачи в котором приближенное решение ищется в виде потенциала двойного слоя с кусочно-постоянной плотностью.

Полученные теоретические результаты использованы в приложении к решению задач аэродинамики об обтекании тонких и телесных объектов идеальной несжимаемой жидкостью при условии, что на поверхности объекта осуществляется отсос потока через тонкое отверстие или тонкую щель.

Список литературы

1. *Сетуха А.В.* О плоской краевой задаче Неймана с обобщенными граничными условиями // Дифференц. уравнения т.38, №9, 2002г. с.1172–1182.
2. *M.G. Dimitroglo, I.K. Lifanov, A.V. Setukha.* On numerical modelling of a three-dimensional flow past a wing with external flow suction and on the effect of flow suction on trailing vortices // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2004, v. 19, № 2, p. 109–129.

О СТРУКТУРЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРЫ ПЕРВОГО РОДА*

Сидоров Н.А.*, Сидоров Д.Н.**, Труфанов А.В.***

* ИГУ, бул. Гагарина, 20, 664003 Иркутск, Россия, тел (3952)242214, sidorov@math.isu.runnet.ru
** ИСЭМ СО РАН, ул. Лермонтова, 130, 664033 Иркутск, Россия, тел (3952)428440, dsidorov@isem.sei.irk.ru
*** ИГУ, бул. Гагарина, 20, 664003 Иркутск, Россия, atrufanov@mail.ru

Рассматривается система

$$\int\limits_0^t \sum_{j=1}^m K_{i\,j}(t,s)\left(x_j(s) + \sum_{k=1}^m a_{j\,k} x_k(\alpha s) + g_j(s^l x(s), s)\right) ds =$$

$$= f_i(t), \quad i = 1,..,m, \quad (1)$$

где матрица K и вектор-функции g, f — аналитические в окрестности нуля, причем

$$K(t,s) = \sum_{i=0}^n K^n_{n-i} t^{n-i} s^i + O((|t|+|s|)^{n+1}),\ \det K^n_{n-i} \neq 0, \quad i = 0,1,\ldots,n.$$

$$g_j(s^l x(s), s) := g_j(s^{l_{1j}} x_1(s), ..., s^{l_{mj}} x_m(s), s),\ \min_{ij} l_{i\,j} = l.$$

Рассматривается случай, когда $l > n$. Строятся обобщенные решения с точечным носителем в сингулярной части вида

$$x(t) = c_0\delta(t) + c_1\delta^{(1)}(t) + \ldots + c_n\delta^{(n)}(t) + u(t), \quad (2)$$

где $\delta(t)$ — функция Дирака, $c_0, ..., c_n$ — постоянные векторы из $\mathbb{R}^m$, $u(t)$ — регулярная вектор-функция. Доказаны теоремы существования непрерывных и обобщенных решений (2) систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерры первого рода (1). В первых двух теоремах предполагается, что в уравнении (1) нет возмущения аргумента, то есть матрица $A = \|a_{j\,s}\| \equiv 0$. В теоремах 1 и 2 $u(t)$ — аналитическая в окрестности точки $t = 0$. В теореме 3 точка $t = 0$ может быть логарифмической особой точкой функции $u(t)$ (то есть функция раскладывается в логарифмо-степенной ряд).

*Работа частично поддержана РФФИ (грант 05–01–00336) и Иркутским Государственным Университетом (проект 2007–01–03)

Теорема 1. *Пусть* $l > n$,

$$\det\left(\sum_{i=0}^{n} K_{n-i}^{n}\,\frac{1}{i+j}\right) \neq 0, \quad j = 1,2,\ldots,$$
$$\det K_{n-i}^{n} \neq 0, \quad i = 0,1,\ldots,n, \quad \det\left(\sum_{i=0}^{n} K_{n-i}^{n}\right) \neq 0. \tag{3}$$

Тогда система (1) *в классе* $D'_n(-\tilde{\rho},\tilde{\rho})$ *имеет единственное решение* (2), *где постоянные* $c_0,\ldots,c_n$ *определяются единственным образом из системы линейных алгебраических уравнений, непрерывная вектор-функция* $u(t)$ *строится методом последовательных приближений.*

Теорема 2. *Пусть в условиях теоремы 1* $\sum\limits_{i=0}^{n} K_{n-i}^{n} = 0$ *и при этом*

$$\left.\frac{\partial^i K(t,s)}{\partial t^i}\right|_{s=t} = 0, \quad i = 0,1,\ldots,r-1, \quad \left.\frac{\partial^r K(t,s)}{\partial t^r}\right|_{s=t} = O(t^{n-r}), \quad r \leqslant n.$$

Тогда утверждения теоремы 1 остаются справедливыми.

Теорема 3. *Пусть* $l > n$, *выполнены условия* (3), *матрица* $A \not\equiv \not\equiv 0, \quad 0 < |\alpha| < 1$,

$$\det\left(E_m + \frac{1}{\alpha^i|\alpha|}A\right) \neq 0, \; i = 0,1,...,n. \tag{4}$$

Тогда уравнение (1) *имеет обобщенное решение*

$$x(t) = \left(E_m + \frac{1}{\alpha^0|\alpha|}A\right)^{-1} c_0\delta(t) + ... + \left(E_m + \frac{1}{\alpha^n|\alpha|}A\right)^{-1} c_n\delta^{(n)}(t) + u(t),$$

где векторы констант $c_0,...,c_n$ *определяются из системы линейных алгебраических уравнений, регулярная вектор-функция* $u(t)$ *является аналитической в окрестности нуля, если*

$$\det[E_m + \alpha^j E] \not\equiv 0, \; j = 0,1,2,... \tag{5}$$

и раскладывается в логарифмический ряд, если условие (5) *выполняется не для всех* j.

Если условие (5) не выполняется при $j \not\equiv k$, то функцию $u(t)$ следует строить в виде логарифмо-степенного ряда, используя результаты работы [2].

Пример. Рассмотрим систему уравнений

$$\int\limits_0^t (t^2 + ts - 2s^2)(x_1(s) + s^5 x_2^2(s))\,ds = 1 + t.$$

$$\int\limits_0^t (t^2 + ts - 2s^2)(x_2(s) + s^6 x_1(s) x_2(s))\,ds = 2 + t^2 + \frac{5}{6}t^3.$$

$$\int_0^t (t^2 + ts - 2s^2)(x_3(s) + s^5 x_3(s) x_2(s))\, ds = 3 + t + t^2 + t^3.$$

Здесь выполнены условия теоремы 2 при $n = 2$, $l = 5/2$, $p = 1$. В классе D' существует решение

$$x_1(t) = \delta(t) - \delta^{(1)}(t) - \frac{1}{14} t^5 + O(t^6),$$

$$x_2(t) = 2\delta(t) - \frac{1}{4}\delta^{(2)}(t) + 1 + O(t),$$

$$x_3(t) = 3\delta(t) - \delta^{(1)}(t) - \frac{1}{4}\delta^{(2)}(t) + \frac{6}{5} + O(t).$$

Список литературы

1. *Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н.* Существование и построение обобщенных решений нелинейных интегральных уравнений Вольтерры первого рода // Дифференц. уравнения. 2006. – Т.42. №.9. – С.1243–1247.
2. *Sidorov N.A.,Sidorov D.N., Trufanov A.V.* Generalized solutions of integral-functional equations // Nonlineary Boundary Problems. – 2006. vol. 16. – p. 96–106.

ОБ ОБРАТИМОСТИ ОПЕРАТОР-ФУНКЦИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ФРЕДГОЛЬМОВЫХ ТОЧЕК

Сидоров Н.А., Красник А.В.

Иркутский Государственный Университет

г. Иркутск, ул. К. Маркса 1

e-mail: `krasnik_andrey@mail.ru`, `sidorov@math.isu.runnet.ru`

Рассматривается оператор-функция $B - \lambda A$, где B, A — замкнутые линейные операторы, действующие в банаховых пространствах, с плотными областями определения, $\mathcal{D}(B) \subseteq \mathcal{D}(A)$. Фредгольмов оператор B имеет канонический полный A-жорданов набор (см. [1, гл. 9], [2]). Пусть $\left\{\varphi_i^{(1)}\right\}$, $\left\{\psi_i^{(1)}\right\}$, $i = \overline{1,n}$ — базисы в $\mathcal{N}(B)$ и $\mathcal{N}(B^*)$ соответственно, проекторы

$$\mathcal{Q} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p_i} \left\langle \cdot\,, \psi_i^{(j)} \right\rangle z_i^{(j)}, \quad \mathcal{P} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p_i} \left\langle \cdot\,, \gamma_i^{(j)} \right\rangle \varphi_i^{(j)},$$

где $B\varphi_i^{(j)} = A\varphi_i^{(j-1)}$, $B^*\psi_i^{(j)} = A^*\psi_i^{(j-1)}$, $\gamma_i^{(j)} = A\varphi_i^{(p_i+1-j)}$, $z_i^{(j)} =$

$= A^*\psi_i^{(p_i+1-j)}$ и ограниченный оператор

$$\Gamma = \left(B + \sum_{i=1}^{n} \left\langle \,\cdot\,, \gamma_i^{(j)} \right\rangle z_i^{(j)} \right)^{-1}$$

соответствуют этому жорданову набору. Известно, что канонические полные наборы существуют и проекторы $\mathcal{P}$ и $\mathcal{Q}$ могут быть построены, если $\lambda = 0$ — изолированная особая фредгольмова точка, т.е. оператор $B - \lambda A$ непрерывно обратим в окрестности $0 < |\lambda| < \rho$ (или, эквивалентно, $\mu B - A$, в окрестности $R < |\mu| < +\infty$).

Теорема. *Оператор $B - \lambda A$ непрерывно обратим в окрестности $0 < < |\lambda| < \rho$ тогда и только тогда, когда B имеет канонический полный A-жорданов набор. Причем при $\lambda < \dfrac{1}{\|A\Gamma\|}$*

$$(B - \lambda A)^{-1} = \Gamma \left(I - \lambda A\Gamma\right)^{-1} (I - \mathcal{Q}) - \\ - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p_i} \sum_{s=1}^{j} \lambda^{-s} \left\langle \,\cdot\,, \psi_i^{(j+1-s)} \right\rangle \varphi_i^{(p_i+1-j)}. \quad (1)$$

Теорема дополняет один известный результат о жордановых наборах (см. [1, гл. 9], [2]), так как здесь приводится компактное явное представление обратного оператора $(B - \lambda A)^{-1}$. Доказательство тождества (1) использует $\{\mathcal{P}, \mathcal{Q}\}$-сплетаемость [4] операторов B, A, Γ и представление единственного решения уравнения $(B - \lambda A)\,x = f$ в виде $x = \Gamma y + + \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{p_i} c_{ij}\varphi_i^{(j)}$, где $y = (I - \lambda A\Gamma)^{-1} (I - \mathcal{Q})\, f$. Вектор C из пространства $\mathbb{R}^{p_1+\ldots+p_n}$ определяется из системы линейных алгебраических уравнений с обратимой блочно-диагональной матрицей.

Следствие 1. Оценка $\left\|(B - \lambda A)^{-1}\right\| \sim \dfrac{C}{|\lambda|^p}$ при $\lambda \to 0$ (соответственно, оценка $\left\|(\mu B - A)^{-1}\right\| \sim C\,|\mu|^{p-1}$ при $\mu \to +\infty$) выполнена тогда и только тогда, когда $p = \max(p_1, \ldots, p_n)$.

Замечание 1. $p = 1$ тогда и только тогда, когда

$$\det \left[\left\langle A\varphi_i^{(1)}, \psi_k^{(1)} \right\rangle \right]_{i,k=1}^{n} \not\equiv 0.$$

Следствие 2. Если $\dfrac{C}{|\lambda|^{l_1}} \leqslant \left\|(B - \lambda A)^{-1}\right\| \leqslant \dfrac{C}{|\lambda|^{l_2}}$, $l_1 \leqslant l_2$, то справедливо неравенство $l_1 \leqslant \max(p_1, \ldots, p_n) \leqslant\ l_2$.

Следствие 3. Пусть B, A — квадратные матрицы $N \times N$, $M_{in}(\mu)$ — минор, получаемый выбрасыванием строки i и столбца n из матричного пучка $\mu B - A$. Пусть $\det{(\mu B - A)} \sim C_1\mu^l$, $M_{in}(\mu) \sim C_{in}\mu^{l_{in}}$ при $\mu \to +\infty$, $i, n = \overline{1, N}$. Тогда выполнена оценка

$$\left\|(\mu B - A)^{-1}\right\| \sim C_2\,|\mu|^{\max\limits_{i,n} l_{in} - l}$$

при $\mu \to +\infty$. Более того, $\left\|(B-\lambda A)^{-1}\right\| \sim \frac{C}{|\lambda|^p}$ $\lambda \to 0$ тогда и только тогда, когда $l = \max\limits_{i,n} l_{in} - p + 1$, где p — максимальная длина цепочек в полном каноническом A-жордановом наборе.

Замечание 2. Если $\operatorname{rank} B = N-1$, то $\max\limits_{i,n} l_{in} = \operatorname{rank} B$, $p = N - l$. Если $\operatorname{rank} B = l$, то необходимо $p = 1$, т. к. $\max\limits_{i,n}\{l_{in}, l\} \leqslant \operatorname{rank} B$. В этом случае приходим к критерию «ранг-степень» (см. библиографию в [3]), широко используемому в теории алгебро-дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. *Вайнберг М.М., Треногин В.А.* Теория ветвления решений нелинейных уравнений. М.: Наука, 1969.
2. *Логинов Б.В., Треногин В.А.* Обобщенная жорданова структура в теории ветвления // Прямые и обр. задачи для дифференц. уравнений в частных производных и приложения. ФАН, 1978. с.133–148.
3. *Чистяков В.Ф, Щеглова А.А.* Избранные главы теории алгебро-дифференциальных уравнений. Новосибирск: Наука, 2003.
4. *Сидоров Н.А., Абдуллин В.Р.* Сплетаемые уравнения разветвления в теории нелинейных уравнений // Матем. сборник. 2001. Т.192, № 7, с.107–124.

УНИТАРНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ОПЕРАТОРАМИ ХАРДИ

Ситник С.М.

Воронежский институт МВД, Россия

e-mail: `mathsms@yandex.ru`

В нескольких недавних работах найдены простые доказательства того факта, что сдвинутые операторы Харди [1–3] являются унитарными в пространстве $L_2(0,\infty)$

$$H_1 f = f(x) - \frac{1}{x}\int\limits_0^x f(y)\,dy, H_2 f = f(x) - \int\limits_x^\infty \frac{f(y)}{y}\,dy. \qquad (1)$$

На самом деле это частный случай унитарности более общих операторов преобразования со специальными функциями в ядрах, полученных ранее автором [4–7] в поисках унитарных обобщений известных операторов Сонина и Пуассона [8–10].

Определение 1. Введём операторы Бушмана–Эрдейи нулевого порядка гладкости по формулам

$$S_1 f = \frac{d}{dx} \int\limits_0^x P_\nu\left(\frac{x}{t}\right) f(t)\,dt, S_2 f = (-\frac{d}{dx}) \int\limits_x^\infty P_\nu\left(\frac{x}{t}\right) f(t)\,dt, \tag{2}$$

$$P_1 f = \int\limits_0^x P_\nu\left(\frac{t}{x}\right) \frac{df(t)}{dt}\,dt, P_2 f = \int\limits_x^\infty P_\nu\left(\frac{t}{x}\right) (-\frac{df(t)}{dt})\,dt, \tag{3}$$

где $P_\nu(z) = P_\nu^0(z)$ — функция Лежандра.

Теорема 1. *Операторы Бушмана–Эрдейи нулевого порядка гладкости S_1, S_2 на подходящих функциях являются операторами преобразования типа Сонина, а P_1, P_2 —типа Пуассона, они действуют по формулам*

$$S_\nu L_\nu = D^2 S_\nu, P_\nu D^2 = L_\nu P_\nu, L_\nu = D^2 - \frac{\nu(\nu+1)}{x^2}\,. \tag{4}$$

Теорема 2. *Для унитарности в $L_2(0,\infty)$ операторов Бушмана–Эрдейи нулевого порядка гладкости* (2) – (3) *необходимо и достаточно, чтобы число ν было целым.*

При значениях $\nu = 1, 2, 3$ получается

Следствие. *Следующие операторы унитарны в $L_2(0,\infty)$, их спектр совпадает с единичной окружностью:*

$$H_1 f = f(x) - \frac{1}{x}\int\limits_0^x f(y)\,dy, H_2 f = f(x) - \int\limits_x^\infty \frac{f(y)}{y}\,dy,$$

$$H_3 f = f + \int\limits_0^x f(y)\,\frac{dy}{y}\,,\ H_4 f = f + \frac{1}{x}\int\limits_x^\infty f(y)\,dy,$$

$$H_5 f = f + 3x\int\limits_0^x f(y)\,\frac{dy}{y^2}\,,\ H_6 f = f - \frac{3}{x^2}\int\limits_0^x y f(y)\,dy,$$

$$H_7 f = f + \frac{3}{x^2}\int\limits_x^\infty y f(y)\,dy,\ H_8 f = f - 3x\int\limits_x^\infty f(y)\frac{dy}{y^2}\,,$$

$$H_9 f = f + \frac{1}{2}\int\limits_0^x \left(\frac{15x^2}{y^3} - \frac{3}{y}\right) f(y)\,dy,$$

$$H_{10} f = f + \frac{1}{2}\int\limits_x^\infty \left(\frac{15y^2}{x^3} - \frac{3}{x}\right) f(y)\,dy.$$

Разумеется, приведённый список можно легко расширить. На мой взгляд подобных простых явных примеров очень не хватает в курсах функционального анализа.

Получение унитарных при всех ν операторов преобразования типа Сонина и Пуассона требует более сложных выкладок. Приведём окончательный результат.

Теорема 3. *Следующие операторы являются операторами преобразования типа Сонина и Пуассона, взаимно обратными и унитарными при всех* ν*:*

$$S_U^\nu f = \cos\frac{\pi\nu}{2}\left(-\frac{d}{dx}\right)\int_x^\infty P_\nu\left(\frac{x}{y}\right) f(y)\,dy+$$

$$+\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi\nu}{2}\Big(\int_0^x \left(x^2-y^2\right)^{-\frac{1}{2}} Q_\nu^1\left(\frac{x}{y}\right) f(y)\,dy-$$

$$-\int_x^\infty \left(y^2-x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \mathbb{Q}_\nu^1\left(\frac{x}{y}\right) f(y)\,dy\Big),$$

$$P_U^\nu f = \cos\frac{\pi\nu}{2}\Big(\int_0^x P_\nu\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{d}{dy}\right) f(y)\,dy-$$

$$-\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi\nu}{2}\Big(\int_0^x \left(x^2-y^2\right)^{-\frac{1}{2}} \mathbb{Q}_\nu^1\left(\frac{y}{x}\right) f(y)\,dy-$$

$$-\int_x^\infty \left(y^2-x^2\right)^{-\frac{1}{2}} Q_\nu^1\left(\frac{y}{x}\right) f(y)\,dy\Big)\Big),$$

где P_ν — функция Лежандра первого рода, Q_ν^1 — функция Лежандра второго рода, $\mathbb{Q}_\nu^1$ — функция Лежандра второго рода на разрезе [11].

Таким образом, можно сделать вывод, что введённые автором в [4–7] операторы преобразования Бушмана–Эрдейи различных типов являются полезными обобщениями классических операторов Харди [1–2]. При некоторых условиях они обладают сплетающим свойством и являются унитарными.

Список литературы

1. *Opic B., Kufner A.* Hardy–Type Inequalities. – Longman, 1990.
2. *Kufner A., Persson L.-E.* Weighted Inequalities of Hardy Type. World Scientific, Singapore, 2003.
3. *Kufner A., Maligranda L., Persson L.-E.* The Hardy Inequality. – Pilsen, 2007. – 162 P.
4. *Ситник С.М.* Унитарность и ограниченность операторов Бушмана–Эрдейи нулевого порядка гладкости // Препринт института автоматики и процессов управления ДВО РАН. – Владивосток, 1990. – 45 С.
5. *Ситник С.М.* Факторизация и оценки норм в весовых лебеговых пространствах операторов Бушмана–Эрдейи // ДАН СССР. – 1991. – т.320. – №6. – С.1326–

1330.
6. *Sitnik S.M.* Factorization and estimates of the norms of Buschman–Erdelyi operators in weighted Lebesgue spaces. Soviet Mathematics Doklades. 1992, Vol. 44, No. 2, P. 641–646.
7. *Ситник С.М.* Операторы преобразования и их приложения. В книге: «Исследования по современному анализу и математическому моделированию», Владикавказ: Изд-во ИПМИ ВНЦ РАН, 2008. – 70 с.
8. *Delsarte J.* Sur certaines transformation fonctionnelles relative aux équations linéares aux dèrivées partielles du seconde ordre // C. R. Acad. Sci. Paris. – 1938. – 206. – 1780–1782.
9. *Carroll R.* Transmutation, Scattering Theory and Special Functions. – North Holland, 1982. – 457 p.
10. *Левитан Б.М.* Разложения по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье // УМН. – 1951. – Т. 6. – Вып. 2. – С. 102–143.
11. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. т.1. – М.: Наука, Гл. ред. ФМЛ, 1973. – 296 с.

ГРАНИЧНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С КОЭФФИЦИЕНТАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВРЕМЕНИ

Солдатенков А.О.
МГТУ им. Н.Э. Баумана
e-mail: a_sold@mail.ru

Рассмотрим в области $Q_T = (0, l) \times (0, T)$ смешанную задачу для одномерного линейного гиперболического уравнения второго порядка с переменными коэффициентами:

$$u_{tt} - (a(x,t)u_x)_x + b(x,t)u_x + c(x,t)u = 0, \tag{1}$$

$$u(0,t) = \nu(t),\ u(l,t) = \mu(t), \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x). \tag{3}$$

Будем предполагать, что $a \in C^2(\overline{Q_T})$, $b, c \in C^1(\overline{Q_T})$, и существует константа a_1, такая что $0 < a_1 \leqslant a(x,t)$ в Q_T.

Рассмотрим задачу точного граничного управления для уравнения (1). Пусть заданы начальные данные $u_0(x)$, $u_1(x)$. Требуется найти такие функции $\nu(t)$, $\mu(t)$, чтобы решение задачи (1)–(3) удовлетворяло условиям

$$u(x,T) = 0,\ u_t(x,T) = 0. \tag{4}$$

Для доказательства разрешимости данной задачи и для исследования свойств управлений используется метод HUM (Hilbert Uniqueness Method), представленный в работе [1]. При этом вопрос о точной управляемости для уравнения (1) сводится к исследованию наблюдаемости для сопряженного ему уравнения. Для того, чтобы доказать существование управлений $\nu(t)$

и $\mu(t)$, оказывается достаточным получить для сопряженного уравнения с однородными граничными условиями оценку:

$$\int_0^l \left(u_t^2(x,0) + a(x,0)u_x^2(x,0)\right) dx \leqslant C \int_0^T \left(a^2(0,t)u_x^2(0,t) + a^2(l,t)u_x^2(l,t)\right) dt,$$

где C — некоторая положительная постоянная.

Пусть $t_1(x)$, $t_2(x)$ — две лежащие в $\overline{Q_T}$ характеристики уравнения (1), выходящие из двух нижних углов прямоугольника Q_T: $t_1(0) = 0$, $t_2(l) = 0$. Будем предполагать, что характеристики достигают за конечное время противоположных сторон прямоугольника. Тогда можно обозначить $T_0 = \max(t_1(l), t_2(0))$. При этом T_0 будет определяться только коэффициентом $a(x,t)$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема. *Если $T > T_0$, то для любых $u_0 \in L_2(0,l)$, $u_1 \in H^{-1}(0,l)$ существует единственная пара функций $\nu(t) = \nu^*(t) \in L_2(0,T)$ и $\mu(t) = \mu^*(t) \in L_2(0,T)$, обеспечивающих выполнение условий (4) и минимизирующих интеграл $\int_0^T \left(\nu^2(t) + \mu^2(t)\right) dt$. При этом существуют положительные константы α, β, T_1, такие что при $T > T_1$ справедливы неравенства*

$$\alpha \frac{(T-T_1)}{(T+T_1)^2} \left\|(u_0,u_1)\right\|^2 \leqslant \int_0^T \left((\nu^*(t))^2 + (\mu^*(t))^2\right) dt \leqslant$$

$$\leqslant \beta \frac{(T+T_1)}{(T-T_1)^2} \left\|(u_0,u_1)\right\|^2, \quad (5)$$

где $\left\|(u_0,u_1)\right\|^2 = \|u_0\|^2_{L_2(0,T)} + \|u_1\|^2_{H^{-1}(0,T)}$.

Отметим, что хотя для наличия точной управляемости достаточно выполнения условия $T > T_0$, но оценки (5) справедливы только при $T > T_1$, причем $T_1 \geqslant T_0$.

Список литературы

1. *Lions J.-L.* Exact controllability, stabilization and perturbations for distributed systems // SIAM Rev., 1988, V. 30, N. 1, P. 1–68.

О СПЕКТРЕ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Стакун А.А.

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

Чебоксары, Россия

e-mail: `asail1@mail.ru`

Изучен характер спектра и найдена его асимптотика для операторного пучка в $\mathbb{R}^n$

$$L = A - \lambda B, \quad B = q(x)E, \tag{1}$$

при различных предположениях относительно эллиптического дифференциального оператора A с действительными коэффициентами в $\mathbb{R}^n$ порядка m. При этом $q(x) \in \mathbb{R}$ знакопеременна, $M_0 = \{x \in \mathbb{R}^n\colon\ q(x) = 0\}$, $M1 = \{x \in \mathbb{R}^n\colon\ q(x) \geqslant 0\}$, $M2$ — аналогично. На M_0 налагаются некоторые дополнительные условия, но оно может быть неодносвязным и неограниченным (в отдельных случаях). Нули $q(x)$ на M_0 имеют конечный (возможно, различный — для отдельных частей) порядок. Для простоты, предполагаем, что коэффициенты оператора (1) бесконечно дифференцируемы. Изучаются случаи, когда оператор $A = A*$ самосопряженный и полуограниченный: $A \geqslant bE$, $b > -\infty$.

Во всех рассмотренных случаях, спектр $\sigma(L)$ оператора (1) дискретен и действителен, за исключением, быть может, конечного числа попарно-сопряженных комплексных собственных значений. При изучении характера спектра, используется теория операторов в пространствах с индефинитной метрикой — различные такие метрики (и пространства), естественным образом, возникают при изучении оператора (1).

Для нахождения асимптотик положительной и отрицательной — $\lambda_k^{\pm}$ частей действительной части спектра оператора (1), изучены асимптотические свойства резольвенты $L^{-1}B$, найдены главные члены ее асимптотики, при $\lambda \to \infty$, в секторах комплексной плоскости, не содержащих действительную ось. При этом, широко используется техника из теории псевдодифференциальных операторов и метод эталонных уравнений, что связано с наличием погранслоя (из-за обращения весовой функции, при спектральном параметре, в нуль). По этой причине, стандартное использование параметрикса, не дает необходимых равномерных асимптотик. Изучение осложняется тем, что эталонные уравнения существуют только для одной переменной. Резольвента $L^{-1}B$, при $|\lambda| \gg 1$, в вышеуказанных секторах, строится непосредственно.

Далее используются метод построения комплексных степеней оператора и тауберова теорема Икехара, либо свойства ядерных операторов и тауберова теорема Келдыша, либо две вышеуказанные тауберовы теоремы используются в комплексе, т.е. взаимодополнительно.

Приведем (не в самой общей форме) некоторые утверждения относительно асимптотики действительной части спектра оператора (1).

Теорема 1. *Предположим:* $m = 2$; $|q(x)| \sim c/|x|^{m1}$, $x \to \infty$, $m1 > m$; $\left|\dfrac{\partial q^{(s)}}{\partial x_p}\right| |x_p| = O(|q^{(s)}|)$, $x \to \infty$; *символ оператора* A — $a(x;\xi) \in HS_1^m(\mathbb{R}^n)$ *равномерно по* $x \in \mathbb{R}^n$, $a_0(x) \to a > 0$, $x \to \infty$ *(равномерно); производные коэффициентов* A *удовлетворяют требованиям, наложенным выше на* $q(x)$, *тогда справедливы асимптотики (при* $k \to +\infty$*):*

$$\lambda_k^+ \sim \frac{k^{m/n} n(2\pi)^n}{\int\limits_{\mathbb{R}^n} \int\limits_{|\xi|=1} \left(\dfrac{q_+(x)}{a_m(x;\xi')}\right)^{n/m} d\xi' dx}, \tag{2}$$

$$\lambda_k^- \sim \frac{k^{m/n} n(2\pi)^n}{\int\limits_{\mathbb{R}^n} \int\limits_{|\xi|=1} \left(\dfrac{q_-(x)}{a_m(x;\xi')}\right)^{n/m} d\xi' dx}, \tag{3}$$

$$q_+ = \frac{q + |q|}{2} \quad q_- = \frac{-q + |q|}{2}.$$

Замечание 1. При $m > 2$ также имеют место асимптотики вида (2) – (3), только, при этом, нули $q(x)$ на M_0 — простые и на вид оператора A налагаются дополнительные ограничения.

Теорема 2. *Пусть, в условиях теоремы 1, имеем;* $a_0(x) \to +\infty$; $m1 \in \in \mathbb{R}$; $(a(x;\xi) - a_0(x)) \in HS_1^m(\mathbb{R}^n)$ *равномерно по* $x \in \mathbb{R}^n$; $q(x)/(a_m(x;\xi) + + a_0(x) - \lambda q(x) \in L_1(\mathbb{R}^{2n})$; $\operatorname{mes} M_0 < \infty$, *тогда*

$$N_+(\mu) \sim \sigma_+(\mu) \cong \int\limits_{(a_m + F_{00})/q_+ \leqslant \mu} dx d\xi, \quad \mu \to +\infty, \tag{4}$$

для отрицательных λ_k *справедлива формула* (3) *(*$M2$ *— ограничено).*

Замечание 2. Для теоремы 2 имеет место аналог замечания 1.

Замечание 3. Рассмотрен также случай оператора (1) с полиномиальными коэффициентами, аналогичный теореме 2, и получены более компактные, чем (4), формулы.

Замечание 4. Изучены также случаи, когда оператор вида (1) рассматривается на n-мерном замкнутом многообразии, либо на ограниченной области в $\mathbb{R}^n$ (при соответствующих граничных условиях).

При нахождении асимптотики спектра, использован метод выделения серии собственных чисел и соответствующей дзета-функции [1, с. 320]. Результаты работы, частично (теорема 1), пересекаются с [2], там $A \geqslant 0$ (использован вариационный метод).

Список литературы

1. *Садовничий В.А.* Теория операторов. – М., 1999. 368 с.

2. *Бирман М.Ш., Соломяк М.З.* Асимптотика спектра дифференциальных уравнений/ Сб. «Математический анализ» /серия «итоги науки»/. 1977. вып. 14. С. 10–86.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ПРОЕКЦИОННОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ*

Танана В.П., Табаринцева Е.В.

Южно-Уральский государственный университет

Челябинск, проспект Ленина, 76

e-mail: elt@csu.ru

Рассмотрим задачу вычисления элемента $u_T = u(T) \in H$, где функция $u = u(t)$ со значениями в гильбертовом пространстве H является решением задачи

$$\frac{du}{dt} = Au + f(u), \quad t \in [0, T]; \quad u(0) = \varphi. \tag{1}$$

Здесь $A : H \to H$ — линейный неограниченный положительно определенный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве H с областью определения $D(A)$, плотной в H; $\varphi \in H$ — заданный элемент; $f : H \to H$ — отображение, удовлетворяющее условию Липшица

$$\|f(u_1) - f(u_2)\| \leqslant L\|u_1 - u_2\|.$$

Задача (1) поставлена некорректно. Обозначим $C = g(A)$, где функция $g \in C[0, \infty)$ строго возрастает на полупрямой $[0, \infty)$ и $g(\sigma) \to \infty$ при $\sigma \to \infty$. Рассмотрим множество

$$M = \{u \in D(C) : \|Cu\|^2 + \|u\|^2 \leqslant r^2\}.$$

Пусть при $\varphi = \varphi_0$ существует единственное точное решение u_T задачи (1) такое, что $u_T \in M$, но элемент φ_0 не известен, а вместо него даны δ-приближение $\varphi_\delta \in H$ и уровень погрешности δ такие, что $\|\varphi - \varphi_\delta\| \leqslant \delta$. По исходным данным δ, φ_δ требуется построить устойчивое приближенное решение задачи (1) и оценить его уклонение от точного решения. Обозначим через $\{E_\lambda : \lambda \geqslant 0\}$ разложение единицы, порожденное оператором A. Рассмотрим функцию

$$\nu(\alpha) = \int_\alpha^\infty d(E_\lambda \varphi_\delta, \varphi_\delta).$$

Рассмотрим уравнение $\nu(\alpha) = 3\delta$, которое разрешимо при $\|\varphi_\delta\| > \delta$. Обозначим решение этого уравнения через $\overline{\alpha}(\delta)$. Пусть A_δ — линейный

*Работа поддержана грантом РФФИ р_урал 07–01–96001

ограниченный оператор в H, определяемый формулой

$$A_\delta u = \int\limits_0^{\overline{\alpha}(\delta)} \lambda dE_\lambda u.$$

Вместо некорректной задачи (1) рассмотрим задачу

$$\frac{du}{dt} = A_\delta u + f(u), \quad t \in [0, T]; \quad u(0) = \overline{\varphi}_\delta, \tag{2}$$

где $\overline{\varphi}_\delta = \int\limits_0^{\overline{\alpha}(\delta)} dE_\lambda \varphi_\delta$. Пусть $u^\delta(t)$ — решение задачи (2). В качестве приближенного решения задачи (1) рассмотрим элемент $u_\delta = u^\delta(T)$. В дальнейшем метод проекционной регуляризации $\{P_\delta : 0 < \delta \leqslant \delta_0\}$ определим формулой

$$P_\delta \varphi_\delta = \begin{cases} u_\delta, & \|\varphi_\delta\| > \delta, \\ 0, & \|\varphi_\delta\| \leqslant \delta. \end{cases} \tag{3}$$

В качестве характеристики точности рассмотренного метода решения задачи (1) рассмотрим величину

$$\Delta = \sup\{\|u_\delta - u_T\| : u_T \in M, \|\varphi - \varphi_\delta\| \leqslant \delta\}.$$

Теорема 1. *Для любого* $0 < \delta \leqslant \delta_0$ *оператор* P_δ *непрерывно отображает пространство* H *в* H.

Теорема 2. *Метод* $\{P_\delta : 0 < \delta \leqslant \delta_0\}$, *определенный формулой* (3), *оптимален по порядку на классе равномерной регуляризации* M.

Аналогичный метод решения линейных некорректных задач рассматривался в работе [1].

Список литературы

1. *Танана В.П.* О новом подходе к оценке погрешности методов решения некорректно поставленных задач // Сибирский журнал индустриальной математики, 2002, т.5, N4(12).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИММЕТРИЙ К ИНТЕГРИРОВАНИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Тимошин М.И.

Ульяновский государственный технический университет, Россия

e-mail: `midvolga@mail.ru`

Понятие динамических симметрий приведено, например, в [1]. Дифференциальное уравнение заменяется в этом случае системой ОДУ первого порядка

$$y'' = f(x, y, y') \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{dy}{dx} = z, \quad \frac{dz}{dx} = f(x, y, z). \tag{1}$$

Затем рассматривается вопрос об инфинитезимальном преобразовании

$$X = \xi(x, y, z)\frac{\partial}{\partial x} + \eta(x, y, z)\frac{\partial}{\partial y} + \mu(x, y, z)\frac{\partial}{\partial z}\,, \tag{2}$$

переводящем решение системы (1) в решение этой же системы. Для этого оператор (2) должен удовлетворять условию

$$[X, A] = \lambda(x, y, z)A, \tag{3}$$

где $A = \dfrac{\partial}{\partial x} + z\,\dfrac{\partial}{\partial y} + f(x, y, z)\,\dfrac{\partial}{\partial z}$.

В отличии от касательных симметрий, определяемых характеристической функцией $\Omega(x, y, z)$

$$X = \Omega_z \frac{\partial}{\partial x} + (z\Omega_z - \Omega)\frac{\partial}{\partial y} - (\Omega_x + z\Omega_y)\frac{\partial}{\partial z}\,,$$

у оператора динамической симметрии (2) компоненты ξ, η, μ определяются только условием (3). В работах [2, 3, 4] на примере уравнения

$$y'' = y' + f(y) \tag{4}$$

показано, что поиск динамической симметрии уравнения (4) приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 - \frac{\partial\psi}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 - 2\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 = 0. \tag{5}$$

Уравнение (5) может быть получено непосредственно из уравнения (4), если искать его решение в неявном виде $\psi(x, y) = 0$. На первый взгляд замена ОДУ (4) нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных (5) существенно усложняет задачу. На конференции «Симметрии в нелинейной математической физике» (Июнь 24–30, 2007, Киев, Украина) в докладе «Динамические симметрии ОДУ» отмечалось, что если дифференциальное уравнение (5) допускает симметрию

$$X = \xi(x, y, \psi)\frac{\partial}{\partial x} + \theta(x, y, \psi)\frac{\partial}{\partial y} + \eta(x, y, \psi)\frac{\partial}{\partial \psi}\,, \tag{6}$$

то для нахождения соответствующего инвариантного решения необходимо разрешить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 - \dfrac{\partial\psi}{\partial x}\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 + \dfrac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 - 2\,\dfrac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\,\dfrac{\partial\psi}{\partial x}\,\dfrac{\partial\psi}{\partial y} = 0, \\ \xi(x, y, \psi)\,\dfrac{\partial\psi}{\partial x} + \theta(x, y, \psi)\,\dfrac{\partial\psi}{\partial y} - \eta(x, y, \psi) = 0. \end{cases} \tag{7}$$

В том же докладе приведено решение системы (7)

$$\psi = x - 3\ln\left(\sqrt{\beta_1^2 - 24\beta_2\beta_1 - 24y\beta_1} + 2\beta_1\right) - \\ - \frac{6\beta_1}{\sqrt{\beta_1^2 - 24\beta_2\beta_1 - 24y\beta_1} + 2\beta_1} + C, \quad (8)$$

соответствующее оператору

$$\hat{X} = \frac{\partial}{\partial x} + \beta(y)\frac{\partial}{\partial y} - \chi(y)\frac{\partial}{\partial \psi}\,, \quad (9)$$

$$\beta(y) = \frac{7\beta_1}{36} + \frac{2\beta_2}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{\sqrt{\beta_1^2 - 24\beta_1\beta_2 - 24y\beta_1}}{18}\,,$$

$$\chi(y) = -\frac{6\beta_1}{\sqrt{\beta_1^2 - 24\beta_1\beta_2 - 24y\beta_1} + 2\beta_1}\,.$$

Восстановив однопараметрическую группу, соответствующую оператору (9) и подействовав ей на решение (8), найдём двухпараметрическое решение уравнения

$$y'' - y' + \frac{4\beta_1^2}{27\sqrt{\beta_1^2 - 24\beta_2\beta_1 - 24y\beta_1}} + \frac{11\beta_1}{108} + \frac{2\beta_2}{9} + \frac{2y}{9} = 0.$$

Интересно отметить, что оператор (9) не может быть получен с помощью критерия

$$\underset{n}{X} H \equiv 0 \quad (\mathrm{mod}\ H = 0), \quad (10)$$

применённого к уравнению (5). Таким образом, критерий (10) является только достаточным критерием совместности системы (7) и не является необходимым критерием. В предлагаемом докладе рассматриваются различные способы решения системы (7), приводятся соответствующие решения.

Список литературы

1. *Hans Stephani.* Differential equations:their solution using symmetries. Cambridge university Press, 1989.
2. *M.I. Timoshin.* Dynamical symmetries of autonomous differential second order equations // Proceedinds of Fifth International Conference «Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics» (June 23–29, 2003, Kyiv), Editors A.G. Nikitin, V.M. Boyko, R.O. Popovych and I.A. Yehorchenko, Proceedings of Institute of Mathematics, Kyiv 50 (2004), Part 1, 1152–1160.
3. *M.I. Timoshin.* Use dynamical symmetries to integration autonomous the ODE of the second order // Theses of reports of the All-Russia conference «New mathematical models in the mechanic of continuous environments: construction and studying» dated for the 85 anniversary of academician L.V. Ovsyannikov, on May, 10–14th 2004. Novosibirsk, Russia.
4. *M.I. Timoshin.* Dynamic symmetry of the differential equations // Theses of reports of the international conference «Lavrentyev Readings on Mathematics, Mechanics and Physics», Novosibirsk, Russia. May 27–31, 2005.

ФРЕДГОЛЬМОВОСТЬ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ*

Ткаченко Д.С.
МИФИ(ГУ)
Москва, Россия
e-mail: `tkachenko@nkosino.ru`

Рассмотрим параболическую систему вида

$$\begin{cases} Au_t + Bu = f \equiv \Phi(x,t)\varphi(x), & x \in \Omega,\ t \in (0,T); \\ u|_{t=0} = 0; & \\ \left.\dfrac{\partial^k u}{\partial n^k}\right|_S = 0, & k = \overline{0,\ r-1}. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $B = B_{2r}$ — сильно эллиптический (см. [1], [3]) оператор порядка $2r$, самосопряженный и положительно определенный в смысле выполнения неравенства $(Bu,u)_{L_2(\Omega)} \geqslant \alpha^2(u,u)_{L_2(\Omega)}$.

Самосопряженный оператор $A = A(x,t)$ удовлетворяет условию

$$(Au,u)_{L_2(\Omega)} \geqslant \alpha^2(u,u)_{L_2(\Omega)}.$$

Функция $\Phi(x,t)$ известна и при $t = T$ обращается в единичную матрицу: $\Phi(x,T) \equiv E$.

Предполагая, что коэффициенты операторов A и B, а также функция $\Phi(x,t)$ и граница области Ω достаточно гладкие, поставим обратную задачу: найти пару функций (u,φ) в классе $u \in W_{2,0}^{2r,1}(\Omega \times (0,T))$, $\varphi \in \in L_2(\Omega)$, из системы (1) и условия переопределения (2):

$$u_t(x,T) = \chi(x), \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

где $\chi(x) \in W_2^{2r}(\Omega)$ — произвольная заданная функция.

Введем оператор

$$R\varphi = (Au_t - \lambda u)|_{t=T} \tag{3}$$

Параметр λ выбирается из условия однозначной разрешимости задачи $(B+\lambda)w = \Theta$, $\left.\dfrac{\partial^k w}{\partial n^k}\right|_{\partial\Omega} = 0$, $k = \overline{0,\ r-1}$ при любой $\Theta \in L_2(\Omega)$. Существование такого λ доказано М.И. Вишиком (см. [1], [2, с. 137]).

Рассмотрим уравнение из (1) при $t = T$. Получим $R\varphi + (B+\lambda)\chi = \varphi$. Таким образом, при наших условиях на входные данные задачи справедлива лемма:

Лемма 1. *Обратная задача* (1), (2) *эквивалентна операторному уравнению* $R\varphi - \varphi = \psi$, *где функция* ψ *строится по известной функции* χ *переопределения* (2) *по закону* $\psi = (B+\lambda)\chi$.

*Работа поддержана РФФИ, грант 06-01-00401

В силу априорных оценок решений, доказанных в [3], имеет место следующий факт:

Лемма 2. *Оператор R, определенный в* (3), *является вполне непрерывным.*

Таким образом, при рассматриваемых условиях справедлива теорема:

Теорема. *Обратная задача* (1), (2) *эквивалентна операторному уравнению Фредгольма второго рода с вполне непрерывным оператором (т.е. «фредгольмова»).*

Данный результат естественным образом обобщается на случай функций $\Phi(x,t)$, удовлетворяющих вместо условия $\Phi(x,T) \equiv E$ условию $\Phi^{-1}(x,T) \in L_\infty(\Omega)$. Кроме того, к изученной задаче сводится задача с неоднородными начальными условиями и дополнительным известным слагаемым $g(x,t)$ в правой части уравнения системы (1).

Список литературы

1. *Вишик М.И.* О сильно эллиптических системах дифференциальных уравнений // Мат. Сборник т.29(71), №1 (1951), с. 615–676.
2. *Ладыженская О.А.* О нестационарных операторных уравнениях и их приложениях к линейным задачам математической физики // Мат. Сборник т.45(87), №2 (1958), с. 123–158.
3. *Вишик М.И.* Задачи Коши для уравнений с операторными коэффициентами, смешанные краевые задачи для систем дифференциальных уравнений и приближённые методы их решения // Мат. Сборник т.39(81), №1 (1956), с. 51–148.

ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ВЫРОЖДЕННЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Фалалеев М.В.

Иркутский государственный университет

Иркутск, Россия

e-mail: mihail@ic.isu.ru

Рассматривается задача Коши вида

$$B\dot{u} = Au + \int_0^t k\,(t-s)\,u\,(s)\,ds + f\,(t)\,, \tag{1}$$

$$u\,(0) = u_0, \tag{2}$$

где B, A, $k(t)$ — замкнутые линейные операторы из E_1 в E_2, E_1, E_2 — банаховы пространства, $\overline{D\,(A) \cap D\,(k)} = \overline{D\,(B)} = E_1$, $D\,(k)$ не зависит от t, $D\,(B) \subset D\,(A) \cap D\,(k)$, $\overline{\mathbb{R}(B)} = \mathbb{R}(B)$, $k\,(t)$ сильно непрерывна на $D\,(k)$,

$k(t) \in C^{\infty}(t \geqslant 0)$, B — фредгольмов, $f(t)$ — достаточно гладкая функция со значениями в E_2.

Задача (1) – (2) разрешима в классе $C^1(t \geqslant 0)$ лишь при определенных соотношениях между u_0 и $f(t)$, поэтому естественным представляется ставить ее в классе обобщенных функций (распределений). В полном объеме такая новая задача может быть решена с помощью конструкции фундаментальной оператор-функции [1], а именно, если $\mathrm{E}(t)$ фундаментальная оператор-функция интегро-дифференциального оператора $(B\delta'(t) - A\delta(t) - k(t)\theta(t))$, то свертка $\tilde{u}(t) = \mathrm{E}(t) * (f(t)\theta(t) + Bu_0\delta(t))$ является единственным обобщенным решением задачи (1) – (2) в классе обобщенных функций с ограниченным слева носителем. Условия, при которых сингулярная составляющая обобщенного решения $\tilde{u}(t)$ обращается в ноль, а регулярная составляющая удовлетворяет начальному условию (2) и будут являться достаточными условиями разрешимости задачи (1) – (2) в классе $C^1(t \geqslant 0)$, при этом само же обобщенное решение $\tilde{u}(t)$ при таких условиях совпадает с классическим (гладким) решением.

Введем обозначения: $n = \dim N(B) = \dim N(B^*)$,

$\{\varphi_i\}$ — базис $N(B) \subset E_1$,

$\{\phi_i\}$ — базис $N(B^*) \subset E_2^*$, $\{\gamma_i\} \in E_1^*$ и $\{z_i\} \in E_2$.

Соответствующие им биортогональные системы элементов $i = 1, \ldots, n$;

$$\Gamma = \left(B + \sum_{i=1}^{n} \langle \cdot, \gamma_i \rangle z_i\right)^{-1} \in L(E_2, E_1)$$

— оператор Шмидта соответствующий B [2];

$R(t)$ — резольвента ядра

$g(t) = k(t)\theta(t) * e^{A\Gamma t}\theta(t)$;

$$M(t) = R(t) + A\Gamma e^{A\Gamma t} + A\Gamma e^{A\Gamma t}\theta(t) * R(t)\theta(t);$$
$$K(t) = A + k(t)\theta(t) * I_1\theta(t);$$
$$K(t) = A + k(t)\theta(t) * I_1\theta(t);$$

I_1 — тождественный оператор пространства E_1, $Q_i = \langle \cdot, \phi_i \rangle z_i$, $Q = \sum\limits_{i=1}^{n} Q_i$ проекторы E_2.

Теорема 1. *Если при указанных выше условиях оператор B имеет полный обобщенный жорданов набор относительно оператор-функции $K(t)$, то интегро-дифференциальный оператор $(B\delta'(t) - A\delta(t) - k(t)\theta(t))$ на классе обобщенных функций с ограниченным слева носителем имеет фундаментальную оператор-функцию вида*

$$\mathrm{E}(t) = \Gamma e^{A\Gamma t}\theta(t) * (I\delta(t) + R(t)\theta(t)) * (I\delta(t) +$$
$$+ N(t)\theta(t)) \left\{ (I - Q)\delta(t) - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p_i} \langle \cdot, \phi_i^{(j)} \rangle z_i \delta^{(p_i + 1 - j)}(t) \right\} \times$$

$$\times \left\{ (I-Q)\delta(t) - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p_i} \langle \cdot, \phi_i^{(j)} \rangle z_i \delta^{(p_i+1-j)}(t) \right\},$$

где $\left\{\phi_i^{(j)}\right\} K^*(t)$ *— жорданов набор оператора* B^*,

$N(t)$ *— резольвента ядра* $\sum_{i=1}^{n} \left(-Q_i M^{(p_i)}(t)\right)\theta(t)$.

В представляемом докладе абстрактные утверждения проиллюстрированы на примерах начально-краевой задачи теории вискоэластики [4] вида

$$(\gamma u_t - \Delta u_t) - \Delta u - \int_0^t g(t-\tau)\Delta u d\tau = f(t,\bar{x}), \quad t>0, \bar{x} \in \Omega,$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad u|_{t=0} = u_0(\bar{x}), \bar{x} \in \Omega$$

и системы интегро-дифференциальных уравнений теории электротехники, описывающей двухконтурную электрическую цепь [5]. Другие примеры приложений см. [3].

Список литературы

1. *Sidorov N., Loginov B., Sinitsyn and Falaleev M.* Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 548 p.
2. *Вайнберг М.М., Треногин В.А.* Теория ветвления решений нелинейных уравнений. – М.: Наука, 1969. – 528 с.
3. *Фалалеев М.В.* О приложениях теории фундаментальных оператор-функций вырожденных интегро-дифференциальных операторов в банаховых пространствах // Неклассические уравнения математической физики / Тр. межд. конф. «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения», посв. 100-летию со дня рожд. акад. И.Н. Векуа / Под ред. А.И. Кожанова. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2007. – С. 283–297.
4. *Cavalcanti M.M., Cavalcanti V., Domingos N., Ferreira J.* Existence and uniform decay for a non-linear viscoelastic equation with strong damping // Math. Meth. Appl. Sci. 2001. V.24. – P. 1043–1053.
5. *Ушаков Е.И.* Статическая устойчивость электрических систем. – Новосибирск: Наука, 1988.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Федоров Ю.И., Павлидис В.Д.

Оренбургский государственный аграрный университет

Оренбург, Россия

Рассмотрим линейное гиперболическое уравнение

$$L(u) = u_{xy} + a(x,y) \cdot u_x + b(x,y) \cdot u_y + c(x,y) \cdot u = 0 \tag{1}$$

в характеристическом треугольнике $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < y\}$, $a(x,y)$, $b(x,y)$, $c(x,y) \in C(D)$. Если

$$L^*(v) = v_{xy} - (av)_x - (bv)_y + cv$$

— дифференциальный оператор, формально сопряженный с оператором $L(u)$, то для любых функций $u(x,y)$ и $v(x,y) \in C^1(D)$, u_{xy}, v_{xy}, u_{yx}, $v_{yx} \in$ $\in C(D)$ справедливо тождество Грина в этой области [1]

$$2[vL(u) - uL^*(v)] = (vu_y - uv_y + 2auv)_x - (uv_x - vu_x - 2buv)_y.$$

Из этого тождества следует, что если $L(u) \equiv 0$ и $L^*(v) \equiv 0$ в области D, то

$$(vu_x - uv_x + 2buv)_y = (uv_y - vu_y - 2auv)_x$$

в D. Для $P(x,y) = vu_x - uv_y + 2buv$, $Q(x,y) = uv_y - vu_y - 2auv$ в области D выполнены условия известного признака полного дифференциала в односвязной области D [2]. Поэтому выражение

$$(vu_x - uv_x + 2buv)dx + (uv_y - vu_y - 2auv)dy$$

является полным дифференциалом в области D, т.е. существует функция $u^*(x,y)$ такая, что

$$du^* = (vu_x - uv_x + 2buv)dx + (uv_y - vu_y - 2auv)dy.$$

Исходя из формулы первого дифференциала функции двух переменных, последнее дифференциальное равенство можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} u_x^* = vu_x - uv_x + 2buv \\ u_y^* = uv_y - vu_y - 2auv \end{cases} \tag{2}$$

Если $M_0(x_0,y_0)$ некоторая фиксированная, а $M(x,y)$ — переменная точки области D, то функция $u^*(x,y)$ восстанавливается (с точностью до произвольного постоянного слагаемого) по своему полному дифференциалу по формуле

$$u^*(x,y) = u^*(x_0,y_0) + \int\limits_{M_0}^{M} (vu_s - uv_s + 2buv)ds + (uv_t - vu_t - 2auv)dt, \quad (3)$$

где s и t — переменные интегрирования, а криволинейный интеграл не зависит от формы дуги интегрирования M_0M [2]. Функция $u^*(x,y)$ названа нами потенциалом сопряженной пары $u(x,y)$ и $v(x,y)$ [3]. $u^*(x,y)$ является решением гиперболического уравнения в области D, причем при $a_y = b_x$ это уравнение имеет вид

$$u^*_{xy} + (a - \frac{v_y}{v})u^*_x + (b - \frac{v_y}{v})u^*_y = 0. \quad (4)$$

Выбирая частные решения $v(x,y)$ сопряженного уравнения $L^*(v) = 0$ получим класс уравнений вида (4) и если $u(x,y)$ общее решение исходного уравнения (1), то формула (3) определяет общее решение каждого уравнение класса (4).

Такой подход позволяет находить решения начальных и краевых задач уравнений (4), зная решения соответствующих задач для уравнения (1). Сформулировать начальные или граничные условия для уравнений (4) можно исходя из соотношений (2).

Потенциалы сопряженных пар рассматривались нами и для вырождающихся гиперболических уравнений, например, для уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу

$$u_{xy} + \frac{\beta}{y-x}u_x - \frac{\alpha}{y-x}u_y = 0 \quad (5)$$

Коэффициенты которого сингулярны на границе $y = x$ области D, α, β — вещественные параметры [1]. Потенциал $u^*(x,y)$ этого уравнения определяется системой уравнений

$$\begin{cases} u^*_x = \dfrac{2\beta}{\alpha+\beta}(y-x)^{\alpha+\beta} \cdot u_x \\ u^*_y = -\dfrac{2\alpha}{\alpha+\beta}(y-x)^{\alpha+\beta} \cdot u_y \end{cases}$$

или криволинейным интегралом

$$u^*(x,y) = u^*(0,0) + \int\limits_{(0,0)}^{(x,y)} \frac{2\beta}{\alpha+\beta}(t-s)^{\alpha+\beta} \cdot u_s ds - \frac{2\alpha}{\alpha+\beta}(t-s)^{\alpha+\beta} \cdot u_t dt \quad (6)$$

(для значений параметров α и β, при которых интеграл сходится). Т.к. $u^*(x,y)$ в области D вновь является решением уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу с параметрами $(-\alpha)$ и $(-\beta)$, т.е.

$$u^*_{xy} + \frac{(-\alpha)}{y-x}u^*_x - \frac{(-\beta)}{y-x}u^*_y = 0,$$

то $u^*(x,y)$ является продолжением решения уравнения (5) для отрицательных значений параметров α и β, а формула (6) — интегральным представлением этого продолжения.

Вопрос об исследовании потенциалов сопряженных пар для интегральных представлений решений гиперболических уравнений и продолжения решений уравнения Эйлера–Пуассона–Дарбу по параметрам рассмотрен в [3].

Список литературы

1. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: ГИФ-МЛ, 1962.
2. *Кудрявцев Л.Д.* Математический анализ, т.I–II. – М.: Высшая школа, 1970.
3. *Г. Корн, Т. Корн.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1973.

О СВОЙСТВАХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С ПОЛНЫМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛАМИ

Федоров Ю.И.

Оренбургский государственный аграрный университет

Оренбург, Россия

В односвязной области $D \subset \mathbb{R}^2$, ограниченной кусочно-гладкой кривой рассматривается линейное дифференциальное уравнение с частными производными 2-го порядка с двумя переменными

$$L(u) = A(x,y)u_{xy} + 2B(x,y)u_{xy} + \\ + C(x,y)u_{yy} + a(x,y)u_x + b(x,y)u_y + c(x,y)u = 0, \quad (1)$$

$A(x,y)$, $B(x,y)$, $C(x,y) \in C^2(\overline{D})$, $a(x,y)$, $b(x,y)$, $c(x,y) \in C^1(\overline{D})$, $c(x,y) \in C(\overline{D})$.

Для любых функций $u(x,y)$ и $v(x,y) \in C^2(\overline{D})$ справедливо тождество Грина [1]

$$vL(u) - uL^*(v) = P_y - Q_x,$$

где

$$L^*(v) = (Av)_{xx} + 2(Bv)_{xy} + (Cv)_{yy} - (av)_x - (bv)_y + cv$$

— оператор формально сопряженный с L(u),

$$P(x,y) = Bvu_x - u(Bv)_x + Cvu_y - u(Cv)_y + buv,$$

$$Q(x,y) = u(Av)_x - Avu_x + u(Bv)_y - Bvu_y - auv.$$

Если $u(x,y)$ и $v(x,y)$ таковы, что $L(u) \equiv 0$ и $L*(u) \equiv 0$ в D, то $P_y \equiv Q_x$ в области D и выражение $Pdx + Qdy$ является полным дифференциалом [2].

Следовательно, в D существует функция $u^*(x,y)$ такая, что $du^* = Pdx + Qdy$, т.е.

$$\begin{cases} u_x^* = Bvu_x - u(Bv)_x + Cvu_y - u(Cv)_y + buv \\ u_y^* = u(Av)_x - Avu_x + u(Bv)_y - Bvu_y - auv \end{cases} \tag{2}$$

Функция $u^*(x,y)$ восстанавливается по своему полному дифференциалу по формуле

$$u^*(x,y) = u^*(x_0,y_0) + \int\limits_{M_0}^{M} [Bvu_s - u(Bv)_s + Cvu_t - u(Cv)_t + buv]ds +$$
$$+[u(Av)_s - Avu_s + u(Bv)_t - Bvu_t - auv]dt,$$

где $M_0(x_0,y_0)$, $M(x,y)$ — фиксированная и переменная точки области D, а криволинейный интеграл не зависит от формы дуги интегрирования M_0M. В [3] функцию $u^*(x,y)$ мы назвали потенциалом сопряженной пары $u(x,y)$ и $v(x,y)$.

Уравнение (1) в области D может быть гиперболическим, параболическим или уравнением смешанного типа. Потенциал $u^*(x,y)$ так же удовлетворяет некоторому линейному дифференциальному уравнению 2-го порядка, тип которого одинаков с типом исходного уравнения (1). Например, если $A = C = 0$, $2B = 1$, то уравнение (1) гиперболическое и при $a_x = b_y$

$$u_{xy}^* + (a - \frac{v_y}{v})u_x^* + (b - \frac{v_y}{v})u_y^* = 0$$

Если же оператор $L(u)$ самосопряженный, т.е.

$$\begin{cases} A_x + B_y = a \\ B_x + C_y = b \end{cases}$$

и при этом $C \equiv 0$, $B^2 - AC = 1$ в D, то потенциал $u^*(x,y)$ будет удовлетворять исходному уравнению (1).

Для уравнения Лапласа

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

потенциал $u^*(x,y)$, построенный при $v(x,y) \equiv 1$ (v — решение сопряженного уравнения), определяется системой уравнений

$$\begin{cases} u_x^* = u_y \\ u_y^* = -u_x \end{cases}$$

или равенством

$$u^*(x,y) = u^*(0,0) + \int\limits_{(0,0)}^{(x,y)} u_t ds + u_s dt.$$

Пара функций $u(x,y)$ и $u*(x,y)$ представляет собой привычную пару сопряженных гармонических функций.

Потенциал сопряженных пар может быть построен без привлечения решения сопряженного уравнения, если удается непосредственно представить исходное уравнение в виде $P_y - Q_x = 0$. Например, одномерное волновое уравнение

$$v_{xx} - v_{yy} = 0$$

запишем в виде $(v_x)_x = (v_y)_y$, определив тем самым потенциал $v^*(x, y)$ системой уравнений

$$\begin{cases} v_x^* = v_y \\ v_y^* = v_x \end{cases},$$

или интегральным равенством

$$v^*(x, y) = v^*(0,0) + \int\limits_{(0,0)}^{(x,y)} v_t ds + v_s dt$$

Потенциал $v^*(x, y)$ волнового уравнения, как и $u(x, y)$, является решением этого уравнения. Если во множестве пар (v^*, v) сложение определить обычным образом, а умножение по правилу

$$(v_1^*, v) \cdot (v_2^*, v) = (v_1^* \cdot v_2^* + v_1 \cdot v_2; v_1^* \cdot v_2 + v_1 \cdot v_2^*),$$

То алгеброй этого множества будет алгебра двойных чисел (гиперболических). Напомним, что алгеброй множества пар (u^*, u) будет алгебра комплексных чисел. Подробнее эти свойства потенциалов изложены в [3].

Пусть теперь область D $u(x, y)$ и $u^*(x, y)$, $v(x, y)$ и $v^*(x, y)$ решение и потенциал уравнений Лапласа и волнового уравнения соответственно (класса $C^2(D)$). Тогда $dz^* = du^* + dv^*$ будет полным дифференциалом, т.е.

$$\begin{cases} z_x^* = u_y + v_y \\ z_y^* = -u_x + v_x \end{cases} \tag{3}$$

Дифференцируя обе части уравнений системы (3) получим:

$$\begin{cases} z_{xx}^* = u_{xy} + v_{xy} \\ z_{yy}^* = -u_{xy} + v_{xy} \end{cases} \qquad \begin{cases} z_{xx}^* + z_{yy}^* = 2v_{xy} \\ z_{xx}^* - z_{yy}^* = 2u_{xy} \end{cases}$$

$$2u_{xy}(z_{xx}^* + z_{yy}^*) - 2v_{xy}(z_{xx}^* - z_{yy}^*) = 0.$$

Функция $z^*(x, y)$ удовлетворяет уравнению

$$(u_{xy} - v_{xy})z_{xx}^* + (u_{xy} + v_{xy})z_{yy}^* = 0 \tag{4}$$

Дискриминант уравнения в области D суть $\Delta = v_{xy}^2 - u_{xy}^2$.

Поэтому в точках области D для которых $v_{xy}^2 > u_{xy}^2$ уравнение (4) будет гиперболическим, а если $v_{xy}^2 < u_{xy}^2$ — эллиптическим, при $v_{xy}^2 = u_{xy}^2$ — параболическим. Если знак Δ меняется в D, то (4) будет уравнением смешанного (переменного) типа.

Решения уравнения (4) находятся по формуле

$$z^*(x,y) = z*(0,0) + \int\limits_{(0,0)}^{(x,y)} (u_t + v_t)ds + (v_s - u_s)dt.$$

Таким образом, в статье рассматривается возможность введения операции «сложения» линейных уравнений второго порядка различных типов решений для исследования области их решений.

Список литературы

1. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: ГИФ-МЛ, 1962.
2. *Кудрявцев Л.Д.* Математический анализ, т.I–II. – М.: Высшая школа, 1970.
3. *Федоров Ю.И.* Потенциалы сопряженных пар линейных гиперболических уравнений // Сборник научных трудов международной научно-практической конференции, посв. юбилею академика Ильина В.А., Стерлитамак, 1998.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ВЗВЕШЕННОГО ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ*

Филиновский А.В.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

105005, Москва, 2-я Бауманская д.5

e-mail: `flnv@yandex.ru`

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$, — неограниченная область с гладкой границей Γ. Рассмотрим дифференциальное выражение

$$lu = -\frac{1}{\rho(x)}\,\Delta u, \tag{1}$$

где $\rho(x) \in C(\overline{\Omega})$ — положительная функция. Будем рассматривать дифференциальный оператор (1) в гильбертовом пространстве $L_{2,\rho}(\Omega)$ с нормой

$$\|u\|_{L_{2,\rho}(\Omega)} = \left(\int\limits_{\Omega} |u|^2 \rho\, dx\right)^{1/2}.$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке программы поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (грант 2538.2006.1)

Пусть L — самосопряженное расширение по Фридрихсу в пространстве $L_{2,\rho}(\Omega)$ минимального оператора, порождаемого дифференциальным выражением (1). Оператор L является неотрицательным самосопряженным оператором в $L_{2,\rho}(\Omega)$.

Известны условия на функцию ρ и область Ω, обеспечивающие дискретность спектра оператора L ([1]). Для $\Omega = \mathbb{R}^n$ известны также достаточные условия непрерывности спектра оператора L ([2]).

В данной работе рассматривается случай $\rho = r^{-s}$, $r = |x|$, $s \geqslant 0$. Мы также предполагаем, что границы областей удовлетворяют условию звездности относительно начала координат

$$(\nu, x) \leqslant 0, \quad x \in \Gamma, \tag{2}$$

где ν — единичный вектор внешней нормали к Γ, и $|x| > 1$ в $\overline{\Omega}$. В этом случае область определения оператора L имеет вид

$$D(L) = \Big\{u : u \in H^2_{loc}(\Omega), lu \in L_{2,\rho}(\Omega),$$
$$\int\limits_\Omega \left(|\nabla u|^2 + \left(r^{-s} + r^{-2}\ln^{-2q} r\right)|u|^2\right) dx < \infty\Big\},$$

где $q = 0$ при $n \geqslant 3$ и $q = 1$ при $n = 2$. Пусть $S_\eta = \Omega \cap \{r = \eta\}$, $\eta > 0$, и Σ_η есть множество точек x на единичной сфере, удовлетворяющих условию $\eta x \in S_\eta$. Обозначим через λ_η минимальное по модулю собственное значение оператора Лапласа–Бельтрами в Σ_η с нулевым условием Дирихле на $\partial\Sigma_\eta$. Пусть $\Lambda = \lim\inf\limits_{\eta\to\infty} |\lambda_\eta|$.

Сначала изучим расположение спектра $\sigma(L)$ на вещественной оси.

Теорема 1. *Если* $0 \leqslant s < 2$, *то* $\sigma(L) = [0, +\infty)$; *если* $s = 2$, *то* $\sigma(L) = [(n-2)^2/4 + \Lambda, +\infty)$; *если* $s > 2$, *то* $\sigma(L) \subset [(n-2)^2/4 + \Lambda, +\infty)$.

В следующем утверждении устанавливается, что существует значение параметра s, при котором спектр оператора L становится дискретным.

Теорема 2. *При* $0 \leqslant s \leqslant 2$ *спектр оператора* L *непрерывен, при* $s > 2$ *спектр оператора* L *дискретен.*

Мы можем также более точно характеризовать непрерывный спектр оператора L для значений параметра s, меньших критического значения $s = 2$.

Теорема 3. *При* $0 \leqslant s < 2$ *спектр оператора* L *абсолютно непрервен (см.* [3], *глава 10).*

Так как спектр оператора L расположен на полуоси $[0, +\infty)$, то для любого числа $k = \omega + i\mu \in \{\operatorname{Im} k > 0\}$ и любой функции $f \in L_{2,\rho}(\Omega)$ существует единственная функция $u(x,k) = (L - k^2)^{-1} f \in \overset{\circ}{H}{}^1_\rho(\Omega)$ (пространство $\overset{\circ}{H}{}^1_\rho(\Omega)$ определяется как замыкание множества $\overset{\circ}{C}{}^\infty(\Omega)$ в норме $\|u\|_{H^1_\rho(\Omega)} = \left(\int\limits_\Omega \left(|\nabla u|^2 + \rho|u|^2\right) dx\right)^{1/2}$), которая является решением краевой задачи

$$\frac{1}{\rho}\,\Delta u + k^2 u = -f, \quad x \in \Omega, \tag{3}$$

$$u|_\Gamma = 0 \tag{4}$$

(под решением задачи (3) – (4) понимается обобщенное решение из пространства $\overset{\circ}{H}{}^1_\rho(\Omega)$).

Исследуем поведение резольвенты оператора L в верхней полуплоскости $\{\mathrm{Im}\, k > 0\}$ в случае $\rho = r^{-s}$ при различных значениях параметра s.

Теорема 4. *Пусть область Ω удовлетворяет условию* (2) *и* $0 \leqslant s < 2$. *Тогда при всех ω, $-\infty < \omega < +\infty$ и всех $\mu > 0$ для решения задачи* (3) – (4) *справедливы оценки*

$$\left\|r^{-1} \ln^{-q} r\, u\right\|_{L_2(\Omega)} \leqslant \frac{C}{2-s} \|r^{1-s} \ln^q r\, f\|_{L_2(\Omega)}, \tag{5}$$

где $q = 0$ при $n \geqslant 3$ и $q = 1$ при $n = 2$, и

$$\left\|r^{s/2-2} \frac{du}{dk}\right\|_{L_2(\Omega)} \leqslant C \frac{|\omega|+1}{(2-s)^2|k|} \|r^{2-3s/2} f\|_{L_2(\Omega)}, \quad n \geqslant 3, \tag{6}$$

$$\left\|r^{s/2-2-\delta} \frac{du}{dk}\right\|_{L_2(\Omega)} \leqslant C \frac{|\omega|+1}{(2-s)^2|k|} \|r^{2-3s/2+\delta} f\|_{L_2(\Omega)}, \tag{7}$$

$n = 2$, $\delta > 0$. *Постоянные в оценках* (5) – (6) *зависят от n, а постоянная в оценке* (7) *зависит от n и δ.*

Список литературы

1. *Lewis R.T.* Singular elliptic operators of second order with purely discrete spectra // Trans. Amer. Math. Soc. 1982. V. 271. N. 2. P. 653–666.
2. *Eidus D.M.* The perturbed Laplace operator in a weighted L^2-space // Journal of Funct. Anal. 1991. V. 100. N. 2. P. 400–410.
3. *Като Т.* Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир. 1972. 740 С.

О НАХОЖДЕНИИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ КДФ

Хасанов А.Б., Хоитметов У.А.

Ургенчский государственный университет

Ургенч, Узбекистан

e-mail: ahasanv2002@mail.ru

В данной работе рассматривается задача Коши для нелинейного уравнения Кортевега-де Фриза (КдФ)

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}\,, \tag{2}$$

где $u = u(x,t)$, а начальная функция $u_0(x)$ является комплекснозначной и обладает следующими свойствами:

1) для некоторого $\varepsilon > 0$

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \tag{3}$$

2) оператор $L(0) = -\dfrac{d^2}{dx^2} + u_0(x)$ имеет ровно N комплексных собственных значений $\lambda_1(0)$, $\lambda_2(0)$, $\dots$, $\lambda_N(0)$ с кратностями $m_1(0)$, $m_2(0)$, $\dots$, $m_N(0)$ и не имеет спектральных особенностей.

Пусть, функция $u(x,t) = \operatorname{Re} u(x,t) + i \operatorname{Im} u(x,t)$ обладает достаточной гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \to \pm\infty$, т.ч.

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| e^{\varepsilon|x|} \right) dx < \infty, \quad j = 0, 1, 2, 3\,. \tag{4}$$

В работе [1] найдены вещественные решения уравнения КдФ с помощью метода обратной задачи рассеяния для самосопряженного оператора Штурма–Лиувилля. Отметим, что в нашей задаче оператор $L(t) = -\dfrac{d^2}{dx^2} + u(x,t)$ является несамосопряженным, так как потенциал оператора $L(t)$ — комплекснозначная функция. Хорошо известно, что несамосопряженный оператор $L(t)$ может иметь спектральные особенности (см. [2,3]), которые лежат на непрерывном спектре. Мы предполагаем, что оператор $L(t)$ не имеет спектральных особенностей. Кроме того, при выполнении вышеуказанных условий оператор $L(t)$ имеет конечное число (в общем случае кратных) комплексных собственных значений.

Рассмотрим уравнение Штурма–Лиувилля

$$-y'' + u(x)y = \lambda y, \quad \lambda = k^2, \quad x \in (-\infty, \infty), \tag{5}$$

где $u(x)$ — комплекснозначная функция, удовлетворяющая условию (4). При выполнении условия (4) существуют решения Йоста уравнении (5) со следующими асимптотиками на бесконечности при $\operatorname{Im} k > -\frac{\varepsilon}{2}$

$$e_+(x,k) \sim e^{ikx}, \quad x \to +\infty; \quad e_-(x,k) \sim e^{-ikx}, \quad x \to -\infty.$$

Пары функций $\{e_+(x,k),\ e_+(x,-k)\}$ и $\{e_-(x,k),\ e_-(x,k)\}$ образуют в полосе $|\operatorname{Im} k| < \frac{\varepsilon}{2}$ фундаментальные системы решений, поэтому

$$e_-(x,k) = \frac{v(k)}{2ik} e_+(x,k) + \frac{\omega(k)}{2ik} e_+(x,-k),$$

где

$$\omega(k) = W\left\{e_-(x,k), e_+(x,k)\right\}, \quad v(k) = W\left\{e_+(x,-k), e_-(x,k)\right\},$$
$$\omega(k)\omega(-k) - v(k)v(-k) = 4k^2.$$

Функция $\omega(k)$ аналитически продолжается в верхнюю полуплоскость и имеет там конечное число (в общем случае кратных) нулей. Пусть невещественные нули $\omega(k)$ есть $k_1, k_2, \dots, k_N$, тогда $\lambda_j = k_j^2$, $j = 1, 2, \dots, N$, есть собственные значения оператора L. Кратность корня k_j уравнения $\omega(k)=0$ обозначим через m_j $(j=\overline{1,N})$.

Существует так называемая нормировочная цепочка чисел $\{\chi_0^j,\ \chi_1^j,\ \ldots,\ \chi_{m_j-1}^j\}$, $j=\overline{1,N}$ таких, что имеют место соотношения

$$\frac{1}{s\,!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^s e_-(x,k)\right)\bigg|_{k=k_j} =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{s}\chi_{s-\nu}^j\frac{1}{\nu\,!}\left(\left(\frac{d}{dk}\right)^\nu e_+(x,k)\right)\bigg|_{k=k_j},\ j=\overline{1,N},\ s=\overline{0,m_j-1}\,,$$

Набор $\{S(k),\, k_j, \chi_0^j, \chi_1^j, \ldots, \chi_{m_j-1}^j,\, j=\overline{1,N}\}$ называется данными рассеяния для уравнения (5). В работах [2-3] показано, что по данным рассеяния потенциал $u(x)$ восстанавливается однозначно.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. *Если комплекснозначная функция $u(x,t)$ является решением задачи* (1) – (4)*, то данные рассеяния несамосопряженного оператора $L(t)$ с потенциалом $u(x,t)$ меняются по t следующим образом*

$$S_t = 8ik^3S, \quad |\mathrm{Im}\,k| < \frac{\varepsilon}{2},$$

$$\dot\lambda_n(t)=0,$$

$$\dot\chi_0^n = 8ik_n^3\chi_0^n,$$

$$\dot\chi_1^n = 8ik_n^3\chi_1^n + 24ik_n^2\chi_0^n,$$

$$\dot\chi_2^n = 8ik_n^3\chi_2^n + 24ik_n^2\chi_1^n + 24ik_n\chi_0^n,$$

$$\dot\chi_p^n = 8ik_n^3\chi_p^n + 24ik_n^2\chi_{p-1}^n + 24ik_n\chi_{p-2}^n + 8i\chi_{p-3}^n\,, \quad p=3,4,\ldots,m_n-1.$$

Полученные равенства полностью определяют эволюцию данных рассеяния, что позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1) – (4).

Список литературы

1. *Gardner C.S., Green I.M., Kruskal M.D., Miura R.M.* Method for solving the Korteweg-de Vries equation // Phys.Rev. Lett. USA, 1967, v. 19, pp. 1095–1097.
2. *Блащак В.А.* Аналог обратной задачи теории рассеяния для несамосопряженного оператора. I // Дифф. ур-я. Т IV, № 8 (1968), с. 1519–1533.
3. *Блащак В.А.* Аналог обратной задачи теории рассеяния для несамосопряженного оператора. II // Дифф. ур-я. Т IV, № 10 (1968), с. 1915–1924.

БИЛИНЕЙНАЯ ФОРМА ЛАГРАНЖА И СОПРЯЖЕННЫЕ МНОГОТОЧЕЧНЫЕ ЗАДАЧИ

Хасеинов К.А.

Казахский Национальный Технический университет К.И. Сатпаева

Алматы, Казахстан

e-mail: `dorteh77@mail.ru`

Билинейная форма $\Phi(\mathrm{y},\mathrm{z})$ из тождества Лагранжа

$$\mathrm{zLy}{-}\mathrm{L}^{+}z=\frac{d}{dx}\Phi(y,z)$$

приведена к двум видам, линейным относительно $\left\{\mathrm{y}_{(\mathrm{x})}^{(\mathrm{i}-1)}\right\}_1^n$ и $\left\{\mathrm{z}_{(\mathrm{x})}^{(\mathrm{i}-1)}\right\}_1^n$

$$\Phi(\mathrm{y},\mathrm{z})=\sum_{k=0}^{n-1}y^{(n-1-k)}(x)\cdot\sum_{\nu=0}^{k}\left[b_{n-\nu}(x)z(x)\right]^{(k-\nu)}$$

и

$$\Phi(\mathrm{y},\mathrm{z})=\sum_{k=0}^{n-1}z^{(n-1-k)}(x)\times$$

$$\times\cdot\sum_{\nu=n-k}^{n}\sum_{\substack{p+q=\nu-1\\ p\geqslant n-1-k,q\geqslant 0}}(-1)^{p}C_{p}^{n-1-k}b_{\nu}^{(p-n+1+k)}(x)\cdot y^{(q)}(x).$$

Рассматривается многоточечная краевая задача

$$Ly=\sum_{\nu=0}^{n}b_{\nu}(x)\cdot y^{(\nu)}(x)=0,b_{\nu}(x)\in C^{\nu}[x1,xm],b_{n}(x)\equiv 1 \qquad (1)$$

и

$$(T_{k}y)(x_{i})=\sum_{s=0}^{n}\rho_{ks}(x_{i})\cdot y^{(s-1)}(x_{i})=0,\quad \text{где}\quad \rho_{ks}(x_{i})\in C^{\nu}[x1,xm], \qquad (2)$$

$k=1,2,..\Gamma_{i}$; $i=1,2,\ldots,m$, причем $\sum\limits_{i=1}^{m}r_{i}=n$ и удовлетворяет в точках x_i условию невырожденности.

Для сопряженного дифференциального уравнения

$$\mathrm{L}^{+}z=0 \qquad (3)$$

находятся в явном виде сопряженные многоточечные краевые условия

$$(\mathrm{T}_{\mathrm{k}}^{+}\mathrm{z})(x_{i})=0 \qquad (4)$$

Доказаны четыре леммы и три теоремы о взаимосвязи двух краевых многоточечных задач.

Теорема 1. *Если $y = y_1(x) \neq 0$ есть решение однородной многоточечной задачи* (1), (2)

$$Ly = 0, \quad (T_k y)(x_i) = 0, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m,$$

то решением сопряженной краевой задачи (6.35)

$$L^+ z = 0, \quad (T_k^+ z)(x) = 0$$

является частное ненулевое решение $z(x)$ дифференциального уравнения $(n-1)$-го порядка

$$\Phi[z, y_1(x)] = 0.$$

Теорема 2. *Пусть дифференциальное уравнение $(n-1)$-го порядка*

$$\Phi(y, z) = 0 \quad \forall x \in [x_1,\ x_m]$$

разрешимо относительно функции $y(x)$

$$y = f[z(x)], \quad \textit{причем} \quad f \in C^{n-1}[x_1, x_m]$$

и существует обратная функция $z = f^{-1}[y(x)]$, $f^{-1} \in C^{n-1}[x_1, x_m]$. Тогда, если $y_1(x)$ — решение многоточечной задачи (1) – (2), *то функция $z = f^{-1}[y_1(x)]$ есть решение сопряженного уравнения $L^+ z = 0$, удовлетворяющее краевым условиям*

$$\left(T_k^+ z\right)(x_i) = \left(T_k f[z(x)]\right)(x_i) = 0.$$

Теорема 3. *Если среди $(n-1)$ линейно независимых решений дифференциального уравнения $(T_k y)(x) = 0$ решения $y_1(x)$, $y_2(x)$, $\ldots$, $y_R(x)$, $1 \leqslant R \leqslant n-1$ удовлетворяют однородному ЛДУ $Ly = 0$, то существуют R линейно независимых операторов сопряженных условий*

$$\left(T_j^+ z\right)(x) = \Phi[z(x), y_j(x)] = 0, \quad j = 1,\ 2,\ \ldots,\ R.$$

Список литературы

1. *Trenogin V.A., Khasseinov K.A.* О разветвлении решений многоточечных краевых задач, встречающихся в теплофизике // 2 Intern.Coll. on Differential Equations, Plovdiv, Bulgaria, 20–25 August, 1991.
2. *Trenogin V.A., Khasseinov K.A.* Nonlocal Problems for DE and it's dual Problems // Abstr. Of Plenary and Ynvitead Leaactures, deliv. an the 2 Congress ISAAC, Fukuoka, Japan, August 16–21, 1999.
3. *Хасеинов К.А.* Многоточечные и сопряженные краевые задачи их приложения. М.: Наука, 2006.

НАРУШЕНИЕ КОРРЕКТНОСТИ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧ В МНОГОМЕРНЫХ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

Хованский Д.С.

Российский университет дружбы народов

Москва, Россия

e-mail: `khovansky@list.ru`

За последние тридцать лет теории эллиптических краевых задач с нелокальными краевыми условиями было посвящено довольно большое количество работ (например, работы А.В. Бицадзе, А.А. Самарского, С.Д. Эйдельмана, А.Л. Скубачевского и др.). Следует отметить, что интерес к данной тематике вызван не только теоретическими достижениями, но и рядом важных приложений (например, в теории управления, теории многомерных диффузионных процессов, теории плазмы, биофизике). Следует отметить, что основы общей теории нелокальных эллиптических задач заложены в многочисленных работах А.Л. Скубачевского. В частности, в случае, когда носитель нелокальных членов не пересекается с границей, им были получены достаточные условия фредгольмовости оператора соответствующей эллиптической задачи (см. [1]).

В данной работе рассматривается случай, когда необходимые условия корректности нелокальной эллиптической задачи нарушаются. А именно, предполагается, что в краевых условиях порядок нелокальных членов превосходит порядок локальных. В этом случае доказывается нарушение априорной оценки и, как следствие, некорректность самой эллиптической задачи. Настоящая работа является обобщением работы [2] на случай многомерной области.

Список литературы

1. *Скубачевский А.Л.* Разрешимость эллиптических задач с краевыми условиями типа Бицадзе–Самарского// Дифф. ур. 1985, Т.21, – С.701–706.
2. *Хованский Д.С.* Нефредгольмовости одной нелокальной задачи// Spectral and Evolution Problems. 2007. №17. – С.97–102.

О НАХОЖДЕНИИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ РЕШЕНИЙ ОБЩЕГО УРАВНЕНИЯ КДФ С ИСТОЧНИКОМ

Хоитметов У.А.

Ургенчский государственный университет

Ургенч, Узбекистан

e-mail: x_umid@mail.ru

В настоящей работе методом обратной задачи рассеяния выводится эволюция данных рассеяния оператора Штурма–Лиувилля, потенциал которого является решением общего уравнения Кортевега-де Фриза (КдФ) с самосогласованным источником в классе быстроубывающих комплекснозначных функций.

Пусть $H = -\frac{1}{2}\frac{d^3}{dx^3} + 2u\frac{d}{dx} + u'$, где $u = u(x,t)$. Согласно [1] существуют полиномы P_k (от u и производных u по x) такие, что $HP_k = P'_{k+1}$. Так, например $P_0 = -\frac{1}{2}$, $P_1 = -\frac{1}{2}u(x)$, $P_2 = \frac{1}{4}u_{xx} - \frac{3}{4}u^2$ и т.д.

Оператор (см.[1]) $B_q = \sum\limits_{k=0}^{q}\left(\frac{1}{2}P'_k - P_k\frac{d}{dx}\right)(2L)^{q-k}$ удовлетворяет соотношению Лакса

$$[B_q, L] = B_qL - LB_q = -P'_{q+1}, \quad L = -\frac{d^2}{dx^2} + u(x). \tag{1}$$

Пусть c_0, c_1, c_2, ..., c_p — произвольные действительные числа. Введем следующие обозначения

$$X_q = -P'_{q+1}\,, \quad Y_p = \sum_{q=0}^{p} c_qB_q, \quad Z_p = \sum_{q=0}^{p} c_qX_q.$$

Тогда, справедливо равенство $[Y_p, L] = Z_p$. Уравнение $u_t = Z_p(u)$ называется общим уравнением КдФ. В частности, при $p = 1$, $c_0 = 0$, $c_1 = 4$ мы получаем классическое уравнение КдФ: $u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0$.

Мы будем рассматривать систему уравнений

$$u_t - Z_p(u) = 2\sum_{j=1}^{N}\sum_{l=0}^{m_j-1} C^l_{m_j-1}\frac{d}{dx}\left(\varphi^l_j\varphi^{m_j-1-l}_j\right), \tag{2}$$

$$\begin{gathered} L\varphi^l_j = k^2_j\varphi^l_j + l\varphi^{l-1}_j, \\ (\operatorname{Im} k_j > 0), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad l = 0,\ 1,\ \dots,\ m_j - 1, \end{gathered} \tag{3}$$

где $C^l_n = \frac{n!}{(n-l)!l!}$, функции $\varphi^l_j(x,t)$ при любом неотрицательном t принадлежат пространству квадратично суммируемых функций $L_2(-\infty, \infty)$, а $\varphi_j^0(x,t)$ — собственная функция оператора $L(t)$ соответствующая собственному значению $\lambda_j(t) = k_j^2(t)$, $(\operatorname{Im} k_j > 0)$ кратности $m_j(t)$, $j = 1, 2, \ldots, N$, $l = 0, 1, \ldots, m_j - 1$.

Система нелинейных уравнений (2) – (3) рассматривается при начальном условии

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}, \tag{4}$$

где начальная функция $u_0(x)$ является комплекснозначной и обладает свойствами:

1) для некоторого $\varepsilon > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| e^{\varepsilon|x|} dx < \infty, \tag{5}$$

2) оператор $L(0)$ имеет ровно N комплексных собственных значений $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \ldots, \lambda_N(0)$ с кратностями $m_1(0), m_2(0), \ldots, m_N(0)$ и не имеет спектральных особенностей.

Предполагается, что

$$\frac{1}{(m_j - 1 - l)!} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\varphi_j^{m_j - 1}(x,t) \varphi_j^{m_j - 1 - l}(x,t) \right) dx = A_{m_j - 1 - l}^j(t), \tag{6}$$

где $A_{m_j-1-l}^j(t)$ — изначально заданные непрерывные функции t, $j = \overline{1, N}$, $l = 0, 1, \ldots, m_j - 1$.

Пусть, функция $u(x,t) = \operatorname{Re} u(x,t) + i \operatorname{Im} u(x,t)$ обладает достаточной гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при $x \to \pm$ $\pm\infty$, т.ч.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j} \right| e^{\varepsilon|x|} \right) dx < \infty, \quad j = 0, 1, 2, 3. \tag{7}$$

В данной работе получены представления для решений $u(x,t)$, $\varphi_j^l(x,t)$, $j = \overline{1, N}$, $l = 0, 1, \ldots, m_j - 1$ задачи (2) – (7) в рамках метода обратной задачи рассеяния для несамосопряженного оператора $L(t)$.

Обратная задача рассеяния для оператора $L(t)$ изучена в работах [3–4]. В работе [2] показано, что уравнение КдФ с самосогласованным источником, может быть решено с помощью метода обратной задачи рассеяния для самосопряженного оператора Штурма–Лиувилля. Отметим, что в нашей задаче оператор $L(t)$ является несамосопряженным, так как потенциал оператора $L(t)$ комплекснозначная функция. Хорошо известно, что несамосопряженный оператор $L(t)$ может иметь спектральные особенности (см. [3,4]), которые лежат на непрерывном спектре. Мы предполагаем, что оператор $L(t)$ не имеет спектральных особенностей. Кроме того, при выполнении вышеуказанных условий оператор $L(t)$ имеет конечное число (в общем случае кратных) комплексных собственных значений.

Список литературы

1. *Левитан Б.М.* Обратные задачи Штурма–Лиувилля. – М.: Наука, 1984.
2. *Melnikov V.K.* Integration of the KdV equation with a source. – Inv. Probl., 5, (1991), 233–246.
3. *Блащак В.А.* Аналог обратной задачи теории рассеяния для несамосопряженного оператора. I // Дифф. ур-я. Т IV, № 8 (1968), с. 1519–1533.
4. *Блащак В.А.* Аналог обратной задачи теории рассеяния для несамосопряженного оператора. II // Дифф. ур-я. Т IV, № 10 (1968), с. 1915–1924.

Секция 3

«ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»

G-COMPACTIFICATIONS OF PSEUDOCOMPACT G-SPACES

Sokolovskaya A.

119991, Moscow, Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathemathics, Chair of General Topology and Geometry

Phone: (495)9394402, e-mail: aleena.s@mail.ru

A G-space is a triple $\langle X, G, \alpha\rangle$, where X is a topological space, G is a topological group, and $\alpha : G \times X \to X$ is a continuous action. Basic information on G-spaces can be found in [1], [3]; in particular, a function $f : X \to \mathbb{I}$ is said to be α-uniform if, for any $\varepsilon > 0$, there exists a neighborhood U of the identity element in G such that $|f(x) - f(gx)| < \varepsilon$ for any $x \in X$ and $g \in U$.

A G-space is called G-Tychonoff if it admits an equivariant embedding into a compact G-space. The following fact is due to J. de Vries and Yu. Smirnov.

Theorem 6 ([1]). *A Tychonoff G-space is G-Tychonoff if and only if the collection of α-uniform functions separates points and closed sets.*

J. de Vries posed the compactification problem: can every Tychonoff G-space be equivariantly embedded into a compact Hausdorff G-space? An example constructed by M. Megrelishvili in [5] (see also [6]) answers de Vries's question negatively: there exists a Tychonoff G-space which is not G-Tychonoff. P. Palais [4] showed that the Alexandroff compactification αX of a locally compact G-space X is its G-compactification, and J. de Vries proved in [2] that if the acting group is a k-space and the phase space X is pseudocompact, then X is G-Tychonoff. Moreover, the maximal G-compactification $\beta_G X$ coincides with βX in this case. Thus, J. de Vries asked the question of when $\beta_G X = \beta X$ [2].

In relation to G-compactifications of pseudocompact G-spaces, it is worth mentioning that N. Antonyan ([7], Theorem 2.10) showed that M. Tkačenko's result [8] implies that if X is a pseudocompact G-space and the group G is pseudocompact, then $\beta_G X = \beta X$. The same result can also be deduced from results of E. Reznichenko ([9], Theorem 2.4).

In this paper, we construct an example of a countably compact G-space which is not G-Tychonoff and an example of a locally compact countably compact G-space X with $\beta_G X = \alpha X \neq \beta X$. We use the following characterization of the maximal G-compactification due to N. Antonyan and S.A. Antonyan.

Theorem 7 ([10]). *A compactification bX of a G-space X is equivalent to $\beta_G X$ if and only if any α-uniform function on X can be extended to bX.*

In what follows, by spaces we understand Tychonoff spaces, and by maps continuous maps. Subsets A and B of X are separated if there is a function $f : X \to \mathbb{I}$ such that $A \subset f^{-1}(0)$ and $B \subset f^{-1}(1)$. By ω_1 we denote the space of countable ordinals with the order topology, by $Homeo^+(\mathbb{I})$ the group of orientation-preserving homeomorphisms of the unit interval, and by $\mathcal{N}_G(e)$ the family of open neighborhoods of the identity element in G.

As in [5], let H be the subgroup of $Homeo^+(\mathbb{I})$ consisting of homeomorphisms fixing each point of the form $\dfrac{1}{n}$, where $n \in \mathbb{N}$, in the compact-open topology (in this case, the compact-open topology coincides with the topology of uniform convergence ([11], 8.2.7)). Let α_1 be the corresponding action of the group H on $\mathbb{I}$.

The desired group G is the subgroup of H^{ω_1} defined as follows. A point $g = \{g_\tau\}_{\tau\in\omega_1} \in H^{\omega_1}$ is an element of G if and only if the function $\omega_1 \to H$ which takes $\tau \in \omega_1$ to $g_\tau \in H$ is continuous. In what follows, we treat the coordinates of $g = \{g_\tau\}_{\tau\in\omega_1}$ both as elements of H and as self-homeomorphisms of the unit interval $\mathbb{I}$.

The topology on G is induced by the topology on H^{ω_1} generated by all sets of the form $\prod\limits_{\alpha<\omega_1} U_\alpha$, where U_α is open in H, $\alpha < \omega_1$, and $|\{\alpha < \omega_1 : U_\alpha \neq H\}| \leqslant \omega$.

We put $Y = \omega_1 \times \mathbb{I}$ and define an action ϕ of G on Y by

$$\phi\big(g,(\gamma,x)\big) = \big(\gamma,\alpha_1(g_\gamma,x)\big) = \big(\gamma,g_\gamma(x)\big),$$

where $g = \{g_\tau\}_{\tau\in\omega_1} \in G$, $\gamma \in \omega_1$, and $x \in \mathbb{I}$.

Theorem 8. *There is a locally compact countably compact G-Tychonoff space Y such that $\beta_G Y = \alpha Y \neq \beta Y$. The G-space $\langle Y, G, \phi\rangle$ is as desired.*

Let X be the quotient space of Y by the equivalence relation

$$(\tau,0) \sim (\tau',0) \text{ for } \tau,\tau' \in \omega_1$$

(the remaining equivalence classes are trivial). An action α of G on X is defined by ($[\cdot]$ denotes an equivalence class)

$$\alpha\big(g,\big[(\gamma,x)\big]\big) = \big[\big(\gamma,\alpha_1(g_\gamma,x)\big)\big] = \big[\big(\gamma,g_\gamma(x)\big)\big],$$

where $g = \{g_\tau\}_{\tau\in\omega_1} \in G$, $\gamma \in \omega_1$, and $x \in \mathbb{I}$. Since the subset $\omega_1 \times \{0\} \subset Y$ is invariant, the action is well defined.

Claim. *If f is an equivariant map of a G-space $\langle X_1, G, \vartheta_1\rangle$ to a G-space $\langle X_2, G, \vartheta_2\rangle$ and φ is a ϑ_2-uniform function on X_2, then the function φf is ϑ_1-uniform on X_1.*

Lemma. *Suppose that f is an equivariant map of a G-space $\langle X_1, G, \vartheta_1\rangle$ to a G-space $\langle X_2, G, \vartheta_2\rangle$, A and B are closed separated subsets of X_1, and $|f(A)| = 1$. If $[A]_{\beta_G X_1} \cap [B]_{\beta_G X_1} \neq \varnothing$, then the space $\langle X_2, G, \vartheta_2\rangle$ is not G-Tychonoff.*

Theorem 9. *There exists a countably compact G-space which is not G-Tychonoff. The desired G-space is $\langle X, G, \alpha\rangle$.*

References

1. *J. de Vries.* On the existence of G-compactifications. Bull. Acad. Pol. Sci., ser. math., 26 (3) (1978) 275–280.
2. *J. de Vries.* On the G-compactification of products. Pac. J. Math., 110 (2) (1984) 447–470.
3. *J. de Vries.* Topological transformation groups I. Math. Centre Tracts. N65. Amsterdam: Mathematisch Centrum, 1975.
4. *R. Palais.* The classification of G-spaces. Memoir. AMS, 36 (2) (1960) 1–72.
5. *M.G. Megrelishvili.* A Tychonoff G-space not admitting a compact Hausdorff G-extension or a G-linearization. Russian Math. Surveys 43 (2) (1988) 177–178.
6. *M. Megrelishvili, T. Scarr.* Constructing Tychonoff G-spaces which are not G-Tychonoff. Top. Appl., 86 (1) (1998) 69–81.
7. *N. Antonyan.* On the maximal G-compactification of products of two G-spaces. Int. J. Math. Sci., 2006, Article ID 93218, 1–9.
8. *M.G. Tkačenko.* Compactness type properties in topological groups. Czech. Math. J., 38 (2) (1998) 323–341.
9. *E.A. Reznichenko.* Extension of functions defined on products of pseudocompact spaces and continuity of the inverse in pseudocompact groups. Top. Appl., 59 (3) (1994) 233–244.
10. *N. Antonyan, S. A. Antonyan.* Free G-spaces and maximal equivariant G-compactifications. Ann. Math. 184 (3) (2005) 407–420.
11. *R. Engelking.* General topology. 2nd ed., Heldermann, Berlin, 1989.

О СИЛЬНОЙ ПОДВИЖНОСТИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

Авакян Т.А., Геворкян П.С.

Московский энергетический институт (технический университет). Кафедра высшей математики.

e-mail: pgev@yandex.ru

Сильная подвижность топологических пространств является одним из важных шейповых инвариантов. Это понятие сыграло важную роль прежде всего при изучении устойчивости топологических пространств, т. е., пространств, имеющих шейп некоторого CW-комплекса (см. [2], [3], [8]). Понятие сильной подвижности первоначально, для метризуемых компактов, было введено К. Борсуком [2] с помощью окрестностей данного метризуемого компакта, замкнуто вложенного в некоторое AR-пространство. Для произвольного топологического пространства это понятие было определено Мардешичем [6] с помощью ассоциированных с данным пространством обратных спектров. Полученные в данной статье результаты, в частности, позволяют применить новый категорный подход к понятию сильной подвижности. В основе этого подхода лежат идеи, которые были применены в работах [1], [4] к подвижности топологических пространств. Эти идеи, как были показаны в работах [5] и [7], оказались пригодными и для изучения равномерной подвижности топологических пространств. Здесь мы устанавливаем критерий сильной подвижности топологического пространства с помощью гомотопических классов отображений из данного пространства в CW-комплексы.

Пусть K — произвольная категория.

Определение. Категорию K назовем сильно подвижной, если для произвольного объекта $X \in ob(K)$ существуют такой объект $M(X) \in ob(K)$ и такой морфизм $m_X \in Mor_K(M(X), X)$, что для любого объекта $Y \in \in ob(K)$ и любого морфизма $p \in Mor_K(Y, X)$ существует такой морфизм $u_p \in Mor_K(M(X), Y)$, что $p \circ u_p = m_X$.

Пример 1. Пусть S_0 — категория множеств с отмеченной точкой, объектами которой служат всевозможные пары (A, a_0), где A — непустое множество, а a_0 — некоторая отмеченная точка множества A, а морфизмами — всевозможные отображения $(A, a_0) \to (B, b_0)$, переводящие отмеченную точку a_0 в отмеченную точку b_0.

Нетрудно проверить, что категория S_0 является сильно подвижной категорией.

Пример 2. Пусть Gr — категория групп, объектами которой служат всевозможные группы, а морфизмами — всевозможные гомоморфизмы между группами.

Легко убедиться, что категория Gr также является сильно подвижной.

Следующая теорема дает множество нетривиальных и интересных примеров сильно подвижных категорий.

Теорема 10. *Пусть Q произвольный CW-комплекс. Тогда кома-категория W^Q является сильно подвижной категорией.*

Теорема 11. *Топологическое пространство X сильно подвижно тогда и только тогда, когда кома-категория W^X сильно подвижна.*

Эта теорема непосредственно следует из следующего критерия сильной подвижности топологических пространств.

Теорема 12. *Топологическое пространство X сильно подвижно тогда и только тогда, когда выполняется следующее условие:*
$(*)$ *для произвольного CW-комплекса Q и любого гомотопического класса $f : X \to Q$ существуют такой CW-комплекс Q', гомотопические классы $f' : X \to Q'$ и $\eta : Q' \to Q$, удовлетворяющие равенству $f = \eta \circ f'$, что каковы бы не были CW-комплекс Q'', гомотопические классы $f'' : X \to \to Q''$ и $\eta' : Q'' \to Q$, удовлетворяющие равенству $f = \eta' \circ f''$, существует такой гомотопический класс $\eta'' : Q' \to Q''$, что выполняются*

$$\eta' \circ \eta'' = \eta,$$
$$\eta'' \circ f' = f''.$$

Заметим, что теорема 11 позволяет применить результаты, относящиеся к сильно подвижным категориям, для изучения свойства сильной подвижности топологических пространств.

Список литературы

1. *П.С. Геворкян.* Об одном критерии подвижности. Матем. заметки, **71**:2 (2002), 311–315.

2. *K. Borsuk.* A note on the theory of shape of compacta. Fund. Math. **67** (1970), 265–278.
3. *J. Dydak.* On the Whitehead Theorem in pro-homotopy and on a question of Mardesic. Bull. Acad. Polon. Sci. Math. Astronom. Phys, **23** (1975), 775–779.
4. *P.S. Gevorgyan.* Movable categories. Glasnik Mat., **38**(58) (2003), 177–183.
5. *P.S. Gevorgyan, I. Pop.* Uniformly movable categories and uniform movability of topological spaces. Bull. Polish Acad. Sci. Math., **55** (2007), 229–242.
6. *S. Mardesic.* Strongly movable compacta and shape retracts. Proc. Intern. Sym. on Top.and its Appl., (Budva, 1972).
7. *I. Pop.* A Categorical notion of movability. Anal.Sci. University AL.I.CUZA, v.XLIX, (2003), 327–341.
8. *T. Watanabe.* On strong movability. Bull. Acad. Polon. Sci. Math. Astronom. Phys, **25** (1977), 813–816.

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

Авакян Т.А.

Московский энергетический институт (технический университет). Кафедра высшей математики

e-mail: tikoavagyan@yahoo.com

Понятие устойчивости является одним из важных понятий теории шейпов. Систематическое изучение этого важного шейпового инварианта было начато в работах [2–4], [7]. При изучении устойчивости топологических пространств важную роль сыграло понятие сильной подвижности топологических пространств [6].

Полученные в данной статье результаты, в частности, позволяют применить новый категорный подход к понятию устойчивости. В основе этого подхода лежат идеи, которые были применены в работах [1] и [5] к подвижности топологических пространств.

Определение. Топологическое пространство называется устойчивым, если оно имеет шейп некоторого CW-комплекса (или ANR-пространства).

Следующая теорема дает критерий устойчивости топологического пространства с помощью гомотопических классов отображений из данного пространства в CW-комплексы.

Теорема 1. *Топологическое пространство X устойчиво тогда и только тогда, когда выполняется следующее условие:*
(*) *существуют CW-комплекс P и гомотопический класс $f : X \to P$ такие, что для произвольного CW-комплекс Q и любого гомотопического класса $g : X \to Q$ существует единственный гомотопический класс $u_g : P \to Q$ так, что $u_g \circ f = g$.*

Теперь рассмотрим кома-категорию W^X топологического пространства X. Из теоремы 1 получается следующая категорная характеристика устойчивости топологических пространств.

Теорема 2. *Топологическое пространство X устойчиво тогда и только тогда, когда существует инициальный объект в кома-категории W^X.*

Список литературы

1. *П.С. Геворкян.* Об одном критерии подвижности. Матем. заметки, **71**:2 (2002), 311–315.
2. *J. Dydak.* On the Whitehead Theorem in pro-homotopy and on a question of Mardesic. Bull. Acad. Polon. Sci. Math. Astronom. Phys, **23** (1975), 775–779.
3. *D.A. Edwards, R. Geoghegan.* The stability problem in shape, and a Whitehead theorem in pro-homotopy. Trans. Amer. Math. Soc., **214** (1975), 261–277.
4. *D.A. Edwards, R. Geoghegan.* Stability theorems in shape and pro-homotopy. Trans. Amer. Math. Soc., **222** (1976), 389–403.
5. *P.S. Gevorgyan.* Movable categories. Glasnik Mat., **38**(58) (2003), 177–183.
6. *S. Mardesic, J. Segal.* Shape theory — The inverse system approach. North-Holland, Amsterdam, 1982.
7. *T. Porter.* Stability results for topological spaces. Math. Z., **140** (1974), 1–21.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОРОДНЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ

Булгаков Д.Н.

Московский городской психолого-педагогический университет

ул. Сретенка, 29, Москва, 127051

Тел.: `2566617`, e-mail: `dnbulgakov@mail.ru`

Доклад посвящен задаче описания совместно непрерывных топологий на транзитивной группе $\mathcal{G} = \langle G, \circ\rangle$ гомеоморфизмов однородного топологического T_1-пространства $(Q, \mathcal{T})$, то есть таких топологий $\mathcal{T}$, что:

1. $\mathcal{G} = \langle G, \circ, \mathcal{T}\rangle$ — отделимая топологическая группа.
2. Эффективное действие $*$:$\langle G, \circ, \mathcal{T}\rangle \times \langle Q, \mathcal{T}\rangle \to \langle Q, \mathcal{T}\rangle$ непрерывно.

К решению этой задачи привело бы построение минимальной совместно непрерывной топологии, однако в общем случае, когда пространство $(Q, \mathcal{T})$ не является локально бикомпактным, такая топология может не существовать. Это вынуждает ввести класс минимальных совместно непрерывных топологий и исследовать условия его существования.

Теорема 1. *Необходимым условием существования на группе $\mathcal{G}$ совместно непрерывной топологии, которая слабее финитарной топологии, является полная регулярность топологии $\mathcal{T}$ или существование на Q недискретной однородной вполне регулярной топологии, мажорирующей топологию $\mathcal{T}$.*

В дальнейшем считаем, что $\mathcal{T} - T_{3\frac{1}{2}}$-топология, а $\mathcal{S} = \langle S, \circ\rangle$ — стабильная подгруппа действия*.

Определение. Совместно непрерывная топология $\mathcal{T}$ на группе $\mathcal{G}$ принадлежит классу минимальных (совместно непрерывных) топологий, если $(G, \mathcal{T})$ гомеоморфно произведению пространств $(Q, \mathcal{T})$ и $(S, \mathcal{T}_{\nu\text{инд.}})$.

Теорема 2. Необходимым условием существования на группе $\mathcal{G}$ топологии из класса минимальных топологий является существование на однородном пространстве $(Q, \mathcal{T})$ топологической левой лупы $\mathcal{Q}$ с сильно мультипликативной (см. [1]) вполне регулярной топологией $\mathcal{T}$.

Задача построения на $\mathcal{G}$ топологии из класса минимальных топологий решена в [1] в предположении, что группа $\mathcal{G}$ алгебраически порождается сечением дискретного расслоения $\mathcal{G}$ по стабильной подгруппе $\mathcal{S}$. В этом случае действие $\mathcal{G}$ на Q эквивалентно действию на левой лупе $\mathcal{Q}$ ее ассоциированной группы [2] и построение искомой топологии сводится к задаче о вложении топологической левой лупы в ассоциированную группу.

Список литературы

1. *Булгаков Д.Н., Легкова А.С.* Вложение топологической левой лупы в ассоциированную группу // Вестник РУДН. Сер. Математика. – М.: Изд-во РУДН. – 2004. – № 1(11). – С. 3–23,
2. *Булгаков Д.Н.* О представлении транзитивного действия группы действием ассоциированной группы на левой лупе // Вестник РУДН. Сер. Математика. – М.: Изд-во РУДН. – 2001. – № 8(1). – С. 25–32.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФОРМАЛИЗМА ТЕОРИИ ИЗМЕНЯЕМОСТИ

Ключанцев М.И.

ВГТА

Воронеж

e-mail: `klych@pisem.net`

Изменяемость системы (оператора) обусловливается либо изменениями объектов, составляющих структуру системы, либо изменением количества этих объектов. Изменения первого и второго вида называем последовательными и параллельными действиями соответственно. Последовательные и параллельные объекты образуют область действительности, для исследования которой предлагается аксиоматическая, математическая по форме, теория изменяемости. Эта теория упорядочивает понятия, определения и утверждения, касающихся внутренней структуры и внутренней организации самоэволюционирующихся систем. Математический формализм теории изменяемости, т. е. теории, рассматривающей последовательные и параллельные действия во взаимосвязи и взаимоиндукции, содержит разделы:

$$\{\text{аксиомы}\} \to \left\{ \begin{matrix} \text{временные формы оператора} \\ \text{временное представление} \end{matrix} \right\} \to$$

$$\to \left\{ \begin{matrix} \text{пространство структурных форм,} \\ \text{эволюционирующееся пространство} \end{matrix} \right\}.$$

Полная система аксиом теории содержит шесть аксиом; три приведены в [1]. Там же определяются временные формы и временное представление оператора. Эти разделы и самоэволюционирующиеся пространства описаны в [2]. Здесь рассматриваем топологические особенности **VW**-пространства и самоэволюционирующихся пространств операторов.

Множество всех кортежей вида $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ A,\ A_1,\ \ldots,\ A_n)$, где $n = 0,\ 1,\ldots,\ AA_1 \ldots A_n$ — наборы (композиции) операторов, $t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n$ — значения параметров (времен) $t_i \in [0, T_i]$, характеризующих структуру операторов A_i, x — пространственная координата, где рассматриваются все события $\{f(x),\ \ldots,\ f(x,\ \ldots,\ t_i,\ \ldots)\} \in D(A \ldots A_i, \ldots) \cup$ $\cup\, R(AA_1 \ldots A_i \ldots)$, называем **VW**-пространством структурных форм. В **VW**-пространстве определяем группу последовательных действий $\mathbf{V}$: $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ AA_1 \ldots, A_n) \to (x,\ t',\ t'_1,\ \ldots,\ t'_n,\ A'A'_1 \ldots A'_n)$ и группу параллельных действий $\mathbf{W}^m_n$: $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ AA_1 \ldots A_n) \to (x,\ t',\ t'_1,\ \ldots,\ t'_m,\ A'A'_1 \ldots A'_n A'_{n+1} \ldots A'_m)$, $\mathbf{V}_n \mathbf{V'}_n = \mathbf{V''}_n$, $\mathbf{W}^m_n \mathbf{W}^k_m = \mathbf{W}^k_n$.

Для оператора A множество кортежей $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ A, A_1,\ \ldots,\ A_n)$, в которых все A_i являются временными формами [1] оператора A, т. е. $A_i = A \ldots p(\ldots t_i) A \ldots r(\ldots t_i)$, образует пространство $Dtt_1 \ldots t_i \ldots R(AA_1 \ldots A_n) \subset$ **VW**-пространство. Переходы $\mathbf{V}_n$: $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ AA \ldots A_n) \to (x,\ t,\ t_1,\ \ldots t_{n-1},\ t'_n,\ AA_1\ \ldots A_{n-1} A'_n)$, $\mathbf{W}^m_n$: $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ A \ldots A_n) \to (x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t'_m,\ A \ldots A'_m)$ и преобразования $\mathbf{V}_n$: $Dtt_1 \ldots t_n R(A \ldots A_n) \to Dtt_1 \ldots t_{n-1} t'_n R(A \ldots A_{n-1} A'_n)$, $\mathbf{W}^m_n$: $Dtt_1 \ldots t_n R(AA_1 \ldots A_n) \to Dtt_1 \ldots t_n t'_{n+1} \ldots t'_m R(AA_1 \ldots A_n \ldots A'_m)$ эквивалентны. Поскольку [2]:

(**J-1**) *последовательные действия всегда заканчиваются параллельным действием, т. е. результатом любой серии последовательных действий будет параллельное действие*;

(**J-2**) результатом параллельного действия будет либо новое параллельное действие, либо последовательные действия, действия, то пространство $Dtt_1 \ldots t_n R(AA_1 \ldots A_n)$ самоэволюционирует.

Из $\mathbf{V}_\text{n}$: $Dtt_1 \ldots t_n R(A \ldots A_n) \to Dtt_1 \ldots t_{n-1} t'_n R(A \ldots A_{n-1} A'_n)$ следует: 1) время t_n — это функция t_n: $\mathbf{V}_\text{n} \to [0, \text{T}_\text{n}]$, 2) состояние структуры $A'_n =$ $= A' \ldots p(\ldots t'_i) A' \ldots r(\ldots t'_i)$ зависит от $\mathbf{V}_\text{n}$, т. к. $t'_n(\mathbf{V}_\text{n})$. Обозначим через V_n последовательные сдвиги, порождаемые последовательными действиями $\mathbf{V}_\text{n}$. Множество $\{(x, t, t_1,\ \ldots,\ V_n t_n,\ A, A_1,\ \ldots,\ A_{n-1} V_n A_n)\}$ образует последовательную эволюционирующую окрестность элемента $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t_n,\ A,\ A_1,\ \ldots,\ A_{n-1} A_n)$.

Пусть в момент $t^0_n \in [0, T_n]$ происходит параллельное действие $\mathbf{W}^m_n$, увеличивающее (уменьшающее) количество t_i и соответствующих операторов A_i кортежа $(x,\ t,\ t_1,\ \ldots,\ t^0_n,\ A,\ A_1,\ \ldots,\ A_n)$. Имеем оператор $\mathbf{W}^m_n$: $Dtt_1 \ldots t_n R(AA_1 \ldots A_n) \to \quad Dtt_1 \ldots t_m R(AA_1 \ldots A_m)$; и тут же начинает течь параллельное время θ: $\mathbf{W}_n^m \to (-\infty, \infty)$. Если $n = m$, то $\mathbf{W}_n^n = \mathbf{I}$, т. е. 0-кратное параллельное действие — это единичный оператор, параллельных действий не совершается и, следовательно, $\theta = 0$. В момент t_n^0 «соседями» элемента $(x, t, t_1, \dots, t_n^0, AA_1 \dots A_{n-1}A_n^0)$, будут элементы $(x, t, t_{1,} \dots, W_n^m t_n^0, AA_1 \dots A_{n-1}W_n^m A_n^0)$, образующие *параллельную эволюционирующуюся окрестность* $\{(x, t, t_{1,} \dots, W_n^m t_n^0, AA_1 \dots A_{n-1}W_n^m A_n^0)\}$.

Здесь W_n^m — оператор «расщепления»: W_n^m: $t_n^0 \to t_n^0$, t_{n+1}, …, t_m, W_n^m: $A_n^0 \to A_n^0$, A_{n+1}, …, A_m.

В силу закона несовместности времен t_n и θ: $|\Delta\theta| + \Delta t_n > 0$, $|\Delta\theta|\Delta t_n = 0$ последовательная и параллельная окрестности существовать совместно не могут. Пусть $k_t = \Delta t_n(|\Delta\theta| + \Delta t_n)^{-1}$, $k_\theta = |\Delta\theta|(|\Delta\theta| + \Delta t_n)^{-1}$. Тогда $k_t + k_\theta = 1$, $k_t k_\theta = 0$, а *эволюционирующейся окрестностью* элемента $(x, t, \dots, t_i, A, \dots, A_i)$ есть множество

$$G = (k_t V_n + k_\theta W_n^m V_n)(x, t, t_1, \dots, t_n, AA_1 \dots A_n) = \\ = k_t\{(x, t, \dots, t_{n-1}, V_n t_n, A, \dots, A_{n-1}V_n A_n)\} + \\ + k_\theta\{(x, t, \dots, t_{n-1}, W_n^k V_n t_n, A, \dots, A_{n-1}W_n^m V_n A_n)\}.$$

Если t_n — абсцисса, θ — ордината, то G — ломаная. Структура G показывает, что справедливо

Утверждение. *Пространство* $Dtt_1 \dots t_n R(AA_1 \dots A_n)$ *содержит те и только те элементы, которые входят во все эволюционирующиеся окрестности начального элемента* $(x, 0, A)$.

Список литературы

1. *Ключанцев М.И.* Временные формы оператора. Анализ операторов // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования: тр. междунар. конф., посвященной 75-летию члена-корреспондента. РАН, профессора. Л.Д. Кудрявцева. – 1998. М.:РУДН. – т.2. – С. 90–94.
2. *Ключанцев М.И.* Эволюционирующиеся пространства // Журнал проблем эволюции открытых систем. – 2006. Алматы. – т.1, Вып.8. – С.63 – 75.

БИКОМПАКТЫ С НЕСОВПАДАЮЩИМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ, ЯВЛЯЮЩИЕСЯ ПОДМНОЖЕСТВАМИ ПРОИЗВЕДЕНИЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Козлов К.Л.

Механико-математический факультет МГУ им.М.В. Ломоносова

119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, мех-мат ф-т

Тел.: (495)9394402, e-mail: kkozlov@mech.math.msu.su

В 1935 году П.С. Александров поставил вопрос о соотношениях между тремя основными размерностными инвариантами Ind, dim и ind в классе бикомпактных пространств. Позже он доказал, что $\dim X \leqslant \operatorname{ind} X$ для любого бикомпакта X. Первые примеры бикомпатов с несовпадающими размерностями dim и ind были построены А. Лунцем и О. Локуциевским в 1949 году. Б.А. Пасынков ввел понятия точек двусторонности отображения, охвощения и предложил метод построения бикомпактов с несовпадающими размерностями dim и ind. Оказалось, что многие бикомпакты реализуются как охвощения. Кроме того, бикомпакты, построенные А. Лунцем, О. Локуциевским, С. Мардешичем, Б. Пасынковым, П. Вопенкой являются подмножествами произведений простых пространств. Тем самым следующая проблема была поставлена Б. Пасынковым.

Охарактеризовать замкнутые подмножества произведений простых бикомпактов, для которых не совпадают размерности dim *и* ind.

Для отображения $f : Y \to X$ и пары O_1, O_2 — непустых открытых дизъюнктных подмножеств X (*одп*) точка $y \in Y$ называется (O_1, O_2, f)-*двусторонней точкой*, если $f(Oy) \cap O_i \neq \varnothing$, $i = 1, 2$, для любой окрестности Oy точки y. Через $T(O_1, O_2, f)$ обозначим множество всех точек двусторонности отображения f относительно одп O_1, O_2. Если одп O_1, O_2 плотна в X (т.е. $O_1 \cup O_2$ всюду плотно в X), то ее аббревиатура *одпп*. Ниже дадим определение охвощения с некоторыми изменениями.

Определение. Для непустого пространства Φ пространство X называется охвощением Φ, если $\Phi \subset X$ и

1. существует ретракция $r : X \to \Phi$;
2. для любой одпп O_1, O_2 в Φ существует система X_α, $\alpha \in A(O_1, O_2)$, замкнутых подмножеств X такая, что для любого $\alpha \in A(O_1, O_2)$, $\operatorname{ind} T(O_1, O_2, r_\alpha) \geqslant 1$, где $r_\alpha = r|X_\alpha$;
3. для любой одпп O_1, O_2 в Φ и любой системы ν окрестностей Φ в X мощности не больше веса пространства X выполнено $\{\alpha \in A(O_1, O_2): X_\alpha \subset \cap\nu\} \neq \varnothing$.

Пусть $T(\alpha)$ — множество ординалов меньших α ($\alpha \geqslant \mathbf{c}$). На произведении $T(\alpha) \times [0,1)$ введем лексикографический порядок и добавим точку $\{\alpha\}$ как максимальный элемент. Полученное пространство обозначим $P(\alpha)$.

Теорема 1. *Пусть X замкнутое подмножество произведения $\Pi = P(\alpha) \times [0,1]$ и $\dim X = 1$. Тогда $\operatorname{ind} X = 2$ в том и только том случае, если X содержит охвощение отрезка.*

Если в произведении Π в качестве второго сомножителя вместо отрезка взять произвольный одномерный компакт K, то для того, чтобы получить характеризацию бикомпактных подмножеств Π с несовпадающими размерностями охвощений недостаточно. Также необходимо работать с одп, для которых множество $X \setminus (O_1 \cup O_2)$ нульмерно.

Теорема 2. *Пусть X замкнутое подмножество произведения $\Pi = P(\alpha) \times K$ и $\dim X = 1$. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1. $\operatorname{ind} X = 2$*;*
2. *существуют $\beta \leqslant \alpha$, $cf\,\beta \geqslant \aleph_1$, и точки x_1, $x_2 \in \mathrm{pr}^{-1}\beta$, где pr — ограничение на X проекции произведения на первый сомножитель, такие, что любая перегородка между x_1 и x_2 в X одномерна;*
3. *существуют $\beta \leqslant \alpha$, $cf\,\beta \geqslant \aleph_1$, и точки x_1, $x_2 \in \mathrm{pr}^{-1}\beta$, такие, что для любых $\delta < \beta$, и одп O_1, O_2 в $\mathrm{pr}^{-1}\beta$ с $x_1 \in O_1$, $x_2 \in O_2$ и $\dim \mathrm{pr}^{-1}\beta \setminus (O_1 \cup O_2) = 0$ выполнено: существуют γ, $\delta < \gamma < \beta$, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap \operatorname{cl} O_2$, отрезок $I_\gamma \subset [\gamma, \gamma+1]$ и счетные множества $C_i \subset \mathrm{pr}^{-1}[\gamma,\gamma+1]$, $i = 1, 2$, такие, что $I_\gamma \times \{x\} \subset \mathrm{pr}^{-1}[\gamma,\gamma+1]$, $\operatorname{cl} C_i = I_\gamma \times \{x\}$ и $r|\,\mathrm{pr}^{-1}[\gamma,\gamma+1](C_i) \subset O_i$, $i = 1, 2$, где r — ограничение на X проекции произведения на второй сомножитель.*

Пример 1. Бикомпакт $X \subset P(\mathbf{c}) \times K$ с $\dim X = 1$, $\operatorname{ind} X = 2$, который не содержит охвощения. Пусть K — бикомпакт «$\sin 1/x$» и $[0,1]$ — его предельный отрезок. Представим $T(\mathbf{c})$ в виде объединения континуума дизъюнктных конфинальных подмножеств. Так как возможно установить биекцию между ними и семейством всех одпп в K, то будем их обозначать $T(O_1, O_2)$. Для $\gamma \in T(O_1, O_2)$ и $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap \operatorname{cl} O_2$ положим $K_\gamma = [\gamma, \gamma+1] \times \{x\} \cup C_1 \cup C_2$, где C_i — счетное подмножество $[\gamma, \gamma+1] \times (O_i \setminus [0,1])$ такое, что $[\gamma,\gamma+1] \times \{x\} \subset \operatorname{cl} C_i$, $i = 1, 2$. Положим $X = \cup K_\gamma\colon \gamma \in T(\mathbf{c})\} \cup T(\mathbf{c}) \times K \cup \mathbf{c} \times K$.

Пример 2. Бикомпакт $X \subset P(\mathbf{c}) \times K$ с $\dim X = \operatorname{ind} X = 1$, который показывает, что в теореме 2 нельзя одп заменить на одпп. Пусть $K = [0,1] \cup N$, где множество N счетно, плотно в K и состоит из изолированных точек. Для любой точки $x \in (0,1)$ рассмотрим открытые бесконечные множества $U_j(x) \subset N$, $j = 1, 2, 3$, такие, что $\mathrm{bd}_K\, U_1(x) = [0, x]$, $\mathrm{bd}_K\, U_2(x) = x$, $\mathrm{bd}_K\, U_3(x) = [x, 1]$. Существует биекция между семейством (O_1, O_2, x), где O_1, O_2 — одпп в K, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap \operatorname{cl} O_2$ и континуальным семейством дизъюнктных конфинальных подмножеств $T(\mathbf{c})$. $T(O_1, O_2, x)$ — семейство, соответствующее (O_1, O_2, x). Для одпп O_1, O_2 и $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap \operatorname{cl} O_2$ возможны 4 случая:

а) $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_1(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_2(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_3(x)$;
б) $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_1(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_2(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_3(x)$;
в) $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_1(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_2(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_3(x)$;
г) $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_1(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_2 \cap U_2(x)$, $x \in \operatorname{cl} O_1 \cap U_3(x)$.

Для $\gamma \in T(O_1, O_2, x)$ положим $K_\gamma = [\gamma, \gamma+1] \times \{x\} \cup C_1 \cup C_2$, где C_1 — счетное подмножество $[\gamma, \gamma+1] \times U_2(x)$ в случаях а) и в), $[\gamma, \gamma+1] \times U_1(x)$ в случае б), $[\gamma, \gamma+1] \times U_3(x)$ в случае г); C_2 — счетное подмножество $[\gamma, \gamma+ +1] \times U_3(x)$ в случае а), $[\gamma, \gamma+1] \times U_2(x)$ в случаях б) и г), $[\gamma, \gamma+1] \times U_1(x)$ в случае в); такое, что $[\gamma, \gamma+1] \times \{x\} \subset \mathrm{cl}\, C_i$, $i = 1, 2$. Положим $X = \cup K_\gamma$: $\gamma \in T(\mathbf{c})\} \cup T(\mathbf{c}) \times K \cup \mathbf{c} \times K$.

О ГРУППЕ ГОМЕОМОРФИЗМОВ

Нарманов А.Я., Шарипов А.С.

Национальный Университет Узбекистана

e-mail: `asharipov@inbox.ru`

Пусть M, N C^s — многообразия размерности n, на которых заданы C^r-слоения F_1, F_2 соответственно размерности k (здесь $0 < k < n$, $0 \leqslant r \leqslant \leqslant s$). Если при некотором C^r-диффеоморфизме $f : M \to N$ образ $f(L_\alpha)$ любого слоя L_α слоения F_1 является слоем слоения F_2, то говорят, что пары (M, F_1) и (N, F_2) C^r-диффеоморфны и пишут $(M, F_1) \approx (N, F_2)$. Отображение f из (M, F_1) в (N, F_2) называется C^r-диффеоморфизмом, сохраняющим слоение и пишется в виде $f : (M, F_1) \to (N, F_2)$.

В случае, когда $M = N$, говорят о диффеоморфизме слоеного многообразия (M, F).

Диффеоморфизмы, сохраняющие слоение, изучены в работах [1], [2].

Определение. Диффеоморфизм $\varphi : M \to M$класса C^r $(r \geqslant 0)$ сохраняющий слоение называется изометрией слоения F (изометрией слоеного многообразия (M, F)), если он является изометрией на каждом слое слоения F, т.е. для каждого слоя L_α слоения F, $\varphi : L_\alpha \to \varphi(L_\alpha)$ является изометрией. Обозначим через $G^r_F(M)$ множество всех изометрий слоеного многообразия (M, F) класса C^r $(r \geqslant 0)$. Множество $G^r_F(M)$ является подмножеством множества всех диффеоморфизмов $\mathrm{Diff}^r\,(M)$ многообразия M на себя. Множество $\mathrm{Diff}^r\,(M)$ является группой по отношению к суперпозицию и обратного отображения. Множество $G^r_F(M)$ является подгруппой группы $\mathrm{Diff}^r\,(M)$.

В работе изучается группа $G^r_F(M)$ с компактно-открытой топологией и топологией, которая зависит от слоения F и совпадает с компактно-открытой топологией, когда F является n-мерным слоением. Если коразмерность равен n, то сходимость в этой топологии совпадает с поточечной сходимостью.

Пусть $\{K_\lambda\}$ — семейство всех компактных множеств, где каждое K_λ принадлежит какому либо слою слоения F и пусть $\{U_\beta\}$ — семейство всех открытых множеств на M. Рассмотрим для каждой пары $K_\lambda \subset L_\alpha$ и любого U_β совокупность всех отображений $f \in G^r_F(M)$, для которых $f\,(K_\lambda) \subset \subset U_\beta$. Эту совокупность отображений будем обозначать через $[K_\lambda, U_\beta] = = \{f : M \to M \mid f\,(K_\lambda) \subset U_\beta\}$. Нетрудно показать, что всевозможные конечные пересечения множеств вида $[K_\lambda, U_\beta]$ образуют базу для некоторой топологии. Эту топологию будем называть F-компактно-открытой топологией.

Замечания 1. Если $r \geqslant 1$, то для каждого элемента $\varphi \in G^r_F(M)$ дифференциал $d\varphi$, сохраняет длину каждого касательного вектора $v \in T_pF$, т.е. имеет место $|d\varphi_p(v)| = |v|$ при любом p.

2. Если же $r = 0$ то каждый элемент φ из $G^r_F(M)$ является гомеоморфизмом многообразия M. В этом случае φ является изометрией между метрическими пространствами L_α и $\varphi(L_\alpha)$. Тогда по известной теореме, φ является диффеоморфизмом L_α на $\varphi(L_\alpha)$ для каждого слоя L_α [3 стр.74].

Утверждение. Множество $G^r_F(M)$ с F-компактно-открытой топологией является хаусдорфовым пространством.

Теорема 1. *Пусть M — полное, гладкое, связное многообразие размерности n. Тогда группа $\mathrm{Diff}^r(M)$, $r \geqslant 0$ с компактно-открытой топологией является топологической группой.*

Следствие. Пусть M — полное, гладкое, связное многообразие размерности n. Тогда группа $G^r_F(M)$, $r \geqslant 0$ с компактно-открытой топологией является топологической группой.

Следующая теорема показывает некоторое свойство группы $G^r_F(M)$ с F-компактно-открытой топологией.

Теорема 2. *Пусть M — полное гладкое риманово многообразие размерности n, с гладким слоением F размерности k, $f_m \in G^r_F(M)$, $r \geqslant 1$. Предположим, что для каждого слоя L_α существует точка $o_\alpha \in L_\alpha$ такая, что $f_m(o_\alpha) \to f(o_\alpha)$, $df_m(o_\alpha) \to df(o_\alpha)$, где $f \in G^r_F(M)$. Тогда существует подпоследовательность f_{m_k} последовательности f_m, сходящаяся к f в F-компактно-открытой топологии.*

Список литературы

1. *И. Тамура.* Топология слоений. М.: Мир, 1979г., 319 с.
2. *Арансон.* Топология векторных полей, слоений с особенностями и гомеоморфизмов с инвариантными слоениями на замкнутых поверхностях... Труды математического института РАН, 1992, т. 193, с.15–21.
3. *В.А. Рохлин, Д.Б. Фукс.* Начальный курс топологии геометрические главы. М.: Наука, 1977 г., 488 с.

ПОЛИЭДРЫ И СЛАБО БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Федорчук В.В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, мех.-мат

Москва 119992, Ленинские горы 1

Тел.: `9394402`, Факс: `9392090`, e-mail: `fedorch@tsi.ru`

Все пространства предполагаются нормальными. Отображение $f\colon X \to$

$\to \mathrm{con}(Y)$ пространства X в конус над ANR-компактом Y называется Y-*существенным*, если отображение f: $f^{-1}(Y) \to Y$ не продолжается на X.

Определение 1. Для класса $\mathcal{K}$ компактных полиэдров пространство X называется *$\mathcal{K}$-слабо бесконечномерным* (обозначение: $X \in \mathcal{K}$-wid), если для любой последовательности отображений

$$f_i : X \to \mathrm{con}(K_i), \quad i \in \mathbb{N}, \quad K_i \in \mathcal{K}$$

найдётся такое n, что отображение

$$f_1 \triangle \ldots \triangle f_n : X \to \prod_{i=1}^{n} \mathrm{con}(K_i) = \mathrm{con}(K_1 * \ldots * K_n)$$

$(K_1 * \ldots * K_n)$ — несущественно. Если $\mathcal{K}$ состоит из одного полиэдра K мы пишем $\mathcal{K}$-$wid = K$-wid

Основанием Определения 1 является теорема Б.Т. Левшенко, в эквивалентной форме утверждающая, что класс $\{0,1\}$-wid, где $\{0,1\}$ — двухточечное пространство, совпадает с классом S-wid слабо бесконечномерных в смысле Ю.М. Смирнова пространств (см. [1]).

Теорема 1. *Для любого класса $\mathcal{K}$ имеем S-$wid \subset \mathcal{K}$-wid.*

Скажем, что $\mathcal{K}_1 \leqslant \mathcal{K}_2$, если для каждого $K_1 \in \mathcal{K}_2$ существует полиэдр $K_2 \in \mathcal{K}_2$, доминирующий K_1.

Теорема 2. *Если $\mathcal{K}_1 \leqslant \mathcal{K}_2$, то $\mathcal{K}_2$-$wid \subset \mathcal{K}_1$-$wid$.*

Для классов $\mathcal{K}_1$ и $\mathcal{K}_2$ положим $\mathcal{K}_1 * \mathcal{K}_2 = \{K_1 * K_2 : K_i \in \mathcal{K}_i\}$.

Теорема 3. *Для любых классов $\mathcal{K}_1$ и $\mathcal{K}_2$*
$(\mathcal{K}_1$-$wid) \cap (\mathcal{K}_2$-$wid) \subset (\mathcal{K}_1 * \mathcal{K}_2)$-$wid$.

Теорема 4. *Для любого полиэдра K имеем K-$wid = K * K$-wid.*

Назовём полиэдр K *обычным*, если

$$S\text{-}wid = K\text{-}wid. \tag{1}$$

Класс всех обычных полиэдров обозначим через $\mathcal{O}$. Некоторую информацию о классе $\mathcal{O}$ дают следующие утверждения.

1. *Все сферы $S^n \in \mathcal{O}$.*

2. *Если K несвязен, то $K \in \mathcal{O}$.*

3. *Если полиэдр $K \in \mathcal{O}$ доминируется полиэдром L, то $L \in \mathcal{O}$.*

4. *Если $K \in \mathcal{O}$, то $K * K \in \mathcal{O}$.*

5. *Комплекс Мура $M(\mathbb{Z}_{p,n})$ не является обычным полиэдром ни для какого $n \geqslant 1$. В частности, $\mathbb{R}P^2 \notin \mathcal{O}$* (см. [2], Теорема 7.10).

6. *Если класс $\mathcal{K}$ содержит обычный полиэдр, то*

$$S\text{-}wid = \mathcal{K}\text{-}wid. \tag{2}$$

7. *Если к гладкому компактному многообразию M приклеить ручку индекса 1, то полученное многообразие обычно.*

В качестве следствия получаем

8. *Все компактные поверхности, кроме проективной плоскости, обычны.*

Определение 2. Компактное триангулируемое n-многообразие M называется *обычно доминирующим*, если оно доминирует обычный полиэдр размерности $\leqslant n-1$.

9. *Если одно из n-многобразий M_1 и M_2 является обычно доминирующим, то их связная сумма обычна.*

Вопрос 1. Будет ли джойн обычных полиэдров обычен?

Частным случаем Вопроса 1 является

Вопрос 2. Будет ли надстройка над обычным полиэдром обычна?

Вопрос 3. Обязан ли класс $\mathcal{K}$, удовлетворяющий условию (2), содержать обычный полиэдр?

Вопрос 4. Всякий ли полиэдр K с ненулевыми приведёнными рациональными гомологиями $\big(\widetilde{H}(K,\mathbb{Q}) \not\equiv 0\big)$ обычен?

Частным случаем Вопроса 4 является

Вопрос 5. Всякое ли замкнутое ориентируемое многообразие обычно?

Вопрос 6. Будет ли связная сумма обычных многообразий обычна?

Замечание 1. Вопросы 5 и 6 корректно поставить и для нетриангулируемых многобразий, поскольку при построении теории $\mathcal{K}$-wid-пространств полиэдры можно заменить на ANR-компакты.

Замечание 2. Для стягиваемого полиэдра K джойн $K * K$ гомотопически тривиален и, следовательно, класс $K * K$-wid состоит из всех нормальных пространств.

Определение 3. Полиэдр K назовём *сильно нестягиваемым*, если джойн $K * K$ нестягиваем.

Характеристику сильно нестягиваемых полиэдров даёт следующее утверждение, в котором через I^∞ обозначен гильбертов куб.

Теорема 5. *Полиэдр K сильно нестягиваем $\iff$ $I^\infty \notin K$-wid.*

Список литературы

1. *Б.Т. Левшенко.* О сильно бесконечномерных пространствах // Вестн. МГУ, сер. матем., №5 (1959), 219–228.
2. *A.N. Dranishnikov.* Cohomological dimension theory of compact metric spaces. Topology Atlas. Invited Contributuons, **6:3** (2001), 61pp.

ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ МУЛЬТИИНДЕКСНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Фролкина О.Д.

МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, кафедра общей топологии и геометрии

119991, Россия, Москва, ГСП-1, Ленинские Горы

Тел.: `(495)9394402`, Факс: `(495)9392090`, e-mail: `odfrolki@mail.ru`, `olga-frolkina@yandex.ru`

В 1998 году И.Беньямини опубликовал [1] следующую теорему. Существует такая непрерывная ограниченная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, что для произвольной последовательности $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}} \in [-1,1]^{\mathbb{Z}}$ найдется такое $t \in \mathbb{R}$, что $x_n = f(t+n)$ для всех $n \in \mathbb{Z}$. Иными словами, функция f «интерполирует» все бесконечные в обе стороны последовательности со значениями в отрезке $[-1,1]$, *одновременно.* Там же доказаны следующие результаты: одновременно интерполировать все ограниченные (даже все постоянные) бесконечные в обе стороны последовательности невозможно; некоторой непрерывной (неограниченной) функцией возможно одновременно интерполировать все ограниченные бесконечные в одну сторону последовательности.

В 2005 году Р. Наулин и К. Узкатегуи обобщили и объединили [2] эти результаты на случай элементов множества $\mathbb{R}^M$, где M — произвольное подмножество $\mathbb{Z}$.

В докладе будет приведено дальнейшее обобщение, именно, рассмотрен случай топологического пространства X со вполне разрывным правым действием дискретной абелевой группы $\mathfrak{G}$; наши «последовательности» имеют индексы в подмножестве $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{G}$ действующей абелевой группы, а значения — в метрическом пространстве Y. Точнее, для непрерывного отображения $F : X \to Y$ определим множество интерполируемых им «$\mathfrak{M}$-последовательностей» (индексированных элементами множества $\mathfrak{M}$ и принимающих значения в пространстве Y) формулой

$$S_{\mathfrak{M}}(F) = \{(F(x\cdot g))_{g\in\mathfrak{M}}, \quad x \in X\} = \bigcup_{x\in X}\{(F(x\cdot g))_{g\in\mathfrak{M}}\} \subset Y^{\mathfrak{M}}.$$

Обозначим теперь

$$C(\mathfrak{M}) = \{S \subset Y^{\mathfrak{M}} \mid S \subset S_{\mathfrak{M}}(F)$$

для некоторого непрерывного отображения $F : X \to Y\}$,

$$CB(\mathfrak{M}) = \{S \subset Y^{\mathfrak{M}} \mid S \subset S_{\mathfrak{M}}(F) \text{ для некоторого непрерывного и ограниченного отображения } F : X \to Y\}.$$

Вопрос об интерполируемости какого-либо набора $\mathfrak{M}$-последовательностей эквивалентен вопросу о принадлежности этого набора $C(\mathfrak{M})$ ($CB(\mathfrak{M})$, если нас интересует интерполяция посредством ограниченного отображения). Таким образом, естественно возникает задача о выяснении структуры множеств $C(\mathfrak{M})$, $CB(\mathfrak{M})$ и выделении в них каких-то удобных элементов. Постановка работы Наулин–Узкатегуи соответствует случаю $X = Y = \mathbb{R}$, $\mathfrak{G} = \mathbb{Z}$ и естественному действию: $x \cdot g$ есть сумма $x + g$. Для этого случая в указанной работе даются достаточные условия того, что $C(\mathfrak{M})$ — идеал над $Y^{\mathfrak{M}}$, а также критерий того, что $C(\mathfrak{M})$ является σ-идеалом над $Y^{\mathfrak{M}}$; кроме того, указаны принадлежащие $C(\mathfrak{M})$ «хорошие» подмножества $Y^{\mathfrak{M}}$.

Мы обобщим результаты Наулин–Узкатегуи, а также изучим структуру множества $CB(\mathfrak{M})$. В частности, мы получим многомерные аналоги указанных теорем Беньямини. Приведем их формулировки:

Следствие 1. *Для произвольных $m, n \in \mathbb{N}$ существует такое непрерывное ограниченное отображение $F_{m,n} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$, что для произвольной m-индексной последовательности $(x_s)_{s\in\mathbb{Z}^m} \in ([-1,1]^n)^{(\mathbb{Z}^m)}$ со значениями в $[-1,1]^n \subset \mathbb{R}^n$ найдется такое $t \in \mathbb{R}^m$, что $x_s = F_{m,n}(t+s)$ при всех $s \in \mathbb{Z}^m$.*

Следствие 2. *Для произвольных $m, n \in \mathbb{N}$:*

(1) *не существует такого непрерывного отображения* $F_{m,n} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$, *что для произвольной ограниченной* m*-индексной последовательности* $(x_s)_{s\in\mathbb{Z}^m} \in \bigcup\limits_{A\in\mathbb{N}} ([-A, A]^n)^{(\mathbb{Z}^m)}$ *со значениями в* $\mathbb{R}^n$ *найдется такое* $t \in \in \mathbb{R}^m$, *что* $x_s = F_{m,n}(t + s)$ *при всех* $s \in \mathbb{Z}^m$;

(2) *существует такое непрерывное отображение* $F_{m,n} : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$, *что для произвольной ограниченной* m*-индексной последовательности* $(x_s)_{s\in\mathbb{N}^m} \in \bigcup\limits_{A\in\mathbb{N}} ([-A, A]^n)^{(\mathbb{N}^m)}$ *со значениями из* $\mathbb{R}^n$ *найдется такое* $t \in \in \mathbb{R}^m$, *что* $x_s = F_{m,n}(t + s)$ *при всех* $s \in \mathbb{N}^m$.

Подчеркнем, что в п.(2) следствия 2, в отличие от следствия 1 и п.(1) следствия 1, рассматриваются последовательности, бесконечные лишь в одну сторону по каждой из координат.

Список литературы

1. *Benyamini Y.* Applications of the Universal Surjectivity of the Cantor set // Amer. Math. Monthly. 1998. V. 105, N 9. P. 832–839.
2. *Naulin R.M., Uzcátegui C.* Interpolation of sequences // Real Analysis Exchange. 2005/2006. V. 31, N 2. P. 519–523.

РЕШЁТКИ КУБОВ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Хачатуров В.Р., Хачатуров Р.В.

Москва, ВЦ РАН, ул. Вавилова 40

Тел.: 1352009, e-mail: rv_khach@yahoo.ie

В этой работе определяется и описывается новый тип решёток — решётка кубов. Приводится доказательство того, что число всех субкубов куба размерности m равно 3^m. Показано, что множество этих субкубов при соответствующем выборе для них операций объединения и пересечения образует решётку, названную решёткой кубов. Рассматриваются задачи оптимизации супермодулярных и субмодулярных функций на ней.

Обозначим через C^m — куб размерности m, через K — множество всех субкубов куба C^m, тогда $|K|$ — их число. Через K_r обозначим множество всех субкубов размерности r, $|K_r|$ — их число.

Доказана **Лемма**: *Количество* $|K_r|$ *всех субкубов размерности* r $(0 \leqslant r \leqslant m)$ *в кубе* C^m *равно* $|K_r| = 2^{m-r} \cdot C_m^r = 2^{m-r} \cdot \dfrac{m!}{r!(m-r)!}$.

Эта лемма используется для доказательства следующей **Теоремы**: *Суммарное число субкубов всех размерностей в кубе размерности* m *равно* 3^m.

Введём определения и обозначения полурешеток и решеток кубов. Пусть C, $C \in K$, — любой элемент множества K. Элемент C размерности r, обозначим через C^r, $r = 0{,}1, 2, \ldots, m$. Каждый $C \in K$ может описываться двумя подмножествами ω_1, $\omega_2 \subset I$, где $\omega_1 \subset \omega_2$, $I = \{1, 2, \ldots, m\}$, ω_1 — «нижняя», ω_2 — «верхняя» вершины множества вершин куба C. Для куба $C^m \quad \omega_1 =\varnothing, \quad \omega_2 = I, \quad C^m = (\varnothing;\ I)$. Для каждого конкретного куба C можно определить ω_1 и ω_2, $\omega_1 \subset \omega_2$, и представить C в виде $C = (\omega_1; \omega_2)$. Например, кубы $C^1 = (\omega_1; \omega_2)$, где $\omega_1 \subset \omega_2$ и $|\omega_2 \setminus \omega_1| = 1$, а для любого куба размерности r $C^r = (\omega_1; \omega_2)$, где $\omega_1 \subset \omega_2$ и $|\omega_2 \setminus \omega_1| = r$ $(0 \leqslant r \leqslant m)$. Количество вершин в кубе $C = (\omega_1; \omega_2)$ равно $2^{|\omega_2 \setminus \omega_1|}$, а количество всех субкубов равно $3^{|\omega_2 \setminus \omega_1|}$.

Введем для элементов $C \in K$ определения объединения $(\vee)$ и пересечения $(\wedge)$. Пусть $C_1 = (\omega_1^1; \omega_2^1)$, $C_2 = (\omega_1^2; \omega_2^2)$, $\omega_1^1 \subset \omega_2^1$; $\omega_1^2 \subset \omega_2^2$, тогда

$$C_1 \vee C_2 = C = (\omega_1^1 \cap \omega_1^2; \omega_2^1 \cup \omega_2^2)$$

Объединение верхних множеств вершин кубов всегда включает в себя пересечение нижних множеств вершин $(\omega_2^1 \cup \omega_2^2) \supset (\omega_1^1 \cap \omega_1^2)$ откуда $C = C_1 \vee C_2 \in K$, т.е. C — куб. Операцию пересечения $\wedge$ для множества K введём следующим образом:

$$C_1 \wedge C_2 = \begin{cases} C(\omega_1^1 \cup \omega_1^2; \omega_2^1 \cap \omega_2^2), & \text{если } (\omega_1^1 \cup \omega_1^2) \subset (\omega_2^1 \cap \omega_2^2), \\ \varnothing, & \text{если } (\omega_1^1 \cup \omega_1^2) \not\subset (\omega_2^1 \cap \omega_2^2). \end{cases}$$

Тогда на множестве K выполняются две операции $\vee$ (2.1) и $\wedge$ (2.3). Поэтому при этих условиях K — решетка [1].

На решётках кубов можно задавать субмодулярные и супермодулярные функции, т.е. функции, для которых выполняются соответствующие неравенства

$$, f(C_1) + f(C_2) - f(C_1 \wedge C_2) - f(C_1 \vee C_2) \geqslant 0,$$

либо

$$f(C_1) + f(C_2) - f(C_1 \vee C_2) - f(C_1 \wedge C_2) \leqslant 0$$

Приведём конкретные примеры таких функций, определенных для всех $C \in K$. Субмодулярная функция $f_1(C)$

$$f_1(C) = f(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i \in \omega_2} b_i \max_{j \in \omega_1} c_{ij} - \sum_{i \in \omega_1} T_i - a 2^{|\omega_2 \setminus \omega_1|},$$

супермодулярная функция $f_2(C)$

$$f_2(C) = f(\omega_1,\ \omega_2) = \sum_{i \in \omega_2} b_i \min_{j \in \omega_1} c_{ij} + \sum_{i \in \omega_1} T_i + a 2^{|\omega_2 \setminus \omega_1|},$$

где $c_{ij} \geqslant 0$, $b_i > 0$, $a > 0$, $T_i \geqslant 0$.

Экономический смысл функций $f_1(C)$ и $f_2(C)$ может быть в первом случае — прибыль, во втором — затраты. Задачами оптимизации могут быть в первом случае — максимизация прибыли, во втором — минимизация затрат. Рассматриваемые задачи можно считать обобщением известных многоэкстремальных задач оптимального размещения предприятий. Алгоритмы оптимизации супермодулярных и субмодулярных функций на решетках кубов могут осуществляться подобно комбинаторным алгоритмам оптимизации для других решеток с соответствующими правилами отбраковки неоптимальных решений, модифицированных для решеток кубов.

Список литературы

1. *Gratzer G.* General Lattice Theory. – Berlin: Akademie Verlag, 1978.

ФУНКТОР-ПРОСТРАНСТВА КАК ОБРАЗЫ ОБОБЩЁННЫХ КОМПАКТОВ ДУГУНДЖИ

Шапиро Л.Б.

Кафедра высшей и прикладной математики Академии труда и социальных отношений

119454, Москва, улица Лобачевского, д. 90

Тел.: 4308185, e-mail: lshapiro@mccme.ru

Компакт $F(X)$ назовём функтор-пространством, если F — нормальный в смысле Е.В. Щепина функтор, а X — компакт. Наиболее изученными являются функторы гиперпространства exp и вероятностных мер P. Для них автором в [1] и [2] была получена следующая весовая оценка.

Теорема 1. *Если функтор-пространство* $\exp(X)$ *(соответственно* $P(X)$*) является диадическим компактом, то* $w(X) \leqslant \omega_1$.

Приведём две эквивалентные формулировки теоремы 1.

Теорема 1П. *Если функтор-пространство* $\exp(X)$ *(соответственно* $P(X)$*) является непрерывным образом произведения компактов, каждый из которых имеет вес не превосходящий* ω*, то* $w(X) \leqslant \omega_1$.

Теорема 1D. *Если функтор-пространство* $\exp(X)$ *(соответственно* $P(X)$*) является непрерывным образом компакта Дугунджи, то* $w(X) \leqslant \omega_1$.

В 2007 году автор, используя методы [1], а также известную теорему Б.Э. Шапировского об отображении на тихоновский куб [3], усилил теорему 1П и обобщил теорему 1D.

Теорема 2П. *Пусть* τ *— несчётный кардинал. Тогда, если функтор-пространство* $\exp(X)$ *(соответственно* $P(X)$*) является непрерывным образом произведения компактов, каждый из которых имеет вес не превосходящий* τ*, то и* $w(X) \leqslant \tau$.

Для формулировки теоремы 2D — обобщения теоремы 1D нам потребуется

Определение 1. Пусть τ — бесконечный кардинал. Компакт назовём *обобщённым компактом Дугунджи по модулю* τ, если он обладает мультипликативной, открытой, коммутативной τ-решеткой. В случае $\tau = \omega$ мы получаем обычный компакт Дугунджи [4].

Теорема 2D. *Если функтор-пространство* $\exp(X)$ *(соответственно* $P(X)$*) является непрерывным образом обобщённого компакта Дугунджи по модулю* τ*, то* $w(X) \leqslant \tau^+$.

Естественно, возник вопрос о нахождении свойств категорного характера, которым должен удовлетворять функтор, чтобы для него были справедливы аналоги теорем 2П и 2D.

С этой целью введём

Определение 2. Для бикоммутативного функтора F определено *среднее*, если существует естественное преобразование $\mu : \exp_2 \circ F \to F$ тождественное на $\exp_1 \circ F$, т.е. у двух точек $F(X)$ существует их «среднее арифметическое».

Очевидно, для функторов exp и P среднее определено. А именно, это объединение в случае exp и среднее арифметическое двух мер в случае P. Для функтора со средним можно ввести понятие аналогичное одновременно канторову кубу и мере Хаара.

Определение 3. Пусть функтор F имеет среднее. Для ординала α точка Хаара $h(\alpha)$ определяется по индукции. А именно, $h(0) = F(D^0)$ — точка, где $D = \{0; 1\}$. Если $h(\alpha) \in F(D^\alpha)$, то $h(\alpha+1) \in F(D^\alpha + 1)$ определяется как среднее элементов $h(\alpha) \times \{0\}$, $h(\alpha) \times \{1\} \in F(D^\alpha + 1) = F(D^\alpha \times D)$. На предельном шаге точка Хаара является проективным пределом допредельных точек.

Точкой Хаара для функтора exp является канторов куб D^α, рассматриваемый как точка гиперпространства, и мера Хаара на D^α для функтора P. Следующее свойство, справедливое для exp и P, выделяет тот класс функторов, для которых верны аналоги теорем 2П и 2D.

Определение 4. Скажем, что функтор F, для которого определено среднее, удовлетворяет *свойству плотности прообраза точки Хаара*, если при естественной проекции pr: $D^\alpha \times I \to D^\alpha$ справедливо равенство $d((F(pr))^{-1}(h(\alpha))) = |\alpha|$, где α — бесконечный ординал.

Теперь мы готовы сформулировать основные результаты, которые обобщают теоремы 2П и 2D.

Теорема 3П. *Пусть τ — несчётный кардинал и функтор F удовлетворяет свойству плотности прообраза точки Хаара. Тогда, если функтор-пространство $F(X)$ является непрерывным образом произведения компактов, каждый из которых имеет вес не превосходящий τ, то и $w(X) \leqslant \tau$.*

Теорема 3D. *Пусть τ — бесконечный кардинал и функтор F удовлетворяет свойству плотности прообраза точки Хаара. Тогда, если функтор-пространство $F(X)$ является непрерывным образом обобщённого компакта Дугунджи по модулю τ, то $w(X) \leqslant \tau^+$.*

Список литературы

1. *Л.Б. Шапиро.* О пространствах замкнутых подмножеств бикомпактов // ДАН СССР,231:2 (1976), 295–298.
2. *Л.Б. Шапиро.* О пространствах вероятностных мер // Успехи математических наук, 34:2 (1979), 219–220.
3. *Б.Э. Шапировский.* Отображения на тихоновский куб // Успехи математических наук, 53:3 (1980), 145–153.
4. *Е.В. Щепин.* Функторы и несчетные степени компактов // Успехи математических наук, 36:3 (1981), 3–62.

Секция 4

«ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ»

ON A CONCEPTUAL CATEGORY OF ATTITUDE ON AN EXAMPLE OF ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICAL PROBLEMS

Žeromska Anna

e-mail: annaz@ap.krakow.pl

The present paper contains the description of a study concerning *students' attitudes towards mathematical problems*. This study was intended as an attempt to adapt the term *attitude*, which is used in psychology, to the situation of describing phenomena lying within the interest of didactics of mathematics. For this reason, the following issues are presented in the paper: the discussion of the denotative content of the term in psychological and didactical literature concluded with the elaboration of a specific understanding of the range and meaning of the term *attitude*; the description of the research (its objective, methods and instruments) and a detailed presentation of its certain results worded in the language developed for the purpose of the present paper, the language of description of the denotative category of *student's attitude towards mathematical problems* (in the context of its two components: behavioural-cognitive and emotional-motivational). The results of the study encompass certain elements of didactical diagnosing process concerning the commonness of certain types of students' behaviour. Additionally, they may play a role of a factor shaping further research activities.

ON THE TEACHING OF MATHEMATICS IN THE CONDITIONS OF MATHEMATICAL CRISIS

Zverkina G.A.

Moscow State University of Railway Engineering, department of Applied Mathematics

15 Obraztsova st., Moscow, Russia

Phone: +7(495)6842309, Fax: +7(495)6811340, e-mail: zverkina@gmail.com

The computer resolution of a problem of four colours has entailed discussion of a question on possibility of such proof and what is a mathematical proof. Traditionally it is considered the proof can be only deductive, founded on rules of a logic conclusion and some aprioristic propositions (axioms). This «classical» view on mathematics has been caused by a worship for the Greek science in Renaissance. However practicing mathematicians (and almost all mathematicians XVI-XVIII of centuries solved practical applied problems) used both the approached and numerical methods in the resolution of applied problems. Nevertheless mathematical teaching has been focused on Greek (axiomatic and deductive) model of science.

The mathematical proof in this model of a science should be sequence of deductive reasonings, however in practice since XVIIth century many mathematical proofs represent sequence of transformations of formulas by certain rules, the deductive proof was replaced by the algorithmic ones. Development of the mathematical notation including creation of convenient symbolics for integral and differential calculus promoted development of such methods of the proof.

However in XIXth century there is a considerable quantity of mathematicians-«theorists» never solving of applied mathematical problems — they were basically teachers of mathematics and the professor of universities. They aspire to lead all mathematics to a monotonous kind of an axiomatic deductive science where the numerical or constructive resolution of a problem is not «theoretical», and it is only an illustration of the high theory.

In XIXth century many mathematicians-theorists promoted the statement in the mathematics bases only axiomatic and deductive constructions, it has led to revision of bases of a science, and in the beginning of XXth century ordering of bases of axiomatic and deductive mathematics was basically finished. In the middle of XXth century in many countries school mathematical programs are reconsidered towards increase of a logic component, absolutely exact account of the basic concepts of mathematics from the point of view of the «pure» mathematics. Besides, the matter of mathematical disciplines has been essentially increased. It has led to sharp falling of level of mathematical literacy of schoolboys and graduates of high schools.

However since second half of XXth century because of development of computers numerical mathematical methods receive a new impulse to development. And recently the development of methods of the machine resolution of problems more intensively than the developments of methods of «classical» mathematics.

Mathematics and mathematical education worry now crisis: on the one hand, the practical part of mathematics is founded on «not theoretical» algorithmic and numerical methods of the resolution of problems, and on the other hand, the «logic» approach to teaching of mathematics does not give good results. In these conditions mathematicians-professionals and mathematicians-teachers are obliged to reconsider the relation to theoretical bases of the mathematical science and its teaching.

The mathematics in teaching of school and high technical school should be guided first of all by the resolution of problems, and high arithmetic and algebraic literacy of pupils should make a basis of such training. The mathematics is a science of the quantities and to occupy with mathematics, it is necessary to be able to count. Besides, ability to transform algebraic expressions prepares the pupil for the algorithmic resolution of the majority of problems meeting in practice (by means of computers and manually).

Thus it is impossible to exclude from mathematics its important part — proofs and logic reasonings. But proofs at school and a technical college should be simplified towards presentation or their replacement with simple transformations of formulas. In full the axiomatic and deductive approach to construction of mathematical theories should remain at specialized schools and on physical and mathematical departments of high schools. Mathematicians-theorists are an exclusive product of an education system.

О ПРАКТИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ РЕАЛИЗАЦИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ И МАТЕМАТИКИ

Асланов Р.М., Синчуков А.В.

Московский педагогический государственный университет

e-mail: r_aslanov@list.ru, avsinchukov@inbox.ru

Проводимые сегодня реформы системы высшего образования инициируют появление новых целей высшего педагогического образования, заключающихся в достижении такого качества подготовки студента — будущего учителя, при котором уровень его *профессиональной компетентности* давал бы ему возможность решения *профессиональных проблем* и *задач*, возникающих в реальных ситуациях профессиональной педагогической деятельности. В связи с этим появляется проблема поиска педагогических инноваций, обеспечивающих процесс качественной профессиональной подготовки будущих учителей. Реализация идей *компетентностного подхода* в процессе профессиональной подготовки будущих учителей информатики и математики — один из перспективных вариантов решения этой проблемы.

Вопросам внедрения и практической реализации компетентностного подхода в отечественной высшей школы посвящены исследования Зимней И.А., Сластенина В.А., Хуторского А.В., Шадрикова В.Д. и многих других. Оставляя за рамками настоящей заметки *теоретической составляющей* компетентностного подхода (этому вопросу посвящена работа авторов [1]) рассмотрим вопросы практической его реализации.

Одним из основных практических аспектов реализации идей компетентностного подхода при подготовке специалиста является экспертиза действующего методического обеспечения с позиций отражения в нем требований к уровню профессиональной компетентности будущего выпускника и минимуму содержания, заложенных в ГОС ВПО, выделения компетенций, *необходимых для* и *формируемых в процессе* изучения конкретных дисциплин.

Авторами разработано методическое обеспечение курса «Уравнения математической физики» для студентов специальности 050202.65 — информатика с дополнительной специальностью математика адекватное перечисленным требованиям.

Список литературы

1. *Асланов Р.М., Синчуков А.В.* Компетентностный подход в подготовке будущего учителя информатики и математики // Преподаватель XXI век. (в печати).
2. Программа курса «Уравнения математической физики» М, Изд-во МПГУ. – 2006.
3. *Асланов Р.М., Синчуков А.В.* Уравнения математической физики. Курс лекций/ Учебное пособие. М, Изд-во МПГУ. – 2005.

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ

Баврин Г.И.

МГГУ им.М.А. Шолохова

1. Понятие модели.

Многие науки (физика, химия, математика, логика, астрономия, механика и другие) давно уже пользуются различными видами моделей. Другие науки (психология, педагогика, медицина, биология, социология и другие) хотя являются столь же или почти столь же древними науками, начали пользоваться моделями сравнительно недавно. Совсем молодые науки (кибернетика, бионика, космическая медицина, математическая теория моделирования и другие) применяют метод моделирования с самого начала своего существования. Более того, метод моделирования лежит в основе таких наук, как кибернетика и бионика: без использования определенных видов моделей эти науки вообще не могли бы возникнуть. Методы моделирования и виды моделей, используемые в различных науках и в различные периоды их развития, многообразны.

Моделью называется некий объект-заменитель, который при определенных условиях сможет заменить собой объект — оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества, удобства (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования с ним и т.д.). Иначе говоря, модель — это некоторое упрощенное подобие реального объекта.

Опираясь на понятие модели, можно столь же кратко определить и понятие моделирования: моделированием называется построение (или выбор) и изучение моделей с целью получения новых знаний об объектах.

Большинство знаний, которые ученики получают на уроках, носят характер информационных моделей. Кратко остановимся на них.

2. Информационные модели.

Информационная модель — это информация об объекте, процессе, явлении. Большинство знаний, которые ученики получают на уроках, носят характер информационных моделей. На физике узнают ученики о Боровской модели атома, не имея возможности разглядеть реальный атом; описание солнечной системы, молекулярные структуры вещества, схема кровеносной системы и многое другое носят характер информационных моделей. Наши знания о реальном мире — это множество информационных моделей. Информационное моделирование — одно из узловых понятий в информатике. В информатике информационной моделью называется набор величин, содержащих всю необходимую информацию об исследуемых объектах и процессах [Кушнеренко, Эпиктетов. Информационные модели, 10 класс. М. Дрофа, 1995.]. Информационная модель содержит не всю информацию о моделируемых явлениях, а только ту её часть, которая нужна для рассматриваемых задач. То, что не нужно для решения поставленных задач, при моделировании отбрасывается. Если круг решаемых задач расширяется, то приходится расширять и модель, включать в неё больше информации. Даже, когда круг решаемых задач фиксирован, информационную модель можно строить многими разными способами.

Информационные модели имеют ряд преимуществ перед моделями других видов. Они могут вобрать в себя больше аспектов моделируемой реальности, обеспечивают большую гибкость при проведении экспериментов. При информационном моделировании можно замедлять или ускорять ход времени, сжимать или расширять пространство, выполнять действия, опасные, дорогостоящие или просто невозможные в реальном мире. Информационные модели являются мощным средством, которое расширяет возможность активного обучения.

3. Использование моделей и моделирования в обучении

Использование моделей в обучении возможно в нескольких направлениях. Рассмотрим каждое из них.

1) Метод моделирования как элемент содержания обучения.

В содержание почти всех учебных предметов, особенно естественнонаучного цикла и математики, модели и моделирование включены очень широко, но в неявном виде. Изучая понятия физики, математики и других предметов, учащиеся по сути дела все время имеют дело с определенными моделями, но то, что они изучают модели, что они занимаются моделированием, учащиеся не знают.

Содержание учебного предмета представляет собой своеобразную (педагогическую) проекцию соответствующих наук. Науки представляют собой процесс разработки идей и теорий с помощью определенных методов. Изучить основы какой-либо науки — это не только усвоить знания этой науки, но и овладеть её идеями и методами. При этом овладение идеями и методами науки с точки зрения современных целей обучения не менее важно, чем овладение фактами и закономерностями, но, пожалуй, еще более важно.

В настоящее время в науке широко используются различные модели. Метод моделирования стал одним из основных методов научного исследования. Этот метод в отличие от других является всеобщим, используемым во всех науках, на всех этапах научного исследования. Он обладает огромной эвристической силой, позволяет свести изучение от сложного к простому, невидимого и неощутимого к видимому и ощутимому, от незнакомого к знакомому, т.е. сделать какое угодно сложное явление реальной действительности доступным для тщательного и всестороннего изучения.

Каждая наука решает три основные задачи:

На основе непосредственного изучения объектов соответствующих областей действительности она строит (конструирует) разные модели этих объектов.

Разрабатывает специальные методы изучения построенных моделей, для чего создает особый научный аппарат.

Разрабатывает методы применения результатов изучения построенных моделей на практике.

Соответственно с этим основа науки, составляющая содержание учебного предмета, содержит и систему научных моделей, и аппарат для их исследования, и методы использования результатов изучения моделей для решения практических задач. В программах, учебниках понятия модели и моделирования почти не упоминаются, на изучение этой стороны науки внимание учащихся почти не обращается.

Может быть и не нужно учащимся знать модельный характер изучаемых понятий? Может быть, достаточно того, что они изучают сами эти понятия, изучают научные модели, усваивают их сущность, учатся их применять, а то, что это модели каких-то реальных явлений или сторон действительности им не обязательно знать?

Такое мнение (в явном или неявном виде) довольно широко распространено в педагогической среде. Между тем с ним нельзя согласиться.

Во-первых, важнейшей задачей общего образования является формирование у учащихся научного мировоззрения. Научное мировоззрение предполагает, что у учащихся сформировано ясное понимание соотношения объективного мира и научных знаний о нем, четкое осмысление и оценка явлений этого мира в свете научных теорий. У учащихся должно быть ясное понимание значимости научных абстрактных понятий в познании действительности. Одно дело, когда они ясно и отчетливо понимают, что все научные понятия отражают определенные явления, процессы и отношения объективной действительности, являются их моделями. В этом случае у учащихся формируется многосторонний взгляд на изучаемые понятия, у них воспитывается научное представление о процессе познания. И совсем другое дело, когда они этого не знают, не понимают, когда изучаемые понятия воспринимаются как нечто такое, что надо лишь выучить и запомнить. Отсюда недалек и вывод о том, что эти понятия лишь какие-то выдумки досужих умов ученых, что за этими понятиями не стоит реальной действительности. Такой отрыв заученных знаний от их подлинного содержания, как известно, называется формализмом знаний. Известный математик и методист А.Я. Хинчин, обсуждая эту проблему, писал: «Не менее тяжким следствием формализма математических знаний мы должны, наконец, признать их почти полную мертвенность, бесполезность такого рода знаний в формировании научного мировоззрения учащихся, которые должны являться одной из важнейших задач нашей общеобразовательной школы. Вряд ли надо доказывать, что знания и навыки, связанные лишь с внешней формой изучаемого предмета и оторванные от его содержания, ни в какой мере не могут влиять на идейное воспитание ученика, на формирование его мировоззрения» (Хинчин А.Я. Педагогические статьи. М., 1979). Значит, явное знакомство учащихся с модельным характером науки, с понятиями моделирования и модели необходимо в целях формирования у них научного мировоззрения.

Во-вторых, как показывают эксперименты, явное введение в содержание обучения понятий модели и моделирования, выяснение сущности и роли моделирования в научном познании существенно меняет само отношение учащихся к учебному предмету, к учению, делает их учебную деятельность более осмысленной и более продуктивной, т.е. усиливает желание детей учиться.

Все это позволяет утверждать, что назрела необходимость явного включения моделирования в содержание обучения, необходимость ознакомления учащихся с современной научной трактовкой понятий, моделей и моделирования, овладения ими моделированием как методом научного познания.

2) Моделирование как учебное действие.

Включить в явном виде модели и моделирование в содержание обучения, познакомить учащихся с этими понятиями еще недостаточно. Нужно, чтобы они овладели моделированием как методом познания и решения задач. Надо, чтобы они научились строить различные модели изучаемых понятий, научились использовать моделирование для изучения этих понятий. Очень действенным средством для овладения учащимися методом моделирования является решение задач с помощью построения цепи моделей.

Когда учащиеся, решая конкретную математическую задачу, понимая, что она представляет знаковую модель некоторой реальной ситуации, составляют эти модели, наконец, переводят полученное решение на язык исходной задачи, то тем самым учащиеся овладевают методами моделирования.

Точно так же они овладевают действием моделирования, когда изучение какого-либо объекта или явления проводится при их активном участии методом моделирования: сначала рассматривается сам этот объект (явление, отношение), затем строится его модель, которая изучается с помощью особых методов, после чего результаты этого изучения переводятся на язык исходного объекта.

3) Моделирование как учебное средство.

Моделирование как учебное средство может использоваться в обучении для многих целей.

а) Для фиксации и наглядного представления ориентированной основы действия (ООД). Модель ООД является незаменимым средством для поэтапного формирования умственных действий.
б) Для фиксации и наглядного представления изучаемых абстрактных понятий. Осознание учащимися сущности изучаемых абстрактных понятий весьма облегчается, когда эти понятия представлены в виде графических или знаковых моделей, в которых отражены основные особенности этих понятий. Такие модели служат очень хорошим средством для организации познавательной деятельности учащихся.
в) Для фиксации и наглядного представления общих действий по решению широкого класса задач. Очень важно, чтобы учащиеся различали результат решения каких-то задач и те общие способы, с помощью которых эти способы осуществлены. Чтобы такое различие протекало осознанно, необходимо как-то особо выделить эти общие способы решения задач. Универсальным средством такого выделения является построение моделей этих общих способов, осуществляемое самими учащимися по специальным заданиям учителя.
г) Во всех перечисленных выше целях моделирование используется не только как средство фиксации, но и как средство наглядности. Действительно, любая модель наглядна для ее создателя и для тех, кто понимает ее, видит в ней моделируемый объект.

Наглядность модели объясняется тем, что, во-первых, они чувственно воспринимаемы: их можно видеть, а многие из них можно и осязать, наблюдать в движении, изменении; во-вторых, субъект, конструирующий модель некоторого объекта предварительно у себя создает наглядный образ — мысленное представление о моделируемом объекте — и этот образ он затем воплощает в некоторой материальной или идеальной (образной или знаковой) модели. Поэтому, воспринимая (изучая) эту модель, он, естественно, видит тот наглядный образ, который у него уже был создан. Человек, который понял, усвоил сущность данной модели становится как бы ее создателем, и тем самым, она также приобретает для него свойства наглядности.

Модель дает возможность создать не просто наглядный образ какого-то объекта, а образ наиболее существенных свойств этого объекта, при этом все остальные свойства, несущественные в данном случае, отбрасываются и поэтому не мешают в восприятии нужных и существенных свойств.

Модели позволяют создавать у учащихся наглядные образы таких объектов изучения, как абстрактные понятия, отношения, которыми обычными средствами предметной наглядности создать невозможно.

Однако надо иметь в виду, что создание наглядных образов с помощью моделей требует от учащихся определенных знаний теоретического характера и активной познавательной работы с этими моделями. Эта работа имеет наибольший эффект в том случае, когда сами учащиеся принимают непосредственное участие в разработке и построении моделей, а не только в изучении уже готовых моделей.

д) Моделирование весьма эффективно может использоваться для обобщения изученного учебного материала. Для этого в конце изучения учебной темы, раздела программы учитель дает учащимся задание построить модель — схему изученного материала, в которой надо отразить в наглядном виде все изученные понятия и отношения между ними.

Список литературы

1. *Гершунский Б.С.* Компьютеризация в сфере образования: Проблемы и перспективы. – М.: Педагогика, 1987. – 264с.
2. *Машбиц Е.И.* Психолого-педагогические проблемы компьютерного обучения. – М.:Педагогика, 1988. – 191с.
3. *Цукарь А.Я.* Применение ЭВМ в обучении математике. – Математика в школе, №2, 1991, с.26–27.

КАК СКЛАДЫВАЛИ ДРОБИ ЭЙЛЕР И ОСИПОВСКИЙ

Барабанов О.О., Юлина Н.А.

Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева

Тел.: `8(49232)32160`, e-mail: `barabanov@kovrov.net`

С учебниками Эйлера сопоставляется I том «Курса математики» Осиповского Т.Ф.[1], как лучший (см. [2]) из российских учебников по арифметике и алгебре начало XIX века. В [1, §16], например, находим два следующих приёма приведения дробей к общему знаменателю.

«Положим, что должно раздробить в одинаковые части дроби $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$. *Для сего помножим числитель и знаменатель каждой дроби на произведение прочих знаменателей, то есть числитель и знаменатель первой дроби помножим на произведение* 5 *и* 8 *или на* 40; *второй дроби числитель и знаменатель — на произведение* 7 *и* 8, *то есть на* 56; *третьей дроби числитель и знаменатель — на произведение* 7 *и* 5, *то есть на* 35; *тогда вместо первой дроби получится* $\frac{200}{280}$, *вместо второй* $\frac{112}{280}$, *вместо третьей* $\frac{105}{280}$, *кои будут равны прежним дробям. Сие известно в Арифметике под именем* ***приведения дробей к одному знаменателю***.

Можно также привесть разные части в одинаковые мелкие доли и следующим образом. Пусть будут предложены те же самые дроби $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$. *Перемножим все знаменатели между собою, от чего получится* 280. *Сие число показывать будет, в какие части единицы или меры все дроби приводить будем, то есть сколько частей равных в одной единице предполагать будем. Итак, найдем сколько сих частей в* $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ *частях единицы содержится. Каждая седьмая часть единицы будет содержать сих частей* $\frac{280}{7} = 40$, *а в пяти частях таких будет* $40 \cdot 5 = 200$; *пятая* *часть единицы будет содержать* $\frac{280}{5} = 56$*, а две таких части* 112*;* $\frac{1}{8}$ *часть единицы содержать будет* $\frac{280}{8} = 35$*, а* $\frac{3}{8}$ *будет содержать* 105*; по сему показанные дроби* $\frac{5}{7}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}$ *превратятся в дроби* $\frac{200}{280}, \frac{112}{280}, \frac{105}{280}$ *как и выше найдено: и когда много дробей в одинаковые части приводить должно, то сей второй прием бывает гораздо легче первого»* [1, §16].

Понять последнюю фразу удобно на фоне сложения дробей в предположении, что операции деления и умножения примерно равносложны. Пусть требуется найти

$$S = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \cdots + \frac{a_n}{b_n},$$

где для простоты положим числа b_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ не имеющими общих делителей.

Вычисление $B = \prod\limits_{j=1}^{n} b_j$, общее для каждого из двух приемов, требует $n-1$ умножений.

Первый прием заключается в формуле

$$S = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \left(a_k \cdot \prod\limits_{j \neq k} b_j \right)}{B}$$

и, очевидно, требует $T_1(n) = (n-1) + n \cdot (n-1) + 1 = n^2$ операций умножения и деления.

Второй же прием заключается в формуле

$$S = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{a_k B}{b_k}}{B}$$

и, очевидно, требует всего $T_2(n) = (n-1) + 2 \cdot n + 1 = 3n$ операций умножения и деления.

Таким образом, второй прием имеет временную сложность [3] на порядок меньше, чем первый приём. Вот что имел в виду Осиповский! Великий Эйлер даже не упоминает о первом приёме, который, кстати, наиболее привычен для современной средней школы. Преимущество $T_2(n)$ перед $T_1(n)$ начинается уже с $n = 4$.

Это, вероятно, наипростейшей пример сравнения нетривиальных алгоритмов решения одной и той же задачи по критерию временной сложности. Подробнее — в [4].

Список литературы

1. *Осиповский Т.Ф.* Курс математики. Т.I. – СПб, Импер. Академия Наук, 1802.
2. *Сушкевич А.К.* Материалы к истории алгебры в России / ИМИ. Выпуск IV. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1951, С.237–451.
3. *Ахо Ф., Хопкрофт Д., Ульман Д.* Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М.: «Мир», 1979.

4. *Барабанов О.О., Юлина Н.А.* Изложение основ арифметики и алгебры в учебниках Л. Эйлера и Т.Ф. Осиповского. Сходство и различие // История науки и техники, 2008.

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ В ГРУППАХ ЭЛИТНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Белецкая Н.В.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет)

119454 Москва, пр-т Вернадского, 78

Тел.: (495)4330355, e-mail: beletskaya@mirea.ru

Математическая компетенция студента технического университета, будущего инженера, специалиста — это знания, умения, навыки, а также способность их применять при разрешении проблем, возникающих в процессе профессиональной деятельности. Выработка компетенций начинается с повышения уровня мотивации к приобретению математического знания. Если при поступлении в группу элитного образования первокурсник, как правило, ориентируется на возможность учиться в группе студентов, равных ему по интеллектуальному потенциалу, а также на возможность изучить второй иностранный язык или получать повышенную стипендию, то на втором курсе этот же студент мотивирован совсем иными критериями. Он уже осознанно стремится к приобретению знаний по фундаментальным дисциплинам, как основе изучения специальных предметов; он понимает, что в этом процессе закладывается базис его будущей профессиональной карьеры. Наконец, на третьем и четвёртом курсе мотивации обретают ещё более высокое качество. Личностно-ориентированные технологии, которые используются в процессе работы со студентами элитных групп, приводят к тому, что студент уже не мыслит себя без таких элементов культуры, как чтение специальной литературы, самостоятельное изучение тех или иных математических вопросов. С удовольствием такие учащиеся участвуют в различных математических конкурсах — не для «галочки», а для удовлетворения своей внутренней потребности проявить себя именно при применении математического знания.

Одной из задач, стоящих перед преподавателями математических дисциплин, является выработка у студентов элитной группы устойчивых навыков самостоятельной работы. Для этого используется дифференцированный подход — студентам предлагаются задания различных уровней сложности, чтобы студент мог самостоятельно освоить тот уровень, который в настоящий момент ему по силам. В дальнейшем, при усвоении заданий низшего из предлагаемых уровней, студент может подняться на всё более и более высокие ступени. Здесь очень важную роль играет выработка правильного режима познавательного процесса. От преподавателя требуется показать студентам, как важны организационные аспекты познавательной деятельности для становления его (студента) как профессионала. Научить учиться — вот задача, которую с успехом можно реализовать именно в процессе обучения математике, особенно это относится к дисциплине «Математический анализ», которая является мощным средством формирования профессиональной структуры интеллекта студента.

В элитных группах применяются различные формы работы: традиционные лекционные курсы и практические занятия сочетаются с дополнительными занятиями по углублённому изучению курсов математических дисциплин, в том числе ведётся реферативная и научно-исследовательская работа. К сожалению, в наших вузах нет пока изобилия форм работы именно с одарёнными студентами, так как большая часть времени преподавателей уходит на «массового потребителя» знаний. Постепенно инструментом работы с хорошими, сильными студентами технических университетов, для которых математика не является основной специальностью, но которые её любят, становятся некоторые игровые формы, такие как олимпиады различных уровней, конкурсы, математические бои. Участие, а особенно победы в таких соревнованиях, повышают стремление студентов изучать математику.

Дополнительным стимулом к работе учащегося является разнообразие форм контроля процесса усвоения знаний. В этом плане также наряду с традиционными формами (контрольная работа, защита индивидуального типового расчёта) применяются дополнительные методы тестирования и контроля: это, во-первых, самостоятельные работы по каждой пройденной теме с экспресс-проверкой в день написания, разбором ошибок и определением рейтинга; во-вторых, коллоквиум по наиболее важным (или наиболее трудным) темам. Здесь хорошо зарекомендовала себя практика привлечения студентов старших курсов для участия в проверке работ и разборе ошибок.

В группах элитного технического образования реализуется расширенная по количеству часов и углублённая по содержанию программа изучения математических дисциплин. Таким образом, математическое образование в этих группах ведётся практически в течение всего времени обучения в университете.

Помимо традиционных курсов алгебры и геометрии (2 семестра), математического анализа (3 семестра), ТФКП (1 семестр), теории вероятностей (1 семестр), дискретной математики (1 семестр) в программу включены следующие семестровые курсы: вычислительная математика, основы теории управления, методы оптимизации, математические основы теории автоматов, математические основы защиты информации. Изучение этих дополнительных дисциплин позволяет студентам не только расширить свои представления о математической науке, но и получить реальный импульс для внедрения своих знаний в практическую область по своей специальности. Таким образом, происходит построение системы непрерывного математического образования, в процессе которого постепенно формируется устойчивое качество личности — научный стиль мышления.

Проходя с так называемыми «элитными» группами по ступеням системы математического образования, невольно делаешь наблюдение, что из года в год у студентов формируется всё более активная позиция по отношению к собственному образованию, вырабатывается навык самоорганизации обучения. С расширением математической эрудиции приходит умение моделировать различные процессы и видеть в них общие и различные черты. Происходит становление личностей, для которых общение с наукой и культурой (в том числе, с математической культурой) является естественной составляющей образа жизни.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ НЕПРЕРЫВНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ

Битнер Г.Г.

Казанский технический государственный университет им. А.Н. Туполева, филиал «Восток»

ул. Энгельса 127-а, 422981, Чистополь. Россия

e-mail: ggbitner@mail.ru

Математика в техническом вузе является методологической основой всего естественнонаучного знания, и система математического образования в вузе должна быть направлена на использование математических знаний при изучении общепрофильных и специальных дисциплин.

Акцент в системе целей образования переходит с совокупности знаний, умений и навыков на развитие личности, на формирование потребности в самообразовании и самоопределении в учебных и жизненных ситуациях. Развивающийся мир нельзя адекватно отразить сложившейся, традиционной системой образования. Образование должно стать непрерывным.

Принцип непрерывности является одним из основных принципов построения новой системы профессионального образования, которая позволяет учащемуся продолжить образование на всех жизненных этапах в связи с возможностями, потребностями личности, а также в связи с ситуацией на рынке труда. Кроме того, непрерывность образования решает проблему переподготовки кадров, повышения квалификации.

С этой точки зрения единство трех целей образования — обучение, воспитание, развитие — выглядят следующим образом:

- создание условий для наиболее полного усвоения личностью материальной культуры и духовных ценностей (образовательная цель);
- раскрытие внутренних потенций личности, организация помощи в ее (личности) движении по пути самореализации (развивающая цель);
- стимулирование познания человеком самого себя, выработки индивидуального стиля жизни и деятельности (воспитательная цель).

Цель образования реализуется в содержании. В связи с этим становится актуальной проблема исследования и формирования содержания профессионального образования и, в частности, содержания математического образования будущих инженеров. Содержание математического образования будущего инженера, являясь подсистемой более сложной системы содержания профессионального образования, формируется согласно логике исследования и построения содержания образования вообще, при этом учитывая свои специфические функции.

Методологические и методические аспекты проектирования содержания математической подготовки будущих инженеров должны отражать:

- фундаментализацию математической подготовки;
- гибкую дифференциацию содержания обучения;
- усиление профессиональной направленности процесса обучения;
- внедрение в учебный процесс новых педагогических технологий, средств обучения, активных методов, средств и форм обучения.

Анализ источников и факторов формирования содержания математической подготовки будущих инженеров позволяет определить основные противоречия, возникающие в процессе конструирования содержания:

- между динамичным развитием математической науки и временным ограничением учебного процесса;
- между высоким уровнем абстракции современных математических понятий и прикладной направленностью обучения математике инженеров;
- между требованием фундаментальности образования и низким уровнем подготовки абитуриентов, поступающих в технические вузы;
- между возросшими требованиями подготовки студентов технического вуза и нерешенностью проблемы достижения гарантированного уровня качества знаний выпускников;
- между востребованностью обществом и производством творчески мыслящегося и действующего специалиста и существующим в практике высшей технической школы подходом, ориентированным на усвоение знаний.

Разрешить эти противоречия, очевидно, можно посредством введения единой теоретико-множественной основы изучаемых математических дисциплин, а также повышения качества математической подготовки учащихся с целью формирования навыков самостоятельного изучения математической учебной и научной литературы, создавая условия, способствующие формированию математической культуры в соответствии с уровнем и содержанием профессиональной деятельности и индивидуальными способностями обучаемого.

О ВЛИЯНИИ ВИРТУАЛЬНОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ И КЛАССИЧЕСКОГО СПОСОБА ВЫПОЛНЕНИЯ АРХИТЕКТУРНОГО ПРОЕКТА ОТ РУКИ НА РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ СТУДЕНТОВ-АРХИТЕКТОРОВ

Боровиков М.В.
РУДН, группа ИАМ-201
e-mail: m-bor@mail.ru

В настоящее время в практике преподавания архитектурного проектирования существуют два способа выполнения архитектурного проекта: проектирование на компьютере с помощью CAD программ и выполнение проекта инструментами ручной графики. Оба эти метода продолжают использоваться в архитектурной практике и образовании, но компьютерное проектирование практически полностью заменило архитектурную графику. Однако это и не удивительно, оно обладает рядом неоспоримых преимуществ и напрямую отражает образ современной инфо-эпохи.

Некоторые люди ошибочно рассуждают о превосходстве одного способа над другим, когда на самом деле оба этих метода нужны и по-своему уникальны, но только на разных этапах проектирования.

Трудно говорить с большой достоверностью о степени влияния того или иного метода на выявление и развитие уникальных творческих способностей студента. Очень многое зависит от самого человека, его воображения, а способы реализации его идей всего лишь инструменты, использовать которые уже зависит от конкретного субъекта, его склонностей и психологии.

Если циркуль, линейка и перо были инструментами архитектора и инженера на протяжении многих веков и соответствовали тому времени, то компьютерная машина — это во многом такой же инструмент в наше время, только во много раз точнее и производительнее. Достаточно непроизводительная затея научиться чертить лучше и точнее чем машина, это актуально в былые времена, сегодня же человек может успешно соревноваться с машиной только в творческих фантазиях, используя инструменты ручной графики для поиска формы, силуэта, образа здания и формирования самой важной первоначальной идеи. Далее же, перенося ее в компьютерную среду CAD программ моделировать, делать более реальной и преобразовывать в законченный проект, который можно представить на конкурс, выставку, заказчику.

Работа с карандашом, пером, кистью и живым цветом, а также выполнение макетов напрямую связывают мозг душу и руки, заставляя человека думать, переживать, вкладывать свой потенциал, а главное она развивает творческие способности архитектора, помогая почувствовать истинную форму и пропорции. В то же время проектируя в компьютерных программах, студент, бесспорно, задействует и развивает свои способности, но это происходит уже немного на другом уровне — более механическом, человеку труднее что-то придумать и экспериментировать с формой, общаясь с машиной, она накладывает определенные ограничения на осуществление задуманного и позволяет реализовывать его в своем контексте. Но огромный плюс компьютерного проектирования — это экономия времени и сил: те вещи, на которые не стоит тратить силы — прямые линии, вычисление площадей, объемов и т. п. делает за тебя машина, и поэтому архитектору легче сосредоточиться на главном. При компьютерном проектировании на эскизной стадии проекта человек строит полную интерактивную модель здания, только виртуальную, а это помогает ему лучше ощущать форму, масштаб, и пропорции здания. Проектируя в системе электронных CAD программ, архитектор творчески мыслит и создает более цельное и подробное представление о проектируемом здании, более точно и современно показывая идею своего сооружения окружающим.

ДЕЯТЕЛЬНОСТНО-СМЫСЛОВАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Брейтигам Э.К.

Барнаульский госпедуниверситет

Барнаул, Молодежная, 55,

e-mail: bek@uni-altai.ru

Деятельностно-смысловая модель обучения математике в общеобразовательной и высшей школе является одним из вариантов реализации личностно ориентированной системы математического образования. Воплощение деятельностно-смысловой модели обучения предполагает построение соответствующей методической системы, целью которой является «понимающее усвоение» математики и развитие личности средствами математики. Под понимающим усвоением математики мы подразумеваем выполнение следующих условий: 1) целостность и системность усвоения содержания, включая его знаковое представление, 2) постижение различных аспектов смысла математических понятий (фактов) и 3) направленность процесса обучения математике на приобретение личностного опыта применения математики в конкретных ситуациях учебной и практической деятельности.

Целесообразность построения такой методической системы обусловлена противоречиями между:

- высоким уровнем абстракции содержания математических дисциплин вуза и недостаточным уровнем развития теоретического мышления студентов, что не позволяет им глубоко усвоить материал;
- объективным формализмом математического языка и необходимо-

стью осознанного усвоения теоретического материала, для его последующего применения и запоминания;
- высоким уровнем алгоритмизации математического знания, включая и способы организации его усвоения в школе и вузе, и принципом *недизъюнктивности психики,* состоящем в принципиальной несводимости психического к алгоритмическим процессам (А.В. Брушлинский и О.К. Тихомиров).

Преодоление указанных противоречий видится на путях построения фундаментальной математической подготовки на основе постижения *идей и смыслов* математических понятий и фактов. В обучении математике целесообразно учитывать ряд аспектов понятия «смысл». Первый — логико-семиотический, в соответствии с которым «смысл» есть содержание знакового выражения. Второй — структурно-предметный: «смысл» — система связей элементов структуры, позволяющая соотнести содержание каждого отдельного свойства с целостностью, выявить основные идеи понятия и установить содержательные связи между ними. Третий — личностный, отражающий субъективно устанавливаемые и личностно переживаемые связи между людьми, предметами и явлениями, окружающими человека, в частности, при изучении математики.

Главными проблемами организации усвоения учебного материала в деятельностно-смысловой системе обучения являются проблемы а) организации *совместной деятельности* (активного сотрудничества) преподавателя и ученика (студента) и б) смыслопередачи и смыслообразования. Психологами установлено: при решении задачи группой студентов *смыслопередача* выступает системообразующим механизмом совместной мыслительной деятельности этой группы. Важным в данном случае является создание условий для формирования учебной задачи по построению общего способа действия, для постижения учащимися (студентами) смысла математических понятий, смысла учебных действий, построения каждым учащимся собственной системы смыслов всей ситуации усвоения нового знания, развития собственной личности, в частности, на материале конкретной предметной области.

Ведущей *формой* организации обучения в деятельностно-смысловой методической системе является организация учебно-познавательных ситуаций, центральным звеном которых служит *учебная задача* на постижение смысла изучаемого явления, на смыслопорождение и смыслопередачу. Задачи «на смысл» направлены на выявление идеи понятия, его происхождения, на введение и историю его обозначения (логико-семиотический аспект смысла), на геометрический или физический «смысл» понятия, на выявление ситуаций и границ его возможного применения. Решение подобных задач способствует развитию теоретического мышления студентов средствами математики, так как достаточно часто связано с выполнением небольшого теоретического исследования, лабораторной или практической работы, учебного проекта. При этом, как показывает опыт, особого внимания требуют следующие приемы учебно-познавательной деятельности:

а) поиск в предыдущем опыте и использование «похожего» понятия для изучения нового (верификация, сравнение, абстрагирование);

б) совместный поиск возможных интерпретаций понятия после введения определения;
в) целенаправленное построение образа изучаемого понятия;
г) рефлексия приобретенного знания и выявление перспективы развития и применения понятия.

МЕТОДИКА ИНТЕГРАЦИИ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ В УНИВЕРСИТЕТЕ — ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ

Бровка Н.В.

БГУ

220034 Беларусь, Минск, ул.Захарова, д.24 кв.29

Тел.: 2101116 (дом.), e-mail: n_br@mail.ru

Одним из путей комплексной реализации задач образования является педагогическая интеграция. Проблему интеграции в образовании в самых различных ее аспектах исследовали И.Д. Зверев, В.Н. Максимова, В.С. Леднев, В.И. Загвязинский, М.Н. Берулава, А.Я. Данилюк, В.П. Яковлев, Н.К. Чапаев, Г.Ф. Федорец, О.В. Сюткина, А.И. Момот, Г. Нойнер, Б.А. Ахлибинский, С.А. Шапоринский и другие. В РБ среди приоритетных направлений развития системы педагогического образования основное место занимает совершенствование содержания образования, предполагающее разработку нового учебно-методического обеспечения. Тем самым становится актуальной проблема исследования интеграции теории и практики обучения в предметном поле изучения конкретных вузовских дисциплин.

Под интеграцией теории и практики обучения студентов мы понимаем целенаправленное объединение в целое, согласование и упорядочивание теоретических положений и способов практической деятельности в обучении студентов математике.

Формированию целостного математического мышления может способствовать методика интеграции теории и практики обучения математике посредством усиления междисциплинарных и внутридисциплинарных связей при изучении каждой из содержательно-методических линий учебного курса математического анализа.

Систематизация, классификация, выделение существенных характерных свойств в математических объектах является естественным проявлением диалектического единства и взаимосвязи теории и практики в математическом знании. Расширение области рассматриваемых реальных объектов влечет уточнение уже известных понятий, а также существенную перестройку целостного знания об изучаемом явлении. В процессе обучения это находит свое отражение в интеграции теории и практики, которая предполагает проектирование содержания в соответствии с принципами преемственности, внутреннего соподчинения и разносторонности изучаемых математических объектов.

Примером реализации методики интеграции теории и практики обучения может служить введение такого фундаментального понятия курса математического анализа как «интеграл». Наличие в курсе анализа достаточно большого количества определенных интегралов создает зачастую у студентов впечатление беспорядочности и нагромождения теоретического материала, который трудно понять.

С целью формирования у студентов умений ориентироваться в способах систематизации и классификации математических объектов, учебный материал по этому разделу целесообразно сначала вводить конкретно-индуктивным способом, начиная с понятия определенного интеграла как площади криволинейной трапеции, и двигаясь вперед по пути обобщения множеств интегрирования. Это приводит к двойным, тройным, n-кратным, а также к криволинейным и поверхностным интегралам. При таком подходе рассматриваются жордановы множества интегрирования, и для всех случаев сохраняется один и тот же алгоритм построения соответствующего интеграла. Этот алгоритм включает пять стандартных шагов, предполагающих построение интегральной суммы, соответствующей разбиению области интегрирования, и переход в этой сумме к пределу. При этом тип определяемого интеграла детерминируется структурой множества интегрирования, а также тем, какие объекты взяты в качестве элементов разбиения.

Второй способ изучения этого материала — абстрактно-дедуктивный, и представляет собой введение всех рассматриваемых типов интегралов посредством аппарата дифференциальных форм. «Дифференциальные формы» — одна из трудных, абстрактных, с высокой степенью общности тем курса высшей математики, которая являет собой пример реализации междисциплинарных связей математического анализа и полилинейной алгебры. Введение аппарата дифференциальных форм позволяет определять криволинейные интегралы как интегралы вдоль кривой от дифференциальных форм первой степени, а поверхностные интегралы — как интегралы по ориентированной поверхности от дифференциальных форм второй степени. Из формулы Стокса, сформулированной в общем случае для k раз непрерывно дифференцируемой дифференциальной формы степени $p-1$, как частные случаи при различных значениях k и p вытекают формулы Ньютона–Лейбница, Грина, Стокса–Грина и Остроградского–Гаусса.

Сочетание различных способов изложения материала дает возможность проиллюстрировать многогранность способов и форм изучения математических понятий, а также проследить взаимосвязь различных областей математического знания. Оба подхода позволяют систематизировать изучаемый материал, поскольку в обоих случаях несколько изучаемых математических объектов (разные типы интегралов) объединены единым подходом к их введению в направлениях от частного к общему и от общего к частному. Описанные способы изучения учебного материала отражены в учебно-методических пособиях для студентов механико-математического факультета БГУ.

О ГРИФОВАНИИ УЧЕБНИКОВ И УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ

Будак А.Б.

МГУ, факультет ВМиК

e-mail: abbudak@cs.msu.su

В данном сообщении мы остановимся на особенностях присвоения грифа учебника или учебного пособия представляемым в Научно-методический совет по математике рукописям. Следует отметить, что после опубликования отчета автора о рассмотренных рукописях и книг за период 2001–2005 гг. в материалах выездного заседания НМС по математике в январе 2006 г. в г. Набережные Челны Научно-методический совет по математике за период только 2006–2007 гг. рассмотрел значительно больше рукописей и книг, чем за предыдущие 5 лет.

Отчасти это было, быть может, связано с тем, что с начала 2007 г. учебным изданиям уже не присуждается гриф Министерства образования и науки Российской Федерации. НМС по математике рассматривает рукописи или вновь написанных, или переиздаваемых книг по представлению запроса от того или иного издательства из самых различных регионов России, а иногда и некоторых стран СНГ по представлению гарантийного письма об оплате работ по их рецензированию. Важно отметить, что практически во всех случаях, когда присланные в НМС по математике рукописи и книги сопровождаются положительными отзывами НМС в обязательном порядке направляет их на дополнительное рецензирование. Довольно часто случается, что при этом рецензировании выявляется довольно много недостатков, поэтому авторам приходится дорабатывать или, быть может, совсем перерабатывать свои рукописи.

Тем не менее, многие работы, доработанные авторами (иногда это приходится делать более одного раза), в конечном итоге получают гриф НМС по математике или до декабря 2006 г. получали рекомендацию НМС о присвоении грифа Министерства образования и науки.

Наиболее часто последнее время в НМС по математике по поводу грифования обращались издательства: «ООО ФИЗМАТЛИТ», «ООО АКАДЕМИЯ» (Москва), «ООО ЛАНЬ» (Санкт-Петербург) и ряд других.

Положение о грифе НМС по математике было принято в 2005 году, оно предполагает выполнение тех же требований к рукописям, что для грифа Минобрнауки. Виды грифов следующие (в порядке убывания значимости) «Рекомендовано Минобрнауки или НМС по математике в качестве учебника для студентов соответствующих направлений и специальностей», «Допущено Минобрнауки или НМС по математике в качестве учебника для студентов соответствующих направлений и специальностей», «Рекомендовано Минобрнауки или НМС по математике в качестве учебного пособия для студентов соответствующих направлений и специальностей», «Допущено Минобрнауки или НМС по математике в качестве учебного пособия для студентов соответствующих направлений и специальностей».

В большинстве случаев для рукописей, издаваемых впервые или не имевших ранее какой-либо гриф, НМС по математике или рекомендовало Минобрнауки, или присваивал гриф «Допущено в качестве учебного пособия».

В ряде случаев НМС по математике так и не решал вопрос о присуждении или собственного грифа, или о ходатайстве о присуждении грифа Минобрнауки. Причинами являлись: или отказ авторов от доработок рукописей (даже иногда при в общем положительном отзыве НМС), или когда при полученном грифе «Допущено в качестве учебного пособия», а затем желании авторов переиздать книгу с грифом «Рекомендовано в качестве учебного пособия», в книге выявлялось слишком большое количество некорректностей, ошибок (даже после неоднократного учета высказываемых замечаний) и переписывание ряда страниц из ранее изданных книг других авторов.

Таким образом, Научно-методический совет по математике Министерства образования и науки Российской Федерации ответственно подходит к оценке качества той или иной рукописи или книги при решении вопроса о присуждении ей соответствующего грифа.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ СТУДЕНТАМ-ПСИХОЛОГАМ

Велько О.А.

Минск, РБ, Минский Институт Управления

Связь психологии и математики в последние годы становится всё более тесной и многоплановой. В связи с потребностями развития, как теории психологии, так и её экспериментальных и прикладных направлений возрастает интерес к использованию математических методов для описания и анализа тех явлений, которые она изучает, наблюдается стремление выражать открываемые законы в математической форме. Современная практика показывает, что психолог должен не только оперировать методами математической статистики, но и представлять предмет своей науки с точки зрения «царицы наук», в противном случае он обречен быть носителем тестов, выдающих готовые результаты без их осмысления.

Проблема методов исследования занимает в психологии исключительно важное место. Рассмотрим основные математические методы и дадим методические рекомендации по их применению в психологии и преподаванию студентам-психологам.

Методы математической статистики. Применяются при обработке эмпирического материала и направленны на анализ сложных многофакторных структур. Всё многообразие задач, с которыми приходится сталкиваться экспериментатору при проверке гипотез, можно свести к: а)выявлению различий в распределении переменной в разных группах испытуемых; б)проверке совпадения эмпирических результатов с ожидаемыми теоретическими; в)обнаружению влияния фактора на распределение переменной;

Использование *коэффициентов корреляции* в психологических исследованиях насчитывает уже почти столетнюю историю, и в основном они применяются в следующих случаях: 1)для проверки гипотезы о связи различных явлений и переменных: социальных, социально-психологических и психологических, психических и психофизиологических, психофизиологических и физиологических; результаты таких исследований помогают составить системную картину психических явлений и явлений окружающего мира, 2)в психодиагностике для определения надежности и валидности теста, при создании и адаптации психологических методик, 3)в методе репертуарных решеток Келли для определения связей между конструктами индивидуального сознания, 4)в факторном анализе.

Главной задачей в *однофакторном ДА* является определение отношения вариативности (дисперсии), обусловленной действием независимой переменной (фактора) к случайной вариативности, обусловленной влиянием всех неизвестных факторов (т.н. F-отношение или F-критерий).

Регрессионный анализ (далее — РА) — это статистический метод изучения изменения значений одной переменной от изменения значений другой переменной на единицу измерения. Однако, в отличии от коэффициента корреляции и дисперсионного анализа РА дает ответ на один очень важный вопрос: как изменится значение одной переменной, если значение другой переменной изменилось на некоторое количество единиц ее измерения. Такого рода задача может возникнуть в том случае, если необходимо знать какой тестовый балл окажется у испытуемого по тесту А, если нам известен его тестовый балл по тесту Б и насколько возрастет (уменьшится) тестовый балл данного испытуемого по одному тесту, если изменится тестовый балл по другому. В качестве еще одного примера применения РА можно привести следующие задачи: 1)насколько изменится спрос на товар, если общее время показа рекламы по телевидению увеличится на определенное количество минут, 2)насколько точно можно оценить успеваемость по интеллекту, 3)как изменится самооценка подростка, если его социометрический статус возрастет, 4)как зависит оценка студента на экзамене от успеваемости в течение семестра.

Факторный анализ (далее — ФА) — комплекс аналитических методов, позволяющих выявить скрытые (латентные) признаки какого-либо явления или события, его внутреннюю структуру. Возникновение ФА было связано с одной стороны с осознанием того, что множество явлений психологического или социального характера имеет сложную природу, а с другой стороны, с внедрением статистических методов в общественные науки. Немалая заслуга внедрения ФА в психологию принадлежит Р.Б. Кеттелу и Г.Ю. Айзенку, создавшим на основе применения этого метода факторные теории личности.

Вариационный анализ связан с оценкой влияния целого ряда факторов (независимых переменных). Этот метод применяется почти во всех областях психологии.

Математическое моделирование. Если статистические методы используются для подытоживания данных эксперимента и проверки статистических гипотез, то математическое моделирование может быть охарактеризовано, как опосредственное теоретическое и эмпирическое исследование объекта, при котором изучается не сам объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система. Математические модели применяются для исследования широкого круга психических процессов. Можно ожидать, что исследование методов математического моделирования в психологии позволит более четко и однозначно определить процессы памяти, восприятия, мышления, творчества, игры и др.

Методы теории информации нашли большое распространение в исследованиях процессов обнаружения, различения и опознания человеком сигналов, переработки им информации в ситуации выбора, решения некоторых задач, деятельности операторов в системах «человек-машина» и.т.д. Теория информации возникла как статистическая теория связи, использующая теоретико-вероятностные представления. В ней ставилась задача количественного измерения сообщений, представленных по каналу связи, и был формализован лишь тот аспект понятия информации, который характеризуется снятой неопределенностью.

В настоящее время всё большее распространение получает так называемый ***системный метод*** или системный подход к анализу чрезвычайно широкого класса объектов, начиная от формальных структур, разрабатываемых в математике, и кончая социальными явлениями и процессами. Использование таких методов и такого формального аппарата, которые не игнорируют всей сложности, присущей рассматриваемой системы: взаимосвязи между большим числом факторов, определяющих ее поведение; неопределенности поведения системы в целом и составляющих ее частей; развития системы, обусловленного изменением свойств составных частей и условий существования системы.

Мы рассмотрели основные математические методы, применяемые в психологии и рекомендуемые к преподаванию студентам-психологам. При использовании того или иного математического метода психолог должен соблюдать некоторые методологические принципы: обеспечивать органическую связь всех этапов исследования друг с другом; обеспечивать однородность изучаемой совокупности объектов; выполнять некоторые правила интерпретации результатов анализа и т.д. Это даёт возможность сделать более понятным цель применения того или иного метода в психологическом исследовании.

Список литературы

1. *Гласс Дж., Стэнли Дж.* Статистические методы в педагогике и психологии. – М.: Прогресс, 1976. – 495 с.
2. *Сидоренко Е.В.* Методы статистической обработки экспериментальных психологических данных. – Л.: Социально-психологический Центр, 1996. – 346 с.
3. Словарь-справочник по психологической диагностике / Бурлачук Л.Ф., Морозов С.М.; Отв. ред. Крымский С.Б. – Киев: Наук. Думка, 1989. – 200 с.
4. *Суходольский Г.В.* Основы математической статистики для психологов – Л.: ЛГУ, 1972. – 429 с.

5. *Франселла Ф., Баннистер Д.* Новый метод исследования личности. – М.: Прогресс, 1986.
6. *Шошин П.Б.* Психологические измерения. Ч.1. – М.: МГУ, 1989. – 56 с.

ДВЕ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЕ

Владимирцева С.А.

БГПУ (Барнаул)

656031, Барнаул, ул. Ядринцева, д. 130, кв.5

Тел.: 8-3852268530, e-mail: vladisvet@bk.ru

Формирование у детей научных понятий и их систем является одной из важнейших задач обучения в школе, так как именно понятия выполняют ряд функций, способствующих познанию человеком окружающего мира. Психологи (Л.С. Выготский, Л.М. Веккер, М.А. Холодная и др.) считают, что формирование понятийного мышления закладывает основу развития личности и её отношений с окружающим миром. Для того чтобы правильно организовать изучение математических понятий в школе, учитель должен владеть теоретическими основами данного процесса, прежде всего, он должен иметь представление о структуре формируемого понятия, а также располагать соответствующей ориентировочной основой деятельности.

Теоретические основы процесса изучения математических понятий излагаются в вузовском курсе методики на основе трактовки сущности понятия, заимствованной в традиционной логике. Она характеризуется следующими положениями: термин «понятие» применяется для обозначения мысленного класса объектов реальной действительности и нашего сознания; каждое понятие объединяет в себе класс объектов — объём данного понятия, и характеристические свойства, присущие всем объектам данного класса и только им; содержание понятия раскрывается его определением. Данную трактовку категории понятия мы назвали объектной. Под её влиянием процесс формирования математических понятий сводится к анализу объектов из объёма нового понятия с целью выявления их существенных свойств. Содержание понятия состоит из конечного множества «существенных свойств», которые составляют определяющий признак. В итоге получается, что содержание понятия зависит от того, какое определение выбрано, то есть содержание носит субъективный характер. Объём понятия состоит из тех наглядных образов, которые возникают в сознании человека под влиянием изучения понятия. Образование понятия отождествляется с усвоением его определения. В связи с этим в методике существует точка зрения, что формирование понятия — кратковременный акт. Более того, вслед за формальной логикой определение рассматривается как некая «операция» — действие, которому нужно учить. Исходя из такого понимания определения, много усилий в практике обучения предпринимается для того, чтобы подвести детей к «открытию» определения понятия.

Объектная трактовка категории понятия, начиная с Л.С. Выготского, не раз подвергалась критике со стороны психологов. В частности, отмечалось, что при таком подходе к пониманию сущности понятия, основное внимание уделяется формированию умений отличать одно понятие от другого, подводить объекты под понятие. При этом в стороне остаются важнейшие компоненты понятия, на основе которых осуществляется мышление в понятиях, которые помогают применять понятие в познавательной деятельности. Представители теории познания В.С. Швырёв, В.А. Лекторский и др. отмечали, что по «объектному» типу (на основе рассмотрения объектов реальной действительности) образуются, например, естественнонаучные понятия. Теоретические понятия, к которым относятся математические понятия, образуются на основе *исследования* некоторого идеализированного объекта. В процессе его изучения возникает система суждений, которая с течением времени логически упорядочивается. Определение служит начальным звеном этого упорядочения. Очевидно, что подобная трактовка сущности понятия существенно отличается от объектной.

Нам удалось построить логическую модель математического понятия, которая служит подтверждением того, что математическое понятие является носителем всей информации о соответствующем математическом объекте, которая взаимосвязана и логически упорядочена. Именно вся эта информация и составляет содержание понятия. Объём понятия состоит из понятий, которые «у́же» данного. Такую трактовку категории понятия мы назвали логико-информативной. Содержание понятия с точки зрения логико-информативной трактовки объективно и потенциально бесконечно. От выбора определения зависит не содержание понятия, а форма логического упорядочения накопленной информации, то есть соответствующая теория. Образование понятия протекает в течение всей жизни человека. Важнейшее значение при этом играет математический объект, изучение которого и приводит к образованию нового понятия. Математический объект и понятие — разные категории. Ещё Г. Фреге замечал, что понятие — это не вещь.

Формирование математического понятия рассматривается нами как процесс совместной деятельности учителя и учащихся, направленный на усвоение содержания понятия и способов деятельности с ним. Традиционно схема формирования математического понятия направлена на усвоение его определения. Основными этапами формирования понятия с логико-информативной точки зрения становятся *введение понятия* (на самом деле — введение математического объекта, который подлежит исследованию) и *изучение содержания понятия.*

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОГО КУРСА «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА», ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО РАЗВИТИЕ СОВРЕМЕННОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО СПЕЦИАЛИСТА

Власов Д.А., Монахов В.М.

Московский Государственный Гуманитарный Университет имени М.А. Шолохова

e-mail: DAVlasov@yandex.ru

В современных условиях уже стало недостаточно ориентироваться на традиционные учебные курсы и методическое обеспечение учебного процесса. Одним из методологических оснований становится *теория педагогических технологий (В.М. Монахов)*, а так же технологическая реализация закономерностей дидактического единства содержательной и процессуальных сторон обучения.

Цель данной статьи — раскрытие механизмов проектирования новых учебных курсов в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта.

В настоящее время университеты осваивают Государственные стандарты профессионального образования, содержащие новую образовательную область «Прикладная математика» (специальности «Прикладная информатика», «Финансы и кредит», «Государственное и муниципальное управление», «Мировая экономика») состоящую из «Линейного программирования», «Теории игр», «Исследования операций». Прикладные математические дисциплины имеют исключительно важное значение как для процесса формирования профессиональной компетентности будущих специалистов в процессе обучения, так и для их последующей профессиональной деятельности.

Цель единого курса «Прикладная математика» — развитие профессиональной компетентности будущих специалистов в аспекте экономико-математической культуры. При проектировании учебного курса «Прикладная математика» нами использованы следующие *принципы интеграции*: **унифицированность математических моделей**, используемых в курсах «Линейное программирование», «Теория игр», «Исследование операций»; **единство понятийно-категориального аппарата** и **универсальность системы математических методов** внутримодельного исследования; **взаимосвязанность систем задач**, как результат проектирования блока технологической карты «Дозирование»; **интеграция трех групп микроцелей** и **оптимизация полученной единой системы микроцелей**, образующих блок технологической карты «Целеполагание»; **создание общего мониторинга контрольно-измерительных**

материалов как результат проектирования блока «Диагностика» технологической карты; единая система типичных ошибок на базе блока «Коррекция» технологической карты.

Остановимся на технологических процедурах проектирования интегрированного курса «Прикладная математика» и рассмотрим **спектр методических проблем**, связанных с принципиальными вопросами разработки *процедурной схемы проектировочной деятельности* по созданию учебного курса «Прикладная математика». Как результат теоретических исследований нами выделен перечень принципиальных признаков технологического подхода, которые являются методологическим основанием построения теоретической модели курса «Прикладная математика».

Процедура I. Анализ стандартов и выявление роли и места курса прикладной математики в профессиональном становлении будущих специалистов.

Процедура II. Определение тематической структуры курса «Прикладная математика».

Процедура III. Детализация учебных тем курса по совокупностям учебных элементов.

Процедура IV. Проектирование *целевого компонента* учебного курса «Прикладная математика».

Процедура V. Проектирование *диагностического компонента* учебного курса «Прикладная математика».

Процедура VI. Проектирование *содержательного компонента* учебного курса «Прикладная математика».

Процедура VII. Конструирование *технологических карт* учебного курса «Прикладная математика».

Процедура VIII. Интеграция курса «Прикладная математика» (по различным уровням).

Процедура IX. Создание *электронной энциклопедии* «Прикладная математика».

Процедура X. Реализация комплекта технологических карт в реальном учебном процессе (педагогический эксперимент).

Процедура XI. Аналитическая работа с результатами диагностик.

Процедура XII. Создание нового информационно-методического обеспечения курса «Прикладная математика» в IT-образовании.

Процедура XIII. Экспертиза информационно-методического обеспечения курса «Прикладная математика» в условиях IT-образования.

Проектирование курса «Прикладная математика» предполагает *эволюцию методической системы преподавания* в условиях IT-образования. Формирование современной профессиональной компетентности должно стать целевой функцией всего процесса подготовки специалистов в вузах.

Целью курса «Прикладная математика» является *формирование основных компонентов профессиональной компетентности будущего специалиста* в соответствии с Государственным образовательным стандартом, которое невозможно без: **освоения** студентами основ прикладного математического аппарата (необходимых для решения теоретических и практических задач оптимального управления и прогнозирования); **развития** навыков логического и алгоритмического мышления; **привития** умения самостоятельно изучать прикладную математическую литературу; **освоения** приёмов внутримодельного исследования и решения математически формализованных задач; **выработки** умения *моделировать* реальные процессы в сфере экономики, т.е. уметь проводить внутримодельное исследование; **повышения** общего уровня прикладной *математической и экономической культуры.*

Новая образовательная область «Прикладная математика» (ГОС) рассматривается как результат *перепроектирования и оптимизации логической структуры системы микроцелей* традиционного курса. Она трактуется нами как *рабочее поле* формирования современной профессиональной компетентности при подготовке будущего экономиста, заданная на языке математической деятельности.

Нами разработанна единая *система микроцелей*, позволяющая объединить три раздела прикладной математики («Линейное программирование», «Теория игр», «Исследование операций») на базе единой и универсальной системы понятийно-категориального аппарата формирует последовательность разделов прикладной математики, обеспечивающей необходимую профессиональную компетентность будущего специалиста.

Список литературы

1. *Монахов В.М., Власов Д.А.* Роль прикладной математики в формировании современной математической культуры будущего информатика-экономиста/ Современные проблемы преподавания математики и информатики: материалы научно-методической конференции, в 3 ч. с.49–55, 2006 г.
2. *Монахов В.М., Власов Д.А.* Модель интеграция знаний в курсе «Прикладная математика»/ Актуальные проблемы математики, информатики и экономики. – М.: изд. МФЮА, 2005 г.
3. *Власов Д.А., Монахов В.М.* Математические модели и методы внутримодельных исследований. – М.: «Альфа», 2007 г.

ПРОБЛЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ В РИЖСКОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Володко И.М., Черняева С.В., Эглите И.В.

Рижский технический университет, кафедра инженерной математики

ул. Межа 1/4, г. Рига, LV-1048, Латвия

e-mail: `matem@cs.rtu.lv`

В работе анализируются три составляющие организации процесса обучения высшей математике в Рижском техническом университете:

– предыдущая подготовленность студентов;
– стиль обучения;
– возрастные особенности.

Первые две составляющие особенно актуальны для студентов дневной формы обучения.

Учитывая тенденцию к снижению качества математической подготовки выпускников школ, а также отсутствие у них навыков самостоятельной работы, очевидно, что повышение качества обучения возможно лишь за счёт новых форм и методов организации педагогического процесса. Студенты очень часто ориентированы на овладение навыками и знаниями в конкретной специальности, скептически, либо даже негативно относясь к высшей математике. За последние годы в Рижском техническом университете сокращено учебное время, предусмотренное учебными планами для фундаментальных дисциплин, в том числе — высшей математики:

– 527 часов, 4 семестра в 1985 г.;
– 384 часа, 4 семестра в 1989 г.;
– 144 часа, 2 семестра в настоящее время.

Однако содержание курсов изменилось мало. Поэтому на преподавательский состав ложится дополнительная нагрузка — обучая высшей математике, необходимо разъяснять и те понятия математики, которые нужно было бы освоить в средней школе. На первом практическом занятии проводится тестирование по элементарной математике, чтобы выявить тех студентов, которым необходимы дополнительные занятия. С точки зрения администрации университета — необходимо обучать тех студентов, которых имеем.

Основной метод преподавания — лекция, где главный упор делается на практическое применение теоретической информации. Задача преподавателя разъяснить студентам, что курс высшей математики для будущих инженеров является основополагающим в их последующих специальных курсах.

На практических занятиях у преподавателя появляется возможность варьировать методы обучения. Как показывает опыт, особенно эффективен групповой метод, который дает не только положительные результаты в обучении, но и в формировании у студентов всевозможных социальных компетенций. При делении студентов на группы, необходимо в одну группу включать студентов с различными стилями обучения. Преподаватель находится все время в движении, контролируя и направляя каждую группу. Подход имеет следующие достоинства:

– обычно решается большее количество примеров;
– студенты лучше понимают изучаемый материал, объясняя решение задач другим студентам;
– менее способные студенты получают навык работы в группе и стимул к самостоятельной работе;
– преподаватель получает возможность пояснять решение задач тем, кому это необходимо.

При этом необходимо умение преподавателя быть рядом, а не выше, потому что у каждого есть какая-то область, в которой он более знающий, чем другие. Умение преподавателя настроить аудиторию для активной работы, зависит также от удерживания правильной дистанции со студентами. Свободная атмосфера не смеет превращаться в фамильярность, преподавателю нужно избегать вопросов личного характера.

В работе рассматриваются возрастные особенности процесса обучения высшей математике, которые характерны для вечерней и заочной форм обучения, а также магистратуры. Взрослым, чтобы начать процесс обучения, необходимо преодолеть как бытовые, так и психологические барьеры. Взрослая аудитория более мотивирована, умеет самостоятельно учиться. В работе преподавателя со взрослой аудиторией включаются такие звенья:

– выяснение уровня знаний студентов;
– осознание проблем, которые появляются из-за недостаточных знаний;
– планирование работы по результатам оценки знаний;
– выбор для всех приемлемых форм обучения.

Необходимо конкретно формулировать цели программ курсов высшей математики, учитывая различный уровень подготовленности студентов, разнообразить методы преподавания и акцентировать связь осваиваемого теоретического материала с его практическим применением.

СОСТОЯНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИКО-УПРАВЛЕНЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ В ЛАТВИЙСКОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Воронова И.С., Петтере Г.Я.

Рижский Технический университет

Латвия, Рига, Кальку 1

Тел.: +371 7089324, Факс: +371 7089490, e-mail:
irina.voronova@rtu.lv, gaida@latnet.lv

В Латвийской республике обучение производится по 743 программам различного уровня, 26,7% это программы социальных наук, коммерции и права. Каждый второй студент из 129,5 тыс. человек обучающихся в Латвии обучается по программам, относящимся к данной группе и 68% из них это женщины. Государственное финансирование обучения по данной группе составляет только 8%. Все программы этой группы имеют аккредитацию на 6 лет. Несмотря на то, что организация образовательного процесса в Латвийской республики в соответствии с 11 критериями Болонского процесса в 2007 году была оценена на 4 балла по 5 бальной шкале, имеются проблемы в преподавании и освоении математических предметов студентами экономико-управленческого профиля. Для понимания сложности данного вопроса следует учитывать ряд обстоятельств внешней и внутренней среды. В первую очередь это факторы, происходящие из внешней среды, которые можно подразделить на две группы: факторы социально-экономической среды непрямого и прямого влияния на уровень начальной математической подготовки. К числу факторов непрямого воздействия на предмет исследования авторы относят изменения условий жизни (например, компьютеризация), тенденции гуманизации образовательных процессов экономико-управленческого профиля и гуманитаризации математического образования.

К факторам прямого влияния можно отнести: снижения требований в области математической подготовки в школах, экзамен по математике не является обязательным государственным экзаменом при окончании средней школы, вместо него сдаются обязательные зачеты по математике и прикладной информатики, а также различия в требованиях при зачислении на специальности экономико-управленческого профиля бакалаврата (академической и профессиональной) и колледжа. Например, 2007 году 7,63 % от сдававших зачет по математике получил оценку менее 4 баллов, 41,14% — 4–5 баллов, 32,52% — 6–7 баллов и 18,71% — 8–10 баллов. 64,6% от общего количества сдававших обязательный зачет по математике сдавали и централизованный экзамен по математике. Распределение результатов по уровням следующее: A (высший) — 4,7%, B — 16,42%, C — 22,98%, D — 25,71%, E — 18,25%, F — 11,50% и 0,40% не получили оценки. Результаты в области математического образования за 2004–2007 годов не претерпели изменений. При обучении математических дисциплин приходиться учитывать и то обстоятельство, на основе каких критериев происходит зачисление на специальности данного профиля. Вузы имеют право в правилах приёма указывать свои критерии. В правилах приема на 2008 год на анализируемый профиль учет знаний и умений по математике очень разный: от нулевого до учета с различным коэффициентом результатов централизованного экзамена по математике в целом или его частей. Например, к числу первых относится Высшая школа бизнеса Turoba, осуществляющая подготовку по профессиональным программам, учитывающая только сертификаты по государственному и иностранному языкам. Высшая банковская школа так же осуществляющая подготовку специалистов только по профессиональным программам, принимает выпускников, имеющих еще и сертификат по математике. При зачислении на академические и профессиональные программы крупнейшие государственные вузы Латвии (ЛУ, РТУ) учитывают результаты сертификатов по математике как составляющую средневзвешенной оценки с большим коэффициентом значимости, чем оценки по языкам. Факторы внутренней среды подразделяются на количественные и качественные. Количественные факторы внутренней среды тесно связаны с факторами внешней среды. Количество кредитных пунктов выделяемых на математические дисциплины связаны со стандартами тех или иных профессий (в случае профессионального образования) и требований по формированию учебных программ устанавливаемых Сенатами университетов. Например, удельный вес дисциплин математического профиля (включая информатику) колеблется от 2,5% до 30% в зависимости от уровня программы. В программах академического профиля количество кредитных пунктов предметов математического блока увеличивается по сравнению с профессиональными программами и удельный вес дисциплин математического блока возрастает. Например, в программе первого профессионального уровня «Финансы и бухгалтерия» (Turoba) включен только один курс математического блока «Финансовая математика» (2 KP, 2,5% от общего объёма программы). В свою очередь в академической программе «Предпринимательство и управление» (РТУ) имеется 4 курса математического блока, что составляет 19,2% от общего объема программы. При продолжении студентами обучения по магистрантской программе данного профиля в РТУ объем обучения по предметам математического блока составляет 10,4%. К факторам качественной среды, влияющим на обучение математическим предметам, авторы относят наличие в программах обучения математических предметов аналитического и исследовательского уровней, а также курса по моделированию экономических процессов. Качественная разработка методики обучения студентов моделированию экономических процессов является средством реализации интегративной функции математики и, в конечном счете, позволит студентам решать профессионально ориентированные задачи экономического содержания.

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СПЕЦИАЛИСТА НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Габова О.В.

Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова, филиал в г. Анапа

e-mail: gabova1@yandex.ru

Профессиональная компетентность специалиста как педагогическая проблема возникла в конце XX столетия. Изначально «термин компетентность» употреблялся для выражения высокого уровня квалификации и профессионализма специалиста. Понятие профессиональной компетентности и ее частных видов рассматривалось в работах Т.Г. Браже, Е.В. Бондаревской, Н.В. Кузьминой, А.И. Нижникова, А.К. Марковой, Н.Х. Розова и др.

Формирование современной профессиональной компетентности, органически включающей компонент математической культуры, должно стать целевой функцией всего процесса подготовки менеджеров. Развитие экономико-математической культуры как инновационного компонента профессиональной компетентности в современных условиях необходимо, так как экономико-математическое образование и экономико-математическая культура составляют стержень научного знания, и значение математики как инструментальной основы фундаментальных и прикладных исследований постоянно возрастает.

Для современного образования актуально не просто передать слушателям определенную сумму знаний, но, самое главное, сформировать у них внутренне упорядоченную структуру и связь с понятиями и умениями. Широкое использование математики для решения прикладных задач — характерная особенность нашего времени.

Новая концепция высшего образования, включающая переосмысление как содержательной компоненты на основе фундаментализации и гуманитаризации, так и структурной его части — переход на многоуровневую подготовку специалистов, подчеркивает необходимость коренного изменения как преподавания так и технологии обучения в целом. Среди многих побудительных причин технологизации процесса преподавания — низкая познавательная активность студентов и отсутствие ориентации на будущую профессиональную деятельность.

Процесс стандартизации образования, протекающий сегодня в высшей школе, обусловлен современными требованиями общества к развитию профессиональной компетентности будущего специалиста. В методической системе подготовки будущего менеджера стандарт призван усилить интегративную функцию образования.

Это находит отражение в целях и задачах содержания обучения и воспитания студентов при усилении прикладного потенциала курса математики в системе подготовки по специальности 080504 Государственное и муниципальное управление.

По сравнению со стандартом первого поколения объем часов, отводимых на изучение курса математики, не изменился, а требования к обязательному минимуму содержания образования изменились значительно (в сторону увеличения объема рассматриваемых теоретических вопросов).

В таких условиях актуальна задача проектирования курса математики, продуктивно направленного на совершенствование учебного процесса.

В условиях стандартизации образования при проектировании курса математики возможность гарантированного обеспечения положительных конечных результатов учебного процесса на любом его отрезке предоставляет нам технология проектирования учебного процесса на основе параметрической модели В.М. Монахова. Основными параметрами технологии являются *целеполагание*, *диагностика*, *коррекция*, *дозирование* и *логическая структура*. В качестве формы технологического проектирования выступает технологическая карта. Основной стадией проектирования учебного процесса является переход преподавателя от осознания и понимания Государственного образовательного стандарта к созданию системы микроцелей с последующим переводом содержания образовательного стандарта на язык деятельности студента. Конструирование целевого, диагностического, коррекционного компонентов и компонента «дозирование» в своей совокупности представляют инструментальную модель проектировочной деятельности, которая включается в процедурную схему проектирования математической составляющей проведенного исследования. К теоретической модели мы можем отнести следующие процедуры: анализ программно-нормативных документов по специальности; определение тематической структуры курса; детализация учебных тем курса по совокупности учебных элементов; реализация комплекта технологических карт в реальном учебном процессе; аналитическая работа с результатами диагностик; создание новой учебной программы курса; экспертиза учебной программы.

Считаем, что проектирование учебного процесса на основе технологического подхода повышает качество математического образования и уровень профессиональной компетенции студентов специальности 080504 Государственное и муниципальное управление.

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ ИНЖЕНЕРА

Герасимчук В.С.

Национальный технический университет Украины «КПИ»

Украина, г.Киев, пр.Перемоги, 37

e-mail: viktor.gera@gmail.com

1. *Чему учить инженера?* Как известно, базовый курс высшей математики, изучаемый в высших технических учебных заведениях, практически целиком (за небольшим исключением) опирается на классический математический анализ. Не умаляя значимости основ математического анализа в системе фундаментальной подготовки будущих специалистов следует однако признать, что на нынешнем этапе развития общества нельзя ограничиваться только рамками математического анализа, на чем, к сожалению, чаще всего и *замыкается* курс высшей математики во ВТУЗах. Этот курс отражает лишь сегодняшнее понимание роли и значимости тех или иных математических понятий и представлений в инженерном образовании. При этом многие важные и, безусловно, необходимые математические представления в целом ряде областей инженерной деятельности не имеют своего отражения в стандартных курсах высшей математики и составляют предмет специальных курсов или факультативов.

Сегодня получили развитие новые математические методы. Сегодня нельзя готовить специалистов завтрашнего дня, не включая в учебные программы базовой математической подготовки, разработанные в последние десятилетия новые разделы математики. В зависимости от аудитории слушателей и их специализации это могут быть теория групп или теория вейвлетов, матричный анализ или методы решения нелинейных уравнений и т.д. Новые курсы могут быть внедрены в учебный процесс за счет: (1) некоторого уплотнения программ по стандартному курсу высшей математики (с ключевыми понятиями математического анализа производной и определенным интегралом учащиеся знакомятся еще в средней школе); (2) разумного перераспределения академических часов между темами внутри курса, опуская материал заведомо невостребованный в будущем специалистами данного профиля; (3) новых спецкурсов. Если этого не сделать в ближайшее время, то говорить о качественной фундаментальной подготовке будущих инженеров вряд ли имеет смысл. При этом следует незамедлительно остановить, а лучше направить вспять процесс сокращения учебных часов на фундаментальные дисциплины.

Возможная реализация программы современного математического образования видится в рамках двухуровневой подготовки специалистов, к которой мы постепенно переходим. На уровне бакалаврата допустимо, хотя и не совсем правильно, ограничиться стандартными математическими курсами, дающими необходимый минимум математической подготовки. На уровне магистратуры — давать современные математические методы и теории.

Особого внимания заслуживает обязательный в университетах курс методов математической физики. По сей день он преподносится так же, как и в середине прошлого столетия. Сегодня этого недостаточно, его в обязательном порядке следует дополнять методами решения нелинейных уравнений, теорией солитонов и т.п. Либо выделить этот бурно развивающийся раздел методов математической физики в отдельный спецкурс. Парадоксально, но факт: сегодняшние выпускники физико-математических факультетов не слышали слова «солитон».

2. *Как учить?* Учитывая профессиональную направленность будущих специалистов. Необходима четко очерченная направленность курса — для кого читать (например, инженера или педагога). Либо акцентировать внимание на тонкостях математических доказательств, либо на методах решения задач, используемых в практической или профессиональной деятельности. Разумеется, для будущих педагогов-математиков существенное значение имеют различные тонкости в доказательствах, например, для них принципиально важно понятие интеграла и меры Лебега, как обобщения соответственно интеграла Римана и меры Жордана, в то время как для инженера-практика и даже физика-прикладника принципиальное значение имеют сами методы интегрирования.

В системе обучения будущего инженера огромное значение имеет разбор примеров и задач практического содержания. В начале изучения новой темы это могут быть примеры на отработку определенного метода или алгоритма решения, в последующем, в развитие темы, следует ставить задачи обобщающего характера, требующие математической интуиции и сообразительности. На заключительном этапе очень желательны: (а) проверка полученных результатов на соответствие физическому смыслу и размерности, (б) предположения относительно возможного изменения результата при определенных изменениях постановки задачи или начальных условий, (в) детальный анализ и выводы. Задачи практического содержания полезны тем, что объединяют учебную деятельность и научный поиск (особенно если содержание задачи касается вопросов будущей специальности слушателей), вырабатывают математическую и инженерную интуицию (отыскание оптимального метода решения, используя известные алгоритмы решения, принцип аналогий или иные эвристические методы), вырабатывают изобретательность и логическое мышление (умение огрубить задачу, чтобы получить разумное инженерное решение).

Использование в учебном процессе прикладных задач, для решения которых наряду с изучаемыми в данной теме математическими методами и приемами необходимы знания из других областей, а также геометрические представления или физические соображения, много эффективнее формального доказательства теорем.

ИСТОРИЯ УЧЕБНИКОВ МАТЕМАТИКИ В ЛАТВИИ

Гингулис Э.Ж.

Лиепайская педагогическая академия

Латвия LV – 3401 г. Лиепая ул. Лиела, 14

Тел.: +371 3407734, Факс: +371 3424223, e-mail: edvinsg2003@navigators.lv

Первый учебник арифметики на латышском языке (3) имел название «Книжечка счислений не для всяких невежд, а лишь тем на пользу сочинена, кто мудрость и светлый ум ценит». В его предисловии сказано: «Поверьте ещё моему слову, что счёт приносит и некоторую чудесную радость. После того. как хороший и мудрый парень проводит не один час своего свободного времени за этой книжечкой и понимает счёт, он и блестящую монету не брал бы за это понимание. И это в то же время, когда другие искали другую радость в кабаках и заработали себе синяк под глазом и боль в костях» (3, с.8). В 1862 году издан первый учебник геометрии, в 1918 — учебник по алгебре на латышском языке. Авторами первых двух из указанных книг были немецкие пасторы, которые продолжили традиции, заложенные авторами изданных и применяемых в Латвии с 1627 года (5) учебников математики на немецком языке, а автор первого учебника алгебры — латыш, выпускник математического факультета Петербургского университета Л.Аусейс.

Скоро после первого появился и следующий учебник на латышском языке с не менее выразительном заглавием «Поучение к счёту, сколько надо крестьянам» (4). Можно сказать, что эти два подхода в учебниках математики (писать для любознательных читателей или для менее заинтересованных читателей «только настолько, насколько им положено знать») сохранились и по сей день. К заинтересованным читателем обращён, например, весьма прогрессивный учебник «Геометрия 7–9», переведённый и на русский язык (1). В качестве книг для достижения чисто утилитарных целей можно упоминуть сборники задач с решениями, служащие методическими пособиями для подготовки к сдаче экзамена по математике за среднюю школу или за вводный курс математики технического вуза.

Среди авторов латышских учебников математики один из самых продуктивных профессор Янис Менцис (род. в 1914 г.): первый из его учебников издан в 1941 году, а последний — в 2006 году.

Роль учебника математики в наши дни, с теоретической точки зрения, повысилась, так как главная задача учебника — направить ученика в самообразование. Широко обсуждаемое внедрение информационных технологий в образование в первую очередь означает, что школьники обучаются работать с текстом, только после усвоения этих основных навыков может пойти речь о возможности успешного применения других видов подачи информации. Первый опыт работы с технической информацией школьникам даёт именно учебники по математике: они обладают краткостью изложения и содержат символы, чертежи, формулы, схемы, диаграммы и таблицы. К сожалению, в ходе дальнейших исследований оказалось, что на практике учебники применяются редко и неэффективно.

В методической литературе говорится о двух разных подходах в преподавании математики, т.е. об исследовательском и технологическом подходе, которые в идеальном случае следует соединить, не делая перевеса в одну или в другую сторону. Исследовательский подход связан с углублением в математический образ мышления, в систему понятий, доказательств и выводов. Технологический подход означает обращение главным образом к решению задач и выполнению тестов. Он связан с упрощённой формой усвоения математики, при которой отдельная теорема или формула выступает только как способ получения ответа на заданный вопрос (2, с.13). В Латвии господствует технологический подход. Устных экзаменов по математике нет, при окончании основной или средней школы требуется только письменное решение задач. Многие учителя и школьники убеждены в том, что учебник — это всего-то сборник задач и справочного материала. В школах наблюдаются и такие случаи, когда учебник заменяется руководством к решению задач или сборником дифференцированных задач с короткими теоретическими сведениями в приложении.

В данное время в Латвии уже несколько лет продолжаются изменения содержания и реализации математического образования. Учебников много, но они могли бы быть качественнее, дешевле и более понятными для школьников. Если объявить мораторий на изменения в государственном стандарте по математике, скажем, в течение 5 лет, можно было бы таким образом создать необходимые предпосылки существенного улучшения качества учебников, методических пособий, сборников задач и прочей учебной литературы.

Список литературы

1. Геометрия: 7-9: Экспериментальный учебник. Ч.1–5 /А. Анджанс, Э. Фалькенштейн, А. Грава; пер. с латыш. – [Roga]: Zvaigzne ABC, 1994–1998.
2. *Новиков, А.И.* Математическое образование и система тестирования / Новиков А.И.// Математика в школе. – 2002, № 4. – с. 120–14.
3. *Harders Ch.* Rзhinbšanas grbmatita ne priekš visiem tumšiem naudom, bet tiem vien par labu sarakstota, kas gudrobu un gaišu prbtu cieno. – R.: J.K.D. Millers, 1806. – 134 lpp.
4. *Vagners P.V.* Rзhinbšanas pambcošana, cik zemnieku naudom vaijaga. – Jelgava, J.W. Stefenhagens un dзls, 1821.
5. *Wedemeher F.* Arithmetica oder Rechenbuch auf den Linien und Ziffern nach Rigischer Münß, Maß und Gewichte auff allerlei Kaufhändel. – Riga: G.Schröder, 1627. – [40] S.

К ВОПРОСУ О ПРОБЛЕМНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Голиков А.И.

Якутский государственный университет

alex_golikov@mail.ru

Результаты проведенного анализа выполненных заданий единого государственного экзамена по математике выпускниками школ Республики Саха (Якутия) показывают, что ежегодно больше половины учащихся не решают ни одной из 3-х предложенных задач по геометрии (две задачи в части «2» (В), одна задача в части «3» (С)).

Годы	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Кол-во выпускников	3015	14300	14096	10491	9030	9878	9858
Не решили ни одной задачи по геометрии	1899 63%	9152 64%	8739 62%	6084 58%	4879 54%	5423 55%	5076 51%

Исследования среди учащихся старших классов школ Республики Саха (Якутия) выявили низкий уровень сформированности пространственных представлений. Подтвердили свою диагностическую роль задания разных видов: а) зрительного сопоставления изображений, б) преднамеренного и произвольного воспроизведения образа на основе его графического изображения, в) преднамеренного и произвольного воспроизведения образа путем актуализации его по памяти, г) манипулирования образами по представлению; д) видоизменения образов; е) создания новых образов (пространственного конструктирования).

Как отмечают многие исследователи (В.А. Гусев, А.В. Белошистая, В.М. Туркина и др.) анализ системы изучения геометрических понятий и отношений, как в традиционной так и во всех альтернативных системах обучения математике младшего школьника показывает, что геометрические знания рассматриваются как нечто второстепенное, не имеющее самостоятельной ценности и самостоятельного значения, дополнительное к арифметическим знаниям. При этом объем геометрических представлений младшего школьника, определенный программой начальной школы, является весьма небольшим и ограничивается только знакомством с плоскими геометрическими фигурами, не затрагивая даже отношения между ними на плоскости. Отношение, изучаемое в начальной школе — это отношение равенства (равные отрезки, равные стороны, равные площади), которое проверяется непосредственным наложением в 1 классе или измерением во 2 и 3(4) классе, а равенство площадей — в основном вычислением (3–4 класс).

Следуя требованиям к уровню подготовки оканчивающих начальную школу и обязательного минимума содержания основных образовательных программ, принятых в государственном образовательном стандарте начального общего образования по математике обучение геометрии в начальной школе сводится в основном к измерительной деятельности. Это иллюстрирует связь понятий длина и площадь с понятием натуральное число, и удовлетворяет в основном потребность в формировании практических измерительных навыков, но не решает задачу развития пространственного, логического и абстрактного видов мышления, а, следовательно, и развития математического мышления в широком смысле.

Авторы учебников по математике для начальных классов, придерживаясь обязательного минимума содержания основных образовательных программ, включают всего от 3,5% до 15% геометрического материала. Количественное сравнение арифметического и геометрического материала по учебникам (1–3 (4)) показано в таблице.

Авторы учебников	Всего заданий	Всего геометрических заданий	Процент геометрических заданий
Моро М.И. и др. (1–3)	3361	116	3.5%
Моро М.И. и др. (1–4)	3884	328	8,4%
Аргинская И.И. (1–3)	2076	293	14,1%
Аргинская И.И., Е.И. Ивановская (1–4)	2231	301	13,0%
Истомина Н.Б. (1–3)	1760	200	11,7%
Истомина Н.Б. (1–4)	2233	268	12,0%
Петерсон Л.Г. (1–4)	4804	558	11,6%

Теперь посмотрим, что ожидает детей в средней школе. В VII–IX классах им придется выполнить более 2700 заданий по математике, из них более 1200, т.е. около 40% — по геометрии. В X–XI классах процент геометрических заданий увеличивается примерно до 46%. Эти цифры показывают проблему преемственности в совершенно новом свете.

Таким образом, общеизвестный факт высокой проблемности изучения геометрии в старших классах превращается в закономерное следствие общих подходов к построению системы обучения геометрии в общеобразовательной школе.

Разработанная и апробированная нами на факультете довузовского образования и профориентации Якутского государственного университета программа спецкурса и учебно-методический комплекс позволяет утверждать, что программы составленные на основе компонентов структуры умственной деятельности школьников в области геометрии педагогом возможна и целесообразна.

ИДЕИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В КУРСЕ «КОНЦЕПЦИИ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ» ДЛЯ МАТЕМАТИКОВ

Гудович И.С., Гудович А.Н.

Воронежский государственный университет, кафедра математического моделирования

Университетская пл. 1, Воронеж, 394006, Россия

Тел.: (4732)208364, Факс: (4732)208755, e-mail: goudovitch@mail.ru

Математическое моделирование приобретает черты своеобразной натурфилософии компьютерной эры.

«Синергетика и прогнозы будущего»
С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий

При формировании программы курса «Концепции современного естествознания» следует иметь ввиду, что, несмотря на мировоззренческую ориентацию, он является частью не социально-гуманитарного, а естественнонаучного цикла и в силу этого не может ограничиваться методологической направленностью излагаемого материала, то есть его содержание должно быть естественнонаучным. Спецификой предлагаемого курса, предназначенного для чтения лекций и проведения практических занятий со студентами математических специальностей, является то, что он опирается на идеологию, принципы, методы и язык математического моделирования, т.е. научные факты, их интерпретация и возникающие на их основе ассоциативные познавательные образы высвечиваются через анализ математических моделей, причем таких, которые имеют глубокий трансдисциплинарный смысл и могут быть применены как аппарат исследования или как некий ориентир исследовательской мысли, сопряженный с образом, в разных областях знания. Математические методы и математическое моделирование сегодня занимают особое место в научном взгляде на мир, оказывая влияние на научное и обыденное мышление людей, на формирование мировоззренческих идей и нравственных императивов, на взаимное проникновение естественнонаучной и гуманитарной культур. Это происходит в силу целого ряда причин. Наиболее важными из них нам представляются потребности развития междисциплинарных исследований, в том числе в рамках естествознания сложного и при решении стоящих перед человечеством глобальных проблем, для которых ни одна наука, кроме математики, сегодня не предлагает междисциплинарных подходов, универсальных парадигм, междисциплинарного языка.

Особое внимание в курсе уделено новым естественнонаучным теориям, существенно меняющим наш взгляд на мир, а также оказывающим большое влияние на формирование новой познавательной модели мира. В частности, большой раздел курса посвящен идеологии нелинейных подходов, объединяемых сегодня под общим названием нелинейной науки в англоязычной литературе (nonlinear science): это синергетика или нелинейная динамика, теория катастроф, элементы теории бифуркаций и фрактальной геометрии, теория перколяций и другие. Центральными в курсе являются следующие темы: «Синергетика как наука о самоорганизации сложных систем», «Порядок и беспорядок в природе», «Стационарные и нестационарные диссипативные структуры», «Фракталы и фрактальная размерность».

Важной частью курса является наличие в большинстве изучаемых тем фрагментов, в которых демонстрируется взаимосвязь и взаимовлияние естественнонаучной и гуманитарной культур. В том числе, обсуждается значение образного мышления в процессе познания, роль математического моделирования в развитии идей теоретической истории и исторической механики, особенности формирования современных познавательных моделей, наличие принципиальных ограничений на процесс прогнозирования сложных систем, роль личности в истории.

Завершающим разделом курса являются темы: «Математическая теория роста населения Земли», «Нелинейное мышление и экологическое сознание», «Проблемы происхождения жизни и мышления с точки зрения современной науки». Первая из этих тем демонстрирует практическую продуктивность нелинейных подходов к исследованию современных глобальных проблем, с которыми столкнулось человечество в конце второго тысячелетия, а вторая имеет своим фокусом нравственные императивы, вытекающие из идеологии нелинейных подходов, поясняющих всеобщность принципов ограниченности, цикличности и стохастичности всех без исключения процессов в живой и неживой природе, психологической и социальной сферах и дающих научную основу смены парадигмы линейного технического и потребительского прогресса на парадигму сбалансированного роста и потребления.

В курсе предполагается подготовка рефератов или резюме по 110 предлагаемым студентам темам.

Курс рассчитан на 54 часа аудиторных занятий, из которых третью часть составляют практические занятия. Значительная часть практических занятий посвящена опыту применения методов математического моделирования к задачам биологии и экологии.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АУДИТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

420111, Казань, ул. Карла Маркса, 10

Тел.: (843) 2310212, Факс: (843) 2366032, e-mail: danilaev@kstu.ru

Целостность фундаментального естественнонаучного образования является главным принципом его формирования. Объем курса математики (в часах) за последние десятилетия уменьшился в технических вузах примерно на 30%. Это привело к необходимости работать в условиях противоречия: уменьшаются аудиторные часы на изучение курса, но в учебные программы включаются новые разделы математики, возрастают требования к подготовке квалифицированных конкурентоспособных специалистов. Возникает необходимость выявить и использовать факторы, повышающие эффективность и качество обучения.

К факторам, позволяющим интенсифицировать аудиторные занятия (лекции, практические занятия, семинары, лабораторные работы), мы относим: четкую организацию занятия (доходчивое объяснение нового материала, повторение основных положений пройденного, оптимальный объем изучаемого материала, благоприятная учебная обстановка); методическое обеспечение, разработанное в соответствие с государственными стандартами по математике для конкретной специальности; использование межпредметных связей «математика — специальные дисциплины», что позволяет повысить мотивацию изучения математики для овладения основами будущей специальности; усиление познавательного интереса к более глубокому освоению математики с помощью подбора нестандартных, интересных примеров и задач, рассматриваемых на занятиях; правильное определение для обучаемого контингента студентов уровня сложности и последовательности решаемых задач и изложения материала в курсе лекций; постоянный контроль, позволяющий поддерживать внимание: оптимальное соотношение известного и нового материала, нестандартный вопрос, проблема, исторические сведения, связанные с изучаемым материалом; возможность восполнить пробел в знаниях, устранить недопонимание предыдущего материала.

Преподаватели кафедры специальной математики КГТУ–КАИ на первом занятии первого курса обычно проводят экспресс-контрольные работы или тестирование, позволяющие выяснить уровень подготовки группы. Для более подготовленных студентов, на занятиях выдаются задания более высокого уровня сложности. Для студентов, имеющих недостаточную математическую подготовку, написано специальное пособие [1]. Часть материала выносится на самостоятельную проработку, что требует его диверсификации по уровню сложности, группам специальностей, формам обучения. Особое внимание уделяется подготовке профессионально ориентированного методического обеспечения. В качестве примера сошлемся на учебные пособия авторов доклада, подготовленных для студентов гуманитарного факультета КГТУ–КАИ, обучающихся по специальностям «связи с общественностью» [2] и «менеджер организации» [3, 4]. В целях соблюдения полноты и последовательности изложения, темы аудиторных занятий и материал, выносимый на самостоятельное изучение (специально выделен в тексте), расположены в логической последовательности. Пособия снабжены справочником по элементарной математике и по изучаемым разделам высшей математики, иллюстрированы логическими схемами, содержат примеры, дающие представление о роли математики в будущей специальности студентов.

Преподаватели кафедры специальной математики КГТУ-КАИ провели анкетирование студентов после сдачи зимней экзаменационной сессии

2006/07 учебного года. На вопрос анкеты: «Достаточно ли Вам знаний, полученных в школе, для учебы в вузе?», 86% опрошенных ответили отрицательно. На аналогичный вопрос анкеты в 2002 году «нет» ответили 37% из 190 опрошенных студентов.

Один из путей решения проблемы — обеспечение студентов первого курса учебными пособиями, содержащими сведения из элементарной математики: справочный материал и методы решения типовых алгебраических, геометрических, тригонометрических задач. Педагогическая задача каждого занятия — организовать учебную деятельность так, чтобы материал запоминался, и тогда, когда студент занят самим материалом, работой над ним, а не его запоминанием. Установка на запоминание является существенным условием работы, без которого простое повторение не дает эффекта, а также влияет на длительную память. Однако, сама установка, делающая запоминание прямой целью субъекта, не является решающей для эффективности процесса. Непроизвольное запоминание в процессе работы с материалом вместе с его осознанием может оказаться эффективнее произвольного, причем воспроизведение материала будет более полным [5]. Таким образом, задача преподавателя — сделать изучаемый материал более ярким, используя историю предмета и примеры, ориентированные на специальность студента, то есть межпредметные связи, пропедевтику некоторых технических понятий.

Список литературы

1. *Исхаков Э.М., Гараев К.Г.* Простейшие понятия и сведения из элементарной математики. – Казань: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2006. 71 с.
2. *Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.* Математика для гуманитариев в задачах и упражнениях: Уч. пособие. – Казань: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2005. 200 с.
3. *Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.* Математика для менеджеров в задачах и упражнениях: Уч. пособие. – Казань: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2006. 220 с.
4. *Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.* Интегральное исчисление для менеджеров: Уч. пособие. – Казань: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2007. 110 с.
5. *Рубинштейн С.Л.* Память // Психология памяти. М.: «ЧеРо», 2002. С.215–233.

НОВЫЕ НАУЧНЫЕ ПАРАДИГМЫ И ТЕНДЕНЦИИ СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Данилович В.П.

Университет «Львовский Ставропигион»

79057, г. Львов, ул. Коновальця, 85а, кв. 17

Тел.: +38(032)2378281, e-mail: mdanylovych@gmail.com

Наука заслуживает, безусловно, уважение со стороны общества и если стремление к научному познанию тормозится философскими, экономическими или политическими рассуждениями, то это наносит огромные убытки государству. Анализ фундаментальных принципов научного мышления является важным фактором научной парадигмы и должен рассматриваться как в процессе создания мировоззренческой системы, так и развития науки и образования.

Долгое время одним из молчаливо принятых предположений в науке можно считать то, что два типа мировоззрения — материалистический и теистический, противопоставляют парадигмы как системы научного познания и именно те из них, которые основаны на материализме, отвечают идеалу научности и научно-техническому прогрессу. Однако, историки и философы науки опровергают это и подчеркивают, что такое противостояние, быстрее предопределено разницей фундаментальных философских предпосылок, которые и определяют интерпретацию научных данных. Ученые с теистическим мировоззрением видят в своих научных открытиях огромную, поражающую количеством данных структуру, которая свидетельствуют, что мир несет на себе печать самого сложного Божьего замысла.

В теоретической стратегии науки важное место занимает идея самореализации и коэволюции как новых научных парадигм и синергетики как научного направления и это возможно благодаря достижениям математики, физики, кибернетики, теории систем, системного анализа, химии, биологии, социологии.

Известно, что гуманистическая система взглядов на человека исторически изменялась, но в своей основе опиралась на определение ценности человека, на право действовать в интересах общечеловеческих приоритетов. Кризис образования и возможные пути выхода из этой ситуации заложены в новой парадигме современного образования, где гуманизация, как основная составляющая образования, доминирует. Это привело к отсутствию продуктивной интеграции математических и культурологических наук. В этой статье предпринята попытка рассмотрения парадигм научного познания и общих законов философской мысли в комплексе с образованием.

Роль математического образования в фундаментальном образовании несомненна, однако, математизация образования всегда шла скачками. Украина недавно пресоединилась к Болонским соглашениям, согласно которым приоритет фундаментального образования является одним из главных. Сочетание математических методов с гигантскими возможностями компьютерных технологий привело к новому направлению — математическому моделированию и математическому эксперименту, в котором должны быть отражены новые научные парадигмы.

Увеличение масштабов производства, расширение экономических связей, глобализация политических и социальных процессов привело к исследованию кибернетических систем и использованию информационных и компьютерных технологий. При этом математическое моделирование является могущественным средством этих исследований.

В Украине было проведено тестирование математической и естественно-научной грамотности учеников старших классов, где решать надо было не столько теоретические, но и практические задачи и, как оказалось, ученики не способны решать такие задания. Эта тенденция полностью сохраняется и в высшей школе, где выполнение учебного плана специальности строго регламентировано Министерством.

Присоединение Украины к Болонскому процессу предполагает активизировать работу по созданию творческого образовательного пространства, где розвиваются логическое мышление и навыки самостоятельного обучения. Приобретает огромное значение поиск решения, а не само решение. Поэтому, целесобразно образовательный процесс организовать так, что можно проследить путь от общенаучной модели к математической и методы и алгоритмы решения задач соединить с возможностями компьютерного моделирования.

Невзирая на то, что каждая страна — участница Болонского прцесса имеет свой стандарт образования, но в этом стандарте должен быть заложен *общеевропейский портфель фундаментальных истин,* который позволит молодому человеку мигрировать в высшой школе. В связи с этим необходима розроботка единых подходов к формированию общегражданских европейских качеств и формирование открытого образовательного пространства. Целесобразным будет следующий урок истории: на образовании и науке экономить нельзя.

ПРАКТИЧЕСКАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ КУРСА «ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ПОЛИТОЛОГИЯ»

Демьянко С.В., Яблонская Н.Б.

Белорусский государственный университет, механико-математический факультет, кафедра общей математики и информатики

220050, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 4-420

Тел.: 2095048, e-mail: demyanko@bsu.by, natsev@tut.by

Для современного специалиста-политолога более чем очевидна необходимость хорошего владения основами математического знания. Математические методы активно используются в избирательных технологиях, в различных социологических и политических исследованиях. Политический аналитик в своей работе имеет дело с различными эмпирическими данными — фактами, свидетельствами, статистическими выкладками, финансовыми отчетами и т.д. Эмпирические данные, собранные и опубликованные в том или ином виде другими исследователями, принято называть вторичными; а данные, собранные самим исследователем в процессе анализа, относятся к первичным. Основной источник первичных данных — это люди, а основные методы их получения — социологические, экспериментальные и квазиэкспериментальные исследования. Курс «Основы высшей математики» для студентов-политологов включает в себя изучение таких необходимых на практике математических методов как: регрессионный анализ, факторный анализ, пат-анализ, инвент-анализ, контент-анализ.

Для обработки, анализа и интерпретации данных применяются в основном статистические методы, которые можно упорядочить по уровням измерения. В прикладном политическом исследовании принято выделять три уровня измерения: номинальный, порядковый и интервальный [1]. Номинальная шкала является наиболее слабой формой числового выражения. Например, при заполнении бланков переписи населения каждому нужно указать свою национальную принадлежность. Каждой этнической группе при этом присваивается некоторое обозначение (например, буквенное: а, б, в, ...). При этом мы не можем сравнивать одну национальность с другой. Т.е., здесь определено только отношение равенства. Если же явления сопоставимы и мы можем упорядочить их согласно некоторому признаку, однако не можем определить расстояние между ними, тогда мы имеем дело с порядковым измерением. Например, мы можем распределить респондентов по уровню образования, однако нельзя сказать, что респондент А в два раза более образован, чем респондент В. Наиболее содержательное измерение даёт нам интервальная шкала, позволяя определить не только порядок расположения, но и расстояние между элементами. Так, например, респонденты могут быть распределены по уровню дохода, выраженного в денежных единицах. Для номинальной шкалы требуется наличие стандартной единицы измерения и нулевой точки отсчета.

Для различных уровней измерения применяются соответственно различные измерительные методики. Чем выше уровень измерения и чем больше количество переменных (а также чем выше уровень математического образования исследователя), тем более сложные методы анализа можно применять. Для описания распределения признаков по значениям одной переменной используют измерение средней тенденции и измерение дисперсии. Измерение средней тенденции помогает выявить наиболее типичные значения, которые наилучшим способом представляют весь комплекс признаков по данной переменной. Измерение дисперсии показывает, как колеблется отклонение от среднего значения, насколько оно репрезентативно для всей совокупности. Стандартным способом измерения средней тенденции для номинального уровня служит *мода*, для порядкового — *медиана*, для интервального — *среднее геометрическое.* Соответствующими способами измерения дисперсии являются коэффициент корреляции, квантильный размах и стандартное отклонение.

В зависимости от количества переменных принято выделять одномерные, двухмерные и многомерные измерения. Для двухмерных измерений имеет значение связь между переменными. Стандартным способом измерения связи служит коэффициент корреляции. Многомерные измерения возможны только для интервального уровня. К многомерным методам относятся: множественная регрессия, факторный анализ, пат-анализ и др. Множественная регрессия — процедура, обеспечивающая подсчет воздействия изменений в значениях каждой независимой переменной на значения зависимой переменной и предсказание значения зависимой переменной на основе знания совместного влияния независимых переменных. Факторный анализ — применяемый в политическом анализе метод математической статистики, позволяющий на основе измерения парных корреляций между признаками получить набор новых укрупненных переменных, которые не могут быть измерены напрямую.

Часто исследователям приходится изучать взаимодействие объектов, разделенных во времени. Средством для этого является анализ временных рядов. Временные ряды — это комплекс наблюдений, в котором одна и та же переменная измеряется повторно через определенные интервалы. Типичное применение анализа временных рядов — исследование по схеме ¡до введения стимула — после введения стимула¿ [2]. Суть метода контролируемых временных рядов в том, что собираются данные о другом объекте, который во всех существенных отношениях сходен с исследуемым объектом, но не подвергался воздействию независимой переменной; и этот объект используется в качестве контрольного при оценке результатов воздействия независимой переменной.

Список литературы

1. *Толстова Ю.Н.* Измерение в социологии. – М., 1998.
2. *Туронок С.Г.* Политический анализ. – М., 2005.

МНОГОЭТАПНЫЕ ЗАДАНИЯ И МЕТОД «NARRATION DE RECHERCHE» В РАЗВИТИИ ТВОРЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ГИМНАЗИИ

Домбровска-Чернек Мария

e-mail: maria_dcz@poczta.onet.pl

Проблематика развития творческой математической деятельности учащихся и введения их в рудименты математического творчества является одной из самых актуальных проблем современной дидактики математики. Это важно, учитывая факт, что во многих странах, а в том числе и в Польше, мы наблюдаем кризис математического образования и значительное понижение интереса молодежи к учебе на факультетах, связанных с математикой. Реализация целей математического образования, касающихся развития умения предпринимать математическую деятельность творческого характера, является одним из самых важных требовании современной дидактики математики. В 2003 году в Польше (Плоцк) состоялась 55-ая Конференция Международной комиссии для изучения и совершенствования обучения математике (CIEAEM), которая в целом была посвящена использованию дидактических материалов для развития умения учащихся предпринимать творческую математическую деятельность. В 2007 году эти проблемы являлись далее актуальны, о чем свидетельствует факт, что 59-ая Конференция той же Комиссии (Венгри) также была посвящена этой тематике, как с точки зрения научных исследований, так и практики обучения. В своём выступлении представляю проект исследования успешности использования многоэтапных задании (M. Клякля, 2006) в процессе развития умения предпринимать творческую математическую деятельность учащихся на уровне гимназии. В работе использую два многоэтапные задания. Одно выполняет тренировочную роль в двух аспектах: 1) при введении учащихся в различные виды творческой математической деятельности, 2) при обучении учащихся методу «narration de recherche» (F. Bonafé, 2002). Этот метод, так называемый «рассказ об исследовании» написанный учеником, является детальным отчетом всех шагов его умственной работы, сделанной во время поиска решения проблемы — в этом случае, многоэтапного задания. Использование этой техники позволяет иметь хороший взгляд в течение процесса решения задачи учеником. Во время работы над первым многоэтапным заданием, мы ставим цель, как обучить учащихся пользоваться техникой «narration de recherche» так и предпринимать разные виды творческой математической деятельности. В этом этапе исследования помощь учителя кажется необходимой, как при усвоении техники «narration de recherche», так и при попытках решения многоэтапной задачи. Вторая многоэтапная задача служит орудием для диагноза умении предпринимать разные виды творческой математической деятельности и в этом этапе интервенция учителя должна быть ограничена до минимум. В моём выступлении представляю также первые выводы.

Список литературы

1. *F. Bonafé.* Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée // IREM de Montpelier, Brochure APMEP 2002, Nr 151, 161 str.
2. *M. Klakla.* Многоэтапные задания и их роль в формировании творческой математической деятельности учащихся классов с углубленным изучением математики в школах Польши // International Conference «Education, Science and Economics at Universities. Integration to International Educational Area», 2006, Płock, str.31–37.

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ ВЫПУСКНИКОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Дорофеев С.Н.

ПГТА

Пенза, ул.Гагарина д.1а

Тел.: 8-927-2882484, e-mail: dorofeev@tl.ru

Новейшие достижения компьютерных и информационных технологий выдвигают новые, более высокие требования к уровню подготовки выпускников вузов. Выпускник современного технического вуза, должен на высоком уровне владеть как профессиональными знаниями, так и знаниями, умениями и навыками предметов естественно-научного цикла и, прежде всего, математическими. Нет сомнения в том, что посредственный специалист, не имеющий элементарного представления о математике, методах решения практических задач, не сможет в своей профессиональной деятельности решать простейшие инженерные задачи, не говоря уже о задачах более сложного, творческого характера. Требования к уровню подготовки инженера на современном этапе развития общества повышаются в связи с ускорением процессов, требующих моментального проявления отдельных профессиональных качеств специалиста, с появлением новых видов профессиональной деятельности, требующих качественно нового подхода к содержательному и технологическому аспектам высшего образования. Сейчас производственной сфере, как никогда, нужен творчески работающий специалист, способный не только использовать разработанные технологии, но и вносить свои изменения в них, самостоятельно разрабатывать инновационные методы производства качественной продукции.

Однако реально продолжает оставаться неразрешенным противоречие между репродуктивным характером подготовки будущего инженера и необходимостью индивидуально-творческого проявления его профессиональных качеств на производстве.

Методы и формы разрешения этого противоречия находятся в прямой зависимости от уровня сформированности у каждого выпускника технического вуза математической компетенции.

Под математической компетенцией будущего специалиста мы понимаем систему способностей, знаний, умений и навыков, позволяющих каждому выпускнику вуза применять их к исследованию конкретных профессиональных ситуаций. Современный инженер, работая в системе изготовления индивидуальных заказов, должен уметь разрабатывать пути и методы изготовления заказов высокого качества, заботиться об их дизайне, гарантийном сроке действия и т.д. Как правило, нынешние заказы характеризуются нестандартностью не только в содержательной, но и в формальной части. Все чаще в производственной деятельности инженера встречаются ситуации и задачи, разрешение которых связано с разработкой и составлением различных математических моделей. Как правило, исследование таких моделей опирается не на какую-то одну математическую формулу или основывается на каком-то одном заранее разработанном алгоритме, а обусловливает использование различных математических методов, приводящих к эффективному разрешению проблемной ситуации. К сожалению, количество часов, отводимых на аудиторное изучение математики в технических вузах, значительно отстает от требований времени и уровень математической подготовки инженерных кадров по-прежнему остается невысоким.

С целью повышения уровня сформированности у выпускников вузов математической компетенции и повышения качества подготовки их к профессиональной деятельности, в условиях перехода на двухуровневую систему подготовки специалистов с высшим образованием, мы считаем необходимым разделить курс математики в вузах технического и финансово-экономического профиля на такие самостоятельные дисциплины, как алгебра и геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория вероятностей и математическая статистика с отчетностью в форме экзамена или зачета, с точным обозначением в ГОСе количества часов, отводимых на аудиторные занятия. Логический анализ ГОС по специальностям технического и экономического профиля показывает, что эффективность усвоения дисциплин естественно-научного и специального направления в полной мере зависит от качества усвоения математических знаний. Нельзя студентов вузов обучать, начиная с первого семестра, одновременно математике, физике, химии и спецдисциплинам, не исследовав предварительно внутрипредметных и межпредметных связей. Нет сомнения в том, что для качественного изучения этих дисциплин студент должен вначале усвоить математические методы. Усвоение этих методов студентами должно осуществляться с методически обоснованных и методологически значимых позиций.

Таким образом, подготовка будущего специалиста к организации творческого процесса обеспечивается, с одной стороны, способностью преподавателя проявить творческую инициативу, развить у обучаемых интерес к поиску нетрадиционных решений возникающих проблем, умением создавать учебные проблемные ситуации и организовывать поиск оптимальных путей выхода из создаваемых ситуаций. С другой стороны, настойчивым желанием студентов овладевать математическими методами, приемами творческого мышления и способами его проявления. Высокий потенциал творческой энергии обеспечивает преподавателю математики возможность свободного творчества, выбора действий в формировании математической компетенции у студентов технических вузов.

ВОСПИТАНИЕ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ

Дорофеева С.И.

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Казань, ул. Карла Маркса, 10

Тел.: (843)2310211, Факс: (843)2366032, e-mail: sm@sm.kstu-kai.ru

Творческая работа (и преподавание, и учеба, и создание новой техники) подразумевает работу с интересом, с увлечением. Интерес — форма проявления познавательной потребности, обеспечивающая направленность личности на осознание целей деятельности. Удовлетворение интереса не ведет к его угасанию, а порождает стремление к более высокому уровню познавательной деятельности. Таким образом, одна из основных задач преподавателя — пробудить интерес. В школе мы воспитывались на замечательных книгах И.Я. Депмана, Я.И. Перельмана, Б.А. Кордемского, пробуждавших интерес к математике, азарт при решении задач. Научно-популярную библиотеку, куда входили и книги по математике, выпускали даже в Петрограде в 1920 году. Одну из них: «Где ошибка? Математические парадоксы» с большим интересом изучали учащиеся физико-математического лицея, причем на них большое впечатление произвело не только содержание, но время издания книги [1].

Известно, что Рене Декарт (1596–1650 гг.) изучал медицину, право, был на военной службе, но, встретившись с голландским математиком и механиком Исааком Бекманом, увлекся математикой. М.В. Остроградский (1801–1862 гг.), будучи студентом Харьковского университета, мечтал о военной службе и учился плохо, пока А.Ф. Павловский, преподаватель математики, не пробудил интереса, а затем страстной любви к науке. Став известным ученым, М.В. Остроградский уделял большое внимание преподавательской деятельности и методике преподавания математики [2]. В 90-х годах 19 века Ю.В. Сохоцкий (1842–1927 гг.) был председателем Петербургского математического общества. О мастерстве Сохоцкого как ученого-лектора свидетельствует следующая выписка из дневника его студента, впоследствии известного ученого Г.Ф. Вороного: «Лекции профессора С. (*так в тексте*) по специальному курсу высшей алгебры я теперь предпочитаю всем остальным. Теперь у меня есть настоящее желание работать без всякого насильственного усаживания за книгу ... Что за прелестная вещь! Хотя и масса формул, но все они настолько симметричны, что легко запоминаются» [3, с.401].

Считается, что студенты должны учиться с интересом, так как сами выбрали и вуз, и профиль обучения. К сожалению, это не всегда так. Пробудить интерес к математике и ее изучению можно: более ярким, четким изложением курса, включая фрагменты истории доказательств и открытий, биографий выдающихся математиков; усиливая мотивацию изучения математики, иллюстрируя материал примерами, ориентированными на специальность, например [4, 5].

Интерес студентов вызывают книги создателя викторинного метода обучения В.В. Скворцова, вышедшие в издательствах Казани, Саратова, Ростова-на-Дону. Последняя книга, обобщающая опыт работы в вузе, рекомендации, как учить без скуки, только что вышла из печати [6]. А.Дистервег писал: «Где начинается скука, прекращается внимание, а следовательно, и образование».

Положительные стороны привлечения гуманитарной составляющей математики: внимание на занятиях произвольное или послепроизвольное; снижается утомление; значительно повышается работоспособность; эмоционально представленный материал лучше запоминается и дольше сохраняется; отсутствуют отрицательные эмоции, улучшается психологический климат в группе.

Органически сочеталось глубокое содержание с увлекательностью изложения в лекциях П.Л. Чебышева (1821–1894 гг.) Лекции пользовались такой популярностью у студентов, что некоторые слушали их во второй раз. Курсы, которые читал Чебышев, были невелики по объему, основная их ценность — в содержании, в оригинальной форме подачи материала, доступности для понимания. Лекции бережно хранились студентами. Курс «Высшая алгебра» был издан через 80 лет при содействии академика А.Н. Крылова [7].

При изучении любого предмета, разборе нюансов возникает потребность в обсуждении результатов, желании узнать что-то новое. К сожалению, мы теряем культуру математической речи (отмена устных экзаменов по алгебре и геометрии в школе, ЕГЭ, различные тесты в вузах). Мы готовим не безмолвных и безгласых специалистов. Компетентный специалист должен уметь рассуждать о предмете исследования. Научить бегло и внятно вести полемику труднее, чем говорить самому, но необходимо хотя бы пытаться сделать это. Будет интерес к предмету — будет потребность высказаться.

Список литературы

1. *Литцман В., Триф Ф.* Где ошибка? Математические парадоксы. – Петроград: Научное книгоиздательство, 1920. 80 с.
2. *Гнеденко Б.В.* Очерки по истории математики в России. – М.-Л.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1946. 247 с.
3. *Маркушевич А.И.* Вклад Ю.В. Сохоцкого в теорию аналитических функций // Историко-матем. исслед., т.III. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1950. С. 399–406.
4. *Дараган М.А., Дорофеева С.И., Соловьев В.В.* Математика в задачах электро- и радиотехники. – Казань: Изд-во Казанск. гос. техн. ун-т, 2006. 127 с.
5. *Данилаев П.Г., Дорофеева С.И.* Интегральное исчисление для менеджеров: Уч. пособие. – Казань: изд-во КГТУ им. А.Н. Туполева, 2007. 110 с.
6. *Скворцов В.В.* Душа обязана трудиться. Университетское воспитание. – Казань: Изд-во «Отечество», 2008. 680 с.
7. *Гуров С.П. и др.* П.Л. Чебышев. – М.: Просвещение, 1979. 111 с.

ОПЫТ РАБОТЫ ЮЖНО-УРАЛЬСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА С ОТСТАЮЩИМИ ПО МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТАМИ

Дрозин А.Д., Заляпин В.И.

Южно-Уральский государственный университет

454080, г. Челябинск, пр. Ленина, 76

Тел.: (+7351)2679904, Факс: (+7351)2679015, e-mail: drozin@math.susu.ac.ru, vzal@.susu.ac.ru

За последние 20–30 лет резко снизился уровень подготовки поступающих в вузы студентов. Это произошло как из-за снижения уровня школьной подготовки, так и вследствие введения платного обучения, когда в вузы стали массами поступать абитуриенты с особо низкой подготовкой. В результате этих факторов резко снизилась успеваемость и возрос процент отчисляемых студентов.

В Южно-Уральском государственном университете разработана достаточно эффективная система работы с неуспевающими студентами. По окончании семестра студенты сдают экзамены. В случае неудачной сдачи они имеют право еще на две переэкзаменовки. Тем студентам, которые и после этого не смогли сдать экзамены (а их весьма много) предлагается поступить на платные повторные курсы в объеме около 50 часов. Работа со слушателями курсов производится следующим образом.

1. Пересматривается **программа курса**, которая предельно упрощается. Остаются лишь вопросы, без знания которых студенты не могут воспринимать последующий материал.

2. Занятия проводятся по специальной системе. Главное в ней — **непрерывное тестирование студентов**, побуждающее их к постоянным самостоятельным занятиям по предмету.

2.1. Студенты разбиваются на группы по 15 человек и потоки (по 3–5 групп). Этим достигается **удешевление занятий** для студентов. Занятия проводятся четыре раза в неделю по 3 часа: лекции и практические занятия.

2.1.1. Основную нагрузку несет лекционное занятие. В начале студенты пишут 20-минутный тест по прошлому, отработанному на предыдущих занятиях материалу. Далее идет лекция. Лекции носят обзорный характер. В каждой лекции рассматривается материал трех-четырех обычных лекций. Студентов постоянно предупреждают о том, что к концу лекции они должны будут выполнять на тест по этому материалу. *Этим они поддерживаются в постоянном напряжении, усиливается их внимание к излагаемому материалу.* К концу лекции студенты снова пишут тест по материалу прослушанной лекции. Тест состоит из двух несложных вопросов: теоретического и практического. По окончании лекции студенты сдают на проверку домашнее задание и получают новое.

2.1.2. На практических занятиях студенты учатся решать задачи, пишут тесты, и готовятся к последующим тестам.

2.2. Занятия проводят новые для студента преподаватели (которые его не учили во время занятий в семестре). Каждому занятию предшествует большая подготовительная работа. Специальные люди разрабатывают программу занятий, тесты, набирают их на компьютере и размножают на копировальной аппаратуре.

2.3. В сумме, за время занятий студенты могут «заработать», максимум, 600–800 баллов (на разных семестрах по-разному). На каждой лекции для сведения студентов проводится рейтинг их по набранной сумме баллов. Заранее объявлено, что 10% их, занимающих первые места, будут освобождены от экзамена. *Это стимулирует здоровую конкуренцию среди лучших студентов данного контингента.*

2.4. По окончании курсов повторного обучения студенты сдают экзамен, на котором он может заработать, максимум, 800 баллов. В случае если сумма баллов, полученных студентом за время обучения и на экзамене, превышает «пороговую» сумму 700 баллов, студент считается сдавшим экзамен.

Преимущества этой системы обучения..

1. Студент изучает материал не урывками, не отдельные места, а систематично и во всем объеме. Система напоминает американскую, когда студент, не сдавший экзамен, должен заново изучить весь предмет.

2. Благодаря непрерывному тестированию студент на занятиях всегда находится в напряжении, в «рабочем» состоянии и воспринимает материал более эффективно.

3. Система достаточно формализована. Занятия проводят одни преподаватели, проверяют тесты и экзамены другие. Этим устраняются личностные моменты, жалобы студентов на необъективность преподавателей.

4. Так как на курсах студента учат другие преподаватели, устраняется возможная предвзятость преподавателя, с которым студент во время основных занятий мог испортить отношения.

Такие курсы проводятся в ЮУрГУ в течение семи лет. Средний процент сдачи по окончании курсов составил 80 %.

ОПЫТ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНОВ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ ЭКОНОМИКИ И СООБРАЖЕНИЯ О ФОРМАХ ПРОВЕДЕНИЯ СТУДЕНЧЕСКИХ ЭКЗАМЕНОВ

Дружининская И.М.

ГУ-ВШЭ

e-mail: `idruzi@rambler.ru`

В течение ряда лет вступительные экзамены в ВШЭ (Государственный университет — Высшая школа экономики) проводились в тестовом формате. Что касается вступительного экзамена по математике, то в тесте предлагалось решить 30 задач за 90 минут. Очевидно, что при тестовом подходе к решению задачи часто не очень строго в письменной форме реализуется логический ход решения и совершенно неважно оформление задачи.

На основе длительного опыта преподавания на первом и втором курсах факультета Менеджмента ВШЭ можно отметить, что перенос наработанного абитуриентами тестового подхода негативно сказывается на результатах письменных студенческих экзаменов по блоку дисциплин, базой для которых служат «Теория вероятностей» и «Математическая статистика». У многих студентов младших курсов вызывает затруднение необходимость грамотно, аккуратно, последовательно записать решение задачи. Кроме того, студенты часто с трудом могут последовательно и связно изложить свою точку зрения, отвечая у доски.

В процессе работы были использованы различные модификации экзаменационных билетов для письменного экзамена:

Полностью тестовый формат, когда не требовалась сколько-нибудь аккуратная последовательная запись решения задачи. Необходимо было лишь отметить конкретное число как ответ на задачу в предложенных на выбор пяти числах.

Смешанный формат, когда требовалось подробно написать решение некоторых задач, а другая часть задач предлагалась в тестовом формате.

Все задачи требовали подробного письменного решения.

Кроме задач в билете содержались вопросы теоретического характера, ответы на которые требовали знания теории.

Формат экзаменационного варианта, требующий только решения конкретных задач, обычно лучше воспринимался студентами, чем вариант, где также присутствовали теоретические вопросы. Преподавателям известно прагматическое студенческое высказывание: «Зачем теория? Главное — уметь правильно решать задачи». Однако отсутствие отражения в билете существенной и базовой части курса в виде теории вряд ли можно признать разумным.

На данный период времени коллективу преподавателей, проводивших экзамены по указанному блоку дисциплин, наиболее убедительной формой варианта экзаменационного билета представляется такая форма:

В первой части варианта несколько достаточно простых вопросов или утверждений теоретического характера, которые требуют коротких ответов студентов с минимальными пояснениями. Эта часть нацелена на выяснение того, владеет ли студент дисциплиной на уровне самых важных базовых понятий. Иногда эта часть варианта объявлялась блокирующей, т.е. если студент демонстрировал незнание базовой теории, то остальная часть работы не проверялась.

Вторая часть — это набор несколько самых простых типовых задач по основной, наиболее фундаментальной части курса задач. Наличие такого блока задач очень хорошо воспринимается слабыми студентами, ибо дает возможность им, освоив базовую часть курса, получить минимальную, но положительную оценку за экзамен.

Третья часть — более сложные и содержательные по своим формулировкам задачи с привычным для студентов этого вуза экономическим или социологическим содержанием, которые требуют письменного решения с обоснованием возможности применения определенной модели для решения задачи.

Иногда выделялась еще одна (последняя часть), ориентированная на продвинутых студентов, которые способны решить более сложные задачи или осуществить некоторые теоретические выкладки.

Такое разбиение задач на части позволяет достаточно убедительно дифференцировать оценки, выставляемые студентам за экзамен (по десятибалльной системе)

Преподавателями факультета Менеджмента были предприняты существенные усилия для создания банка разнообразных задач, которые, с одной стороны, содержат традиционные схемы решения задач вероятностного характера, а с другой стороны, имеют привычные для студентов данного ВУЗа экономическое или социологическое наполнение. Это особенно важно для поддержания заинтересованности студентов первого и второго курсов, ибо предваряет их обычный вопрос: «А пригодится ли мне это в дальнейшем?». Содержание задач демонстрировало, что изучаемые ими модели имеют практическое приложение.

На основе нашего опыта формируются следующие выводы:

Форму проведения экзаменов только в виде тестов (в том числе с применением компьютеров) вряд ли можно считать полностью целесообразной, так как в этом случае многие навыки у студентов не развиваются.

Наличие лишь письменной формы проверки знаний студентов (особенно в тестовом формате) не вполне раскрывает возможность студента оперировать своими знаниями. В частности, вызываемые на семинарах к доске студенты не всегда могут сформулировать последовательность решения предлагаемой задачи, объяснить все ограничения, которые требует применение данной модели.

Было бы очень полезным дополнить письменный экзамен вербальным взаимодействием с преподавателем на экзамене. Это дало бы возможность студентам учиться обосновывать свою точку зрения на возможность применения того или иного вероятностного подхода к решению задач.

Представляется очень важным на лекциях и на семинарах формулировать типичные задачи «Теория вероятностей» и «Математической статистики» не в привычной, освященной годами форме, через, например, «разноцветные шары, вынимаемые случайным образом из урны», а создавать новые, более интересные тексты задач, привязанные к тому набору дисциплин, которые изучают студенты в конкретном ВУЗе.

О СВОЕОБРАЗИИ ОДНОГО КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Дюженков Л.И., Михалин Г.А., Деканов С.Я.

Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова

Киев, Украина, 01601, ул. Пирогова, 9, кафедра математического анализа

e-mail: dujen@yandex.ru

Не смотря на то, что материал курса математического анализа функций многих переменных в школьном курсе математики непосредственно используется не очень широко, его значение для формирования профессиональной культуры учителя математики трудно переоценить. Это значение возрастает, если основы дифференциального и интегрального исчисления функций многих переменных подать будущим учителям математики на современном и в то же время доступном уровне.

Опыт показывает, что более общий взгляд на многие объекты и проблемы делает их более простыми и понятными. Изучение таких важных понятий математического анализа как предел и непрерывность в произвольном метрическом пространстве — это как раз тот случай. Рассматривая общее метрическое пространство, мы как бы на некоторое время забываем о природе его элементов, а исследуем только те свойства, которые связаны с метрикой. В результате почти элементарными логическими рассуждениями получаем факты, применяемые для очень многих конкретных пространств.

Такой материал позволяет сформировать у будущих учителей математики убеждение в том, что, во-первых, общий взгляд на факты и утверждения часто не усложняет их, а делает более прозрачными; во-вторых, именно абстрактность математики даёт ей силу и универсализм; и в-третьих, одним из эффективных методов получения новых результатов является метод аналогий, которым, однако, следует пользоваться аккуратно. Такое убеждение должно быть неотъемлемой составной профессиональной культуры учителя математики, что совершенно необязательно для других «пользователей» математики: экономистов, инженеров, физиков, химиков, медиков и других специалистов.

Метод аналогий широко используется не только при изучении введения в математический анализ в метрических пространствах, но и при изучении дифференциального и интегрального исчисления функций многих переменных.

Например, понятие дифференцируемой функции одной действительной (или комплексной) переменной естественным образом обобщается не только на скалярную функцию многих переменных, но и на вектор-функцию с областью определения и множеством значений в нормированных пространствах.

Метод аналогий позволяет достаточно содержательно, обоснованно и доступно изложить интегральное исчисление функций многих переменных, причём способом, несколько отличным от традиционного.

Во-первых, понятия интеграла Римана для функций многих переменных сначала вводится для случая так называемого элементарного прямоугольника. Это позволяет существенно использовать аналогию с интегралом Римана по отрезку.

После этого почти элементарными рассуждениями доказывается, что измеримость по Жордану некоторого множества из пространства $\mathbb{R}^n$ эквивалентна интегрируемости по Риману характеристической функции этого множества по элементарному прямоугольнику, содержащему это множество. Свойства меры Жордана при этом оказываются простыми следствиями соответствующих свойств интеграла. Такими же простыми оказываются результаты, касающиеся интеграла по произвольному измеримому по Жордану множеству.

Во-вторых, при изучении криволинейных интегралов изложение материала ведётся так, что сразу получаются результаты для функций как действительных, так и комплексных переменных.

В-третьих, теорию меры и интеграла Лебега можно изложить в стиле выдающегося венгерского математика Ф. Рисса. Суть идеи в следующем. Сначала рассматриваются так называемые множества L-меры нуль, вводится интегральная норма на множестве ступенчатых функций и получают неполное нормированное пространство SP. Это пространство пополняют с помощью фундаментальных последовательностей, каждой их которых ставится в соответствие определённая функция (L-интегрируемая) и число (L-интеграл). В результате получаем полное нормированное пространство LP, являющееся пополнением пространства SP. Аккуратно доказывается, что такой подход является эквивалентным классическому подходу при введении меры и интеграла Лебега.

Вместе с этим новый подход значительно упрощает доказательства многих важных результатов теории интеграла Лебега, а основные факты теории меры Лебега превращаются в простые следствия соответствующих утверждений теории интеграла Лебега.

Изложенные идеи реализованы в учебном пособии «*Жалдак М.І., Михалін Г.О., Деканов С.Я.* Математичний аналіз. Функції багатьох змінних: Навч. посібник. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2007. – 430 с.», размещённом на сайте НПУ имени М. Драгоманова www.ifmion.edu.ua.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА ВЫСШЕГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Емельянова И.С.

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

603950, г. Нижний Новгород, просп. Гагарина, 23, факультет ВМК

Тел.: (831)4397150, Факс: (831)4658592, e-mail: yemel@sandy.ru

Не вызывает сомнения, что сохранение и совершенствование уровня вузовской математической подготовки в России — задача первостепенной важности. Однако нельзя понимать ее лишь как компьютеризацию в широком смысле слова (создание обучающих программ, компьютерных учебников, справочников, «решебников», мультимедийных курсов лекций, лабораторных работ с привлечением компьютерной графики и т.д.).

Не менее важно сохранять и пропагандировать богатый и плодотворный педагогический опыт преподавания математики в вузе, накопленный за трехсотлетнюю (с времен Ломоносова и Эйлера) историю высшей школы. «Ломать — не делать: сердце не болит», — так говорят в народе. Формируя инновационную среду обучения, легко увлечься формой и пренебречь качеством содержания обучения, оставив в стороне методологический и методический багаж прошлого.

Вот что объясняет цели и задачи существования одного из средств поддержки уровня преподавания математики в вузе — журнала «Математика в высшем образовании», существующего в России с 2003 года под эгидой Научно-методического совета по математике Министерства высшего образования и науки РФ, Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского и Нижегородского математического общества. До сих пор единственным спонсором издания остается Нижегородской университет.

Доклад посвящен деятельности журнала.

Список литературы

1. Сайт журнала «Математика в высшем образовании» http://www.unn.ru/math.

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Л.Д. КУДРЯВЦЕВА И СОЦИОДИНАМИКА КУЛЬТУРЫ

Ермаков В.Г.

Гомельский госуниверситет им. Ф.Скорины

Республика Беларусь, г. Гомель, 246699, ул. Советская, 104

Тел.: +375232-573051, Факс: +375232-578111, e-mail: vgermakov@mail.ru

В условиях нынешних стремительных социокультурных перемен значение системы обучения математике, разработанной Л.Д. Кудрявцевым, существенно возрастает. Наряду с известными десятью положениями особую ценность ей придает вытекающий из нее генеральный вывод о том, что при появлении ресурсных ограничений, таких, например, как недостаточная мотивация студентов технического вуза к изучению математики, наилучшим способом разрешения возникающих проблем является управление учебным процессом на основе его многофакторной оптимизации и нелинейных моделей.

Рост напряженности образовательных процессов обусловлен продолжающейся научно-технической революцией, достижением наукой рубежа «нечеловекоразмерности» (по терминологии М.К. Петрова) и многими другими факторами, а проявляется, в частности, в значительном усилении неоднородности групп учащихся по уровню мотивации и предшествующей подготовки, по навыкам учебной деятельности. Углубление профильной дифференциации образования, растущее разнообразие типов школ не снимают этих новых проблем, поэтому неизбежен переход на динамический тип устойчивости, при котором эффективность учебного процесса будет обеспечиваться не только за счет отыскания более совершенных технологий образования, а и благодаря адресным корректирующим усилиям педагога, направленным на противодействие растущему влиянию деструктивных факторов. В этой ситуации, из-за которой в педагогике впору строить теорию краевых задач, все описанные Л.Д. Кудрявцевым тонкости организации взаимодействия педагога и учащегося оказываются принципиально важными.

Проведение корректирующей работы при обучении математике отчасти облегчается тем, что последствия множества негативных тенденций в развитии современного образования имеют здесь хорошо различимую точку сгущения. Так, например, потребность в сжатии быстро растущего объема информации привела к появлению в математике таких абстракций, которые, по выражению П.С. Александрова, «не налагаются на объективную действительность, а суть лишь абстракции от абстракций, так сказать абстракции второй ступени». Эти сингулярности в строении учебного материала и все более широкое использование аксиоматического метода создают учащимся труднопреодолимые препятствия в самостоятельном выявлении системы связей между элементами осваиваемого материала. Но к такому же положению дел ведут и другие обстоятельства современного образования. Например, происходящее в настоящее время усиление роли тестовых методов контроля, которые описывают динамику учебного процесса посредством некоторой совокупности точечных, мало связанных друг с другом измерений, неявно опирается на предположение о том, что учащиеся осваивают материал во взаимосвязанном виде, однако сами по себе эти методы ничем не подкрепляют такое качество освоения.

Поэтому на первом этапе разрешения многообразных проблемных ситуаций, возникающих в процессе обучения, часть контрольных мероприятий уместно нацелить на помощь учащемуся в восстановлении системы связей между элементами учебного материала. Однотипность главных источников проблем позволит каждому учащемуся в результате однотипных контрольных мероприятий выйти в некоторой части материала на заданное, контролируемое педагогом качество освоения, что, в свою очередь, создаст предпосылки для формирования у каждого учащегося положительной самооценки и повышения мотивации к дальнейшему обучению. Эксперименты такого рода, проведенные в процессе преподавания математического анализа, топологии, теории функций комплексного переменного и других дисциплин на математическом факультете университета, показали, что эти мероприятия чреваты и более серьезными последствиями. Они имеют тот же характер, что и описанные в теории сложных систем «этапы сверхбыстрого развития процесса». Косвенное объяснение полученным эффектам дает их сопоставление с выводами работы А.Н. Колмогорова, И.Г. Петровского и Н.С. Пискунова «Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества». В ней установлено, что любое начальное возмущение в виде перепада стремится к стационарному решению типа бегущей волны. Предположив, что отмеченные совпадения в начальных условиях и их последствиях не являются случайными, на этой основе можно строить большое число новых педагогических экспериментов, ядром которых является предварительное достижение особого контраста на границе между тем, что учащийся уже освоил, и тем, чего он пока еще не освоил. Такой вариант систематизации и обобщения проведенных экспериментов позволил распространить их на все ступени образования, включая и дошкольную ступень (Alma mater, 2001, № 2, с. 34–40).

В целом эти опыты и сопоставления подтверждают, что переход на нелинейные модели и многофакторную оптимизацию управления учебно-воспитательным процессом открывает значительные резервы и в решении частных проблем, и в решении общей задачи адаптации образования к условиям меняющегося мира.

БИБЛЕЙСКИЙ ПРИНЦИП В МЕТОДОЛОГИИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ-ГУМАНИТАРИЯМ

Еровенко В.А.

Белорусский государственный университет

Беларусь, 220050, г. Минск, пр. Независимости, 4-420

e-mail: erovenko@bsu.by

Существующая традиция математического образования, подчеркивающая такие ценности, как беспристрастность, объективность, определенность, строгость, точность и т.п. которые вовсе не являются универсальными ценностями для части гуманитариев, которые изначально ставят их под сомнение. Суть проблемы в том, что система гуманитарного образования, не интересуясь мнением представителей естественнонаучного и математического знания, берут исключительно только на себя функцию «всестороннего и гармоничного» развития личности. Поэтому, говоря о математике для гуманитариев, методологическое содержание курса становится не только собственным ценностным предпочтением, но и осознанным выбором лектора на пути к нравственному пониманию проблем студента, в силу разных обстоятельств не воспринимающего математику.

Применительно к студентам-гуманитариям, в соответствии с положением профессора Л.Д. Кудрявцева о том, чему надо учить в математике можно, сказать, «учить надо тому, что нужно и чему трудно научиться» (см. [1, с.117]), без квалифицированной помощи преподавателя математики, добавим мы. Речь идет о преподавателях, которые способны и имеют желание понять профессиональную терминологию соответствующего гуманитарного знания и место современной математики в нем. Только так можно избавить отдельных студентов от «математического дальтонизма» или «математической глухоты», научив их думать и использовать математические идеи и методы в своей будущей профессиональной деятельности.

К серьезным последствиям в практической жизни приводит широко распространенное среди специалистов по социально-гуманитарным наукам мнение, что область их профессиональных интересов не может иметь ничего общего с математикой, поэтому «гуманитарию» изучать эту науку не только ни к чему, но даже может быть вредно. Некоторые гуманитарии даже считают более высокой ценностью ненаучный художественный опыт, представляющий гуманитарную культуру, и придающий осмысленность жизни людей. Другая крайность состоит в том, что при неправомерном перенесении в гуманитарную сферу способов рассуждений, используемых в математике, приводит к тому, что за «объективное знание» в ней выдается нечто такое, что знанием не является. Разграничение математики и гуманитарных наук в предшествующие эпохи основывалось на том, что математики всегда пренебрегали индуктивными и чисто описательными рассуждениями. Однако синтез естественных и гуманитарных наук стимулируется математизацией последних, с использованием в них именно дедуктивных методов исследования и элементов математического моделирования.

При обучении математике студентов-гуманитариев очень остро стоит проблема мотивации, осложняющаяся тем, что студентов, у которых выработалось стойкое предубеждение к математике. Очень трудно убедить в необходимости изрядно потрудиться, чтобы уже после этого можно было прикоснуться к тем, кто может оценить глубину, красоту и полезность математики в разных областях научного знания. Поскольку потенциальный объем содержания любого математического курса превосходит разумные пределы времени его освоения, то курсы «математики для гуманитариев» целесообразно строить на концептуально новой методологической системе, отличной от преподавания математики для студентов-естественников, опираясь на «библейский принцип — молодое вино не вливают в старые мехи» [2, с.23]. С учетом методологии преподавания гуманитариям, не следует пугать их застарелым мифом о том, что в математике все без исключения строго доказывается, есть и такие разделы современной математики, которые доступны, понятны и полезны для них.

Сторонникам раздельного сосуществования математических и гуманитарных дисциплин в университетском образовании нетрудно привести аргументы в поддержку своей позиции. Безусловно, природа математического и гуманитарного знания, вообще говоря, разная. Гуманитарное знание принципиально субъективно и может оправдать что угодно, поскольку по-разному отвечает на одни и те же вопросы. Автор доклада, заведует кафедрой общей математики и информатики Белорусского государственного университета, специализирующейся на постановке курсов высшей математики для студентов гуманитарных и естественнонаучных специальностей (см., например, пособие [3]). В своей работе преподаватели кафедры стараются убедить своих студентов будущих философов, психологов, социологов, журналистов, филологов, экономистов, международников, политологов и правоведов в необходимости и целесообразности математических знаний, не только с общекультурных позиций, но и с точки зрения их будущей профессиональной деятельности.

Список литературы

1. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980. – 144 с.
2. *Дорофеев Г.В., Седова Е.А., Троицкая С.Д.* Концепция профильного курса математики // Математика в школе. – 2006. – №7. – С.14–25.
3. *Еровенко В.А.* Основы высшей математики для филологов: методические замечания и примеры: курс лекций. – Мн.: БГУ, 2006. – 175 с.

ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ СТУДЕНТАМ, СПЕЦИАЛИЗИРУЮЩИМСЯ В ОБЛАСТИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ефимова Е.А.

Российский государственный гуманитарный университет

125267, Москва, Миусская пл., 6

Тел.: 2506329, e-mail: yefimova-elena@yandex.ru

Курс «Логическое программирование», читаемый для студентов третьего курса, обучающихся в РГГУ по специальности «Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере», входит в цикл общих профессиональных дисциплин и является годовым.

В отличие от традиционных курсов по программированию, особенностью преподавания курса логического программирования является то, что обычно его читают математики (отделение интеллектуальных систем института лингвистики РГГУ в данном случае не является исключением). Дело в том, что часто логическое программирование читается как один из разделов курса математической логики. С другой стороны, в отличие от «обычных» математических курсов, неотъемлемой составляющей данного курса является написание программных проектов. Таким образом, одной из основных проблем, которые возникают при чтении данного курса, является соотношение между его теоретической и практической составляющими.

Как известно, логическое программирование в широком смысле — это программирование, основанное на идее описания задачи совокупностью утверждений в некотором логическом языке и получение решения построением вывода в некоторой формальной (дедуктивной) системе. Логическое программирование в узком смысле — это программирование, основанное на хорновских дизъюнктах (языком программирования «на хорновских дизъюнктах» является язык Пролог). Поэтому в курсы логического программирования, в случае если оно не является частью курса математической логики, обычно входят необходимые разделы математической логики.

На отделении интеллектуальных систем РГГУ содержание курса определяется следующим. Во-первых, для студентов отделения читается несколько курсов, так или иначе связанных с математической логикой. В частности, на первом курсе студенты слушают годовой курс «Математическая логика». Поэтому основные понятия данной области математики студентам, начинающим изучать логическое программирование, хорошо известны. Во-вторых, на четвертом и пятом курсах, по окончании курса логического программирования читаются такие курсы, как «Логические средства интеллектуальных систем» и «Аксиоматические системы и элементы теории моделей». В них, в частности, подробно рассматриваются теоретические аспекты логического программирования. Поэтому курс логического программирования является в значительной степени практическим и представляет собой изучение языка Пролог.

В результате студенты получают глубокое, полноценное образование в области логического программирования: сначала они узнают об основных понятиях в курсе математической логики, затем имеют серьезную практику программирования на языке Пролог, а после этого получают дополнительное теоретическое образование в области логического программирования. Одновременно с курсом логического программирования читается годовой курс интеллектуальных систем. Нам представляется, что место и направленность курса логического программирования в данных условиях является оптимальным.

Как отмечалось выше, одной из составляющих любого курса логического программирования является изучение и использование языка Пролог для написания программ. Существует несколько десятков реализаций языка Пролог. Проблема выбора реализации языка Пролог для преподавания курса логического программирования является серьезной проблемой. Наиболее часто выбор осуществляется между одним из представителей ISO-прологов и одним из диалектов языка Пролог (SWI Prolog, GNU Prolog, реализации языка Пролог, разработанные в разные годы фирмой PDC — типизированные языки Turbo Prolog или Visual Prolog, и др). Если предпочтение определяется степенью «чистоты» языка логического программирования, то выбор делается в пользу одного из ISO-прологов или языка Mercury. Во многих случаях предпочтения отдаются языку Turbo Prolog — наиболее популярной реализации языка Пролог в 80–90-е годы. Но Turbo Prolog не позволяет разрабатывать приложения под Windows. Если необходимо средство быстрого прототипирования и разработки современных Windows-приложений, то выбор делается в пользу языка Visual Prolog.

Для тех, кто использует Visual Prolog, все еще остается выбор между его принципиально различными версиями — 5.x, 6.x и 7.x. Выбор между ними определяется проблемой полноты реализации процедуры унификации термов, проблемой доступности некоторых современных средств разработки программ (являющихся платными), а также наличием литературы.

Несмотря на то, что в версиях 7.x языка Visual Prolog процедура унификации реализована лишь частично, а некоторые чрезвычайно полезные средства разработки программ имеются только в Commercial Edition, на отделении интеллектуальных систем РГГУ выбор сделан в пользу этой, самой современной версии языка Visual Prolog (используется Personal Edition). Практика преподавания показала, что такой выбор является весьма полезным и привлекательным для студентов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ: КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ФОРМАТ

Журбенко Л.Н., Никонова Г.А., Никонова Н.В., Нуриева С.Н.

Казанский государственный технологический университет, каф. высшей математики

Россия, 420015, Казань, ул. К.Маркса,68

e-mail: artem501@list.ru

Структура и содержание математического образования в технологическом университете связаны с многоуровневым и многопрофильным образованием, конечной целью которого при компетентностном подходе становится профессиональная компетентность инженера-бакалавра, инженера-магистра. Стержневой составляющей инженерной компетентности является профессионально-прикладная математическая компетентность (ППМК) — овладение математическими методами на таком уровне, который достаточен для их эффективного применения при решении задач, возникающих при выполнении профессиональных функций, и для дальнейшего творческого саморазвития специалиста. Математические методы включают частные фундаментальные методы по разделам математики, общий прикладной метод математического моделирования и общие теоретические методы: аксиоматический, алгоритмический, математической индукции, логических рассуждений, аналитико-синтетический.

Фундаментальные математические методы (методы алгебры, координат, дифференцирования и интегрирования, оптимизации, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики) обеспечивают продуктивные действия по решению профессиональных проблем с помощью метода математического моделирования. Вместе с тем построение и исследование математических моделей непосредственно связано с развитием проектно-конструктивных способностей. Формализационные способности (A) необходимы для кодирования рассматриваемой системы, конструктивные способности (B) — для конструирования решения, исполнительские способности (C) — для доведения решения до числа. Итак, формирование ППМК зависит от полноты и целостности математических знаний, необходимых для решения проблем в данном профессиональном направлении, и от развития проектно-конструктивных (ABC) способностей, которое обеспечит достаточный уровень овладения математическими методами и творческое саморазвитие специалиста.

Разработана дидактическая система гибкой многопрофильной математической подготовки (ГММП) в соответствии с компетентностно-деятельностным и интегративным подходами, основными подсистемами которой являются универсальный дидактический комплекс — УМК (дидактические материалы и учебно-методический комплект — кейс для студента), интенсивная технология обучения, основанная на использовании кейса с рейтинговой системой оценки учебных достижений.

Универсальный дидактический комплект или кейс создавался нами как набор учебных пособий, сущность которого соответствует сущности полноценного учебника как комплексной информационной модели инновационной дидактической системы ГММП. Содержание и структура кейса обеспечивают информационное и процессуально-практическое наполнение модулей гибкой универсальной программы в соответствии с целями и принципами ГММП для осуществления каждым студентом самоуправляемой познавательной деятельности, направленной на достижение ППМК. Интеграция содержания и дидактического процесса осуществляется компоновкой кейса вокруг фундаментальных математических методов. В качестве теоретического учебного пособия используется учебное пособие «Математика» авторов Данилова Ю.М., Журбенко Л.Н., Никоновой Г.А., Никоновой Н.В., Нуриевой С.Н. (изд-во ИНФРА-М, гриф Министерства образования науки РФ), разработанное для направления «Техника и технология» с учетом принципов: минимальность объема при достаточности содержащейся в нем информации, оптимальное сочетание широты и глубины изложения, строгости и наглядности. Генерализация учебной информации основана на идее укрупненной подачи материала и оптимальной визуализации в целях интенсификации и улучшения эргономического качества учебного пособия. Для этого предусмотрена система опорных конспектов к каждому подмодулю в сочетании с использованием современной математической символики, с выходом фундаментальных математических методов на их прикладное значение: применение математических методов в исследовании статических, динамических, оптимизационных моделей. Практико-ориентированные учебные пособия делают возможным самостоятельное овладение практическими навыками по схеме: 1) осмысление опорного конспекта, анализ задач с решением→2) самостоятельное решение задач, выполнение типового расчета→3) в случае затруднений возвращение к 1)→4) решение вариантов контрольных работ. В них содержится достаточное количество учебных, прикладных, квазипрофессиональных задач для перехода от репродуктивной к продуктивно-творческой деятельности.

Интенсивная технология обучения на основе УМК осуществляется по правилам: использование модульного принципа, проведение лекций без конспектирования с применением теоретического учебного пособия, организация практических занятий и самостоятельной работы с использованием практико-ориентированных учебных пособий с целью развития проектно-конструктивных способностей и переходу к самообучению при координирующей функции преподавателя, организация рейтинговой системы контроля.

О РЕАЛИЗАЦИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Зайниев Р.М.

Камская государственная инженерно-экономическая академия

423827, Набережные Челны, РТ, пр.Мира, 90, кв.83

Тел.: 8-(8552)732471, e-mail: kampi@kampi.ru

Интерес к инженерному образованию в России с каждым годом растет, несмотря на то, что большинство вузов, в том числе технические, в последние годы перешли к подготовке специалистов в области экономики, менеджмента, дизайна, психологии и т.д. Этот переход был продиктован, прежде всего, экономическими соображениями выживаемости технических вузов 90-х годов прошлого века. Повышение интереса к инженерному образованию продиктовано, с одной стороны, тем, что экономическое развитие страны не может находиться на передовых позициях без современной техники и технологии, с другой стороны, трудоустройство подрастающего поколения может осуществляться только на экономически развитом промышленном производстве. Эти положения диктуют качественно новые подходы к подготовке инженерных кадров, в частности, по основным естественнонаучным дисциплинам, из которых основополагающей является математика.

Обращая серьезное внимание на фундаментальное математическое образование при подготовке инженерных кадров, в своих работах Л.Д. Кудрявцев неоднократно высказывал мысль о том, что содержание математического образования не должно сводиться к совокупности математических знаний и умений. Результатом обучения в вузе, по мнению Льва Дмитриевича, должно стать формирование способности «разбираться в математических методах, необходимых для работы по специальности, но не изучавших в вузе, умение читать научную литературу, умение самостоятельно продолжить свое математическое образование» [3, с.65]. «Такой подход представляется особенно актуальным в настоящее время, когда развитие науки, технологии, инженерного дела происходит так быстро, что часто изучаемый студентом материал во время обучения в вузе оказывается уже устаревшим и неприменимым на практике к моменту окончания им вуза» [4, с.18].

Учебники, учебные пособия и задачники по математике, применяемые в технических вузах сегодня, мало чем отличаются от тех, которые применяются в классических университетах, педагогических и других учебных заведениях. Большинство учебников и пособий по математике носят формальный характер и содержат только упражнения вычислительного характера, без конкретного приложения для решения профессиональных задач. Так, например, в разделе «Дифференциальные и интегральные исчисления» содержатся только задачи и упражнения в технике дифференцирования и интегрирования. «Такие задачи, как бы они хороши с точки зрения подбора и систематизации упражнения, не могут считаться удовлетворительными с точки зрения требований, которые мы предъявляем к подготовке новых кадров специалистов. В высшем техническом учебном заведении мы не должны преподносить учащемуся теорию, которую он не умел бы применять к технике. Между тем, применение высшей математики к технике — это то, о чем меньше всего заботились авторы большинства задачников, распространенных в наших втузах» [1, с.3].

Таким образом, еще в 20–30-х годах прошлого века было обращено внимание к практической стороне подготовки инженерных кадров. Эти требования тесно переплетаются с требованиями компетентностного подхода к инженерному образованию в сегодняшней России. Между тем, профессиональная деятельность будущего инженера требует использования полученных знаний по математике и навыков их применения на практике. Выпускник инженерно-технического вуза должен уметь «формировать в условиях профессиональной деятельности навыки математического моделирования» [2, с.230]. Без специальной подготовки на занятиях по математике нельзя готовить инженерные кадры к формированию навыков математического моделирования.

Задача подготовки будущих инженеров навыкам математического моделирования является наиболее ответственной и трудоемкой частью в математическом образовании. Для решения этой задачи необходимо выполнение, по крайней мере, **следующих условий:**

1. Подготовка преподавателей математических кафедр, способных понимать и решать проблему математического образования по данному направлению подготовки инженерных кадров. Преподаватели математических кафедр должны специализироваться по конкретному направлению подготовки инженерных кадров и иметь тесные контакты со специальными кафедрами факультета. Практическими путями сотрудничества математических кафедр со специальными кафедрами могут быть обсуждение и принятие программ как по математике, так и по специальным дисциплинам, введение факультативных занятий на старших курсах, разработанных на математических кафедрах.

2. Проведение практических занятий по математике, содержащих задачи применительно к технике, к производству и будущей профессии. При этом задачи должны быть подобраны так, чтобы они имели как физическое, так и техническое содержание, формулировки задач не были искусственными, «псевдотехническими». «Решая эти задачи, необходимо вдумываться как в конкретное их условие, так и в приемы математического их решения; необходимо вдумчиво отнестись к процессу перевода условий задачи на математический язык» [1, с.4]. В учебный процесс вводятся профессиональные задачи [5, с.74]. Внедрение в учебный процесс задач подобного типа приучает студентов видеть универсальность математических формул, приводит к элементам математического моделирования профессиональных задач из различных областей науки и техники.

3. Введение в учебный процесс по математике выполнение лабораторных работ, начиная с первого семестра. Необходимость введения лабораторных работ по математике продиктовано тем, что в технических вузах возрастают требования к профессиональной подготовке будущих инженеров (бакалавров, магистров или специалистов). «Вопрос о лабораторных работах по математике имеет и иной, очень глубокий и важный аспект, — отмечает Н.Х. Розов, — человеческое бытие требует еще одного важного навыка геометрического или пространственного воображения» [6, с.14]. В качестве заданий могут служить задачи нахождения наименьшего расстояния между двумя реальными объектами, на вычисление наименьшей (наибольшей) площади, наименьшего (наибольшего) объема реальных объектов. На более старших курсах в качестве лабораторных работ можно предложить задания в зависимости от получаемой специальности или получаемого направления. Для радиотехнических специальностей можно предложить задачу аппроксимации сигналов с помощью ортогональных полиномов и специальных функций [5, с.131–142].

Таким образом, профессиональная направленность в математическом образовании инженерных кадров осуществляется в процессе преподавания математики и позволяет формировать навыки математического моделирования и компетенции специалиста, обеспечивающего готовность применять полученные знания, умения и навыки в практической деятельности.

Список литературы

1. *Дингельдей Ф.* Сборник упражнений и практических задач по интегральному исчислению / Перевод с немецкого. – Изд.2-е, стереот. – М.-Л.: Гос. технико-теорет.изд-во, 1933. – 400 с.
2. *Карнаухова О.В., Перебаева А.А., Шершнева В.А.* Филиалы вузов: специфика компетентностного обучения // Внутривузовские системы обеспечения качества подготовки специалистов: Материалы 4-й Международной научно-практич. конференции; ГОУ ВПО «Гос.ун-т цвет.металлов и золота». – Красноярск, 2006. – С.230–232.
3. *Кудрявцев Л.Д.* Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977.
4. *Кудрявцев Л.Д.* Образование и нравственность. – М.: ПАИМС, 1994. – 96 с.
5. *Розанова С.А.* Математическая культура студентов технических университетов. – М.: Физматлит, 2003. – 176 с.
6. *Розов Н.Х.* Курс математики образовательной школы: сегодня и послезавтра // Математика. Образование: Материалы XV Международной конференции. – Чебоксары: Изд-во Чувашск.университета, 2007. – С.11–17.

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНО СМОДЕЛИРОВАННЫХ ОШИБОЧНЫХ РЕШЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ

Зеленский А.С.

Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

119992, Москва, Ленинские горы, МГУ

Тел.: (495)9391190, e-mail: asz@edunews.ru

В преподавании математики школьникам (особенно старшеклассникам) обычно применяется методика «прямого» обучения, которую грубо можно описать фразой: «Эту задачу нужно решать так». В этом направлении сориентировано и подавляющее большинство учебников и пособий по математике, главная цель которых — показать, как ***нужно*** решать задачи того или иного типа. Но в этих книгах зачастую не акцентируется внимание на объяснении того, почему задачу нужно решать именно так, почему не проходит какой-то иной, на первый взгляд, более простой способ, зачем в решении столько, казалось бы, лишних условий. На эти вопросы чаще всего не отвечает и учитель: порой из-за того, что не считает нужным этого делать (ведь способ решения показан!), порой из-за элементарной нехватки времени, а порой и из-за недостаточной квалификации.

На наш взгляд, именно в этом кроется одна из причин того, что часто школьники владеют приёмами решения задач поверхностно и формально. Пока «проходится» данная тема, задачи ещё как-то решаются, но уже через месяц школьник не может самостоятельно решить даже стандартной задачи (не говоря уже о задачах со слегка нестандартной постановкой).

В процессе длительной работы в лицейских математических (и экономических) классах при механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова возникла идея время от времени предлагать учащимся ошибочные способы решения задач (или решения с какими-то недочётами). При этом преподаватель никогда заранее не говорит о предстоящей ошибке. Это позволяет держать класс «в тонусе»: ученики привыкают к тому, что нельзя принимать «на веру» ни одну из фраз учителя. Тем самым в школьниках воспитывается абсолютно необходимый самоконтроль и критическое отношение к излагаемому материалу.

При изложении теоретического материала преподаватель также может умышленно дать неверную формулировку (чаще всего опускается какое-то важное ограничение). Классический пример: неверное определение периодической функции (которое содержится даже в некоторых книгах) — функция имеет период T, если $f(x+T) = f(x)$ для всех x, входящих в область определения. После того, как учитель давал такое «определение», бывало, что урок длился ещё 20–30 минут, пока кто-то из учеников не обнаруживал контрпример, в результате чего в определение добавлялось условие $f(x - T) = f(x)$. Всё это время преподаватель аккуратно подводил школьников к противоречию. В результате все учащиеся концентрируются на этом пункте определения, их знание становится осознанным. Очевидно, что если бы сразу было дано верное определение, значительная часть школьников упустила бы этот важный момент.

При этом специально сконструированные «решения» задач могут содержать как грубые «ляпы», видимые почти сразу, так и неточности или тонкие логические ошибки, поиск которых может занять немало времени даже у специалиста. Примеры таких решений приведены в статьях [1, 2].

Анализ неправильного решения и поиск ошибок (речь, разумеется, идёт об «идейных» ошибках, а не просто об арифметических просчётах) могут оказать огромную пользу. На примере этих «решений» можно разобраться с проблемой, выявить какие-то тонкие места и, наконец, понять, почему задачу так решать нельзя и как её нужно решать.

В процедуре поиска ошибок в решении есть ещё один важный момент: у школьника воспитываются необходимые навыки для того, чтобы потом находить ошибки и недочёты в собственных рассуждениях; он постепенно вырабатывает какие-то свои алгоритмы этого поиска. Без тренировки этого не происходит.

Важную роль играет тренировка процедуры поиска ошибок и в подготовке будущих учителей. Во-первых, это просто повышает их математическую культуру. А, во-вторых, они также вырабатывают навыки и алгоритмы проверки решений школьников, что является одним из важных элементов их будущей профессиональной деятельности.

Решая творчески и самостоятельно разные задачи (не только в математике), ученики часто ошибаются. Это нормально. Но если анализировать эти ошибки, делать из них правильные выводы, то к школьным выпускным и вузовским вступительным экзаменам учащиеся привыкают действовать чётко и безошибочно.

Список литературы

1. *Зеленский А.С.* Учимся на чужих ошибках / Абитуриент. Журнал для поступающих в вузы, 2004, № 10, с. 34–38.
2. *Зеленский А.С.* Улучшение математической подготовки учащихся с помощью специально сконструированных ошибочных решений, определений и теорем / Образовательные технологии. Научно-технический журнал., 2006, № 3, с. 29–32.

ПРОБЛЕМА УБЕДИТЕЛЬНОСТИ КАК ФИЛОСОФСКАЯ ПРОБЛЕМА ОБРАЗОВАНИЯ

Зимина О.В.

Московский энергетический институт (технический университет) кафедра высшей математики

Россия, 111250, г. Москва, Красноказарменная ул., д.14

e-mail: AcademiaXXI@mail.ru

В сочинениях мыслителей прошлого проблема убедительности в основном выражалась в поисках убедительного метода доказательства тех или иных научных истин. Декарт считал, что люди обычно ошибаются не столько в восприятии опытных фактов, сколько в их осмыслении, где необходимо применять математический метод. В XVII–XVIII вв. математический, точнее, аксиоматический метод воспринимался как единственный метод доказательства истинности положений даже в тех областях знания, которые не имели отношения к математике. Спиноза предпринял попытку аксиоматического построения этики, Лейбниц — юриспруденции, Уистон — космологии, Коменский — дидактики. В 1762 г. Берлинская академия наук объявила конкурс, задача которого заключалась в том, чтобы выяснить, содержат ли философские истины, в частности основоположения теологии и морали, возможность столь же очевидного доказательства, каким обладают истины в геометрии; если же такой возможности не существует, то «...какова степень их достоверности и обладает ли последняя полнотой убедительности» [1, с. 52]. Кант, вдохновленный трактатом Ньютона Математические начала натуральной философии, представил на этот конкурс работу «Исследование очевидности принципов естественной теологии и морали» и занял второе место.

Проблема убедительности не могла не волновать классиков педагогики, хотя никогда не формулировалась ими как педагогическая проблема. Коменский утверждал, что даже истинному высказыванию может не доставать убедительности: «Ум всегда требует доказательств утверждаемой истины. Следовательно, если ты предлагаешь какое-либо утверждение, делай так, чтобы в доказательствах не было недостатка» [2, т. 2, с. 185]. В этих словах Коменского содержится важнейший для педагогики аспект проблемы убедительности: в том, что представляется истинным учителю или автору учебника, учащегося еще предстоит *убедить*. Об этом же писал Дьюи: «Как бы ни было истинно изучаемое для тех, кто это обнаружил и в чьем опыте оно функционировало, в нем нет ничего, что делало бы его знанием для учеников [3, с. 309]». Эти соображения позволяют нам рассматривать проблему убедительности как центральную философскую проблему педагогики [4, с. 185].

Сформулируем *принцип убедительности* как совокупность правил, посредством которых научные, этические, религиозные и другие истины, подлежащие осмыслению и усвоению, приобретают полноту убедительности.

В дидактике в роли таких правил выступают дидактические принципы доступности, сознательности, научности, системности и др. Тогда принцип убедительности явится всеобщим, или универсальным принципом, на основе которого строится иерархическая система дидактических принципов и методических условий их реализации в педагогической практике.

Церковь решает проблему убедительности с помощью чуда, тайны и авторитета. Против этого во все времена выступали выдающиеся мыслители и ученые. Еще в IX в. великий философ-схоласт Эриугена писал: «Разум опирается на истину, он не происходит от авторитета» [5, с. 296]. На тех же позициях стояли великие гуманисты, просветители и ученые Нового времени.

Проблема убедительности непосредственно связана с проблемой авторитета учителя (а также политика, общественного деятеля, писателя и т.п.) и имеет различные аспекты: возрастные, гендерные и др. Использование компьютерных и коммуникационных технологий в обучении и контроле знаний добавляет проблеме убедительности дополнительные аспекты. Отношение учащихся и преподавателей к информации, сообщаемой компьютером колеблется от абсолютного доверия до полного неприятия. Примером такого неприятия является отношение многих педагогов к результатам компьютерного контроля.

Все вышесказанное свидетельствует о том, что проблема убедительности, ее роль в педагогической теории и практике обучения, пути ее разрешения нуждаются в комплексных исследованиях специалистов: педагогов, философов, психологов, политологов, социологов и др.

Список литературы

1. *Гулыга А.* Кант. – М.: Молодая гвардия, 1977.
2. *Коменский Ян Амос.* Избранные педагогические сочинения. – М.: Педагогика, 1982.
3. *Дьюи Дж.* Демократия и образование. – М.: Педагогика-Пресс, 2000.
4. *Зимина О.В.* Ян Амос Коменский и современное образование // Сб. статей «Математика в образовании». Вып. 3 / Под ред. И.С. Емельяновой. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. С. 175–191.
5. *Грановский Т.Н.* Лекции по истории Средневековья. – М.: Наука, 1986.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ БАКАЛАВРОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СОВРЕМЕННОМ ПЕДВУЗЕ

Зиновьева Н.Н.

ПИ ЮФУ, каф. математического анализа

Ростов на Дону, Днепровский, 116

Тел.: (863)2919478

Реформа высшей школы, проводимая в последние годы, существенно изменила отлаженную советскую систему обучения, в том числе и математическим дисциплинам в педагогических вузах. Введение концентрической схемы обучения, переход от подготовки специалистов к подготовке магистров и бакалавров привел к появлению новых интегрированных из различных математических дисциплин курсов, таких как математика и МММиТ; переносу начала изучения классических математических дисциплин, таких как математический анализ, алгебра и геометрия на третий курс. При этом количество аудиторных часов, выделяемых на изучение этих дисциплин, значительно уменьшилось, а стандарты изменились мало. Таким образом, возросла доля теоретического и практического материала, выносимого на самостоятельное освоение студентами.

Ощутимо усиливают проблемную ситуацию специфические факторы, присущие бакалаврам нашего ПИ ЮФУ и имеющие место в других педагогических вузах, такие как

1) низкие конкурсы, наблюдавшиеся в последние годы, как следствие, низкий уровень подготовленности по элементарной математике у части студентов младших курсов;

2) неосознанность абитуриентами личной ответственности за свое обучение, привычка получать готовые знания, неумение учиться, незнание студентами методов и приемов организации самостоятельной работы, в том числе и с учебной литературой приводят к торможению развития и затуханию их творческих способностей;

3) пропуск занятий по уважительным причинам;

4) недостаточный и отрицательно эмоционально окрашенный текущий контроль.

Очевидно, организация и руководство самостоятельной работой студентов, особенно на младших курсах, является актуальной задачей, стоящей перед каждым преподавателем высшей школы. Успешное овладение навыками и различными формами организации самостоятельной учебной деятельности ведет к формированию личностной компетентности будущего специалиста, облегчит труд преподавателей на старших курсах и, главное, создаст положительную мотивацию и условия для творческого роста как обучаемых, так и их наставников.

Для реализации сформулированной задачи преподавателю важно самому знать и уметь использовать традиционные и нетрадиционные формы организации самостоятельной учебной и научно-исследовательской деятельности студентов.

На современном этапе развития особое значение имеет умение грамотно использовать возможности компьютера. Бесспорно, не стоит сводить руководство самостоятельной работой к предоставлению обучающих программ студентам. Широкое использование компьютерной техники, требует попрежнему активного личного участия преподавателя, что и заставляет нас снова обращаться к классическому опыту педагогов.

Нами изучается опыт и разрабатывается система руководства самостоятельной работой студентов в преподавании математических дисциплин, в большей мере математического анализа. Основные акценты при ее разработке ставятся на создании положительной мотивации в самообучении, активизации творческого начала наших студентов, формировании математических компетенций будущего педагога.

Огромный положительный опыт накоплен преподавателями нашего факультета математики и информатики проф. Поляковой Т.С. и доц. Смеликом Г.Г. в реализации рейтинговой системы оценивания текущей самостоятельной работы студентов.

Более полувека нетрадиционными формами внеаудиторной работы со студентами занимается Фискович Т.Т. В её творческом багаже масса с блеском реализованных мероприятий: это и «Путешествия вглубь веков», в ходе которых студенты, «перемещаясь во времени», встречаются с выдающимися математиками прошлого; и «Математические конгрессы», воссоздающие атмосферу проведения средневековых собраний передовых математиков; и «Топологические шоу», составленные из песенных, стихотворных и даже кулинарных номеров студенческого творчества, посвященных конкретной тематике; и многие другие формы студенческих работ, заканчивающихся театрализованными выступлениями. Такого рода творческие мероприятия требуют, как правило, большой и разнообразной подготовительной работы. Это многообразие видов работ и позволяет наиболее полно использовать творческий потенциал больших групп студентов, поручая каждому то, что для него наиболее интересно.

Традиции наших преподавателей изучаются, осмысливаются, перерабатываются и продолжаются нами. Так, например, под нашим руководством в 2007 году в рамках празднования 300-летия Л. Эйлера студенты 1–3 курсов представили результат своей внеаудиторной работы в форме театрализации «Заседание Петербургской академии наук, посвященное Л.Эйлеру».

ЗНАЧИМОСТЬ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ В МАЛЫХ ГРУППАХ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ СОЦИАЛИЗАЦИИ УЧАЩИХСЯ ВУЗА

Змушко А.А.

Филиал РГСУ

Наро-Фоминск

Тел.: 8(49634)70790

Государственный образовательный стандарт в явном или неявном виде содержит определённые социокультурные ориентации, связанные с обучением и воспитанием молодого поколения в соответствии: а) с нормативным каноном личности (гражданина), принятым в данном обществе; б) с нормативными требованиями распространённых в данном обществе социальных ролей.

Технология обучения в малых группах по методике сотрудничества студентов гуманитарных специальностей, как личностно ориентированная, наиболее полно отвечает требованиям государственного стандарта. Технология обучения в малых группах по методике сотрудничества как коллективная деятельность предполагает:

- организацию совместных действий, ведущую к активизации учебно-познавательных процессов;
- распределение начальных действий и операций (ролей);
- коммуникацию, общение, без которых невозможны распределение, обмен и взаимопонимание, и благодаря которым, планируются адекватные учебной задаче условия деятельности и осуществляется выбор соответствующих способов действия;
- обмен способами действия, вызываемый необходимостью построения различных моделей для получения совокупного продукта деятельности и решения проблемы;
- рефлексию, через которую устанавливается отношение участника к собственному действию и обеспечивается адекватная коррекция этого действия.

На занятиях, проводимых по этой технологии, происходит процесс социализации вследствие ролевого участия студентов в решении проблемы и, как следствие, — усвоение студентами социального опыта, ценностей, норм поведения, соответствующих данному обществу, социальной группе, социальной роли. Процесс социализации позволяет личности стать полноправным членом общества, занять в нём определённую жизненную позицию и жить так, как требуют обычаи и традиции.

Технология обучения в малых группах по методике сотрудничества представляет процесс педагогического взаимодействия преподавателя со студентами, направленный на развитие и саморазвитие личности обучающихся и основанный на выявлении и учёте их индивидуальных особенностей как субъектов познавательной деятельности. По системе ценностей эта технология в принципе отличается от традиционной. Самым значимым в обучении по данной технологии является не ответ учащегося преподавателю, а его работа в малой группе, когда идёт подготовка и обсуждение вопросов теории и методов решения математических задач. Именно в группе осуществляется самообучение, учащиеся сами приходят к тем или иным выводам, объясняют друг другу содержание и логику учебного материала. Поэтому не «доложить» преподавателю о своих знаниях, а обменяться знаниями в процессе подготовки, выработать свою собственную — и групповую и свою личную точку зрения — в этом смысл занятия. Задача преподавателя — держать учебную ситуацию под контролем и при необходимости помочь выработать правильное решение. Таким образом, усиливается обучающая функция контроля.

Сущностными признаками исследуемого процесса обучения являются: наполнение учебной деятельности студентов личностным смыслом; функционирование данного процесса в условиях развивающей образовательной среды; **диалоговый** характер общения между субъектами образовательного процесса; целенаправленность на формирование у студентов способности к **саморазвитию,** творчеству, стремления к **самореализации** в учебной деятельности. Эффективность данной технологии состоит ещё и в том, что снятие результатов обучения осуществляется на каждом практическом занятии.

Показателями эффективности реализации технологии обучения математике в малых группах по методике сотрудничества студентов гуманитарных специальностей являются: развитие самостоятельности студентов в учебно-познавательной деятельности; привитие студентам культуры демократического общения, гуманитарной культуры мышления, способности к коллективному мыследействию; формирование развивающей личностно ориентированной педагогической среды.

Список литературы

1. *Агеев В.С.* Межгрупповое взаимодействие: Социально-психологические проблемы. – М., 1990.
2. *Донцов А.И.* Психология коллектива. – М., 1984.
3. *Кричевский Р.Л., Дубовская Е.М.* Психология малой группы: теоретический и прикладной аспекты. – М., 1991.
4. *Цукерман Г.А.* Совместная учебная деятельность как основа формирования умения учиться. – М., 1992.

НЕКОТОРЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ОРИЕНТАЦИИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ

Золотухин Ю.П.

ГрГУ им. Я.Купалы

Тел.: +375(152)417610, e-mail: kaf_agimpm@grsu.by

Один из принципов профессионально-педагогической направленности обучения заключается в выдвижении на первый план идеи связи вузовской дисциплины с соответствующим школьным предметом. Большие возможности для его реализации представляет курс общей топологии на педагогическом отделении университета.

Методической основой при этом служит тот факт, что фигуры в школьной математике трактуются (хотя часто неявно) как подмножества прямой, плоскости, пространства. После введения расстояния между каждыми двумя точками последние становятся метрическими пространствами, которые можно отождествить с евклидовыми пространствами ∇^1, ∇^2, ∇^3 соответственно. Евклидова топология индуцирует в фигурах, которые размещены в них, топологию подпространств. Данные в школьных учебниках дефиниции позволяют однозначно толковать строение фигур, если договориться присутствующим в них понятиям и отношениям, не определенным в школьном курсе математики, придавать общепринятый смысл.

При строгом подходе к определениям оказывается, что конструкции основных объектов в употребительных школьных курсах геометрии не идентичны, и, кроме того, не всегда адекватны обычным представлениям о них. Это обстоятельство служит основанием для постановки задач сравнительного изучения теоретико-множественных и топологических свойств основных фигур, представленных в различных учебниках геометрии, проведения их топологических классификаций и т.п.

Другим направлением приложения топологических знаний и умений является анализ определений по существу топологических понятий (тела, поверхности, области, границы множества и др.) в различных школьных учебниках и методический разбор их особенностей по сравнению с принятыми в собственно топологии.

Много разнообразных учебных задач по общей топологии можно поставить на материале конечных множеств, широко представленных в школьной математике. Конечно, топология конечных множеств бедна по сравнению с топологией бесконечных. В то же время, допуская исчерпывающее описание, она представляет собой образец законченной математической теории. Оказалось, что на уровне обучения она достаточно нетривиальна и содержит много интересных фактов.

В познавательном плане ее значение состоит в том, что она знакомит с истоками общей топологии, показывая ее как бы в момент зарождения: для одноэлементных множеств антидискретная и дискретная топологии еще не различимы, в случае двухэлементного множества между ними вклиниваются две простейшие топологии — связные двоеточия, с переходом к трехэлементному число пространств, «аппроксимируемых» антидискретным и дискретным, возрастает до 27.

С увеличением мощности носителя свойства конечных топологий становятся все более разнообразными и постепенно начинают приближаться к свойствам счетных. Естественным образом возникает потребность изучения счетных, континуальных и более мощных топологических пространств. Другими словами, использование конечных пространств позволяет реализовать генетический и, одновременно, проблемно-поисковый подход в преподавании теоретико-множественной топологии будущим учителям математики.

Наши наблюдения показывают, что профессионально-педагогическая направленность преподавания общей топологии способствует повышению интереса к ней студентов, готовящихся к работе в школе. Комплексное изучение строения геометрических фигур и других множеств тренирует внимание слушателей, содействует развитию топологической интуиции. Оно помогает формировать у будущих учителей представления об объектах школьной математики на новом, качественно более высоком уровне. С другой стороны, актуализация абстрактных понятий и методов топологии способствует повышению ее рейтинга в системе математических дисциплин педагогического отделения университета.

ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Иванова О.Ю., Утеева Р.А.

Тольяттинский государственный университет

445022 г. Тольятти, ул. Белорусская 14

Факс: 8(8482)229522, e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru

В последнее время на страницах печати чаще всего стали говорить об оценке качества образования. В 2007 г. появился журнал «Оценка качества образования», учредителем которого стал Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Согласно принятому федеральному закону с 2009 г. ЕГЭ становится единственной формой государственной итоговой аттестации выпускников средних общеобразовательных школ, направленной на получение независимой оценки их индивидуальных достижений.

На практике сложилось мнение о том, что чем больше баллов набрал выпускник по результатам сдачи ЕГЭ по математике, тем выше его индивидуальные достижения; чем больше учащихся класса набрали высоких баллов, тем качественнее работает учитель математики. Так ли это на самом деле? Не сведется ли в конечном итоге обучение математике в школе — к простому натаскиванию на определенную технологию сдачи ЕГЭ, ориентированной на результаты — как можно больше баллов (в ущерб многим интересным темам, которые не входят в задания ЕГЭ; в ущерб изучению геометрии, уроки которых перестают вести многие учителя девятых и одиннадцатых классов)?

В методике преподавания математики задачи традиционно рассматривались как средство контроля и оценки качества знаний учащихся. В 70–90-е годы в методических исследованиях большое внимание уделялось проблеме формирования тех или иных качеств знаний, например, системности знаний (Л.Я. Зорина, В.А. Далингер, Н.Г. Шило).

В исследованиях М.Н. Скаткина и В.В. Краевского была предложена система качеств знаний: 1) полнота и глубина; 2) осознанность и прочность; 3) систематичность и системность; 4) оперативность и гибкость; 5) конкретность и обобщенность; 6) свернутость и развернутость, для формирования каждого из которых необходима специальная система задач.

В настоящее время проблема формирования и выявления отдельных качеств знаний (например, обобщенности) через систему школьных математических задач не нашла должного решения.

В связи с этим возникает ряд вопросов:

1. Какие качества знаний и уровень их сформированности можно выявить с помощью заданий ЕГЭ по математике?

2. Удовлетворяет ли набор заданий ЕГЭ основным требованиям, предъявляемым к системам школьных математических задач, ориентированным на выявление качества математической подготовки выпускников?

3. Удовлетворяет ли набор заданий ЕГЭ основным целям и задачам обучения математике?

О ФОРМИРОВАНИИ УЧЕБНЫХ ПОНЯТИЙНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Иванова С.В.

МФТИ (ГУ)

e-mail: `sivanov@mail.mipt.ru`

В докладе излагаются основные этапы овладения учебными понятийными образованиями высшей математики, как инструментом математической деятельности в процессе обучения высшей математике.

Учебные понятийные образования высшей математики (УПОВМ) являются структурно-интегративными образованиями, фиксирующими основополагающие моменты в учебной и исследовательской математической деятельности студентов. Формирование УПОВМ объединяет два взаимосвязанных процесса: освоение УПОВМ как инструмента процесса обучения высшей математике и овладение математическими понятийными образованиями с помощью инструмента УПОВМ. В общей структуре этих процессов мы выделяем три основных этапа:

– пропедевтический этап направлен на знакомство с учебными терминами, формирование представлений, образной модели, освоение примеров, простейших техник и методов и т.п., которые составляют допонятийное образование;
– этап формирования структуры УПОВМ включает усвоение определения, свойств, связей, характерных способов языкового и символьного выражения элементов структуры УПОВМ, освоение приемов и методов деятельности с терминами, с понятиями, с их взаимосвязями в УПОВМ, освоение основных задач, дополнение и развитие образной модели, формирование системы примеров и контр-примеров и образных моделей для составляющих в структуре УПОВМ, и т.п.;
– этап развития и включения УПОВМ в математическую учебную и исследовательскую деятельность студентов, в частности, развития УПОВМ в целом и отдельных его составляющих, включения УПОВМ и его элементов, возможно преобразованных, в новые УПОВМ, включения УПОВМ в целостную систему учебных понятийных образований и наличных математических знаний студента, а также распространения их на нематематическую деятельность студентов.

Подчеркнем, что этап развития одного понятийного образования, как правило, совмещается с различными этапами формирования других понятий. Одно понятие включается через развитие, обобщение, перенос, деление в несколько УПОВМ разных типов. На продвинутых этапах обучения основой построения новых УПОВМ служат не только понятия или системы понятий, но и ранее сформированные понятийные образования.

Например, понятие линейного пространства постепенно формируется и развивается практически во всех курсах математического цикла вузов. Другой пример: формирование представлений о производной функции начинается в курсе математического анализа МФТИ с освоения техники дифференцирования, позднее изучаются понятия дифференцируемости функции в точке, производной, дифференциала. Они развиваются при изучении свойств функций дифференцируемых на промежутке, n-ой производной, теорем о среднем, формулы Тейлора и т.д. Сформированные понятийные образования на основе понятия производной развиваются и включаются в новые УПОВМ при изучении первообразной, интегралов, рядов, вектор-функций, функций многих переменных, дифференциальных уравнений и т.д.

В процессе формирования УПОВМ на каждом основном этапе выделяются цели и решаются задачи математического, методического и методологического характера, например: освоение и приемы введения определений, их раскрытия в деятельности студентов; анализа, формулирования, доказательства и использования теорем; формирование и использование технического аппарата; формирование и использование образной компоненты; методы и приемы введения, обобщения, развития, переноса и конкретизации понятийных образований и их составляющих; использование УПОВМ и их составляющих в решении задач и исследовательской деятельности и т.д. Заметим, что эти цели и задачи влияют на структуру каждого основного этапа и, в свою очередь, обладают выраженной внутренней структурой.

Процессы формирования УПОВМ как инструмента и процессы использования УПОВМ при освоении математических понятий также протекают параллельно, что делает их взаимозависимыми. Тип УПОВМ и уровень его освоения, этап изучения конкретного математического понятия формируют структуру приведенных выше элементов основных этапов освоения УПОВМ, определяют акценты и необходимые на данном периоде обучения уровни усвоения и освоения конкретных элементов системы, в том числе и деятельностных элементов.

Формирование математический понятий и понятийных образований в обучении высшей математике — длительный процесс, целостное протекание которого включает образование и использование разного рода связей между отдельными составляющими понятийных образований, а также формирование учебных и исследовательских приемов деятельности. Мы полагаем, что явное выделение основных задач и этапов их решения в процессе формирования УПОВМ позволит студентам легче ориентироваться в потоке новой информации, а также, возможно, положительно повлияет на качество их математической подготовки, глубину, полноту и взаимосвязанность математических знаний, приемов математической и учебной деятельности. Представляется, что все это должно положительно повлиять на общую профессиональную подготовку студентов.

Автор выражает глубокую признательность профессору МФТИ Петровой В.Т. за плодотворное обсуждение работы, значительно способствовавшее ее улучшению.

ЦЕННОСТНЫЙ АСПЕКТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Ивашова О.А.

РГПУ им. А.И. Герцена

С.-Петербург, Московский пр., д. 80, каф. НЕМО

Тел.: (812)2525829, e-mail: nemo_herzen@mail.ru, oaivashova@yandex.ru

Проблема вычислительной культуры (ВК) учащихся средней школы несколько десятилетий назад активно изучалась многими учеными (Колягин Ю.М., Минаев С.С., Соколовский И.Ф. и др.). Учитывая, что основной объем работы с целыми неотрицательными числами ученики выполняют в начальной школе, и что изменения в обществе нацеливают школу на приобщение детей к культуре, в настоящее время актуален вопрос о закладке основ ВК младших школьников. ВК мы рассматриваем как часть математической культуры, которая, в свою очередь, входит в духовную культуру ученика.

В ходе нашего исследования установлено, что включение младших школьников в учебную вычислительную деятельность, удовлетворяющую ряду условий, способствует закладке основ ВК. Для ВК младших школьников актуальны выделенные Ю.М. Колягиным [1] признаки (с поправкой на начальную школу), относящиеся к знаниям, способам деятельности и контроля. Овладение перечисленными компонентами содержания образования является элементом культуры, если знания проработаны, поняты, личностно значимы (Е.И. Лященко). Такие знания ученик может применить в различных условиях.

Развитие ВК способствует овладению еще одним компонентом содержания образования — опытом эмоционально-ценностного отношения к действительности. Он реализуется в потребностях, мотивах, целях деятельности, в ценностных ориентирах.

Ценности человека отвечают его потребностям. На формирование ценностного отношения младших школьников к вычислительной деятельности влияют потребности в познании окружающего мира, в получении информации, в творчестве, самореализации.

Познанию окружающего мира в ходе вычислительной деятельности способствует овладение целостными, действенными знаниями; школьным математическим языком (в начальной школе он во многом связан с вычислениями); основами моделирования: умением создать модель некоторого элемента действительности, исследовать, интерпретировать полученные результаты; установление межпредметных и внутрипредметных связей, связей с жизнью, с субъектным опытом ребенка. Этому может способствовать и рациональное применение ИКТ. Удовлетворить потребность детей в творчестве может вычислительная деятельность, в которую включены задания исследовательского характера, с вариативными решениями, задания на самостоятельное составление и преобразование различных вычислительных задач, в том числе, сюжетно связанных с интересами ребенка.

Осознать ценность усваиваемых знаний помогают также практические задания, раскрывающие связь вычислений с другими школьными предметами; задания для широкого применения математических знаний; исторические сведения; признание оригинальных, рациональных способов решений и др. Сочетание перечисленных характеристик в одних заданиях усиливает их эффект. Например, экскурсия в Детский исторический музей (С.-Петербург) погружает детей в атмосферу деревенской школы, знакомит со славянской нумерацией, с первым деревянным калькулятором. Это является толчком к проведению исследовательского занятия по сопоставлению арабской и славянской нумерации, способов вычисления значений выражений, записанных с их помощью. В результате ученики лучше понимают особенности арабской системы счисления (десятичность, позиционность), осознают ее преимущества, значимость приобретенных знаний, испытывают гордость.

Интеллектуальные и духовные ценности ВК взаимосвязаны. Э.В. Ильенков считает, что развитие у человека потребности думать, мыслить, понимать то, что видишь, имеет важное жизненное значение. «Ум не роскошь, а гигиена духовного здоровья» [2], не обладая которым легко захлебнуться и утонуть в стремительном потоке информации, несущем не только «доброкачественную духовную пищу». Ум — это не знания сами по себе, а умение правильно их использовать, соотносить с реальностью, самостоятельно добывать.

Духовное совершенствование ученика во многом определяется тем, на что направлена его деятельность, чему он радуется. Опыт положительных эмоций накапливается с детства и в дальнейшем определяет позицию человека в жизни (П.В. Симонов). Овладение ВК помогает школьнику накопить положительный эмоциональный опыт, испытывая радость от интеллектуального напряжения и победы, от исследования, творчества, поиска красивого рационального способа вычисления, возможности проявить себя и т.п.

Известно, что эмоции отражают отношения между мотивами и успехом соответствующей им деятельности (А.Н. Леонтьев). Поэтому обеспечение успешного овладения вычислительной деятельностью (в том числе понимание изучаемых знаний и широкое разнообразное их применение) способствует развитию учебно-познавательных мотивов и является одним из условий духовного развития школьников.

Особой ценностью в процессе становления ВК является развитие ученика как субъекта учебной вычислительной деятельности, как человека, преобразующего самого себя. Именно такой ученик соответствует «культуре достоинства» (термин А.Г. Асмолова), к которой в настоящее время стремится общество.

Список литературы

1. *Колягин Ю.М., Луканкин Г.Л. и др.* Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. – М.: Просвещение. 1977.
2. *Ильенков Э.В.* Философия и культура. – (Мыслители XX века). – М.: Политиздат, 1991.

ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ КОРРЕКЦИИ СТУДЕНТОВ В СИСТЕМЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Ивчина Е.В.

Рязанский станкостроительный колледж

Рязань, проезд Шабулина, 22

Тел.: (4912)333009

Студенты технологических колледжей, обучающиеся на базе 9-ти классов, имеют, к сожалению, недостаточно высокий уровень математической подготовки, необходимый для дальнейшего успешного получения математических знаний. Так, число студентов, имеющих в аттестате «4» и «5» по математике, составляет не более 30%. Между тем на первом курсе учащимся не только необходимо освоить курс математики старшей ступени средней школы, но и сдать устный экзамен по дисциплине.

Наибольшую проблему составляют студенты, обучающиеся на платных отделениях, где содержание знаний, как правило, очень низкое, кроме этого, до 70% учащихся, по результатам анкетирования психолога, имеют школьный невроз со всеми его негативными компонентами: несформированностью внимания, неумению работать с книгой, низким темпом работы в группе, негативом (на уровне младшего школьника) к предмету и преподавателю и т.п. К тому же мы сталкиваемся с ситуацией, когда на платных отделениях обучаются дети с очень низким образовательным уровнем.

Таким образом, перед преподавателями возникает довольно сложная задача, а именно постараться дать студентам качественные знания при слабой базовой и очень разной школьной подготовке. Тем более задача осложняется при обучении математике, где порой обучаемые не имеют отработанного навыков решения даже квадратных уравнений, преобразования дробей и многочленов, действий с отрицательными числами.

Остановимся на проблеме преподавания математики у студентов отделения программирования, обучающихся на договорной основе, где требуется довольно высокий уровень математической подготовки. Помимо вышеуказанных проблем на этом отделении у студентов отмечается большая неуверенность в своих действиях и отсутствие веры в положительный результат при изучении математики.

Для достижения оптимального уровня качества знаний у данного контингента студентов мы строим процесс обучения по «параллели»: наряду с изучением программного материала предлагаем на материале примеров и задач закрепление знаний, умений и навыков, полученных в средней школе. Для этого используем дифференциацию предлагаемых примеров и задач с целью:

1. Скорректировать знания студентов и максимально выровнять их.
2. Закрепить базовые навыки, необходимые для успешного продолжения учебы.
3. Повысить у обучаемых чувство уверенности в себе и в способности самостоятельно изучать математику.

В начале обучения мы предлагаем входящий контроль знаний в виде самостоятельной работы без выставления оценки, куда входят упражнения, составляющие базовые навыки школьного курса математики. По результатам этой работы ориентируемся в дальнейшем на дифференциацию заданий для учащихся и организацию практической работы на занятиях. Основная цель при подборе упражнений — это не только учет уровня подготовки ученика, но и его самооценки своих сил и возможностей при изучении предмета. Это достигается, например, подбором коэффициентов (натуральных, целых, дробных) в уравнениях и многочленах, длиной самого примера (по нашим данным из школьной практики «слабые» учащиеся боятся длинных примеров), количеством знаков после запятой в десятичных дробях и т.п.

Например, оба уравнения: $3x^2 + 2x - 3 = 0$ и $0,27x^2 + 2,37x - 2,1 = 0$ являются квадратными, но психология слабого ученика такова, что второе уравнение он будет рассматривать как сложное, с которым он не справится (по результатам тестирования учащихся второе уравнение признали очень сложным 47% опрошенных). Однако с помощью второго уравнения можно успешно отработать навыки работы с дробными выражениями, свойства квадратных корней, закрепить технику решения квадратных уравнений и т.п. у более подготовленных студентов. Дифференциация заданий систематически используется и при изучении программного материала. Отбор практических заданий строится по такому же принципу. Так, например, при отработке навыков вычисления производной мы включаем дробные коэффициенты только для подготовленной категории студентов, во избежание потери целостного восприятия задания за вычислением дробей у слабых студентов.

Регулярный срезовый контроль подготовки студентов показывает, что уже через 2 месяца учебы до 10% слабых студентов начинают вполне удовлетворительно выполнять письменные работы, а количество ошибок в их работах уменьшается. К концу первого семестра более 90% студентов экспериментальной группы приобретают удовлетворительные знания по базовому материалу школьного курса, а также довольно прочные знания по текущему материалу. Результаты их успеваемости стабилизируются на неплохом уровне. При этом значительно (до 30%) увеличивается число студентов, желающих отвечать у доски.

Таким образом, можно сделать вывод, что применение методик дифференцированного обучения в учебных заведениях такого типа, позволяет значительно выровнять базовый уровень знаний студентов, позволяет добиться стабильных знаний по программному материалу, снижает негативное восприятие математики, как учебного предмета и повышает личностную самооценку студентов при изучении математики.

КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА «МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ» В БГУ

Казаченок В.В., Размыслович Г.П.

Минск, пр. Независимости, 4, БГУ, ФПМИ

Белорусский государственный университет

e-mail: `Kazachenok@bsu.by`, `razmysl@bsu.by`

Общеизвестно, что ключевой проблемой развития интеллектуального потенциала любого государства является качество образования. Насколько оно соответствует мировым стандартам, настолько высоко место этой страны в цивилизованном мире.

Повышение качества образования является комплексной проблемой. Для ее решения необходимо разработать и внедрить государственные стандарты образования, создать современное научно-методическое обеспечение учебного процесса, использовать современные технологии обучения, создать систему контроля за качеством образования, развить у студентов навыки и потребность в самообразовании и активной самостоятельной деятельности, регулярно повышать и улучшать качество подготовки педагогических кадров.

Одним из элементов современного подхода к подготовке способных специалистов является компетентностный подход, предполагающий следующие компетенции, которыми должен обладать каждый выпускник вуза: академические, социально-личностные, профессиональные. И основной целью преподавательского состава является выработка у студентов указанных выше компетенций, и в первую очередь академических. Необходимо дать им профессиональные навыки и умения для преподавания математики и информатики в общеобразовательных учреждениях школьного типа (школы, гимназии, лицеи, колледжи) на уровне государственных стандартов. Для достижения этой цели рассматриваются специальные методические приемы, позволяющие донести до учащихся основные, наиболее важные и, с точки зрения методики, трудные для восприятия учащимися задачи и проблемы элементарной математики и информатики.

Необходимо учитывать, что, обучаясь решать задачи, учащиеся активно овладевают элементами творческого математического мышления. Это проявляется, например, в умении видоизменять задачную ситуацию с целью создания условий применимости того или иного метода или приема; в умениях изобретать новые приемы и эвристики для решения задач, конструировать на базе данной задачи новые, исследовать результат решения и т.п.

В то же время структура эвристического вида мыслительной деятельности может быть различной. Она имеет свою специфику и состоит из таких компонентов: 1) осознание затруднения и анализ проблемной ситуации; 2) определение основного затруднения и формулировка проблемы; 3) поиск способов решения путем выдвижения гипотез и их развития; выдвижение гипотез и нахождение решения интуитивным путем, в результате внезапной догадки; 4) проверка правильности гипотез путем применения найденного решения на практике.

Сегодня целенаправленный поиск решения задач отвечает современным психологическим концепциям интеллектуального развития, концепции обучения математической деятельности и является важнейшим компонентом творческого мышления учащихся. Сущность целенаправленного поиска можно свести к следующим актам: а) генерированию разнообразия, т. е. выдвижению в пределах одного шага возможных путей решения и получения промежуточных результатов; б) ограничению разнообразия, т. е. оценке промежуточных результатов с точки зрения достижения решения.

При этом мы исходим из того, что процесс решения любой достаточно сложной задачи состоит в последовательном применении двух основных операций: 1) сведение (путем преобразования или переформулирования) исходной задачи к другой, ей эквивалентной, но уже стандартной задаче, ранее решенной; 2) разбиение исходной задачи на несколько стандартных подзадач. В зависимости от характера исходной задачи используется либо одна из этих операций, либо обе. При решении более сложных задач, эти операции используются многократно.

Эвристическим приемам надо специально обучать. Тогда процесс освоения этих приемов можно рассматривать как переход от простого ознакомления с их описанием к выработке достаточно устойчивых операционных структур, на основе которых развертывается сложный эвристический поиск. Основным средством в методике формирования обобщенных эвристических приемов решения задач, является система соответствующих специально подобранных учебных задач.

Наибольший эффект дает применение многокомпонентных заданий, образующихся из нескольких логически разнородных, но психологически объединенных в некоторую целостность частей. При этом путем постепенного усложнения задачи и последовательного подключения новых идей нами созданы серии задач, в которых решение предыдущих задач помогает решить следующие за ними задачи. Организация содержания изучаемого материала в виде таких «цепочек задач» позволяет учащимся двигаться вперед по индивидуальному плану, составленному на достаточно длительный период. Результаты рубежного и итогового тестирования подтверждают эффективность разработанных серий задач.

Таким образом, методическим обеспечением обучения учащихся решению задач являются определенные системы эвристик, использование которых формирует у учащихся «умение решать задачи» и способствует их математическому развитию.

ПОИСКОВЫЙ ПОДХОД ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ КАК ПРОБЛЕМА СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Каратаева Н.Г.

Основополагающим требованием нашего общества к современной школе, к характеру обучения в ней. является формирование личности человека, который умел бы творчески решать научные, производственные, общественные задачи, самостоятельно, критически мыслить, вырабатывать и защищать свою точку зрения, свои убеждения, систематически пополнять и обновлять свои знания путем самообразования, совершенствовать умения, творчески применять их в преобразовании действительности.

В настоящее время, которое характеризуется активизацией творческой деятельности всех слоев нашего общества, проблема усиления творческих начал в обучении учащихся стоит особенно остро. От того, как личность сформирована в школе, зависит будущая роль этой личности в обществе. Основополагающим требованием нашего общества к современной школе, к характеру обучения в ней является формирование личности человека, который умел бы творчески решать научные, производственные, общественные задачи, самостоятельно, критически мыслить, вырабатывать и защищать свою точку зрения, свои убеждения, систематически пополнять и обновлять свои знания путем самообразования, совершенствовать умения, творчески применять их в преобразовании действительности.

Человеку любой профессии приходится сталкиваться с нестандартными ситуациями, т.е. ситуациями, в которых неизвестен алгоритм необходимых действий. Такие проблемы возникают и у учащихся в процессе обучения математике. Это в конечном итоге приводит к необходимости формирования у школьников умений ставить и решать задачи самых разнообразных типов. Поэтому на сегодняшний день актуальна проблема обучению поисковому подходу при решении нестандартных задач, что является одним из средств развития мыслительных способностей, связанных с творческой деятельностью учащихся.

Актуальность исследования проблемы поискового подхода при решении нестандартных задач определяется современной тенденцией гумманизации образования, где основной акцент сделан на всестороннее развития личности учащихся.Указанная концепция открывает новые аспекты обучения, нацеливающие на создание условий для саморазвития, самоопределения и активизации школьников в процессе познания. Поэтому особое значение в современной педагогике приобретает проблема обучению поисковому подходу при решении учебных и нестандартных задач.

Усиление внимания к результатам исследований, посвященных закономерностям продуктивного мышления, приводит к изменению взглядов на процесс продуктивного подхода.

Отечественными исследователями обоснована необходимость включения в учебный процесс творческих, исследовательских, занимательных, поисковых, эвристических интегративных задач проблемного типа. Такие задачи, способ которых не находится в распоряжении субъекта, являются нестандартными объективно или субъективно. Нестандартные задачи нацелены на формирование у школьников основных и профессиональных умений, которые позволяют совершенствовать умения формулировать проблему, строить гипотезу, осуществлять познавательный процесс в условиях новой ситуации, применять общенаучные и конкретные методы исследования. Знание научных фактов и теоретических основ закрепляется у учеников посредством прикладной творческой деятельности, что способствует формированию умений разрешать проблемы повседневной жизни или той области материальной культуры, с которой они будут связаны профессионально.

Анализ имеющейся литературы дает нам основание утверждать, что недостаточно освещены такие методические вопросы, как организация формирования приемов поискового подхода при решении нестандартных задач. Учащиеся не готовы действовать в условиях, предъявляемых к применению имеющихся знаний и навыков, оценить различные методы решения задачи, предвидеть возможные трудности, связанные с их использованием. Школьники недостаточно владеют навыками поискового подхода, определяющих тактику и стратегию действий при решении различных задач, в частности нестандартных.

Многочислнные данные, в том числе и результаты исследований, свидетельствуют о том, что вопросу формирования умения решать такие задачи, обучения приемам поискового подхода при решении задач и активизации творческой деятельности учащихся 5–6 классов не уделяется должного внимания. Для устранения этого объективного противоречия возникла потребность в дополнительном теоретико-экспериментальном исследовании.

Из-за отсутствия эффективности методики обучении решению нестандартных задач у школьников недостаточно формулируются умения решать такие задачи. Поэтому необходимо разработать цельную, достаточно эффективную систему поискового подхода при обучении учащихся решению нестандартных математических задач, основанную на теории формирования приемов мыслительной деятельности.

Применение такого поискового подхода позволит учащимся успешно решать нестандартные задачи, может служить одновременно показателем формирования умения действовать в нестандартных ситуациях.

НЕКОТОРЫЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОРБИТАХ

Карпасюк И.В.

Астраханский государственный технический университет

414025 г.Астрахань, ул. Татищева, 16

Тел.: (8512)614207

В настоящее время весьма актуальной является задача поиска и практического использования альтернативных возобновимых источников энергии. Особое значение такие источники энергии приобретают в космических исследованиях, когда существуют жесткие ограничения на запасы доступного топлива.

Использование энергии солнечных лучей может явиться одним из возможных способов решения указанной проблемы. Солнечный парус, позволяющий осуществлять движение космического аппарата (КА) под действием давления солнечного света, способен обеспечить силу тяги, преимущество которой состоит в том, что она может действовать неограниченно долгое время за счет получаемой извне энергии без расходования ракетного топлива. Ввиду того, что солнечный парус способен обеспечивать лишь небольшое воздействие на движущийся КА, однако на длительных промежутках времени, его относят к разряду двигателей малой тяги, применяемых для долговременных орбитальных маневров разного назначения.

Одним из интересных вариантов применения солнечного паруса является его использование для реализации движения КА по цилиндрическим орбитам, т.е. орбитам, параллельным экваториальной плоскости Земли и находящимся на определенном расстоянии от нее, над некоторой географической широтой. Использование подобных орбит может служить одним из возможных решений задачи перенаселенности экваториальной геостационарной орбиты действующими КА, а также разнообразным «космическим мусором».

В работах [1, 2] были предложены алгоритмы управления солнечным парусом КА, движущегося в фотогравитационном поле по цилиндрическим (околоширотным) орбитам, которые позволяли выводить КА на подобную орбиту и удерживать его на определенной высоте над экваториальной плоскостью, сохраняя при этом различные характеристики орбиты и гася нежелательные эффекты (например, вековое возмущение вектора Лапласа).

Однако, для практического применения упомянутых алгоритмов необходим учет дополнительных факторов, не вошедших в математическую модель рассматриваемой авторами задачи, но могущих оказать определенное влияние на результаты моделирования.

Так, в работах Р.Форварда была проведена оценка эффекта попадания КА с солнечным парусом в тень Земли. Было показано, что в этом случае относительное снижение КА с солнечным парусом не зависит от высоты цилиндрической орбиты и составляет около 5%. Тем не менее, учет данного эффекта в математической модели несомненно приведет к некоторой модификации алгоритмов управления парусом.

Движение КА (считающегося материальной точкой), оснащенного солнечным парусом, в гравитационном поле Земли может рассматриваться как возмущенное движение спутника в силовом поле притягивающего центра, являющееся гамильтоновым, что укладывается в рамки возмущенной задачи двух тел, в которой основной возмущающей силой является сила светового давления на парус. Интересной задачей является разработка математической модели, в которой учитывались бы дополнительные возмущения, такие как притяжение Луны и других планет, влияние магнитных полей, несферичность Земли, изменение величины светового давления на парус в зависимости от положения КА на его орбите, и др.

На современном этапе развития высоких технологий и использования нанотехнологий для производства материалов с заданными свойствами появляется прекрасная возможность создания солнечных парусов с высокими значениями парусности. Поскольку парусность определяет величину ускорения, необходимого для удержания цилиндрической орбиты КА на заданной высоте над плоскостью экватора, использование новейших показателей парусности для ультратонких парусов может обеспечить существенную коррекцию значений высот цилиндрических орбит в сторону их увеличения. Кроме того, введя в математическую модель коэффициент отражения паруса (в использованной модели он полагался равным единице, что соответствует случаю идеального зеркального отражения), можно исследовать степень его влияния на высоту цилиндрической орбиты, а также попытаться оптимизировать имеющийся алгоритм управления парусом за счет динамического изменения коэффициента его отражения.

Список литературы

1. *Карпасюк И.В.* Моделирование возмущенного движения в гравитационном поле// Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер.1. 1998. Вып.4 (№22). С.100–102.
2. *Карпасюк И.В., Шмыров А.С.* Гашение широтных колебаний при выведении космических аппаратов с солнечным парусом на цилиндрическую орбиту// Процессы управления и устойчивость: труды XXX научной конференции ф-та ПМ-ПУ СПбГУ. С.-Петербург. 1999. С.241–246.

О ФОРМИРОВАНИИ МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ КРЕДИТНОЙ СИСТЕМЫ

Каскатаева Б.Р.

Современные тенденции профессионального развития образования определяются жесткими требованиями к качеству подготовки будущих специалистов. Повышение качества подготовки будущих специалистов, обладающих довольно широкой профессиональной компетентностью, главной составляющей которой является именно методическая компетентность, зависит от вузовской подготовки будущих учителей.

Профессиональная педагогическая компетентность определяется, как «владение учителем необходимой суммой знаний, умений и навыков, определяющих сформированность его педагогической деятельности, педагогического общения и личности учителя, как носителя определенных ценностей, идеалов и педагогического сознания» (словарь В.И. Даля). Основу формирования методической компетентности специалиста составляет понимание ее сущности, как качественной характеристики личности будущего учителя, методически осведомлённого и авторитетного в своей сфере деятельности, включающей мотивационный, предметный, дидактический и информационный компоненты.

Накоплен значительный опыт по подготовке будущих учителей математики. Но в связи с введением кредитной системы в высшие учебные заведения возникла необходимость разработать и экспериментально апробировать теоретическую модель процесса формирования методической компетентности будущих учителей математики в условиях реализации кредитной системы. Использование кредитной системы учета трудоёмкости учебной работы является важным инструментом совершенствования организации учебного процесса в вузе.

В кредитной системе акцентируется внимание на увеличении доли самостоятельной работы студентов как факторе, сопутствующем широкомасштабному введению кредитной системы. Для организации эффективной самостоятельной работы студентов, преподавательскому составу необходимо методически и технически обеспечить большую самостоятельность студентов, постоянно контролировать их работу.

В качестве критериев методической компетентности нами выделены сформированность мотивационной, предметной, дидактической и информационной компетенций будущих учителей математики. Нами рассмотрены приёмы формирования методической компетентности при изучении курсов методического цикла студентами I–IV курсов физико-математического факультета, специальности «математика». Важным этапом целенаправленной деятельности преподавателя по формированию методической компетентности студентов является проектирование методической системы обучения. Конкретной формой методической системы обучения может стать учебно-методический комплекс (УМК), включающий цели, средства, формы и технологии обучения, характер деятельности студентов, предполагаемые результаты, вопросы для самоконтроля, методические указания, курс лекции, задания для лабораторных работ и систему тестирования пройденного материала.

Эффективными методами, позволяющим раскрыться и самореализоваться каждому студенту, являются эвристический, проблемный, интерактивный методы обучения. Чтобы студент начал «действовать» необходимы определенные мотивы. На практических занятиях по дисциплинам «вводный курс математики» и «теория и методика преподавания математики» мы создаем проблемные ситуации, где студент проявляет умение комбинировать элементы для решения проблемы.

Развитию навыков самообразования теоретического мышления способствуют лекции. Формы лекций: вводная, установочная, обзорная, обобщающая. Лекции требуют большой продуманной подготовки (какой материал представить лектору, какие вопросы оставить студентам для самостоятельного изучения, что разобрать подробно, на чем заострить внимание студентов). Обязательным во время лекции является ведение конспекта студентами. Обеспечение системы педагогических условий, таких как организационные, специфические, дидактические, способствуют реализации модели формирования методической компетентности учителя математики средней школы.

Основная цель аудиторных занятий — разъяснение студентам методики самостоятельной работы, обсуждение ключевых аспектов темы, разрешение возникающих по ходу работы вопросов. Лабораторные занятия в основном проводятся эвристическим методом: отрабатываются умения открывать неизвестные ранее студенту, известные преподавателю методические закономерности; решать нестандартные задачи; выполнять сложные методические задания; приобретать навыки самообразования, рецензирования. Практические занятия проводятся интерактивным методом. Каждому студенту предлагается набор проблемных заданий в виде методических задач или тестов. Студенты самостоятельно работают над поставленной проблемой и после её решения обсуждают найденные решения в группе. Занятия проводятся с применением интерактивной доски.

Таким образом, курсы методического цикла, изучаемые в I–IV курсах педагогических институтов, позволяют усвоить различные формы и методы преподавания математики, приобрести знания из различных источников информации, и как следствие создают условия для формирования методической компетентности.

ПРЕЗЕНТАЦИИ ОБЗОРНЫХ ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Кацуба В.С., Возженников А.П.

Мурманский государственный технический университет (МГТУ)

183010, г.Мурманск, ул. Спортивная, 13

Тел.: 457762, e-mail: vozzhennikov@mail.ru

Применение информационно-компьютерных технологий в обучении предоставляет вариант решения одной из актуальных проблем преподавания математических дисциплин в техническом вузе — невозможность в отведенные учебным планом часы лекций изложить все темы дисциплины в достаточно полном объеме, с обоснованиями хотя бы основных выводов, тем более с получением обратной связи. При этом начальная подготовка большинства нынешних студентов требует существенной компенсации, поэтому часто наблюдается невозможность восприятия аудиторией многих вопросов математических дисциплин с общепринятой в математике строгостью, например, в соответствии с известными и активно используемыми учебниками по математическому анализу профессора Л.Д. Кудрявцева [1]. С другой стороны, в студенческой аудитории всегда есть небольшое количество слушателей с потенциалом учиться по максимуму, для которых упрощенное изложение дисциплины недостаточно для ее изучения и активного использования в дальнейшем.

Один из вариантов решения обозначенной проблемы получается, если в дополнение к хорошему учебнику по дисциплине студентам предоставляется электронный конспект лекций (ЭКЛ) ведущего преподавателя по изучаемой теме, в котором материал изложен в полном объеме в соответствии с квалификационными требованиями специальности. Лучше, когда ЭКЛ включает в себя только одну тему (или один модуль), материал темы излагается очень подробно, тщательно структурируется, снабжается интерактивными обучающими элементами (вопросами для самопроверки, глоссарием, списком формул), а также вводится система навигации и гиперссылки. Наличие ЭКЛ существенно снижает напряженность на лекциях в аудитории, так как дает возможность не останавливаться на многих вопросах, отсутствие которых не нарушает цельности изложения, и позволяет адаптировать форму подачи материала к реальной способности его восприятия большей частью студентов. Более того, при этом возможно чтение обзорной лекции по теме или по нескольким параграфам темы, после чего студент может получать полные знания самостоятельно, работая с ЭКЛ и учебником, а умения и навыки могут формироваться на практических занятиях и в процессе выполнения контрольного задания.

Понятно, что без ущерба для понимания и дальнейшего овладения можно изложить в виде обзорной лекции далеко не любую информацию, но только обобщающую или ранее изучавшуюся (например, в средней школе), а также имеющую однотипные элементы построения теории и алгоритмы реализации.

В МГТУ на специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» в рамках дисциплины «Математический анализ» имеется опыт чтения обзорных лекций по ряду тем:

- «Исследование функций одной переменной и построение графиков»,
- «Приложения определенных интегралов к задачам геометрии и механики»,
- «Определение и геометрические или физические трактовки интегралов от функции нескольких переменных»,
- «Основные методы решения обыкновенных дифференциальный уравнений»,
- «Исследование сходимости числовых рядов с помощью необходимого и достаточных признаков».

Заранее подготовленная презентация обзорной лекции включает в себя формулировки основных определений или (и) теорем, их пояснение иллюстрациями (лучше с элементами динамики) и примерами, которые можно разобрать прямо в аудитории с использованием интерактивной доски, а также различные логические схемы, поясняющие иерархию и связь основных понятий темы. После прослушивания обзорной лекции ее электронная презентация доступна студенту как один из учебных ресурсов.

Разработка презентаций обзорных лекций требует усиления творческой составляющей преподавательской деятельности, но технически успешно выполняется студентами старших курсов специальности «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

Список литературы

1. *Кудрявцев Л.Д.* Краткий курс математического анализа: В 2-х т. – Висагинас: «Alfa», 1998.

ОБУЧЕНИЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ КОНСТРУИРОВАНИЮ СИСТЕМ ЗАДАЧ

Ковалева Г.И.

Волгоградский государственный педагогический университет, Математический факультет, кафедра методики преподавания математики

Россия, 400013, пр.им. В.И. Ленина, 27

Тел.: (8442)947894, e-mail: kovalev_kv68@mail.ru

Умение конструировать системы задач одно из специальных умений, которое будет востребовано будущими учителями математики в профессиональной деятельности.

Среди причин, обуславливающих необходимость формирования указанного умения

– значимость системы задач для достижения целей образования. Ю.М. Колягин, П.М. Эрдниев, Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, Г.И. Саранцев, М.И. Зайкин и др. отмечают, что правильно сконструированная система задач обеспечивает полноту представлений школьников об изучаемом объекте, облегчает математическое обобщение, способствует гибкости, глубине и осознанности знаний. Организация обучения посредством решения систем учебных задач позволит повторить, обобщить и систематизировать ранее изученный материал, увидеть взаимосвязи отдельных тем школьного курса математики, вооружить учащихся различными методами решения основных типов задач;
– постоянное изменение школьной программы по математике. Включение в нее дополнительных тем, изменение акцентов в изучении отдельных вопросов и целых разделов, разработка содержания элективных курсов предпрофильной и профильной подготовки учащихся;
– необходимость реализации дифференцированного и индивидуального подходов в обучении. Система задач для каждого класса должна учитывать специфику и уровень подготовки, индивидуальные особенности учащихся, трудности изучения предыдущих тем.

Процесс обучения конструированию систем задач понимается нами как система целенаправленных воздействий, обуславливающих формирования умения конструировать системы задач. Формирование указанного умения не одномоментный, а многоступенчатый процесс. Это предполагает определение исходного уровня сформированности у будущих учителей математики умения конструировать системы задач, обоснование последовательности этапов формирования данного умения, отбор содержания и оптимальных средств организации деятельности студентов, адекватных целям каждого этапа, определение динамики развития формируемого умения.

На первом этапе процесса формирования умения конструировать системы задач будет востребована информация, доказывающая необходимость включения систем задач в учебный процесс, раскрывающая перспективы использования систем задач для достижения дидактических, воспитательных и развивающих целей обучения, убеждающая в эффективности применения систем задач в процессе обучения математике. Называя *первый этап* **эмоционально-мотивационным**, мы предполагаем в большей мере способствовать развитию устойчивого интереса к процессу конструированию систем задач и их использованию в профессиональной деятельности.

Недостаточность знаний о правилах и методах конструирования систем задач, методики использования их в учебном процессе диктует необходимость *второго этапа* процесса формирования умения конструировать системы задач — **информативно-ориентационного**.

Самостоятельное конструирование систем задач, в соответствии с поставленными целями урока, и проверка эффективности их использования в процессе обучения — основная цель *третьего*, **рефлексивно-преобразующего** *этапа.*

Обеспечение формирования умения конструировать системы задач происходит через

1. содержание лекций и спецкурса по теории и методике обучения математике;
2. организацию деятельности студентов по конструированию систем задач и их использованию на семинарских занятиях по теории и методике обучения математике;
3. реализацию задачной технологии на практических занятиях по элементарной математике;
4. применение задачного подхода при изучении систематических курсов математических дисциплин.

Формирование умения у будущих учителей математики конструировать системы задач должно осуществляться не только в курсе методики преподавания математики, но и при изучении математических дисциплин педагогических университетов. Обучение студентов через системы задач по предметам математического цикла позволит обеспечить как высокую математическую подготовку студентов, так и формирование первичных методических представлений, связанных с обучением решению задач, использованием систем задач и их конструированием.

Основная задача курса методики преподавания математики — сформировать у студентов научные представления о системе задач, методах конструирования и методики их использования в учебном процессе.

МАТЕМАТИКА В СОВРЕМЕННОМ КУРСЕ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

Кожевников Н.М.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

195251 Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

e-mail: nkozhevn@mail.ru

Российская, в том числе советская, традиция преподавания общей физики в высшей школе всегда ориентировалась на тщательный анализ теоретических моделей, который требовал серьезной математической подготовки уже на начальном этапе обучения. В последнее время дедуктивно-теоретический подход в общей физике становится преобладающим в ущерб эмпирическому компоненту. Насыщенность учебного материала математическими рассуждениями и расчетами столь велика, что приближается к уровню теоретической и математической физики. В этом случае приходится согласиться, что общую физику нужно, как минимум, изучать после того, как вузовские математики подготовят студентов к ее усвоению.

Однако такой подход к структурированию учебного процесса по физике и математике не решает проблемы, ради которой он выдвигался. Как отмечал Л.Д. Кудрявцев: «В математике изучают не физические или какие-либо другие прикладные проблемы, а абстрактные математические структуры с заданными отношениями между элементами. Обучение решению прикладных задач математическими методами *не является* задачей математических курса, а должно осуществляться на профилирующих кафедрах высшего технического или другого специального (нематематического) учебного заведения» [1].

Но на что в таком случае должна опираться общая физика? Оказывается, в государственном образовательном стандарте среднего (полного) общего образования [2] имеется все, что нужно, чтобы усвоить вузовский курс общей физики. В разделе «Математика» минимум содержания предполагает изучение производной (геометрический и механический смысл, таблица производных, признаки возрастания и убывания функций и т.д.), первообразной (таблица первообразных, площадь криволинейной трапеции, формула Ньютона–Лейбница и т.д.), элементов комбинаторики, статистики и вероятностей событий. На профильном уровне подробно изучаются, помимо перечисленных вопросов, производная сложной и обратной функции, вторая производная, ее геометрический и физический смысл, скалярное и векторное произведение векторов и т.д. Всего этого вполне достаточно, чтобы изложить материал по механике, молекулярной физике, электродинамике в объеме требований ГОС по общей физике для высшей школы.

Продолжая обсуждение взаимоотношений общей физики и высшей математики, легко обнаружить, что для первоначального ознакомления со сложными математическими идеями и соответствующим аппаратом часто более эффективным оказывается именно «физический» (не очень строгий, интуитивный) подход, который уместно осуществить именно на лекциях по общей физике, а профессиональное овладение математической техникой, обсуждение деталей доказательств и тонкостей рассматриваемых теорем целесообразно проводить потом, на лекциях по математике. Напрашивается парадоксальный вывод, что на самом деле не высшая математика должна предшествовать общей физике, а наоборот.

В качестве одного из многочисленных примеров того, что в общей физике можно вводить математические понятия, которые в математике обычно рассматриваются много позднее, остановимся на криволинейных, поверхностных, кратных интегралах. В математике эти вопросы изучаются в середине и даже в конце второго курса. В то же время связанные с этими интегралами понятия потенциальной энергии, градиента, потока, дивергенции, циркуляции, ротора рассматриваются в курсе общей физики значительно раньше, иногда уже в первом и втором семестрах. Опыт показывает, что студенты удовлетворительно усваивают такие сложные с точки зрения математики интегральные и дифференциальные соотношения, как теоремы Остроградского, Гаусса, Стокса для достаточно симметричных ситуаций, где вполне можно обойтись без строгого введения криволинейных и многократных интегралов и без использования соответствующих математических алгоритмов. При этом конечно требуется, чтобы дифференцирование и интегрирование (в частности, формула Ньютона–Лейбница) были знакомы студентам со школы. Это требование, как правило, выполняется, так как, в отличие от физики, математика остается обязательным предметом и на выпускных экзаменах в школах, и на вступительных экзаменах в вузы.

Сказанное выше, конечно, не означает, что физику надо изучать перед математикой. Речь идет лишь о более тщательном согласовании программ этих курсов, чтобы эти две родственные дисциплины были бы тесно связаны в учебном процессе, взаимно дополняя и углубляя друг друга. К сожалению, таким согласованием до сих пор серьезно не занимались, ограничиваясь примитивной дискуссией о том, кому быть первым, а кому — вторым.

Список литературы

1. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, Физматлит, 1980. – 144 с.
2. Проект федерального компонента государственного образовательного стандарта общего образования. Часть II. Старшая школа. Под ред. Э.Д. Днепрова и В.Д. Шадрикова. – М.: Министерство образования РФ, 2002. – 296 с.

О ПОСЛЕДСТВИЯХ ИНВЕСТИРОВАНИЯ В ПРОИЗВОДСТВО ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ДОХОДА, ПОРОЖДЕННОГО РОСТОМ МИРОВЫХ ЦЕН НА ЭНЕРГОРЕСУРСЫ И СЫРЬЕ

Колемаев В.А.

ГУУ

Рост мировых цен обусловлен долговременной тенденцией повышения спроса на энергоресурсы и сырье быстрорастущих экономик Индии и Китая. Попытки воспрепятствовать этой тенденции носят паллиативный характер.

В этом докладе ставится и решается задача инвестирования в производство конъюнктурного приращения природной ренты, т.е. вышеупомянутого дополнительного дохода. Задача решается с помощью открытой трехсекторной макромодели экономики: материальный (нулевой) сектор производит предметы труда, фондосоздающий (первый) сектор — средства труда, потребительский (второй) — предметы потребления.

Модель [1] является обобщением модели Солоу [2] в части учета макроструктуры и внешних связей. Всего в модели 18 уравнений (натуральные балансы, стоимостные и внешнеторговые балансы секторов, ограничения на ввоз-вывоз), в том числе три нелинейных: линейнооднородные производственные функции секторов. Модель используется в стационарном состоянии и в относительных показателях.

Дополнительный доход Δr(долл./чел.) образуется в материальном секторе. Повысив таможенную пошлину на материалы, изымем у сектора $(1-\varepsilon_0)\,\Delta r$ часть дохода, изъятую часть поделим между фондосоздающим и потребительским секторами так, чтобы первому досталась $\varepsilon_1\Delta r$, второму — $\varepsilon_2\Delta r$, $\varepsilon_0+\varepsilon_1+\varepsilon_2=1$. Государство административными и инструментальными методами следит за целевым расходованием частей дохода $\varepsilon_0\Delta r$, $\varepsilon_1\Delta r$, $\varepsilon_2\Delta r$ только для прямого инвестирования в производство.

Оказалось, что рациональным подбором долей ε_0, ε_1, ε_2 можно обеспечить оптимальный сбалансированный (по труду, материалам и инвестиционным ресурсам) экономический рост [3]. При этом цены на средства производства (материалы и отечественные инвестированные товары) снижаются, но возникает инфляционное давление на потребительский рынок.

Установлены меры, которые позволяют примерно вдвое сократить инфляционное давление:

1) оптимальный (с точки зрения максимального увеличения удельного непроизводственного потребления) выбор долей ε_0^*, ε_1^*, ε_2^*;
2) снижение таможенной пошлины d_1^+ на импортные инвестиционные товары;
3) увеличение коэффициентов квотирования γ_1, γ_2 ввоза инвестиционных и потребительских товаров (большая открытость экономики в период реализации инвестиционного сценария);
4) продажа на мировом рынке вновь произведенных конкурентоспособных потребительских товаров в обмен на потребительские товары массового спроса;
5) государственная поддержка потребительского сектора, прежде всего в части агропромышленного производства и инфраструктуры.

Найдены следующие выражения для оптимальных долей распределения дополнительного дохода:

$$\varepsilon_0^*=\frac{a\dfrac{q_0}{q_1^+}}{1+\gamma_1\dfrac{f_1'}{\lambda}},\quad \varepsilon_1^*=\frac{1}{1+\gamma_1\dfrac{f_1'}{\lambda}},\quad \varepsilon_2^*=\frac{\gamma_1\dfrac{f_1'}{\lambda}-a\dfrac{q_0}{q_1^+}}{1+\gamma_1\dfrac{f_1'}{\lambda}},$$

где q_0 — мировая цена экспортируемых материалов $\left(\dfrac{\text{долл.}}{\text{руб}}\right)$,

q_1^+ — мировая цена импортируемых инвестиционных товаров $\left(\dfrac{\text{долл.}}{\text{руб}}\right)$,

фактическое значение $\dfrac{q_0}{q_1^+}\approx 1,85$,

$f_1\,(k_1)$ — производительность труда фондосоздающего сектора как функция его фондовооруженности,

$$\lambda=\mu+v,$$

μ — коэффициент выбытия ОПФ (нормативное значение $\mu = 0,05$),

v — темп прироста числа занятых (фактическое значение $v < 0,01$),

a — безразмерная постоянная, определяемая из условия выполнения материального баланса (в современных условиях РФ $a = 1,6$ при $\gamma_1 = 0,8$ и $a = 1,88$ при $\gamma_1 = 1$).

В современных условиях РФ и при $\gamma_1 = 1$ $\varepsilon_0^* = 0,6$; $\varepsilon_1^* = 0,2$; $\varepsilon_3^* = 0,2$.

Если инвестируемый дополнительный доход будет равен 50 долл. в расчете на одного занятого (3,5 млрд. долл. в абсолютном выражении), то рост цен на потребительском рынке составит от 0,7% (в случае принятия рекомендуемых мер) до 1,5%.

Таким образом, дозированное вложение конъюнктурного приращения природной ренты в производство приводит к оптимальному сбалансированному экономическому росту, к снижению цен на средства производства и к незначительному повышению цен на потребительские товары.

Список литературы

1. *Колемаев В.А.* Математическое моделирование макроэкономических процессов и систем. – М.: Юнити, 2005.
2. *Solow R.M.* A Contribution to the Theory of Economic Growth, Quarterly Journal of Economics, 70 (1956), 65–94.
3. *Колемаев В.А.* О последствиях инвестирования в производство дополнительного дохода, порожденного ростом мировых цен на энергоресурсы и сырье // Прикладная эконометрика, № 2, 2005.

ПЕДАГОГИКА УЧЕБНОЙ КНИГИ И ЕЁ ЭКСПЕРТНАЯ ОЦЕНКА

Костенко И.П.

Ростовский государственный университет путей сообщения, филиал в г. Краснодаре

Тел.: (861)2332722, e-mail: kost@kubannet.ru

Цель учебного текста — передача читателю учебной информации в таком виде, чтобы он смог её понять. Т. е. помощь читателю, облегчение понимания. Этот аспект наиболее труден при написании учебной книги и практически игнорируется при её экспертной оценке.

Была ли когда-нибудь отвергнута учебная книга по причине её недостаточного педагогического уровня, попросту, — из-за её непонятности? Думаю, никогда. Шаблонный мотив официального отклонения учебных книг — недостаточный «научный уровень». Более того, под этим предлогом отвергаются как раз те редкие книги, которые стремятся облегчить читателю понимание, обращаясь к его образному мышлению, к интуиции. Интуитивные рассуждения всегда логически уязвимы и легко приходят в противоречие с «научным» требованием формальной «строгости» изложения. Это даёт эксперту приятный повод продемонстрировать свой высокий специальный уровень.

Причина указанного противоречия не только субъективная. Ведь нет эталона педагогически совершенной учебной книги, с которым можно было бы сравнивать. А эталон научного совершенства есть — это университетский курс. Вот он и прикладывается сегодня ко всем учебникам, чуть ли не от начальной школы до высшей гуманитарной. Более того, существует мнение, что педагогического эталона и быть не может, поскольку педагогика не наука, а искусство, и её утверждения недоказуемы.

Преподавание, действительно, искусство, но методика — это сокровищница долгого исторического опыта преподавания, содержащая выверенные жизнью принципы и *законы*, доказуемые практикой, а не формальной логикой. Вот некоторые. Преподавание любого предмета должно быть постепенным и подробным, идти «от простого к сложному», точнее — через простое, элементарное к сложному, составному. Законами обучения, сообразного человеческой природе, являются единство теории и практики, абстрактного и конкретного, логики и интуиции, рационального и эмоционального, мысли и действия — это и законы познания. Понятным будет только генетическое изложение, которое показывает явление, понятие в развитии, чтобы учащийся видел, как оно возникает и почему приобретает тот или иной вид. Все эти законы должны соблюдаться в учебной книге.

Как есть ошибки научные, так есть ошибки педагогические. Если в учебной книге нет научных ошибок, но есть педагогические, она не должна допускаться в качестве руководства к преподаванию. Так, собственно, и происходит в жизни, — несмотря на грифы, такие учебники не читают ни учащиеся, ни преподаватели. Что же следует считать педагогическими ошибками? Очевидно, нарушение законов понятного обучения, перечисленных выше. Попытаюсь конкретизировать некоторые.

Первая ошибка — нарушение *закона педагогического структурирования.* Психология и опыт убеждают, что понятным для учащегося будет только текст, структурированный на простые, *неперегруженные* учебные порции. Закон этот имеет основой психологический закон ограниченности кратковременной памяти. Последовательность развёртывания педагогической структуры должна направляться особенностями восприятия и ходом мысли учащегося, а не логикой дедуктивной научной системы.

Современные учебники математики для высшей школы попросту копируют структуру университетского курса, лишь убирая некоторые сложные доказательства. Это грубейшая педагогическая ошибка, потому что строго логическая структура вступает в противоречие с психологическими законами восприятия и понимания новой информации. И противоречие это непреодолимо для новичка.

Научное структурирование руководствуется строгой формальной логикой, её цель — связать научные факты в последовательную логически обоснованную систему. Цель педагогической системы иная — сделать научные факты понятными и убедительными для учащегося (а не для академика). Логика при этом играет вспомогательную роль и большее значение приобретают примеры, образы, аналогия, правдоподобные (Д.Пойа) рассуждения. «При изучении наук примеры важнее правил» (И.Ньютон).

Вторая ошибка — нарушение закона *«от конкретного к абстрактному»*, сформулированного ещё в 1658 г. Я.А. Коменским в знаменитой «Opera didactica omnia». В частности, этот закон должен строго соблюдаться при введении новых понятий. Начинать следует с разнообразных конкретных примеров, с «чувственного созерцания». Затем идет анализ — выявление общего в этих примерах, сначала на интуитивном, образном уровне, затем более точное. И, как результат длительной подготовки, появляется строгая формулировка.

Университетский курс руководствуется принципом дедуктивной подачи материала. Новые понятия при таком изложении спускаются «с потолка» и, в лучшем случае, «иллюстрируются» примерами. Нарушаются законы единства абстрактного и конкретного, логики и интуиции и закон генетического развития понятия. «Не достаточно высказать определение, необходимо его подготовить и необходимо его оправдать» (А.Пуанкаре).

Можно было бы обсудить и конкретизировать другие педагогические требования, — степень подробности изложения с учётом возможностей реальных учащихся, образная и интуитивная составляющие, язык и многое другое. Но уже двух рассмотренных выше законов достаточно для принципиальной оценки педагогического качества учебной книги.

Полезно было бы ввести конкретизированные педагогические требования в министерское Положение об экспертизе учебных книг. Действующее Положение совершенно правильно требует, чтобы рецензии содержали «анализ методических достоинств и недостатков» (а каких?). Но рецензенты, как правило, не выполняют этого требования. Вероятно, потому, что не умеют это делать. Например, пишут: «Методический уровень книги хороший» (или — «вызывает сомнения»). Чтобы помочь экспертам в оценке педагогической части книг, полезен был бы контроль за качеством рецензий, за строгой смысловой обоснованностью заключений.

Известно, что частные проблемы невозможно решить, не разрешив прежде общие. А общая, главная проблема, всё-таки в другом, — в самой системе управления нашим образованием. С 60-х годов XX в. она планомерно трансформировалась так, чтобы исключить возможность объективной оценки качества функционирования любого элемента системы. И сегодня в этом качестве она достигла совершенства.

О ПОНЯТИИ «СИСТЕМА КООРДИНАТ» В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Костин С.В.

МИРЭА, Москва, 119454, проспект Вернадского, 78

e-mail: kostinsv77@mail.ru

Во многих учебниках аналитической геометрии и линейной алгебры можно встретить следующее определение: «Аффинной системой координат на геометрической плоскости Q называется упорядоченная пара $(O,\ e)$, состоящая из произвольной точки O и произвольного базиса $e = (\vec{e}_1,\ \vec{e}_2)$ линейного пространства $V_2(Q)$ геометрических векторов, параллельных плоскости Q». После этого дается еще одно определение: «Координатами точки $P \in Q$ в аффинной системе координат $(O,\ e)$ называются координаты радиус-вектора $\overrightarrow{OP}$ точки P в базисе e».

Аналогичные определения дают в случае трехмерного геометрического пространства, а также в случае произвольного n-мерного точечного линейного (или точечного евклидового) пространства, состоящего из элементов любой природы.

Приведенное определение понятия «аффинная система координат», по нашему мнению, является методически и концептуально неправильным.

Действительно, если аффинная система координат на плоскости — это совокупность точки и базиса, то что такое полярная система координат на плоскости? Иногда можно встретить определение, что полярная система координат — это совокупность произвольной точки O и произвольного луча R с началом в точке O, то есть полярная система координат, как и аффинная, определяется как набор некоторых геометрических объектов.

Поставим другой вопрос. В физике и технике при построении графика зависимости одной величины от другой часто используется система координат с неравномерной (обычно логарифмической) шкалой по одной или сразу по обеим осям.

Если в случае равномерной шкалы система координат — это совокупность точки и базиса, то что такое система координат в случае неравномерной шкалы по одной или сразу по обеим осям?

А что является системой координат в случае произвольных криволинейных координат на плоскости?

По нашему мнению, методически неправильно определять систему координат как совокупность геометрических объектов (точек, прямых, плоскостей, лучей, векторов и т. п.), по отношению к которым по определенным правилам «измеряются» координаты произвольной точки P.

Это связано, во-первых, с тем, что определение системы координат как набора геометрических объектов является неполным, поскольку оно не содержит в себе правил нахождения координат произвольной точки P относительно этих геометрических объектов. Эти правила формулируются дополнительно, тогда как они должны были бы входить в само определение системы координат.

Во-вторых, непонятно, можно ли произвольную криволинейную систему координат задать с помощью конечного числа геометрических объектов, однозначно ли определены эти геометрические объекты и есть ли какая-либо польза от их введения.

Из сказанного выше вытекает необходимость уточнения понятия «система координат» и других связанных с ним понятий.

Мы предлагаем использовать следующую терминологию, которая представляется нам логически последовательной и методически продуманной.

Пусть A — непустое множество, состоящее из элементов любой природы.

Определение 1. Произвольное отображение $K\colon A \to \mathbb{R}^n$ называется *системой координат* на множестве A.

Пусть x — произвольный элемент множества A.

Определение 2. Если $K(x) = (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$, то числа $x_1,\ x_2,\ \ldots,$ x_n называются *координатами* элемента $x \in A$ в системе координат K. В этом случае пишут: $x = (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$.

Иногда, особенно когда рассматривается несколько разных систем координат, важно подчеркнуть, что элемент $x \in A$ имеет координаты $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ именно в системе координат K. Для этой цели удобно использовать обозначение $x \overset{K}{=} (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n)$.

Часто требуют, чтобы по своим координатам $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ элемент $x \in$ $\in A$ восстанавливался однозначно. Это означает, что отображение $K\colon A \to$ $\to \mathbb{R}^n$ должно быть инъективным.

Пусть Q — геометрическая плоскость.

Определение 3. Упорядоченная пара $R = (O,\ e)$, состоящая из произвольной точки O плоскости Q и произвольного базиса $e = (\vec{e}_1,\ \vec{e}_2)$ линейного пространства $V_2(Q)$, называется *репером* на плоскости Q.

Если базис e ортогональный (ортонормированный), то репер $R = (O,\ e)$ тоже называется ортогональным (ортонормированным).

Пусть Q — геометрическая плоскость и пусть $R = (O,\ e)$ — репер на плоскости Q.

Определение 4. Отображение $K\colon Q \to \mathbb{R}^n$, ставящее в соответствие произвольной точке $P \in Q$ упорядоченную пару чисел $(x,\ y)$ такую, что $\overrightarrow{OP} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$ (то есть $x,\ y$ — координаты радиус-вектора $\overrightarrow{OP}$ в базисе e), называется *аффинной системой координат на плоскости Q, соответствующей реперу R*.

В зависимости от длин векторов $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ и угла между ними мы предлагаем следующую терминологию:

Аффинные системы координат		
	$\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$	$\vec{e}_1 \not\perp \vec{e}_2$
$\lvert\vec{e}_1\rvert = \lvert\vec{e}_2\rvert = 1$	прямоугольная декартова СК	косоугольная декартова СК
$\lvert\vec{e}_1\rvert \neq 1$ или $\lvert\vec{e}_2\rvert \neq 1$	прямоугольная аффинная СК	косоугольная аффинная СК

Пусть Q — геометрическая плоскость и пусть $R = (O,\ e)$ — ортонормированный репер на плоскости Q.

Определение 5. Отображение $K\colon Q \to \mathbb{R}^2$, ставящее в соответствие произвольной точке $P \in Q$ упорядоченную пару чисел $(r,\ \varphi)$, где $r = |\overrightarrow{OP}|$, а φ — угол, на который надо повернуть вектор $\vec{e}_1$, чтобы он стал сонаправлен с вектором $\overrightarrow{OP}$ (за положительное направление вращения принимается направление кратчайшего поворота от вектора $\vec{e}_1$ к вектору $\vec{e}_2$; $-\pi < \varphi \leqslant \leqslant \pi$; если $P = O$, то $\varphi = 0$), называется *полярной системой координат на плоскости Q, соответствующей реперу R.*

Таким образом, если R — ортонормированный репер на плоскости Q, то ему соответствует определенная прямоугольная декартова система координат на плоскости Q (см. определение 4) и определенная полярная система координат на плоскости Q (см. определение 5).

Аналогично, если R — ортонормированный репер в трехмерном геометрическом пространстве, то ему соответствует определенная прямоугольная декартова система координат, определенная цилиндрическая система координат и определенная сферическая система координат. Соответствующие определения для краткости опускаем.

При изображении графиков функций часто оказывается удобным использовать прямоугольную аффинную систему координат, в которой оси координат перпендикулярны, но имеют разные масштабы (см. таблицу).

В физике и технике, как уже говорилось, часто используется система координат с неравномерной шкалой по одной или сразу по обеим осям. Такая система координат является *прямолинейной* (поскольку координатными линиями являются прямые), но уже не является аффинной.

Система координат, у которой не все координатные линии являются прямыми, называется *криволинейной.* Примерами могут служить полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.

Сформулируем основной результат данной работы. Четкое определение и разграничение понятий «система координат» и «репер» позволило отказаться от методически и концептуально неправильного, по нашему мнению, определения системы координат как набора геометрических объектов, по отношению к которым определяются координаты произвольной точки P. Нами предложена новая терминология, которая должна сделать учебный материал более логичным, последовательным и как следствие более доступным для студентов.

О ФОРМИРОВАНИИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ В СИСТЕМЕ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кудрявцев Д.Л., Малыгина О.А., Руденская И.Н., Чекалкин Н.С.

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики

Повышение квалификации профессорско-преподавательского состава вузов и университетов можно рассматривать как совершенствование имеющихся и формирование новых компетенций преподавателей, к которым относятся следующие: дидактические компетенции, интеллектуальные и лингвистические компетенции, владение информационными технологиями, основами бизнес-образования. Дидактические компетенции предполагают владение современными технологиями обучения, основами психологии и педагогики, коммуникативными и организационными умениями. Под интеллектуальными компетенциями будем понимать философские знания, знания социальных аспектов образования, умения применять их в своей профессиональной деятельности. Сюда же включается понимание педагогом глобальных проблем современности. Лингвистические компетенции включают владение иностранным языком на уровне профессионального общения.

Современные тенденции в образовании определяют необходимость формирования у педагога компетенций менеджера, знаний основ юриспруденции в образовании. Данный перечень компетенций можно расширить, но формирование даже названных позволяет говорить о важных задачах и непростых проблемах, стоящих перед системой повышения квалификации ППС. Они затрагивают вопросы отбора и построения содержания обучения, использование новых методов обучения, разработку критериев и форм контроля результатов обучения. Фактически речь идет о совершенствовании качества предлагаемого повышения квалификации преподавателей высшей школы.

Учебный процесс в рамках повышения квалификации можно рассматривать как объект системный. Его компонентами являются цели, содержание, формы, методы, средства и результаты обучения, которые взаимосвязаны и образуют целостную обучающую систему — дополнительное образование. Системообразующим фактором выступает деятельность обучаемого и обучающего. Исходя из этого, авторами проводился анализ функционирования системы повышения квалификации ППС в рамках приоритетного национального проекта «Образование».

По итогам деятельности анализа работы образовательных структур выделяются следующие направления совершенствования системы повышения квалификации ППС высшей школы.

1. Разработка единых критериев отбора содержания обучения, направленного на формирование перечисленных выше компетенций педагогов вуза (университета). В качестве одного из критериев предлагается выбрать описание принципов построения программы обучения. Перспективным представляется использование системного принципа построения содержания обучения, принципов предметной деятельности и развивающего обучения.

2. Разработка единых критериев оценки уровня предлагаемого обучения (программы).

В частности, одним из критериев уровня обучения может быть требование введения в описание программы не только перечня основных тем, но и указание основных типов учебно-познавательных заданий, обеспечивающих формирование новых компетенций. Решение специальной системы задач позволяет перейти к формированию исследовательской деятельности у слушателей, что обеспечивает достижение более высокого уровня усвоения материала и открывает возможности полноценного его применения на практике.

3. Разработка единых требований к выполнению итоговых (зачетных)

работ и получению сертификата о повышении квалификации.

4. Разработка механизма организации полноценной «обратной связи».

Проверка прочности и практической значимости полученных знаний и умений может быть осуществлена путем продолжения дальнейшей совместной работы слушателя и педагога по обсуждению проблем применения нового материала на практике. Полезным представляется и сотрудничество слушателей друг с другом не только в процессе обучения, но и после его окончания. Это вполне достижимо при наличии централизованного сайта, в процессе конференций с участием слушателей и педагогов.

5. Разработка механизма взаимодействия образовательных структур — участников процесса по повышению квалификации ППС.

Плодотворным представляется сотрудничество между вузами, университетами, между обучаемыми и педагогами разных образовательных структур в рамках дополнительного образования. В связи с этим новые требования предъявляются и к структурам, осуществляющим функции кураторов рассматриваемого процесса.

Реализация обозначенных положений позволяет говорить о совершенствовании системы дополнительного образования, о повышении качества обучения в рамках повышения квалификации, о развитии участников образовательного процесса.

НАЧАЛА АНАЛИЗА И ЯЗЫК ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Кудрявцев Н.Л.

МГУ им. М.В. Ломоносова, механико-математический ф-т, каф. матем. анализа

119992, ГСП-2, Москва, Воробьевы Горы, МГУ

Тел.: 9391801, e-mail: nick-kudr@yandex.ru

Теоретико-множественный подход лежит в основе современных курсов математического анализа. Именно с элементов теории множеств начинается его изучение. Вместе с тем существует некоторая традиция в изложении начал математического анализа, практически не использующая язык теории множеств и не обсуждающая результаты под этим углом зрения (в основном это относится к теории пределов).

Последовательный теоретико-множественный подход в теории предела предполагает явное введение класса функций, имеющих предел в данной точке, и последующее его изучение. При введении таких классов доказываемые утверждения приобретают дополнительный смысл: утверждение о пределе постоянной — непустота класса, теорема о пределе композиции — инвариантность класса относительно замены переменной, арифметические свойства — замкнутость класса относительно арифметических операций.

Отметим, что в отличие от теории пределов при изучении непрерывных, дифференцируемых и интегрируемых функций вводятся соответствующие классы функций (и для них уже имеются стандартные обозначения), но и в этих случаях может быть полезным указание и обсуждение классов, для которых справедливы доказываемые утверждения.

Рассмотрение перечисленных классов функций позволяет говорить о пределе, дифференцировании и интегрировании как об операторах, заданных на соответствующих множествах (в этом смысле оправданы использование словосочетаний «свойства предела» и «значение предела» и т.д.).

Важно подчеркнуть с первых шагов изучения математического анализа, что объектом изучения являются не индивидуальные функции (конечно, совсем без исследований отдельных функций не обойтись), а функциональные классы, что одной из задач является нахождение взаимосвязи классов (например, вложения классов друг в друга). Изучение теории предела с теоретико-множественной точки зрения позволяет в самом начале познакомиться с кругом вопросов и задач, которые остаются актуальными при рассмотрении других функциональных классов, и тем самым определить идеологию, прослеживаемую на протяжении всего курса. Проводимая линия позволяет раскрыть внутреннюю логику изучаемого материала, готовит студента к осмысленному, а, стало быть, более глубокому восприятию излагаемой теории.

ГОТОВИМСЯ К ОЛИМПИАДЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Куликова Е.Н., Русаков А.А.

Тульский государственный университет им. Л.Н. Толстого, Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова

Тел.: 9155512, Факс: 9155053, e-mail: e_kolgan@mail.ru, arusakov@space.ru

Количество математических соревнований в последние годы в России существенно увеличилось, но самыми массовыми и популярными, как среди учащихся, так и учителей, остаются традиционные олимпиады по математике. Считаем своим приятным долгом напомнить, что по инициативе академиков П.С. Александрова и А.Н. Колмогорова в 1935 году Московский Университет им. М.В. Ломоносова проводит первую математическую олимпиаду школьников. Непреходящая популярность олимпиад обеспечена интересами школьника, учителя и образовательного учреждения. Школьник, прежде всего, самоутверждается, его привлекает соревновательный азарт, он получает дополнительное математическое образование, конечно же, существенный фактор — льготы при поступлении и др. Для педагога — возможность расширить кругозор учащихся, развить интерес к изучению математики, выявить способных учащихся (уже проявившихся, и значит, талантливых, математически одаренных) для подготовки к следующему уровню олимпиады, и, собственно, для дальнейшей индивидуальной работы с ними. Для образовательного учреждения — повышение собственного рейтинга, и получение инвестиций в виде грантов, не только персональных. В дискуссиях с учителями и коллегами постоянно обсуждается вопрос работы с увлеченной математикой молодежью. Как готовить олимпиадников? Как выбрать тему для исследовательского проекта школьника (или студента)? При этом ожидается жесткий алгоритм процедуры (универсальная педагогическая технология) подготовки призеров олимпиад или проектов высокого качества, претендующих на призовые места на олимпиадах по математике и на зарекомендовавших себя конференциях для школьников (студентов).

Было бы логично предположить, что победители будут, прежде всего, из регионов с большим населением или с большим городским населением (из расчета, что одаренные дети рождаются равномерно), или из регионов, где сильные физико-математические школы, иначе, где сложившееся добротное математическое образование (по результатам сдачи экзаменов в 9-ых, 11-ых классах), или, например, из регионов с хорошим экономическим развитием. Анализ победителей 4-го и 5-го этапа Всероссийской олимпиады по математике показывает, что успешность выступления школьников на олимпиадах не сильно зависит от этих факторов. Успешность определяется, в первую очередь, работой со школьниками квалифицированных учителей, педагогов имеющих фундаментальное математическое образование и может быть в первую очередь квалифицированных именно в области подготовки школьников к математическим соревнованиям.

Накоплен большой дидактический материал, опубликованный в виде сборников задач математических олимпиад различного уровня. Хорошо известны методические рекомендации по проведению сборов российской команды по математике, появляются методические разработки различных авторов, например, [1], [2]. Разнообразные формы подготовки к олимпиадам: урок, математический кружок, факультатив (спецкурс), тренинг в виде промежуточных олимпиад (между командами соседних школ) и различных форм соревнований (математические викторина, КВН, и др.), целенаправленная самостоятельная работа (домашние задания), спроектированная индивидуальная траектория, дистанционное обучение (сетевые ресурсы, интернет-олимпиады, «Карусели»). Учитель формирует учебный план, для выбранной темы (например «Принцип Дирихле») предлагаем следующую траекторию ее изучения (с возможными неоднократными итерациями).

Краткая теория (со способами подачи).

Стандартные задачи с решениями (рассуждения учителя, как образец мыслительной деятельности).

Задачи из олимпиад, ранжированные по трем типам (решаются аналогично стандартным, сводятся к стандартным, решаются нестандартно).

Задачи для контроля.

Коррекция.

Существенным элементом в вопросах работы со школьником, с уже выявленной способностью повышенной обучаемости математике, является мотивация этой работы. Например, уже в самом названии кружка «Олимпиадная математика», заложен спортивный элемент в решении задач. Примером мотивации может служить изучение математики (конкретных ее разделов или тем) через призму истории открытий в математике, и историю их первооткрывателей. Этот прием позволяет насытить школьника идеями (по сути нестареющими), направить их внимание на красоту и изящество задач, показать гармонию возникшей теории. Тем самым раскроем перед матшкольником содержание математики, подготовим его к олимпиадам, разовьем интерес к научно-исследовательской работе.

Список литературы

1. *Рукшин, С.Е.* Математические соревнования в Ленинграде — Санкт-Петербурге. Первые пятьдесят лет. – Ростов н/Д: издательский центр «МарТ», 2000. – 320 с.
2. *Фарков, А.В.* Математические олимпиады. 5–6 классы: учебно-методическое пособие для учителей математики общеобразовательных школ. – М.: Издательство «Экзамен», 2006. – 189 с. – (Серия «Учебно-методический комплект»).

ЛЕТНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ШКОЛЫ, КАК ФОРМА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ ОДАРЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ

Лазарев В.А., Ржевский В.В.

Центр современного образования (ЦСО);
Физический ф-т МГУ им. М.В. Ломоносова

117302, Москва, ул. Орджоникидзе, 3;
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы,

e-mail: victor_lazarev@mail.ru; rzhevski@mig.phys.msu.ru

Проблема поиска и развития одаренных школьников в области математики и естественных наук крайне актуальна из-за наблюдаемого снижения престижа профессии научных работников, с одновременным возникновением вызовов современных наукоёмких направлений промышленности: спинтроники (магнитной микроэлектроники), нанотехнологий, квантовых компьютеров и других, требующих продвижений не только в прикладных задачах, но затрагивающих фундаментальные вопросы математики, физики, химии, биологии.

Многолетний опыт проведения летних физико-математических школ на Кубани Кубанским государственным университетом при участии преподавателей МГУ им. Ломоносова и других вузов показывает, что участие школьников в ЛФМШ предоставляет им возможность оказаться в развивающей творческой среде. Систематическая подготовительная работа охватывала ежегодно до 600 учащихся 8–11 классов, с которыми проводились учебные занятия повышенного уровня по математике и физике в рамках очных или заочных физико-математических школ. Итоговое зачисление в ЛФМШ проводилось по результатам олимпиад, турниров, матчевых встреч, что вносило принцип соревновательности в процесс формирования творческих навыков школьников.

Участие на всех этапах работы со школьниками доцентов, профессоров, ведущих преподавателей КубГУ и МГУ, других вузов, позволяло поддерживать высокий уровень как самих занятий, так и дискуссий по интересным проблемам математики и физики. Фактически, школьники могли из первых рук получать знания, квалифицированные ответы на трудные вопросы точных дисциплин в непринужденной обстановке, вне занятий. Именно такая возможность эффективно способствовала привитию школьникам творческих подходов и навыков, свободному овладению ими материалом школьных программ.

Активная работа в подготовительный период и непосредственно в ЛФМШ, позволяла наиболее продвинутым школьникам к завершению курсов занятий приходить к известной формуле творчества: «игра по правилам» — «игра с правилами». Например, неизменно вызывали живую реакцию различные способы определения элементарных функций: алгоритмический, — через задание правил соответствия множества аргумента и множества значений функции, и другой, — через их свойства (например, как решение дифференциального уравнения с заданными начальными условиями).

Включение в программу ЛФМШ заметного числа простых физических экспериментальных наблюдений (люминесценции при разрушении сахарного рафинада, звездного неба с помощью телескопа и др.) предоставляло школьникам возможности размышлений о строении вещества, о загадках природы, и т.д.

Опыт проведения ЛФМШ показал, что участие в их работе ключевым образом способствует развитию интереса школьников к физико-математическим дисциплинам и формирует их профессиональную ориентацию. Конкурсный отбор учащихся ЛФМШ через систему олимпиад, турниров и т.д. является единственно справедливым, отвечающим нормам демократии в современных условиях. Вместе с тем, создание и функционирование сезонных профильных физико-математических школ — это один из важных этапов педагогического сопровождения одаренных школьников.

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ ИНОСТРАННЫХ СТУДЕНТОВ

Лобузов А.А.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет)

Тел.: +7(495)4330322, e-mail: dean@fmfi.mirea.ru

Математическое образование в вузе, являясь неотъемлемой частью всего образовательного процесса, имеет свои специфические особенности при обучении иностранных студентов. Более всего это касается технических специальностей, которые, пользуясь большой популярностью в последние годы у иностранных граждан, предъявляют повышенные требования к базовому уровню математических знаний.

Математическая подготовка иностранных абитуриентов зависит от региональных традиций преподавания математики в средней школе. Естественно, ближе к российским они в странах СНГ и Балтии. Однако с течением времени увеличиваются различия между российскими стандартами и образовательными стандартами этих стран. Поскольку большинство абитуриентов из этих стран достаточно хорошо владеют русским языком, они часто поступают в вузы сразу на первый курс без обучения на подготовительном факультете и пробелы в знании отдельных разделов элементарной математики обнаруживаются и восполняются параллельно с изучением таких дисциплин, как математический анализ, алгебра и геометрия, дискретная математика. На подготовительном факультете работа по выравниванию математической подготовки иностранных слушателей, доведению его до уровня, необходимого для успешного усвоения вузовской математики, осложняется лингвистическими проблемами, проводится одновременно с изучением русского языка и, в частности, с освоением русской математической терминологии. Лингвистические трудности являются основными для тех абитуриентов из стран дальнего зарубежья, которые приезжают поступать в российские вузы, закончив один или два года обучения в национальных университетах.

Актуальной задачей на первых семестрах является своевременное выявление и восполнение недостающих знаний из школьных курсов элементарной математики и начал математического анализа. Иностранным студентам должны при этом помогать как лекторы по математическим курсам, внимательно следя за уровнем понимания излагаемого материала, напоминая отдельные сведения из курса элементарной математики, рекомендуя дополнительную учебную литературу по элементарным разделам математики, так и ведущие практические занятия преподаватели, организуя самостоятельную работу и проводя постоянный мониторинг знаний и навыков. Анализ трудностей усвоения иностранными студентами отдельных разделов изучаемых в вузе математических дисциплин приводит к выявлению ряда причинно-следственных связей, например, следующего вида:

[незнание отдельных теоретико-множественных понятий и операций] $\Rightarrow$ [незнание метода интервалов] $\Rightarrow$ [неумение решать неравенства] $\Rightarrow$ [неумение находить интервалы убывания и возрастания, интервалы выпуклости и вогнутости функций] $\Rightarrow$ [неумение анализировать функции и строить их графики];

[незнание отдельных свойств некоторых элементарных функции (обратных тригонометрических, логарифмов и т.п.)] $\Rightarrow$ [трудности при нахождении пределов функции] $\Rightarrow$ [трудности при нахождении производных функции] $\Rightarrow$ [неумение анализировать функции и строить их графики, неумение интегрировать].

В основе многих подобных цепочек лежат пробелы в знании важных свойств геометрических объектов (прямых, треугольников, многоугольников, окружности, плоскостей, призм, сферы и т.п.), отсутствие устойчивых навыков применения различных методов решения уравнений, систем уравнений и систем неравенств, методов анализа в задачах с параметрами.

Особого внимания заслуживают студенты, закончившие подготовительные отделения, но сталкивающиеся с лингвистическими трудностями в процессе обучения вследствие сравнительно небольшого словарного запаса. Их языковой адаптации и повышению уровня коммуникативной компетенции при изучении математических дисциплин способствует широкое использование формализованного языка математики и общепринятых математических символьных средств (кванторов, знаков логических и теоретико-множественных операций и т.п.). Формализация проявляется при этом и как средство осознанного анализа языковых возможностей студентов и как точный способ выражения мыслей.

Как показывает анализ успеваемости иностранных студентов технических специальностей: неудовлетворительные оценки по математическим дисциплинам составляют в среднем 60–70% среди всех неудовлетворительных оценок за первые два семестра (далее идут физика, инженерная и компьютерная графика). Поэтому важно использовать самые различные средства, помогающие изучению этих дисциплин и самостоятельному обретению новых лингвистических и математических компетенций. Одним из эффективных средств является при этом применение при организации самостоятельной работы иностранных студентов современного программного обеспечения для решения математических задач, например, таких математических пакетов как MATHEMATICA, MathCAD, MatLab, пакета символьных вычислений MAPLE.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Лунгу К.Н.

МГОУ

Проблема развития у студентов опыта самостоятельной работы имеет богатую историю. Еще К.Д. Ушинский призывал профессоров и преподавателей вузов «руководить самостоятельными работами студентов, указывая им на источники, объясняя непонятное, просматривая сделанное». Развитие опыта самостоятельной учебной работы студентов поддерживали великие русские и советские ученые и педагоги Н.Е. Жуковский, Н.И. Лобачевский, П.Л. Чебышев, Н.Н. Лузин, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, С.Н. Бернштейн, П.С. Александров, А.И. Мальцев и многие другие.

А.Дистервег говорил, что: «Плохой учитель дает истину в готовом виде, а хороший — побуждает учеников искать ее самостоятельно». Известный ученый академик А.Н. Крылов всю жизнь пропагандировал, что основная задача вуза — «научить умению учиться», и никакая школа не может выпустить законченного специалиста: профессионала образует его собственная деятельность. И это «умение учиться» наиболее полно развивается на самостоятельных занятиях.

Современные тенденции повышения эффективности высшего образования обусловливает поиск путей активизации деятельности обучаемых, развитие их самостоятельности и инициативы. Все большее значение приобретает ориентация на максимально возможное развитие личности обучаемого, что в вузе достигается в значительной степени благодаря организации самостоятельной работы.

Сегодня заявлен запрос общества не просто на человека профессионала, а на личность, которая должна обладать набором качеств, таких как:

– самостоятельностью в принятии решений и выборе;
– умением отвечать за свои решения;
– способностью нести ответственность за себя и своих близких;
– готовностью к действиям в нестандартных ситуациях;
– обладанием приемами самостоятельности учения, готовностью к переподготовке;
– обладанием набором ключевых компетенций в различных областях знаний.

Таким образом, на современном этапе обучения самостоятельная работа приобретает наибольшую значимость в структуре учебного процесса. Самостоятельность — это необходимое качество студента, которое за период обучения помогает ему усвоить все, что необходимо, гораздо быстрее, лучше и легче, используя неисчерпаемый потенциал мозга, все свои способности, а также современные технологии и системы.

Самостоятельную работу студента мы используем как метод обучения, при котором познавательная деятельность протекает в полном соответствии с его индивидуальными особенностями, уровнем образования, опытом, с одной стороны, и специально созданными для этого организационными условиями, с другой. Французский писатель Ж.Ж. Руссо, метко подметил: «Час работы научит больше, чем день объяснения».

Некоторые авторы (П.И. Пидкасистый и др.) самостоятельную работу относят к средствам вовлечения обучающихся в самостоятельную познавательную деятельность. Постановка задачи является средством включения в структуру учебной деятельности содержания предмета. Характер задачи и степень сложности обусловлены необходимостью достижения такой организации самостоятельной работы, чтобы студенты усваивали знания, умения, навыки, предусмотренные программой, развивали в то же самое время свои творческие возможности и готовились к самообразованию путем обобщения и систематизации. В самостоятельной работе студента более всего могут проявляться его стремление, мотивация, целенаправленность, целеустремленность, воля, самоорганизованность, самостоятельность, самоконтроль и другие личностные качества. Самостоятельная работа студента является основой для изменения отношения к учебе и позиций в самом учебном процессе, она рассматривается как специфическая форма учебной деятельности. Это высшая форма учебной деятельности, форма самообразования, связанная с его работой в аудитории и в домашних условиях

В организации самостоятельной работы выделяем три группы факторов, определяющих её продуктивность и успех: организационную, методическую и управленческую. К первой группе факторов мы относим: 1) планирование всех видов учебной деятельности на весь учебный год; 2) рекомендации студентам по планированию собственной деятельности, необходимой для выполнения текущей домашней работы и расчетно-графических работ; 3) обеспечение учебно-методической литературой. Ко второй группе: 1) разработка преподавателем индивидуальных заданий на самостоятельную работу; 2) обучение студентов методам и приёмам самостоятельной работы; 3) помощь в определении собственной траектории обучения. Третья группа факторов включает управление самостоятельной работой со стороны преподавателя, т.е. она должна контролироваться, ибо нет управления без контроля.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы (это индивидуальные расчетно-графические работы и текущие домашние задания) студенты имеют возможность максимально актуализировать, аккумулировать и систематизировать всевозможные приемы учебной деятельности, сравнить их и применить наиболее рациональные и в лучших соотношениях. Самостоятельная работа осуществляется также в беседах, на консультациях, зачетах, коллоквиумах, в дополнительных «проблемных» занятиях, математических кружках, семинарах и других формах.

Приведем лишь два примера конкретных заданий для самостоятельной работы, в которых отражается индивидуальная траектория движения студента в проектируемой нами технологии учебного процесса.

1. Интеграл $\int\sqrt{\dfrac{a+x}{a-x}}dx$ можно брать хотя бы тремя способами (два — подстановкой, третий — сведением к двум табличным)..

2. Следующие интегралы можно брать двумя способами (по частям и методом неопределенных коэффициентов)

1) $\int(x-1)e^{2x}dx$; 2) $\int(2x^2-4x-9)e^{-2x}\,dx$;

3) $\int(2x-3)\cos 2xdx$; 4) $\int(3x+2)\sin 3xdx$;

5) $\int((x+2)\cos x - x\sin x)\,dx$; 6) $\int((x+2)\cos x - x\sin 2x)\,dx$;

7) $\int[(2x+5)\sin 3x+(x^2-3)\cos 3x]dx$.

К самостоятельной работе студентов мы относим деятельность по составлению задач. Они активно включаются в такую работу, особенно по таким разделам как линейная алгебра и линейное программирование, теории вероятностей и математическая статистика. Часть студентов участвует в специфическом виде деятельности, которая заключается в поиске задач, относящиеся к будущей специальности. Это, как правило, студенты второго курса интересуются задачами прогнозирования, для чего собирают статистический материал и строят математическую модель исследуемого процесса. Эти студенты впоследствии в своих курсовых работах и дипломных проектах используют математический аппарат.

К ВОПРОСУ ОБ ОБОСНОВАННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА π

Лунгу К.Н.

МГОУ

0. Реплика. **Определение**. Число $\sqrt{2}$ называется отношение длины диагонали квадрата к длине его стороны.

В статье устраняется повод для подобных реплик, вызванной определением числа π — отношение длины окружности к длине ее диаметра, используемом более 2000 лет.

1. В 1961 г. известный методист Б.П. Бычков в курсе «Методика преподавания математики» (Кишиневский госуниверситет) высказал серьёзные замечания по поводу необоснованного введения в курсе математики (в школе и вузе) числа π и последующих понятий с ним связанных. В 1965 г. автор этих строк, работая преподавателем в Тираспольском педагогическом институте им. Т.Г. Шевченко (МССР), услышал аналогичные замечания от доцента С.И. Мирона, который предполагал, что определением числа π может служить предел последовательности $\pi_n = n \cdot \sin \dfrac{180^\circ}{n}$ $(n \geqslant 3)$ независимо от интерпретации π_n. При этом π_n выражает периметр правильного n-угольника, вписанного в единичную окружность. Проблема тогда заключалась в доказательстве существования предела π_n, а точнее, в доказательстве её возрастания и ограниченности сверху, аналитическими средствами. Этот факт «почти» установил только геометрическими средствами в своем учебнике геометрии И.Ф. Шарыгин.

Ниже схематично рассматривается вопрос об обосновании определения числа π как предел последовательности π_n $(n \geqslant 3)$. Идея выпуклых функций принадлежит С.И Мирону.

2. Выпуклые функции (для краткости речь пойдет только о строго выпуклых функциях; для вогнутых функций нужно менять знак соответствующего неравенства).

Определение 1 (геометрическое). Функция $y = f(x)$ называется выпуклой на отрезке $[a, b]$, если для любых точек M_1 и M_2 графика Γ хорда M_1M_2 расположена над соответствующей дугой $\cup M_1M_2$ (за исключением точек M_1 и M_2).

Определение 2 (аналитическое). Функция $y = f(x)$ называется выпуклой, если для любых значений x_1 и x_2 имеет место неравенство

$$f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) > f(x), \quad (x_1 < x < x_2).$$

или

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > \frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} \quad (x_1 < x < x_2).$$

Имеется много определений выпуклости функций (до десяти), но нигде не показано, что все они равносильны. Вот одно из них.

Определение 3. Если для любых x_1 и x_2 из данного отрезка $[a, b]$ имеет место

$$\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right),$$

то рассматриваемая функция выпукла на нем.

3. **Выпуклые функции и разделённая разность**. Для функции $y = f(x)$, $x \in [a, b]$ строим ассоциированную с ней разделённую разность $F(x, t) = \dfrac{f(x) - f(t)}{x - t}$, где t — фиксированная точка отрезка $[a, b]$.

Теорема 1. *Функция $y = f(x)$ выпуклая (вогнутая) на отрезке $[a, b]$ в том и только том случае, если $F(x, t)$ является возрастающей (убывающей) функцией переменной x ($x \neq t$).*

Следствие. *Предположим, что отрезок $[a, b]$ содержит точку $x = 0$ и $t = 0$. Тогда, если $f(x)$ вогнутая, то функция $F(x, 0) = \dfrac{f(x)}{x}$ убывает на этом отрезке (при $x \neq 0$).*

4. **Число** π. Исходим из известных определений тригонометрических величин (и функций) для острых углов, измеряемых в градусах, их свойствах (например, синус и тангенс возрастают в интервале $(0^\circ, 90^\circ)$) и основных формулах (скажем, сумму синусов и тангенсов, доказанных для градусных величин углов).

Пусть α_1 и α_2 — градусные величины двух углов, и $0^\circ \leqslant \alpha_1 < \alpha_2 \leqslant$ $\leqslant 60^\circ$. Тогда $\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2 = 2\sin\dfrac{\alpha_1+\alpha_2}{2}\cdot\cos\dfrac{\alpha_1-\alpha_2}{2} < 2\sin\dfrac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$ (синус — вогнутая функция).

Положим $\alpha_1 = 180^\circ \cdot u_1 \alpha_2 = 180^\circ \cdot u_2$, где u_1, u_2 — действительные числа, причем $0 \leqslant u_1 < u_2 \leqslant \dfrac{1}{3}$. Предыдущее неравенство принимает вид

$$\sin 180^\circ \cdot u_1 + \sin 180^\circ \cdot u_1 < 2\sin\frac{180^\circ \cdot (u_1 + u_2)}{2}\,.$$

Тем самым функция $\sin 180^\circ u$ является возрастающей вогнутой функцией на отрезке $[0, 1/3]$. Согласно следствию из теоремы 1, функция $F(u) = \dfrac{\sin 180^\circ u}{u}$ является убывающей на полуинтервале $(0, 1/3]$. Положим $u = u_n = \dfrac{1}{n}$, $n = 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$ Тогда получаем последовательность чисел $\pi_n = n\cdot\sin\dfrac{180^\circ}{n}$, которая является возрастающей (с возрастанием n убывает $u = 1/n$, а убыванию u соответствует убывание F).

Аналогично можно доказать, что тангенс-функция возрастающая и выпуклая, а тогда на основании теоремы, функция $\dfrac{\operatorname{tg} 180^\circ u}{u}$ является в полуинтервале $(0, 1/3]$ возрастающей. Затем положим $u = u_n = \dfrac{1}{n}$, $n = 3,\ 4,\ 5,$ $\ldots$ Получаем убывающую последовательность чисел $t_n = n\cdot\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}$. Из неравенства $\pi_n = n\cdot\sin\dfrac{180^\circ}{n} < n\cdot\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n} < 3\operatorname{tg}60^\circ = 3\sqrt{3}$ следует, что последовательность $\pi_n = n\cdot\sin\dfrac{180^\circ}{n}$ является возрастающей и сверху ограниченной. На основании известной теоремы эта последовательность имеет предел, который обозначим через π: $\pi = \lim\limits_{n\to\infty} n\cdot\sin\dfrac{180^\circ}{n}$. Следовательно, если $n \geqslant 3$, то $n\cdot\sin\dfrac{180^\circ}{n} < \pi < 3\sqrt{3}$. Этим доказано существование числа π независимо от геометрических интерпретаций, что оправдывает цель статьи. Из приведенных рассуждений с очевидностью следует, что существует предел и другой последовательности t_n и $\lim\limits_{n\to\infty} n \cdot \operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n} = \pi$.

КОМПЛЕКСНАЯ ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СОВРЕМЕННОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ (7–9) КЛАССЫ

Макарова И.А.

Гальчинская средняя общеобразовательная школа

Московская область, Домодедовский район, д. Гальчино, бульвар 60 лет СССР, д. 18

Профильное обучение, единый государственный экзамен в одиннадцатом классе, тестирования — на всё это ещё не так давно многие учителя (да и не только) смотрели как на очередную попытку реформирования отечественного школьного образования, надеясь, что всё остановится на уровне эксперимента. Но уже сегодня ясно, что, невзирая на все отрицательные стороны, спорные вопросы, связанные с проведением и результатами ЕГЭ, итоговая аттестация выпускников одиннадцатых классов общеобразовательных школ будет проводиться именно в такой форме. Теперь речь идёт о выпускниках девятых классов. Предполагается итоговую аттестацию девятиклассников так же проводить в форме единого государственного экзамена. А это значит те проблемы, которые возникают при обучении и подготовке выпускников одиннадцатых классов начинают ещё в более острой форме вставать перед учителями при подготовке девятиклассников.

В своей статье «Модернизация средней школы и математического образования» Л.Д. Кудрявцев отметил: «…число часов, отводимое на естественно-математические предметы, недостаточно для того, что бы их можно было качественно изучить в объеме, необходимом для продолжения обучения в ВУЗе, и для того, чтобы можно было развить в нужной степени культуру мышления ученика». И далее: «Недостаточный уровень изучения математики … в младших классах может существенно затруднить углубленное изучение … в старших специализированных классах». Поэтому, для успешного дальнейшего обучения, как в профильных, так и в общеобразовательных классах необходимо улучшить подготовку и в первую очередь по математическим дисциплинам в 7–9 классах, а, как известно, тестирования не способствуют этому. Однако, для успешной сдачи единого государственного экзамена, тесты должны стать одной из часто используемых форм проверки знаний на уроках. Учителям необходимо решать поставленные обществом новые задачи при старом, а чаще и меньшем количестве часов. В связи со всем вышеперечисленным становится всё более актуальной проблема интенсификации обучения математике в 7–9 классах современной средней общеобразовательной школы.

Профессор В.Т. Петрова в своей докторской диссертации «Научно-методические основы интенсификации обучения математическим дисциплинам в высших учебных заведениях» рассматривала активизацию, индивидуализацию, дифференциацию, диверсификацию, оптимизацию, компьютеризацию, повышение эффективности, проблемное и программированное обучение как способы организации и реализации интенсификации обучения математике в ВУЗе. Многие положения из ее работы применимы при обучении математике в средней общеобразовательной школе.

Проведённые нами исследования показали, что применение отдельных форм интенсификации при обучении математике в средней школе и в частности в 7–9 классах не дает требуемых результатов. Возникла гипотеза о целесообразности использования комплекса различных способов организации и реализации интенсификации обучения.

Данные результаты исследования позволили ввести термин «комплексная интенсификация обучения математике».

Комплексная интенсификация обучения математике — это сочетание нескольких видов интенсификации, предназначенное для повышения эффективности процесса обучения математике и его оптимизации.

Анализ различных комбинаций форм и методов показал, что из всего многообразия интенсификации при обучении математике в средней общеобразовательной школе в седьмых-девятых классах наилучшие результаты дает сочетание актуализации, проблемного обучения и дифференциации.

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Макусева Т.Г., Бакеева Л.В.

Нижнекамский химико-технологический институт

e-mail: bakeeva@mail333.com

К группе фундаментальных наук относят науки, чьи основные определения, понятия и законы первичны, не являются следствиями других наук, непосредственно отражают, систематизируют, синтезируют в законы и закономерности факты, явления природы и общества. Одной из таких наук является математика. Само содержание курса математики и современная методика его преподавания обеспечивают возможность целенаправленного развития логического мышления обучающихся, умения рационально и творчески выполнять задания, умения пользоваться учебным и справочным материалом и т.д. Однако для того чтобы реализовать эти возможности курса математики, нужно проанализировать, какими путями следует осуществлять развитие таких умений и навыков, выделить наиболее существенные из них.

Отметим, что фактически весь учебный процесс (лекции, практические занятия, зачеты, экзамены, курсовые проекты) направлен в первую очередь на передачу студентам некоторой суммы знаний, в меньшей степени — на формирование у них умений, и почти совсем не ориентирует на развитие у будущих специалистов творческого, самостоятельного, критического отношения к излагаемому или напечатанному в учебнике материалу.

Как пишет Карл Кнопке, «процесс педагогического руководства должен быть организован таким образом, чтобы осуществлялось всестороннее развитие личности будущего специалиста. Как показывает опыт, этого не достичь, если учебный предмет планируется только исходя из необходимости передачи и восприятия знаний, представляется только как совокупность учебных концепций, обеспечивается только лекциями и семинарскими занятиями, и т.п., а контролируется исключительно путем экзаменационной проверки знаний». Естественно возникает проблема, какое из двух видов обучения — теоретическое или практическое — обеспечивает оптимизацию процесса обучения, повышение его эффективности.

Хотим отметить, что термины «теоретическое» и «практическое» обучение имеют основания, постольку, поскольку отражают специфические особенности организационно-функционального единства между руководством преподавателя и деятельностью обучаемого. Неразрывное единство и постоянное взаимодействие между теорией и практикой детерминируют органическую связь между теоретическим и практическим обучением.

Теоретическое обучение в вузах осуществляется в основном посредством лекции. Мы согласны с мнением, что лекция — на сегодняшний день, является наиболее эффективной формой обучения и воспитания. Именно лекция помогает овладеть основными знаниями с минимальной затратой времени, дает возможность информировать сразу большую аудиторию по необходимым вопросам.

Практические занятия по математике представляют, в большинстве своем, решение задач. Примеры и задачи, решаемые на занятиях, можно в соответствии с их целями грубо разбить на два типа: направленные на иллюстрацию теории и на отработку навыков. Мы считаем, что при проведении занятий желательно, по возможности, отдавать себе отчет в том, какая именно цель преследуется. Дело в том, что примеры и задачи первого типа могут затрагивать самую разнообразную тематику, однако их число для каждой темы весьма ограничено. В отличие от этого количество примеров и задач по темам, связанным с отработкой практических навыков, должно быть значительно большим, однако сами эти темы следует отбирать очень тщательно, с учетом их значимости в настоящее время. Проблема отбора тем, требующих практической отработки, является весьма важной и может решаться для различных специальностей по-разному.

Повышение эффективности обучения математике мы видим в интеграции теоретического и практического обучения. Одним из возможных путей решения такого подхода является используемая нами методика направляемого и контролируемого обучения, важнейшей фазой которой является осмысление, раскрытие и систематизация целей изучения математики; построение такого содержания обучения, при котором увеличивается роль математики при обучении общепрофессиональным и специальным дисциплинам путем усиления межпредметных связей этих дисциплин с математикой и, наоборот, включении в преподавание математики задач из общепрофессиональных и специальных дисциплин. Такая методика позволяет обеспечить на всех этапах обучения у студентов потребности в определенных знаниях, ориентирует их на самостоятельность, учитывает взаимодействие фундаментального курса математики с общеобразовательными, общетехническими и специальными дисциплинами.

При такой организации обучения цели формулируются в виде задач деятельности — системы учебных и практических задач по каждой теме или разделу, которые должен в итоге научиться решать каждый обучающийся. Причем эта система задач составлена так, что она показывает студентам роль и значение тех знаний, которыми они должны в данном случае овладеть.

Список литературы

1. *Насыров А.З.* Математика и дидактика математики во втузах. – Изд–во ВГУ, Воронеж, 1973. – 224 с.
2. *Кнопке К.* Новые пути учебы в вузе// Современная высшая школа, 1983. 3 (43), с. 104.

О ПРОБЛЕМАХ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СРЕДНИХ И ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

Малаховский В.С.

Российский государственный университет им. И. Канта

Начиная со второй половины XIX века школьное и вузовское математическое образование в России основывалось на четырёх основных принципах: фундаментальность, доступность, доходчивость и научность. И хотя в первое послереволюционное десятилетие из за неразумных экспериментов (типа групповой сдачи экзаменов) школьному образованию, в том числе и математическому, был нанесён серьезный ущерб, в конце 30-х годов и особенно в первые послевоенные годы при руководстве просвещением наркома В.П. Потёмкина, фундаментальное математическое образование в школах нашей страны достигло очень высокого уровня. Пятнадцатилетие насаждения в школах формализованного «бурбакистского» стиля преподавания математики (1965–1980 гг.) и последовавшее за этим реформа с установкой на всеобщее среднее образование (которая фактически вылилась во всеобщую выдачу аттестатов без реальных знаний) значительно снизили уровень математической подготовки учеников средних школ.

Это сказалось и на вузовской фундаментальной математической подготовке, хотя в вузах старались «не снижать планку» для основных математических курсов.

В XXI веке наступила эра всеобщей компьютеризации. Рыночная экономика ударила прежде всего по фундаментальной теоретической подготовке студентов университетов и технических вузов. Математики-теоретики стали «невостребованы». Появились десятки новых сверхмодных специальностей, в которых фундаментальной математической подготовке уделялось всё меньше и меньше внимания. Из рабочих программ исключались многие важные математические курсы (особенно геометрического уклона), а на базовые математические курсы выделялось всё меньше часов. Например, в РГУ им. И. Канта в прошлом учебном году на специальности «Прикладная математика» аналитическая геометрия читалась 68 часов, а этом учебном году — только 36 часов. А такой фундаментальный курс как «Философские аспекты математики», включавший историю математики и читавшийся на нашем факультете 10 лет для четверокурсников всех специальностей (68 часов), в этом учебном году был упразднён вообще. Приём на специальность «Математика» за 10 лет сократился в нашем университете в три раза!

Если учесть, что повсеместное введение в школах с 2009 года оценки знаний по ЕГЭ ещё более снизят общетеоретическую математическую подготовку в школах (учителя будут стараться только учить решать задачи в основном групп А и В), то возникает серьёзная проблема фундаментального математического образования в текущем столетии.

Примеры, приведённые академиком В.А. Арнольдом в интервью в 2000 году («Наука и жизнь» №12, 2000 г.) и на парламентских слушаниях в 2002 году, просто ужасают. 80% учителей математики США не могут без калькулятора найти сумму 1/2+1/3. А аспирант француз спросил у нашего академика 4/7 больше или меньше единицы.

Неужели мы будем копировать американскую и западноевропейскую систему подготовки по математике в школах и вузах и откажемся от исторически сложившейся в нашей стране системы математического образования, в которой фундаментальность, доступность, доходчивость и научность всегда играли главную роль?

РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ОБУЧЕНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Малыгина О.А.

Московский институт радиотехники, электроники, автоматики (технический университет)

Система обучения в высшей школе до недавних пор была ориентирована на традиционный «знаниевый» подход. При таком подходе главным является передача молодому поколению знаний, умений, навыков, накопленных в процессе исторического развития общества. При этом у учащихся фактически не формируется деятельность по приобретению новых знаний, самостоятельному исследованию и решению профессиональных проблем. Современные требования к уровню подготовки выпускников высшей школы таковы, что получаемые при обучении знания и умения должны активно использоваться субъектами в дальнейшей профессиональной деятельности. Высшая школа призвана обеспечить развитие творческих способностей учащихся, их исследовательских навыков, умений получать новые знания самостоятельно.

Решение таких проблем можно видеть в реализации компетентностного подхода к образовательному процессу. Данный подход акцентирует внимание педагогов не только на содержании обучения, но и на его результатах, на формируемых способностях учащихся, на развитии их мышления. Результаты подготовки специалиста (бакалавра, магистра) в высшей школе выражаются в форме компетенций — обобщенных характеристик, определяющих его готовность использовать весь свой потенциал (знания, умения, опыт, личностные качества) для успешной деятельности в профессиональной сфере.

Формирование компетенций выпускника высшего учебного заведения начинается уже с первых семестров обучения, с дисциплин фундаментального цикла, к которому относится курс высшей математики. Реализация компетентностного подхода в образовательном процессе предполагает модернизацию содержания методов и средств обучения, в частности, в рамках отдельного предмета. Это нашло отражение в экспериментальной модели курса высшей математики для технических университетов (вузов), разработанной автором. Основанием модели обучения является использование идей системно-деятельностного подхода. Цели обучения, связанные с формированием базовой культуры личности, содержание обучения, субъекты обучения (педагог и учащийся), методы и средства представлены в модели в диалектическом единстве. Названные компоненты по существу являются подсистемами в создаваемой целостной системе обучения высшей математике. Системообразующим фактором выступает деятельность субъектов педагогического процесса. Педагогический процесс при этом (в отличие от традиционного подхода) рассматривается как целостный, двусторонний процесс взаимодействия педагога и учащихся, при котором учитываются результаты обратной связи.

Основными принципами экспериментальной модели являются:

1) принцип системного построения содержания курса высшей математики;
2) принцип описания курса высшей математики в единстве общего, особенного и единичного;
3) принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности обучения высшей математике в техническом вузе;
4) принцип предметной деятельности при изучении высшей математики;
5) принцип развивающего обучения;
6) принцип единства основ подготовки педагога и ученика по экспериментальной программе с учетом особенностей каждого субъекта процесса;
7) принцип интеграции современных технологий обучения.

В содержание экспериментального обучения включены не только математические, но и методологические знания и умения. К ним относятся знания об общих методах познания (методе системного анализа, методе синтеза, методе математического моделирования), их процедурном составе и знания о деятельности. Формируются умения применять методы в исследовательских целях при решении задач по математике и прикладных задач, умения строить свою деятельность по решению задач с профессиональным содержанием. Использование общих методов познания при изучении математических дисциплин раскрывает внутренние связи математических объектов, их структуру, целостные системные свойства, многообразие видов, позволяет установить межпредметные отношения, увидеть прикладную значимость математики, соединить ее с профессиональной сферой. Организация усвоения содержания экспериментального обучения проводится в соответствии с теорией поэтапного формирования умственных действий.

При обучении высшей математике используются интерактивные методы, формы, средства обучения: мозговой штурм, лекция-дискуссия, лекция «вдвоем со студентом», дистанционное обучение.

Экспериментальная модель обучения высшей математике выполняет развивающую функцию, ориентирует результаты изучения предмета на формирование требуемых компетенций современного специалиста (бакалавра, магистра), реализует идеи личностно-ориентированного подхода к обучению, являющегося приоритетным направлением в свете гуманизации образования.

ИННОВАЦИОННЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ КУРСОВ ГЕОМЕТРИИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТАХ

Матвеев О.А.

Московский государственный областной университет

Москва, 125480, ул. Планерная, 7-3-655

Тел.: 8-4954923992, e-mail: veyevtam@mail.ru

Геометрия является важной составляющей математического образования, различные ветви геометрии находятся в тесных взаимоотношения друг с другом и другими разделами математики, прежде всего с алгеброй и математическим анализом

Геометрия возникла из практики, в которой заключены ее реальные основания. Общеизвестно, что фундаментальные проблемы обоснования евклидовой, аффинной, проективной, аналитической, так называемых неевклидовых геометрий, дифференциальной геометрии являются сложными, глубокими и не получили своего окончательного и бесповоротного решения. Это естественно, геометрия — неисчерпаемая наука, и не является построенной окончательно и навсегда.

«Начала» Евклида сыграли огромную роль в истории математики и всей человеческой культуры, и оказали исключительно большое влияние на дальнейшее развитие математики и ее преподавание. Однако уже давно стало ясно, что с научной точки зрения систему аксиом и постулатов Евклида нельзя признать вполне удовлетворительной. При изложении геометрии непосредственно по «Началам» приходится в ряде случаев использовать утверждения, которые явно не высказаны и не доказаны.

Большое внимание уделял геометрии великий Леонард Эйлер, его первую часть двухтомника «Введение» (1748 г.) в собрании сочинений можно считать первым учебником аналитической геометрии, настолько свободно в нем проведено исследование кривых и поверхностей с помощью их уравнений. Видимо Л. Эйлер впервые ввел алгебраическое понятие квазигруппы в связи с задачей о латинских квадратах.

В конце 60-х годов девятнадцатого столетия перед математической общественностью возникла задача построить такую систему аксиом элементарной геометрии, на фундаменте которой, опираясь лишь на логические законы, без ссылок на наглядность и очевидность, можно было бы построить многоэтажное здание высшей геометрии. Эта задача была стимулирована всеобщим признанием идей Н.И. Лобачевского, К.Ф. Гаусса, Б. Римана, Яноша Больяи о гиперболической и эллиптической геометрий.

В конце девятнадцатого века появились многочисленные работы по обоснованию геометрии таких крупнейших математиков, как Паш, Пеано, Пиери и других. Наиболее исчерпывающими явились работы Давида Гильберта и Германа Вейля. Книга Д. Гильберта «Основания геометрии» (1899 г) сыграла существенную роль в этой серии исследований. Можно сказать, что начался новый этап аксиоматического метода в геометрии.

Система аксиом Д. Гильберта обладает непротиворечивостью, независимостью и полнотой и служит одним из основных средств нового обоснования геометрии. Хотя программа школы Гильберта в ряде пунктов оказалась утопичной, она способствовала появлению ценнейших результатов в области оснований математики.

Спустя десять лет после появления гильбертовой аксиоматики Фридрих Шур, следуя идеям Феликса Клейна предложил другую систему аксиом геометрии — основанную на рассмотрении движений. В системе Шура есть три аксиомы, утверждающие что движения образуют группу преобразований. Еще десятилетие спустя Герман Вейль создал векторную аксиоматику, объединяющую в единую схему проективную, аффинную и евклидову геометрии.

Гильбертова аксиоматика полностью уточнила не вполне совершенную систему аксиом, созданную Евклидом более двух тысяч лет тому назад, в то время как аксиоматики Шура и Вейля, а также работы Клейна связали геометрию с понятиями групп преобразований и векторного пространства.

Аксиоматики Д. Гильберта и Г. Вейля, Эрлангенская программа Ф. Клейна в настоящее время являются важной составной частью тематического учебного плана математических отделений и факультетов университетов, средних и высших педагогических учебных заведений.

Однако в полном объеме приведенные аксиоматики не могут излагаться в средней школе, из-за их громоздкости и тяжеловесности. В настоящее время в средней школе изучают геометрию по различным руководствам. В основном, это три учебника геометрии — Погорелова А.В., Атанасяна Л.С., Александрова А.Д., поэтому говорят о различных аксиоматиках школьного курса геометрии. Ситуация становится многоплановой, какому подходу отдать предпочтение?

В работах академика Александрова А.Д. содержится справедливая на наш взгляд критика преобразователей школьного преподавания геометрии, констатируется уход от наглядности и ясности оснований. Представляется полезным вернуться к первоначальной ясности Евклида, придерживаясь вместе с тем логической строгости оснований геометрии Д. Гильберта. В работеах Александрова А.Д также приводится построение аксиоматики евклидова пространства, даются краткие дополнения об аналогичных основаниях геометрии Н.И. Лобачевского и аффинной геометрии.

Новый подход к основаниям геометрии был предпринят в связи с общей алгебраизацией современной дифференциальной геометрии. (Здесь мы оставляем в стороне геометрическую алгебру). Это направление восходит к трудам Феликса Клейна, Софуса Ли, Эли Картана, работам многих математиков по теории связностей в расслоениях. Новейшее развитие геометрии показывает, что фундаментальную роль играют не только теория групп и алгебр Ли, но и более общие алгебраические конструкции. Здесь мы имеем в виду теорию гладких неассоциативных универсальных алгебр с их касательными объектами. Так вместо дифференцируемой группы и ее алгебры Ли появляется гладкая квазигруппа с определенными тождествами и ее касательная тройная система Ли. Наиболее ярко это прозвучало в дифференциальной геометрии в связи с алгебраическим описанием пространств аффинной связности (прежде всего симметрических и редуктивных).

Впервые идея о рассмотрении аффинного пространства как универсальной алгебры была сформулирована как гипотеза академиком Мальцевым А.И. Позднее отдельно была опубликована алгебраическая аксиоматика аффинного пространства в работах профессора Л.В. Сабинина. Таким образом, было выполнено единообразное построение основ теории аффинных пространств и многообразий аффинной связности. Конечно, первоначальное изложение было излишне сложным и замысловатым, сейчас можно сделать соответствующую адаптацию (не в ущерб строгости). Заметим, что доказательство многих классических теорем плоскостной и пространственной аффинной геометрии упрощается и не требует привлечения метрических понятий.

Последовательно проводя линию обобщения, убеждаемся, что в аналогичных терминах может быть сформулирована аксиоматика действительного проективного пространства.

Сейчас уже ясно, что аксиоматизация понятий и определений аффинного пространства, проективного пространства, многообразия аффинной связности, а также классической механической системы может быть выполнена в единых терминах универсальных алгебр (в частности с существенным использованием теории квазигрупп) с определенными тождествами.

О «КРУГОВОМ» МЕТОДЕ ИЗЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Мерлин А.В., Мерлина Н.И.

ФГОУ ВПО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова»

428015, Чебоксары, Московский проспект, 15, Математический факультет, кафедра методики преподавания математики

Тел.: 8(8352)459882, Факс: (8352)428090, e-mail: merlina@cbx.ru

Традиционным методическим принципом чтения математических курсов на математических и физико-математических факультетах университетов России является принцип линейности изложения теории. Этот принцип предполагает последовательное изложение учебного материала, начиная с описания неопределяемых понятий, формулировки аксиом и строгого доказательства последующих теорем и описания приложений соответствующей математической теории.

Многие годы работы в вузе подтверждают полезность и необходимость такого подхода. Возможность его реализации опиралась на достаточно высокий уровень исходной математической подготовки абитуриентов и достаточно большое число учебных часов, отводимых для выполнения учебного плана по этим предметам на указанных факультетах. В частности, мы имеем в виду курс математического анализа, читаемый в нашем университете в течение двух первых годов обучения студентов по 4 часа лекций и 4 часа практических занятий в неделю.

В последние примерно два десятилетия ситуация начала изменяться прежде всего в отношении подготовки абитуриентов. По-прежнему мы набираем две группы на первый курс по специальности «010101 Математика». Но, как модно сейчас говорить: остаточных знаний — по математике — становится всё меньше и меньше. Это ничуть не противоречит положительным результатам единых государственных экзаменов по математике, поскольку эти знания проверяются непосредственно после окончания обучения в школе. Перерыв в изучении математики составляет для первокурсников почти 12 недель, в течение которых среднестатистический школьник о математике и не вспоминает. Не знаем, насколько точно утверждение, что новая информация, не закрепляемая последующими упражнениями, исчезает из человеческой памяти со скоростью 80% в неделю. Математика, как известно, оперирует отвлеченными понятиями, с которыми школьник не встречается в повседневной жизни, и, как следствие, после поступления в университет его приходится заново обучать математике. Это утверждение обосновывается результатами контрольных работ — тестов, которые мы уже в течение многих лет проводим на первом занятии с первокурсниками.

Что касается учебных часов, отводимых на изучение математики, то за исключением упомянутого выше курса математического анализа, математические предметы на матфаке и технических факультетах не имеют, на наш взгляд, достаточного их количества. Например, это ощущается при чтении спецкурсов, в которые хочется и нужно включать последние результаты, полученные в теории, а учебное время ограничено жесткими рамками учебного плана. На технических факультетах об этой нехватке всем давно известно.

Один из принципиально возможных путей разрешения этого противоречия видится нам в реализации «кругового» принципа преподавания учебного предмета, описанный в статье профессора Кириллова А.И. [1]

В этой статье круговой принцип иллюстрируется чаще всего примерами из преподавания физики. Мы попытались реализовать этот принцип при чтении лекций по спецкурсу «Краевые задачи аналитических функций» на третьем курсе математического факультета Чувашского госуниверситета. Обычно этот спецкурс читается в соответствии с известной монографией Ф.Д. Гахова [2] по линейному принципу: подробно изучаются свойства интеграла типа Коши и на их основании рассматривается краевая задача Римана и исследуются сингулярные интегральные уравнения. Следуя идее кругового принципа, мы в начале изложили без доказательства, но с необходимыми пояснениями, упомянутые свойства интеграла типа Коши, потом мы привели полное решение задачи Римана для односвязной области с гельдеровскими коэффициентами. Этот материал занял примерно две трети учебного времени. И лишь после этого мы вернулись к доказательству всех свойств интеграла типа Коши, пропущенных при первоначальном изложении учебного материала. Такой порядок прохождения дал, с одной стороны, возможность уже на первом этапе специализации поставить курсовые работы, непосредственно связанные с тематикой научных исследований на кафедре, а, с другой стороны, представил преподавателю свободу выбора: какие теоремы доказывать и какие теоремы дать самим студентам для самостоятельной проработки, то-есть, естественным образом организовать самостоятельную работу студентов. Кроме того, при таком способе изложения спецкурса появляется возможность включать в учебный материал последние результаты научных исследований, опубликованные в научных журналах или полученные преподавателями кафедры.

Отметим, наконец, что увеличение объёма учебного материала происходит и в самом курсе математического анализа. Для этого достаточно сравнить объём: 1) 2-х томов учебника по матанализу Кудрявцева Л.Д. 25-летней давности [3], 3-х томов издания того же учебника пятилетней давности, 2) однотомного задачника Б.П. Демидовича по матанализу [4] и трехтомного задачника творческого коллектива во главе с Кудрявцевым Л.Д [5].

Естественно, что оба принципа изложения материала не противодействуют друг другу, а применяются в зависимости от конкретных обстоятельств, преподаватель сам решает в какой пропорции они должны присутствовать в его курсе лекций. Внедрение принципа кругового изложения может встретить препятствия. Так, например, насколько нам известно, нигде при чтении математического анализа не используется то обстоятельство, что начала математического анализа изучаются в школьном курсе математики. Вузовский преподаватель читает курс математического анализа так, словно школьник никогда и ничего не слышал о производных и интегралах.

Список литературы

1. *Кириллов А.И.* О педагогической переработке науки. Математика в образовании: сб. статей. Вып. 3 / Под ред. И.С. Емельяновой. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. – 359 с.
2. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. – М.: Наука, 1970, 640 с.
3. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа (в двух томах). Учебник для студентов университетов и втузов. – М.: Высш.школа, 1981. т.1 – 687 с.,ил., т.2 – 584 с., ил.
4. *Демидович Б.П.* Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука. 1971. – 528 с.,ил.
5. *Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И.* Сборник задач по математическому анализу (в 3-х томах) – М.: Физматлит, 2003.

ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ

Мирзоев М.С.

Московский педагогический государственный университет

e-mail: sharifmir64@Gmail.com

В настоящее время проблема формирования математической культуры приобретает особый научный интерес и актуальность. Исследователи в определении ее компонентов, как правило, не ограничиваются базисными составляющими, такими как математические знания, умения, навыки, математическое мышление, но и вводят дополнительные параметры. Например, С.А. Розанова [3] выделяет профессиональную направленности преподавания математики, интеллектуальность, духовность и нравственность, Д. Икрамов [2] — математический язык. Для Г.М. Булдыка [1] такими дополнительными параметрами являются алгоритмическая культура и профессионально-педагогическая направленность обучения.

Таким образом, можно заметить, что проблема математической культуры носит многогранный характер, и введение новых параметров расширяет определение математической культуры. На наш взгляд, именно интегрирований подход, включающий в себя сочетание всех указанных параметров, обеспечивает наилучшим образом формирование математической культуры школьников и студентов.

Анализ компонентов математической культуры, указанных выше авторов, позволяет в качестве компонентов математической культуры будущих учителей информатики выделить: *мировоззрение, мастерство, поведение, язык (естественный, формализованный математический язык и формальные языки информатики), и математические способности.*

Мировоззрение, *основанное на* системе математических знаний, представляет собой устойчивые и неизменяемые взгляды на роль и место математических наук в становлении информатики как самостоятельной дисциплины, использующей математические средства и методы в информационных процессах. Мировоззрение включает в себя математическое мышление (в частности, логическое и алгоритмическое), эрудицию (знание и понимание математических объектов) и личностную позицию (отношение к математическим процессам и представления о научной картине мира).

Мастерство, *включает в себя математические умения и навыки:* умение применить математические методы и средства в решении информационных и жизненно важных задач, исследовательские навыки и др..

Поведение представляет собой педагогические, психологические, социальные, экономические, эстетические и этнические нормы и традиции исследования, проектирования и обработки и передачи информации.

Математические способности — гибкость мыслительных процессов, критичность, сообразительность, интуиция, свертывание процесса рассуждения, умение представлять сложное действие в виде упорядоченной совокупности простых действий, способность к обобщению, умение классифицировать математические объекты, математическая память, вычислительная способность, и др.). Диагностика выявления уровня математических способностей обучаемых сопутствует успешному формированию математической культуры будущих учителей информатики.

Язык *интерпретируется как* инструмент, позволяющий создать различные информационные модели (будем считать математические модели как часть информационных моделей) для описания объектов, их отношений, свойств, поведения и т.д. Основы каждого языка составляет знаковая система. Математический язык предназначен для построения информационных моделей объектов особого рода — математических объектов. С помощью математического языка описываются существенные свойства (количество, порядок, непрерывность, детерминированность, дискретность, случайность и др.) объектов реального мира. Наиболее значимые формальные языки информатики (язык логики и языки программирования) в большинстве случаев конструируются на базе языка математики. Формирование математической культуры будущих учителей информатики с учетом **языкового** компонента характеризуется семантическим, синтаксическим и прагматическим свойствами.

Перечисленные выше компоненты в совокупности обеспечивают формирование математической культуры учителя информатики и являются важным фактором развития фундаментального образования.

Список литературы

1. *Булдык Г.М.* Формирование математической культуры экономиста в вузе: Автореферат диссертации д-ра пед. наук. Минск: БГУ, 1997.
2. *Икрамов Д.* Математическая культура. – Ташкент, 1981.
3. *Розанова С.А.* Математическая культура студентов технических университетов. – М., 2003.

ИСТОРИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА ЕДИНСТВА ПРОГРАММ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Михайлова Н.В.

Минский государственный высший радиотехнический колледж

Беларусь, 220005, г. Минск, пр. Независимости, 62

e-mail: erovenko@bsu.by

Историко-методологическая проблема единства, как математики, так и программы ее обоснования не нова, она ставилась, начиная с той эпохи, когда математика оформилась как самостоятельная дисциплина. Исторически попытки ее решения тесно связаны с общей проблемой единства научных знаний. Несмотря на важность глобальных вопросов об истории оснований математики, после знаменитых рефлексивных результатов математика и логика Курта Гёделя основной проблемой философии математики стала проблема обоснования математики.

К началу XX века философия математики осознала себя как область, имеющая значение не только для решения чисто философских проблем. По существу обмен идеями между философией математики и философией начался с появлением программ обоснования математики. Проблема обоснования математики была сформулирована как проблема обоснования непротиворечивости математических теорий. Целесообразно разделить математический и философский подходы к этой проблеме, которые различаются не только по своим задачам, но и по своим средствам. Математический анализ проблемы связан с рассмотрением математической теории в соответствии с принципами определенной программы обоснования в контексте понимания природы математического знания. Философский анализ проблемы единства, опирающийся на общие характеристики научного познания, тенденции развития знания и его социокультурные детерминанты, не предполагает математической строгости и однозначных выводов.

Синтез основных программ обоснования математики является новой концептуальной идеей философии математики. Синтез элементов предваряется их выделением из нерасчлененного целого. Это необходимо для анализа их отличия друг от друга с целью соединения их частей на новом теоретическом уровне. Обоснование математики — это попытка найти такую общую теорию, с помощью которой можно было бы вывести всю математику по определенным правилам вывода, исходя из некоторых формальных систем аксиом. Если бы удалось обосновать одну математическую теорию, которую можно принять за основание математики, то на этом базисе можно было бы пытаться обосновать другие математические теории в соответствии с общей архитектурой математических теорий. С точки зрения философской рефлексии программа обоснования сама нуждается в обосновании — математическом и философском — соответствующем их задачам.

Философия математики XX века в исследовании проблемы обоснования не вышла за рамки логических представлений. Естественная ограниченность логического анализа способствовала в итоге формированию понимания недостаточности каждой в отдельности программы обоснования математики, которое заключается, прежде всего, в отсутствии рациональных аргументов, определяющих границы обосновательных программ. Опираясь на достоверность и надежность математического мышления, мы предлагаем новое понятие обоснования, соответствующее современному пониманию математики как науки, опирающееся на системный синтез формализма, платонизма и интуиционизма. Если во второй половине XX века был моден системный анализ, рассматривавший некие общие свойства систем, которые возникают у них как у целого, то сейчас в методологии науки при анализе сложных нелинейных систем на смену ему приходит системный синтез. С точки зрения математики, такой синтез позволяет из массы факторов извлечь именно то, что позволяет принять правильное решение.

Три основных направления в современной философии математики — формализм, платонизм и интуиционизм — образуют системную триаду, в которой каждая пара элементов находится в соотношении дополнительности, а третий задает меру совместности. Одна из целей этого исследования состоит в том, чтобы показать возможность указанного системного синтеза и его продуктивность в отношении к проблемам обоснования математики. И все же почему для методологии целостного подхода к обоснованию математики в качестве структурной единицы избранна именно триада? Необходимость такого выбора обусловлена тем, что диады «формализм-интуиционизм» было явно недостаточно, а из более сложных структур наиболее простейшая и достаточно содержательная в отличие от других искусственных и поверхностных интерпретаций. Тем не менее, достаточность тернарной структуры пока остается под вопросом, хотя и существуют определенные основания в математике, физике и философии для выделения таких структур.

Процесс развития математики и уточнение оснований математики, никогда не будет завершен, так как познание бесконечно, а философско-методологическая задача современного исследования по обоснованию математики состоит в переходе к новым критериям, способным совмещать в себе применимость к математике в целом.

Список литературы

1. *Михайлова Н.В.* Загадка «непостижимой эффективности математики» и математический платонизм // Матэматыка: праблемы выкладання. – 2007. – №1. – С.12–18.
2. *Михайлова Н.В.* Психологические интенции тринитарного стиля философско-математического мышления // Вышэйшая школа. – 2007. – №2. – С.38–42.

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ НА СООТВЕТСТВИЕ ТРЕБОВАНИЙ ГОС ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНА

Наводнов В.Г., Масленников А.С., Киселева В.П., Тикина Г.П., Садовин Н.С., Карабанова О.В., Журавлева И.В.

Национальное аккредитационное агентство в сфере образования

424000, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3

Факс: 8(8362)413884, e-mail: fepo@nica.ru

Технология Интернет-экзамена, разработанная Национальным аккредитационным агентством в сфере образования, позволяет сформировать предпосылки для создания единой системы оценки уровня знаний студентов и базовой подготовки выпускников образовательных учреждений на соответствие требованиям государственных образовательных стандартов (ГОС). Для решения поставленной задачи разработана модель специализированных аттестационных педагогических измерительных материалов, важной особенностью которых является полный охват содержания государственных образовательных стандартов. Основным структурным элементом измерителя является раздел дисциплины (дидактическая единица содержания, ДЕ), раскрываемый заданиями по нескольким темам.

Для формирования структуры содержания дисциплины проводился анализ содержания ГОС для всей совокупности направлений подготовки (основных образовательных программ), реализуемых в Российской Федерации. Результаты макроанализа ГОС представлены в виде таксономической схемы элементов содержания дисциплины.

Анализ содержания ГОС дисциплины «Математика» цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин показал, что для 668 образовательных программ, реализуемых в вузах России, достаточно выделить 18 основных дидактических единиц содержания дисциплины. Набор дидактических единиц содержания стандартов является инвариантом содержания для группы образовательных программ. Используя принцип инвариантности содержания дисциплины, сформированы структуры АПИМ. Для дисциплины «Математика» потребовалось всего 55 структур измерительных материалов, содержащих различные комбинации от 4 до 14 ДЕ из имеющихся 18 ДЕ. При таком подходе к конструированию измерителя достаточно разработать тематическое наполнение ДЕ содержания образовательных стандартов и нет необходимости разрабатывать отдельные измерители для каждой образовательной программы, реализуемой в конкретном вузе. Учитывая объем часов, отводимых на изучение дисциплины «Математика», предложено выделить три уровня сложности заданий, составляющих банк аттестационных педагогических измерительных материалов.

Важной составляющей оценки качества подготовки студентов по результатам Интернет-экзамена является модель информационно-аналитической поддержки системы принятия решений. Для анализа и оценки качества подготовки студентов результаты тестирования представлены в информационно-аналитической карте — «Педагогическом анализе» в удобных для принятия решений формах. К таковым относятся рейтинг-лист студентов каждого направления подготовки, гистограмма плотности распределения результатов, карта коэффициентов решаемости заданий по темам, карта коэффициентов освоения дидактических единиц дисциплины; график освоения дисциплины на основе выполнения совокупности дидактических единиц. Указанные формы представления результатов Интернет-экзамена позволяют оценить уровень и качество усвоения программного материала по темам, группам обучающихся, получить информацию о типичных ошибках и затруднениях студентов. Результаты Интернет-экзамена показывают положительную динамику количества образовательных программ, выполняющих требования ГОС по дисциплине «Математика» в вузах России (рис. 9).

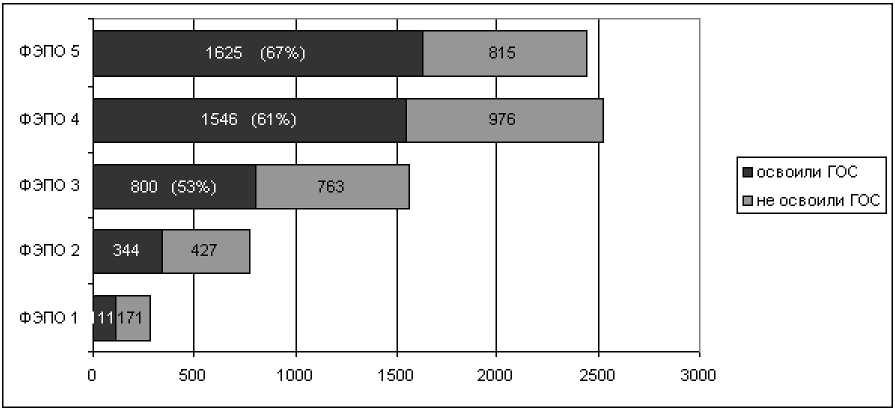


Рис.9: Динамика показателей выполнения требований *ГОС образовательными* программами по дисциплине «Математика»

Таким образом, результаты Интернет-экзамена в сфере профессионального образования могут служить основой для оценки качества математической подготовки студентов на соответствие требованиям ГОС.

ТЕХНОЛОГИЯ ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНА КАК СИСТЕМА МОНИТОРИНГА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Наводнов В.Г., Тикина Г.П.

Национальное аккредитационное агентство в сфере образования

424000, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3

Факс: `(8362)413884`, e-mail: `fepo@nica.ru`

В связи со вступлением России в Болонский процесс, одним из важнейших требований к системе гарантии качества вуза является постоянная демонстрация качества подготовки студентов не только для самого вуза, но и для широкой академической общественности. Разработанная Национальным аккредитационным агентством в сфере образования (Росаккредагентство) технология Федерального Интернет-экзамена в сфере профессионального образования позволяет демонстрировать качество подготовки студентов на основе внешней независимой оценки. Интернет-экзамен предоставляет возможность диагностировать и отслеживать уровень базовой подготовки студентов на соответствие требованиям ГОС. Используя единый федеральный банк измерительных материалов и единую технологию обработки результатов, он позволяет реализовать принципы открытости и прозрачности оценочных процедур. Суть Интернет-экзамена состоит в том, что студенты одной образовательной программы разных вузов по всей стране, используя современные компьютерные технологии, оцениваются по одним и тем же педагогическим измерительным материалам в одно и тоже время.

Интернет-экзамен проводится дважды в год (в мае и декабре) с 2005 года на основе полного доверия вузам в части организации тестирования и конфиденциальности их результатов, и представляет собой компьютерное тестирование студентов, заканчивающих (или закончивших) изучение дисциплины. Тестирование проводится в единое время для всех вузов, по единым измерительным материалам для каждого направления подготовки в двух режимах (по выбору вуза): on-line и off-line. Технология Интернет-экзамена предполагает оперативное проведение и обработку результатов (практически в режиме реального времени). Первичную информацию с результатами в виде рейтинг-листа вузы получают в течение нескольких минут после завершения тестирования. Интегрированная аналитическая информация поступает в вузы в течение месяца по окончании экзамена.

Централизованная обработка результатов производится на Интернет-сервере Росаккредагентства и позволяет формировать для каждого вуза и каждой образовательной программы информационно-аналитическую карту — педагогический анализ, в которой проводятся анализ на соответствие образовательным стандартам и сравнение результатов обученности студентов данного вуза по данной программе с аналогичными программами других вузов. Такая технология дает возможность провести сравнительный анализ качества подготовки студентов конкретной образовательной программы вуза на фоне всех родственных программ в стране.

Одной из наиболее востребованных дисциплин, реализуемых различными ООП, является математика цикла ЕН. С мая 2005 года регулярно растет количество вузов, принимающих участие в Интернет-экзамене по дисциплине «Математика». На первом этапе ФЭПО приняли участие 60 вузов и филиалов из 31 региона России, из них 59 вузов тестировались по дисциплине «Математика». С мая 2007 года участников становится выше тысячи из России и СНГ. Количество результатов возросло с 15,5 тысяч до 883 тысяч. Важно отметить, что более 50% вузов выбирали дисциплину «Математика».

Интернет-экзамен позволяет построить систему мониторинга качества математической подготовки студентов на различных уровнях управления образованием. На федеральном уровне мониторинг результатов Интернет-экзамена позволит отслеживать общероссийский уровень подготовки студентов. Результаты, полученные на пяти этапах проведения Интернет-экзамена, показывают рост уровня базовой подготовки студентов на соответствие требованиям ГОС (Рис. 10).

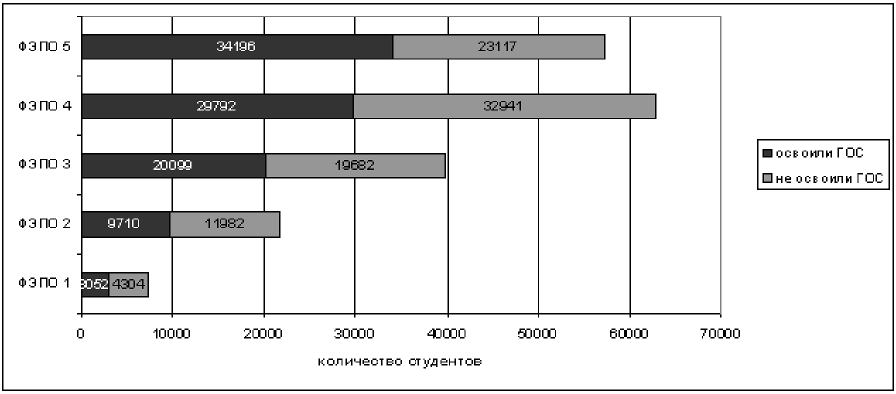


Рис.10: Динамика показателей освоения требований ГОС по математике (май 2005г. – май 2007г.)

Проведение Интернет-экзамена в сфере профессионального образования показало высокую эффективность предложенной формы оценки результатов обучения и заинтересованность вузовской общественности в его расширении.

О ПРЕПОДАВАНИИ АРИФМЕТИКИ В ШКОЛЕ И УНИВЕРСИТЕТЕ

Нестеренко Ю.В.

Механико-математический факультет МГУ

Изучение арифметики в школе объясняется в настоящее время утилитарными причинами. Она нужна для того, чтобы сформировать некоторые представления о числах (натуральных, целых, рациональных и действительных), научить выполнять арифметические операции с ними, выполнять приближенные вычисления. В дальнейшем на этой базе строится теория, по существу к арифметике не относящаяся: вводится понятие о непрерывности множества действительных чисел, рассматриваются последовательности и их пределы, определяются элементарные функции, строится математический анализ и вычислительная часть геометрии.

Вместе с тем арифметика есть логически стройная, доказательная, конкретная и доступная наука о свойствах чисел. Именно в таком виде она развивалась Евклидом в его «Началах», наряду с геометрией. Но эта ее сторона, способствующая формированию мышления и лучшему усвоению знаний, практически отсутствует в школе и школьных учебниках. Среди достоинств арифметики, как учебной дисциплины, отметим ясность и простоту ее теорем, возможность их практической проверки, в настоящее время с помощью компьютеров, сложившийся на протяжении тысячелетий обширный задачный материал, включающий задачи, как алгоритмического, так и логического содержания, простые по формулировке, с широким спектром сложности. Теория чисел дает возможность содержательного рассказа об истории науки и может служить базой для последующего введения абстрактных понятий и общих теорем алгебры.

В классах с повышенным уровнем обучения математике на доказательной основе могли бы излагаться: теория делимости, алгоритм Евклида для вычисления НОД и НОК натуральных чисел, решение в целых числах линейных уравнений; дроби и арифметические операции с ними; простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел, решето Эратосфена, основная теорема арифметики; позиционная система записи чисел и признаки делимости на маленькие простые числа; представление рациональных чисел в виде конечных и бесконечных периодических десятичных дробей, длина периода, приближение рациональных чисел их десятичными дробями.

Высшая арифметика, она же теория чисел, издавна преподавалась в Университетах и педагогических институтах России, чему способствовали идущие от Эйлера и П.Л. Чебышева богатые традиции исследований в этой области математики. Отметим прекрасные учебники, написанные Л.К. Лахтиным (1899), Д.А. Граве (1913), Д.Ф. Егоровым (1923), а в более позднее время И.М. Виноградовым, Л.Е. Диксоном, А.К. Сушкевичем, А.А. Бухштабом, З.И. Боревичем и И.Р. Шафаревичем и другими. Университетские лекции по теории чисел читали такие выдающиеся ученые как М.В. Остроградский, Н.И. Лобачевский, и Ю.В. Сохоцкий. В 50-е годы прошлого века обязательные лекционные курсы по теории чисел исчезли. Практически повсеместно они были поглощены курсами алгебры, а их содержание было выхолощено и свелось лишь к теории делимости.

В настоящее время в Московском Университете читается обязательный для студентов-математиков семестровый курс теории чисел, посвященный распределению простых чисел в натуральном ряде и арифметических прогрессиях, алгебраическим и трансцендентным числам. По нашему убеждению курсы подобного рода необходимо включать в программы магистерской подготовки математиков. В то же время семестровый курс элементарной теории чисел должен войти в базисную часть подготовки бакалавров в Университетах. Его содержание могли бы составить: сравнения, степенные вычеты, первообразные корни и индексы, квадратичные сравнения и квадратичный закон взаимности, представление чисел квадратичными формами, исследования свойств некоторых арифметических функций и сумм, методы доказательства простоты чисел и разложения чисел на множители.

Всплеск интереса к изучению теории чисел произошел в недавнее время в связи с ее криптографическими приложениями, что вызвано необходимостью обмена большими массивами конфиденциальной информации (не только государственной и военной, но и банковской, экономической, юридической и т.п.), а также возможностью такого обмена, в связи с появлением доступных и эффективных компьютерных средств обработки этой информации и сетей связи. Криптографические потребности стимулировали исследования классических задач теории чисел, в ряде случаев привели к их решению, а также стали источником постановки новых фундаментальных проблем. Казавшиеся сугубо теоретическими классические задачи о построении больших простых чисел, разложении целых чисел на множители, решении показательных сравнений и диофантовых уравнений, а также вопросы о распределении простых чисел, построении совместных диофантовых приближений оказались имеющими большое практическое значение. Простота и элементарность формулировок таких задач, их конкретность вызывают большой интерес и могут способствовать привлечению школьников и студентов к занятиям математикой.

ПРОБЛЕМА СОХРАНЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Новиков А.И.

Рязанский государственный радиотехнический университет

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1

Тел.: 8-(4912)920646 (р.), 8-(4912)324965 (д.), e-mail: vm@rgrta.ryazan.ru

Математическое образование в России переживает сейчас не лучшие времена. Официально сокращены часы на изучение математики в школе, в неофициальном порядке происходит сокращение аудиторного времени, отводимого на изучение математики. Существенно в среднем снизилась подготовка по математике абитуриентов. Качественный состав студенческой аудитории также изменился не в лучшую сторону; основная причина — массовый прием на коммерческое обучение молодых людей, имеющих очень низкую мотивацию к получению знаний.

В этих условиях страдают в первую очередь студенты, имеющие и желание, и потенциал для серьезной работы. Можно утверждать, что право на получение качественного образования для этой категории студентов реализуется далеко не в полной мере.

В условиях почти всеобщего высшего образования невозможно обеспечить высококачественную подготовку всех студентов. Важно еще на этапе довузовской подготовки выделять и целенаправленно готовить к серьезной работе одаренных детей.

На систему довузовской подготовки в настоящее время ложится очень ответственная миссия — обеспечить по возможности непрерывный и гладкий переход от школьного состояния знаний и технологий их получения к вузовским стандартам. Опыт работы факультетов довузовской подготовки ведущих в этом направлении вузов позволяет утверждать, что результаты подготовки на ФДП могут быть очень высокими.

Для повышения математической подготовки «слабых» студентов нужен комплекс дополнительных мероприятий. Для выяснения качественного состава студенческой массы 1-го курса целесообразно уже в первые две недели учебных занятий провести входной контроль знаний бывших абитуриентов. Результаты такого контроля позволяют получить более объективную картину, чем результаты официальных вступительных экзаменов, проводимых как в форме ЕГЭ, так и в виде централизованного тестирования. Задания для входного контроля целесообразно составлять в виде двух частей. В первой части 10 примеров, так называемого, нулевого уровня, во второй части 10–15 примеров средней сложности.

Входной контроль знаний студентов 1-го курса в РГРТУ в 2006 и 2007 годах дал следующие результаты (2006/2007): отлично и хорошо — 35,6%/25%; удовлетворительно — 37%/41%; неудовлетворительно —

27,4%/34%. Критерии оценивания знаний были достаточно мягкими с учетом того, что проверялись в некотором смысле остаточные знания. В 2006 году вступительные экзамены в вуз сдавались в основном через централизованное тестирование, в 2007 году — только в форме ЕГЭ.

Студенты, получившие неудовлетворительные оценки по результатам входного контроля в обязательном порядке должны проходить обучение на дополнительных занятиях вне основной сетки часов.

Важным компонентом в системе математической подготовки в вузе являются еженедельные консультации лекторов и ассистентов. Действенность этой формы в сочетании с комплексом заданий для самостоятельной работы студентов очень высокая.

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ИНЖЕНЕРА И МОНИТОРИНГ КАЧЕСТВА ЕГО ПОДГОТОВКИ

Нуриев Н.К., Журбенко Л.Н., Старыгина С.Д.

Казанский государственный технологический университет

e-mail: nurievnk@mail.ru

Любую проблему из любой предметной области инженер решает через проектно-конструктивную (ПК) деятельность. Инвариантную схему деятельности инженера удобнее всего выразить через диаграмму SADT (рис. 11).

Согласно схеме, в целом, деятельность по решению проблемы можно представить как последовательность, состоящую из трех основных видов деятельности:

A — внутренняя деятельность по формализации проблемы в когнитивной сфере. В результате получается ментальная модель (план-проект) проблемы, т.е. освоенная (понятая) инженером проблемная ситуация.

B — внутренняя деятельность по конструированию (конструкт-проект) решения проблемной ситуации. В результате этой деятельности получается ментальная модель конструкта решения (образ, план, алгоритм, технология решения).

C — внешняя и внутренняя деятельности по исполнению решения проблемы в реальной среде, т.е. окончательно реализованный план-проект как результат-продукт.

Разумеется, любая деятельность поддерживается развитыми до определенного уровня способностями инженера по формализации (A) проблемы, конструированию (B) и исполнению (C) решения проблемы, т.е. поддерживается его ABC-способностями. Причем ABC-способности используются инженером как личностные им развитые технологии, которые с использованием ресурсов (освоенных знаний) позволяют ему добиться требуемого результата. Знания в рамках определенной предметной области обладают свойствами полноты (параметр POL) и целостности (параметр CHL).

Таким образом, комплекс параметров $\langle$A, B, C, POL, CHL$\rangle$ в основном

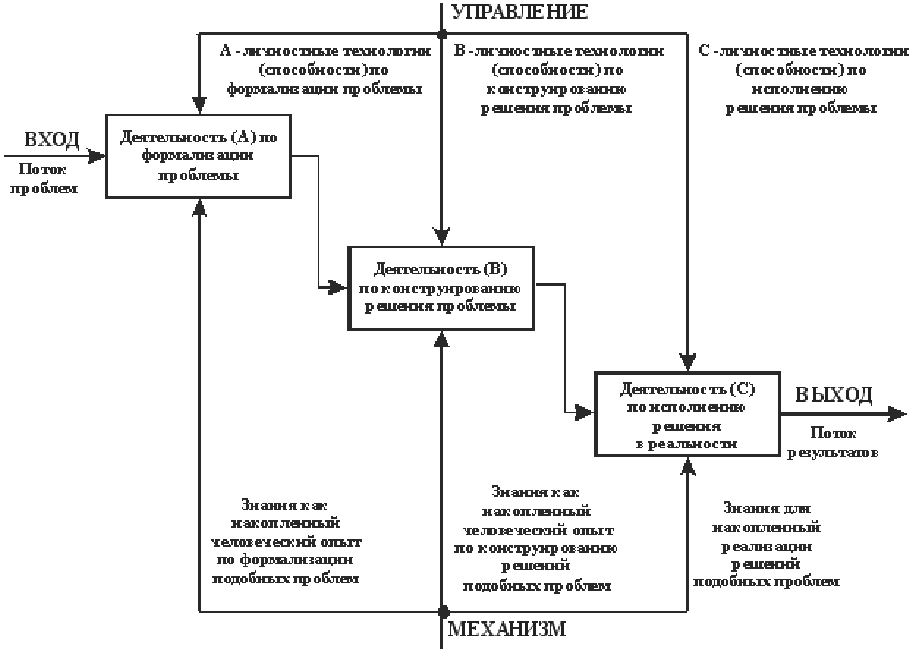


Рис.11: Схема ПК деятельности (функционирования) инженера

определяет всю деятельность инженера, начиная от восприятия им проблемы до получения результата. Этот комплекс параметров в терминах синергетики называется параметрами порядка, определяющих деятельность инженера как процесс.

Из контекста сказанного следует, что показатель эффективности (Э) деятельности инженера зависит от состояния значений метрик параметров порядка, т.е.

$$\textbf{Э=ФУНКЦИЯ}(\langle \textbf{A, B, C, POL, CHL} \rangle).$$

Способность решать поток проблем в определенной области деятельности, т.е. обладание инженером в определенной мере компетенцией зависит от состояния значения метрик параметров порядка. Таким образом, компетентность или некомпетентность инженера определяется актуальным состоянием значений метрик этих параметров.

Мониторинг процесса изменения значений метрик параметров порядка позволяет диагностировать и управлять процессом подготовки инженера, при помощи пентагона компетентности (рис. 12).

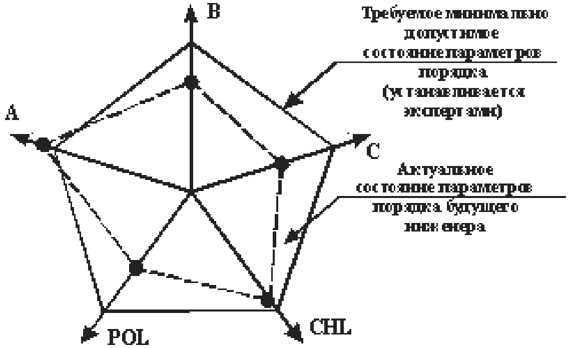


Рис.12: Лепестковая диаграмма актуального и требуемого состояния компетентности (некомпетентности инженера)

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ КОНТЕНТА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

Ольнева А.Б., Лайко Н.В.

Астраханский государственный технический университет

414025, г.Астрахань, ул.Татищева, 16

Тел.: 8(8512)614207, e-mail: layko_natalya@mail.ru

Современная ситуация, сложившаяся в России в политической, экономической и других сферах, ставит вопрос о повышении эффективности профессиональной подготовки специалистов любого профиля. Важной проблемой профессионально-технического образования является обеспечение инженерных кадров фундаментальной подготовкой, одной из основных составляющих которой, является математика. Действующие государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования (ГОС ВПО), определяя минимальное содержание дисциплины и устанавливая требования к освоению учебного материала, предоставляют преподавателю при разработке рабочей программы учебной дисциплины (РП) небольшую свободу для самореализации.

Построение концептуальной модели рабочей программы позволило выделить три уровня абстрагирования: *абстрактный*, заданный разделами содержания учебной дисциплины, согласно государственному общеобразовательному стандарту высшего профессионального образования (ГОС ВПО); *объектный*, заданный темами РП дисциплины, определенными при декомпозиции каждого раздела содержания дисциплины абстрактного уровня; *конкретный,* заданный совокупностью экземпляров предметных категорий (ЭПК) — основных понятий учебной дисциплины, полученных в результате декомпозиции каждой темы РП объектного уровня. Для выявления ограничений на связи между элементами уровней в результате анализа нормативной документации и литературы было получено тринадцать критериев. Проведенные исследования совокупности критериев позволили уменьшить число критериев оценки контента РП с тринадцати до пяти, показать информационную независимость и полноту пяти критериев (глубина, развитие возможностей, теоретическая значимость, практическая значимость, адаптация).

Задача разработки методики формирования и оценки наполнения контента РП и определения уровневых и соответствующих им временных интервалов контента РП решена Н.В. Лайко, предложившей концептуальную модель рабочей программы и системы критериев.

В процессе концептуального моделирования абстрактного, объектного и конкретного уровней контента рабочей программы был сформирован список экземпляров предметных категорий, являющихся понятиями учебной дисциплины. Это в совокупности с пятью критериями для оценки контента РП дало возможность предложить методику оценки и формирования контента рабочей программы учебной дисциплины, позволяющую наполнять контент с учетом требований ГОС ВПО; учитывать горизонтальные связи между разделами дисциплины на основе оценки ведущего преподавателя; учитывать вертикальные связи на основании мнения экспертов (преподавателей специальных и профессионально-ориентированных дисциплин).

Вся европейская система высшего образования, в том числе и российская, сейчас находится в движении, называющемся «Болонским процессом». Ведущие ученые страны ищут пути совместимости образовательных систем, механизмов их корректной конвергенции, вырабатывая общий язык — язык компетенций и результатов (в терминах дескрипторов уровней), позволяющий описать цель учебной программы, а именно формирование и развитие компетенций.

План мероприятий по реализации положений «Болонской декларации» в системе высшего профессионального образования России на 2005–2010 годы предусматривает разработку, утверждение и введение в действие ГОС ВПО третьего поколения на основе компетентностного подхода и системы зачетных единиц (кредитов). Кредитные единицы указывают трудоемкость того или иного учебного предмета в рамках определенного периода обучения и относительно других учебных предметов. Для определения ведущим преподавателем временных интервалов изучения отдельных понятий, тем и разделов выбранной учебной математической дисциплины, в соответствии с уровнями, определяемыми преподавателями специальных и выпускающих кафедр, учитывая отведенные кредиты, в докладе приводится методика, позволяющая вычислить время для изучения каждого понятия, раздела, темы учебной дисциплины, для которой составляется рабочая программа учебной дисциплины.

Апробация предложенных методик при наполнении контента рабочих программ общих математических и естественнонаучных дисциплин позволяет с позиции оптимального построения курса учебной дисциплины получить более объективную и сбалансированную РП учебной дисциплины, удовлетворяющую требованиям содержания учебной дисциплины (согласно ГОС ВПО), рекомендациям преподавателей специальных и профессионально-ориентированных дисциплин, непосредственно требованиям ведущего преподавателя.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Ольнева А.Б.

Астраханский государственный технический университет

Россия, 414025, г. Астрахань, ул. Татищева,16

Тел.: (8512)614207, e-mail: olneva@astu.org

Математическое образование мы рассматриваем как важнейшую составляющую в системе фундаментальной подготовки современного специалиста.

В области содержания высшего образования доктрина государственной политики в области качества высшего образования, выделяя приоритеты развития до 2025 года, указывает на приоритет повышения качества математического образования во всех отраслях российской высшей школы, восстановления утерянных позиций в опережающем развитии математических научных школ как главного условия повышения качества высшего профессионального образования в XXI веке. Преобразования в образовании на современном этапе представляют собой систематическое и непрекращающееся проникновение математических методов в исследовательскую, конструкторскую, организаторскую и производственную деятельность.

Цикл математических дисциплин в технических вузах на сегодняшний день включает разделы: алгебра и геометрия, математический анализ, дискретная математика, математическая логика и теория алгоритмов, вычислительная математика, теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы, информатика, методы физического и математического моделирования, методы оптимизации. Перечень учебных математических дисциплин, их содержание зависит от направления и специальности и установлен государственным образовательным стандартом ВПО.

Исследование проблем построения математического образования в техническом вузе подтвердило значимость наличия образовательной компетенции и профессиональной математической компетентности для выполнения профессиональных функций и дальнейшего творческого саморазвития личности будущего специалиста. В процессе изучения образовательной области «Математика» формируются такие важные компоненты математической компетентности, как умение ставить цель и производить декомпозицию целей; построение критерия изучения с обоснованием его справедливости; выбор одной из альтернатив изучения в соответствии с выбранным критерием; построение моделей, адекватных возникшим случаям: профессиональная мобильность, высокий творческий потенциал, системность и критичность мышления, свободное владение методами исследования, умение использовать динамические, вероятностные, непрерывные и дискретные модели для управления конкретными технологическими и хозяйственно-экономическими процессами. Введение интегративных подходов доказывает, с одной стороны, необходимость повышения уровня фундаментальной математической подготовки, а с другой стороны — большей профессиональной направленности математической подготовки студентов технических университетов для овладения студентами в процессе обучения конкретной совокупностью современных математических методов, определяемых потребностью выбранного направления специализации и возможностью дальнейшего самообразования.

Фундаментализация образования предполагает изучение таких теоретических сведений различных наук, которые позже, пройдя испытания временем, становятся ядром науки. Статус фундаментальности в науке начинается с этапа развития науки «переднего края», гипотезы до статуса «ядра» науки. Наука «переднего края» проходит апробацию на статус фундаментальной в решении прикладных задач, имеющих различную профессиональную направленность. Особо отмечаем, что объединение фундаментальной и вариативной составляющих содержания математического образования в курсах математики на основе непересекающихся предметных областей является бесперспективным, так как не ведет к появлению новых профессиональных знаний и умений.

Фундаментальная часть содержания математического образования с течением времени изменяется в связи с изменением вариативной составляющей, впитывая её, становясь общезначимой для всех инженерных специальностей. Отсюда следует, что мы развиваем вариативную компоненту математического образования не только для повышения статуса выпускника-специалиста, но и для обогащения и пополнения фундаментальной составляющей содержания образования. Исследования показывают практико-ориентированную направленность математического образования, ибо практика является не только источником новых математических задач, но и критерием для отбора возможных направлений исследований.

В настоящее время в технических вузах изучаются практически все основные направления математической науки (традиционные и получившие развитие сравнительно недавно). Однако изучение математических теорий и математических методов для решения профессиональных задач необходимо не только на младших курсах обучения в вузе, но и на старших курсах, когда математические знания используются в специальных и профилирующих дисциплинах при выполнении курсовых и дипломных работ. Кроме того, следует активнее привлекать студентов к научным исследованиям, организовывать спецсеминары и спецкурсы, руководителями и консультантами которых будут ведущие специалисты отрасли; не забывать о межпредметных связях; готовить педагогов-математиков; создавать современные учебники и учебные пособия.

Математическое развитие является важнейшим фактором, обеспечивающим готовность человека к непрерывному образованию и самообразованию.

ПРОПЕДЕВТИКА СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ И МОДЕЛЕЙ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Орлик Л.К.

РГСУ, Московский пограничный институт ФСБ России

e-mail: lubov.orlik@gmail.com

Современный подход к моделированию нелинейных явлений основан на постклассических теориях хаотической динамики, фрактальной геометрии, теории катастроф, теории возможностей и др. «Язык» нелинейной науки включает такие понятия, как самоподобие, бифуркации, странные аттракторы, нечёткие множества и события.

Новые понятия вводятся в связи с профессионально ориентированными математическими моделями, в которых демонстрируется широчайший диапазон масштабной инвариантности[1].

В рамках базовых курсов высшей математики нами осуществляется пропедевтика новых понятий, теорий и моделей.

Так, при изучении числовых последовательностей рассматривается самоподобная геометрическая прогрессия $\ldots, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1,2,4,8,\ldots$ с коэффициентом скейлинга 2. Качественный анализ геометрической прогрессии приводит к понятию бифуркации. Обобщая понятия арифметической и геометрической прогрессий, получим рекуррентное соотношение, задающее арифметико-геометрическую прогрессию /АГП/. Формула общего члена АГП моделирует социальную мобилизацию населения [2]. В зависимости от значений параметров: знаменателя и разности АГП приводим интерпретацию сценариев этой модели в терминах избирательной, рекламной, военной мобилизации. С другой стороны, рекуррентная формула допускает интерпретацию сценариев торга в рамках паутинной модели рынка [3].

В развитие понятия производной вводим определение эластичности функции в форме логарифмической производной. Эластичность интерпретируем в фундаментальных категориях рыночной экономики: спроса и предложения[4]. А также с помощью этого понятия формализуем гипотезу автомодельности /самоподобия/ роста населения, которая приводит к степенному закону этого роста. Показатель степени и есть эластичность численности населения по времени [5].

Исходя из стартового понятия множества,приходим к понятию нечёткого множества, вводя функцию принадлежности; знакомим с интервальными числами. Канторово множество интерпретируем как конструктивный фрактал Логистическую функцию увязываем с разностным логистическим уравнением и бифуркацией удвоения периода. При этом логистическое уравнение в разностной форме интерпретируем,во-первых, как модель роста биологической популяции,используя анализ Р.Мэя и научно-популярную версию Фейгенбаума [6]. Во-вторых, — как модель диффузии инноваций [7]. Дифференциальную форму логистического уравнения используем для моделирования распространения эпидемий.

Динамическая сложность современного социума влечёт глоболокальное многообразие пронизанное бифуркациями. Данный этап нелинейного саморазвития социума, находящегося в разных темпомирах знаменует переход к обществу, основанному на упорядоченном хаосе.Исследуя устойчивость нелинейных систем по первому приближению, обращаемся к базовой модели Вайдлиха формирования общественного мнения:либерально-тоталитарного /ЛТ/ фазового перехода. Каждый сценарий интерпретируется в терминах траекторий системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Их анализ способствует пониманию механизма стабилизации и разрушения тоталитарного режима. Варианты реализации сценариев ЛТ-перехода зависят от простейших типов точек покоя линейной однородной дифференциальной системы первого приближения [8].

Список литературы

1. *Орлик Л.К.* Пропедевтика современных математических теорий в курсе высшей математики. Современные методы теории функций и смежные проблемы: материалы конференции – Воронеж. Воронежский государственный университет, 2007. – 173с.
2. *Шишкин Е.В., Чхартишвили А.Г.* Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – 3-е изд. – М: Дело, 2004. – 440./Сер. «Классический университетский учебник».
3. *Красс М.С., Чупрынов Б.П.* Основы математики и её приложения в экономическом образовании: Учебник. – 4-е изд. – М:Дело.2003. – 688 с.
4. *Кузнецов Б.Т.* Математика: Учебник для студентов вузов,обучающихся по специальностям экономики и управления. – М: ЮНИТИ-ДАНА.2004. – 719с.
5. *Капица С.П, Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 288с.
6. *Пайс А.* Гении науки. – М.: Институт компьютерных исследований.2002. – 448с.
7. *Плотинский Ю.М.* Модели социальных процессов: Учебное пособие для высших учебных заведений. – М: Логос.2001. – 296с.
8. *Вайдлих В.* Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках. – М.: Едиториал УРСС,2005. – 480с.

ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ МНОГОСТУПЕНЧАТЫЕ ЗАДАЧИ В КУРСЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СТУДЕНТАМИ РАДИОТЕХНИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА

Охотина Л.Н.

ФГОУ ВПО Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

Чебоксары, пр. Московский, 15

Тел.: (8352)421259, e-mail: Lidia1978@rambler.ru

Одной из главных целей обучения математике на факультете радиотехники и электроники является формирование у студентов-радиотехников потребности в профессионально-ориентированных математических знаниях, т. е. знаниях, имеющих направленность на получаемую специальность. Студент должен быть уверен, что он получает знания, необходимые для его будущей работы, тогда в процессе обучения эти знания не будут отторгаться им как нечто чужеродное.

В процессе приобретения знаний важную роль играет мотивация изучения математики, так как наибольший эффект в обучении достигается в случае твердого убеждения студента в необходимости получаемых знаний для последующей работы. Зачастую математические знания не приобретают для студентов личностной значимости, воспринимаются ими как нечто абстрактное. Многие студенты, в том числе выпускники, не испытывают потребности в расширении и углублении математических знаний, применении их на практике, в связи с чем формируется негативное отношение к математике. Между тем математика должна восприниматься каждым студентом с уверенностью в дальнейшем применении математических знаний, во-первых, в процессе получения инженерного образования, и, во-вторых, в будущей профессиональной деятельности.

Реализация прикладной направленности преподавания различных разделов математики по специальности «Радиотехника» определяется конкретными целями и формами использования соответствующих математических понятий и математического аппарата при решении задач, относящихся к сфере деятельности будущих специалистов.

Для инженеров-радиотехников чрезвычайно высоко значение дисциплин вероятностного цикла. При изучении раздела математического анализа «Теория вероятности» в третьем семестре им предлагаются профессиональные задачи, которые усложняются по мере изучения курса. Это так называемые многоступенчатые задачи. Строятся они следующим образом. Например, условие исходной задачи не меняется, а каждое ее требование или ступень дополняется, развивается, усложняется. Или же каждое следующее требование содержит дополнительные элементы условия, расширяющие, обобщающие его. Данная задача несет также профессионально значимую информацию.

Задача 1. (классическая вероятность) По каналу связи, использующей бинарный код, в случайном порядке передаются n символов этого кода. Событие $A = \{$хотя бы один символ единица$\}$, $B = \{$единица передана точно один раз$\}$, $C = \{$точно k символов ноль$\}$, $k = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$. Найти вероятности данных событий.

Задача 2. (условные вероятности, независимость событий) При условии Задачи 1. из-за наличия помех возможны переходы одного символа в другой. Искажение символов происходит независимо друг от друга. Вероятность ошибки $P_{\text{ошб}} = 0,01$. Зная, что послана кодовая комбинация 10011 определить вероятность того, что а) она принята без искажения, б) принята комбинация 01010.

Задача 3. (вероятности сложных событий) По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника, передается бинарный код. Вследствие воздействия помех сигналы могут искажаться. На участке передатчик-ретранслятор единица переходит в единицу с вероятностью p_1 и в нуль с вероятностью $1 - p_1$; нуль переходит в нуль с вероятностью q_1 и в единицу с вероятностью $1 - q_1$. На участке ретранслятор-приемник вероятности указанных событий соответственно равны p_2, $1-p_2$, q_2, $1 - q_2$. Определить вероятность события A=$\{$кодовая комбинация 10, посланная передатчиком, принята без искажений$\}$.

Задача 4. (формула полной вероятности) По каналу связи, состоящему из передатчика, ретранслятора и приемника, передаются два сигнала: единица и нуль. Вследствие воздействия помех сигналы могут искажаться. На участке передатчик-ретранслятор единица переходит в единицу и в нуль с вероятностью p_1; нуль переходит в нуль и в единицу с вероятностью q_1. На участке ретранслятор-приемник вероятности указанных событий соответственно равны p_2, q_2. Определить вероятность события C=$\{$принято два одинаковых символа$\}$.

Профессиональная направленность обучения математике является одним из основных способов формирования как учебно-познавательной, так и профессиональной мотивации.

Список литературы

1. *Зайкин М.И.* Многоступенчатые и многоуровневые задачи // Вопросы разноуровневого обучения: выпуск 8. Арзамас: АГПИ. – 2000 – С.4
2. *Розанова С.А.* Математическая культура студентов технических университетов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

Павлидис В.Д.

ФГОУ ВПО «Оренбургский государственный аграрный университет»

460795, г.Оренбург, ул.Челюскинцев, 18

Среди всех многочисленных исследований, посвященных рядам, в XVIII в. труды Л.Эйлера занимают первое место по широте охвата материала и значимости полученных результатов.

Он рассмотрел бесконечные ряды со всех возможных, доступных тому времени точек зрения и нашел значительное число частных и общих методов их исследования. Одни методы стали общеизвестны, другие — были забыты и впоследствии найдены независимо от него другими учеными. Однако, несмотря на все разнообразие работ Л.Эйлера о рядах, необходимо отметить главное: он установил связь теории рядов с разностным и интегральным исчислениями.

Одним из наиболее ярких примеров этого могут служить исследования Л.Эйлера, приведшие его к определению коэффициентов тригонометрических рядов.

История возникновения интегральных формул коэффициентов тригонометрических рядов показывает, что многие математики шли к ним двумя различными путями. Первый — от интерполяционных формул к точным, путем предельного перехода (Клеро, Лагранж), второй путь — почленное интегрирование тригонометрического ряда (Даламбер). И только Л.Эйлер в своих исследованиях тригонометрических рядов одинаково успешно и практически одновременно, о чем свидетельствуют как его мемуары, так и неопубликованные заметки из записных книжек [], использовал оба подхода.

Начав активное исследование тригонометрических рядов не позднее 1739 г. (зап.кн. №131 []), он несколько раз в течение жизни возвращался к этой проблематике.

Интегральные формулы для коэффициентов тригонометрических рядов были получены им не позднее 1776 г. (зап.кн. №139 лл. 72,75,84 []). Однако применение тригонометрических рядов для исследования интегралов (зап.кн. №138 лл. 156об-157 []) позволяет отодвинуть датировку этого события в начало 70-х годов XVIII в.

Мемуар 1776 г. «Observationes generale circa series qnarum termini secundum sinus vee cosines angulorum multiplorum progrediuntur» [3] положил начало публикациям результатов Л.Эйлера в области тригонометрических рядов, которые были получены им в конце 60-х — начале 70-х гг. XVIII в.

Этот мемуар содержит теорему:

«Ряд $A+B\cdot\cos\varphi+C\cdot\cos 2\varphi+\ldots+B\cdot\sin\varphi+C\cdot\sin 2\varphi+\ldots$ сходится если сходится ряд вида: $A+Bx+Cx^2+Dx^3+\ldots$». На л.156об зап.кн. №138 мы видим применение этой теоремы к исследованию интегралов. Следовательно, данная теорема была доказана Л.Эйлером около 1773 г.

Мемуары 1777 г. «Methodus facilis inveniend series per sinus cosines angulorum multiplorum procendes, quarum usus in universa theoria astronomia est amplissimus» [4] и «Disquisitio ulterior super seriebus secundum multipla cuius dam anguli progredientibus» [5] посвящены соответственно интерполяционному и интегральному методам определения коэффициентов тригонометрических рядов.

Заметки на лл. 72,75 зап.кн. 139 иллюстрируют интерполяционный метод нахождения коэффициентов, а записи на л.84 зап.кн. №138 позволяют детально проследить получение Л.Эйлером интегральных формул для коэффициентов тригонометрических рядов.

Таким образом, можно утверждать, что уже в начале 70-х годов XVIII в. тригонометрические ряды на равных правах со степенными являлись аппаратом аналитического изображения функций и имели огромное прикладное значение.

Список литературы

1. *Паплаускас А.Б.* Тригонометрические ряды от Эйлера до Лебега – М.: Наука, 1966. – 276 с.
2. Санкт-Петербургский филиал Архива РАН ф.136, оп.1.№ 129–140.
3. *Euler L.* Observationes generale circa series qnarum termini secundum sinus vee cosines angulorum multiplorum progrediuntur Novi Comm. Acad. Sci. Petrop. IX. 1776.
4. *Euler L.* Methodus facilis inveniend series per sinus cosines angulorum multiplorum procendes, quarum usus in universa theoria astronomia est amplissimus Nova Acta Acad. Petrop. 11, h.94–113. 1777.
5. *Euler L.* Disquisitio ulterior super seriebus secundum multipla cuius dam anguli progredientibus p.114–132. 1777.

АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИИ СИМПЛЕКС МЕТОДА

Пантелеев С.Д.

МГОУ

121471, Москва, ул. Рябиновая, д.6,кв. 123

Тел.: `4432867`, e-mail: `puma@orc.ru`

Как известно, симплекс метод опирается на тот факт, что допустимое множество задачи линейного программирования (ЗПЛ) представляет собой выпуклый многогранник, а оптимальное решение (если оно существует и конечно) достигается в вершине этого многогранника. Если решение не единственно, то среди решений обязательно присутствует вершина (вершины) этого многогранника. Таким образом, оптимальное решение следует искать среди вершин допустимого множества (среди опорных решений).См. [1],[2].

Симплекс метод реализует такой пошаговый процесс перехода от одного опорного решения к другому, при котором на каждом шаге значение целевой функции улучшается. Каждое опорное решение (вершина многогранника) соответствует одному из возможных вариантов разбиения всех переменных на базисные и свободные. Причем разбиение должно удовлетворять требованию неотрицательности переменных. Переход от одного опорного решения к другому осуществляется путем перевода одной свободной переменной в разряд базисной и одной базисной в разряд свободной. Такое мероприятие называют симплекс преобразованием.

В результате таких действий получается пространственная траектория, которая начинается в начальном опорном решении, заканчивается в оптимальном и проходит через опорные точки по ребрам многогранника допустимых решений. Количество ребер, входящих в состав траектории, определяет количество итераций (симплекс преобразований) необходимых для достижения оптимального решения.

Построение кратчайшей траектории (содержащей минимальное количество ребер) от начального опорного решения до оптимального представляет собой сложную задачу. Оценку количества ребер кратчайшей траектории даёт следующая теорема.

Теорема. *Для кратчайшего оптимального решения из любой начальной опорной точки достаточно не более чем к симплекс преобразований, где* $\kappa = min(m, n - m)$.

Здесь n — количество переменных, m — количество функциональных ограничений.

Данная теорема дает оценку количества рёбер кратчайшей траектории от начального опорного решения до оптимального, однако, не предлагает метода её построения. Симплекс метод предлагает строить траекторию последовательно, таким образом, чтобы значение целевой функции на каждом шаге улучшилось. Большой практический опыт показал высокую эффективность такого подхода, хотя при этом получается не кратчайшая траектория. Кроме того, можно привести примеры ЗПЛ, в которых кратчайшая траектория содержит ребра, на которых происходит ухудшение целевой функции. В традиционном симплекс методе переход в следующую опорную точку осуществляется по ребру, которое обеспечивает максимальную скорость улучшения целевой функции при движении по ребру.

Предлагается модификация симплекс метода, которая строит траекторию по другому правилу. В качестве следующей опорной точки выбирается та (из числа соседних допустимых), которая обеспечивает максимальное улучшение значения целевой функции. Такой подход требует дополнительных вычислений, необходимых для сравнения значений целевой функции в соседних точках, однако обладает очевидным преимуществом — следующее опорное решение обеспечивает максимально возможное улучшение значения целевой функции по сравнению с другими соседними опорными решениями.

Перейдем к описанию алгоритма, реализующего описанную идею модификации симплекс метода. Пусть дана ЗПЛ записанная в канонической форме и известно начальное опорное решение — т.е. известен начальный вариант разбиения всех переменных на базисные и свободные, удовлетворяющий требованиям неотрицательности переменных. Для удобства записи будем считать первые m переменных базисными, а остальные $n-m$ переменных свободными. Здесь n — количество переменных, m — количество функциональных ограничений. Для определенности будем считать, что решается задача на максимум.

После того, как система ограничений будет разрешена относительно базисных переменных, а целевая функция будет выражена через свободные переменные, можно записать ЗПЛ. Соответствующая начальная симплекс таблица имеет вид

Базисные переменные	x_1	...	x_m	x_{m+1}	...	x_n	Свободные члены
x_1 ... ... x_m							b_1 ... ... b_m
cf	0	...	0	$-c_{m+1}$	...	$-c_n$	c_0

Следуя традиционному симплекс методу, для перехода к следующей симплекс таблице (к *следующему опорному решению), надо выбрать в последней строке таблицы, соответствующей* целевой функции, среди коэффициентов при свободных переменных минимальный (максимальный по модулю отрицательный). Так определяется разрешающий столбец, пусть его номер — p. Среди положительных элементов этого столбца надо выбрать тот, для которого минимально отношение $b|a$. Так определяется разрешающая строка, пуст её номер — q. Элемент a будет разрешающим.

После этого осуществляется симплекс преобразование — по известным формулам, вычисляются величины стоящие в клетках новой симплекс таблицы, соответствующей новому опорному решению. В частности в клетке для c_0 будет стоять значение целевой функции в новой точке.

Предлагаемая модификация симплекс метода рекомендует для всех столбцов, имеющих в последней cf строке отрицательные коэффициенты при свободных переменных проделать следующее мероприятие. Определить разрешающую строку и вычислить величину целевой функции c_0, т.е. значение только одной клетки следующей симплекс таблицы. В результате сравнения этих значений определяется та свободная переменная, перевод которой в категорию базисных приводит к максимально возможному улучшению значения целевой функции.

Такой алгоритм требует дополнительных, по сравнению с традиционным симплекс методом, вычислений на одном шаге, но, в некоторых случаях, приводит к существенному уменьшению количества шагов, приводящих к оптимальному решению.

Список литературы

1. *Ашманов С.А.* Линейное программирование. – М.: Наука, 1981.

2. *Эрроу К.Дж., Гурвиц Д., Удзава Х.* Исследования по линейному и нелинейному программированию. – М.: ИЛ, 1962.

ПРОБЛЕМНОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СОВРЕМЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Петрова В.Т.

Московский физико-технический институт

Институтский пер, д.9, г. Долгопрудный, Московская обл., 141700, Россия

Тел.: `(8495)4088172`, e-mail: `petrova@mail.mipt.ru`

Характерными чертами системы обучения, которая сложилась в отечественной школе, являются фундаментальность знаний, последовательность изложения учебных знаний и проблемные методы изложения учебного материала. Поэтому обучение базовым предметам традиционно было логически структурированным и логически обоснованным. Основой «логического образования», несомненно, является обучение математике. Увеличение числа учебных предметов в современной средней школе повлекло сокращение содержания основных и традиционных школьных дисциплин, нарушение их логической структуры. Это касается и предметов математического цикла. Поэтому в любом вузе, где математика является профилирующим предметом, возникает проблема не только обучения студентов новым разделам математики, но и воспитания их логической культуры. Сохранить эту функцию учебных курсов высшей математики в современной высшей школе возможно продуманной структурой курсов и организацией изложения теоретического курса и собственно лекционного процесса так, чтобы достигалась достаточно точная адресация к группам слушателей с различным уровнем подготовки и заинтересованности в получении предметных знаний.

Специфика образования, которое дает своим студентам МФТИ, состоит в высоком уровне научных и научно-технических знаний и высоком темпе обучения и овладения этими знаниями. Курсы высшей математики являются обязательными для студентов всех специальностей, по содержанию и объему они сравнимы с аналогичными курсами первых лет обучения на механико-математическом факультете МГУ. Наряду с ними читаются информационно насыщенные курсы профилирующих кафедр. Из этого вытекают требования к учебному процессу в целом: достаточно высокий потенциал интеллекта студентов, хорошая довузовская подготовка, быстрая и успешная адаптация к прессинговой системе обучения и интенсивность обучения при качественных знаниях «на выходе».

В курсе лекций по линейной алгебре и аналитической геометрии на первом году обучения студентов МФТИ выделяется содержательная основная часть курса. В нее включены базовые понятия, их разъяснения на примерах, доказательства основных фактов. Наряду с четкой структурой учебного курса студентам на лекциях систематически формулируются задачи проблемного характера. Их значительную часть составляют «обязательные вопросы», которые студент должен самостоятельно продумать, поскольку без этого понимание дальнейшего материала становится трудным. Существенная часть подобных проблем, как правило, обсуждается непосредственно на лекции, и они являются важной компонентой учебного процесса. При этом у студентов воспитывается и развивается достаточно хороший менталитет — они довольно быстро осознают, что проще понять тот или иной факт, чем формально запомнить его. Помимо «обязательных вопросов» на лекциях формулируются еще задачи нескольких типов: иллюстративного характера, решения которых помогают студентам глубже понимать вводимые понятия, а также задачи довольно серьезного характера и глубокого содержания. Комментариями лектора эти задачи адресуются к различным группам, заставляя студентов не пассивно принимать информацию, а подталкивают их к ее активному восприятию, стимулируя соревновательный дух, выдвигая развивающую функцию обучения на одно из ведущих мест, активизируют познавательную деятельность и делают процесс освоения новой учебной информации интенсивным и насыщенным. Большинство таких задач имеют проблемный характер и не содержат прямого указания на возможный ответ. Это заставляет студентов обсуждать задачи с однокурсниками или (и) преподавателями, обращаться к дополнительной литературе. Студентам предлагается рассказывать свои решения на занятиях и консультациях, а так же оформлять их письменно, которые они сдают на следующих лекциях. Наиболее сложным задачам присваивается «вес» в очках (баллах) по аналогии с широко применяемой в Физико-техническом институте системой рейтинговых оценок задач на письменных экзаменах по основным дисциплинам. Закономерно, что в качестве «материального стимула» является допуск студента на досрочную сдачу семестрового экзамена.

На таком экзамене студент сначала должен подтвердить свой семестровый рейтинг, успешным решением 2–3 задач, а дальнейший экзамен может проходить по двум сценариям: традиционному, или сразу непосредственно беседа по содержанию учебного курса. Обычно студентам предлагается выбрать форму экзамена, и интересно то, что большинство из них, выбирают его нетрадиционную форму, несмотря на то, что, естественно, это далеко не самый легкий путь к отметке. Это заслуживает внимания, поскольку самостоятельный выбор студентом более трудной, но интересной формы экзамена показывает, что он уже достаточно адаптировался к системе обучения, имеет представление об учебном материале и структуре курса довольно адекватно оценивает свои знания и рассчитывает свои силы.

Описанная система обучения математике, представляет интерес по той причине, что она способствует развитию математической и общей логической культуры учащихся, а также возвращает математике важнейшую ее компоненту — развивающую функцию.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Пильщикова И.Ю.
ПГТА
Пенза, пр.Байдукова, д. 1а
e-mail: `dorofeev@pgta.ac.ru`

В современной дидактике самостоятельная работа студентов трактуется, с одной стороны, как вид учебного труда, осуществляемый без непосредственного вмешательства, но под руководством преподавателя, а с другой — как средство вовлечения студентов в самостоятельную познавательную деятельность и форма обучения их методам ее организации. Эффект от самостоятельной работы студентов, на который мы рассчитываем, можно получить только тогда, когда она организуется и реализуется в учебно-воспитательном процессе в качестве целостной системы, пронизывающей все этапы обучения студентов в вузе.

На современном этапе развития образовательного пространства самостоятельная работа студентов нуждается в существенной организационно-методической поддержке. Даже при наличии достаточного количества учебников и иных «источников информации» недостаточно к ним просто отослать. При вынесении некоторых вопросов курса математики на самостоятельное изучение необходимо на лекциях и практических занятиях изучить со студентами понятия, составляющие основу этого вопроса. После этого указать литературу для самостоятельной работы с точностью до необходимых глав. Следует указать особенности изложения вопроса в различных источниках; целесообразную последовательность их изучения; задачи и упражнения, которые необходимо решить; алгоритмы и соотношения, которые следует особенно тщательно разобрать, а возможно, и запомнить. Самостоятельная работа требует периодического консультирования у преподавателей.

Например, при изучении темы «Ряды Фурье» на лекции излагаем определение ряда Фурье и обосновываем формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье. Приводим примеры разложения функций $y = x$ и $y = x^2$ в ряд Фурье. При этом обращаем внимание студентов на тот факт, что функция $y = x$ на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ является нечетной и в разложении ее в ряд Фурье на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ коэффициенты $a_n = \dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx$ равны нулю, а в разложении функции $y = x^2$ на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ в ряд Фурье нулю равны коэффициенты $b_n = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nxdx$. Важно с целью повышения эффективности самостоятельной работы акцентировать внимание студентов на том факте, что функция $y = x^2$ на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ является четной. В связи с этим возникает гипотеза о том, что в разложении в ряд Фурье любой нечетной функции на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ равны нулю коэффициенты a_n, а в разложении в ряд Фурье четной функции на отрезке $[-\pi;\ \pi]$ равны нулю коэффициенты b_n. Обоснование этой гипотезы мы выносим на самостоятельную проработку студентов, рекомендуя при этом использовать специальную литературу с указанием соответствующих страниц. Важно обратить внимание студентов и на тот факт, что в разложении функции $y = x^2$ на отрезке $[0;\ 2\pi]$ коэффициенты a_n и b_n не равны нулю, потому что эта функция на заданном отрезке не является четной и не является нечетной. Такой подход к организации самостоятельной работы стимулирует студентов к учебно-познавательной деятельности, к проявлению творческих способностей, формирует готовность к проявлению волевых качеств в достижении поставленных целей.

Самостоятельную работу студентов в зависимости от места и времени ее проведения, характера руководства ею со стороны преподавателя и способа контроля за ее результатами можно подразделить на следующие виды:

- самостоятельная работа во время основных аудиторных занятий (лекций, практических занятий и лабораторных работ);
- самостоятельная работа под контролем преподавателя в форме плановых консультаций, зачетов и экзаменов;
- внеаудиторная самостоятельная работа при выполнении студентами домашних заданий учебного и творческого характера.

И хотя границы между этими видами самостоятельной работы достаточно размыты, а сами виды работ пересекаются и наибольший эффект даст не оптимизация отдельных видов работ, а комплексное решение проблемы. Например, при изучении темы «Приведение общего уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду», на лекционных занятиях излагаются теоретические основы приведения уравнений к каноническому виду и приводится методика выполнения подобных заданий. На практических занятиях по этой теме каждый студент по индивидуально выданному заданию самостоятельно привести уравнение линии или поверхности второго порядка к каноническому виду по разработанной методике.

Таким образом, самостоятельная работа студентов, как внеаудиторная форма организации учебно-познавательной деятельности, способствует формированию у студентов познавательного интереса к изучению математики, повышению качества их математической подготовки.

О НЕКОТОРЫХ ПУТЯХ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Плахова В.Г.

Кузнецкий институт управления и информационных технологий, Филиал Пензенского государственного университета

Пенза, ул. Красная, д.40

e-mail: mmm@diamond.ac.ru

Основной задачей высшей технической школы является формирование у выпускников системы профессиональных знаний, умений, навыков и готовности применять их к разрешению проблемных ситуаций в профессиональной деятельности. В инженерной практике все более важное место занимают инновационные технологии, предъявляющие высокие требования к подготовке специалистов, и поэтому необходимо, чтобы обучение в вузе обеспечивало высокое качество знаний и готовность выпускника к профессиональной деятельности. Важнейшим компонентом системы подготовки современного специалиста инженерного профиля является математическое образование. Сложность формирования содержательной части математического образования в технических вузах к математике двоякое отношение. С одной стороны, ее воспринимают как важную общеобразовательную дисциплину, ибо математические знания служат фундаментом для изучения других общеобразовательных, общеинженерных и специальных дисциплин. С другой стороны, к всеобщему сожалению, для большинства специальностей технических вузов математика все еще не является профилирующей, и студенты воспринимают ее лишь как некую абстрактную науку.

Качество математической подготовки инженеров всегда было в центре внимания педагогов, психологов, и специалистов по теории и методики профессионального образования. И все же уровень усвоения математических знаний выпускниками технических вузов оставляет желать лучшего. Среди основных причин можно выделить следующие: слабая математическая подготовка абитуриентов, недостаток аудиторных часов, отводимых на изучение математики, низкая востребованность математических знаний при изучении специальных дисциплин и т.д.

Психологи отмечают, что если студент не видит личностного смысла в учебной информации, то она вместо того, чтобы трансформироваться в его сознании в системообразующие знания, превращается в знания формальные, поверхностные и непрочные. Поэтому возможности повышения качества математической подготовки на основе традиционного содержания обучения ограничены. Содержание обучения математике недостаточно раскрывает ее роль в инженерной деятельности, и поэтому является одной из причин отсутствия личностной заинтересованности в ее изучении. Таким образом, с целью наполнения учебно-познавательной деятельности студента личностной значимостью, способствующей повышению качества фундаментальной математической подготовки необходимо придать содержанию обучения профессиональную направленность. Профессиональная направленность обучения математике предполагает включение в содержание профессионально значимых заданий, иллюстрирующих связь математических понятий, теорем, методов с будущей профессией и через нее наполняющих изучение математики личностным смыслом.

На новый, методологический уровень готовности выпускника применять усвоенные знания на практике выводит компетентностный подход. Хотя некоторые специалисты считают, что компетентностный подход применим лишь при изучении специальных дисциплин. Однако наши наблюдения показывают, что реализация компетентностного подхода в обучении студентов технических вузов математическим методам является действенным фактором повышения качества математического образования и профессионального образования в целом. Как известно, компетентностное обучение направлено как на формирование знаний, умений и навыков студента, так и на развитие тех качеств личности, которые обеспечивают способность и готовность применять получаемые знания в профессиональной деятельности. Компетентностная парадигма не отрицает прежнюю «знаниевую», а формируется на ее основе, и с позиции компетентностного подхода развитие способности и готовности студента применять математические знания в профессиональной деятельности сводится к трем задачам: формированию у студентов фундаментальных знаний математики; формированию умений и навыков математического моделирования; обучению их применять математические знания в будущей инженерной деятельности.

Таким образом, идеи компетентностного подхода к обучению математическим методам обусловливают приведение образования в соответствие с новыми условиями и перспективами; позволяют перейти в профессиональном образовании от репродуктивных методик к творческим; акцентируют внимание на способности выпускника вуза использовать полученные знания в профессиональной деятельности.

О РОЛИ КОНКРЕТНЫХ ПРИМЕРОВ И СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ В ФОРМИРОВАНИИ БАЗОВЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

Посицельская Л.Н.

Московский государственный социально-гуманитарный институт

Россия, 107150, Москва, ул. Лосиноостровская, 49

Тел.: (495)3048283, e-mail: posicelskaja@i.home-edu.ru

В настоящее время высшее образование вошло в фазу радикальных перемен. Прагматическое отношение общества к образованию и компетентностный подход к оценке знаний выдвигает на первый план прикладную сторону образования. Включение математики в программы всех без исключения вузов требует создания специализированных математических курсов, ориентированных на студентов различного профиля. Сокращение общего количества учебных часов при выделении значительной их части на самостоятельную работу ставит задачи экономии аудиторных учебных часов и фомирования базы для организации самостоятельной работы студентов.

Один из путей решения указанных задач — интеграция фундаменальных математических курсов со специальными, органичное включение в базовые дисциплины конкретных примеров, понятных и интересных студентам, связанных с их будущей профессиональной деятельностью. В новых условиях стоит обратиться к историческим примерам, старинным учебникам и задачникам, содержавшим преимущественно задачи с конкретным содержанием, так называемые «текстовые задачи». Распространено мнение, что текстовые задачи трудны, так как их приходится переводить на формальный язык перед тем, как приступить к решению. Но зато над ними легче думать, так как понятно, о чём идёт речь. Работая только с абстрактными объектами (матрица, вектор, группа, отображение, дифференциал), студенты не приобретают навыков их применения. В преподавании математического анализа сохранилась традиция рассмотрения физических задач. Но для экономистов и гуманитариев нужны другие примеры, модели, другой язык. Многие базовые понятия и определения возникают в математических курсах без пояснений. Но без содержательной модели трудно понять, например, почему произведение матриц определяется именно так, а не иначе, да и зачем вообще нужно перемножать числовые таблицы. Использование в курсе теории вероятностей исключительно учебных примеров (игральная кость, шарики в мешке и т.д.), приводит к тому, что студенты не могут сориентироваться даже в сходной ситуации, возникающей, например, в курсе «Теория игр и исследование операций». Умение переносить результаты и выводы, полученные при анализе одной модели на другую, сходную, требует специальной тренировки и достигается путём моделирования конкретных ситуаций. Большую пользу приносит, например, изучение теории линейных преобразований в контексте экономических моделей; теории матриц с приложениями к теории графов; интеграция фундаментальных математических курсов с численными методами и программированием.

Создание математических курсов, интегрированных с приложениями, особенно важно для гуманитарных факультетов вузов как в связи с дефицитом учебного времени, так и вследствие отсутствия у студентов-гуманитариев мотивации к изучению абстрактным разделов математики [1].

Список литературы

1. *Посицельская Л.Н.* Гуманитарные аспекты преподавания математики в вузе // Математика. Компьютер. Образование, вып.10, часть 1, Москва-Ижевск, 2003 г. Стр. 139–146.

ЦЕНТР ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ КАК ИННОВАЦИОННАЯ СТРУКТУРА ОБЕСПЕЧЕНИЯ УЧЕБНО-НАУЧНО-ИННОВАЦИОННОЙ ПОДГОТОВКИ МАГИСТРОВ

Поспелов А.С., Гаврилов С.А., Прокофьев А.А.

Московский государственный институт электронной техники (технический университет)

Основной целью современного высшего учебного заведения является обеспечение качества подготовки кадров в непосредственной взаимосвязи с целями реальной инновационной экономики. Инновационный рынок постоянно изменяется: одни направления развиваются, потребности других уменьшаются. Динамика изменений может быть более интенсивной, по сравнению с существующим циклом обучения. Этой цели служит модульная организация учебного процесса, адаптирующая существующую систему подготовки специалистов в общеевропейскую двухуровневую модель, развивающая академическую мобильность и обеспечивающая экспорт образовательных услуг.

Требования инновационной экономики диктуют сокращение сроков подготовки специалиста и её максимальную унификацию. Предлагаемый модульный принцип развития и совершенствования интегрированной многоуровневой системы подготовки и переподготовки кадров в сфере высоких технологий с учетом компетентностного подхода предполагает организацию содержания образовательных программ на основе трех связанных модулей:

Модуль фундаментальной подготовки в рамках бакалавриата, беспечивающий формирование наряду со знаниями системы навыков и умений, а также компетенций, необходимых ему для успешного усвоения дисциплин последующих модулей и обеспечивающих фундаментальную базовую подготовку специалиста независимо от его будущей узкой специализации.

Модуль профессиональной подготовки (бакалавриат), обеспечивающий формирование компетенций, необходимых выпускнику бакалавриата в последующей производственной и научно-исследовательской деятельности.

Модуль специальной инновационной подготовки (магистратура), обеспечивающий формирование компетенций, необходимых выпускнику-магистру в последующей производственной и научно-исследовательской деятельности.

Фактически успех реализации модульного подхода зависит от структуры и качества процесса обучения на завершающем этапе, так как содержание и направленность этого этапа определяется внешними экономическими условиями, а не только давно сложившимися тенденциями в данном конкретном вузе. Основной структурой, которая обеспечивает инновационную учебно-научную подготовку магистров и устанавливает связь Университета с внешним окружением, является Центр формирования компетенций (ЦФК) - специализированное учебно-научно-инновационное структурное образование в составе университета. ЦФК — это научно-педагогический коллектив, специализирующийся в определенной области науки и техники, имеющий в распоряжении современные средства для проведения научных исследований и разработки инновационных продуктов. ЦФК объединяет в своем составе специалистов различных кафедр университета и стратегических партнеров вуза по научно-инновационной деятельности.

Механизм эффективного функционирования модульной системы обеспечивается тем, что:

- ЦФК на основе независимых (выпускники и работодатели) и собственных (преподаватели и партнеры) экспертных оценок определяет перечень компетенций выпускника магистратуры.
- ЦФК совместно с выпускающими и общеобразовательными кафедрами определяет коррективы, которые вносятся в учебные программы как модуля специальной инновационной подготовки (магистратура), так и модуля общепрофессиональной подготовки (бакалавриат).
- Если возникает необходимость, то по инициативе ЦФК и согласованию со всеми участниками образовательного процесса вносятся требуемые коррективы в блок естественно-научных, гуманитарных и социально-экономических дисциплин модуля фундаментальной подготовки.

Таким образом, предпринята попытка создания и реализации структуры трехуровневого образовательного процесса, в котором модули фундаментальной и профессиональной подготовки представляют, по существу, основу (ядро) образовательного процесса, которая может и должна подвергаться стандартизации и унификации. Третий модуль специальной инновационной подготовки формируется на основе динамично изменяющихся потребностей рынка, при тесном сотрудничестве с ведущими производителями в области высоких технологий. При таком построении длительность инновационного цикла составляет не более двух лет, что значительно повышает возможность гибкого реагирования на динамично меняющиеся требования рынка труда.

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ШКОЛЕ И ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗАХ

Провоторова Н.А.

Воронежский государственный педагогический университет, психолого-педагогический факультет; Воронежский областной институт повышения квалификации и переподготовки работников образования, кафедра теории и методики математического образования

Воронеж

Тел.: 8(4732)371996 (р.), 8(4732)733970(д.), e-mail: nprovotorova@yandex.ru

Первейшая задача образовательной политики на современном этапе — достижение качества образования, его соответствия актуальным и современным потребностям личности, общества и государства. Серьезным образом меняется само содержание учебников математики на вех уровнях обучения, но особенно — в начальной школе: от традиционного обучения до включения ряда тем и разделов математики более старших классов, а также включение, как психологических тестов, так и самих теоретических аспектов из методики преподавания математики. Наблюдается как сохранение традиционного подхода в обучении, так и отход от него, что требует от учителя мастерства, владения содержанием образования и методикой его преподнесения с учетом психолого-возрастных особенностей обучаемых. Использование для контроля знаний умений и навыков учащихся начальных классов тестирования при отказе от обычного оценивания контрольных работ не является столь «безобидным», как считают некоторые методисты. Если по результатам контрольной работы можно сказать, какие темы и на каком уровне не усвоены, то по результатам теста при несформированных умениях обучаемого самостоятельно работать можно составить такую негативную характеристику личности ребенка, которая во много раз сильнее «ударит» по психике и ребенка, и его родителей, чем оценка и отметка.

Нередко считают, что введение тестирования вместо обычных контрольных работ в начальной школе и среднем звене подготавливает ребенка к единому государственному и единому муниципальному экзаменам, а администрация сможет его результаты использовать для оценки качества работы педагога. Однако в начальной школе, как и в среднем звене, умению самостоятельно работать с тетрадью, учебником, рабочей тетрадью в основном никто не учит, а потому ребенок не умеет отвечать на тесты и самостоятельно выполнять домашнюю работу. В ряде школ тетради с печатной основой используются для оценивания деятельности ребенка, а не для формирования умения работать с ними. Но ведь это умение приходит через кропотливую работу детей при тщательном руководстве учителя. В ряде случаев ребенку легче решить «знакомые» примеры и задачи из учебника, чем нежели выяснить смысл текста и вставить туда недостающие по смыслу фразы, отдельные решения. Неужели мы должны тратить драгоценное время на уроке обучение заполнению тестов и «натаскивание» на задания из этих тестов? Ведь именно так понимают многие учителя переход к тестированию.

Использование занимательных и нетрадиционных «по форме» упражнений в некоторой степени способствует повышению мотивации. Но в этом случае повышается ответственность учителя по организации выполнения этих заданий, управлению деятельностью детей и четкое укладывание в отведенный регламент времени, что предполагает более тщательную подготовку к уроку, грамотное выстраивание побуждающих и уточняющих диалогов, четкое формирование общеучебных и математических умений и навыков учащихся, что, в свою очередь, предполагает более качественную подготовку выпускников педагогических вузов по методике преподавания математики.

Актуальным становится и изменение содержания обучения математике студентов факультетов начальных классов в педагогическом вузе. В число базовых предметов, изучаемых на первых курсах всех педагогических вузов, для грамотного и качественного выстраивания как самого преподавания, так и использования различных моделей в обучении необходимо включение математического моделирования как учебной дисциплины. В рамках учебной дисциплины «Современные средства оценивания» для студентов педагогических вузов необходимо не только объяснять методы и приемы оценивания, используемые в рамках единого госэкзамена выпускных классов. Необходимо учить студентов выделять основные функциональные линии, подлежащие проверке, отражать в заданиях специфику проверяемых отношений и понятий, прогнозировать предполагаемые ошибки. Ведь использование деформированных упражнений по методике П.М. Эрдниева, помогающее усваивать ребенку тему, совершенно отличается от современных тестов и не ведет к желаемому результату при тестировании. В содержании методики преподавания математики должна найти свое место и методика изучения стохастических процессов и явлений, также пронизывающая все содержание обучения, а не являющаяся просто дополнительной или «надуманной» темой в курсе математики.

Введение основ математической статистики в содержание математики в педагогическом вузе по всем специальностям должно способствовать не только грамотному оформлению результатов педагогических экспериментов, но и с учетом основ психологического тестирования способствовать грамотному оцениванию работ учащихся, формировать умение определять уровни их развития, корректировать деятельность и учителя и учащихся. Но это не должно быть простым включением соответствующих тем и разделов в содержание обучения. Содержание раздела должно учитывать внутрипредметные и межпредметные связи, пронизывать все содержание обучения математике. О месте математической составляющей в гуманитарном образовании высказываются разные точки зрения. Из-за того, что учащихся-гуманитариев, студентов-гуманитариев математика пугает своей строгостью, точностью высказываний, то проблемы преподавания математики будущим историкам, филологам и юристам сводятся лишь к сокращению учебных часов. Однако для более успешного овладения гуманитарными и математическими дисциплинами необходимо и им необходимы умения ориентироваться на плоскости и в пространстве, владеть ключевыми математическими понятиями, узнавать и описывать модели, владеть не только математической терминологией, но и знать математическое прошлое, которое отражается не только в учебниках математики, но и литературных и исторических источниках. Специфика математического образования отражается в том, что именно на занятиях математики они учатся правильно рассуждать, опираясь на законы логики: сравнивать предметы и модели между собой; классифицировать объекты, модели, виды упражнений и заданий, предметы и явления окружающего мира; определять последовательность событий, применять алгоритмы; рассуждать о противоположности признаков и явлений, выявлять закономерности; целенаправленно запоминать; творчески мыслить; строить умозаключения. Логическое конструирование, связанное с классификацией объектов, конструированием объектов с заданными свойствами из заданных частей, построением логических схем и т.д. полезно не только будущему математику, но и гуманитарию, ведь они служат тренировке для успешного выполнения заданий любых интеллектуальных тестов, поскольку там логические задачи занимают центральное место. Однако малое количество учебных часов на изучение математики, так как ее считают не основной дисциплиной в гуманитарных вузах и школах, является причиной того, что невозможно донести ее столь важное значение и соответственно создать прочный фундамент для усвоения гуманитарных дисциплин.

Обозначенные выше проблемы математического образования порождают проблему выстраивания содержания обучения, проблему учебника математики. Классический подход выражается в строгом выделении функциональных линий в обучении и четком последовательном выстраивании теории согласно логики раскрытия содержания. По такому принципу построены учебники математики в среднем и старшем звене общеобразовательных школ, средних специальных учебных заведений и вузов. Оно оправдано лишь в аудитории слушателей, умеющей связать эти темы между собой: построенное блочно, при определенной методике преподавании оно позволяет достичь хороших результатов в обучении. Но если же аудитория не владеет навыками выстраивания внутрипредметных и межпредметных связей, а система упражнений не включает многократного повторения изученного, то знания обучаемых — отрывочны, бессистемны и не прочны. Это заставляет преподавателя «натаскивать» обучаемых на тот или иной вид контроля промежуточной или итоговой темы, не гарантируя того, что результаты будут идентичными, а потому психологический дискомфорт сопровождает как ученика, так и преподавателя на протяжении всего периода обучения.

Наиболее перспективными, по нашему мнению, являются изменения, направленные на использование междисциплинарного подхода в обучении математики, нашедшие свою реализацию в альтернативных учебниках развивающего обучения в начальной школе. Однако, к сожалению, не всегда авторам учебников всех уровней обучения удается выстроить содержательную и процессуальную линию обучения математике так, чтобы были достигнуты оптимальные результаты без перегрузок учащихся, чтобы были реализованы задуманные идеи. Так, ряд авторов учебников желают лишь сбросить ряд тем из среднего звена в более младшие классы, ряд разделов из вузовского образования в среднее и старшее звено общеобразовательной школы, а ряд тем из углубленного изучения — в базовый стандарт обучения, ссылаясь при этом на опыт русской математической школы. Однако если при этом методические приемы с учетом психолого-возрастных особенностей обучаемых существенно не меняются, то желаемого результата нам никогда не достичь. Некоторых же авторов тяготение к классическому преподаванию удаляет от своих интересных идей, что затем отражается как в самом содержании, так и в результатах обучения. Смеем предположить, что их сдерживает то, что в среднем звене преобладает традиционный подход к обучению математики, несмотря на наличие разных учебных комплектов по математике, а в вузовском обучении преобладает дифференциация содержания образования согласно выбранному профилю обучения.

Учебники математики, по нашему мнению, должны выдерживать определенную образовательную линию, направленную, прежде всего, на выявление отношений между объектами, предметами, моделями, явлениями и даже самими упражнениями (заданиями), не теряя при этом своей индивидуальности. Поэтому поиск выстраивания математического содержания в едином ключе должен продолжаться, а включение тем из разных разделов математики должно быть продуманным, логически выстроенным. Не должно быть раздельного существования следующей темы без взаимосвязанного сочетания с предыдущим материалом, без многократного повторения предыдущих тем на новом уровне.

Конечно, большое наличие учебников по математике создает массу проблем в подготовке и повышении квалификации самих преподавателей. Но положительное значение в том, что идет серьезный поиск по созданию не только самого учебника, поиск математического и процессуального содержания обучения на всех уровнях образования — от начальной школы до вузовского учебника. Поэтому модернизация содержания образования должна осуществляться с учетом требований современной эпохи, но без «перегибов» в обучении.

О СОЕДИНЕНИИ УЧЕБНОГО И НАУЧНОГО ПРОЦЕССОВ ВО ВТУЗЕ

Пунтус А.А.

Московский авиационный институт (государственный технический университет)

125871, г. Москва, А-80, ГСП, Волоколамское шоссе, д. 4

Факс: (095)1582977, e-mail: artpuntus@yandex.ru

Опыт реализации процесса активного взаимодействия учебного и научного процессов в Московском авиационном институте показал, что главной целью такого взаимодействия при подготовке специалистов во втузе является привитие будущим инженерам навыков научного подхода к решаемым инженерным задачам. Этой конечной цели и должно быть подчинено все построение соответствующего учебного процесса.

Казалось бы, меньше всего возможностей для взаимодействия научного и учебного процессов имеется в традиционных курсах, входящих в цикл фундаментальной общеинженерной подготовки. Однако и эти возможности не следует упускать. Необходимо использовать все возможности для иллюстрации связи учебного процесса с будущей производственной или научно-производственной деятельностью. В частности, в преподавании фундаментальных дисциплин постоянно используются примеры приложения материала изучаемых дисциплин в прикладных задачах физики, механики и техники. Важную роль в развитии первых навыков самостоятельной научно-исследовательской деятельности студентов играют индивидуальные задания по учебным дисциплинам. Эти задания включают в себя как вопросы, ответ на которые можно получить известными традиционными методами, так и вопросы, которые требуют от студентов самостоятельного расширения знаний, что можно реализовать на основе не только изучаемой учебной дисциплины, но и изучения дополнительной учебной или специальной литературы.

Особая роль принадлежит выполняемым студентами вычислительной и исследовательской практикам, входящим в структуру учебного плана втуза. Студентам выдаются по данным практикам задания, ориентированные на решение прикладных задач. Для их решения студентам необходимо провести математическое моделирование, затем, в случае вычислительной практики, выбрать необходимый численный метод, разработать вычислительный алгоритм, сформировать блок-схему программы, реализовать программу вычисления с использованием вычислительной техники, проанализировать полученные результаты и сделать необходимые выводы. Задание исследовательской практики уже требует от студента помимо требований, предъявляемых к вычислительной практике, более глубокого подхода к исследованию полученной математической модели соответствующей прикладной задачи. Это требует не только её оптимальной программной реализации, но и анализа свойств данной модели с использованием физико-математического аппарата изученных фундаментальных дисциплин, таких как единственность, гладкость и устойчивость решений, сходимость и устойчивость применяемого вычислительного алгоритма, необходимая точность полученного результата и т.п.

Более широкие возможности для развития связи учебного и научного процессов открывают различные специальные курсы, которые разрабатываются на выпускающих кафедрах по направлению специализации подготовки ее выпускников и включаются решением Совета факультета в учебный план. Лекции по предметам спецкурсов, с одной стороны, предоставляют возможность преподавателю разработать актуальную область научных и прикладных знаний. С другой стороны, это позволяет кафедрам реализовать по данным спецкурсам подготовку специалистов с учетом возможности проведения соответствующих научных исследований. Разрабатывая соответствующий специальный курс, лектор не только вносит в учебный процесс новую область знаний, но и, обучая студентов, привлекает их к освоению данной учебной дисциплины, способствует реализации их практических навыков в этой новой для них области науки. В таких лекционных специальных курсах часто находят отражение результаты выполненных, а иногда и только еще проводимых на кафедре, научно-исследовательских работ по актуальной научно-прикладной тематике. Дальнейшим развитием системы учебных специальных курсов является внедрение в практику кроме обязательных специальных курсов достаточного количества таких курсов по выбору самих студентов, которые они могли бы посещать и изучать независимо от того, выпускниками какой кафедры являются.

В период завершения своей учебы в институте студенты выполняют, как правило, свои задания и лабораторные работы по специальным курсам с широким привлечением элементов исследований по тематике специализации в учебных и научных подразделениях профилирующих кафедр. Завершением всего периода обучения является выполнение дипломного проекта или дипломной работы, основой которых является, как правило, реальная тематика института или базовой организации. Они представляют собой в большинстве случаев законченный творческий научно-исследовательский практический результат, составляющий основу некоторого реального законченного научно-технического исследования, научной статьи, конкурсной студенческой научно-исследовательской работы, и характеризуют студента-дипломника — выпускника института, как сложившегося квалифицированного специалиста, способного к самостоятельной научно-практической творческой деятельности. Пополнение рядов аспирантов, а, следовательно, в последующем преподавателей и сотрудников коллектива кафедры практически полностью обеспечивается его выпускниками.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ В КУРСЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Раппопорт Ю.М.

Институт автоматизации проектирования Российской Академии наук, Москва, 117335, ул.Власова, д.27, кв.8

Тел.: (495)1204382, факс: (495)9381844, e-mail: jmrap@landau.ac.ru

Использование студентами технических вузов современных информационно-коммуникационных технологий значительно повышает эффективность изучения курса высшей математики. Для специалистов инженерного профиля крайне важным представляется одновременное нахождение решения в замкнутой аналитической форме и получение численных значений результанта. Представление функции в виде степенного ряда позволяет свести изучение свойств приближаемой функции к более простой задаче. Для приближенного нахождения значений функции посредством степенных рядов, как правило, используются ее разложения в виде рядов Тейлора.

Пакет Maple дает возможность как нахождения разложений математических функций в ряды Тейлора, так и графической интерпретации точности этих разложений. Подобная графическая визуализация помогает пониманию сходимости многочленов Тейлора к самой приближаемой функции.

Курс высшей математики для студентов технических вузов содержит первичные основы численных методов как свою составную часть. Нахождение приближений функций и решений систем дифференциальных уравнений в виде многочленов позволяет сводить изучение их свойств к соответствующим аппроксимирующим полиномиальным разложениям. Этим обьясняется важность всевозможных аналитических и численных приложений полиномиальных приближений для аппроксимации и вычисления функций, решения дифференциальных и интегральных уравнений. Замена функций на их степенные разложения помогает изучению пределов, анализу сходимости и расходимости рядов и интегралов, приближенному вычислению интегралов и решению дифференциальных уравнений. Степенные ряды и разложения по многочленам Чебышева широко используются при вычислении значений функций и решений дифференциальных уравнений с заданной степенью точности. Они являются эффективным вычислительным средством при решении широкого круга научно-технических задач.

Даже наиболее распространенные и простейшие средства математического программирования удобны студентам, изучающим математические предметы, для приобретения первых навыков компьютерной грамотности и математических вычислений на ЭВМ. Обучение навыкам программирования и решения вычислительных задач помогает в дальнейшем использовать другие вычислительные системы и языки программирования Matlab, Visual Basic, Java, Фортран и Си. Алгоритмические системы, диалоговый и графический интерфейс способствует овладению общим прикладным математическим, алгоритмическим и программным обеспечением супер и ПЭВМ, предназначенным для проведения научно-технических и инженерных расчетов.

Пакеты прикладных программ и цифровые библиотеки, используемые в учебном процессе, создают естественную обучающую среду для студентов естественно-научного и технического профиля по обучению курсу вычислительной математики.

На примере вычисления специальных функций, в частности модифицированных функций Бесселя мнимого и комплексного индекса $K_{i\beta}(x)$ и $K_{\frac{1}{2}+i\beta}(x)$ могут быть изложены основные понятия курса вычислительной математики: численные методы приближения функций, методы интерполяции, численного интегрирования, численного решения дифференциальных уравнений и их систем. Использование таблиц значений специальных функций, а также таблиц коэффициентов степенных разложений или разложений функций по многочленам Чебышева помогает развитию вычислительных навыков в учебной практике студентов.

Список литературы

1. *Раппопорт Ю.М.* Maple в курсе математического анализа. Методические указания к практическим занятиям по теме: «Формула Тейлора». М., МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циол-ковского, 2003.
2. *Раппопорт Ю.М.* Maple в курсе математического анализа. Методические указания к практическим занятиям по теме: «Ряды в приближенных вычислениях». М., МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циолковского, 2004.
3. *Раппопорт Ю.М.* Приближение функций. Тау метод. Методические указания к практическим занятиям по курсу Вычислительная математика. М., МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циолковского, 2007.
4. *Раппопорт Ю.М.* Системы дифференциальных уравнений. Тау метод. Методические указания к практическим занятиям по курсу Вычислительная математика. М., МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циолковского, 2007.
5. *Раппопорт Ю.М.* Модифицированные функции Бесселя комплексного индекса. Методические указания к практическим занятиям по курсу Уравнения математической физики. М., МАТИ-РГТУ имени К.Э.Циолковского, 2007.

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ БИОЛОГОВ

Ризниченко Г.Ю.

Биологический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Москва 119992 Ленинские Горы МГУ, д.1, стр. 12

Тел.: `(495)9390289`, Факс: `(495)9391115`, e-mail: `riznich@biophys.msu.ru`

Современные биология и медицина все шире используют в фундаментальных исследованиях и прикладных разработках компьютерные модели, основанные на математических моделях и информационных технологиях. Для осознанного использования и тем более создания таких моделей от профессионала биолога требуется достаточно высокий базовый уровень знаний в области математики и математического моделирования.

Классические для преподавания в вузах основы математического анализа и теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и статистики представляют собой необходимый элемент культуры любого специалиста. Важно, чтобы в качестве примеров здесь использовались задачи, построенные на биологическом, экологическом, биотехнологическом материале. Объекты биологии, медицины, экологии, биотехнологии представляют собой сложные системы, для работы с математическими и компьютерными моделями которых необходимо иметь представление об областях математики, лежащих в основе современного междисциплинарного знания.

Методы и результаты качественной теории дифференциальных уравнений представляют собой математический базис таких современных наук как синергетика, нелинейная наука (Nonlinear Science), теория катастроф (Catastrophe Theory), теория хаоса (Chaos theory), теория сложных систем (Science of Complexity). Представлениям о фазовой плоскости и фазовом пространстве, об устойчивости решений и стационарных состояний, о типах аттракторов, следует уделять значительное место в курсах математики и математического моделирования всех естественно-научных специальностей. Очень важно понимание того факта, что в автономных системах возможно сложное поведение, колебательные, мультистационарные и квазистохастические режимы.

Необходимо обсудить понятие временных масштабов процессов в системе (теорема Тихонова о редукции систем ОДУ с «быстрыми переменными»). При рассмотрении уравнений в частных производных следует обсудить условия возникновения в системах разных типов пространственно-временного поведения, в том числе автоволновых процессов и диссипативных структур.

Базовый курс математики и математического моделирования на биологическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова для студентов всех специальностей занимает 2 года обучения. На первом курсе студенты имеют лекции и семинарские занятия по классическим разделам математического анализа. На втором курсе первый семестр посвящен курсу «Теория вероятностей и математическая статистика (лекции, семинары и компьютерные занятия), второй семестр — занятиям по курсу «Математические модели в биологии». В программу курса лекций входит введение в качественную теорию дифференциальных уравнений, особое внимание уделяется понятиям стационарного состояния, устойчивости, стационарных состояний и устойчивости решений, типам сложного динамического поведения: колебательниям и динамическому хаосу. Вводятся понятия аттрактора, бифуркации, катастрофы, фрактала. Несколько лекций посвящено моделям пространственно-временного поведения биологических систем (уравнения в частных производных параболического типа), аналитическому исследованию устойчивости гомогенного стационарного состояния, условиям возникновения диссипативных структур и автоволновых процессов разных типов.

На семинарах студенты решают аналитически некоторые важные для биологии дифференциальные уравнения, выполняют линейный анализ устойчивости стационарных состояний для классических задач математической биологии. На компьютерных занятиях студенты изучают на компьютере поведение нелинейных моделей процессов на клеточном и популяционном уровне. Студенты биофизического отделения выполняют курсовые работы по индивидуальным заданиям, включающие биологическую постановку задачи, формулировку модели, аналитическое исследование устойчивости стационарных состояний модели, компьютерные эксперименты.

В результате изучения курса студент должен осознать, что математическое моделирование является действенным научным методом современного естествознания, позволяющим формализовать в единой модели разнородные знания об объекте, проверить правильность гипотез о механизмах регуляции взаимодействий элементов сложной системы, идентифицировать по экспериментальным данным значения тех параметров системы, которые невозможно оценить непосредственно из экспериментальных измерений.

Важно донести до студентов мысль о том, что реальные объекты и процессы могут быть описаны с разной степенью приближения с использованием разного математического формализма. Из математических курсов студент должен вынести представление о том, что строгие математические результаты, полученные на базовых моделях с помощью достаточно сложного математического аппарата, лежат в основе всего современного междисциплинарного знания.

КОНСТРУИРОВАНИЕ ЗАДАЧНОГО МАТЕРИАЛА НА ЗАНЯТИЯХ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ КАК ФАКТОР АКТУАЛИЗАЦИИ ПОИСКОВОЙ МОТИВАЦИИ СТУДЕНТОВ

Родионов М.А., Вельмисова С.Л.

Относительно стабильная активность поисковой деятельности по решению математических задач предполагает успешное разрешение мотивационного конфликта между двумя противоположными тенденциями: желанием ограничить свою активность успешно примененным ранее стереотипом математической деятельности и изначально присущим человеку стремлением к преодолению «застоя», монотонности, неподвижности во вновь складывающейся системе относительно устойчивых образов. Наиболее выпукло данный конфликт проявляется в условиях обучения математике на непрофильных специальностях вузов, когда «форсированное» овладение большим объемом математического содержания, предусмотренным Государственным образовательным стандартом, как правило, усугубляемое изначальным отсутствием у них внутренней мотивации к математической деятельности, зачастую не позволяет создать достаточных условий для осознанного проявления студентами своей творческой инициативы.

В методической науке за последние десятилетия накоплен значительный арсенал методических приемов, способствующих разрешению указанной проблемы. Один из наиболее эффективных подходов предполагает содержательную и структурную трансформацию условия и (или) требования задачи при частичном сохранении ее исходной фиксированной определенности, приводящую к построению новой задачи, в том или ином смысле родственной исходной («развитие темы задачи»). Мотивационная значимость такой работы проистекает из того, что изначально созданная потребностно-целевая установка не затухает при завершении решения задачи, получая дополнительное «звучание» при своем переносе на новое предметное содержание и одновременно облегчая его последующее итоговое принятие. При этом наибольший мотивационный эффект присутствует тогда, когда инициатива преобразования той или иной задачи проистекает непосредственно от обучающихся в виде догадок и гипотез. Наличие у них в этом случае осознанного «права свободного выбора» направления поиска обеспечивает осознание получаемых результатов и приводящих к ним приемов поисковой работы как «своих», «выстраданных» продуктов, в определенной мере отвечающих системе их ценностных ориентиров. Возможные направления развития темы задачи соответствуют характеру использующихся при этом эвристических процедур или их комбинаций (обобщение, спецификация, унификация, параметризация и депараметризация, интродукция, транспозиция, децентрация, альтерация, реконструкция и др.). Указанные процедуры, соответствуя самой природе творческого математического мышления, находят свое отражение (как по отдельности, так и в различных комбинациях друг с другом) на всех этапах формирования учебно-поисковой математической деятельности. Однако, отношение субъекта деятельности к этим процедурам на различных этапах разное. Если на начальном этапе применение того или иного приема расценивается студентом как акт внезапного озарения (догадка, «инсайт»), то с переходом на более высокий уровень (при условии целенаправленной работы по формированию предметных эвристик) его использование приобретает все более осознанный характер, реализуясь как результат сознательного выбора из целого ряда содержательных альтернатив. Переход студента от этапа к этапу не является спонтанным процессом. Необходима целенаправленная работа преподавателя, регулирующая ход учебного поиска. В ходе последовательной трансформации компонентов задачной ситуации студенты совместно с преподавателем могут получить целые циклы задач, с различных позиций раскрывающие особенности этой ситуации. Рассмотрим пример: решить неравенство $\int\limits_0^a (2-4x+3x^2)dx \leqslant a$. Несмотря на то, что это неравенство может выглядеть для студентов первого курса несколько необычно (присутствует интеграл с неизвестным верхним пределом) и восприниматься как довольно сложное неравенство с параметром, оно не представляет для них труда, если сразу воспользоваться формулой Ньютона–Лейбница. Неравенство легко сводится к обычному алгебраическому, и в результате получается очевидный ответ $a = 1$. Данный простой пример будет обладать гораздо большим развивающим потенциалом, если предусмотреть при его постановке следующие дополнительные задания:

1. *Как можно изменить функцию $f(x)$, чтобы решением этого неравенства был промежуток, например, $[5; +\infty)$?*
2. *Предложите свое неравенство, «похожее» на данное, решением которого будет $a = 4$.*
3. *Предложите решение неравенства в общем виде, если $f(x)$ — квадратичная функция, рассмотрев все случаи расположения соответствующей параболы.*

Как показывает наш опыт, отвечая на вопросы предлагаемого типа, студент приучается к необходимости исследования рассматриваемых задачных ситуаций. Относительная же свобода в выборе направления исследовательской работы обеспечивает осознанное проявление его внутренней активности по ходу реализации поискового процесса в соответствии с особенностями индивидуальной познавательной траектории и уровнем математической подготовки.

Список литературы

1. *Канин Е.С.* Развитие темы задач // Математика в школе. – 1991. – №2.
2. *Родионов М.А.* Мотивация учения математике и пути ее формирования: Монография – Саранск, 2001.
3. *Родионов М.А., Садовников Н.В.* Взаимосвязь теоретических и практических аспектов использования задач в обучении математике: Учебное пособие для учителей и студентов – Пенза, 1997.
4. *Ягова Е.Ю.* Некоторые приёмы формирования самодиагностических умений по математике // Тенденции и проблемы развития математического образования: Научно-практический сборник. Вып.2./Под ред. Н.Г. Дендеберя, С.Г. Манвелова. – Армавир: РИЦ АГПУ, 2005. – с.106–109.

ИНТЕГРАЦИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ И ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В КОМПЕТЕНТНОСТНОМ ПОДХОДЕ

Розанова С.А., Кузнецова Т.А.

Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (т/у)

117454 Москва, пр. Вернадского, 78

Тел.: (995)4332118, e-mail: srosanova@mail.ru

Для успешной подготовки бакалавра или магистра по выбранной специальности и повышения мотивации обучения студентов математическая подготовка в вузе должна оптимально сочетать фундаментальную и профессиональную направленность. Этот принцип был учтен при разработке Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ математических компетенций бакалавров и магистров ФГОС третьего поколения, наиболее важными особенностями которого являются двухуровневая система, модульность программ и компетентностный подход. Условно весь курс высшей математики, изучаемый для различных специальностей, может быть разбит на конечное число тем (модулей). Аналогичное разделение всех курсов по изучаемым дисциплинам позволит установить внутрипредметные и межпредметные связи. Это в свою очередь поможет формированию соответствующих компетенций (*компетенция — способность решать проблемы в определенной области деятельности*).

Уровни	Знания	Умения	Знания и умения применяемые при решении профессионально-прикладных задач
1	Основные понятия, формулировки определений, свойств, теорем.	Выполнение репродуктивных действий, связанных с решением стандартных классических задач.	Воспроизведение по образцу построения математической модели типовой профессиональной задачи.
2	Все понятия, определения, свойства, теоремы (основные с доказательствами)	Выполнение репродуктивных действий с продуктивным компонентом, связанных с решением задач средней сложности.	Построение математической модели профессиональной задачи средней сложности, ее решение аналитическими и численными методами.
3	Все понятия, определения, свойства и теоремы с доказательствами.	Выполнение продуктивных действий, связанных с решением классических и прикладных задач.	Построение математической модели профессиональной задачи повышенной сложности, ее решение, анализ и профессиональная интерпретация результатов решения.
4	Знания уровня 3 и самостоятельно изученные дополнительные разделы математики по данному модулю.	Выполнение действий уровня 3 и самостоятельное решение классических и прикладных задач на основании дополнительно полученных знаний.	Под руководством преподавателя решение творческой (профессиональной или прикладной) задачи в виде курсовой работы или в рамках НИРС.

Таким образом, в процессе изучения математических курсов формируются математические компетенции с учетом профессионально-прикладной ориентации (в некоторых источниках они определены как профессионально-прикладные математические компетенции (ППМК)).

Межпредметные связи в процессе интеграции знаний в профессиональной области способствуют формированию устойчивых ППМК, т.е. формированию *навыков* в определенной области деятельности.

Проиллюстрируем ППМК на четырех уровнях сложности части одного модуля «Гармонический анализ» Примерной программы по высшей математике для технических направлений (специальность «Радиотехника»).

Уровни	Знания	Умения	Знания и умения применяемые при решении профессионально-прикладных задач
1	Определение и св-ва периодических функций, ортогональной системы функций, тригонометрического ряда Фурье, поточечной сходимости, частичных сумм и суммы ряда Фурье.	Построение графика гармоники, суммы гармоник с кратными частотами. Вычисление коэффициентов тригонометрического ряда Фурье, запись ряда, построение графика суммы полученного ряда.	Представление спектрального анализа (разложение функции в тригонометрический ряд) как поведение реальной колебательной системы.
2	Доказательство ортогональности тригонометрической системы функций, вывод формул для вычисления коэффициентов Фурье, их свойства. Ряд Фурье в комплексной форме.	Разложение в ряд Фурье четной, нечетной функции, функции, заданной на полупериоде, в тригонометрический и комплексный ряд Фурье. Построение амплитудного и фазового дискретных спектров.	Решение задачи преобразования сигнала некоторой физической системой. Получение спектров модулированных колебаний, преобразование спектров при детектировании.

3	Различные виды сходимости ряда Фурье. Сходимость в среднем квадратическом. Гармонический анализ и синтез.	Представление функции рядом Фурье в тригонометрической или комплексной форме, установление типов сходимости. Составление равенства Парсеваля.	Аппроксимация сигналов частичными суммами тригонометрического ряда Фурье.
4	Произвольные ортогональные системы функций. Полнота и замкнутость. Системы функций Лагера, Лежандра, Бесселя, Чебышева, Уолша.	Вычисление коэффициентов обобщенного ряда Фурье, оценивание средних квадратических ошибок. Применение готового программного продукта для решения этих задач средствами ВТ.	Аппроксимация сигналов с помощью ортогональных полиномов и специальных функций.

МАТЕМАТИКА В ФИЗИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ: НЕОБХОДИМОСТЬ ГЕОМЕТРИЗАЦИИ

Рудой Ю.Г., Санюк В.И.

Российский университет дружбы народов

117198, ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, Россия

e-mail: rudikar@mail.ru; vsanyuk@mail.ru

Как известно со времен Галилея, Ньютона, Лейбница и Декарта, на роль единого и универсального научного языка с полным основанием может претендовать математика в целом, причем ее преподавание физикам, естественникам и инженерам имеет определенную специфику. Авторы полагают, что сегодня на передний план выдвигается раздел математики, называемый «современной геометрией»; за исключением аналитической геометрии этот раздел практически не представлен в существующей математической подготовке физика и инженера.

Иногда считается, что такой «геометрический акцент» не нужен, да и вряд ли возможен для непрофессионалов-математиков. Авторы, однако, придерживаются другой точки зрения и целиком разделяют общие взгляды Л.Д. Кудрявцева — признанного авторитета в области преподавания современной математики, которые сформулированы в [1] с почти афористической ясностью:

«...Вопросу общей эрудиции следует уделять большое внимание при подготовке не только преподавателей, но и научных работников, чтобы они действительно были учеными и не занимались открытием давно уже известных вещей...».

«Часто то, что преподаватель сам не учил совсем или учил в зрелом возрасте, кажется ему сложным, изысканным и трудным, а потому и ненужным при общем образовании».

«...Передовая педагогическая математическая мысль давно уже считает приоритетом не навыки (которые нужны, но не являются самоцелью), а привитие общей математической культуры, что иногда называют «чистой» математикой ... Учить следует тому, что нужно и чему трудно научить».

«Наиболее разумным представляется положение (...), когда объем математических знаний, степень владения ими и характер приобретаемых студентам навыков (т.е. чему учить) определяется ведущими специалистами в области будущей специализации студентов, а как этому учить остается делом профессионалов-математиков».

Глубокую взаимосвязь геометрии и природы хорошо понимал уже Декарт: «Я решил отказаться от чисто абстрактной геометрии, т.е. от рассмотрения вопросов, служащих лишь для упражнения ума, чтобы заняться изучением геометрии иного рода, предмет которой составляет объяснение явлений природы».

По существу это мнение разделяет и такой авторитетный современный математик как Никола Бурбаки: «...классическая геометрия переросла себя и из живой самостоятельной науки превратилась в универсальный язык всей современной математики, обладающий исключительной гибкостью и удобством».

В литературе существует немало хороших изложений современной геометрии, ориентированных на читателя физического профиля — преимущественно теоретиков. Однако пока отсутствует сбалансированное и содержательное изложение современного геометрического языка, доступное читателю с «обычной» физико-математической подготовкой в объеме первых двух курсов классического, педагогического или технического университета.

Авторы, естественно, понимают трудности, связанные с попыткой реализации предлагаемого проекта создания курса современной геометрии для физиков, естественников и инженеров. Правда, подобные трудности существовали ранее (и, по-видимому, будут существовать всегда) — достаточно обратиться к такому авторитету в области астрономии, механики и геометрии, каким является Кеплер. Ровно 300 лет тому назад Кеплеру удалось впервые превратить астрономию из «небесной геометрии» в «небесную физику». Насколько сложной была эта задача, видно из признания самого Кеплера в его сочинении «Новая, изыскивающая причины астрономия, или физика неба» (1609):

«Тяжкий жребий — писать в наши дни математические книги ... Если не соблюдать надлежащей строгости в формулировках теорем, пояснениях, доказательствах и следствиях, то книгу нельзя считать математической. Если неукоснительно соблюдать все требования строгости, то чтение книги становится затруднительным…».

Следует заметить, что в истории физики не раз бывало так, что успешность обобщения в немалой степени оказывалась обусловлена адекватной формой изложения «старой» теории; например, в случае квантовой механики — представлением механики Ньютона в форме Гамильтона–Якоби. Дальнейшее развитие как классической, так и квантовой механики показало, что значительную роль играют здесь геометрические представления и методы. Аналогично, построение квантовой теории поля стало возможным лишь после представления электромагнетизма в виде калибровочной теории.

В случае термодинамики успешной точкой «старта» также является ее геометрическое изложение, начало которому положил Гиббс в 70-ые годы XIX века; к сожалению, эта «геометрическая» традиция не была должным образом поддержана и развита. По-видимому, многих затрудняла работа с уравнениями состояния в многомерных пространствах термодинамических параметров, поэтому вплоть до настоящего времени используются лишь плоские сечения соответствующих поверхностей (фазовые диаграммы).

При этом часто упускается из вида важнейший аспект геометрического изложения: наличие в физической теории тех или иных инвариантов, а также относительная простота и естественность получения новых результатов в не зависящей от конкретного представления «бескоординатной» форме.

По нашему мнению, необходимо существенно усовершенствовать преподавание понятий и методов геометрии в физическом образовании. Разумеется, речь идет в основном о концептуальном, а не техническом уровне изложения, и начинать здесь следует с разработки и обсуждения четкой и продуманной базовой программы курса (дополнительные аргументы и литературу можно найти в [2]).

Список литературы

1. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980.
2. *Рудой Ю.Г., Санюк В.И., Суханов А.Д.* Геометрические идеи и методы в преподавании физики // Вестник РУДН, серия ФЕНО, Т. 10, №1, 2005. С. 86–107.

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ВСЕХ?

Рычаго М.Е., Рычаго А.А.

Владимирский юридический институт ФСИН России,
Владимирский филиал Российского университета кооперации

e-mail: rychago.stiit@vui.vladinfo.ru; rychago@mail.ru

Хорошо известно, что математика сегодня это не просто наука, но и реальный учебный предмет для всех без исключения студентов, в том числе и для студентов гуманитарных специальностей и направлений. Налицо математический всеобуч в высшей школе. Основной вопрос — зачем — считается риторическим. Очевидно, это не просто слепое следование зарубежной традиции, но и желание «наверстать упущенное». Ведь не секрет, что сегодня масса специалистов с высшим образованием оказывается за чертой грамотности — многие выпускники не умеют толком ни читать (имеется в виду не только книги, но и служебные инструкции), ни писать (в смысле грамотно излагать свои мысли на бумаге), ни считать (навыки устного счета, как правило, отсутствуют). По-видимому, желание хоть как-то обучить взрослых людей элементарным вещам и привело к появлению в учебных планах всех без исключения факультетов таких предметов, как «Математика», «Русский язык и культура речи» и т.п.

Конечно, государственные стандарты по «Математике» определяют содержание этой дисциплины по-другому. Как правило, это та или иная проекция втузовского курса высшей математики на перспективу будущей профессиональной деятельности. Но на практике все это, так или иначе, приходится сводить к ликвидации пробелов в знаниях школьной математики (начиная с натуральных чисел и таблицы умножения) с возможными «вкраплениями» из высшей математики в зависимости от способности аудитории и талантливости преподавателя. Иначе и быть не может. Всякому вдумчивому педагогу понятно, что нельзя приступать к сложному, не изучив простого!

Математика нужна всем. И математикам, и нематематикам. Другой вопрос — нужно ли изучать ее обрывки в высшей школе? Без базовой школьной подготовки? Очевидно — нет. Таким образом, проблема ликвидации математической безграмотности должна быть решена еще в средней школе. Однако этого не происходит. По утверждениям многих исследователей, сегодня школьную математику усваивают не более 20% учащихся, тогда как в 1940-х гг. этот уровень достигал 80%. Может быть поэтому и не было необходимости вводить уродливые курсы «математики» для будущих юристов или социальных работников?

О причинах катастрофического снижения грамотности населения РФ (на фоне де факто всеобщего высшего образования!) говорят и пишут сегодня не только математики. Математическое сообщество потихоньку оглядывается в прошлое и находит там замечательные школьные учебники. В частности, вспоминаются замечательные школьные учебники А.П. Киселева, завоевавшие в свое время всю страну своими неоспоримыми достоинствами и написанные отнюдь не великим ученым, но думающим учителем.

Вообще, опыт дореволюционной русской школы, гармонично сочетавшей в себе гимназическое и реальное образование, вызывает восхищение. Приведем один пример, навеянный изучением научного наследия выдающихся представителей русской экономической школы первой половины XX века. Интересно, что и А.В. Чаянов, и Н.Д. Кондратьева, и С.А. Кузнец (Смит) получили свои первые научные результаты (путем переработки и анализа большого количества статистического материала), будучи молодыми людьми, еще не окончившими университета и имевшими за плечами, в лучшем случае, гимназию или реальное училище провинциального российского городка. Кстати, многие представители этой замечательной плеяды, избежавшие сталинских репрессий в эмиграции, впоследствии стали Нобелевскими лауреатами. Каков уровень средней школы!

ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ*

Савчин В.М., Гондо Я.

Российский университет дружбы народов; Университет Кокоди

Москва, Россия; Абиджан, Кот-д'Ивуар

e-mail: vsavchin@yandex.ru; godyake@mail.ru

Пусть задано уравнение

$$N(u) = 0, \quad u \in D(N), \tag{1}$$

где $D(N)$ — область определения оператора $N : D(N) \subset U \to V$; U, V — линейные нормированные пространства над полем действительных чисел $\mathbb{R}$.

Пусть $S : D(S) \subset V \to D(N)$ — обратимый оператор, определяющий преобразование

$$u = S(v). \tag{2}$$

Предполагается, что рассматриваемые операторы имеют производные Гато.

Будем следовать терминологии работы [1].

Если N — оператор, потенциальный относительно выбранной непрерывной билинейной формы $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times U \to R$, то оператор

$$\tilde{N}(v) = N(S(v)), \tag{3}$$

вообще говоря, не является потенциальным.

Определение. Преобразование (2) называется потенциальным, если оно переводит потенциальный оператор N (1) в потенциальный оператор $\tilde{N}$ (3).

Обозначим через N'_u, S'_u — производные Гато, соответственно, операторов N, S в точке u, S'^{*}_u — оператор, сопряженный оператору S'_u.

Будем считать, что $D(N)$ — односвязная область.

Теорема. *Преобразование (2) является потенциальным тогда и только тогда, когда*

$$N'_{S(v)} S'_v = S'^{*}_v N'_{S(v)} \quad \forall v \in D(S).$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 06.01.04006-ННИО)

Основываясь на вариационном принципе, развивается аналог теории канонических преобразований для эволюционных уравнений вида $P(t,u)u_t - Q(t,u) = 0$, где P — линейный, а Q — в общем случае, нелинейный оператор.

Список литературы

1. *Савчин В.М.* Математические методы механики бесконечномерных непотенциальных систем. – М.: Изд-во РУДН (1991).

О РАВНОМЕРНЫХ ОЦЕНКАХ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРОВ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ С ПОТЕНЦИАЛАМИ ИЗ ПРОСТРАНСТВ СОБОЛЕВА*

Савчук А.М.

МГУ им. М.В. Ломоносова, мех.-мат. факультет

119526, Москва, просп. Вернадского, д.91, кор.2, кв.271

Тел.: `89166181151`, e-mail: `artem_savchuk@mail.ru`

В докладе речь пойдет об асимптотических формулах с *равномерной* оценкой остаточных членов для собственных значений оператора Штурма–Лиувилля на конечном отрезке. Конечно, асимптотические формулы для собственных значений этого оператора хорошо известны с давних времен (см, например, [2], [1]), но в той форме и той общности, которая нам нужна, они не приводились. В нашей работе [4] равномерные оценки были получены во всей шкале соболевских пространств $q \in W_2^{\theta-1}[0,\pi]$, $\theta > 0$. С другой стороны, в работе [3] для $\theta \in [0,1/2)$ были получены асимптотические формулы с более точной по порядку оценкой остатков, но без свойства равномерной ограниченности этих остатков. Теперь мы готовы объединить два этих результата и доказать асимптотические формулы для собственных значений с такой же по порядку, как в [3], и равномерной, как в [4], оценкой остатков. Отметим, что случай $\theta = 0$ является особым и существенно более сложным, нежели случай $\theta > 0$.

Мы будем квалифицировать поведение собственных значений в терминах отображений гильбертовых пространств. Такая постановка позволит использовать преимущества абстрактной техники. В частности, точная информация об асимптотике собственных значений будет получена не только для потенциалов q, лежащих в соболевских пространствах $W_2^{\theta-1}$, с целыми положительными θ, но и при всех $\theta \geqslant 0$, включая случай $\theta \in [0,1)$, когда q является распределением. В отличие от предшествующих работ мы по-

*Работа поддержана грантом РФФИ No. 07–01–00283 и грантом ИНТАС No. 05–1000008–7883

лучим равномерные оценки остаточных членов, когда q меняется в шаре радиуса R пространства $W_2^{\theta-1}$. Для нелинейных отображений нет аналога теоремы Банаха–Штейнгауза и получение равномерных оценок требует более тонкой работы. Имея в виду дальнейшие приложения результатов этой статьи к *обратным задачам Штурма–Лиувилля*, мы ограничимся рассмотрением операторов, определяемых равенством

$$Ly = -y'' + q(x)y, \qquad x \in [0, \pi],$$

и краевыми условиями Дирихле, а также краевыми условиями Дирихле–Неймана, хотя развитые методы позволяют получить аналогичные результаты для более общих краевых условий.

Список литературы

1. *Левитан Б.М.* Обратные задачи Штурма–Лиувилля. Москва, «Наука», 1984.
2. *Марченко В.А.* Операторы Штурма–Лиувилля и их приложения. Киев, «Наукова думка», 1977.
3. *Савчук А.М., Шкаликов А.А.* Операторы Штурма–Лиувилля с потенциалами-распределениями // Труды Московского матем. общества, V. 64 (2003), P. 159–219.
4. *Савчук А.М., Шкаликов А.А.* О собственных значениях оператора Штурма–Лиувилля с потенциалами из пространств Соболева // Матем. заметки, Т.80, №6, 2006, С. 864–884.

ОПЫТ РАБОТЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ КРУЖКЕ СТУДЕНТА МЛАДШЕГО КУРСА МПГУ

Салимов Д.Р.

Московский педагогический государственный университет

111673, г.Москва, ул. Новокосинская, д.15, к. 1, кв. 100

Тел.: +7(495)7033230, e-mail: salimov@mccme.ru

У учащихся средних школ, получающих дополнительное математическое образование, часто наблюдается в той или иной степени интерес к изучению различных разделов математики, выходящих за пределы курса средней школы. Одной из форм дополнительного математического образования являются математические кружки и факультативы, на которых преподаватель, используя познавательную мотивацию ребёнка к изучению математики, формулирует цели обучения учащегося на кружке: на основе решений задач олимпиадного уровня выявить и развить математические способности учащихся, привить навыки логического мышления, анализа условий задач и обучить нестандартным методам их решения.

Среди преподавателей математического кружка центра образования г.Москвы №218 (филиала Малого мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова) много выпускников этого центра — студентов младших курсов различных вузов, которые ещё не знакомы с методикой обучения математике школьников. В данной ситуации молодые педагоги перенимают методики, разработанные руководителем кружка, а в прошлом — их преподавателем математики, заслуженным учителем РФ Александром Давидовичем Блинковым.

Среди преподавателей кружка есть будущие учителя математики, в том числе студенты МПГУ, для которых такого рода деятельность является первой педагогической практикой, в ходе которой они обретают начальные профессиональные навыки и умения: устанавливать благоприятный психологический климат с каждым ребёнком, подбирать задачи в соответствии с целью занятия, доступно и корректно излагать учебный материал.

Организация работы кружка включает следующие этапы:

– разработка педагогическим составом учебного плана в начале каждого учебного года;
– подбор задач перед каждым занятием, их обсуждение и ранжирование; составление основного варианта, бонуса и супербонуса;
– обсуждение результатов решения задач учащимися после каждого занятия, внесение корректировки дальнейших занятий;
– выдача домашнего задания после каждого занятия;
– регулярное проведение различных форм математических олимпиад в формате кружка, например, Математическая карусель, Турнир Архимеда, Математическая регата.

Основой для классификации задач является выбор метода их решения: на развитие логического мышления, на развитие пространственного воображения, игровые стратегии, примеры и конструкции, на построение графов, раскраска, обратный ход и др. Отметим, что такая классификация довольно условна, т.к. при решении задачи может использоваться не только метод, изучаемый на данном занятии, но и методы, изученные ранее, а в задачах из бонуса и супербонуса могут использоваться новые идеи, позволяющие развить творческие способности обучаемых.

О повышении уровня развития математических способностей обучаемых можно судить по улучшению результатов на официальных математических олимпиадах в течение года.

Подобная педагогическая практика позволяет студентам младших курсов МПГУ, интересующимся математикой, увидеть себя и в педагогической профессиональной деятельности. Деятельность математических кружков способствует перерастанию интереса учащихся к изучению математики в профессиональную мотивацию, поэтому можно говорить о том, что среди выпускников таких кружков много будущих профессионалов-математиков.

РЕАЛИЗАЦИЯ ФУНКЦИИ ОПЕРЕЖАЮЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ (КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД)

Салимова А.Ф.

Военно-воздушная инженерная академия им. проф. Н.Е. Жуковского

125190, Москва, ул. Планетная, д. 3

Тел.: (495)7033230, e-mail: afsalimova07@mail.ru

Проектирование профессионально направленного математического курса предполагает анализ содержания как самого курса, так и его согласованность с учебными программами по другим дисциплинам, установление разнообразных внутрипредметных и межпредметных связей. Содержание таких курсов для различных специальностей, к сожалению, не всегда отражает особенности будущей профессиональной деятельности обучающихся. Одним из аспектов реализации профессионально направленного обучения математике в вариативной части программы является введение функции опережающего образования, заключающейся в насыщении учебных программ важными с профессиональной точки зрения математическими фактами и методами, не вошедшими в традиционный курс. Реализация функции опережающего образования способствует интеграции фундаментальности математического образования и его профессиональной направленности.

Введение функции опережающего образования будет максимально эффективным в рамках компетентностного подхода. Процесс установления внутрипредметных и межпредметных связей позволяет выявить не только те математические компетенции, которыми должен обладать выпускник технического вуза, но и профессиональные компетенции. При этом вполне понятно, что выявленные элементы математики, позволяющие реализовать функцию опережающего образования для одной специальности, не всегда годятся даже в рамках одного направления подготовки специалистов, тем более для других направлений. Так, для специальности «Средства радиоэлектронной борьбы» в ВВИА им. проф Н.Е. Жуковского в содержание учебного математического курса введено важное для инженеров в области радиоэлектроники понятие сингулярного интеграла, позволяющее на обзорной лекции не только систематизировать материал по интегральному исчислению функций одной переменной, но и показать перспективу его использования в решении профессиональных задач. В то же время, например, для будущих инженеров-метрологов введение этого нового понятия совершенно не оправдано.

Следует отметить, что возможностей реализации функции опережающего образования в регулярном курсе довольно немного в силу крайнего дефицита времени, отведенного на изучение математических дисциплин в технических вузах, но введение и реализация этой функции необходима по нескольким причинам. Во-первых, при организации и проведении УИРС и НИРС со слушателями и курсантами существенно расширяются возможности преподавателя в выборе тем курсовых работ. Во-вторых, эти темы не связываются только с расширением и углублением ранее изученного материала по математическим дисциплинам, как это обычно принято, а предполагают усвоение новых методов решения задач профессионального характера. В-третьих, организация элективных курсов будет гораздо успешнее, если обучаемые знакомы хотя бы поверхностно с внепрограммным материалом, изучаемым в рамках курса, и знают о его важности в решении профессиональных задач.

Для введения функции опережающего образования необходим анализ Государственных образовательных стандартов и на основе его анализа и ознакомлении с учебными программами и планами по общепрофессиональным и специальным дисциплинам выделение математических и профессиональных компетенций, которыми должен обладать будущий инженер.

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ФОРМИРОВАНИИ НАУЧНОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ

Санина Е.И.

Московский педагогический государственный университет

e-mail: esanmet@yandex.ru

Формирование научного мировоззрения является составной частью воспитания общей культуры в процессе обучения математике. В государственном образовательном стандарте каждый предмет ориентирован на формирование общей культуры и функциональной грамотности обучающихся, необходимой для полноценной жизнедеятельности в современном обществе.

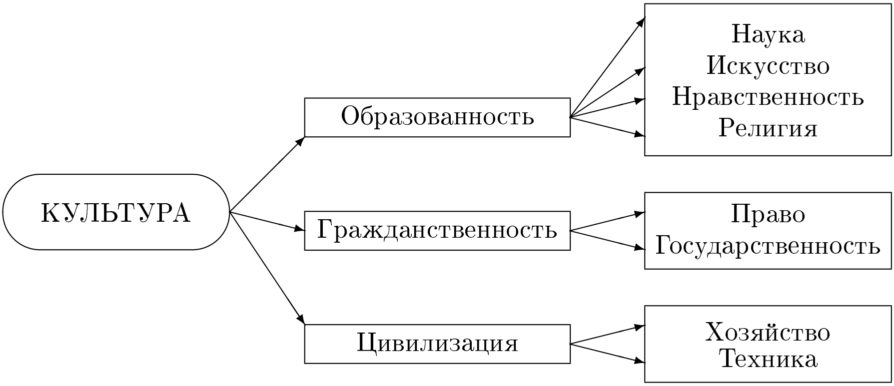
Проблема формирования современного научного мировоззрения решается каждым поколением педагогов. На современном этапе развития российского общества проблема чему учить и как учить остается актуальной. Формирование научного мировоззрения личности является сложной задачей, многоплановой и междисциплинарной. В педагогической и философской литературе заслуживают внимания труды русских педагогов П.Ф. Каптерева, С.И. Гессена, Л.С. Выготского, И.П. Гуляева, М.С. Кагана и др.

Понятие «культура личности» предполагает разносторонне и гармоничноное развитие системных качеств индивида, приобретаемых им в предметной деятельности и общении.

Внешне культура личности проявляется в активности, стремлении действовать за пределами ролевых предписаний, характеризуется устойчивой системой мотивов, динамическими смысловыми системами, степенью осознанности своих отношений к действительности.

Основной культуры личности по Л.С. Выготскому является его мировоззрение, которое определяет собой систему философских, научных, социально-политических, нравственных эстетических знаний и убеждений человека, отражающих в его сознании общую картину мира и определяющих направленность его деятельности, характер отношения к миру и себе.

Структура мировоззрения личности



Данная структура — идеальная философско-педагогическая модель, которая служит основной для педагогического проектирования учебно-воспитательного процесса.

Формирование мировоззрения зависит от воздействия на интеллект, волю, эмоции личности, от ее активной практической деятельности.

Научные знания — основа мировоззрения личности. Но сознание не определяется только знаниями и через знания. Знания должны быть актуальны для человека, то есть приобрести для него субъективный, личностный смысл. Одни понятия, идеи, нормы, могут быть внутренне близкими, а главное, действенными, другие же остаются только словесным знанием. Убеждение — это нечто «знаемое» и «понимаемое», это знания, перешедшие во внутреннюю позицию личности.

В реальной жизни существует как стихийное, так и научное мировоззрение. Выделим основные пути формирования научного мировоззрения в процессе обучения математике:

– через овладение математических знаний;
– развитие интеллектуальных качеств личности средствами математики;
– формирование общей культуры.

В результате изучения математических дисциплин выпускник умеет использовать математические знания для описания и решения проблем реальной жизни (экономика, производство, предпринимательство и др.); владеет развитым пространственным представлением и изобразительными умениями, для описания предметов окружающего мира (читает и выполняет чертежи, рисунки, схемы); имеет представление о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, умеет применять классическую модель вероятности для оценки справедливости случайных событий, прогнозировать наступления событий на основе статистики и вероятности; понимает, что законы логики математических рассуждений имеют универсальный характер и применимы во всех областях человеческой деятельности.

Развитие интеллектуальных качеств личности средствами математики позволяет выпускнику проводить аргументированные рассуждения, делать логические обоснованные выводы, проводить обобщения и открывать закономерности, одним словом, способствует развитию математического стиля мышления, отличающегося абстрактностью, строгостью, доказательностью.

Формирование базовой культуры личности начинается с понимания того, что математический язык — часть естественного языка, имеющий свои особенности. Включает умения находить информацию в разнообразных источниках, обобщать и систематизировать её, интегрировать в личный опыт новую, в том числе самостоятельно получаемую информацию, аргументировано объяснить, выдвигать гипотезы и понимание необходимости их доказательства и проверки, применять математический аппарат к решению задач в разных областях науки и практики, знает значение математики в истории цивилизации и в современном обществе.

На современном этапе развития образования России, в связи с переходом общества к демократическому и правовому государству, к рыночной экономике, меняются задачи и роль математического образования. Задачи образования сегодня определяются тем, что для поступательного движения общества важным является формирование новых качеств личности, способной к мировоззренческому выбору и компетентному профессиональному действию.

УПРАЖНЕНИЕ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ УРОВНЕВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Таненкова Т.В.

ПГТА

Пенза, пр.Байдукова, д.1а

e-mail: dorofeev@pgta.ac.ru

Эффективность реализации дифференцированного обучения математике студентов технических вузов в большей степени зависит от принятия педагогической установки — каждый студент может добровольно выбрать для себя свой уровень усвоения и отчетности по результатам своего учебного труда, но не ниже чем это установлено государственным образовательным стандартом. Обязанность каждого студента заключается в выполнении требований, обеспечивающих ему положительные оценки. В то же время студент получает право самостоятельно определять, ограничиться ли ему уровнем образовательных требований или двигаться дальше.

Это кардинально меняет традиционные подходы к организации обучения математике: не следует решать за студента, какой уровень усвоения соответствует его способностям, но следует создать в группе такие условия, при которых достижение обязательного уровня будет реальным, студенты, способные двигаться дальше, будут заинтересованы в этом продвижении.

Проведение исследований и поиск путей выполнения заданий математических упражнений каждый студент должен осуществить самостоятельно и активно участвовать на всех этапах обучения, а это становится возможным только благодаря высокому уровню мотивации. В процессе организации дифференцированного обучения студентов технических вузов математике центральное место необходимо отвести математическим упражнениям, так как они служат основными средствами формирования приемов учебной деятельности студентов. При этом термин «упражнение» следует понимать как многоаспектное явление обучения, занимающее значительное место в учебном процессе и выступающее способом целенаправленного развития учащегося. Термин «упражнение» фиксирует, во-первых, то, что компоненты подбираются избирательно (т.е. в зависимости от целей), во-вторых, каждый компонент включается в упражнение с учетом его взаимодействия с другими компонентами системы. Например, при изучении уравнений плоскостей и прямых в пространстве с целью организации дифференцированного обучения можно использовать математическое упражнение вида: в прямоугольной декартовой системе координат пирамида $SABC$ задана координатами своих вершин $S(2;-1;3)$, $A(0;8;0)$, $B(2;1;-1)$, $C(3;0;1)$. Найти: 1. Длины ребер SA, SB, SC. 2. Угол при вершине A основания ABC. 3. Площадь основания ABC. 4. Длину высоты основания, опущенной из вершины A на сторону BC. 5. Координаты середины ребра BC. 6. Длину медианы, опущенной из вершины A на сторону основания BC. 7. Координаты точки пересечения медиан основания ABC. 8. Координаты центра тяжести треугольника ABD. 9. Найти проекцию стороны AB основания пирамиды на сторону AC. 10. Уравнения прямых, содержащих боковые ребра SA, SB, SC. 11. Уравнение плоскости, содержащей основание ABC. 12. Угол между боковым ребром SB и плоскостью основания ABC. 13. Уравнение высоты, опущенной из вершины S на плоскость основания ABC. 14. Координаты точки пересечения высоты проведенной из вершины S на основание ABC. 15. Объем пирамиды $SABC$. 16. Длину высоты проведенной из вершины S на основание ABC. 17. Угол между гранями SAB и SAC. 18. Расстояние между ребрами SA и BC. 19. Координаты точки, симметричной вершине S, относительно плоскости основания ABC. 20. Построить изображение данной пирамиды. При выполнении данного упражнения студент выбирает, сколько из данных пунктов ему надо решить на оценку «три» (необходимо правильно решить не менее 10 заданий); «четыре» (необходимо выполнить еще 6 заданий) и, наконец, для получения отличной оценки, необходимо правильно выполнить все задания данного упражнения. При этом, преподаватель, видя, каким пунктам студент отдает предпочтение, а какие игнорирует, отмечает слабые места в знаниях студента. Что позволяет сделать упор на изучение именно этих разделов для каждого студента индивидуально.

При изучении темы интегрирование дробно-рациональной функции мы предлагаем использовать следующую схему дифференцированного подхода к обучению. Например, при выполнении задания: вычислить интеграл: $\int \frac{x^5 - x^3 + 2}{x^4 + 2x^2 - 3}dx$ можно реализовать следующие этапы: 1. Выделить целую часть; 2. Разложить знаменатель на простые множители; 3. Представить данное выражение в виде суммы простых дробей с неопределенными коэффициентами; 4. Найти неизвестные коэффициенты; 5. Вычислить данный интеграл, представив его в виде суммы интегралов от простых дробей. При выполнении данного упражнения целесообразно разные пункты решать разным студентам.

Итак, особое значение для внедрения в практику дифференцированного обучения математике имеет организация предметного содержания учебного материала, система математических упражнений, отвечающая определённым показателям, как необходимое условие формирования у студентов математических знаний, умений и навыков.

НЕТРАДИЦИОННЫЕ ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Телкова С.А., Дикарева Е.В.

Воронежский институт МВД России

Динамика экономических и социальных процессов современной действительности выдвигает новые требования к профессиональному становлению учащейся молодежи, специалисту-профессионалу. В связи с этим активизируется профориентология как наука, в которой человек в профессиональном ориентировании рассматривается как субъект собственной деятельности в выборе профессии, профессионализации, формировании карьеры [1].

Профессиональное ориентирование человека — это сложный и многоплановый процесс, охватывающий значительный период жизни; выражается согласованностью биологических и психологических особенностей человека с содержанием и требованиями профессиональной деятельности, а также сформированностью способности адаптироваться к изменяющимся социально-экономическим условиям.

Важнейшей задачей профессионального ориентирования в процессе преподавания математики является создание условий для развития профессиональных намерений обучающихся; формирование у них личных качеств, способствующих эффективному профессиональному самоопределению, конкурентоспособности; ознакомление с перспективными направлениями в науке и технике, базирующимися на достижениях математики; расширение профессионального кругозора.

Принципиальным требованием к проведению работы по профессиональному ориентированию в учебном процессе преподавания математики является сохранение содержания и последовательности учебного материала. Нельзя искусственно внедрять профессиональное ориентирование в ущерб системному изучению той или иной темы, так как полную профессиональную информацию, близкую к изучаемой теме, дать на учебных занятиях по математике невозможно. Это может нарушить логический ход занятия. Однако показать пути практического применения полученных математических знаний, нацелить обучающихся на ознакомление с выбранной профессией по данной тематике, необходимо.

Профессиональное ориентирование в той или иной мере следует осуществлять при любой форме проведения учебных занятий по математике, сочетая все оптимальные теоретические и практические методы.

В учебном процессе математические сведения профориентационного характера могут быть включены в систему опроса, объяснения нового материала, его закрепления. В ходе исследований, проводимых по психологии решения обучающимися производственно-технических задач, установлено, что большую трудность у них вызывают наглядно-действенные задачи по сравнению с текстовыми задачами абстрактного содержания.

Важным условием, способствующим развитию профессионального ориентирования, является введение учебных занятий по математике с направленностью профессионального ориентирования [2–3].

На наш взгляд, учебные занятия по математике с направленностью профессионального ориентирования обладают значительным потенциалом для подготовки обучающихся к будущей профессиональной деятельности, что обуславливает их включение в учебно-воспитательный процесс. Здесь решается не только задача развития профессионального ориентирования, но и учитывается роль теоретических знаний, непрерывности образования, а также расширяется профессиональный кругозор.

Однако учебные занятия по математике с направленностью профессионального ориентирования будут оказывать влияние на процесс профессионального ориентирования при выполнении определенных требований. В их основу положены основные принципы дидактики, в частности, принцип связи обучения с жизнью, а также видоизменные с учетом специфики рассматриваемые формы обучения.

Таким образом, учебные занятия по математике с направленностью профессионального ориентирования способствуют решению основной задачи воспитания диалектически мыслящего, высоконравственного, математически грамотного человека с четкими профессиональными ориентирами, развитию его познавательных интересов, активности и самостоятельности. Их содержание должно соответствовать склонностям и интересам обучающихся. Учебные занятия по математике с направленностью профессионального ориентирования в целом призваны ориентировать обучающихся на будущую профессиональную деятельность и способствовать сознательному выбору профессии.

Список литературы

1. Профориентология: теория и практика / Под ред. Л.А. Колосовой. – Воронеж, 1997. – 124 с.
2. *Телкова С.А.* Психолого-педагогическая сущность профессионального ориентирования учащейся молодежи в процессе преподавания математики на основе

преемственной связи школа – вуз. /Социальная значимость профориентологии. Сборник научных трудов. – Воронеж: ВГУ, 2002, с. 23–27.
3. *Головин А.А., Телкова С.А.* Выбор оптимального вида охраны объекта на основе метода Саати./ Вестник Воронежского института МВД России – Воронеж, 1(16) 2004, с. 150–153.

ПРЕПОДАВАНИЕ ПРЕДМЕТА «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» ДЛЯ ГУМАНИТАРНЫХ ФАКУЛЬТЕТОВ

Тепеева Л.Е.

ФГОУ ВПО «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова»
e-mail: tep-mila@yandex.ru

В настоящее время в Российском образовании активно внедряются процессы компьютеризации в учебной деятельности вузов. Эти процессы играют все большую роль в преобразовании высшей школы и все больше определяют формы и методы получения и усвоения знаний студентами.

Преподавание математики в Чувашском университете ведется сейчас на всех факультетах, включая сюда и гуманитарные специальности. Изучение математики студентами гуманитариями имеет свои особенности, среди которых следует выделить две:
1) восприятие ее студентами в значительной степени не понимающих математику, и порой не воспринимающими математику;
2) очень малое количество учебных часов, явно недостаточное для глубокого усвоения какой-либо математической теории.

В связи с этим компьютерные технологии являются тем средством, которые могут существенно облегчить восприятие и понимание целей и полезностей математического образования.

В связи с этим актуально разработать занятия, которые были бы направлены на восприятие информации студентами в новом виде. Таким образом, нужно задействовать несколько направлений восприятия информации. Предлагается развить это в трех направлениях, студент должен видеть, слышать и иметь возможность оперативно закрепить новый материал. Для этого полезно преподносить материал в несколько этапов:
1. Лекция аудиальная;
2. Электронный вариант лекции для зрительного восприятия информации.

Их можно провести либо последовательно, либо совместно. В первом случае, студент сначала слушает лекцию, затем закрепляет ее зрительно. Во втором использует сразу два вида памяти, что обычно дает лучший результат.

Для домашней работы полезно предлагать такие задания, которые пробуждали бы интерес студента к математике. Кроме того, в домашних условиях информация воспринимается более проще и, следовательно, можно задавать лекцию в электронном варианте на дом для повторения и детального анализа.

Для проверки знаний следует активно проводить тестирование, которое проводится непосредственно под контролем преподавателя. Желательно, чтобы оно проводилось на компьютере. Это обычно воспринимается студентами проще, чем контрольная работа, да и преподавателям экономит силы и время.

На каждую тему разрабатываются занятия и проверочные задание в электронном виде.

Исходя из этого, требуется подбирать типы задач. Лучше всего их построить таким образом, чтобы они были понятны и просты для восприятия. То есть, буквально разобрать и объяснить задачу «на пальцах» через компьютер поэтапно и наглядно.

Вариантом данного предложения является создание занятий с помощью презентаций.

Так как занятия представляются для студентов гуманитарного склада ума, то и занятие нужно собирать из следующих частей:
1. История возникновения той или иной математической теории;
2. Проанализировать причину возникновения этой теории;
3. Разобрать способы решения возникающих проблем;
4. Привести примеры применения математических знаний на практике;
5. Задать домашнее задание для закрепления материала, которое состоит из вопросов и непосредственно самих задач.
6. Практиковать написание рефератов в двух формах:
   – реферат в бумажном варианте;
   – и электронной презентации.
7. Проверка знаний в виде контрольных работ и тестирования.

Таким образом, студенту предоставляется возможность подойти к изучению какой-либо темы с творческой стороны, а создавая собственную презентацию, он закрепляет данную информацию на эмоциональном уровне. Это дает возможность проще закрепить эмоциональное восприятие математической теории. Заинтересовать студентов математическими проблемами.

Список литературы

1. `http://inmarket.biz/`;
2. *Тепеева Л.Е.* О курсе лекций по высшей математике для гуманитарных факультетов на примере факультета иностранных языков. Актуальные проблемы обучения математике (К 155-летию со дня рождения А.П. Киселева): Труды Всероссийской заочной научно-практической конференции. – Орёл: Изд-во ОГУ, Полиграфическая фирма «Картуш», 2007 С. 306–310.
3. *Тепеева Л.Е.* Нужна ли математика гуманитарию? Материалы V Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы информатизации образования: региональный аспект». – Чебоксары, 25–27 апреля 2007г. – Чебоксары, 2006. с 134–138.

ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ-ЭКОНОМИСТОВ

Трофимец Е.Н.

ГОУВПО «Ярославский государственный технический университет»

e-mail: zemifort@inbox.ru

В современных условиях рыночной экономики существенно возросли требования к качеству подготовки выпускников экономических специальностей вузов. Постоянный рост объема информации, увеличение количества изучаемых дисциплин при неизменных сроках обучения поставили перед системой профессиональной подготовки экономистов ряд серьезных проблем. Ключевыми из них являются: перевод подготовки студентов на качественно новый уровень, отвечающий современным требованиям многоуровневой структуры высшего образования России; повышение фундаментальности образования, его гуманизация и гуманитаризация в сочетании с усилением практической направленности; интенсификация образовательного процесса за счет оптимального сочетания традиционных и нетрадиционных (инновационных) форм, методов и средств обучения; информатизация образования, основанная на творческом внедрении современных информационных технологий обучения.

Выпускники экономических специальностей вузов должны уметь решать не только типовые задачи учетно-расчетного характера, при решении которых доминирующую роль играет операционная составляющая, но также и сложные задачи аналитического характера, при решении которых доминирующую роль играет интеллектуальная составляющая, базирующаяся на умении анализировать текущее и прогнозировать будущее состояние экономических объектов и процессов, мыслить и действовать в изменяющихся условиях, моделировать и находить оптимальные решения, основанные на применении современных математических моделей и методов. Наиболее известными, из последних являются: оптимизационные модели и методы (в частности ассортиментная задача Канторовича, транспортная задача, задача о назначениях и др.), балансовые модели (в частности модель межотраслевого баланса Леонтьева, модель соотношения национальных доходов стран), модели теории вероятности и математической статистики.

Требование обеспечить хорошую математическую подготовку выпускников экономических специальностей вузов, для которых математика является инструментом профессиональной деятельности, приходит в противоречие с уменьшающимся количеством часов, отведенных на изучение математики. В такой ситуации преподаватель обычно вынужден вести обучение на уровне алгоритмов, пренебрегая содержательной стороной математики, возможностями ее развития вширь и вглубь, уделяя основное время на выработку умений и навыков решения типовых примеров. Понятно, что подобное «изучение» математики не способствует развитию интереса к предмету и создает проблемы в её освоении. Одним из направлений решения данной проблемы является широкое использование в образовательном процессе студентов-экономистов интегративных занятий, сочетающих в себе дидактические единицы математики, общепрофессиональных и специальных дисциплин. При этом следует отметить, что использование финансово-экономических знаний на занятиях по математике необходимо и для самого предмета математики: предметная интерпретация многих математических понятий делает их для студентов более осознанными, понятия наполняются новым, интересным для студентов содержанием. Таким образом, использование интегративных занятий в образовательном процессе специалистов финансово-экономического профиля повышает дидактическую эффективность проведения занятий по математике и способствует достижению следующих основных целей:

1) овладение системой математических понятий, знаний, умений и навыков, дающей целостное представление о математическом аппарате, используемом в профессиональной деятельности;

2) формирование умений и навыков строить математические модели простейших экономических явлений, исследовать эти явления по заданным моделям;

3) формирование умений и навыков разрабатывать на основе математических моделей простые вычислительные модели на платформе табличного процессора MS Excel;

4) формирование логической и эвристической составляющих мышления, алгоритмического мышления, самостоятельности, активности; приобщение к опыту творческой деятельности и формирование умения применять его.

ДИСКРЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ОБЩЕСТВЕННО-ПОЛИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Хабина Э.Л.

Государственный университет — Высшая школа экономики

Москва, Покровский бульвар, 11, кафедра высшей математики на факультете экономики

Тел.: (495)6211342, e-mail: khabina@hse.ru

В последние десятилетия в прикладной математике стали активно разрабатываться математические модели, имеющие дискретный характер. Эти модели относятся, прежде всего, к теории коллективных решений, которая включает такие важнейшие результаты, как теорема о невозможности Эрроу, теория обобщенных паросочетаний, распределение влияния в выборных органах, сбалансированность выборного органа, получение справедливого дележа и др.

Данные вопросы и соответствующие модели, как правило, если и рассматриваются при подготовке студентов гуманитарных специальностей, то на самых поздних этапах обучения — на старших курсах бакалавриата или в магистратуре — в рамках спецкурсов или факультативов. Вместе с тем, эти вопросы могут быть изложены в достаточно простой форме на самой ранней стадии обучения студентов-гуманитариев на основе общего для всех них и довольно компактного математического аппарата — теории бинарных отношений и теории графов — и представляют серьезный интерес для будущих специалистов в области экономики, управления, политологии и др.

Для восполнения указанных пробелов в Государственном университете — Высшая школа экономики разработан и преподается уже несколько лет новый курс «Дискретные математические модели», который рассматривается как необходимый компонент фундаментальной подготовки современных экономистов. Курс рассчитан на 28 ч. аудиторных занятий и предназначен для студентов первого курса факультета экономики. В нем изучаются следующие разделы:

– паросочетания (графы, двудольные графы, паросочетания, теорема Холла, трансверсали семейств множеств, задача о назначениях);
– обобщенные паросочетания, или паросочетания при линейных предпочтениях участников (предпочтения участников и паросочетания, устойчивые паросочетания, манипулирование предпочтениями, примеры обобщенных паросочетаний: наем персонала, распределение по комнатам общежития и др.);
– бинарные отношения и функции выбора (бинарные отношения и их свойства, специальные классы бинарных отношений, выбор по отношению предпочтения);
– задача голосования (примеры правил голосования: правило простого большинства, парадокс Кондорсе, правило Борда; парадокс Эрроу, парадокс Сена, стратегическое поведение участников в задаче голосования);
– коллективные решения на графе (внутренняя и внешняя устойчивость, ядро, другие нелокальные правила принятия коллективных решений: позиционные правила, правила, использующие мажоритарное отношение, правила, использующие вспомогательную числовую шкалу, правила, использующие турнирную матрицу, q-Паретовские правила большинства; задача о лидере);
– коалиции и влияние групп в парламенте (голосование с квотой, индекс влияния Банцафа, анализ влияния групп и фракций в Государственной Думе РФ, институциональный баланс власти в Совете Министров расширенного Евросоюза, индексы Шепли–Шубика, Джонсона, Дигена–Пакела, Холера–Пакела);
– знаковые графы (теория структурного баланса, сбалансированность малых групп, сбалансированность выборного органа, анализ сбалансированности пьесы У.Шекспира «Макбет»);
– задача дележа (процедура «дели и выбирай», манипулирование, критерии справедливости дележа, процедура «подстраивающийся победитель» и ее свойства, решение трудовых споров, разрешение терри-

ториальных конфликтов, слияние фирм, раздел имущества).

Как видно из представленного перечня вопросов, курс ориентирован на изучение именно прикладных аспектов теории графов, теории бинарных отношений, элементов комбинаторики и др. Его построение имеет ряд особенностей, направленных на устранение недостатков свойственных традиционному изложению вопросов дискретной математики, при котором строится обширная математическая теория, и только потом рассматриваются отдельные ее практические приложения, чаще всего не связанные с экономикой. Такой подход не способствует усвоению курса студентами-экономистами и создает впечатление оторванности курса от практических нужд. Нами предлагается проблемно-ориентированный подход: в начале каждой темы рассматривается ряд конкретных практических задач и проблем, заимствованных из социально-экономической и политической сфер жизни современного общества. Затем по ним строятся соответствующие математические модели. Далее для описания и изучения данных моделей предлагается компактный математический аппарат. Применение этого математического аппарата и позволяет решать ранее поставленные задачи, а также ставить и решать новые задачи.

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Хоркина Н.А.

Государственный университет — Высшая школа экономики, факультет экономики

Москва, Покровский бул., д. 11

Тел.: (495)7729590, доб. 2074, e-mail: khorkina@hse.ru

В настоящее время математические методы и модели являются универсальным инструментальным средством, позволяющим осуществлять более высокий уровень формализации и абстрактного описания наиболее важных и существенных связей при исследовании экономических объектов и явлений, оценивать форму и параметры зависимостей между ними, получать новые знания, определять наилучшие решения в заданной ситуации, формулировать выводы, адекватные изучаемому объекту, компактно излагать основные теоретические положения экономической науки.

Заметим, что математические методы начали применяться в экономике еще в XVII веке. В середине данного столетия англичанин У. Петти (1623–1689), которого принято считать первым профессиональным экономистом, используя математический аппарат, заложил основы экономической статистики, назвав эту область знаний «политической арифметикой».

В следующем столетии математические методы в экономических исследованиях использовались в основном для построения иллюстративных моделей экономических процессов.

Одним из первых использовать аппарат математического анализа в экономике стал прусский юнкер и экономист-любитель И. Тюнен (1783–1850).

В XIX веке сформировалась уже целая математическая школа, представители которой внесли значительный вклад в моделирование экономических процессов (Ф. Эджуорт, У. Джевонс, Л. Вальрас и др.).

В XX столетии математические методы моделирования экономики получили свое дальнейшее развитие. С их использованием связаны практически все исследования, удостоенные Нобелевской премии по экономике (работы В. Леонтьева, П. Самуэльсона, Р. Солоу, Д. Хикса и др.). Эти работы заложили прогресс в различных областях прикладной математики — теории игр, математического программирования, математической статистики. Интересен тот факт, что первыми лауреатами Нобелевской премии за выдающиеся заслуги в области экономики в 1969 г. стали не «чистые» теоретики в области экономической науки, а экономисты-математики Я. Тинберген и Р. Фриш за разработку математических методов анализа экономических процессов.

Из наших соотечественников Нобелевской премии в 1975 г. был удостоен математик и экономист Л.В. Канторович (1912–1986) за разработку метода оптимального планирования ресурсов. Все исследования Л.В. Канторовича были выполнены на основе широкого использования математического аппарата, поэтому свою Нобелевскую лекцию он так и назвал: «Математика в экономике: достижения, трудности, перспективы».

Кроме Л.В. Канторовича еще несколько лауреатов Нобелевской премии были выходцами из России. Среди них: экономист Саймон (Семен) Кузнец (1901–1985) за работы в области теории экономического роста, В. Леонтьев (1905–1998) — автор широко применяемого в экономике метода «затраты-выпуск» и Л. Гурвиц (род. в 1917 г.) — лауреат Нобелевской премии 2007 г. за исследования в области теории игр и принятия оптимальных решений.

Одними из ярких российских представителей математической школы в политической экономике начала XX века, внесшими значительный вклад в математическое моделирование экономических процессов, стали также экономисты В.К. Дмитриев (1868–1913) и Е.Е. Слуцкий (1880–1948). Основной заслугой В.К. Дмитриева стала разработка математического анализа теории ценности Д. Рикардо. Е.Е. Слуцкий — экономист, статистик и математик — внес значительный вклад в разработку математической теории потребления.

В 30–50-е годы в области исследования проблем российской экономики с помощью математических методов заметного прогресса не наблюдалось.

Экономико-математические исследования в России вновь возобновились лишь в 60–80-е годы XX столетия. В этот период появляется множество работ, посвященных решению широкого круга проблем плановой экономики.

В настоящее время особую актуальность приобретают исследования в области математического моделирования экономических процессов переходного периода.

Резюмируя сказанное, заметим, что, вооружая исследователей мощными средствами научного поиска, анализа и прогнозирования, математическая наука развивается и сама. Под влиянием потребностей экономики появились и появляются новые разделы математики: математическая экономика, эконометрика, линейное программирование, теория принятия оптимальных решений и др. Все это привело к тому, что современный аппарат математических методов для решения экономических и управленческих задач превратился в самостоятельную научную и прикладную область

ОСОБЕННОСТИ РАЗРАБОТКИ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ КИМ ЕГЭ И АПИМ ФЭПО ПО МАТЕМАТИКЕ

Цыганов Ш.И.

Башкирский государственный университет

Уфа, 450015, а.я. 8

e-mail: `TsyganovSI@ufanet.ru`

Массовые тестирования становятся одним из важных элементов современного педагогического процесса. Одними из самых известных являются единый государственный экзамен для выпускников средних учебных заведений и абитуриентов высшей школы, а также Интернет-экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО), направленный на проверку выполнения требований Государственных образовательных стандартов профессионального образования. Если первый проводится в бланочной форме с последующей компьютерно-экспертной проверкой, то второй проводится в форме компьютерного тестирования студентов в on-line режиме. ЕГЭ по математике содержит 26 заданий, 21 из которых оценивается в дихотомической шкале (неправильно-правильно, 0 баллов — 1 балл), а 5 заданий — в политомической шкале (двух- и четырехбалльные задания). Полученный испытуемым первичный балл переводится в итоговую оценку на основе однопараметрической модели Раша.

Принципиально иная модель оценивания выбрана в ФЭПО. Аттестационные педагогические измерительные материалы по каждой дисциплине, по которой проводится экзамен, разбиты на дидактические единицы ГОС. Например, экзамен по математике для студентов, обучающихся по специальности «Прикладная математика и информатика», разбит на 6 дидактических единиц: линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, комплексный анализ, гармонический анализ, ряды. По каждой ДЕ предлагается от 4 до 8 заданий. Чтобы ДЕ была засчитана студенту, он должен решить не менее половины заданий по данной дидактической единице. Студент признается освоившим дисциплину, если сдает все дидактические единицы дисциплины.

Несмотря на столь значительную разницу в методах оценивания результатов тестирования, один из первых этапов всей процедуры, а именно этап разработки тестовых заданий для двух данных мероприятий практически одинаков. На математическом факультете Башкирского государственного университета в 2002 году сложилась научная группа, одним из направлений деятельности которой является разработка тестовых задания для ЕГЭ по математике. В 2007 члены этой группы включились в разработку тестовых материалов АПИМ ФЭПО по математике. За это время составлено более 2200 заданий ЕГЭ и более 1100 заданий АПИМ.

Методика разработки тестовых заданий хорошо разработана в рамках общей теории педагогических измерений. К нам, как к разработчикам, работа поступает после того как разработана структура и спецификация теста, созданы кодификатор и таблица потребностей заданий. Таблица потребностей содержит информацию по каким разделам или дидактическим единицам и какого уровня сложности должны быть задания. Также там отображается в какой форме должно быть то или иное задание. В ЕГЭ по математике бывают задания с выбором ответа, задания на дополнение и задания с развернутым ответом. В ФЭПО это задания с выбором ответа, задания на дополнение, задания на установление соответствия.

При разработке заданий с выбором ответа особое внимание обращается на создание дистракторов, то есть неверных вариантов ответов. Критерии составления заданий ЕГЭ требуют, чтобы каждый дистрактор выбирали не менее 5% испытуемых. Для заданий АПИМ технология составления предусматривает указание неверного хода рассуждения, в результате которого получается данный дистрактор.

Однако самой главной сложностью при составлении заданий является соответствие ее статистических характеристик, которые будут получены в результате выполнения теста, тем характеристикам, которые требует спецификация. В ЕГЭ прямо указывается диапазон, в который должен попасть процент правильно решивших данное задание испытуемых. В ФЭПО указывается время, за которое должен справиться в заданием испытуемый. В математике это 2 минуты. Как результат, в ЕГЭ по математике задания варьируются по сложности, а в ФЭПО все задания относятся к легким, что, по нашему мнению, правильно.

Более простой путь решения проблемы априорной оценки сложности задания состоит в опоре на экспертные оценки составителя или группы составителей теста. Это вполне приемлемый метод, однако, все же при этом необходимо проводить апробацию хотя бы части заданий. В нашей исследовательской группе обязательной практикой является сбор информации на статистически значимых группах испытуемых, причем проводится анализ как классическими методами математической теории педагогических измерений, так и методами IRT.

Список литературы

1. *Цыганов Ш.И.* Математические теории педагогических измерений. – Уфа: Эдвис, 2007. – 92 с.
2. *Цыганов Ш.И.* Математическая обработка результатов педагогического тестирования. – Уфа: РИО БашГУ, 2007. – 72 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ КАК АКТУАЛЬНАЯ МЕТОДИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА

Шабанова М.В.

ГОУ ВПО «Поморский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

163060, Россия, г. Архангельск, ул. Урицкого,68 корп.В

e-mail: shabanova.maria@pomorsu.ru

Современный этап реформирования математического образования связан не только с развитием математики, изменением социального заказа, но и с коренными изменениями, произошедшими в основаниях педагогической науки. Они характеризуются как переход к новой *образовательной парадигме.* Это требует переосмысления ряда педагогических категорий, в том числе понятий: «содержание образования» и «содержание обучения». Если ранее (в рамках «знаниево-просветительской» парадигмы) эти понятия трактовались как синонимы (усвоенный социальный опыт), то теперь в рамках новой «личностно ориентированной» парадигмы смысл их становится различным. Под содержанием образования (конкретного ученика на данном этапе его развития) понимается теперь содержание процесса прогрессивных изменений свойств и качеств личности, которые являются результатом взаимодействия социально-культурного и личностного опыта человека. Под содержанием обучения — система продуктов социального опыта (отобранных в соответствии с целями обучения, педагогически адаптированных, представленных в форме учебной информации), подлежащих усвоению в процессе обучения. Таким образом, содержание обучения выступает лишь как средство формирования содержания образования.

Новые представления о соотношении понятий содержание обучения и содержание образования существенно меняют научные представления о том, как должно осуществляться проектирование содержания образования. В рамках дидактического подхода (И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин и др.) решение этой задачи осуществлялось следующим образом:

– определению структуры содержания образования подходили путем выполнения в социальном опыте элементов, отвечающих за выполнение различных общественных функций: создание картины мира, воспроизведение культуры и ее сохранение, дальнейшее развитие культуры, регуляция потребностей человека;
– каждому функциональному компоненту общественного опыта был поставлен в соответствие элемент содержания образования: научные знания, опыт репродуктивной деятельности (умения и навыки), опыт творческой деятельности, опыт эмоционально-ценностных от-

ношений;
- было установлено, что эти элементы иерархически связаны: формирование предшествующих элементов может осуществляться отдельно от последующих, хотя каждый последующий невозможен без предыдущих;
- проектирование этих компонентов проходило несколько последовательных этапов-уровней: уровень общедидактических представлений (структура, состав, функции), уровень учебного предмета (источники, факторы, содержательное наполнение состава, учебные программы), уровень учебных материалов (учебная информация, системы учебных заданий, логика развертывания) и уровень учебного процесса (вид и способ организации учебного взаимодействия).

Новые представления поставили под сомнение справедливость первых трех пунктов в этой схеме. Авторы различных концепций содержания образования стали включать в его структуру новые компоненты, выявлять новые связи между ними. Решая проблему определения роли и места методологических знаний в структуре содержания математического образования, мы показали, что знания этого вида являются фоновым компонентом каждого элемента содержания образования (схема 1). Это определяется тем, что методологические знания — это знания о нормах осуществления учебно-познавательной деятельности, в которой происходит формирование научных знаний, опыта репродуктивной, творческой деятельности с опорой на личностный опыт учащихся. В условиях специально организованного обучения математике фоновые методологические знания могут выделиться в относительно самостоятельный элемент содержания образования более высокого иерархического уровня (схема 2). Это позволит человеку приобрести способности к самообучению, саморегуляции своей познавательной деятельности.

О КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

Шабунин М.И., Прокофьев А.А.

МФТИ, МИЭТ

e-mail: aaprokof@yandex.ru

Авторским коллективом в составе Шабунин М.И, Прокофьев А.А., Олейник Т.А., Соколова Т.В. создан учебно-методический комплект по курсу «Алгебра. Начала математического анализа» для 10–11 классов, ориентированный на преподавание в школах и классах с углубленным изучением математики в объеме 6–8 часов в неделю.

Учебно-методический комплект включает в себя:

1) учебники алгебры и начал математического анализа для 10 и 11 классов (2 книги);
2) методические рекомендации и дидактические материалы (2 книги);
3) задачник по курсу алгебры и начал математического анализа.

При создании этого комплекта авторами использованы многолетний опыт в организации и проведении вступительных экзаменов в МФТИ и МИЭТ, чтения лекций на курсах повышения квалификации учителей средних школ, работа по созданию учебных пособий по математике для средней и высшей школы, опыт преподавания математики в физико-математическом Лицее № 1557 Зеленоградского округа г. Москвы.

В 2007 году в издательстве «Бином. Лаборатория знаний» вышли из печати учебник и методическое пособие для 10 класса.

В первой главе учебника для 10 класса изучаются элементы математической логики (высказывания и операции над ними, прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия, принцип полной дизъюнкции). Большое внимание уделяется построению отрицаний высказываний и особенно таких, которые содержат знаки общности и существования. Эта глава закладывает основы логической культуры учащихся, необходимой для освоения фундаментальных понятий курса математики.

Главы «Числовые множества», «Функции», «Алгебраические уравнения и неравенства», «Системы алгебраических уравнений» предназначены для более глубокого изучения разделов математики, входящих в программу основной школы (7–9 классы).

Глава «Комплексные числа» помещена в учебнике перед главой «Многочлены от одной переменной», что позволяет находить разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители.

В главе «Предел и непрерывность функции», в отличие от обычных школьных учебников, введены понятия точных граней числового множества, сформулирована (без доказательства) теорема о существовании точных граней и на ее основе определены арифметические операции над действительными числами. В этой главе дано определение предела числовой последовательности, частично доказаны свойства сходящихся последовательностей, доказана теорема о пределе монотонной последовательности, сформулированы два определения предела функции в точке (с помощью окрестностей и последовательностей).

В заключительной главе учебника «Степенная, показательная и логарифмическая функции» большое внимание уделено определению показательной функции, и частично доказаны ее свойства.

В каждой главе учебника для 10 класса представлено достаточное количество разноуровневых примеров, позволяющих учащимся усвоить теоретический материал и различные методы решения прилагаемых задач.

Методическое пособие к учебнику 10 класса предназначено для учителей, работающих в классах физико-математического и естественнонаучного профилей. Каждый его параграф содержит краткое изложение теоретического материала и подробный разбор большого количества примеров, иллюстрирующих применение различных приемов и методов решения задач, а в каждую главу пособия включены самостоятельные и контрольные работы, а также домашние задания. В конце пособия приведено примерное поурочное планирование учебного материала.

Авторы полагают, что использование в учебном процессе созданного ими учебно-методического комплекта может обеспечить формирование прочных знаний, умений и навыков, необходимых учащимся для итоговой аттестации по математике за курс средней школы и успешного продолжения образования.

КАК УМЕНЬШИТЬ РАСТЕРЯННОСТЬ СТУДЕНТОВ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Шамсутдинова И.Г.
МАДИ (ГТУ)
Москва, Ленинградский проспект, 64

Существенным ***познавательным препятствием*** для студентов в решении задач является ***установить отнесенность*** сюжета задачи к определенному математическому ***объекту,*** например, к случайному событию или случайной величине, вследствие этого процесс решения становится ***свободно разбросанным.*** Все это выражает состояние ***растерянности*** студентов. Опытные педагоги говорят: «студент теряется, берется то за одно, то за другое (не доводя до конца)». Растерянность, — находим мы в словаре, — «состояние *замешательства, потеря собранности.* ... Растерянный (...не знающий *как поступать, действовать* и т.п.)... Растеряться (прийти в замешательство, *утратить способность соображать, действовать*).» (1; с.493). Растерянность, в нашем понимании, это состояние человека, означающее *отсутствие ориентации* в многообразии окружающих или изучаемых явлений и предметов, выражающееся в *недостаточной устойчивости* (сохранении) *психических процессов*, их избирательности, распределении.

Причинами растерянности студентов являются: 1) «задавленность» учащихся большим объемом информации в средней школе, приучившая их к тому, что «все равно всю ее переработать и запомнить нельзя»; 2) нынешняя ситуация в вузе (особенно на I курсе), для которой характерно, что студент сначала (до первой сессии) даже *не ориентируется* во всем *многообразии требований по всем учебным предметам;* 3) недостаточное или неадекватное управление вниманием студентов и усвоением ими знаний по математике.

Остановимся на возможном объяснении третьей причины и обосновании возможностей ее преодоления на основе исследований возрастной психологии и психофизиологии. Очень важной для обоснования нашего подхода является ***поэтапность усвоения информации,*** которая выражается в выделенных Б.Г. Ананьевым трех уровнях обобщения: избирательного сохранения усвоенного; рациональной систематизации знаний; концептуальном (формирование гипотез, концепций).

Автор указывает самые первичные операции построения обобщения первого уровня: ***«прессование»*** (осуществляемое памятью) и ***«фильтрацию»*** (осуществляемую мышлением). Далее, информация перерабатывается с помощью «перекодирования» ее единиц и групп, «построения из них новых смысловых систем» и «абстрагирования». Это составляет второй уровень: «рациональной систематизации знаний, который приводит к перестройке механизмов «фильтрации» и «прессования» вновь усваиваемых знаний» (2; с.359). И третий, «концептуальной» уровень — строится «при достаточном расширении объема информации и его интегративной организации» (там же) за счет совершенствования системы логических операций.

Все это обосновывает необходимость организации в процессе обучения помощи студенту в ***«прессовании»***, ***«фильтрации», «сжатии»*** математической информации, ее «перекодировании», «интегративной организации», «рациональной систематизации». Средством гностического упорядочения, помощи студентам в синтезе математического знания при его изучении, являются ***компактные таблицы,*** позволяющие охватить вниманием разнородный материал и адекватно распределить его за счет сравнительного анализа (как по горизонтали, так и по вертикали). ***Сравнение и сопоставление*** делают видимыми гностические связи: общее и различное в разных составляющих математического знания.

Курс высшей математики (для нематематических специальностей) технического вуза представлен нами в соответствии с рассмотренным обоснованием в таблицах и схемах, позволяющих рационально организовать познавательное движение. Основными приемами организации студентам помощи в «прессовании», «фильтрации», «перекодировании», «интеграции» и «систематизации» в нашем подходе являются:

- сравнение разных объектов, их видов, типов, действий с ними;
- выделение «опознавательных» признаков отнесенности рассматриваемого объекта;
- расчленение определенного «блока» информации по соответствующим элементам теории математического знания (определения, свойства, способ вычисления, приложения и т.п.);
- «синхронный перевод» одного и того же математического знания с одного языка выражения на другой (алгебраического, геометрического, векторного, координатного);
- сведение в одном поле зрения (в таблице, схеме) сочетанного познавательного движения по «горизонтали-вертикали»;
- устранение разрыва во времени изучения различных элементов математического знания одного характера.

Как показывает наша многолетняя практика обучения студентов технического вуза высшей математике, использование обоснованного и разработанного нами комплекса таблиц и схем позволяет уменьшить, а во многих случаях и устранить «растерянность» студентов при изучении математического знания и усилить их «гностическую мотивацию».

Список литературы

1. Словарь синонимов. Справочное пособие. – Л.: «Наука», 1975.
2. *Ананьев Б.Г.* О проблемах современного человекознания. – М.: Наука, 1977.

ИЗУЧЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Швец В.А., Клиндухова В.Н.

Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова

Украина, г.Киев, ул. Пирогова, 9

Тел.: 8-0442393095, e-mail: kmmvm@ukr.net

Приближенные вычисления — неотъемлемая часть математической культуры или перечень разрозненных вопросов, которые остались в школьном курсе математики в силу традиций? Ответ на этот вопрос сложно найти на страницах современной методической литературы (речь идет об источниках, издаваемых в Украине, а также о российских изданиях, доступных для украинских читателей). Поводом к его возникновению, а соответственно и толчком к проведению необходимых исследований послужило неудовлетворительное состояние изучения приближенных вычислений, которое, в частности в Украине, привело к фактическому исключению их из школьной программы. Анализ российских учебников позволяет сделать вывод о большем, но все еще, на наш взгляд, недостаточном внимании к вопросам целенаправленного, мотивированного и логически завершенного изучения приближенных вычислений. Наша цель — представить в тезисном варианте собственное видение решения проблемы изучения приближенные вычислений в основной школе, которое является результатом проведенного педагогического эксперимента.

Целью изучения приближенных вычислений является способствование общему развитию школьников, а также обеспечение их полноценной математической подготовки. Приближенные вычисления являются средством формирования исследовательского и дивергентного мышления, способствуют повышению познавательных интересов, позволяют удовлетворить стремление школьников в самостоятельности и творческой деятельности. Приближенные вычисления — объективно существующая составляющая общеобразовательной фундаментальной подготовки учащихся, а именно их вычислительной и измерительной культуры. Без приближенных вычислений невозможна прикладная направленность школьного курса математики.

Ведущим методом приближенных вычислений в основной школе должен стать метод границ, поскольку он наиболее естественным образом связан с традиционным программным учебным материалом, в частности с теорией неравенств. Такая позиция не нова. Более того, методикой математики накоплен богатый опыт изучения приближенных вычислений в таком контексте. Соответствующее ему содержание, используемые методические подходы, предполагают практическую реализацию в конце основной школы, что и явилось одной из основных ошибок построения методической системы изучения приближенных вычислений. На этой ошибке акцентировали внимание И. Кавун, В. Прочухаев, В. Грибанов, Н. Елизаветина, Р. Хабиб, З. Слепкань, В. Бевз, многие другие исследователи. С приближенными вычислениями учащихся необходимо знакомить как можно *раньше*: с некоторыми вопросами пропедевтического характера — в начальной школе (что в действительности и происходит на практике), а с основными понятиями приближенных вычислений (приближенные значения, действия над ними, их числовые характеристики) — с первых тем основной школы. Именно с первым тем необходимо формировать представления о степени близости точных и приближенных значений, а также навыки выполнения арифметических действий *одновременно и с точными, и с приближенными значениями.* Их искусственное разделение искаженно отображает среду, которая окружает учащихся: в их практической деятельности, в быту, во время изучения школьных дисциплин и точные, и приближенные значения «сосуществуя», образуют различные взаимосвязи и взаимоотношения.

Раннее изучение приближенных вычислений требует *адаптации учебного материала* к возрастным возможностям восприятия младших подростков, В ее результате, естественно, значительно ослабевает математическая строгость и уровень обобщенности соответствующих выводов. Компенсировать эти потери позволяет постепенное дополнение и уточнение учебного материала. Оно происходит в результате его *концентрического развития* на протяжении всего курса математики основной школы. Необходимость и эффективность концентрического развития учебного материала доказана методикой математики. По этому принципу выстраиваются все основные содержательные линии школьного курса математики. Пренебрежение ним стало еще одной из традиционных ошибок построения методической системы изучения приближенных вычислений.

В рамках тезисов невозможно проиллюстрировать все вышеизложенное конкретными примерами, а еще лучше программой изучения приближенных вычислений в основной школе и презентацией конкретных методических разработок. Все это планируется сделать в ближайшее время. Наша цель — *обратить внимание*, на то, что проблема изучения приближенных вычислений существует, она актуальна и требует решения. Ее актуальность, а возможно и ключ к решению проблемы выразим словами И. Кавуна, которым уже около ста лет: *«На самом деле, если бы преподаватели* (говоря современным языком: составители программ, учебников, методических пособий...) *вникли в совершенно ненормальное положение математических предметов и тех предметов, которые пользуются математикой, страдающие оттого, что ученик, встречаясь постоянно с неточными числами, не умеет оперировать с ними, то появилось бы* ***желание, а с ним и возможность*** *дать сведения о приближенных числах в такой форме, чтобы они стали доступны и привычны ученику»* (И. Кавун «Приближенные вычисления: курс элементарный»,1924г.).

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ-ГУМАНИТАРИЯМ

Шикин Е.В., Шикина Г.Е.

МГУ имени М.В. Ломоносова

Тел.: 8-4959395339, e-mail: shikin@spa.msu.ru

Алгебра может показаться нудной гадостью, но само её сарацинское имя звенит романтикой крестовых походов.
Г.-К. Честертон [1]

Преподавание математических курсов студентам, обучающимся по гуманитарным направлениям и специальностям, имеет целый ряд специфических особенностей, которые должен учитывать каждый преподаватель, приступающий к общению с гуманитарно настороенной аудиторией. Это сложившиеся и складывающиеся стереотипы и специфические условия среды, в которой оказывается преподаватель.

Первый из сложившихся стереотипов — это противопоставление гуманитарного образования естественнонаучному и инженерно-техническому. Его носителями на факультетах гуманитарного профиля являются преподаватели, ведущие гуманитарные курсы; именно они в основном и формируют преподавательский корпус. Их представление о математике сложилось ещё в далёкие школьные годы в результате не всегда удачного знакомства с элементарными алгеброй и геометрией. И теперь они щедро делятся этим своим отношением со студентами, мешая последним вырабатывать свою собственную точку зрения. Связанное с этим отсутствие поддержки (развития) математических подходов со стороны других курсов, приводит к тому, что курс математики как бы зависает.

Кстати, достаточно широко распространённое представление о том, что каждый студент-гуманитарий сходу отвергает любое математическое вторжение в учебный процесс, не верно. Тем не менее, сама гуманитарная аудитория заметно отличается от физико-математической или инженерной. С этим сталкивается каждый непосредственно входящий в аудиторию, где сидят студенты-гуманитарии; при этом речь идёт вовсе не об уровне математической подготовки, который часто оказывается довольно разным. Правда следует признать, что в целом мотивация к овладению сведениями из математики у студентов-гуманитариев очень слаба. А ведь мотивация играет огромную роль, стимулируя интерес, без которого обучение не может быть успешным.

Стремление сократить количество часов, отпускаемое на математику, с целью увеличения доли специализированных дисциплин, присущее многим вузам самого разного профиля, в гуманитарных проявляется особенно остро. Поэтому самое большое, на что можно рассчитывать преподаватель математики, это семестровый или двухсеместровый курс. Исключения весьма редки.

Отмеченное выше противопоставление гуманитарного и естественнонаучного носит двойственный характер — естественнонаучное и инженерно-техническое противопоставляется гуманитарному, что нередко приводит преподавателей математики к одинаковому восприятию весьма неоднородного гуманитарного образовательного многообразия. К примеру, в представлении многих математиков экономические и управленческие специальности не сильно отличаются от исторических и филологических.

Теперь немного о том, что́ рассказывать и как строить курс. Здесь очень мешает давно сложившийся стереотип преподавания математики, привязанный к количеству отпущенных часов — «тех же щей, но пожиже влей». Вместе с тем, за последние 150 лет накоплено большое количество разнообразного математического материала, вовсе не рассматриваемого в средней школе, часть которого может быть изложена вполне доступно. Например, глубокая идея математического моделирования и её воплощение в самых разных, часто совсем нетрадиционных областях могут быть ярко и интересно показаны на целом ряде задач, способных заинтересовать студента-гуманитария любого направления, в том числе и с практической точки зрения. И вообще, XX-й век — это время появления новых областей приложения математики с их взаимообогащающим влиянием на царицу наук.

При этом нет ни смысла, ни времени стараться «объять необъятное». Скорее наоборот, материал до́лжно подвергнуть жёсткому отбору, руководствуясь следующими правилами: предлагаемый материал мотивирован и интересен, изложение доступно и по возможности наглядно. Уходя от технического перенасыщения, разумно вложить в руки студентов сравнительно простой, но действенный, рабочий инструментарий, позволяющий решать достаточно широкий круг типичных задач, и непременно подкрепить интересными заданиями для самостоятельного исполнения, показывающими возможности предложенного инструментария и раскрывающими возможности самих студентов. Без заметного ущерба целостности изложения отбор материала можно провести, практически не опираясь на школьные знания. Наш опыт показывает, что достигаемые успехи способствуют появлению у студентов искреннего интереса к предмету и развитию более взвешенного отношения к математическим вкраплениям в область их изначальных интересов.

Есть ещё одна проблема в преподавании математики, которую никак нельзя оставлять в стороне — это нарастание доли студентов, заражённых склонностью обучаться, не прикладывая усилий. В ходе обучения преподаватель всё чаще наталкивается на разнообразно выражаемое нежелание напрягаться. А ведь дельное усвоение даже скромного набора математических понятий и фактов определённого напряжения всё же требует. Поэтому необходимы хорошо продуманные и тщательно выверенные формы контроля с ясно обозначенной высотой планки.

Список литературы

1. *Честертон Г.-К.* Эссе, статьи и «Чарльз Диккенс». – М.: Book chamber international, 1995.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Шмигевский Н.В.

Киевский национальный университет технологий и дизайна

e-mail: shmyg@freenet.com.ua

На процесс формирования математического мышления, кроме сложного переплетения рациональных и интуитивных факторов, существенно влияют методологические рефлексии и исторические экскурсы. Повышению математической культуры студентов содействует освещение основных направлений методологии математики, а именно направление исторического анализа развития математики и направления логического исследования проблем обоснования математики.

В интерпретации математического знания существует несколько традиций. Каждая из них воплощает разные подходы, предлагает разные толкования исторического развития, определяет приоритеты тех или иных методов, подходы к раскрытию статуса математических истин и объектов. Разработаны концепции обоснования математики: логицизм (Рассел, Уайтхед, Витгенштейн), интуиционизм (Брауэр, Гейтинг, Вейль), формализм (Гильберт, Бернайс, Аккерман). Программа интуиционистов стала основой для формирования конструктивного направления в математике (Черч, Тьюринг, Пост).

Одним из наиболее важных выводов, к которому пришли все основные методологические концепции, стал тот факт, что понятие математической теории в смысле теории, которая охватывается системой аксиом теоретико-множественного типа, существенно шире, чем логическое понятие дедуктивной теории: даже при развитии арифметики натуральных чисел неизбежным является неограниченное применение новых способов логических рассуждений, которые выходят за пределы любого финитного набора стандартизованных приемов. Вследствие этого существенно изменилось содержание методологических аспектов принципов полноты и непротиворечивости аксиоматической теории.

Следует особенно отметить важные результаты К. Геделя (1931 г.), которые имеют транскультурное значение. Он установил принципиальную невозможность полной формализации математики и доказал две важные теоремы о неполноте аксиоматических теорий. Оказалось, что принципы непротиворечивости и полноты нельзя совместить в рамках достаточно развитой дедуктивной теории (типа арифметики натуральных чисел, аксиоматической теории множеств и т.д.).

Это открытие привело к пересмотру «технологии» дедуктивных построений и замене методологической парадигмы математического мышления. Результаты Геделя показали, что обоснование математики в рамках лишь самой математики принципиально невозможно. Эти результаты, а также теоремы Черча, Коэна, Левенгейма–Сколема привели к радикальным изменениям в методологии математики. Они установили принципиальную ограниченность аксиоматического метода: каждая попытка «втиснуть» достаточно богатую математическую теорию в рамки некоторой формальной системы неизбежно ведет к утверждениям, которые невозможно ни доказать, ни опровергнуть в пределах этой системы. Для доказательства непротиворечивости такой системы внутренних ее средств недостаточно, поэтому необходимо использовать более сильные, внешние по отношению к данной системе средства, которые уже не могут быть финитными, конструктивными.

Для повышения методологической культуры важно выделить различные типы систем знаний, которые отличаются уровнем автономности от социокультурного контекста. Такие системы делят на две группы: научные и квазинаучные системы. Основное внимание следует уделить анализу научных систем, указать на их методологические отличия, историческую реконструкцию и способность к структурированию аспектов реальности.

Требуют также освещения герменевтические проблемы методологии, а именно: проблема знания и его понимания, проблема семантической многоплановости текста, выяснение отличий между синтаксической и семантической непротиворечивостью или полнотой дедуктивной теории. Важно выделить разные уровни методологического знания, а именно: уровень философской методологии, уровень общенаучных методологических принципов и форм исследования, уровень конкретно-научной методологии, уровень методики и техники исследования.

Ознакомление с современными концепциями математики должно быть неотъемлемой чертой качественного математического образования. В частности, заслуживает на внимание фрактальная концепция математики, которая в определенной мере разрушает евклидову научную программу, поскольку размерность фрактала может выражаться и не целым числом (например, может быть дробной). Таким образом, концепция фрактала расширяет традиционный запас геометрических форм. Б. Мандельброт (1975 г.) начал систематическую разработку фрактальной теории, а ныне исследования в этом направлении являются одними из наиболее перспективных. Фракталы позволяют учитывать в математических моделях микроструктуры и микрофлуктуации реальных объектов, процессов и явлений.

Расширение класса геометрических форм происходит за счет рассмотрения объектов, которые ранее считали «странными» и «патологичными» в силу их сложного внутреннего строения. Примерами могут служить: множество Кантора, «ковер» Серпинского, «снежинка» Коха, множество Мандельброта, множество Жулиа и др. Возможно, фрактальная концепция приведет к принципиальному пересмотру взглядов не только на порядок и хаос, но и вообще на реальность и ее познание.

ОБЩИЙ ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Шувалова Л.Е., Апайчева Л.А.

Нижнекамский химико-технологический институт, Нижнекамск

Татарстан

e-mail: `nchti@nchti.ru`

В ряде прикладных задач встречается нелинейное сингулярное интегральное уравнение вида

$$Kx \equiv \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\sqrt{\frac{1-\tau}{1+\tau}}\frac{x(\tau)}{\tau-t}d\tau \quad + \quad \frac{\lambda}{\pi}\int_{-1}^{1}\sqrt{\frac{1-\tau}{1+\tau}}h(t,\tau,x(\tau))d\tau = y(t), \quad |t|<1, \tag{1}$$

где $h(t,\tau,u)$, $y(t)$ — данные функции, λ — вещественный параметр, а $x(t)$ — искомая функция, причем сингулярный интеграл понимается в смысле главного значения по Коши–Лебегу.

Поскольку задача (1), как правило, точно не решается, то для ее решения применяются различные приближенные методы (обзор таких методов можно найти, напр., в [1],[2]).

С использованием подходов, предложенных в [1], вводим пару пространств X, Y. Пусть $X = L_{2p}[-1,1]$, $\quad Y = L_{2q}[-1,1]$ — лебеговы пространства квадратично-суммируемых на $[-1,1]$ функций с весами

$$p(t)=\sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \quad q(t)=\sqrt{\frac{1+t}{1-t}},$$

и нормами

$$\|x\|_X = \left(\int_{-1}^{1} p(t)|x(t)|^2 dt\right)^{\frac{1}{2}}, \quad x\in X, \quad \|y\|_Y = \left(\int_{-1}^{1} q(t)|x(t)|^2 dt\right)^{\frac{1}{2}}, \quad y\in Y,$$

соответственно.

Тогда уравнение (1) можно записать как эквивалентное операторное уравнение вида

$$K\left(x\right)\equiv Sx+\lambda Th\left(x\right)=y \quad \left(x\in X,\ y\in Y\right),$$
$$Sx=\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}p\left(\tau\right)\frac{x\left(\tau\right)}{\left(\tau-t\right)}d\tau,\ Th\left(x\right)=\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}q\left(\tau\right)h\left(t,\tau,x\left(\tau\right)\right)d\tau. \tag{2}$$

Следуя [1], найден вид обратного оператора $S^{-1}: Y \to X$, доказана теорема существования и единственности решения уравнения (1). Приближенное решение задачи (1) будем искать в виде многочлена

$$x_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k Q_{k-1}(t) \in X_n, \quad Q_k(t) = \cos k \arccos t, \quad -1 < t < 1, \quad n \in N. \tag{3}$$

Через H_n будем обозначать множество алгебраических многочленов порядка не выше n,где $n \in N$, а через $C = C[-1,1]$ — пространство всех непрерывных на сегменте [-1,1] функций с обычной нормой. Пусть$X_n = H_{n-1} \cap X$, $Y_n = H_{n-1} \cap Y$. Обозначим через$P_n^{(1)} \equiv P_n^{(1)}(Y, Y_n)$ — множество всех линейных проекционных операторов $P_n : Y \to Y_n$, ограниченных по норме в совокупности. А через $P_n^{(2)} \equiv P_n^{(2)}(Y, Y_n)$ обозначим множество всех линейных проекционных операторов из Y в Y_n, таких, что$P_n : Y \to Y_n$ неограничены, а $P_n : C \to Y$ограничены по норме в совокупности. Приближенные решения задачи (1) определяются как решения операторного уравнения

$$K_n(x_n) \equiv P_n K(x_n) \equiv P_n S x_n + P_n T h(x_n) = P_n y \qquad (x_n \in X_n,\ P_n y \in Y_n). \tag{4}$$

Очевидно, что уравнение (4) эквивалентно СНАУ порядка $n \in N$ относительно неизвестных $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n \in \mathbb{R}$. Для схемы (1), (3), (4) имеют место следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть функция $h(t,\tau,u)$ удовлетворяет условиям*

$$|h(t,\tau,u_1) - h(t,\tau,u_2)| \leqslant M|u_1 - u_2|, \quad h(t,\tau,0) = 0, \tag{5}$$

а $P_n \in P_n^{(1)}$, $\|P_n\|_{Y \to Y_n} \leqslant c_1 = \mathrm{const}$; кроме того, числовой параметр λ такой, что $|\lambda| < \dfrac{1}{Mc_1}$. Тогда при всех натуральных n аппроксимирующие уравнения (4) однозначно разрешимы, и приближенное решение x_n^* удовлетворяет неравенству

$$\|x_n^*\|_{X_n} \leqslant \frac{\|P_n\|_{Y \to Y_n} \|y\|_Y}{1 - q_1}, \quad q_1 = |\lambda| c_1 M < 1 \quad .$$

Приближенные решения x_n^* сходятся к точному решению x^* со скоростью,

$$\|x^* - x_n^*\| \leqslant \frac{2c_1}{1 - q_1} E_{n-1}(Sx^*)_Y,$$

$E_n(f)_Y$ — наилучшее среднеквадратическое приближение функции $f \in Y$ элементами из Y_n.

Теорема 2 *Пусть функция $h(t,\tau,u)$ удовлетворяет условиям (5), а $P_n \in P_n^{(2)}$, $\|P_n\|_{C \to Y} \leqslant c_2 = \mathrm{const}$ и $y(t)$, $S(x^*;t) \in C[-1,1]$. Если $|\lambda| < \dfrac{\sqrt{2}}{Mc_2}$, то:*

а) уравнение (4) имеет единственное решение $x_n^* \in X_n$ при любой пра-

вой части $P_n y \in Y_n \subset Y$, $P_n \in P_n^{(2)}$, причем приближенное решение удовлетворяет неравенству

$$\|x_n^*\|_{X_n} \leqslant \frac{c_2\|y\|_C}{1-q_2}, \quad q_2 = |\lambda| c_2 M < 1;$$

б) приближенные решения x_n^* сходятся к точному решению x^* со скоростью

$$\|x^* - x_n^*\|_X \leqslant \frac{2\|P_n\|_{C\to Y_n}}{1-q_2} E_{n-1}(Sx^*)_C,$$

где $E_n(f)_C$ — наилучшее равномерное приближение функции $f \in \in C[-1,1]$ алгебраическими многочленами степени не выше n.

Из доказанных выше теорем единым способом следуют сходимость и оценка погрешности таких известных методов, как методы ортогональных многочленов, подобластей и коллокации.

Список литературы

1. *Габдулхаев Б.Г.* Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений I-го рода. – Казань: Изд-во КГУ, 1995. – 288 с.
2. *Белоцерковский С.М., Лифанов И.К.* Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.: Наука, 1985. – 254 с.

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ-ПСИХОЛОГОВ В УНИВЕРСИТЕТСКОМ КЛАССИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Яблонская Н.Б., Демьянко С.В.

Белорусский государственный университет, механико-математический факультет, кафедра общей математики и информатики

220050, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 4-420

Тел.: 2095048, e-mail: natsev@tut.by, demyanko@bsu.by

Для студентов-психологов БГУ предусмотрен односеместровый курс «Основы высшей математики», который состоит из 24 ч. лекционных и 44 ч. практических занятий. Следует отметить, что изучаемые в данном курсе разделы математики ориентированы на специализацию студентов, что дает дополнительную мотивацию при его изучении. Кроме того, он подготавливает их к изучению курса «Математические методы в психологии», который содержит в себе необходимые для работы психолога разделы математической статистики.

Основной целью курса «Основы высшей математики для психологов» является повышение уровня математической подготовки студентов и ориентация их на использование математических методов при проведении психологических исследований. Математика является значительной, очень важной частью общечеловеческой культуры и это указывает на необходимость ее изучения при получении университетского образования, в том числе и студентами различных гуманитарных специальностей. Математика формирует качества мышления, необходимые для полноценного функционирования человека в современном обществе. Прежде всего, она развивает абстрактное мышление студентов, включающее логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, а также такие его качества, как сила и гибкость, конструктивность и критичность. Она воспитывает такой склад ума, который требует критической проверки и логического обоснования тех или иных положений и точек зрения, а это необходимо любому профессионалу. Однако роль математики этим не ограничивается. Изучение математики оказывает определяющее влияние на формирование математической культуры человека. Изучение математики приучает к полноценной аргументации и предостерегает от необоснованных обобщений [1]. Отдельно также следует остановиться на роли математики при овладении студентами-психологами своей будущей профессией.

Психологи охотно использовали язык математики для формулирования своих законов. Польский психолог Т. Томашевский, например, долго искал «словесную» формулировку открытого им закона «о побуждении человека к действию», но в результате выразил этот закон математической формулой $D = f(V, P)$, согласно которой решение, приводящее к действию D, есть функция ценности цели V и вероятности ее реализации P. Недаром Иммануил Кант писал, что в любой теории столько науки, сколько в ней математики. А известный математик Рене Декарт, внесший значительный вклад также и в развитие психологии, утверждал, что психология не может существовать без математики [2]. Кроме того, из истории психологии хорошо известно, что, например, психофизика начала свое развитие с установления математических закономерностей (знаменитая формула Вебера–Фехнера). В настоящее время математические процедуры обязательно входят в такие разделы психологии как психометрика, психодиагностика, дифференциальная психология. Современная психогенетика, например, широко использует такой раздел высшей математики, как структурное моделирование и т.д. Главное отличие отраслей психологических знаний, использующих математические методы, заключается в том, что их предмет исследования не только может быть описан, но измерен. Возможность измерения того или иного психологического феномена, свойства, характеристики, черты и т.д. открывает доступ для применения методов количественного анализа, а значит, и соответствующих вычислительных процедур [3].

Немалую роль играет и тот факт, что использование языка математики расширяет видение мира ученого-гуманитария. Овладение им позволяет эффективно использовать в своей работе достижения естественных наук, заимствовать методы исследования, разработанные модели, проводить аналогии при решении собственных задач. Математика является своеобразным пропуском в мир естественных наук. Иногда приходится сталкиваться с ситуацией, когда студент отталкивает все, что содержит формулы, апеллируя тем, что он «гуманитарий». Такое отторжение идет еще со школьной скамьи, но изучать математику необходимо, и важное значение здесь имеет то, насколько сильно будет увязан изучаемый курс с будущей специальностью студента.

Одной из основных задач психологии как науки является выявление и исследование закономерностей, которым подчиняются реальные процессы. Решение этой задачи невозможно без использования математического аппарата. Исходя из этого курс «Основы высшей математики для психологов» построен таким образом, чтобы дать студентам полезный практический навык работы.

Список литературы

1. *Еровенко В.А. и др.* Компьютерная и математическая грамотность — основа интеллектуальной безопасности и имиджа страны // Вышэйшая школа. – 2007. – № 3. – С. 27–32.
2. *Ганичева А.В.* Математика для психологов. – М.: Аспект Пресс, 2005. – 239 с.
3. *Ермолаев О.Ю.* Математическая статистика для психологов. – М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 2006. – 336 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ КУРСЫ В ПРОГРАММАХ ФИЗИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ УНИВЕРСИТЕТОВ США, ЕВРОПЫ И ЯПОНИИ

Ягола А.Г.

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

119991, Москва, Россия

e-mail: yagola@inverse.phys.msu.ru

В докладе дается сравнительный анализ математического образования студентов-физиков в университетах ряда стран и на физическом факультете Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

О ПРОФИЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ КЛАССИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ ПО ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ КВАЛИФИКАЦИИ «ПРЕПОДАВАТЕЛЬ»

Ярдухина С.А.

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова

428015, Чебоксары, Московский пр., 15

Тел.: (8352)346625, e-mail: s-yard@mail.ru, merlina@chuvsu.ru

С 2001 года на кафедре методики преподавания математики математического факультета Чувашского государственного университета открыта дополнительная квалификация «Преподаватель». Поскольку ЧГУ является классическим, а не педагогическим, университетом, подготовка школьных учителей не входит в его задачи, и все выпускники математического факультета получают квалификацию «Математик». Студенты-математики, которые желают в будущем заниматься преподаванием, проходят специализацию на кафедре методики преподавания математики, для чего изучают на 3–5 курсах цикл спецдисциплин: «История и методология математики»; «История отечественного школьного математического образования»; «Содержание программ и учебников по математике»; «Содержание внеклассной работы по математике», «Геометрические задачи на построение», «Практикум», «Бриллианты элементарной геометрии», «Избранные главы элементарной математики (олимпиадные задачи)», «Современные основы школьного курса математики», «Методика преподавания математики», «Современные педагогические технологии», «Новые информационные технологии», «Конструирование задач по элементарной математике».

Последние четыре дисциплины, в свою очередь, образуют блок дисциплин дополнительной квалификации «Преподаватель» (речь идет о курсах, которые читаются на кафедре методики преподавания математики). Студентам, проходящим специализацию на других кафедрах, для получения квалификации достаточно изучить только этот блок дисциплин плюс некоторые курсы психолого-педагогического направления. Однако для полноценной профессиональной подготовки специалиста-педагога желательно прослушать и курсы специализации по методике преподавания математики, поэтому посещение этих курсов открыто для всех студентов математического факультета.

В настоящее время утверждена Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования, в которой предусматривается профильное обучение в старших классах общеобразовательных школ. Поэтому будущий учитель математики должен быть готов к работе на профильном уровне и иметь необходимую теоретическую и практическую базу для преподавания соответствующих разделов курса математики. Учителя школ Чувашской Республики отмечают, что наибольшую популярность среди учеников имеют те элективные курсы предпрофильной подготовки и профильного обучения, содержание которых составляют такие разделы школьной математики, как «прикладные» (текстовые задачи, математические методы в экономике, элементы теории вероятностей и математической статистики), «абитуриентские» (задачи с параметрами, функции и их свойства, методы решения уравнений и неравенств), «олимпиадные» (методы решения олимпиадных задач, задач повышенной трудности, логические задачи). В связи с этим, выбор упомянутых выше дисциплин для дополнительной квалификации «Преподаватель» вполне обоснован.

Педагогическую практику студенты проходят в 10 семестре в школах г. Чебоксары с давними математическими традициями. Кроме того, все студенты кафедры приглашаются для работы в жюри различных олимпиад, проводимых при участии кафедры методики преподавания математики.

В докладе будут рассмотрены некоторые вопросы подготовки будущих учителей математики к работе в профильной школе в рамках дополнительной квалификации.

Секция 5

«ОБРАЗОВАНИЕ И НРАВСТВЕННОСТЬ»

ВОПРОСЫ НРАВСТВЕННОСТИ В ОБУЧЕНИИ МЕДИЦИНЕ ГЛАЗАМИ СТУДЕНТА

Боровиков П.В.

e-mail: Alges1s@rambler.ru

В прессе, по радио в настоящее время проводится дискуссия: нравственно ли обучать будущих медиков, в частности хирургов, так, как это делается до сих пор (на подопытных животных, при препарировании мертвых тканей и т. д.) или имеет смысл обучать их виртуально, создавая необходимые программы.

Постановка данного вопроса, видимо, связана с тем, что соответствующие министерства собираются модернизировать программы обучения под давлением защитников животных и других, скорее экономически заинтересованных, лиц. На наш взгляд, взгляд студентов-медиков, постановка вопроса в таком ракурсе не совсем правильная, т.к. она приводит к экстремальным решениям, а крайности, отклонения вправо, влево, тем более в медицине, всегда опасны.

Истина, видимо, как всегда находится по середине. Бесспорно, полезно отрабатывать методики виртуальных операций, терапевтического лечения, создания новых лекарств и т.д. Но также очевидно, что виртуальные лаборатории не могут заменить работу медика с живой (или мертвой) тканью, пока он сам полностью не проведет, например, лечение больного в клинике, подготовившись к этому с помощью «мнимого» компьютерного больного.

Включаясь в поднятую современную дискуссию, мы высказываемся за оптимальное решение данного вопроса, за разумное сочетание обоих методов. Одновременно хотелось бы пожелать всем, кто управляет медицинским обучением (министерствам, ректорам, деканам, преподавателям) находить возможности оснащения больниц, клиник, лабораторий современной аппаратурой, обращать больше внимания на их дизайн, удобства для больных, чтобы разгрузить врачей от изнуряющей технической работы и дать простор творчеству, смелее внедрять компьютерные технологии, больше уделять внимания в процессе обучения статистическим методам обработки данных и другим более современным математическим и информационным методам, а персоналу клиник — более внимательного, бережного отношения к больному.

Безусловно, к проблемам нравственности государства относится создание условий, позволяющих медикам организовать достойную жизнь. Речь идет об адекватной заработной плате, которая позволит врачам больше сосредотачиваться на профессиональных проблемах, а не заниматься поиском дополнительных заработков. Этот процесс, который очень бросается в глаза студентам-практикантам фактически отражает расхождение между словом и делом ответственных лиц и формирует недоверие к руководителям нашей страны.

О СТРОИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ КАК ПРИЛОЖЕНИИ В РАМКАХ ПРЕПОДАВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ШКОЛЕ

Ваганян В.О.

Российский университет дружбы народов, кафедра высшей математики

Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6

e-mail: vmicheev@list.ru

Часто строители даже простейших объектов сталкиваются с задачами, решения которых требуют геометрические знания. Такие знания в школьных учебниках геометрии имеются, но в разных местах. Полезно представлять их отдельным разделом (в конце курса 9 класса). Наблюдения показывают, что многие строители с высшим строительным образованием не в состоянии вычислить площади и объёма простых фигур. Забыли. Раз забыли многие, то причина не в памяти, а в методике построения и преподавания геометрии. Для устранения этого пробела, можно включить в учебник геометрии в качестве приложения небольшой цикл несложных задач под заголовком «Строительные задачи». Например, такие:

1. Доказать, что из одинаковых плиток, имеющих форму параллелограмма, можно сделать паркет, полностью покрывающий любую часть пола. 2. Доказать, что из одинаковых плиток, имеющих форму треугольника, можно сделать паркет, полностью покрывающий любую часть пола. 3. Доказать, что из одинаковых плиток, имеющих форму трапеции, можно сделать паркет, полностью покрывающий любую часть пола. 4. Требуется из данного стройматериала построить прямоугольный бассейн с периметром 40 м так, чтобы площадь поверхности воды была наибольшей. Надо определить длину и ширину бассейна. 5. Требуется из данного стройматериала построить бассейн с периметром 40 м так, чтобы площадь поверхности воды была наибольшей. Какую форму бассейна следует выбрать? 6. На треугольном участке земли строится прямоугольный бассейн так, чтобы одна из его сторон проходила по границе участка, а все вершины прямоугольника лежали на границе участка. Когда площадь поверхности бассейна будет наибольшей? 7. На треугольном участке земли строится квадратный бассейн так, чтобы одна из его сторон проходила по границе участка, а все вершины квадрата лежали на границе участка. 8. Два строителя обсуждали задачу, суть которой заключалась в следующем: надо достроить сегмент до полного круга. Один строитель говорил, что это возможно (приблизительно). Другой считал, что невозможно: круг не получится даже приблизительно. Кто прав? Хорда, стягивающая дугу

сегмента, равна 3,05 см. Расстояние от середины хорды до дуги сегмента равна 0,62 м. (эта задача возникла в 2004 году в ремонтных работах в здании Московской Художественной Академии им. В.И. Сурикова). 9. Два посёлка находятся по разные стороны от реки. Построить кратчайшую дорогу, соединяющую эту посёлки.

Простое и оригинальное решение имеет последняя задача. Для её решения требуются лишь знания общих геометрических фактов из курса 7–8 классов. В приведённом списке задач мы старались отразить некоторые типичные и наиболее часто встречающиеся в строительной практике задачи. Можно этот список продолжить, улучшить по качеству и количеству. Можно и нужно включить в него также строительные задачи пространственного характера (в X–XI классах). Однако это уже технический вопрос. Проблема в том, что не только инженеры-строители, но и специалисты других специальностей часто не обладают даже элементарными геометрическими знаниями, необходимыми им в практической работе.

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ ЧЕРЕЗ ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ

Вечтомов Е.М.

Вятский государственный гуманитарный университет, кафедра высшей математики

610002, Киров, ул. Красноармейская, 26

e-mail: `vecht@mail.ru`

Мотивация. В математике — науке и дидактике — одинаково значимы интуитивно-содержательная и абстрактно-логическая составляющие, индуктивный и дедуктивный способы формирования и развития знания. Также весьма важно гармоничное сочетание дискретного и непрерывного в изучении математики и в понимании её характера. Моделирование — универсальный метод научного познания. В математике моделирование проявляется в построении примеров и контрпримеров понятий и теорий. Освоение модельных примеров основополагающих математических теорий — отправной и важнейший акт обучения математике, это предметный фундамент, на котором стоит весь курс математики и отдельные его части. Кроме того, моделирование означает реализацию и визуализацию математических абстракций посредством осязаемых, наглядных образов: различных графов, диаграмм Эйлера–Венна для множеств, таблиц Кэли конечных алгебр, диаграмм Хассе конечных упорядоченных множеств, пучков и т. д. К моделированию следует отнести разнообразные теоремы представления и координатизации математических объектов. См. [1, §§ 5, 16, 25]. Например, функциональные представления алгебраических систем сечения пучков. Хорошие пучковые представления допускают кольца [2], а также полукольца, включая ограниченные дистрибутивные решётки, булевы алгебры и минимаксные числовые полуполя. Следует иметь в виду и историко-философскую мотивацию обучения на материале элементарного математического моделирования.

Дидактические и методологические аспекты. 1. Модели в математике могут выступать в качестве подтверждающих примеров (верификация) или опровергающих контрпримеров (фальсифицируемость). Понимание и построение простейших моделей — необходимая составляющая математического образования в вузе. Процесс математического познания есть чередование моделей-объектов и моделей-теорий, происходящее при смене формализации, или знакового, идеального моделирования, и интерпретации, или предметного, материального моделирования [1, §5]. **2.** Конкретные математические модели — это содержательно-значимая сторона математики. Исходные модели служат основой и предпосылкой интуитивно-образного познания. Таковыми являются основные числовые системы, обычное евклидово пространство, кольца классов вычетов целых чисел, булеаны и т. п. **3.** Абстрактные математические объекты — это фундаментальные математические структуры и их конгломераты. По Бурбаки, к ним относятся алгебраические, порядковые и топологические структуры, взятые в чистом виде. Сюда можно прибавить пространства с мерой и структуры инцидентности [1, § 14], [3]. Простые примеры и контрпримеры групп, колец, решёток, метрических и топологических пространств, геометрий и графов служат интерпретацией фундаментальных математических теорий. **4.** Велика логическая роль математических моделей — как в научном, так и в методическом плане. Дидактически и психологически никакая формальная аксиоматика невозможна без семантики. Доказательство непротиворечивости и независимости аксиом заключается в построении соответствующих моделей, зачастую, простейших моделей. Назовем аксиоматику Пеано натурального ряда, определения группы, порядка, метрики и топологии, исчисление высказываний, теорию конечных плоскостей. И здесь желательно ознакомление студентов с языком математической логики и с началами теории моделей. **5.** С развитием компьютерной алгебры возрастает значение конечных математических объектов. Различные мини-структуры (т. е. конечные алгебры и графы, пространства с небольшим числом элементов) важны также в методологическом, эвристическом и прикладном отношении. Компьютерное моделирование выполняет функции математического эксперимента и прогнозирования, служит методом так называемой супериндукции. **6.** Так, на моделях конечных плоскостей можно просто, наглядно и увлекательно показать и сопоставить главные геометрии в миниатюре: евклидову (аффинную) и проективную геометрии, геометрию Лобачевского, указать другие логические возможности. В качестве иллюстрации возьмем пятиэлементное множество, и все его двухэлементные подмножества объявим прямыми (линиями). В результате получим некую «плоскость» Π с 5 точками и 10 прямыми, в которой выполняется первая аксиома аффинной плоскости: через любые две различные точки проходит одна-единственная прямая. Более того, никакие три различные точки плоскости Π не лежат на одной прямой. Плоскость Π не является ни аффинной, ни проективной плоскостью, но служит мини-аналогом плоскости Лобачевского: через любую точку, не лежащую на произвольно взятой прямой, проходят ровно две прямые, не пересекающие данную.

АГРЕССИЯ В ОБЩЕСТВЕ: ПРОБЛЕМЫ СОЦИАЛЬНО-КУЛЬТУРНОГО И НРАВСТВЕННОГО ВОСПИТАНИЕ МОЛОДЕЖИ

Глебов В.В.

РУДН, экологический факультет

Москва, Подольское шоссе 8/5 к.319

Тел.: 8-9262753960, e-mail: vg44@mail.ru

Ответить на вопрос, в каком обществе мы с вами в настоящее время живем, агрессивном или нет, можно по-разному. С одной стороны, с ростом цивилизации мы наблюдаем, как уходят в прошлое дикие по своей сути сцены публичной казни, детство становится ценностью для общества, принята «Декларация прав ребенка». Сегодня мы учимся бережно относиться к детям, видя в нем личность. С другой стороны, мы наблюдаем как в этом же самом цивилизованном обществе происходит нарастание преступности, особенно быстрыми темпами это происходит в подростковой среде и даже в детской. Наша изобретательность по возможности создаваемого оружия массового поражения поражают воображение. Человек научился использовать свой выдающийся интеллектуальный потенциал для того, чтобы уничтожать много и изощренно [1]. Таким образом, мы видим насколько велика роль социокультурных факторов воспитания в формировании агрессивного поведения человека и культивировании агрессивности как личностной черты. Убедиться в значимой роли этих факторов мы можем, сравнивая уровень агрессии в государствах с различными формами государственного устройства; изучая системы господствующих социально-культурных ценностей и стереотипов; выявляя в малых группах в зависимости от стиля управления; рассматривая также экологические факторы окружающей среды (географические, климатические), влияющих на характер и нормы взаимоотношений членов сообществ [1,2,3,4]. Анализируя результаты научных исследований можно отметить, что воспитание в атмосфере борьбы и соперничества приводит к усилению агрессивно-конкурентных черт личности [3]. Специалисты разных гуманитарных и естественно научных дисциплин обращают внимание общественности на то обстоятельство, что широкое распространение агрессии в условиях современного общества во многом обусловлено теми важными функциями, которые она выполняет. Это безусловно позволяет людям с наименьшими затратами реализовывать свои цели и желания, обеспечивая престиж и успех в обществе. Есть данные исследований, что различные школы значительно отличаются друг от друга по частоте случаев антиобщественного поступков и расстройств поведения у детей, в связи с чем «создается впечатление, что это в какой-то степени зависит от царящей в школе атмосферы, от стиля принятой в ней системы преподавания или дисциплины, которые либо предрасполагают к совершению асоциальных поступков, либо препятствуют их возникновению. Но до сих пор неизвестно, что представляют собой эти влияния и насколько сильный эффект они оказывают» [5, с. 280].

Причиной повышенной агрессивности детей могут быть особенности организации их групповой жизнедеятельности: слишком большая численность детей в группе, нехватка подсобного материала и оборудования, ограниченность пространства, плохая организация занятий, т. е. те условия, которые в принципе поддаются регулированию со стороны воспитателей. Отмечается такой источник детской агрессии, как соревновательность, состязательность у детей, которые, по мнению специалистов, являются феноменами развития, их роль и место возрастают с годами. При этом важно иметь ввиду, что и отношение к конкуренции, и отношение к сотрудничеству прежде всего зависят от социально-культурных факторов [4].

Затрагивая вопрос агрессии, конечно, обязательно необходимо указать и громадную роль семьи, ибо она закладывает те культурно-нравственные установки и человеческие ценности, которыми ребенок будет выстраивать в своей жизни.

Жить в обществе и быть свободным от общества нельзя. Все свои проблемы, начиная с самого момента рождения, человек решает с участием других людей. По этой причине болезни и трудности роста общества легко становятся болезнями и трудностями роста человека. Вместе с тем, добиваясь личностной зрелости наших детей, важно помнить, что личность характеризуется не только тем, в какой степени она способна приспособиться к среде, в том числе общественной. По мере своего продвижения к совершенству, цельности и гармонии человек становится все более способен создавать условия, необходимые для реализации его жизненных целей и ценностей, приспосабливать среду к себе. Для того чтобы этот процесс проходил успешно, и требуется каждому из нас знание объективных законов действительности и социальной жизни [2,5].

Список литературы

1. *Бэрон Р., Ричардсон Д.* Агрессия. – СПб., 2001.
2. *Колосова С.Л.* Психологические особенности агрессивных детей 5–7-летнего возраста. / Дисс. канд. психол. наук. – М.: 1994.
3. *Мухина В.С.* Индивидуальное развитие личности // Феноменология развития и бытия личности. – М.: Воронеж, 1999.
4. Одаренные дети. / Под общ. ред. Г.В. Бурменской и В.М. Слуцкого. – М.: 1991.
5. *Раттер М.* Помощь трудным детям. – М.: 1987.

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ

Ермолаев Е.А.

Тольяттинский государственный университет,
445022 г. Тольятти, ул. Белорусская 14

Факс: `8(8482)229522`, e-mail: `erema123@rambler.ru`

В «Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования» [1] основные цели профильного обучения сформулированы следующим образом: обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования; создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ; способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями; расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

Реализация профильного обучения, то есть достижение обозначенных целей, предполагает систему, включающую три типа учебных предметов: базовые, профильные и элективные (Схема 1). Каждый из них имеет своё назначение. Так, базовые курсы необходимы для продолжения общеобразовательной, общекультурной составляющей школьного образования. Состав этих учебных предметов должен быть минимальным, но функционально полным с точки зрения реализации задач общего образования. Профильные курсы — предметы повышенного уровня, определяющие направленность, специализацию каждого конкретного профиля обучения, одновременно с этим, не являющиеся углублёнными курсами. Они занимают промежуточное положение между базовыми и углублёнными курсами. Третий тип — элективные курсы. В соответствии с рассматриваемой моделью профильного обучения различают два вида элективных курсов. Первый — курсы, проводимые в 8–9 классах, способствующие интенсификации образовательного процесса в целом и обеспечивающие помощь в профессиональной ориентации и самоопределении школьников, второй — обязательные курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Рассмотрим курсы второго вида. Данный вид курсов делится на три типа: предметные, межпредметные и по предметам, не входящим в базисный учебный план. Анализ литературы [1, 2, 3, 4] позволил сформулировать ряд функций элективных курсов: дополнение базового и профильного предметного образования за счёт углубления и расширения; внутрипрофильная специализация обучения и построение индивидуальных образовательных траекторий; развитие интересов и профориентационных устремлений учащихся; ориентация на познавательные интересы в областях деятельности человека, выходящих за рамки выбранного профиля.

Приведённые функции свидетельствуют о значимости элективных курсов при реализации профильного обучения. В соответствии с этими функциями можно указать место элективных курсов в достижении каждой из целей профильного обучения.

Реализация базовых и профильных курсов позволяет достичь изучения предмета лишь на профильном уровне. Углубленное же изучение предмета программы полного общего образования осуществляется большей частью за счёт элективных курсов. В достижении данной цели участвуют предметные элективные курсы.

При построении индивидуальных образовательных программ очень важное значение приобретают элективные курсы, поскольку именно они позволяют полностью учесть индивидуальные склонности учащегося, являясь главным средством построения индивидуальной образовательной траектории учащихся, которая реализует личностно-ориентированный подход.

Преемственность между общим и профессиональным образованием обеспечивается посредством профильных курсов. Элективные же курсы реализуют более узкую внутрипрофильную дифференциацию. В данном случае используются межпредметные элективные курсы.

Ограниченные возможности базовых и профильных курсов усиливают положение элективных курсов среди них в случае восполнения «пробелов».

Необходимость наличия каждого из типов учебных предметов для успешной реализации профильного обучения обоснована в «Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования». В ней также указано их примерное соотношение объемов, определяемое пропорцией 50:30:20. В 2005 году анализ деятельности образовательных учреждений, участвующих в эксперименте по реализации профильного обучения, показал, что доля часов, отводимых учебными планами на изучение элективных курсов, составляла 6%–18% [2]. В настоящее время доля растёт и её минимум составляет 8%–10%.

Итак, каждая из сформулированных выше функций элективных курсов направлена на достижение той или иной цели профильного обучения. Таким образом, элективные курсы являются неотъемлемой частью профильного обучения и не менее важной, чем базовые и профильные курсы.

Основное назначение элективных курсов — более полное удовлетворение индивидуальных познавательных потребностей и интересов старшеклассников.

По мнению А.С. Роботовой и И.Н. Никонова [3] элективные курсы, связанные с профильным предметом, помогут увидеть пространство науки и множество нерешённых в ней вопросов.

Список литературы

1. Концепеция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Элективные курсы в профильном обучении / Министерство образования РФ –

НФПК. – М. Вита-Пресс, 2004.
2. Профильное обучение: Типовые профили / Под ред. А.А. Кузнецова – М.: СпортАкадемПресс, 2005. – 212 с.
3. *Роботова А.С., Никонов И.Н.* Элективный курс в профильной школе как введение в науку: Учебно-методическое пособие для учителей / Под ред. А.П. Тряпицыной. – СПб.: КАРО, 2005. – 80 с.
4. *Чуйкова Н.В.* Элективные курсы для профильного математического образования // Сборник трудов по материалам II международной научной конференции «Математика. Образование. Культура», 1–3 ноября 2005 г., Россия, г. Тольятти / Под общ. ред. Р.А. Утеевой. В 3-х ч. – Тольятти: ТГУ, 2005. – Ч.2. – С. 106–107.

НАУКА — МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ — МИРОВОЗЗРЕНИЕ

Жохов А.Л.

Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

150029, г. Ярославль, ул. С.Перовской, д. 22, кв. 1а.

Тел.: 8-9019852403, e-mail: zhal1@mail.ru

Выдающиеся деятели математической культуры и образования неоднократно обращали внимание на глубокие связи науки и этических норм не только учёного-математика, но и человека, проникшегося «духом науки». Так, А.Д. Александров отмечал, что «дух науки соединяет в себе настойчивость поиска со скромностью ищущего, желание добиться истины — со строжайшим контролем, убеждённость — с сомнением. . . » ([1], с. 63–64). В.М. Тихомиров особо подчёркивал, что математика «*должна способствовать освоению этических принципов человеческого общежития* [5]. Л.Д. Кудрявцев непосредственно включал в цель обучения учащихся математике «*развитие математической интуиции, воспитание математической культуры*» ([5], с. 89). Понятно, что все отмеченные качества имеют самое непосредственное отношение к гуманистическому мировоззрению человека.

В [2, 3 и др.] обосновано, что одна из важных, если ни главных, задач обучения математике на современном этапе должна состоять в оказании помощи формирующемуся мировоззрению школьника как единству трёх его компонентов: **позиций и установок; средств и способов познавательной деятельности; умственных образов, представлений и знаний.** *Главенствующая функция мировоззрения* состоит в обобщенной целостной ориентировке и в выборе способа и средств разрешения жизненно важных ситуаций, направления дальнейшего существования индивида в изменяющейся среде. Выбранные способ и направление при благоприятных условиях закрепляются и превращаются в мировоззренческие ориентиры и качества человека. Все они образуют систему мировоззренческих микромеханизмов, на которых этот целостный механизм «держится», благодаря которым работает, а при их соответствующей «тренировке», изменении и пополнении сам изменяется. В математической культуре, а при благоприятных условиях и в обучении математике есть реальные опоры для воспитания нужных растущему человеку математико-мировоззренческих микромеханизмов (установок, чувств, ценностей, мировоззренческих умений и пр.). Назовём некоторые из них:

– стойкое мотивированное ощущение причастности к тому, что я делаю, ответственность за исход этого дела, вера в то, что «я могу» (понять, сделать, описать и т.п.), решимость в преодолении своего незнания, встречающихся затруднений, умение побороть в себе страх;
– умение при необходимости «удерживать» себя в рамках познавательной ситуации или, наоборот, мысленно выходить из нее в некую «точку подвеса» (Р. Декарт), отслеживая своё состояние, возникающие мыслеобразы и действия, приведшие к этому состоянию;
– вера в «разумное» устройство мира, эстетическое отношение к миру, «презумпция гармонии» как чувствование стремления живых систем к упорядоченности, ее принципиальной неуничтожимости и проявленности в вещах, идеях и т.п.
– отношение к себе, другому как к существам, способным воспринять и познать «разумность» и красоту мира, не разрушая их (своеобразная «презумпция ума, уважительности, хорошести» в человеке — М.К. Мамардашвили, Е.Г. Глаголева, И.Л. Никольская);
– уважительное и доверительное отношение к математике как «божьему и человеческому творению»: «божьему» — как условию существования идей числа, геометрической фигуры, гармонии и т.п., «человеческому» — как обретенному человеком дару и средству понять и выразить идеи в понятиях, символах и т.п. (М.К. Мамардашвили, А.Ф. Лосев);
– стремление к грамотному использованию математических средств (понятий, утверждений, символики, различных кодов записи информации [3], логики рассуждений и т.п.) для описания и обоснования понятого, для моделирования ситуации и мыслей о ней;
– понимание того, что в процессе деятельности обязательно встретятся препятствия, что на выбранном пути ждут разочарования и остановки, возвраты, но и уверенность в том, что будет успех, если действовать, учиться, «если будешь идти...» (Декарт);
– стремление усвоить стиль математического осмысления действительности как относительно жёсткой системы действий и ориентиров: наблюдения — размытые представления — восхождение к понятиям, их определениям и способам деятельности с ними — утверждения о понятиях, их обоснование и погружение в теорию — апробация на задачах и на практике;
– стремление к диалектическому соединению противоположностей, к их «примирению» и разрешению — как установка на то, что именно в этом случае создается ситуация «напряжения» ([2], с.258–265), содержащая в себе момент истины и, одновременно, приоткрывающая человеку путь и некоторые способы ее постижения, путь к реализму в познании мира.

Названные и другие установки и познавательные умения представляют собой микромеханизмы различных блоков математического мировоззрения ([2], с. 176) и в своей совокупности являются основой зарождения нравственных убеждений, позиций и качеств человека.

Список литературы

1. *Александров А.Д.* Научная установка нравственности // Наука и нравственность. М., 1971. С. 26–73.
2. *Жохов А.Л.* Научное мировоззрение в контексте духовного развития личности (образовательный аспект). – М.: ИСОМ, 2004. – 329 с.
3. *Жохов А.Л.* Стратегия и средства математического познания // Задачи в обучении математике. / Материалы Всероссийской конференции... – Вологда: «Русь», 2007, с. 26–31.
4. *Кудрявцев Л.Д.* Современная математика и её преподавание. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 144с.
5. *Тихомиров В.М.* О некоторых проблемах математического образования // Всероссийская конференция «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков», Дубна, сентябрь 2000. – М.: МЦНМО, 2000. – С. 3–14.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБ ИНВАРИАНТАХ — СОЦИАЛЬНЫХ ЦЕННОСТЯХ НА ОСНОВАНИИ ГАРМОНИИ ПРОЦЕССОВ ЭВОЛЮЦИИ В ПРИРОДЕ

Жуков В.И., Жукова Г.С.
РГСУ

Проблема математического исследования тенденций развития социальных систем на основе принципов гармонии и симметрии связана с исследованием инвариантов — общественных ценностей исследуемого социума.

Современной мир испытывает различные потрясения и тяжкие утраты: причина этих потрясений и потерь кроется в разрушении традиционных представлений о ценностях жизни, в ослаблении морально-этических норм современного общества. Процесс разрушения традиционных ценностей приводит, прежде всего, к необходимости четкого понимания смысла и значения ценностей в жизни каждого человека и всего общества.

У каждого народа имеется свое представление о жизненных ценностях, но у всех народов ценности, прежде всего, разделяют на материальные и духовные. Материальные ценности относят к ценностям, определяющим повседневные потребности человека, обусловленные потребностями для выживания. В отличие от материальных, духовные ценности соответствуют умственной, эмоциональной и волевой потребностям человека.

Считается, что ценность — это свойство объекта, удовлетворяющее потребность субъекта. При этом различают сущность ценности, заключенной в объекте и аспект осуществленной ценности, имеющей место между субъектом и объектом. Первый аспект называется потенциальной ценностью, а второй — актуальной ценностью.

Поскольку один и тот же предмет воспринимается различными людьми по-разному, то свойства субъекта влияют на определение ценности. Поскольку определение (оценка) ценности происходит по-разному, в зависимости от индивидуальности субъектов, то для людей, исповедующих одну религию или философию, характерно однородное понимание ценностей, их восприятие ценностей становится очень похожим, ценности становятся общественными.

Однако разные религии, культуры и философские течения имеют различные системы ценностей. Поэтому критерии определения ценностей, относящиеся только к ограниченной сфере, называют относительными критериями.

Одна из причин разрушения ценностей заключается в том, что традиционные системы ценностей, прежде всего основанные на религии, сегодня утратили убедительную силу для людей. Уязвимы оказались представления о ценностях и в христианстве, и в конфуцианстве, и в буддизме, и в исламе, ибо они утратили дар убедительности на фоне научных, технических и социальных успехов всего человечества.

Существует понимание, что при определении человеческих ценностей нельзя ограничиваться только относительными критериями. Для определения ценностей для всего человечества необходимы критерии ценности, который возвысились бы над барьерами различий в религии, культуре, идеологии, национальной принадлежности и т.д. Такие критерии ценности являются абсолютными. Однако на основе традиционных представлений о ценностях жизни формирование абсолютных критериев оказывается нереализуемым.

Из истории человечества известно множество систем ценностей, каждая из которых может рассматриваться как последовательная тщетная попытка обоснования системы абсолютных ценностей.

Сегодня, когда ценности в традиционном утилитарном толковании рушатся, в научном мире ширится понимание необходимости обоснования представлений о ценностях на основе законов эволюции природы и прогресса общества.

Важной чертой нового представления о ценностях является признание того, что истинные ценности не могут входить в противоречие с общими законами развития природы, что абсолютные ценности должны быть связаны с принципами гармонии процессов эволюции природы.

В условиях глобального экологического кризиса все отчетливее выступает необходимость нового понимания мира и жизни, которое объединило бы человечество перед лицом общих проблем выживания и развития, формируя психологию общности и сотрудничества.

Такое восприятие действительности дает человеку только наука о неутилитарном и творческим отношении человека к действительности, в результате которого человек ощущает, чувствует, переживает свою органическую причастность к универсуму в единстве его духовно-материальных основ, свою сущностную нераздельность с ним, то есть наука эстетика.

Эстетика — изучает сферу эстетического как специфического проявления ценностного отношения между человеком и миром. Эстетическое восприятие природы — это наиболее всеохватывающее, человечески ориентированное ценностное восприятие, помогающее освоению действительности и утверждению истинных общечеловеческих ценностей. Эстетика позволяет человеку открыть многомерность собственного мира и многогранность мира внешнего, позволяет ощутить себя в единстве с этим единым миром, что необходимо человеку — всегда, и особенно сейчас. Эстетическое восприятие совершенной и длительно устойчивой (инвариантной) природы является основой формирования мироощущения, гармонизации мировоззрения.

Извечна гармония истины и красоты. Величайшие умы человечества всегда видели в истине ее высокий нравственно-эстетический смысл. Действительная истина не может быть ущербной, а простая полезность ее не может служить нравственному возвышению человечества. Истина — величайшая социальная ценность. Она укорена в жизни общества, играя в нем важную социальную и нравственно-психологическую роль.

Обычно истину определяют как соответствие знания объекту. Истина — это адекватная информация об объекте, получаемая посредством его чувственного и абстрактного постижения и характеризуемая с точки зрения ее достоверности. Ценность знания определяется мерой его истинности.

Истину определяют как адекватное отражение объекта познающим субъектом, воспроизводящее реальность такой, какова она есть сама по себе, вне и независимо от сознания. Истинные знания дают людям возможность разумно организовывать свои практические действия в настоящем и предвидеть грядущее.

В качестве критерия истины практика «работает» и в предметной физической деятельности, в частности в эксперименте, и в опосредствованной форме — как логика, подтвержденная на практике. Логичность мысли при достоверности исходных положений является в известной мере гарантией не только её правильности, но и истинности. В этом заключена великая познавательная сила логического мышления. Последним же основанием достоверности нашего знания является возможность на его базе практического созидания.

Таким образом, истина — это знание о том, что есть объективно и независимо от того, как нам это знание нравится или важно для нас. То есть знание, могущее быть и предельно нежеланным, но представляющее ценность. Таким образом, истина не только не безразлична к ценностям, но сама есть ценность.

Истина среди ценностей занимает особое место. Именно истина помогает выживать роду человека. Такая истина-ценность, в отличие от просто желаемого, потому и ценность, что заключает в себе некую моральную истину.

Истина и ценность не противостоят друг другу. Они как бы связывают гармонию законов природы и законы эстетики, то есть признают эстетический смысл природной жизни. Эволюция утверждает всеобщий характер эстетического критерия.

Эстетика, как критерий, приложима ко всему, она поэтому приложима и к отдельным человеческим обществам, и к глобальным социальным задачам. Эстетика устанавливает тождество природы с жизнью, с бытием. Эстетическая ценность — первоценность.

Глобальные проблемы современности, осознание трагических перспектив человечества, угрозы экологической катастрофы — вынуждают человечество преодолевать узкий горизонт локальных, относительных ценностей и обратиться к поиску ценностей общечеловеческих. На более высоком уровне, при сохранении богатства индивидуального самовыражения новое понимание общечеловеческих ценностей является следствием исторической необходимости и потому термин «общечеловеческие ценности» имеет более широкий характер. Ценность объекта — его целостность и устойчивость в общей картине природного мира, степень его адекватности общему миропорядку, законам эволюции и гармонии природы.

Список литературы

1. *Шестаков В.П.* Гармония как эстетическая категория. – Москва: Наука, 1973.
2. *Шубников А.В.* Гармония в природе и искусстве. – Природа, 1972, №7–8.
3. *Моисеев Н.Н.* Идеи естествознания и общественные науки. – ВЦ АН СССР. М., 1991.
4. *Поппер К.* Логика и рост научного знания. – М.: Прогресс, 1983.
5. *Лосев А.Ф., Шестаков В.П.* История эстетических категорий. – М., 1965.
6. *Моль А.* Теория информации и эстетическое восприятие. – М., 1966.
7. *Лосев А.Ф.* История античной эстетики. Т. 1–8. – М., 1963–1994.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕНДЕНЦИЙ РАЗВИТИЯ ЦИВИЛИЗАЦИИ

Жуков В.И.

РГСУ

В научном мире имеет место концепция о кризисном состоянии современной цивилизации. Эта концепция основана на данных, указывающих на возможность глобального экологического кризиса, в результате которого современная цивилизация может исчезнуть. Подобной перспективой сегодня озабочен только узкий круг специалистов. В широком мире и в практике руководителей ведущих мировых держав в категорической форме проблема не рассматривается. Считается, что суть экологического кризиса состоит только в потеплении климата, который можно исключить уменьшением выбросов отходов промышленности в атмосферу. Сформулирован тезис об «устойчивом развитии» общества и природы, об их коэволюции. Однако многочисленные научные данные на основании системного подхода к исследованию состояния экологии природы заставляют думать о том, что «устойчивого развития» современной цивилизации уже может и не быть. По мнению академика Н.Н. Моисеева, высказанному им еще в 1995 году, задача состоит уже не в том, «как избежать надвигающегося глобального экологического кризиса, а в том, как смягчить его последствия, как разумно расширить или перестроить экологическую нишу (если это возможно), и, прежде всего, самих себя и принципы существования своего сообщества, как соразмерить свои потребности с возможностями оскудевающей планеты».

Современные социально-экономические структуры при всем их многообразии сохраняют единство в главном: остаются структурами потребления, истощающими и загрязняющими биосферу и формирующими «технократического» человека. Преобразования среды обитания с целью удовлетворения человеком своих первейших потребностей, изменения в окружающей природной среде без учета системной организации взаимосвязей природы и общества привели к значениям ряда глобальных параметров природной среды, в совокупности катастрофически понижающих ее качество. Добиваясь в первую очередь своих ближайших целей, человек испытывает затем влияние последствий, которых не ожидал и которые способны перечеркнуть все достигнутые им положительные результаты социально-экономического развития. Сложившейся в настоящее время в мире кризисной экологической ситуации присущи такие основные признаки: накопление промышленных, сельскохозяйственных, бытовых отходов в количествах, нарушающих естественные, в том числе биологические, процессы; загрязнение промышленными и бытовыми отходами водных систем; нарушение теплового режима природной среды; загрязнение природы продуктами сгорания топлива; использование материалов и продуктов, содержащих вредные и токсичные вещества, отрицательно воздействующих на геохимические и биологические условия жизни; загрязнение окружающей среды различными видами шумов, вибраций, излучений; разработка месторождений полезных ископаемых без своевременного восстановления и рекультивации земель, приводящая к уничтожению почв, ландшафтов, оседанию земной поверхности; нарушение лесных массивов при низких темпах их восстановления; сокращение пахотных и других сельскохозяйственных угодий, приводящее к развитию эрозийных процессов; уничтожение отдельных видов животного мира для удовлетворения потребностей в сырье, продуктах питания и т. п.; негативное социальное поведение людей, вызванное экономическими факторами и ведущее к деградации личности или к нарушениям в социогенетическом коде.

Можно выделить три группы специалистов, различающихся подходами к отмеченным проблемам и к средствам их решения. К первой могут быть отнесены специалисты, считающие все негативные последствия в экологии природы следствием несоразмерного с возможностями природы социально-экономического роста. Второе направление объединяет сторонников социально-экономического роста, полагающих, что можно преодолеть экологический кризис на основе социально-экономического развития, если рыночный экономический механизм дополнить различными видами государственного регулирования в сфере природопользования. Третье направление объединяет множество школ, течений и общественных движений, представители которых группируются вокруг идей создания «альтернативной модели развития и образа жизни». В отличие от первых двух представители этого направления значительное внимание уделяют социальным аспектам экологической ситуации. Спор между отмеченными группами идет, по крайней мере, по четырем основным вопросам: трактовки причин экологического кризиса; принципиальных возможностей преодоления экологического кризиса; совместимости экономического роста с охраной окружающей среды, с решением экологических проблем; выбора средств преодоления экологического кризиса, в том числе средств экологического регулирования и экологической политики и ответственности исполнительных органов власти по вертикали и горизонтали в области обеспечения экологической безопасности.

Явные признаки глобального экологического кризиса свидетельствует о сокращении возможностей саморегуляции биосферы в условиях возрастания масштабов и интенсивности человеческой «природопреобразующей» деятельности. Природные адаптационные процессы вследствие ограниченности механизмов их саморегуляции не могут обеспечить динамичного равновесия существования и развития системы «общество-природа». В этих условиях, по мнению академика В.И. Вернадского, функцию регулятора может выполнять лишь общество, как непосредственный субъект взаимодействия различных уровней организации материи, и только целенаправленное антропогенное изменение природной среды и социального положения может помочь обществу преодолеть ограниченность биосферных условий его существования. Именно в развитии цивилизации в середине XX века академик В.И. Вернадский видел перспективу решения глобальных проблем эволюции планеты.

Однако сегодня имеются данные и о более глубоких механизмах регуляции биосферных процессов, которые заставляют усомниться в возможности регуляции природы человеком, и потому возникает безотлагательная необходимость в проведении обстоятельных и всесторонних исследований достоверности выводов о грядущей катастрофе, объективных возможностей ее предотвращения, оценки степени риска воздействий человека на природные условия, сопоставления темпов изменения природы с темпами изменения самого общества.

Именно эти проблемы являются центральными для современной науки и социальной жизни. Решение проблем такого масштаба доступно только человечеству в целом и это может потребовать изменения всей организации планетарного сообщества и пересмотра самого главного — тех систем ценностей, которые утверждались веками.

Необходимо комплексное исследование сложившейся экологической ситуации на основе последних данных о состоянии и тенденциях развивающихся процессов в природе и в обществе, социальных последствий изменения экологии природы, возможностей современного научного и промышленного потенциала по восстановлению экологии природных процессов, способов консолидации человечества в связи с глобальным характером экологического кризиса и методов воспитания человека с новой нравственностью, соответствующей возникшим вызовам цивилизации.

В процессе исследований необходимо:

1. Провести оценку глобальной экологической ситуации и факторов, негативно влияющих на состояние экологии природы.

2. Провести системный анализ состояния современной цивилизации и социальных последствий глобального экологического кризиса.

3. Провести анализ существующих концепций эволюции природы и развития общества:

– концепции ноосферы В.И. Вернадского,
– концепции универсального эволюционизма Н.Н. Моисеева,
– концепции «устойчивого развития»,
– концепции гармоничного развития общества и природы,
– концепции биотического развития,
– концепции автотрофности;
– и исследовать возможности коэволюции природы и общества на данном этапе.

4. Провести исследование основ устойчивости эволюции природы и развития общества и определение условий их совместимости для развития цивилизации.

5. Исследовать проблему гомеостаза планетарной организации среды как глобально скореллированного организма, имеющего информационный характер и ответственного за обеспечение жизни на земле.

6. Исследовать сравнительные основы устойчивости в природе и цивилизации.

7. Исследовать проблему устойчивого развития (выживания) цивилизации.

8. Исследовать возможности глобального перехода к устойчивому развитию (выживанию) с целью предотвращения биосферной катастрофы.

9. Исследовать глобальные проблемы обеспечения устойчивого развития (выживания) цивилизации в целом и населения разных стран в условиях надвигающегося экологического кризиса.

Список литературы

1. *Динилов-Данильян В.И., Горшков В.Г., Арский Ю.М. и др.* Окружающая среда между прошлым и будущим: мир и Россия. – М., 1994.
2. *Арский Ю.М., Данилов-Данильян В.И., Залиханов М.Ч. и др.* Экологические проблемы: что происходит, кто виноват и что делать? – М., 1997.
3. *Моисеев Н.Н.* Современный рационализм. – М., 1995.
4. *Вернадский В.М.* Научная мысль как планетное явление. – М., 1991.
5. *П. Довгуша В.В., Кудрин И.Д. и др.* Общество и техногенная среда обитания // Жизнь и безопасность. 1997. № 1. С. 207–230.
6. *Лосев К.С.* Экология и новое мышление // Проблемы устойчивого развития. – М., 1997. С.61–68.
7. *Зубаков В.А.* Куда идем? Философия выбора будущего // Зеленый мир. 1999. №16, 17.
8. *Назаретян А.П.* Демографическая утопия «устойчивого развития» // ОНС. 1996. № 2.

АКСИАТИКА И ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕОДОЛЕНИЯ СТРЕССА В АКАДЕМИЧЕСКОЙ ОБЩНОСТИ КОГНИТИВНО-ПОВЕДЕНЧЕСКИЕ СТРАТЕГИИ

Иванов Красимир Кръстев
Варненский свободный университет
Болгария, г.Варна 9007, к.к. Чайка
e-mail: kra_iv@abv.bg

Проблематика связана с воздействием и последствиями высоких уровней стресса, характерных для преподавательской деятельности в академической среде. Рассматриваются нарушения, связанные с уменьшенной возможностью приобретения устойчивости к определенным факторам окружающей среды и умения справиться с трудностями — индивидуальная адаптация.

Особое значение приобретает психическая защита личности, возникновение когнитивных феноменов и порожденная ими симптоматика. Адаптационные механизмы действуют посредством включения нейрогуморальных процессов и осуществления т.н. стресса — реакции или общего адаптационного синдрома.

Это приводит к настройке организма к адекватной реакции и, прежде всего, происходит индивидуальная оценка события; согласно этой первичной оценке индивид ангажируется определить значение события для себя — является ли оно позитивным, негативным или нейтральным. Если событие относится к сфере негативной оценки, определяется его тип — угроза, вред или вызов. Следует новая оценка, связанная со стратегиями преодоления, ресурсами для них, и с тем, будут ли они успешными по отношению к фрустрирующему событию.

Объектом настоящего исследования является академический состав университета. В нем учтены значительные корреляции по оси когниция-эмоция-поведение — и их взаимосвязь со стрессогенными факторами среды. Подтвердилась трактовка, что субъективное переживание стресса — баланс между первичной и вторичной оценок. Если стратегии преодоления более эффективны, стресс минимизируется и наоборот.

Он определяется уровнем психологического потенциального ответа, включающего когнитивные, поведенческие, эмоциональные и физиологические факторы. Когнитивные компоненты включают специфические верования о вреде, угрозе жизни, индивидуальной пригодности к контролю. Эмоциональный ответ широко детерминирован и создание стратегий, которые являются индивидуально модулированными и усовершенствованными, ведет к успешной адаптации и минимизированию неблагоприятных последствий стресса, порожденного спецификой преподавательской деятельности.

БРАЛ ЛИ ВЗЯТКИ ПРЕПОДАВАТЕЛЬ ИОГАНН КЕПЛЕР?

Игнатьев Ю.А.

Российский университет дружбы народов,
Кафедра высшей математики

РФ, Москва, 117198, ул. Миклухо-Маклая, дом 6

Тел.: 9550925, e-mail: yignatiev@yahoo.com

Выдающийся прикладной математик и астроном *Иоганн Кеплер* родился 27 декабря 1571 года в деревне Магсштадт, расположенной вблизи города Вейля в герцогстве Вюртемберг. Он получил начальное образование в монастыре, а затем в 1593 году окончил Тюбингенскую академию. Его специализацией стала астрономия, которую там преподавал влиятельный ученый *Местлин*. Очевидно, что именно он рекомендовал Кеплера на вакансию «профессора математики и морали» в Грацком университете. Когда там освободилась должность заведующего кафедрой астрономии, молодой специалист получил и ее — в силу временного отсутствия других, более достойных кандидатов.

Этот период преподавательской деятельности Кеплера мало изучен. Главной причиной этому является отсутствие достаточного количества достоверных исторических первоисточников. Большая часть письменных свидетельств, по-видимому, утрачена, а устные воспоминания его коллег и студентов, как представляется наиболее вероятным, не дошли до нашего времени. Поэтому авторы многих историко-математических произведений, посвященные жизни Кеплера, прибегают к интерполяции. И так как речь идет не об интерполяции функций полиномами, а об историко-математическом инструменте, можно представить себе, насколько сложным и тонким он должен быть.

Многие известные отечественные и зарубежные историки науки полагали, что материальные условия, связанные с заведованием кафедрой астрономии, были тяжелы для Кеплера. Они утверждали также, что эта должность не могла его прокормить. Поскольку многие астрономы того времени приобретали средства к существованию выпуском календарей с предсказаниями, они считали, что и Кеплер занимался этим видом заработка. И продолжаться это «жалкое материальное существование», как достоверно известно, должно было целых пять лет: лишь в 1598 году он оставил свою должность, будто бы из-за начавшихся в Штирии гонений на лютеранскую церковь, к которой он принадлежал с детства.

Эта интерполяция кажется мало убедительной. Против нее говорят следующие известные факты:

– в 1597 году Кеплер женился на вдове с ребенком; зная немецкий характер, нетрудно заключить, что этот брак не мог состояться, если бы ученый не мог достойно, в соответствии с профессорским званием содер-

жать семью из трех человек;
– в тот же период времени вышла в свет его большая научная работа «Новые космографические исследования или космографическая тайна», которая не могла бы появиться без очень значительных материальных вложений автора; зная немцев, можно с уверенностью утверждать: приданое жены, если и было, не могло быть использовано на это.

Тот, кто преподает в университете, живет для и от университета. Это непреложная истина, пронесенная через века многими поколениями преподавателей высшей школы. Университет времен Кеплера снабжал своих профессоров, а тем более заведующих кафедрами, питанием, форменной одеждой, жильем и заработной платой. Научно-преподавательская деятельность обеспечивалась свободным доступом к университетской библиотеке и правом брать, при необходимости, книги на дом, принадлежностями для письма и бумагой, демонстрационными и исследовательскими устройствами, изготовленными квалифицированными мастерами, и многим другим. Защиты магистерских и докторских дипломов предоставляли регулярную возможность получать наличные деньги и носильные вещи (береты, перчатки и др.) от соискателей этих ученых степеней.

Профессор того времени мог давать частные уроки студентам за хорошую плату, а затем принимать у них экзамены. И конечно он принимал подарки. Это не считалось нарушением «морального кодекса» преподавателя. Раз заведующий кафедрой астрономии Грацкого университета Иоганн Кеплер получал деньги и другие виды материального вознаграждения от студентов и аспирантов, то его, выражаясь современным языком, можно было бы назвать *взяточником.* Но, по-видимому, не следует выносить столь категоричный приговор великому ученому прошлого.

Список литературы

1. *Выгодский М.Я.* Иоганн Кеплер и его научная деятельность // В кн.: *Кеплер И.* Новая стереометрия винных бочек... – Москва: ГТТИ, 1935. – С.7–94.
2. *Белый Ю.А.* Иоганн Кеплер. – Москва: Наука, 1971.
3. *Lemcke M.* Johannes Kepler. – Reinbek bei Hamburg: Rowohlt, 1995.
4. *Chardak H.* Johannes Kepler: Le visionnaire de Prague. – Paris: Presse de la Renaissance, 2004.

«ОБУЧЕНИЕ» НРАВСТВЕННОСТИ И «НРАВСТВЕННОСТЬ» В ОБУЧЕНИИ

Котельникова М.Л., Алексеева Н.С.

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова,
Чувашский педагогический университет им. И.Я. Яковлева

e-mail: marin-kotelnikov@yandex.ru, nalex@talk21.com

Принято считать, что обучение математике (и не только) способствует формированию нравственной личности. Бытует мнение, что успехи в обучении обладают фундаментальным значением для всей нравственной жизни учащегося. Однако жизнь порой нас сталкивает с тем, что интеллектуальное развитие очень часто может соединяться с величайшей безнравственностью и наоборот. Конечно, между тем и другим существует глубокая зависимость, и умственное развитие является благоприятным условием для нравственного воспитания личности. Однако существуют факты, говорящие об обратных отношениях между сознанием и нравственностью (моральным поведением).

Очевидно, что состояние системы образования соединено прямыми и обратными связями с положением дел в обществе. Однако, негласно цели воспитания считаются вторичными по отношению к ценностям в обществе. При этом воспитание учащегося как нравственной личности, конечно, подразумевается, но как нечто второстепенное, само собою разумеющееся, и обычно выносится во внеурочное время.

Современная парадигма образования является знаниевой, инструментально-технологической, а т.к. область образования является сферой функционирования науки, то образование характеризуется как рациональное, технократическое. В таком качестве оно предельно рационализировано и вербализовано, в нём не учитывается аффектно-эмоциональная составляющая личности, что приводит к распространению в обществе профессионально компетентных, но бездуховных индивидуумов.

Если задачи школьного образования оказываются частичными по отношению к общей цели развития личности детей, то выбор средств образования (программ, учебников, методик) и их построение на основе только этих задач может противоречить обшей цели воспитательного процесса. Разрешение этой антиномии воспитательно-образовательного процесса связано с осознанием иерархизации целей, в которой высшей целью является формирование нравственной личности.

По отношению к цели развития личности формирование «знаниевой» стороны должно рассматривать лишь как средство, помогающее её достижению. Для достижения этой цели необходимо пересмотреть взгляды на сам процесс обучения, иначе, можно «воспитать фанатика от науки, для которого взрыв в Хиросиме всего лишь великолепный научный эксперимент ([3], с. 44)».

Ещё в 30-е годы прошлого века Л.С. Выготский писал по этому поводу: «Прежнее воспитание бесконечно логизировало и интеллектуализировало поведение, и в результате возникло то страшнейшее «засушение сердца», то полное отсутствие чувства, которое делалось непременной чертой каждого человека, прошедшего такое воспитание...»([2],с.141)

«Нравственность, — говорил Сократ, — есть знание, а безнравственность — плод невежества». Здесь, по мнению Л.С. Выготского, заключена серьёзная психологическая проблема, в которой следует разобраться.

Всякий знает, что одно дело — сознавать, как должно поступать, и другое — поступать правильно. Следовательно, недостаточно ещё вызвать в сознании учащихся представление о необходимости правильного поступка, гораздо важнее так организовать сознание ребёнка, чтобы помочь ему «одержать верх над всеми побуждениями и влечениями». Л.С. Выготский признавал совершенно бесплодными попытки морального обучения и моральной проповеди. Мораль должна составлять неотъемлемую часть всего воспитания в корне. «Не только обучение морали представляется нам бесплодным и вредным, всякое выделение нравственного воспитания кажется нам свидетельством известной ненормальности в этой области. Моральное воспитание должно совершенно незаметно раствориться в общих приёмах поведения, устанавливаемых и регулируемых социальной средой. Ни ученик, ни учитель не должны замечать, что речь идёт о специальном обучении морали» ([1], с. 265).

С сожалением приходится констатировать, что общеобразовательная школа считает своей основной целью освоение учащимися некоторой суммы знаний, умений, навыков, в том числе и освоение ими основ наук, а современный педагогический процесс не предусматривает специальных средств, обеспечивающих воспитание личности. Пока что личностное развитие школьника носит случайный характер и в значительной степени зависит от того, в какой семье он воспитывался, какие учителя его учили в школе, каким оказался круг его общения и т.д.

Школа, работающая на будущее, должна быть ориентирована на воспитание личности. Реализация этой программы предполагает коренную перестройку всей её работы, содержания и методов преподавания, структуры учебных предметов вплоть до разрешения проблемы воспитания самих воспитателей.

Список литературы

1. *Выготский Л.С.* Педагогическая психология. / Лев Выготский; под ред. В.В. Давыдова. – М.: АСТ: Астрель: Люкс, 2005. – 671.
2. *Выготский Л.С.* Педагогическая психология. / Под ред. В.В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.
3. Философско-психологические проблемы развития образования. / Под ред. В.В. Давыдова; Российская Академия образования. – М.: ИНТОР, 1994. – 128 с. – Сер.: Теория и практика развивающего обучения.

ОБЗОРНОСТЬ — ОДИН ИЗ ОСНОВНЫХ ДИДАКТИЧЕСКИХ ПРИНЦИПОВ ПРЕДВУЗОВСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Кузнецова Т.И.

ЦМО МГУ им. М.В. Ломоносова

e-mail: KUZ@topgen.net

Данные психологического исследования [1] показывают, что школьное обучение последних десятилетий не создает условия для оптимального и гармонического личностного развития. К сожалению, творчество в познавательной деятельности воспринимается учеником как нечто, не связанное с обучением в школе, где от него требуют чаще всего лишь быстрого и безошибочного ответа на прямо поставленный вопрос.

Л.Д Кудрявцев утверждает, что «высокая оценка старых учебников, так же как и высокая оценка знаний по русскому языку, математике, физике, химии, которые давала ученикам советская школа тридцатых-пятидесятых годов, не объясняется чувством ностальгии, а подтверждается накопленным позитивным опытом. Накопленный же негативный опыт показывает, что модернизация среднего образования, проводимая после 60-х годов последовательно его разрушала: как уже неоднократно отмечалось, средняя школа стала давать меньше фундаментальных знаний и стала хуже развивать культуру мышления. Вместе с тем возникла перегрузка учащихся, появилось массовое репетиторство, что привело к тому, что образование перестало быть бесплатным» [2, с. 58].

В условиях предвузовского образования можно существенно улучшить создавшуюся ситуацию, в которой оказались старшеклассники. Соответствующей корректировке обучения математике в границах повторительного курса, преподаваемого на подготовительном факультете, способствуют разработки, предложенные автором в монографии [3]. В основе наших поисков в деле оптимизации учебного процесса на подготовительном факультете лежит метод познания, который представляет собой системный взгляд на практическое значение науки, на связь теории и практики, на подчинение теоретических изысков и усилий практическим интересам человека, в нашем случае, практике преподавания повторительно-подготовительного курса математики на уровне предвузовского образования. Разрабатывая модель выпускника подготовительного факультета, описанную в [3], мы сочли необходимым ввести в качестве специфического дидактического принципа **обзорность**. Он определяет методику преподавания материала, составленного в соответствии с первыми четырьмя принципами (историчность-логичность-генетичность-научность), задавая направление использования последующих двух принципов (алгоритмичность — связь с практикой). Этот принцип предполагает активное сознательное использование таких понятий, как сравнение и аналогия, анализ и синтез, абстрагирование и конкретизация, обобщение и классификация, индукция и, естественно, атрибут всякого достойного повторения — дедукция. Конечно, осуществление такого подхода в преподавании было бы неполным без использования методов проблемного и развивающего обучения.

Необходимость создания у учащегося организованных предметных знаний, с одной стороны, и наделение его способностью использовать эти знания в качестве средства приобретения новых знаний, с другой стороны, предполагают использование единого принципа организации содержаний разных учебных дисциплин, а также однотипное отношение между старым, уже усвоенным знанием, и новым, подлежащим усвоению. Таким принципом организации содержаний учебных дисциплин является **логика восхождения от абстрактного к конкретному или систематического уточнения**. Этот же принцип позволяет сформировать у учащегося видение содержания учебного предмета как некой системно организованной целостности.

В условиях подготовительного факультета при остром дефиците времени, большой дифференциации студентов по уровню подготовленности, а в случае иностранных учащихся еще и при жестких языковых рамках, отмеченные недостатки несистемно организованных содержаний учебных предметов многократно усиливаются. Добавим также, что и с точки зрения активизации психических механизмов, содержания учебных предметов, построенные в логике восхождения от абстрактного к конкретному являются наиболее подходящими. Они позволяют создавать учебные ситуации, в которых при соответствующем технологическом оснащении начинает в полную силу работать концепция ориентировочной основы действий [4], облегчается восприятие, запоминание и т. д. Построение содержаний учебных предметов в соответствии с логикой восхождения от абстрактного к конкретному позволяет выявить глубинные основания всех учебных предметов, найти взаимосвязь и взаимопереходы между ними, и, следовательно, выполнить обзоры на высочайшем научно-методическом уровне.

Список литературы

1. Особенности обучения и психического развития школьников 13–17 лет: (Педагогическая наука — реформе школы). / Под ред. И.В. Дубровиной, Б.С. Круглова; Науч.-исслед. ин-т общей и педагогической психологии Акад. пед. наук СССР – М.: Педагогика, 1988. – 192 с.
2. *Кудрявцев Л.Д.* Среднее образование. Проблемы. Раздумья. – М.: МГУП, 2003. – 84 с.
3. *Кузнецова Т.И.* Модель выпускника подготовительного факультета в пространстве предвузовского математического образования. – М.: КомКнига, 2005. – 480 с. (Педагогика, психология, технология обучения.)
4. *Талызина Н.Ф.* Управление процессом усвоения знаний (психологические основы). – 2-е испр. и доп. изд. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 344 с.

О РАЗВИТИИ ПРОФЕССИОНАЛЬНО-МИРОВОЗЗРЕНЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА В СТРУКТУРЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДГОТОВКИ ИНОСТРАННЫХ СТУДЕНТОВ

Кузьминов В.И.

Российский университет дружбы народов

Анализ теории и практики обучения иностранных студентов на предвузовском этапе обучения свидетельствует о том, что специфические приемы формирования необходимого уровня их подготовки к продолжению обучения в российской высшей школе должны быть дополнены и модифицированы в свете значительных изменений, произошедших в требованиях к уровню подготовки зарубежных студентов, в том числе и информационно-компьютерной подготовки. Очевидно, что затруднения в изучении информатики и математики иностранными студентами связаны не только с различным уровнем их предметной подготовки, но и с переходом к образовательной среде с другими национально-культурными традициями, с различным уровнем сформированности умений и навыков работы с компьютерной техникой.

Опираясь на философский и психолого-педагогический научный опыт, мы конкретизировали педагогическую цель процесса предвузовского обучения как предвидение педагогом и иностранными обучаемыми результатов их взаимодействия в форме обобщенных мысленных образований, в соответствии с которыми затем соотносятся все остальные компоненты педагогического процесса. На этой методологической основе мы сделали вывод о том, что идеальная цель обучения иностранных студентов на основных факультетах российских вузов после прохождения ими предвузовского этапа может быть зафиксирована как личностное и профессиональное самосовершенствование, стимулируемое осознанием социальной значимости такого обучения, чувством долга и ответственности, профессиональной компетентности, высокого общекультурного уровня. Таким образом, в качестве одной из основных целей предвузовской подготовки может быть принята «информационно-компьютерная готовность иностранных студентов» к продолжению обучения в российских вузах как целостное свойство личности, характеризующее единство ее знаний, умений, способностей и навыков к творческому использованию информационных технологий при обучении на неродном языке и в будущей профессиональной деятельности, объективируемых закономерностями функционирования коммуникационных и информационных процессов.

Данная цель интегрирует оптимальный объем информационно-компьютерных и психолого-лингвистических знаний, умений, творческих способов умственной и практической деятельности, коммуникативных навыков, которыми должен владеть иностранный специалист, получающий высшее образование на неродном языке.

Отметим, что «информационно-компьютерная готовность» как прогностическая цель исследуемого педагогического процесса носит перспективный характер, так как структурируется, исходя не только из задач обучения и воспитания компетентных иностранных специалистов, но и из адекватной тенденции формирования интеллектуально-информационного общества в России, а также развития системы традиционных общенаучных и профессиональных знаний. Наиболее значимым компонентом в структуре информационно-компьютерной готовности является профессионально-мировоззренческий, определяющий непрерывное изменение «внутреннего образа» будущего иностранного специалиста, осознание им как самого себя, так и окружающего его интеллектуально-информационного пространства и их континуума на основе метакоммуникации на неродном языке. Развитие профессионально-мировоззренческого компонента предполагает развитие знаний, умений и навыков ориентации в постоянно расширяющемся мире знаний, в том числе и в виртуальном мире потоков информации, получаемой средствами электронной связи, телекоммуникационных и компьютерных систем и сетей.

Исходя из сформированности тех или иных личностных свойств иностранных студентов, обучающихся на факультете русского языка и общеобразовательных дисциплин в Российском университете дружбы народов и основываясь на особенностях профессионально-мировоззренческого компонента, мы выделили подсистему его семантических характеристик на трёх уровнях индивидуально-личностного развития и интегрировали характерные признаки профессиональной компетентности будущего иностранного специалиста, непосредственно связанной с его адаптацией к формирующемуся информационно-интеллектуальному обществу. В этой связи определили, что важным средством развития профессионально-мировоззренческого компонента в системе информационно-компьютерной подготовки иностранных студентов является определенное смещение существующего акцента образовательной технологии с логико-знаковых форм передачи информации на ассоциативные, более естественные для восприятия будущими зарубежными специалистами, что способствует максимальной профессиональной интеграции и большей нравственно-мировоззренческой направленности процесса предвузовского обучения и позволяет проектировать пути его дальнейшего развития.

ОБРАЗОВАНИЕ И БИЗНЕС. ПРОБЛЕМЫ ТРУДОУСТРОЙСТВА

Лазарев В.А., Лазарев А.В.

НОУ ЦСО

Тел.: (495)4332118, e-mail: victor_lazarev@mail.ru

Как найти механизмы, которые бы стимулировали бизнес идти в образование? Таким стимулом могла бы быть возможность отнести на себестоимость продукции расходы предприятий по повышению квалификации, подготовке и переподготовке сотрудников. Сегодня расходы российских предприятий на обучение персонала составляет 0,7 % от прибыли, в то время как в развитых странах — 10–12% («Поиск» №43, 2007г.).

К расходам предприятий на образование желательно отнести не только собственно затраты на оплату обучения, но и вложения в материально-техническую базу образовательных учреждений (ОУ) и переподготовку педагогов базовых образовательных учреждениях. Стимулом может быть также увеличение с 50, например, до 180–200 тысяч рублей годовой суммы льготы по налогу на доходы физических лиц при оплате обучения. Такая льгота должна распространяться на все формы обучения, а не только на очную, как это делается сейчас.

Ещё об одном важном стимуле — возможной приватизации образовательных учреждений, прежде, всего системы НПО и СПО. Сегодня практикуется государственно-частное партнёрство, которое способствует в определённой степени привлечению средств бизнеса в государственную сферу и является «альтернативой приватизации стратегических, жизненно важных государственных объектов» (Там же). Являются ли образовательные учреждения стратегически-жизненно важными? И для кого? По материалам РСПП многие предприниматели отказываются сейчас покупать в регионах заводы, потому что на них просто некому работать, т.е. нет прежде всего, квалифицированных рабочих и техников. Связано ли это с ОУ?

Демографический спад последних лет сказался на всей сфере образования — пострадали не только вузы и школы, но и система начального и среднего профессионального образования. Например, в 2007 учебном году количество учащихся в российских техникумах и училищах уменьшилось на 7%. «По прогнозам Рособразования, в 2010–2011 годах дефицит абитуриентов этой сферы еще увеличится и составит около 35%. ОУ системы НПО и СПО испытывают нехватку учащихся ещё и из-за доминирующей позиции высшей школы. Многие молодые люди не хотят идти в техникумы и училища потому, что это означает в перспективе более низкий социальный статус, чем тот, что дает вузовский диплом» («Поиск № 37, 2007 г.). Исключительно большие трудности в этих учебных заведениях из-за нехватка квалифицированных преподавателей.

Возможным решением проблемы подготовки кадров для бизнеса является приватизация специализированных ОУ с учётом интереса коллектива этого ОУ. Очевидно, что приватизация многих ОУ в нашей стране неизбежна, особенно в тех условия, в которых они оказались после перехода на муниципальное финансирование.

Проблемы трудоустройства. Среди выпускников вузов Москвы более 50% не могут найти работу по специальности, несмотря на ежегодное увеличение спроса на квалифицированный персонал в среднем на 30%. Проблема в том, что заказчиками у высшей профессиональной школы выступает население, родители. Вузы же, в большинстве не готовы подходить к подготовке специалистов с точки зрения требований рынка, хотя активно ведут работы по разработке стандартов профессий. На рынке труда всё большее значение приобретает «умение обучаться».

Востребованы специалисты в области маркетинга, топ-менеджеры, руководители проектов, логисты, специалисты IT-технологий для Hi-Tech компаний и промышленности. Основные предъявляемые требования при приёме на работу: наличие высшего образования-90% ; знания ПК на уровне не ниже уверенного пользователя — 95% ; знания как минимум одного иностранного языка — 50% ; наличие опыта работы по специальности (в среднем от двух лет) — 50%, которого заведомо нет у молодых специалистов.

Наиболее трудная ситуация с трудоустройством молодых специалистов после окончания колледжей. Здесь добавляется сильная конкуренция со стороны приезжающей в Москву на заработки молодёжи из других регионов. Конкуренция со стороны дешёвой рабочей силы мигрантов (легальных и нелегальных) не позволяет московской молодёжи найти работу с приемлемой заработной платой.

Есть другая проблема — трудоустройство талантливой молодёжи.

Многое, что было наработано научными центрами по поддержке талантов в доперестроечный период потеряно. В результате, как показывают опросы [1], 69,6% опрошенных (465 студ.) хотели бы найти работу за пределами России. Выезд за рубеж планируют 35% опрошенных выпускников. Из них твердые намерения (реальные мигранты) выехать за рубеж сразу планируют уехать за рубеж, выбрали в качестве жизненной стратегии постоянное проживание за рубежом и дальнейшую судьбу связывают со специальностью, после завершения учебы выразили 9,9%. 70% из числа тех, кто после окончания МГУ полученной в МГУ.

Список литературы

1. *Лазарев В.А.* О предпринимательских проектах на международном рынке образовательных услуг. Изд. Канцлер, Яросл. 200, 120 с.

САМООПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИЧНОСТИ В ПРОЦЕССЕ СОЦИАЛИЗАЦИИ — ОСНОВА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНТЕГРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБРАЗОВАНИИ

Лупанова Н.А.

Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского

Пенза, Россия, 440044, Пенза, Ворошилова. 20-12

Анализ концепций объективации личности (Богословский С.М., Ломов Б.Ф., Мерлин В.С., Платонов К.К., Столин В.В.) позволяет сделать вывод об интегрированном значении индивидуально-личностных особенностей человека в качестве основы продуктивности процессов, происходящих в ходе реализации национального проекта «Образование».

Изменение социального и профессионального статуса участников процесса образования ведет к новой социально-педагогической основе соотнесения естественного стремления человека к самоутверждению с совокупностью встречающихся ему задач, которые в первое десятилетие XXI века являются инновационными в связи с обозначением нового качества информационного обеспечения интеграционных процессов в отечественном образовании.

Это требует новых подходов к педагогической оценке данного соотнесения, что затруднено в традиционной концепции оценивания качества развития образования. Налицо расширение основ образовательного мониторинга и видоизменение его задач, функций, что актуализирует в научно-практическом знании проблему взаимосвязи основных процессов, формирующих личность в процессе ее образования, и ее действий, реализующих в этом процессе определенный уровень культуры как показатель субъектности интеграционных процессов в образовании. К таким процессам можно отнести процесс самоопределения личности.

Самоопределение в работах ведущих психологов и педагогов (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, Л.И. Божович, Е.А. Климов, Е.С. Романова, А.К. Маркова и др.) понимается как процесс, показывающий уровень готовности личности к определенной по направленности, мотивации и содержанию деятельности любой направленности и качества действия. Оценка себя — является средством и результатом самоанализа, осуществляемого личностью вначале и по итогам совершаемых действий. Самооценка — квалиметрическая характеристика продуктивности деятельности личности. Она является неотъемлемым компонентом самоопределения, позволяющим реализовать регулятивную функцию самооценивания, и помогает осуществить своевременную самокоррекцию действия.

Это позволяет выделить определяющую основу эффективности современной образовательной системы — формирование акмеологической позиции ее участников и обеспечение их информационными технологиями усвоения и воспроизводства знаний и умений в вариативных ситуациях самореализации.

Самоопределение — центральный механизм становления личностной зрелости, состоящий в осознанном выборе человеком своего места в процессе социализации и осознание образования как интегрированной системы, позволяющей накопить опыт деятельности, создающий основы успешности отдельной личности и их интеграции в общность любого качества и уровня.

Частным случаем самоопределения является процесс профессионального самоопределения личности, которое раскрывается в исследованиях Е.С. Рапацевича. Он, в частности, пишет, что «самоопределение профессиональное — степень самооценки себя как специалиста определенной профессии; содержательная сторона направленности личности, взаимодействующая с призванием; важнейший объект формирования личности в процессе профессиональной ориентации» (4, с.682). С его точки зрения важнейшими параметрами самоопределения личности в информационном потоке являются самооценка, направленность и ориентация.

Это позволяет личности четко определить профессиональную ориентацию на решения определенной совокупности задач и своей роли в этом процессе. Так как, по мнению Б.Г. Мещерякова и В.П. Зинченко «ориентация членов группы на задачу и на себя — ...группы могут работать эффективно, если поощряется индивидуальное поведение, ориентированное на группу, и если повышение самооценки членов группы не слишком тормозится групповой работой» (1,с.358). Т.е. усвоение информационного потока в интегрированном образовательном поле развития личности наиболее интенсивно соотносится с решением проблемы саморазвития личности, если этот процесс реализуется в условиях толерантного группового взаимодействия.

Список литературы

1. Большой психологический словарь. / Сост. и общ. ред. Б.Г. Мещеряков, В.П. Зинченко, – СПб.: прайм-ЕВРОЗНАК, 2003. – 672 с.
2. Педагогический энциклопедический словарь. / Гл. ред. Б.М. Бим-Бад; Ред.:

М.М. Безруких, В.А. Болотов, Л.С. Глебова и др. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 528 с.
3. Психология. Словарь. / Под общей ред. А.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. – М., 1990. – 494 с.
4. *Рапацевич Е.С.* Педагогика: Большая современная энциклопедия. / Сост. Е.С. Рапацевич. – Мн.: «Современное слово», 2005. – 720 с.

МЕЖКУЛЬТУРНАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ КАК ИНДИКАТОР МЕЖНАЦИОНАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Маркова Н.Г.

Нижнекамский муниципальный институт

г. Нижнекамск, пр. Строителей, д. 44, кв. 37

Тел.: (8555)420535, e-mail: nmi@inbox.ru

Во все времена образование содействовало сохранению устойчивости общества, модификации форм и типов взаимоотношений людей, взаимодействию культур. Культура охватывает духовную жизнь общества — ту сферу, в которой создаются, сохраняются и накапливаются духовные ценности, знания, нормы и исторический опыт. Поэтому культура — это поликультурное поле наиболее устойчивого взаимодействия, взаимопонимания народов, их взаимного обогащения и понимания.

Главной задачей образования должно быть формирование этноориентированной личности, готовой к активной созидательной деятельности в современной поликультурной и многонациональной среде, стремящейся к пониманию других культур и уважающей иные культурно-этнические общности, а главное, умеющей жить в мире и согласии с представителями разных национальностей, рас и верований.

Сегодня актуально рассматривать и решать проблему взаимосвязи нравственности и образования. Обществу нужны высоконравственные специалисты с широким образовательным кругозором, инициативные и самостоятельные которые способны систематически совершенствовать свою личность и деятельность, постоянно работать над своим развитием. В процессе обучения и подготовки специалистов в любой области, они помимо знаний, умений и навыков, должны обладать социально и профессионально значимыми качествами, имеющими полипрофессиональный, полифункциональный характер, который обеспечивает его профессиональную мобильность, продуктивность и конкурентоспособность как специалиста.

Стремительное развитие международных и межнациональных контактов народов говорит о необходимости реализации одной из целей современного образования — это воспитание межкультурной компетенции. Именно системе образования предстоит решать нелегкую задачу избавления людей от устаревших этноцентристских взглядов и замены их на новые, этнорелятивистские, которые соответствуют реалиям того единого мира, в котором мы живем. В настоящее время, все больше современных государств становятся полиэтническими, а значит проблемы аккультуризации, формирование межкультурной компетенции должны войти в их жизни на первый план.

Образовательная политика должна отражать общенациональные интересы, учитывать общие тенденции мирового развития. Для России — страны многонациональной, многоконфессиональной и поликультурной — проблема воспитания подрастающего поколения в духе терпимости является актуальной. Индикативными особенностями конструктивного межнационального взаимодействия являются: ассертивность, синтонность, эмпатия, рефлексия и другие важные личностные качества представителя любой национальности, которые формируются в поликультурной образовательной среде.

Сегодня процесс глобализации охватил все сферы жизни во всем мире, поэтому воспитание межкультурной компетентности является одной из важных задач в образовании. Компетентность — это способность человека применять полученные знания, умения на практике, в повседневной жизни. Только высокий уровень межкультурной компетентности способствует формированию этнической толерантности для активного взаимодействия в современном, всё более глобализованном мире.

Важно уметь строить отношения в практической деятельности будущему специалисту в любой сфере: умение строить отношения с подчиненными, партнерами, клиентами, работать с людьми и коллективами с учетом различных социальных ситуаций и групп, создавать и поддерживать атмосферу комфортности, желание творчески работать, учиться; быть профессионально компетентным специалистом с ориентацией на нравственные, гуманистические ценности.

Межкультурная компетентность включает в себя умение быть гибким, тактичным, гуманным, быть терпимым к новым идеям, взглядам, готовым принимать изменения, быть находчивым при решении проблем и преодолении кризисов. В современном обществе люди, характеризующиеся межкультурной компетентностью, способны занять достойное место в обществе. Поэтому, важная задача высшего образования, особенно в современном обществе — это целенаправленно способствовать формированию межкультурной компетентности школьников, студентов. В процессе формирования межкультурной компетентности необходимо уделять внимание «порогу ментальности». Понятие «порог ментальности» — это та условная черта, за которой становится возможной или невозможной адекватная реакция человека в ситуации межкультурного общения.

Проблемы поликультурного образования чрезвычайно разнообразны и отражены в работах Е.В. Бондаревскрй, В.П. Борисенкова, О.В. Гукаленко, Ю.С. Давыдова, А.Н. Джуринского, М.Н. Кузьмина, З.А. Мальковой, Л.Л. Супруновой и др. Современное российское общество стоит перед лицом достаточно острых социально-политических, межэтнических и межкультурных проблем. Источник решения этих проблем находится в высокой духовной культуре.

ЭТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ ПЕРУ

Михеев В.И.[1], Фролов Л.В.[2], Бенавенте Э.[1]

Российский университет дружбы народов

РФ, Москва, 117198, ул. Миклухо-Маклая, дом 6

Тел.: 9550925, e-mail: vmicheev@list.ru

[1] Кафедра высшей математики

[2] Кафедра месторождений полезных ископаемых

Преподавание математики в зарубежных университетах часто сталкивается с проблемой взяток и коррупции [1]. Эти неприятные явления оказывают свое влияние тремя разными способами: во-первых, в виде растраты государственных и частных фондов, выделенных на математическое образование; во-вторых, путем найма недостаточно квалифицированных преподавателей и издания низкосортных учебников по математике; в-третьих, в форме неравенства между студентами-математиками, одни из которых могут заплатить взятку преподавателю или администрации университета, а другие — нет.

Сегодня в Перу имеется 33 государственных и 47 частных университетов, где ведется преподавание математики. При этом студенты не получают стипендии, а напротив — должны вносить плату за обучение и проживание. Большинство перуанских абитуриентов смотрят на высшее образование как выгодное дело в социальном и материальном смыслах. Экономическое положение государственных университетов таково, что число поступающих больше, чем количество мест, которое государственные университеты способны выделить. Поэтому часть абитуриентов, которые не поступили туда, идут в частные университеты, другая часть поступает в техникумы, а третья прямо начинает работать. В идеальном случае любой перуанский университет должен обучать специалистов гуманитарного, естественно-научного и инженерного профиля. Там должны давать интегральное образование, обеспечивающее гармоничное развитие студентов. После окончания курса обучения они должны быть способными самостоятельно приобретать знания. Этот взгляд на высшую школу возник еще в 1551 году, когда по указу испанского короля Карлоса V в столице Перу, городе Лиме был создан Universidad Nacional Mayor de San Marcos и был утвержден его устав. Поступающие в перуанский университет проходят вступительные тесты, результаты которых обрабатываются ЭВМ. По замыслу создателей этой системы она должна была исключить случаи недобросовестного поведения абитуриентов и преподавателей, входящих в состав приемной комиссии. Тем не менее, за многие годы было зафиксировано значительное число нарушений на вступительном экзамене. Некоторые поступающие покупают заранее вопросы, которые входят в состав тестов. Другие пользуются шпаргалками. Третьи пытаются обводить кружочком ответы случайным образом. С этим пытаются бороться тем, что рассаживают абитуриентов по одному, а преподаватели (примерно 4 на 100 абитуриентов) ходят по аудитории, где проводится экзамен, и следят за достойным поведением экзаменуемых.

Появление компактных электронных средств передачи информации оказывает влияние на результаты вступительного теста в университетах Перу. Многие состоятельные абитуриенты стараются передать по сотовому телефону вопросы из тестов «команде поддержки», которая ждет снаружи, а затем получить от нее правильные ответы на них. У преподавателей, надзирающих за ходом экзамена, пока нет права отбирать у поступающих на время экзамена сотовые телефоны. Поэтому здесь еще существует лазейка для аморальных молодых людей и их родственников. Ожидается, что в ближайшее время с «электронным жульничеством» можно будет бороться техническими и юридическими средствами.

В университетах Перу некоторые преподаватели математики, получающие небольшую зарплату, берут взятки. И они делятся незаконными доходами с продажными представителями администрации, которые не дают их в обиду. А поскольку взяточничество ведется опытными людьми, добиться их осуждения в суде практически невозможно. В результате этой незаконной деятельности страдает подготовка специалистов из национальных кадров [2]. И это наносит значительный ущерб бюджету страны, так как перуанскому правительству приходится заполнять вакансии врачей, инженеров, управленцев и пр. иностранцами.

Стремясь сохранить и упрочить свое политическое господство в Южной Америки, власти США финансируют в этих странах программы борьбы с коррупцией, которые делают больше шума в средствах массовой информации, чем приносят ощутимых действительных результатов. И это не удивительно, поскольку коррупция и взяточничество имеют место в университетах США еще в больших размерах, чем в Перу.

Список литературы

1. Corruption in the Education Sector. / Transparency International. – Working Paper Nr.4. – 2007.
2. *Berthin G. et al.* Anti-Corruption and Transparency Coalitions: Lessons from Peru, Paraguay, El Salvador and Bolivia. – Casals & Associates, Inc. – August 2005. – 61 p.

ПРОСВЕТИТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ОБРАЗОВАНИИ КАК ВЫРАЖЕНИЕ ВРЕМЕНИ И НАШЕЙ ЭПОХИ

Михеев В.И.

Российский университет дружбы народов

Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6

Тел.: 9550897, Факс: 9550925, e-mail: vmicheev@list.ru

Нашим современникам, которых мы чтим как читателей, сообщаем, что в мае — июне месяце с.г. выходит в свет одиннадцатый номер журнала «Проблемы теории и методики обучения» с богатым набором статейного материала по всем его рубрикам (объем номера журнала возрос до 245 стр., в журнале участвуют более 50 российских и зарубежных авторов с удивительным подбором самих авторов — от школьного учителя до академика РАО и РАН).

С выходом одиннадцатого номера журнала можно считать, что журнал «Проблемы теории и методики обучения» достойно прошел свой уже 11-летний путь (если учесть, что за этот период издания было опубликовано более 550 статей российских и зарубежных авторов), воплощая с 1997г. основную идею его создания и концептуальную основу — объединить специалистов различного уровня в освещении, анализе и критической оценки решения многих задач по проблемам теории и методики обучения, по методологии педагогики, по формированию информационно — обучающей среды и по использованию богатейшего отечественного и зарубежного педагогического опыта в деле совершенствования различных звеньев среднего и высшего образования.

Международный редакционный совет журнала и его редакционная коллегия считает, что с выходом десятого номера журнала «Проблемы теории и методики обучения» произошел существенно качественный переход журнала на уровень фундаментального, научно-теоретического и методического журнала, имеющего уже свое научное лицо, широкий круг читателей, а главное, свое четко определившееся место среди ведущих отечественных и зарубежных журналов по вопросам теории и методики обучения. Надо особо отдать дань и должное тому, что выход журнала на такой достойный и почтенный уровень стал возможным исключительно благодаря содействию удивительных старателей журнала, чей голос правды и чести придает немалые силы и уверенность в нашем просветительском деле. Обратимся к фактам и хронике, раскрывающие важные стороны взросления журнала и его формирования:

1. Так, в пятом номере нашего журнала появилась первая статья академика РАН С.М. Никольского под названием «Автобиографические заметки», которая дала дорогу уже следующим статьям под тем же назва-

нием в номерах №6–№11, что позволило выстроить удивительную картину жизни людей в России уже с начала двадцатого века и до перестройки всей советской эпохи. Полотно статей строится на автобиографической основе и точных фактах, что дает читателю образно чувствовать и видеть, сопереживать и анализировать описываемые события с учетом времени и эпохи.

2. В свою очередь, в шестом номере нашего журнала также появилась первая статья академика РАО Колягина Ю.М. под названием «Классическое или реальное: вчера, сегодня, завтра». Статья по своему содержанию настолько взволновала редакционный совет своей исторической новью и фундаментальностью, что было принято решение созвучно названию статьи Ю.М. Колягина изменить структуру разделов журнала и ввести новый раздел журнала с названием «Российское образование: вчера, сегодня, завтра». В последующих своих публикациях в номерах журнала №7–№11 автор привнес все то, что является большой редкостью — огромный фактологический материал, касающийся русской школы и ее развитие в разные эпохи и времена. Более того, во всех имеющихся публикациях обнаруживаются немало интересных и новых исторических фактов, раскрывающих суть русского просвещения, русской культуры и тех, чей вклад в народное образование неоценимо.

3. Особое место в нашем журнале отводится статьям члена-корреспондента РАН, Л.Д. Кудрявцева (№4, №7–№10). В каждой из них дается описание многих сторон системы преподавания математики, построенной и разработанной на основе своего чуткого видения, высокого профессионализма, культуры и большого педагогического опыта. Следует особо отметить, во всех статьях Л.Д. Кудрявцева, появившихся в нашем журнале, доминирующим мотивом является нравственное воспитание молодого поколения. Иными словами, образование и нравственность — этот тот остов, на котором должна строится и держаться вся наша система образования в России, а также ближнего и дальнего зарубежья включая все ее звенья, в том числе, и математическое образование в частности.

Отрадно, что во всех номерах журнала «Проблемы теории и методики обучения» статьи академика РАН С.М. Никольского, члена-корреспондента РАН Л.Д. Кудрявцева и академика РАО Ю.М. Колягина печатаются уже вместе, что несомненно радует читателя, т.к. в статьях столь почетных авторов мастерски подаются и раскрываются различные стороны становления и развития Российского образования и науки. Таким образом, появление в журнале статей — «летописей» С.М. Никольского, Л.Д. Кудрявцева и Ю.М. Колягина, написанных светлыми умами и добрым сердцем, их сподвижничество в просветительской деятельности в образовании позволяет считать, что весь журнал, и в частности Раздел 4 «Российское образование: вчера, сегодня, завтра», стал важным нравственным остовом всего журнала, что позволяет читателю более зримо видеть многие важные перемены на ниве высшего и среднего образования и их оценивать с позиции уже новых требований с учетом истории развития российского и зарубежного образования в целом.

ОБРАЗОВАНИЕ И НРАВСТВЕННОСТЬ КАК СЛАГАЕМЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КАЧЕСТВ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Новик И.А.

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка

Минск, ул. Советская, д. 18, кафедра прикладной математики и информатики

Тел.: 2277783, e-mail: novik@bspu.unibel.by

При анализе профессиональной деятельности учителя нельзя рассматривать изолированно процесс формирования профессиональных качеств от содержания профессиональной деятельности.

Учебные планы и программы определяют цели, задачи и уровень образования молодого специалиста в университете. Качества личности будущего учителя формируются в процессе обучения всем предметам, но обучение студентов педагогике и методике преподавания математике с педпрактикой является в этом деле первостепенными.

Понятия «этика», «нравственность», «мораль» часто отождествляются. Однако, следует помнить, что «этика» рассматривается как наука о морали, «мораль» считается убеждением человека, «нравственность» чаще относят к поведению людей.

Соединение понятий «образование» и «нравственность» особенно важно в подготовке учителя. Известно, что будущий учитель должен быть не только высокообразованным человеком, но и высоконравственным. Формирование профессиональной культуры будущего учителя включает в себя и формирование нравственности.

Вот почему в преподавании математики, предмета высокого уровня абстракции, для учителя особенно важно в обучении учащихся проявлять умелое сочетание такта и критичности;

– вежливости и принципиальности;
– справедливости и бескомпромиссности;
– гибкости и прямоты;
– доступности объяснения и научности изложения материала;
– простоты и нестандартности мышления;
– любви к учащимся и требовательности к ним.
– любви к математике и правильного понимания роли и места этого предмета в системе наук;
– важно сочетания умения слушать и не тратить время урока впустую;
– умение объяснять и научить учащихся думать и додумывать новые положения самостоятельно, воспитывать любовь к профессии учителя.

Формированию таких умений учителя посвятили свои исследования многие ученые.

В их числе Новик И.А., Ананченко К.О., Гуцанович С.А., Мельников О.И., Скатецкий В.Г., Рогановский Н.В., Радьков А.М.

Нравственность является одной из черт характера будущего учителя, основными чертами которого являются личная позиция к изучаемым теориям, законам, положениям и фактам; стремление к совершенствованию педагогического мастерства, самообразованию; поиск путей совершенствования методов, приемов работы с учащимися при обучении математике; готовность прийти на помощь учащемуся, который затрудняется в понимании математического материала; терпеливый поиск в выборе рационального решения, построения наиболее наглядного чертежа; стремление к варьированию приемов работы при изучении трудных для восприятия учащимися тем курса математики и т. д.

Приведенные черты характера являются слагаемыми основ методической культуры учителя, включающей методические знания, умения и навыки, т.е. те компоненты, без которых учитель математики состояться не может.

Основы методической культуры воспитываются у студентов в период как прямого так и косвенного обучения методическим умениям. Развитость и определенная выраженность этих компонентов определяют высокий уровень готовности специалиста. Под готовностью студентов в будущей работе учителя математики мы понимаем избирательную прогнозируемую активность на стадии обучения в педагогическом вузе, настраивающую личность на будущую деятельность в системе народного образования. Выразителем необходимого уровня методической готовности является методическая культура.

Повышенный и обязательный уровни методической готовности студентов считаем базовыми в становлении педагогического мастерства учителя в целом. Начальный уровень приобретаемых основ методической культуры должны пройти все студенты для достижения следующего более высокого уровня.

Обязательный и повышенный уровни основ методической культуры будущего учителя являются базой для развития их творческих умений и способностей.

НРАВСТВЕННЫЙ ВЕКТОР В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ РАБОТНИКОВ

Одинцов С.Д.

Московская государственная юридическая академия (МГЮА)

e-mail: `sodintsov@mail.ru`

"...Образование без воспитания есть дело ложное и опасное. Оно создает чаще всего людей полуобразованных, самомнительных и заносчивых карьеристов: оно развязывает и поощряет в человеке «волка»"

И.А. Ильин [1]

В настоящее время введен к исполнению нацпроект «Образование», исполнение которого вызывает потребность модернизации самой системы образования. И тем не менее главные, первостепенные задачи определяются российской экономикой, которая сегодня прежде всего нуждается в кадрах инженерно-технических специалистов. В документах, определяющих социальный заказ государства, выпускнику технического вуза предъявляются высокие требования не только к уровню профессиональных знаний и умений, но и к профессионально-значимым качествам личности, в том числе к его нравственности.

Если технические науки (особенно математика) апеллируют к категориям истины и лжи, где нет полутонов, то такая категория как нравственность — это особая форма общественного сознания и некий вид общественных отношений (моральные отношения). Один из основных способов регуляции действий человека в обществе с помощью норм. В отличие от простого обычая или традиции нравственные нормы получают идейное обоснование в виде идеалов добра и зла, справедливости и т.п. Санкционируется нравственность лишь формами духовного воздействия. К сожалению, границу между добром и злом трудно провести однозначно и эта неоднозначность вызывает кризис. Он заключается в постепенной девальвации этических и правовых норм. Девальвация зашла уже так далеко, что многие этические и правовые ценности потеряли свой престиж. Все больше и больше на истинные нравственные ценности смотрят, как на всего лишь «красивые речевые реакции», под которыми скрываются эгоистические, материальные интересы и стяжательские мотивы отдельных лиц и групп. Происходит падение нравов общества.

Выдающиеся мыслители всех веков и всех народов были озабочены таким падением нравов. И они все предлагали одно и тоже лекарство — занятие самосовершенствованием. Были исписаны многочисленные тома по воспитанию нравственности людей, где проповедовались сострадание к ближнему, любовь к «братьям меньшим», предлагались рецепты закаливания духа и воли отдельного человека, показывалась грань между нравственным и безнравственным. Например, русские писатели проповедовали нравственность самой борьбы за человеческое в человеке, а В.Г. Белинский, Н.А. Некрасов, Ф.М. Достоевский, Л.Н. Толстой стали совестью нации, по выражению академика Д.С. Лихачева, их ученики «сверяли свои поступки, как по этическому камертону».

Еще в 17 веке Рене Декарт понимал пагубность падения нравов для цивилизации и, в частности, для человека разумного, думающего, ученого. По Декарту [2], человек в своей жизни должен полагаться на разум. Если же он действует под влиянием побуждений, не проясненных светом разума, разумной души, его ум впадает в заблуждение, что ведет к дурным, греховным поступкам.

Если определить образование как процесс развития и саморазвития личности, связанный с овладением социально значимым опытом человечества, воплощенным в знаниях, умениях, творческой деятельности и эмоционально-ценностном отношении к миру, то из этого определения явно следует, что образование предполагает и приобщение студента к нравственным нормам.

Сегодня перед обострением глобальных проблем — атомной войны, глобальными экологическими проблемами и истощением энергетических ресурсов Земли как никогда стоят на первом месте задачи формирования молодой научно-технической интеллигенции на основе идеалов нравственности. Автор этой статьи убежден, что необходимо ввести в Госстандарт вузовского образования этику. Также необходимо поднять оплату труда преподавателей вузов, сделав их труд почетным и уважаемым, чтобы был довольно заметный конкурс (открытый!) на замещение этих должностей. Надо вернуть этому труду смысл, достоинство и нравственность, чтобы преподаватель мог сам выбирать учебный материал для каждого конкретного потока, исходя из общего стандарта образования, реальных возможностей студентов и мог бы отсеивать тех, которые не хотят, не дозрели или не могут учиться на уровне большинства студентов в его потоке. Короче говоря, труд педагога должен снова стать творчеством, а не рутинной бюрократией.

Список литературы

1. *Ильин И.А.* Собрание сочинений (В 10 т.). Т.3 М.: Русская книга,1994. – 592 с.
2. *Декарт Р.* Сочинения в 2т. Пер. с лат. и франц. Т.1 – М.: Мысль,1989. стр. 255–256.

ТВОРЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Ожерельева Е.В.

Московский педагогический государственный университет

В настоящее время идет активный поиск путей и методов развития самостоятельного творческого мышления в обучении. Научное решение этой проблемы основывается на психологических теориях мышления, на развитии и углублении знаний о психологических закономерностях и особенностях творческой мыслительной деятельности.

Относительно творческих упражнений в методике существуют две крайние точки зрения. Одни полагают, что обычно ученик не может сам ставить перед собой проблему. Отсюда делают вывод, что в школьных условиях уже достаточно, если ученик сможет решить готовую задачу, предложенную ему учителем. Обучение математике в школе вполне можно и нужно строить так, чтобы оно представлялось для учащегося серией маленьких открытий, при помощи которых ум ученика может подняться к высшим обобщениям.

Различные синтетические упражнения по составлению уравнений, задач и т.п. обладают для учащихся качествами новизны и оригинальности полученных результатов, поэтому есть все основания отнести подобные упражнения к творческим. Вторая точка зрения связана с ограниченным толкованием понятия «математическое творчество», когда под ним понимают только изящное, чем-то необычное решение все той же готовой задачи, составленной кем-то другим.

Конечно нельзя отрицать наличия элементов творчества и в такой преимущественно аналитической деятельности, но важно учитывать при обучении следующее положение: творчество всегда означает созидание, синтез чего-то существенно нового; не может быть настоящего творчества там, где деятельность не носит, прежде всего, конструктивного характера. Важна в данной связи и психологическая сторона вопроса. Самостоятельно составленная и решенная задача запоминается полнее и прочнее, чем просто решенная. Одним из основных методических средств выступает наличие в составе «укрупненного упражнения» задания по составлению школьниками своих примеров, задач, уравнений функций и т.п., удовлетворяющих поставленным условиям.

Данные, полученные на стыке общей и социальной психологии, показывают, что формирование мышления можно стимулировать групповыми видами интеллектуальной работы. Было замечено, что коллективная деятельность по решению задач способствует усилению познавательных функций людей, в частности улучшению их восприятия и памяти. Аналогичные поиски в области психологии мышления привели ученых к выводу о том, что в некоторых случаях групповая умственная работа может способствовать развитию индивидуального интеллекта. Было установлено, например, что коллективная работа помогает генерированию и критическому отбору творческих идей.

Одна из методик организации и стимулирования групповой творческой интеллектуальной деятельности получила название брейнсторминг (буквально «мозговой штурм»). Его проведение основано на следующих принципах:

– для решения некоторого класса интеллектуальных задач, для которых трудно отыскать оптимальное решение, работая над ним индивидуально, создается специальная группа людей, между которыми особым образом организуется взаимодействие, рассчитанное на получение «группового эффекта», что улучшает качество и увеличивает скорость принятия нужного решения по сравнению с индивидуальным его поиском;
– в подобную группу включаются люди, которые отличаются друг от друга по психологическим качествам, в совокупности необходимым для нахождения оптимального решения (один, например, больше склонен высказывать идеи, а другой — их критиковать; один обладает быстрой реакцией, но не в состоянии тщательно взвесить ее последствия, другой, напротив, реагирует медленно, но зато тщательно продумывает каждый свой шаг, один стремится к риску, другой склонен к осторожности и т.д.);
– в созданной группе за счет введения специальных норм и правил взаимодействия создается такая атмосфера, которая стимулирует совместную творческую работу. Поощряется высказывание любой идеи, какой бы странной на первый взгляд она ни казалась. Допускается только критика идей, а не высказавших их людей. Все активно помогают друг другу в работе, особенно высоко оценивается оказание творческой помощи партнеру по группе.

В условиях так организованной творческой работы человек средних интеллектуальных способностей начинает высказывать почти в два раза больше интересных идей, чем в том случае, когда он думает над решением задачи один. Индивидуальная и групповая работа чередуются друг с другом. На одних этапах поиска решения задачи все думают вместе, а на других — каждый размышляет в отдельности, на следующем этапе все снова работают вместе. Описанная техника крайне полезна для развития мышления как взрослых так и детей, а главное — для сплочения детского коллектива и формирования у детей разного возраста необходимых в современной жизни умений и навыков межличностного общения и взаимодействия.

НРАВСТВЕННЫЙ ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЛОГИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ДЕТСКИХ ИГР

Рекач Ф.В.

Российский университет дружбы народов, кафедра высшей математики

Россия, 109129, г. Москва, Волжский бульвар, дом 32, корп. 1, кв. 57

Тел.: (495)9550897, (495)1791824

Практика анализа развивающих настольных игр, предоставленных на российском рынке, показывает их слабую интеллектуальную и нравственную направленность, особенно для детей в возрасте 7–10 лет. В основном это, так называемые, «ходилки», то есть игры, в которых ребёнок бросает кубик и в свой ход не имеет или почти не имеет выбора. В большинстве представленных игр производители не заботятся о визуальной привлекательности.

Автор поставил перед собой задачу создать серию красочных игр, в которых участники-герои представляли бы собой «живых» ребятишек с возможностями взаимопомощи (а не обмена или купли-продажи). В противовес западному прагматизму, в играх должен присутствовать не дух победы любыми средствами, а чувство сопереживания со своим товарищем по игре. Одним из способов достижения этого — благородная цель, объединяющая игроков и попытка создать ситуации, при которых невозможно победить без взаимодействия.

Одна из игр — красочная игра на фоне звёздного неба для участников от младшего школьного возраста до взрослых (в игре предусмотрено до 10 вариантов по возрастанию сложности). Цель игры: освободить плененных принцессу и принца, томящихся на далекой планете Амрют. Каждый игрок управляет четырьмя звездолетами, которые должны в максимально короткий срок встретить звёздного рыцаря и получить у него волшебные атрибуты для победы над злом. В начале игры участники имеют выбор — бросив кубик, пойти одним из четырёх звездолётов. По мере развития игры, число вариантов хода может возрасти до 50 и более (это связано с разветвлением путей полёта звездолётов, а также с обретением в процессе игры дополнительных возможностей).

Хотя игра имеет определённый вероятностный характер (бросание кубика), однако это сглаживается путём компенсации низких очков кубика (1,2 очка) дополнительными возможностями. В старших вариантах предусмотрено бросание двух кубиков, что дополнительно увеличивает возможности логического выбора. В последних вариантах кубик заменяется набором чисел, одинаковых для участников и выбором возможностей в открытую. Это придаёт игре академичность и отсутствие случайностей.

Во всех вариантах участник должен определить логику хода, исходя из стратегического плана достижения победы. Практика игр показала, что более интеллектуальный игрок находит в море вариантов те, которые чаще ведут к победе в игре.

К сожалению, используемые в нашем образовании (дошкольном, школьном, вузовском) технологии в целом пока ближе к «знаниясуммирующим», чем к «интеллектразвивающим». Перенос центра тяжести с первых технологий на вторые — насущная задача образования на всех уровнях. Кроме прочего, это будет вкладом и в оздоровление общества.

ВЛИЯНИЕ ТЕЛЕВИДЕНИЯ НА УРОВЕНЬ АГРЕССИИ СРЕДИ ДЕТЕЙ И ПОДРОСТКОВ

Родионова О.М., Глебов В.В.

РУДН, экологический факультет

Москва, Подольское шоссе 8/5 к.319

Тел.: 8-9262753960, e-mail: vg44@mail.ru

Ребенок школьного возраста, для которого телевизор становится важнейшим источником информации, сталкивается с двумя основными проблемами. Во-первых, он должен научиться усваивать обширную и разнородную информацию непривычно широкого для него диапазона. Во-вторых, он должен научиться оценивать достоверность этой информации, определять — чему верить, а чему — нет.

Телевидение вносит существенный вклад в характер общения ребенка со сверстниками. Многое из того, что он видит на экране, постепенно переходит в его игры с товарищами.

Телевидение оказывается стимулом для действий, которые не нужно изобретать самому, поскольку они даны в готовом виде. Психологи установили, что наиболее действенна эта «стимуляция» для детей со слабо развитым воображением и фантазией, для тех, кто не обладает самодостаточностью. Одной из негативных сторон телевидение выступает увеличение доли телепередач со сценами агрессии.

Рассмотрим «положительные» и «отрицательные» стороны телевидения.

«Положительные»: школьник может узнавать из телевизионных программ эффективные модели социально желательного поведения; важные вещи как необходимость серьезной учебы, уважение к родителям, терпимость по отношению к сверстникам, заботу о животных и т.п.; информацию о происходящих в стране событиях.

«Отрицательные»: культ скандалов в средствах массовой информации; культ насилия в кино; огромное внимание телевизионной рекламе; все средства телевидения направлены на пропаганду культа силы, материального богатства и внезапного успеха.

Восприятие ребенком телепередач.

Влияние телевидения трудно переоценить. Стремление подражать экранным героям не всегда связано только с проявлениями агрессии. Отдельные исследования позволяют увидеть, насколько заразительными могут быть телевизионные программы и фильмы. Так, согласно заявлению «Итальянского национального института здоровья» часто итальянские подростки начинают курить, чтобы подражать актерам и звездам телевидения. Эксперты заявляют, что итальянские телеканалы Rai, Mediaset, La7 и MTV показывают курящего человека каждые 32 минуты. Причем большинство случаев курения ассоциируется с позитивным героем, победителем. Согласно исследованиям, проведенным в США, 38% американских подростков начали курить, копируя телевизионных героев. Результаты исследований WisdomWorks Ministries показали, что 41% американских подростков либо читали, либо смотрели истории о Гарри Поттере. В результате этого 12% из них серьезно заинтересовались колдовством, а 66% опрошенных принимали участие в различных оккультных ритуалах. Все сказанное говорит о том, что идентификация с виртуальными персонажами является неотъемлемым фактом нашей жизни. При этом подражание таким персонажам может приобретать самые различные формы, в том числе и насильственные, изучению которых и посвящена данная работа.

Наиболее серьезным и драматичным по последствиям является, пожалуй, влияние телевидения на агрессивность ребенка. Жестокость и насилие, обильно заполняющие телевизионный экран, добавляют множество агрессивных моделей в поведение ребенка, в результате чего в реальной жизни дети охотно имитируют агрессивные реакции телевизионных персонажей. Из наших исследований было выяснено, что 62% подростков готовы действовать героям телесериала «Бригада». Даже уже упомянутые фильмы, несущие некие позитивные моральные формулы, сплошь и рядом демонстрируют насилие и жестокость как средства достижения вполне благородных целей. Таким образом, насилие становится социально одобряемым средством достижения добра.

Многочисленные исследования убедительно показывают, что широко опубликованные сведения об актах насилия имеют тенденцию порождать сходные акты насилия в отношении сходных жертв, вне зависимости от их направленности на другого человека или на самого себя.

Еще важнее то обстоятельство, стереотип разрушения распространяется в форме «подражательной агрессии». Психологический механизм последней можно описать так: ребенок видит на экране проявления насилия и жестокости, и в нем усиливается ожидание жестокости от окружающего мира. Начав воспринимать мир как более жестокий и пугающий, ребенок становится более настороженным, занимает позицию «активной самообороны» и...неизбежно оказывается более агрессивным. Поскольку он не одинок в этом, то и мир становится более агрессивным, стало быть — его опасения «оправдываются». Агрессия становится формой поведения.

Влияние телевидения на психику ребенка, в том числе — раннего возраста, чрезвычайно сильно и неоднозначно. Его преимуществом можно признать быстрый доступ к новизне, разнообразию и динамичности современной жизни. Негативной же стороной влияния телевидения является, прежде всего, формирование отрицательных моделей поведения, и в частности — подражательной агрессии. Кроме того, телевизионная версия окружающей действительности, будучи зачастую весьма привлекательной для ребенка младшего возраста, одновременно может дезориентировать его при столкновении с реальными жизненными проблемами.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ИДЕАЛ И ЭТИКА АРХИТЕКТОРА

Рожкова А.В.[1], Игнатьев Ю.А.[2], Разин А.Д.[1]

Российский университет дружбы народов

РФ, Москва, 117198, ул. Миклухо-Маклая, дом 6

Тел.: 9550925, e-mail: yignatiev@yahoo.com

[1]Кафедра архитектуры и градостроительства
[2]Кафедра высшей математики

Архитектурная этика является составной частью *философии архитектуры*, которая может определяться как область архитектуры, изучающая мировоззренческие вопросы деятельности архитектора и значение архитектуры в функционировании и развитии природы и общества. Многие руководители строительного бизнеса полагают, что в идеале архитектор должен стремиться к компиляции лучших зданий и сооружений, уже имеющихся в окружающей реальности. Если это распространенное мнение воспринимать серьезно, то образовательный идеал архитектора — это не свободное творчество, основанное на полученных научных знаниях и интеллектуальной интуиции. Напротив, студента-архитектора нужно обучать копированию чужих идей, воплощенных в имеющихся строительных материалах. О том, что заимствование чужих идей является аморальным поступком, эти выдающиеся предприниматели, по-видимому, не знают.

Образовательный идеал архитектора претерпел многочисленные изменения с течением времени, но никто не берется отрицать: различные отрасли математики являются важнейшими инструментами, которыми должен овладеть будущий архитектор. Не имея прочных математических знаний, не представляется возможным овладеть такими важными инженерными дисциплинами, как сопротивление материалов и строительная механика. Не владея современной геометрией, трудно представлять себе трансформации архитектурной формы и пространства. Об этом было известно еще до рождения Иисуса Христа. На эту тему писали выдающиеся архитекторы прошлого Марк Витрувий и Даниеле Барбаро.

Рассмотрим теперь образовательный идеал архитектора с позиций основных направлений философской этики.

Этика прагматизма сводится к тезису: «Что мне выгодно (приносит прибыль), то и морально». Если будущий архитектор делает акцент именно на этом, то он наиболее вероятно будет стремиться изучать не математику, физику или, скажем, механику, а экономическую часть архитектурной деятельности и способы воздействия на потенциального клиента, чтобы извлечь из него наибольшую выгоду. При этом: сколько простоит здание, из чего оно будет построено, при каких условиях оно будет возводиться, другие серьезные общественные проблемы будут оказывать лишь незначительное влияние на его творчество.

Основное положение этики кенигсбергского философа И. Канта, которое все еще имеет широкое распространение в Германии и за ее пределами, может быть описано так: «Архитектор, создавай свои здания и сооружения так, как бы ты их всегда строил при одних и тех же условиях!» Не возникает сомнения, что в случае талантливого и хорошо обученного архитектора этот призыв является верным. Но у него есть и обратная сторона, относящаяся к плохо образованному архитектору; если он всегда будет проектировать плохо, то он будет постоянной угрозой для окружающих. Примером этому может служить хорошо известная и недавняя история с обрушением аквапарка в районе Ясенево города Москвы.

Эскапистская этика тоже часто встречается на практике. Ее представители среди философов архитектуры повторяют, что этических проблем в архитектуре не существует. Подобная мировоззренческая позиция, которую эскаписты хотят перенести на образовательный идеал архитектора, является ложной. Если круглосуточная стройка предполагается в непосредственной близости от жилья других людей, то она будет наносить вред их здоровью, оказывать влияние на выполнение ими общественно полезного труда, причинять ущерб детям, от которых, возможно, зависит будущее культуры и производства. Очевидно, что архитектор, создающий эту стройку, не может войти в классификацию людей, делающих добро другим людям, а потому является моральным безумцем.

Расовая этика говорит о том, что архитектор имеет моральные обязательства только перед людьми своей расы. Эта позиция, очевидно, является антигуманной и аморальной.

Список литературы

1. *Schaper G.* Vom Wesen des Bauens und der Baukunst: Bemerkungen zu einer Philosophie der Architektur. – Wuerzburg, 1962.
2. *Cacciari M.* Architecture and nihilism: on the philosophy of modern architecture. – New Haven: Yale University Press, 1993.
3. Architecture, art, philosophy. / Edited by Andrew Benjamin. – New York: Academy Ed., 1995.
4. *Барбаро Д.* Десять книг об архитектуре Витрувия с комментарием Даниеле Барбаро с прил. трактата Джузеппе Сальвиати о способе точного вычерчивания ионийской волюты. – Москва: Издательство Всесоюзной Академии архитектуры, 1938.

НРАВСТВЕННЫЙ ВЫБОР В КОНТЕКСТЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Розанова С.А., Лазарев В.А., Ржевский В.В.

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (Технический университет);
Центр современного образования (ЦСО);
Физический ф-т МГУ им. М.В. Ломоносова

119454, Москва, пр-т Вернадского, 78;
117302, Москва, ул. Орджоникидзе, 3;
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы

e-mail: srozanova@mail.ru, victor_lazarev@mail.ru;
rzhevski@mig.phys.msu.ru

«Тот учится хорошо, кто воспринимает всё умное.
Но кто воспринимает благородное?.. Нет ответа.»
В.В. Розанов, Мимолетное, 1914 г.

В работе Кудрявцева Л.Д. 1995 года «Образование и нравственность» затронуты глубокие аспекты образования и воспитания. Выдающийся математик, видный педагог, автор своей книгой фактически сформулировал постановку задачи о роли нравственности в образовании, решение которой может дать ответ, в том числе, и на вопрос Розанова «кто воспринимает благородное?»

Ряд особенностей учебного процесса весьма критичны с точки зрения нравственности. Общеизвестно значение оценочно-контрольной функции в образовании (зачеты, экзамены, контрольные работы, коллоквиумы и т.д.), вместе с тем, именно здесь, в обыденных, рутинных для учебного процесса процедурах, возникает необходимость нравственного выбора — для студентов (условно): «списывать — не списывать», — для преподавателей (условно): «замечать, что списывают — не замечать». В пользу учебы в британских университетах есть старинный аргумент: не только получить образование, но и стать джентльменом. Механизм такого становления тесно связан с упомянутым выбором. При этом, хотя административный ресурс служит для преподавателей важным инструментом, решающим фактором является выработка у студентов ясной шкалы нравственных ценностей. Формула отечественного образования: береги честь смолоду, восходит к давним традициям и применима, как к студентам, так и к преподавателям.

Создание атмосферы, где в почете порядочное поведение, уважение к каждому независимо от звания и положения, воспитание у студентов острого ощущения достойного и недостойного, безусловно, является первостепенной задачей преподавателя с первых часов занятий. Именно, преподаватели в ответе, за то, чтобы как можно большее число студентов «восприняли благородное».

О ПРАВЕ УЧЕНИКА НА ОШИБКУ ПРИ ПОСТРОЕНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ВЫВОДОВ

Селютин В.Д.

ГОУ ВПО «Орловский государственный университет»

302026., г. Орел, ул.Комсомольская, 95, ОГУ, физмат

e-mail: `selutin_v_d@mail.ru`

С 2003–2004 учебного года в российских школах стали изучать элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Опыт первых лет обучения школьников этому учебному материалу обнажает ряд трудностей, связанных с особенностями стохастической методологии. Специфика стохастических рассуждений и умозаключений послужила причиной неприязни многими учителями математики новой содержательно-методической линии.

Несомненно, как и математика в целом, стохастика позволяет развивать определенные формы мышления, необходимые для освоения окружающей нас действительности. Но вместе с этим, она обладает особым потенциалом для развития личности школьника, совершенствованию его коммуникативных способностей, умений ориентироваться в общественных процессах. Учащиеся приобретают знания, которые помогают им воспринимать и анализировать статистические сведения, встречающиеся в современных средствах массовой информации, получают возможность делать на их основе выводы и принимать решения в самых разнообразных жизненных ситуациях. В каждой такой ситуации перед учителем возникает принципиально новый вопрос: в каком отношении находятся итоги решения математической задачи с решением практической проблемы? Анализ уроков учителей по обучению элементам стохастики позволяет говорить, что этот вопрос является наиболее трудным.

Известно, что одну и ту же статистическую информацию разные люди могут трактовать по-разному. Это проявляются, как правило, в ходе интерпретации результатов решения математической задачи, возникшей в ходе статистического исследования. Причиной неправильных или противоречивых выводов может быть не адекватный выбор критериев, по которым интерпретируются статистические данные. На основе одних и тех же статистических сведений могут быть также приняты разные верные решения, порой противоположные. Обманчивое впечатление может также возникать и из-за неполноты статистических данных или из-за неправильного учета влияющих на них факторов. Часто получаемые выводы зависят от умений, которые связаны с выделением типичных представителей данных, или владения средствами анализа вероятностных парадоксов и неожиданностей.

Следует глубоко понимать причины появления опасности принятия неправильных решений в ходе анализа явлений, происходящих под воздействием случая. Владение искусством стохастических рассуждений становится, таким образом, непременным условием успешной деятельности учителя математики. Нужен взгляд на стохастику не только как на систему понятий, фактов и утверждений, а как на специфическую методологию, охватывающую вероятностные и статистические умозаключения в их взаимосвязи. Анализ тех ситуаций, где для решаемой проблемы не оказывается однозначного или определенного ответа, не должен вызывать растерянности учителя. Для этого надо быть гибко мыслящим человеком, лишенным догматической веры в абсолютную истинность чужих выводов.

Любой статистический вывод нельзя рассматривать как абсолютно верный. Одни решения мы принимаем более уверенно, а другие менее категорично. Специфика стохастических умозаключений при анализе явлений в условиях неоднозначности дает ученику право на ошибку, причем вероятность ошибки может быть большей или меньшей в зависимости от своеобразия изучаемой ситуации и условий деятельности ученика.

Следует помнить, что кроме понятия объективной вероятности, применимого к событиям, допускающим многократное повторение без изменений условий испытания, существует понятие субъективной вероятности. Субъективная вероятность применяется на практике к таким событиям, повторение которых в данной ситуации невозможно. Количественную оценку степени возможности наступления подобных событий человек делает, как правило, на основании своего опыта, знаний, интуиции. Эта оценка вероятности зависит от субъекта, но она может оказаться, близка к истине.

Учитель призван создавать условия свободного направления поисков ученика. Ученик может заблуждаться, сомневаться, предлагать нестандартные пути поиска истины, его выводы могут отличаться от выводов учителя и других учеников. Как правило, противоречивые выводы разных учащихся следует признавать правильными с некоторой вероятностью. Деятельность учеников, их рассуждения, умозаключения важнее, чем «правильность» результата. Ведь с точки зрения приоритета развивающей функции конкретные знания в «математике для каждого» рассматриваются не столько как цель обучения, сколько как база организации полноценной интеллектуальной деятельности учащихся.

Именно эту деятельность следует считать более значимой для формирования личности учащегося и уровня его развития, чем те конкретные математические знания, которые послужили ее базой. Поэтому надо направить усилия не на увеличение объема информации, предназначенной для «стопроцентного» усвоения учащимися, а на формирование умений анализировать, продуцировать и использовать информацию. Таким образом, в ходе реализации стохастической содержательно-методической линии учителю необходимо переосмыслить традиционную трактовку процесса обучения как процесса формирования знаний, умений и навыков на новую интерпретацию его как процесса управления освоением различными видами деятельности.

ГОТОВНОСТЬ ЛИЧНОСТИ К САМОРЕГУЛИРОВАНИЮ — ОСНОВНОЙ КРИТЕРИЙ НРАВСТВЕННОГО ВЛИЯНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ НА ПРОЦЕСС ЕЕ СОЦИАЛИЗАЦИИ

Сохранов В.В.

Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского

Россия, Пенза, 440046, Мира, 27–31

Тел.: 8-8412724633

Динамичное развитие всех сфер жизнедеятельности человека побуждает его к переосмыслению основных характеристик успешности и самодостаточности проявления в процессе личностной и профессиональной социализации.

Основой переосмысления личностью своей значимости и уровня востребованности ее действий в референтной социальной и профессиональной среде является процесс образования, реализуемый как самодеятельный процесс взаимодействия педагога и ученика при решении естественных и специально созданных социально-педагогических задач.

Нравственный характер влияния образования на личность его участников проявляется в трех аспектах:

– качественные характеристики педагогической деятельности педагога;
– качественные характеристики деятельности ученика;
– качественные характеристики взаимодействия участников образовательного процесса.

К качественным характеристикам деятельности педагога, обладающей нравственным потенциалом влияния на ученика, можно отнести:

– высокий уровень развития критического мышления;
– готовность к проявлению и восприятию культуры личности;
– умения управлять собой;
– готовность проявить в педагогическом действии социальную, личностную и профессиональную компетентность;
– наличие в действиях педагога личностной методики преподавания;
– высокий уровень развития трудолюбия, самостоятельности мышления и поступка и самодостаточности;
– готовность проявить в педагогическом действии специальные умения, характеризующие уровень саморегуляционности педагога, к которым можно отнести следующие умения: целеполагания; структурирования действия; содержательные; деятельностные; регулятивные и прогностические;

– готовность к реализации гуманистической парадигмы педагогического действия, ведущими началами которой является способность педагога к компетентной психолого-педагогической диагностике возможности развития учащихся в процессе их образования;
– наличие внутренней профессиональной мотивации и направленности на педагогическую деятельность, рассматриваемую педагогом в виде технологии взаимного развития и обогащения культурным наследием человечества;
– готовность к педагогическому сопровождению учащихся, побуждающая участников педагогического процесса к нравственной самокоррекциии.

К качественным характеристикам учебной деятельности ученика можно отнести следующие характеристики:

– наличие достаточного уровня развития;
– опыт развивающего, опережающего и проблемного воспитания и социализации в условиях референтной социально-бытовой культуры;
– наличие учения в виде ведущей ценности саморазвития личности;
– наличие внутренней учебной мотивации;
– готовность к самопознанию и самоактуализауции;
– готовность к самокоррекции в результате анализа совокупности влияний, поступающих из социальной среды;
– наличие критического мышления;

К качественным характеристикам взаимодействия педагога и учащихся в образовательном процессе можно отнести следующие характеристики:

– готовность участников педагогического процесса к акмеологическому взаимодействию;
– саморегуляционность взаимного влияния участников образовательного процесса;
– субъектность взаимодействия педагога и обучаемых;
– открытость образовательного процесса;
– педагогически обусловленная толерантность взаимодействия участников педагогического процесса.

Нравственное начало образования реализуется в процессе взаимодействия педагога и учащихся в том случае, если образование функционирует на основе вполне определенной по содержанию профессиональной идеологии — идеологии самодостаточности, готовности его участников к самовоспитанию и непрерывному саморазвитию.

Список литературы

1. *Сохранов В.В.* Социально-педагогические аспекты формирования у учащейся молодежи опыта саморегулирования. – Пенза, ПГПУ, 1996. – 144с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗВИВАЮЩИХ ТЕСТОВ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗОВ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Таранова М.В., Брагина Н.Г.
ГОУ ВПО НГПУ

Проблема адаптации студентов первокурсников к успешному изучению математического анализа вызывает особую озабоченность. Многие студенты первокурсники видят основную трудность обучения в отсутствии повседневного контроля, к которому они привыкли в школе. Недостаток контроля и самоконтроля знаний, умений и навыков вызывает у студентов настороженное отношение к зачетам, экзаменам. А это в свою очередь оказывает негативное влияние на формирование самостоятельности, уверенности в своих силах у студентов. Следует отметить еще и такой аспект, затрудняющий работу студентов: они в большинстве своем встречают затруднения при чтении и анализе математических текстов. Одним из подходов в решении обозначенных выше проблем, является специальным образом организованное тестирование, поскольку с помощью тестов можно осуществлять обучение студентов умениям читать и анализировать математический текст, анализировать доказательства и т.д. Очевидно, что все эти навыки в полной мере понадобятся будущему учителю.

Сущность организации обучающего и развивающего тестирования заключается в следующем:

Тестовые задания, составленные на теоретическом материале, мы разделяем на три блока.Тестовое задание I блока состоит из некоторого математического утверждения, к которому приводится ряд высказываний. В каждом высказывании отражены, либо отсутствуют существенные признаки утверждения. Студенту необходимо определить истинность каждого высказывания. Тестовое задание II блока состоит из математического утверждения, к которому приводится ряд следствий. Студенту среди этих следствий следует выбрать верные и неверные. Например:

Функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$.

Следствия:

1. Всякая непрерывная функция на отрезке ограничена на нем.
2. Всякая непрерывная функция принимает на этом отрезке наибольшее значение.
3. Всякая непрерывная функция имеет на отрезке точку максимума или минимума.
4. Всякая непрерывная функция, для которой $f(a) \cdot f(b) < 0$ имеет не менее двух нулей на этом отрезке.

Тестовое задание III блока содержит ранее изученную теорему, к которой приводится несколько возможных доказательств. Студенту следует определить правильные и неправильные доказательств

Важно отметить, что тестирование должно находиться в интегрированном взаимодействии с вузовскими методами обучения. Более того, целесообразное сочетание этих двух подходов позволяет нам сгладить те проблемы, которые возникают при изучении математического анализа только через задачи. Использование таких текстовых заданий позволило нам усилить развивающую и учебную функции обучения и повысить качество подготовки студентов педагогических вузов по математическому анализу.

Список литературы

1. *Гусев В.А.* Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе. – Автореферат дисс. докт. пед.н. – М.: 1990. – 39с.
2. *Лернер И.Я.* Проблемное обучение. – М.: Знание,1974. – 64с.
3. *Розенберг Н.М.* Проблемы измерений в дидактике. – Киев: Вища школа, 1979. – 176с.

НРАВСТВЕННОСТЬ КАК СИСТЕМООБРАЗУЮЩИЙ ЭЛЕМЕНТ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Таранова М.В.

ГОУ ВПО Новосибирский государственный педагогический университет

г. Новосибирск

Согласно концепции неоклассической теории витализма под качеством образования необходимо понимать сложный, системный, многомерный феномен, в котором субъективное и объективное находятся в неразрывном органическом единстве. Эмпирическому исследованию подлежат семь его составляющих: 1) нравственность, выражаемая в духовности — отношение к другим людям, чувство совести, ответственности, справедливости, стремление к истине; 2) социально — политическая культура, проявляющаяся в национальном самосознании, гражданственности, активности, способности подчинения личного интереса общественному; 3) состояние здоровья, способность управлять психофизическим развитием своего организма; 4) результаты практической деятельности, выраженные в создании определенных материальных и духовных ценностей; 5) желание и умение совершенствоваться, приобретать новые знания; 6) искусство общения; 7) формальные показатели успеваемости, квалификации, отраженные в табелях, аттестатах, разрядах, дипломах и пр.

Главным, определяющим и системообразующим элементом качества образования, является духовность, поскольку даже незаурядные учебные успехи, теряют смысл и, более того, могут иметь негативное значение, ведь умный, безнравственный человек способен изобретать новое, все более изощренные способы обхода законов для удовлетворения своих корыстных желаний. Поэтому идея воспитания духовного характера должна стать ведущей программой, мерой. С учетом этого необходимо говорить о том, что все научные дисциплины должны отвечать не только задачам интеллектуального развития учащихся, но и духовно — нравственного.

Это тем более необходимо в связи с тем, что в настоящее время попытка преобразовать жизнь в России базируется на идее прогресса, трактуемого как движение человечества по единому вектору абсолютизации сути европейской цивилизации. Однако это направление при всей своей выразительности успехов в деле роста материального благополучия чревато и значительными духовными потерями. В то время как определяющая цель нашей школы это воспитание человека более совершенной формации, отличного в положительном смысле от человека предыдущих культурных ступеней развития, в противном случае остановится прогресс общества. Полноценное умственное воспитание, приоритет духовных ценностей — ведущие ориентиры современного отечественного образования, конечный результат которых состоит в духовном становлении человека.

Список литературы

1. *Ильин И.А.* Творческая идея нашего будущего. – Новосибирск: Русский архив, 1991.

ПРОФИЛИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ КАК ФАКТОР РАЗВИТИЯ МОДЕЛИ АДАПТИВНОЙ ШКОЛЫ

Тер-Аракелян Э.К.

Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского

Пенза, Россия

Необходимость профилизации образования, являющейся примером интеграционных процессов в образовании, представляется достаточно очевидной. Она продиктована всей логикой развития российской школы в последние десятилетия. Вариативность, адаптивность, гуманизация — именно эти понятия становятся ключевыми в характеристике качественных изменений, происходящих в сфере школьного образования. Основная идея профилизации заключается в более эффективном и индивидуализированном подходе к процессу обучения.

В этом контексте реализация профильного обучения может рассматриваться как новый важный шаг к построению модели адаптивной школы, т.е. «разноуровневой и многопрофильной общеобразовательной массовой школы с набором всевозможных классов и образовательных услуг, открытой для детей разных возможностей и способностей, вне зависимости от их индивидуальных психологических особенностей, здоровья, склонностей, материальной обеспеченности семьи» [6].

В утвержденной Министерством образования РФ Концепции профильного обучения говорится: «Профильное обучение — средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющие за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования»[1].

К целям профильного обучения принадлежат: подготовка выпускников общеобразовательных школ к освоению программ высшего профессионального образования; повышение адаптивной способности выпускников школ к современным рыночным условиям; дифференциация содержания обучения старшеклассников в соответствии с их интересами и возможностями построения на ее основе гибких индивидуальных образовательных программ.

Учитывая такие отличительные особенности адаптивной образовательной системы, как создание всех необходимых условий для реализации вариативного образования в рамках одной школы; обеспечение содержательной и методической преемственности на всех этапах обучения и развития ребенка; разнообразные формы дифференциации и многопрофильностьобучения, приходим к выводу, что необходимым условием деятельности профильных классов является адаптивная школа. Именно в основе адаптивной образовательной системы лежат ведущие идеи личностно ориентированного образования, направленного на развитие ценностно-эмоциональной сферы личности, ее личностных отношений к миру, ее личностная позиция. Поэтому содержание личностно ориентированного профильного обучения должно включать то, что «нужно человеку для строительства и развития личности, иметь, по крайней мере, следующие обязательные компоненты: аксиологический, когнитивный, деятельно-творческий и личностный» [9].

Личностный компонент является системообразующим в содержании личностно ориентированного профильного обучения, и этим оно существенно отличается от традиционного содержания, основным компонентом которого признается когнитивный. Исходя из этого положения, развитие профильного обучения в адаптивной школе должно строится на следующих педагогических идеях:

- профильное обучение должно осуществляться с 10 класса, то есть с того момента, когда у учащихся объективно начинают выстраиваться планы относительно своего будущего;
- профильное обучение должно являться общим, поэтому оно представлено преимущественно единым для разных профилей набором дисциплин, изучаемых по программам разных уровней;
- профильное обучение должно строится как система обучения всех, а не только одаренных или интеллектуально развитых школьников, поэтому школа должна будет создать такую систему, в которой у учеников будет как можно дольше сохраняться возможность для изменения первоначально определенной траектории образования.

Итак, в условиях профилизации образования, становления вариативного образования, адаптивная школа как модернизированный тип массовой общеобразовательной школы представляет собой его оптимальный вариант.

Список литературы

1. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Профильная школа. – 2003. – № 1.
2. *Коджаспирова Г.М.* Педагогический словарь: для студентов высших и средних педагогических учебных заведений // Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. – М.: Издательский центр «Академия»: – 2005. – с.6–7
3. *Шамова Т.И., Подчалимова Г.Н.* Организация профильного обучения в школе // Завуч. – 2006. – № 4. с. 105.

ТРАДИЦИИ И НРАВСТВЕННОСТЬ В ОБРАЗОВАНИИ

Тестов В.А.

Вологодский государственный педагогический университет

160035, г. Вологда, ул. С.Орлова, д. 6

Тел.: (8172)720162, Факс: (8712)721632, e-mail: vladafan@inbox.ru

Наше российское образование находится в сложном периоде реформ и модернизации. Любые реформы должны носить целенаправленный и продуманный характер, т.е. опираться на некоторую стратегию. К сожалению, можно констатировать, что образовательной стратегии у нас в России до сих пор нет. Мало внимания уделяется нравственному воспитанию. Как отмечает Л.Д. Кудрявцев, необходимое условие для того, чтобы развитие человечества не пошло по тупиковому пути развития, более того, по пути самоуничтожения состоит в нравственном и духовном воспитании молодежи на достаточно высоком уровне.

Обостряется конфликт между все шире распространяющимися утилитарными и технократическими взглядами на образование, рассматривающими его как совокупность образовательных услуг, с одной стороны, и, с другой стороны, традиционными взглядами российской педагогики, согласно которым образование есть общественное благо.

В России в модернизации образования основной упор сделан на внедрение ряда инновационных проектов, которые должны, по их мнению, кардинально улучшить качество образования. В связи с этим вновь остро встали вопросы о соотношении инноваций и традиций, о роли нравственности в образовании. Необходимость и неизбежность взаимосвязи инноваций и традиций в развитии педагогических систем вроде бы ни у кого не вызывают сомнений. Инновации и традиции — это два полюса мира образования. Они должны служить ориентиром в развитии педагогической науки и практики. Поэтому столь важно не нарушить сбалансированность этой связи в практике модернизации.

Новаторство — это всегда творчество. Попытка внедрения чужого, даже положительного опыта или новых научных достижений на практике может оказаться неэффективной и даже привести к разрушению функционирующей образовательной системы. Закономерно, что довольно большая часть предлагаемых новаций не имеет ничего общего с практической необходимостью. Инновации требуют критического подхода, всестороннего анализа, тем более тщательного, чем радикальнее они представляются. Кавалерийские атаки на педагогику под флагом решительного поворота к новым перспективам, открывающим путь к светлому будущему образования и отказа от всего «традиционного» часто приводят к противоположному результату.

Поэтому столь важно бережно сохранять достижения педагогической науки, лучшие традиции отечественного образования, ориентацию на ценности нашего общества. Ценности лежат в основе любого общества, любой цивилизации. В российской цивилизации основная ценность — общество (отечество), ведущие модусы — Святость, Знание, Власть, Слава, доминирующая деятельность — служебная (деятельность для другого).

Принцип примата общественного над личным, которому были верны лучшие российские умы (Ломоносов, Суворов, Толстой, Макаренко) рано списывать в архив. Особенно взаимодействие личности с коллективом необходимо учитывать в России. Русский народ, русское общество всегда были сильны своей артельностью, своим коллективизмом, и очень важно не утратить эти лучшие народные традиции.

Такие устойчивые черты нашего менталитета, как стремление к социальной справедливости, способность к бескорыстному подвижничеству и жертвенности во имя большой осознанной цели, приоритет духовных ценностей над материальными, коллективистская установка сознания, не разрушены. В глубинных пластах национального самосознания по-прежнему сохраняется уникальный ценностный комплекс, который называют словосочетанием — «русская духовность».

В российском обществе в последнее время широко пропагандировался приоритет интересов личности над интересами страны, общества. Но практика показала, что ориентация на индивидуальный успех, как правило, очень быстро переходит в эгоизм без руля и без ветрил. И выходит, что школа, забывая о государственном интересе, потворствовала развитию худшего, низменного в человеке.

Важнейшей целью образования должно являться гармоничное развитие и воспитание гражданина России с опорой на традиционные национальные ценности. Однако при утилитарном подходе о ценностях образования зачастую забывают или, что еще хуже, а во главу угла ставят коммерческие интересы. О большой опасности превращения системы образования в поле действия прямых рыночных механизмов предупреждают не только крупнейшие российские ученые (Ж.И. Алферов, В.А. Садовничий и др.), но и целый ряд западных ученых. Много сейчас на разных уровнях говорится о качестве образования, но все сводится к различным второстепенным количественным показателям. При этом о действительно важном, о воспитании духовно-нравственных качеств, не сводящихся к количественным показателям, забывают. Такие подходы к образованию, навязываемые России, могут только усугубить ситуацию в обществе.

Это поможет решить главную задачу образования XX1 века — преодоление кризиса культуры и духовности общества, усилить внимание к формированию на основе ценностных ориентиров умения жить и действовать в непрерывно изменяющемся обществе.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Утеева Р.А.

Тольяттинский государственный университет

445022 г. Тольятти, ул. Белорусская, 14

Факс: 8(8482)229522, e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru

Одной из основных задач современного математического образования в средней и высшей школе является формирование научного мировоззрения, которое должно начинаться с самых ранних лет обучения в школе и которое в большей степени зависит от учителя (К.Д. Ушинский, Н.И. Лобачевский, А.Я. Хинчин, Б.В. Гнеденко и др.).

Методологическая подготовка современного учителя математики складывается в результате изучения ряда дисциплин циклов ГСЭ (история и философия), ЕН (математика, информатика, концепция современного естествознания, физика, химия); ОПД (психология, педагогика, теория и методика обучения математике) и ДПП (алгебра, геометрия, математический анализ, дискретная математика, теория функций действительного и комплексного переменного, история математики и др.), входящих в государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования специальности 050201 «Математика». Однако многие вопросы, касающиеся проблем современной методологии математики и методики её преподавания, остаются за рамками указанных выше дисциплин федерального компонента.

Трехлетний опыт преподавания дисциплины «Философия математики и математического образования» в ТГУ в рамках регионального (вузовского) компонента (3 курс, 6 семестр, 30 часов аудиторных, 75 часов самостоятельной работы, зачет) показывает ее необходимость и значимость для будущих учителей математики.

Основными задачами курса являются: формирование правильных представлений о предмете науки «Математика» и «Теория и методика обучения математике»; раскрытие роли математики как феномена человеческой культуры; показ связи философии математики с историей математики; знакомство с основными концепциями философии математики; показ возможностей и роли школьного курса математики в формировании мировоззрения, общей культуры учащихся.

В результате изучения дисциплины студент должен **знать:** понятие предмета математики; основные периоды в развитии математики; специфику методов математики; основные проблемы философии и методологии математики; понятие предмета «Теория и методика обучения математике; понятие «Методическая система обучения математике», ее основные компоненты и их характеристику; современные подходы к построению школьного математического образования; **уметь:** выполнять анализ литературных источников (хрестоматии, учебники, научные статьи) по указанным темам курса; подбирать необходимый материал по философии и истории математики и определять его обучающий, развивающий и воспитывающий потенциал для включения его в практику работы учителя математики; применять математические методы для проведения исследований по математике и методике её преподавания при выполнении курсовых и дипломных работ по алгебре, геометрии, математическому анализу, методике преподавания математики, а также при проведении уроков математики в период педпрактики в школе; **владеть:** математической культурой и математическим языком.

Самостоятельная работа студентов включает: изучение первоисточников, хрестоматий, научной литературы; изучение и конспектирование теоретического материала по учебникам и учебным пособиям; подготовку к семинарским и практическим занятиям; написание и защиту рефератов.

Обязательными для изучения и последующего анализа на семинарских занятиях являются следующие статьи по журналу «Математика в школе»: *Александров А.Д.* Математика и диалектика (1972, № 1,С. 3–9; № 2, С. 4–10). *Гнеденко Б.В.* О роли математики в формировании у учащихся научного мировоззрения (1989, № 5, С. 19–26); Фридрих Энгельс о философских проблемах математики (1971, № 1). *Колмогоров А.Н.* Научные основы школьного курса математики (1969, №3); Ньютон и современное математическое мышление (1982, № 5, С.58–64). *Колягин Ю.М.* Размышления о некоторых педагогических и методических проблемах школы (1989, №5, С. 12–18). *Рыбников К.А.* Об историко-методологических основах математического образования учителей (1982, № 3, С. 48–49). *Лобачевский Н.И.* О важнейших предметах воспитания (1977, №2. С. 42–44). *Саранцев Г.И.* Гуманитаризация образования и актуальные проблемы методики преподавания математики (1995, С. 36–39). *Столяр А.А.* Роль математики в гуманизации образования (1990, №6, С. 5–7). *Александров П.С.* Несколько слов по поводу речи Лобачевского «О важнейших предметах воспитания» (1977, №2, С.45).

Наибольший интерес студентов вызывает обсуждение статей *А.Я. Хинчина* «О воспитательном эффекте уроков математики», *В.М. Тихомирова* «Математическое образование (цели, концепции, структура, перспективы), опубликованные в книге «Математика в образовании и воспитании» /Сост. В.Б. Филиппов. – М.: ФАЗИС, 2000. 256 с.

На семинарских занятиях студенты также выступают с сообщениями по теме реферата. Приведем в качестве примера некоторые темы рефератов. 1. Философские проблемы конечного и бесконечного. 2. Язык классической математики. 3. Философские проблемы четырех математических констант 1, π, e, ι. 4. Основатель современной философии — Рене Декарт. 5. Проблема обоснования математического анализа в 19–20 вв. 6. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна. 7. Программа Н. Бурбаки о построении математики. 8. Программа Д. Гильберта о построении математики. Всего пока нами разработано 45 тем, по каждой из которых подобрана литература, составлены задания.

Как показывает практика, даже небольшой по объему курс позволяет студентам по-новому взглянуть на многие вопросы математики и методики её преподавания, оценить её мировоззренческий потенциал.

Благодаря курсу, студенты имеют возможность приобщиться к замечательным книгам, в частности к той литературе, которая имеется в методкабинете кафедры: *Гнеденко Б.В.* Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. – М.: Просвещение, 1982. – 144 с.; *Жохов А.Л.* Как помочь формированию мировоззрения школьников : Кн. для учителя и не только для него. – Самара: Сам.ГПУ, 1995. – 289 с.; *Иванова Т.А.* Гуманитаризация математического образования: Монография. – Нижний Новгород: Изд-во НГПУ, 1998. – 206 с.; *Клайн М.* Математика. Утрата определенности. – М.: Мир, 1984; *Клайн М.* Математика. Поиск истины: пер. с анг. /Под ред. и с предисл. В.И. Аршинова, Ю.В. Сачкова. – М.: Мир, 1988. – 295 с.; *Колягин Ю.М.* Русская школа и математическое образование. Наша гордость и наша боль. – М.: Просвещение. 2001. – 318 с.; *Мадер В.В.* Введение в методологию математики (Гноселогические, методологические и мировоззренческие аспекты математики. Математика и теория познания). М.: Интепракс. 1995, 464 с.; *Молодший В.Н.* Очерки по философским вопросам математики. – М.: Просвещение, 1969; *Нугмонов М.* Введение в методику обучения математике (Методологический аспект). М., 1998. – 153 с. ; *Петров Ю.П.* История и философия науки: Математика, вычислительная техника, информатика: учеб. пособие. – Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 448 с.; *Рузавин Г.И.* Философские проблемы оснований математики. – М., 1983. – 320 с.; *Саранцев Г.И.* Методология методики обучения математике: Монография. Саранск: Типография «Красный октябрь», 2001. – 144 с.; *Тесленко И.Ф.* Формирование диалектико-материалистического мировоззрения учащихся при изучении математики: Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1979. – 136 с.

РАЗВИТИЕ САМОКОНТРОЛЯ У СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

Филиппова М.П.

ИМИ ЯГУ

e-mail: `Fill2007@Sakha.ru`

Современные социально-экономические преобразования в нашей стране с характерной для него динамикой, быстро изменяющимися условиями, рыночными отношениями, высокими технологиями требует специалистов высоким уровнем профессиональной подготовленности, а также определенными личностными качествами. Поэтому в образовательном процессе также требуется современная организация. Если раньше в процессе обучения реализовалась схема: **преподаватель → студент**, в которой студент выполнял роль пассивного слушателя, а преподаватель просто преподносил информацию, то в настоящее время реализуется другая схема: **преподаватель ↔ (студент ↔ студент).** В рамках новой схемы студент самостоятельно осуществляет поиск и обработку информации, используя при этом новейшие информационные технологии, активно взаимодействуя со всеми участниками образовательного процесса.

В связи с этим одной из важных задач преподавания является создание предпосылок и условий для повышения роли самоконтроля студентов за качественное усвоение знаний, приобретения умений и активного включения их в учебный процесс. Самоконтроль является одним из непременных условий успешного обучения студента в вузе.

Изучение философской и психолого-педагогической литературы (Анохин П.К., Бабанский Ю.К., Битинас Б.П., Блонский П.П., Выготский Л.С., Гальперин П.Я., Давыдов В.В., Донцов И.А., Есипов Б.П., Кон И.С., Леонтьев А.Н., Лернер И.Я., Лында А.С., Никифоров Г.С., Рубинштейн С.Л., Соловьёв В.В., В. Фостер, и др.) по проблеме самоконтроля личности позволяют сделать вывод, что в последние годы проблема самоконтроля личности все больше становится предметом исследований, проводимые в нашей стране и за рубежом. Усиление внимания к самоконтролю объясняется все более широким пониманием его принципиальной роли в организации жизни современного человека.

Тем не менее, следует признать, что развитие самоконтроля применительно к особенностям деятельности студентов различных специальностей, по отдельным курсам высшего образования остается еще мало изученным. Между тем, в зависимости от специфики выбранной специальности, курса, формы и приемов самоконтроля, а также многие его закономерности бывают различными.

Развитие самоконтроля у студентов технических специальностей в процессе изучения математики будет эффективным, если:

1. реализуются системный, гуманитарный, личностно-деятельностный подходы к организации воспитательно-образовательного процесса в вузе, предусматривающие учет индивидуальных качеств студентов, особенностей их личностного и творческого потенциала;
2. организуется психолого-педагогическая поддержка личностного продвижения будущих инженеров в развитии самоконтроля, включающая диагностику индивидуальных возможностей обучающихся, создание педагогической среды личностно-ориентированной подготовки, поэтапность их формирования у студентов, направленной на развитие мотивированности на учебную деятельность;
3. обеспечивается усиление практико-ориентированной направленности обучения студентов, подразумевающее использование форм и методов формирования самоконтроля, активизирующих развитие профессионально важных и личностных качеств.

В ходе анализа теории и практики по проблеме исследования нами определены следующие значимые для нашего исследования положения:

- самоконтроль является важнейшим компонентом учебной деятельности, который способствует становлению адекватной самооценки учащихся;
- самоконтроль развивает умение критически оценивать ход и результаты своей учебной деятельности;
- самоконтроль проявляется в способности человека выполнять действия по сличению, оценке и коррекции, конечная цель которых состоит в управлении и совершенствовании собственной деятельности;
- самоконтроль как общее учебное умение присущ каждому человеку, однако, в разной степени. Это умение можно совершенствовать и целенаправленно формировать в процессе учебной деятельности.

Рассмотрение вышеобозначенных моментов подвело нас к формулировке понятия «самоконтроль», которое понимается нами как важнейший, объективно необходимый вид деятельности личности, направленный на самостоятельное управление и самосовершенствование своей учебной работы. Он органично включает в себя анализ, оценку и самостоятельный контроль хода и результатов учебы, коррекцию и предупреждение недостатков в своей учебной работе, в ее планировании и организации.

ФОРМИРОВАНИЕ НРАВСТВЕННОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА В ПРОЦЕССЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ПЕДАГОГИКИ

Филипченко С.Н.

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

Проблема нравственности, как важнейшая часть педагогической науки и практики остается одной из наиболее важных в системе математического образования классического университета. В условиях современного общества актуализируется проблема формирования нравственной культуры студентов как в процессе преподавания естественнонаучных, в частности математических, так и психолого-педагогических дисциплин. Так, на занятиях математики происходит формирование таких нравственных категорий, как интеллект, объективность суждений, настойчивость, а также представления математики, как формы описания и методе познания действительности.

Многолетняя работа в университете, специальные исследования позволили нам сделать вывод о том, что студенты, обучающиеся на естественнонаучных факультетах, получают хорошую психолого-педагогическую подготовку, однако знаний по педагогической морали и этике им явно недостает.

Успешно решать эту задачу студенты и все те, кто занят учебно-воспитательной работой, могут лишь в том случае, если будут постоянно повышать уровень своей нравственной культуры. Нравственная культура, по нашему убеждению — это часть культуры человека, подразумевающая органическое единство взглядов и знаний личности о том, что такое добро и зло, а также нравственных чувств и навыков нравственной деятельности человека в обществе.

Формирование личности вообще, и нравственного облика современного человека, в частности, это сложный диалектический процесс, в котором взаимодействуют объективные и субъективные факторы. При бесспорном приоритете социальной среды столь же бесспорна и большая роль субъективного компонента. Задача направленного нравственного воспитания, целью которого является формирование нравственной культуры студентов, и состоит в том, чтобы это субъективное сформировалось в соответствии с интересами современного общества.

Нельзя в связи с этим не признать великой правоты К.Д. Ушинского: «Каждый из нас более человек в том, как он чувствует, чем в том, как он думает» (Собр. соч. Т. 9., с.180. Изд-во АПН РСФСР, 1950). И поэтому задачу нравственного воспитания студентов можно сформулировать следующим образом: необходимо, во-первых, дать определенный запас моральных и нравственных знаний; во-вторых, сделать эти знания внутренним содержанием, перевести их на уровень убеждений. В последнем и заключается особая сложность.

Нравственное воспитание определяется его неразрывной связью с научным мировоззрением. Нет воспитания без знания, это основной тезис, на котором строится весь многосторонний сложный процесс формирования нравственной культуры студентов, обучающихся как на математических, так и на физических факультетах. Именно здесь обнаруживается точка соприкосновения обучения и воспитания вообще, обширных или специальных знаний и нравственного облика личности, в особенности. Из этого вытекает неразрывная связь формирования нравственной культуры и педагогического образования.

Как реализовать ее в процессе преподавания педагогики на негуманитарных факультетах в вузе? Это можно показать на основе опыта преподавания курса педагогики и разнообразных спецкурсов по педагогике в Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского.

Многие темы вузовского курса педагогики для студентов математического факультета непосредственно заключают в себе этические проблемы. В качестве примеров можно сослаться на такие, как «Педагогика, ее предмет и роль в обществе», «Нравственная культура педагога», «Нравственное воспитание учащихся в современной школе» и др.

В лекции по первой из названных тем мы всегда подчеркиваем огромное место, которое занимает в любой педагогической системе проблема формирования человека, обращаем внимание студентов на органическое слияние, взаимопроникновение научности и гуманистичности в современных научных педагогических теориях и концепциях.

Таким образом, чтобы сформировать высокий уровень нравственной культуры, необходимо обучение и воспитание студентов университета, в частности математических и физических факультетов, подчинить интересам будущей профессии, направить научную работу на осмысление нравственных проблем современного общества, создать в педагогических коллективах атмосферу, способствующую развитию принципиальной коллективной требовательности и индивидуальной ответственности за воспитание и обучение будущих преподавателей.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО СОДЕЙСТВИЯ СТАНОВЛЕНИЮ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ НРАВСТВЕННОСТИ

Шамель Х.Н.

Кафедра высшей математики РУДН

РФ, г. Москва, 117198, ул. Миклухо-Маклая, дом 6

Тел.: (495)9550897, e-mail: nibal_h@hotmail.com

Под профессиональной нравственностью (далее по тексту — ПН) подразумевается в первую очередь такую характеристику специалистов, в которой отражаются личные духовные и душевные качества, проявляющиеся в процессе осуществления ими профессиональной деятельности и обусловливающие влияние на ее результаты; свойство педагога проявлять духовность, соответствующую нормам морали при исполнении педагогических компетенций.

Компонентами структуры ПН являются когнитивный компонент (знания в области педагогической этики), ценностный компонент (ценностное отношение к нормам педагогической морали), деятельностный компонент (нравственное поведение, предполагающее применение норм педагогической морали в основных аспектах профессиональной деятельности учителя).

Основными общими функциями ПН являются регулятивная, познавательная, ценностно-ориентирующая, воспитательная. Кроме данных общих функций, ПН педагога характеризуется и специфическими функциями, такими как функция педагогического корректирования, функция упреждающего морального воздействия (нейтрализация аморальных проявлений), функция выработки иммунитета против социальных извращений (функция моральной самозащиты).

Основными научными предпосылками педагогического содействия становлению ПН педагогов являются теория гуманно ориентированного образования и синергетический подход.

Практически все существующие системы, а особенно педагогические, являются нелинейными и открытыми. Следовательно, их функционирование и развитие происходят на основе механизмов и процессов самоорганизации и саморазвития.

ПН также является сложной, открытой системой. Открытые системы редко находятся в равновесном, устойчивом состоянии, поэтому к анализу становления ПН как системы более применим синергетический подход. Известно, что сущность синергетики заключается в рассмотрении взаимодействий, являющихся предметами различных дисциплин.

Ключевым понятием, отражающим специфику взаимодействия субъектов образовательного процесса и оказывающим влияние на свойства системы ПН, является понятие «педагогическое содействие». Педагогическое содействие — это особый вид взаимодействия обучающего и обучающегося, в котором реализуются субъект-субъектные отношения.

Соответственно, под педагогическим содействием становлению профессиональной нравственности студентов будем понимать помощь со стороны преподавателей колледжа студентам в целях достижения ими достаточного уровня профессиональной нравственности.

Суть синергизма состоит в эффектах совместного действия, если угодно — сотрудничества, взаимодействия разных объектов реальности.

Гуманизм предполагает определенные формы взаимодействия партнеров. В условиях гуманно-ориентированного образования взаимодействие партнеров в образовательном процессе носит характер субъект-субъектного.

Под субъект-субъектным (личностно ориентированным) взаимодействием подразумевается такое педагогическое общение субъектов образования, которое создает наилучшие условия для развития учебно-профессиональной мотивации, придает обучению характер сотрудничества, обеспечивает достижение целей и задач образования, способствует развитию обучаемых и позволяет педагогу повышать свой профессионально-педагогический потенциал.

Таким образом, становление ПН как системы было рассмотрено с позиции синергетического подхода, В рамках данного подхода решающее значение для объяснения процессов, происходящих в системе, имеет взаимодействие ее субъектов. Из этого вытикает, что взаимодействие между участниками образовательного процесса в целях эффективного развития ПН должно носить характер педагогического содействия. Педагогическое содействие, в свою очередь, возможно лишь в условиях гуманно-ориентированного образования. Следовательно, основными методологическими основаниями педагогического содействия становлению профессиональной нравственности будущих педагогов являются синергетический подход и теория гуманно ориентированного образования.

Секция 6

«ОБРАЗОВАНИЕ В КОНТЕКСТЕ ИНТЕГРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ»

ПРОБЛЕМЫ ИНТЕГРАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ДИСЦИПЛИН В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ ГУМАНИТАРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Грушевский С.П., Засядко О.В.

Кубанский государственный университет

г. Краснодар, ул. 9-го Января, д. 70

Тел.: 8(861)2357602, e-mail: Olga317@ mail.ru

На современном этапе развития высшее гуманитарное образование, прежде всего, характеризуется системностью профессионального знания, при этом существенной его особенностью является органичное сочетание процесса дифференциации наук с их интеграцией. Профессиональная успешность во многом зависит не только от успехов отдельных отраслей науки, но и от их междисциплинарного синтеза, интеграции научных знаний. Важную роль в этих процессах играет применение информационных технологий, влияющих на изменение содержания подготовки специалистов гуманитарной сферы, развитие математической и информатической культуры, которая предполагает наличие у студентов устойчивых навыков владения информационными технологиями и соответствующим математическим аппаратом. Для гуманитарных специальностей решение этой задачи может осуществляться в рамках курса «Математика и информатика».

Можно выделить несколько подходов к организации курса для студентов гуманитарных специальностей: 1) традиционный, основывающийся на преподавании традиционного курса высшей математики в объёме государственного образовательного стандарта; 2) гуманитарный, опирающийся на идею формирования математической культуры в системе гуманитарного профессионального образования; 3) гуманитарно-теоретический, представляющий попытки гармоничного объединения теоретического и операционального компонентов математической подготовки; 4) информационный, основывающийся на применении в процессе обучения математике информационных технологий; 5) интеграционный, устанавливающий содержательные и методологические связи математических курсов с другими дисциплинами, использующий материалы общепрофессиональных дисциплин при изучении математики и информатики.

Курс «Математика и информатика» обладает высокими интеграционными возможностями, как внутренними, так и общеструктурными, имеющими основополагающий характер в обучении студентов-гуманитариев.

В процессе обучения интеграция — это проявление дидактического принципа системности. Интеграция объединяет разнопредметные знания в единую научную картину мира, устанавливает в процессе научного познания взаимосвязи и взаимообусловленности между отдельными элементами знаний в профессиональном образовании.

Однако при реализации интеграционного подхода в обеспечении системности обучения информатике и математике в гуманитарном образовании возникают противоречия между: 1) необходимостью интеграции курса «Математика и информатика» и недостаточной теоретической и практической разработанностью подходов к её реализации; 2) дискретным характером изучения материала по информатике и математике и необходимостью обеспечения целостности в освоении научных знаний; 3) растущими потребностями гуманитарных наук в использовании средств информатики, математического аппарата и необходимостью сохранять фундаментальную теоретическую направленность, логику и структуру каждой из наук; 4) имеющимися образовательными информационными возможностями средств обучения и недостаточным исследованием их применения в обучении студентов гуманитарных специальностей; 5) необходимостью усиления познавательной активности студентов гуманитарных специальностей в процессе изучения математики и информатики и недостаточной разработанностью методов и средств формирования мотивационной основы профессионального обучения.

Одним из путей преодоления указанных противоречий является конструирование и применение учебно-информационного комплекса (УИК) по математике и информатике, интегрирующего инновационные дидактические и информационные технологии и обеспечивающего в процессе конструирования эффективность обучения студентов гуманитарных, в частности, языковых специальностей.

Учебно-информационные комплексы дают возможность студенту видеть содержание учебного предмета и одновременно предлагают методику для изучения. Деятельностный подход, являющийся методологической основой при конструировании УИК, позволяет в полной мере учитывать профессиональную направленность обучения. Основной особенностью УИК является введение в его структурные компоненты учебной информации, а также методики её изучения посредством системы локальных дидактических технологий и разнообразных возможностей информационных ресурсов.

Учебно-информационный комплекс нами успешно применяется при работе со студентами 1, 2 курсов факультета РГФ КубГУ.

Список литературы

1. *Грушевский С.П., Засядко О.В.* Математика и информатика. Учебно-методический комплекс. – Краснодар. КубГУ., 2006, 157 с.

О ПУТЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ СИСТЕМЫ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Зайниев Р.М., Зайниев Т.Р.

Камская государственная инженерно-экономическая академия

423827, Набережные Челны, РТ, пр. Мира, 90, кв. 83

Тел.: 8-(8552)732471, e-mail: kampi@kampi.ru

В связи с вступлением России по реализации Болонских соглашений, наряду с подготовкой специалистов, вузы постепенно переходят к подготовке бакалавров и магистров. Этот переход настораживает научно-педагогическую общественность, работающую в системе высшего профессионального образования. Много обсуждений и сомнений высказано по этому поводу, особенно при подготовке специалистов инженерно-технического направления.

Ряд авторов являются сторонниками многоступенчатости, точнее разноступенчатости высшего профессионального образования по схеме: бакалавр, специалист, бакалавр-специалист, бакалавр-магистр, специалист-магистр. «Сложившиеся в отечественном высшем образовании модели позволяют сделать предположение о перспективе трансформации двухступенчатой структуры по двум направлениям: «бакалавр-магистр» и «бакалавр-дипломированный специалист», где дипломированный специалист и магистр будут рассматриваться как диверсификации второй ступени» [1, с.18]. Таким образом, авторы этих строк считают, что переход к двухступенчатой системе высшего профессионального образования на основе Болонской декларации возможен по различным направлениям.

Другие авторы считают, что «сближать системы образования, равно как и создавать условия для признания наших квалификаций за рубежом, крайне важно и нужно. Но очевидно и то, что делать это следует без излишней спешки. При реформировании отечественной системы образования необходимо прежде всего брать лучшее из накопленного как у нас в стране, так и за рубежом опыта, учитывать уровень социально-экономического развития и, в конечном счете, исходить из востребованности рынком специалистов той или иной квалификации» [2, с.24].

Выполнение соглашений Болонских деклараций сегодня стало необходимостью для высшей школы в России, которое включает, в частности, внедрение двухступенчатой системы высшего образования на схеме «бакалавр-магистр», системы «зачетных единиц», что должно привести к повышению качества образования, конкурентоспособности российской системы образования, созданию единого образовательного пространства, признанию дипломов российских вузов на европейском и мировом образовательном пространстве.

При рассмотрении вопросов введения двухступенчатой системы высшего образования ряд авторов обращают внимание на систему школьного образования в нашей стране и отмечают ее различия от школьного образования в Европейских странах.

Поэтому введение двухступенчатой системы высшего образования в России, на наш взгляд, повлечет за собой коренные изменения в школьном образовании. Это изменение коснется, прежде всего, срока обучения в средней общеобразовательной школе. С начала 2000 года началось обсуждение Концепции структуры и содержания общего среднего образования в 12-летней школе [3].

Все сомнения о необходимости введения бакалавриата в высшей школе потеряют смысл в связи с переходом к 12-летнему среднему образованию. Так, например, в проекте Концепции структуры и содержания общего среднего образования (в 12-летней школе) говорится: «В большинстве развитых странах (США, Канада, Япония, Франция, Испания, Польша и др.) общее среднее образование дается за 12 лет; в Германии, Швеции, Чехии, Италии — за 12 лет. 12-летнее общее образование уже существует в странах Балтии, а также в Молдове, Украине, Беларуси, Узбекистане. В нашей стране аналогичные по содержанию программы по основным учебным предметам учащиеся проходят за 10–11 лет, что вызывает перегрузку школьников и снижает качество обучения» [3, с.8]. Система подготовки бакалавров развита именно в тех странах, где уже многие десятилетия обучение в средней школе продолжается в течение 12 или более лет. В российской системе среднего образования мы только что перешли к 11-летнему общему среднему образованию. Поэтому, обучаясь в бакалавриатах по 4-летней программе, студенты российских вузов не могут получить то образование, которое получают их сверстники в европейских странах, США, Канаде, Японии и даже в некоторых странах СНГ.

Это, прежде всего, относится к переходу обучения в полной средней школе с 11 лет на 12. «Переход на обязательную 10-летнюю основную и 12-летнюю полную среднюю школу даст возможность снизить ежедневную учебную нагрузку школьников путем рационального использования появившихся резервов времени, перераспределения учебного материала между основной и старшей школой, а также использования здоровьесберегающих технологий» [3, с.7].

Всякие споры и сомнения по введению бакалавриата и магистратуры отпадут сами собой, если в отечественном общем среднем образовании будет осуществлен переход к международному стандарту общего среднего образования не менее 12 лет. Этот дополнительный год в средней школе даст выпускникам укрепить свои позиции на международном уровне по математике, естествознанию, функциональной грамотности. Это отмечается в той же Концепции образования в 12-летней школе: «В содержании российского образования еще не заняли соответствующего места информатика, экология, основы безопасности жизнедеятельности, недооцениваются воспитательные возможности гуманитарных предметов» [4, с.7].

Таким образом, в высшем профессиональном образовании реализация принципов Болонских соглашений должна привести к следующим изменениям в российской образовательной системе:

Введение двухступенчатой системы подготовки в высшем профессиональном образовании может привести к увеличению сроков обучения в средней общеобразовательной школе до 12 лет.

В системе непрерывного образования от основной школы до высшей должно осуществляться обновление содержания образовательных программ и доведение его до уровня образовательных программ европейских стран.

Повышение качества образования на всех уровнях среднего и высшего образования в конечном счете должно привести к подготовке конкурентноспособного выпускника как на уровне колледжа, так и на уровне вуза.

Список литературы

1. *Байденко В.И., Гришанова Н.А., Пугач В.Ф.* Россия в Болонском процессе: проблемы, задачи, перспективы // Высшее образование сегодня. – № 5, 2005. – С.16–21.
2. *Есенькин Б.С., Майсурадзе Ю.Ф.* Болонский процесс — стандартизация или свободный полет // Высшее образование сегодня. – № 5, 2005. – С.22–24.
3. Концепция структуры и содержания общего среднего образования (в 12-летней школе) // Математика в школе. – № 2, 2000. – С.6–13.
4. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Приказ Министерства образования РФ от 18 июля 2002 г., № 2783.

Иероглифическая надпись на пирамиде Хеопса гласит: «люди погибнут от неумения пользоваться силами природы, от незнания истинного мира». «От 15 до 30 лет — именно такой срок отпущен современной цивилизации, если она будет упорствовать, сохраняя сегодняшние ориентиры развития. А потом — лавина катастроф и гибель Homo sapiens как вида» — писал в 1993 году академик Моисеев [2].

Основы познания истинной картины мира закладывает, как известно, система образования. В конце прошлого века начался пересмотр основных концепций образования, при этом претерпевает принципиальных изменений его парадигма. В декларации V Международной конференции ЮНЕСКО (Гамбург, 1997г.) подчеркивается [1], что в современных условиях информационного общества, непрерывное образование на протяжении всей жизни индивидуума является необходимым условием к решению проблем XXI века, необходимо «учится познавать, учиться делать, учиться быть и учиться жить вместе».

В национальной доктрине развития образования Украины в XXI столетии [4], отмечено, что развитие образования является стратегическим ресурсом преодоления кризисных процессов в стране, утверждения национальных интересов, укрепления авторитета Украины на международной арене. Главной задачей системы образования является создание условий для развития и самореализации каждого индивидуума, формирование поколения способного самостоятельно овладевать знаниями, самосовершенствоваться и саморазвиваться в течение всей своей сознательной жизни. Система образования обеспечивать непрерывный рост качества интеллектуального потенциала Украины. Согласно национальной доктрине

XXI век информации и нанотехнологий предъявляет новые требования, связанные с освоением стратегии постоянного, непрерывного гуманного образования, с формированием у каждого индивидуума способности и потребности к самообразованию и самоорганизации. Стратегическим требованием является обновление, модернизация рычагов управления образованием. На наш взгляд, необходимо введение и использование рыночных форм организации и управления учебным процессом, использование новой этики партнерских и равноправных взаимоотношений обучающего и обучаемого, отказаться от его мелочной опеки, внедрять больше самостоятельности и самоуправления. Приоритетными направлениями развития образования Украины является его информатизация и комьютеризация, создание информационных сетей, применение современных информациологических технологий. Стратегическим заданием образовательной политики Украины, согласно доктрине, является выход на рынок мировых образовательных услуг, развитие международного сотрудничества, участие в международных проектах по науке и образованию. Только при выполнении этих задач и заданий, сохранения приоритетных направлений развития, образование в Украине станет конкурентоспособным в европейском и мировом образовательном пространстве, и, что самое главное, увеличится интеллектуальный потенциал украинского общества, его качество. Это обеспечит, согласно национальной доктрине развития образования Украины в XXI столетии, выход Украины из кризиса, всеобщую модернизацию нашего общества, приближение уровня жизни жителей Украины к уровню жизни людей в передовых, развитых странах мира. Выполнить поставленные задачи возможно только при сохранении фундаментальных основ высшего инженерного образования [3]. Система инженерного образования Украины после присоединения в 2005 г. к Болонскому соглашению, безусловно, нуждается в преобразованиях, однако они должны носить национальный характер, сохранять лучшие традиции и, в первую очередь, фундаментальность, реально основываться и исходить из того, что на данном этапе имеем, к чему реально готовы материально и психологически. Основной вектор развития системы образования на данном этапе должен иметь направление на страны СНГ. Прямое копирование системы образования и опыта западноевропейских и других стран без учета национальных особенностей не приносит и не принесет желаемых результатов, образование будет работать на экономику других стран. Необходимо искать и воплощать на практике свои, эффективные направления, пути и методы преобразований, что принесет и, несомненно, даст положительные результаты, поднимет наше образование на следующую, более высокую ступень, соответствующую и отвечающую запросам новой эпохи по пути его приближения и интеграции в мировое образовательное пространство, для решению неумолимо надвигающихся проблем мирового сообщества.

Список литературы

1. *Вершинина Е.М., Ващенко В.В.* Новая суть образовательных технологий XXI века // Материалы межд. конф.«Современные проблемы науки и образования». Харьков, 2002.

2. *Зарицкий П.В.* Научно-техническая революция и будущее природы и человечества // Сб. научных работ «Проблемы науки, образования и управления», в.3, Харьков, 2003.
3. *Гандель Ю.В., Жолткевич Г.Н.* Математическое образование и информационное общество // Материалы межд. конф. «Совр. проблемы науки и образования» г. Харьков. 2003.
4. Национальная доктрина розвития образования Украины в XXI столетии.

ОБРАЗОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННОМ ОБЩЕСТВЕ

Колесников А.В.

БИП — Институт правоведения, Центр развития информационных технологий и инновационных методов обучения

220004 Беларусь, Минск, ул. Короля 3

Тел.: 2002282, Факс: 2110158, e-mail: andr61@mail.ru

Вот мы и дожили до того будущего, о котором писали фантасты в середине прошлого столетия. Теперь самое время оценить, какие из прогнозов сбылись, а какие — нет. Можно констатировать, что оптимизм в отношении проникновения человека все дальше и дальше в космос во многом не оправдался. Но зато в области развития средств связи и вычислительной техники сбылись самые смелые мечты, реализация которых откладывалась писателями прошлого на гораздо более отдаленное будущее. Социологи для обозначения современной фазы развития человечества даже ввели новый термин — информационного общество.

Новые изменившиеся условия жизни предъявляют и новые требования к системе образования. Много говорят о том, что в информационную эру образование должно и может быть более эффективным, чем раньше. Современные информационные технологии позволяют «заворачивать» знания в богатую, легко усвояемую электронную оболочку. Благодаря мировому киберпространству аудитория потенциальных слушателей может быть расширена практически беспредельно. Технически есть все предпосылки для качественного рывка в повышении общего интеллектуального уровня будущего поколения человечества. Но очевидно, что все эти возможности до настоящего времени освоены и используются далеко не в полной мере.

На рубеже столетий мир стремительно меняется. Конец двадцатого и начало двадцать первого века ознаменовалось периодом бурных, глобальных социально экономических изменений. В гуще этих процессов оказалась и наша республика. Все эти изменения не могли не отразиться на системе образования. Образование меняется вместе с окружающим миром. Поиск новых подходов, отвечающих новым сложившимся условиям, ведется и у нас в Республике Беларусь. Идущий процесс реформирования и структурной оптимизации системы образования делает актуальным поиски тех философских оснований, на которых ее целесообразно строить в ближайшем будущем и отдаленной перспективе. Основополагающее значение для построения национальной системы образования имеет определение тех приоритетов и целей, которые перед ней будут ставиться.

Приступая к реформированию и структурной оптимизации системы образования, первоначально необходимо определит те стратегические цели для чего все это должно делаться. Что в итоге на выходе мы хотим получить. Действующий закон об образовании Республики Беларусь определяет образование как «процесс обучения и воспитания в интересах человека, общества, государства, направленный на сохранение, приумножение и передачу знаний новым поколениям, удовлетворение потребностей личности в интеллектуальном, культурном, нравственном, физическом развитии, на подготовку квалифицированных кадров для отраслей экономики». Принципиальное значение имеет вопрос о том, каким мы хотим видеть человека будущего, который сегодня вступает в жизнь и получает образование. Проблема желаемого образа будущей личности тем более актуальна с учетом происходившей на рубеже веков переоценки ценностей. В целом постперестроечные поиски новых идеалов, пожалуй, наиболее адекватно можно определить как период разброда и шатаний. Многие рожденные ветрами перемен идеи на поверку оказались не столь продуктивны, как первоначально казалось. Что-то наоборот заслуживает внимания, дальнейшего спокойного научного изучения и развития.

Итак, каким же мы хотим видеть будущего гражданина. Какие качества в нем должны быть развиты. В каких направлениях следует образовывать будущую личность, какие качества личности следует развивать, чтобы в будущем она смогла стать основой прогресса всего общества в целом. В разные времена разные страны и народы определяли идеального члена будущего общества по-разному. Иногда в качестве идеала личности выступал солдат, лишенный лишних знаний, а значит и поводов для сомнений. Иногда в качестве идеала выступал неутомимый и послушный труженик, которому лишние знания также были ни к чему. До настоящего времени популярен образ успешного и ловкого дельца, который также не стремится знать ничего лишнего, а лишним считается все, что не связано с наживой. В соответствии с данными установками, там, где они оказывались реализованными, формировались и общества типа казармы, трудового лагеря или барахолки. Вряд ли данные исторические типы можно назвать вершинами развития. Не таким видится идеал гармонически развитого человеческого общества. Основой и элементами, из которых может сформироваться гармонически развитое общество, могут быть только гармонически развитые личности. Гармонически развитую личность можно представить в виде системного единства тетрады четырех основных компонентов: — научного мировоззрения, профессиональных знаний, морально-этических норм, а также эстетического вкуса и художественной культуры. Разумеется, все это должно быть заключено в физически совершенную оболочку. Как сформировать подобную идеальную социальную «молекулу» — и есть главная современная научно-педагогическая проблема.

УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ ПРИ ВВЕДЕНИИ СИСТЕМЫ ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦ

Кузнецов В.С.

Ярославский государственный университет

150000, Ярославль, ул. Советская, 14

Тел.: (4852)217601, e-mail: vskuzn@uniyar.ac.ru

В настоящее время актуальной проблемой, вызванной запросами практики, является разработка концепции и научно-обоснованных технологий реализации общеевропейского интеграционного процесса, обеспечивающих в то же время сохранение и развитие лучших традиций отечественного высшего образования и повышение его качества.

Одной из основных задач Болонской декларации является введение системы зачетных (кредитных) единиц. Этот полномасштабный процесс требует глубокого теоретического исследования, содержащего не только и не столько сравнительный анализ зарубежных вариантов, сколько всестороннее осмысление и формирование возможных подходов к использованию системы зачетных единиц в условиях российской высшей школы. Необходимо разработать научно обоснованную стратегию, позволяющую построить оптимальный алгоритм введения системы зачетных единиц (в рамках страны, региона, вуза), при котором она превращается в технологию, способствующую повышению качества образования. Разумеется, решение этой задачи не может быть одномоментным, вызванным появлением нормативного документа, как переход к новой масштабной единице, сводящийся к арифметическому пересчету академических часов из Государственного стандарта в зачетные единицы. Однако заметим, что в качестве первого шага такой подход может быть оправдан. В дальнейшем, при развитии системы зачетных единиц, представляется целесообразным её применять не только формально, а как инновационную образовательную технологию, направленную на реальное повышение качества высшего образования.

В сообщении будет рассмотрена взаимосвязь качества образования (в процессуальном и результативном аспектах) с зачетными единицами, вводимыми на базе различных технологий и разного понимания роли зачетных единиц в системе образования. Будет представлена концепция развития системы зачетных единиц, отраженная в совокупности алгоритмов организационных и учебно-методических действий и разных вариантах авторских методик подсчета трудоёмкости образовательных программ в зачетных единицах. На первом этапе функционирования системы зачетных единиц организация учебного процесса может мало отличаться от имеющейся в настоящее время и обучение может осуществляться в линейном последовательном режиме освоения дисциплин с малым объёмом курсов по выбору студентов. В дальнейшем учебный процесс превращается в асинхронный, при котором каждый студент имеет личную образовательную траекторию с собственным выбором значительного числа курсов, соответствующих его познавательным интересам, и индивидуальным графиком последовательности их изучения.

Будет показана целесообразность использования системы зачетных единиц в дополнительном профессиональном образовании и необходимость формирования для него специальных методик подсчета, сопровождаемая примерами авторских вариантов подсчета трудоёмкости некоторых конкретных образовательно-профессиональных программ, предназначенных для получения дополнительных квалификаций.

Введение системы зачетных единиц — это многоаспектный процесс, затрагивающий структурную и содержательную сторону образовательно-профессиональных программ, предполагающий во многом изменение характера учебного процесса, требующий от студента изменения мотивации, замены широко распространенной позиции «я — обучаемый» новым пониманием «я — обучающийся». Немаловажную роль будет играть отношение преподавательского корпуса вузов к введению зачетных единиц, поскольку последнее повлечет необходимость некоторого ранжирования дисциплин, учета их роли в профессиональной подготовке специалиста, что может оказаться болезненным для части преподавателей, и в то же время от них потребуется новая организация учебного процесса и подготовка соответствующих учебно-методических разработок. Таким образом, для неформального введения системы зачетных единиц надо обеспечить адекватные психолого-педагогические условия как для студентов, так и для преподавателей. Выявление комплекса этих условий также входит в число задач, стоящих перед исследователями обсуждаемой проблемы.

О СПЕЦИАЛИЗАЦИИ В УНИВЕРСИТЕТЕ В УСЛОВИЯХ МНОГОУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

Кузнецова В.А.

Ярославский государственный университет

Ярославль, 150000, Советская, 14

Тел.: 8(4852)217601, e-mail: vskuzn@uniyar.ac.ru

В России осуществляется широкомасштабный переход высшей школы на многоуровневую систему. Применительно к подготовке математиков в классических университетах это означает, что для основной массы студентов образование будет завершаться четырехлетним бакалавриатом и лишь небольшая часть будет обучаться в магистратуре, которая, вообще говоря, не жестко привязана к математическому бакалавриату. Возникает естественный вопрос — можно ли и, если можно, то как в бакалавриате сформировать профессионала? Из проекта Госстандарта третьего поколения следует, что бакалавр прежде всего является исполнителем, в отличие от магистра, который должен быть подготовлен к решению исследовательских, проектных задач. Однако современная практика зачастую требует как раз творческого подхода. Выпускники университета должны обладать развитым математическим мышлением. Решение этой задачи традиционно во многом связывалось с комплексом специальных кафедральных курсов, обеспечивающих углублённую подготовку в какой-то определённой области математики и создающих основу для исследовательской и индивидуальной работы студента с преподавателем. В бакалавриате объем подобных курсов минимален, а в некоторых вузах практически сведен к нулю, поскольку в действующем Госстандарте для бакалавриата, в отличие от Госстандарта специалиста, присутствует лишь пункт «Специальные дисциплины» с объемом общей трудоёмкости в 400 часов, а не «Специальные дисциплины и дисциплины специализации» с объёмом в 1210 часов. В новом Госстандарте ожидать резкого изменения ситуации не приходится, если не обращать внимания на то, что трудоёмкость будет выражаться не в часах, а в зачетных единицах.

Положение усложняется тем, что недостаточно взвешенное введение системы зачетных единиц может привести к потере связей студента с кафедрой и преподавателем, то есть с той индивидуализацией обучения, которая была базой для исследовательской работы студента и которой были сильны наши российские университеты. Обеспечение студентом свободы выбора собственной образовательной траектории, ориентация только на получение как можно большего числа зачетных единиц и сдачу соответствующих модулей по дисциплинам могут повлечь фрагментарность, нарушение системности в образовании.

В условиях действующих в настоящее время Госстандартов указанные проблемы отсутствовали, поскольку бакалавр в дальнейшем (за крайне редким исключением) переходил или на программу подготовки по специальности, или в магистратуру.

Сведение для большинства людей образования к четырехлетнему при почти повсеместной неподготовленности нашего рынка труда к восприятию бакалавров означает необходимость профессионального доучивания через систему корпоративного, внутрифирменного обучения (пока ещё не получившего у нас достаточно широкого распространения), через учреждения дополнительного профессионального образования, через самообразование. Следовательно, бакалавр должен быть готов к продолжению обучения, возможно, в непривычной для него форме. Поэтому в университетах, особенно периферийных, первоочередной задачей в части, касающейся специальных дисциплин и дисциплин специализации, становится по-видимому не углублённое изучение какой-то конкретной ветви математики, а расширение математического спектра, который при опоре на базовые дисциплины, с одной стороны, увеличивал бы конкурентоспособность бакалавров, а с другой стороны, способствовал профессиональному доучиванию и, при необходимости, переучиванию. Возможными разноплановыми курсами, которые могут читаться одновременно для студентов разных кафедр, могут выступать, например, теория массового обслуживания и статистическое моделирование, быстрые алгоритмы, машинная графика. Конкретный набор таких дисциплин определяется потенциалом факультета и, возможно, потребностями региона. Например, для регионов, в которых отсутствуют педагогические вузы, в список могут войти дисциплины, ориентированные на преподавательскую деятельность. Кстати, для всех классических университетов при переходе к бакалавриату становится проблематичной подготовка преподавателя средней школы, поскольку в настоящее время она осуществляется для желающих через освоение программы для получения дополнительной квалификации «Преподаватель», реализуемой на основе пятилетней подготовки специалиста.

Заметим, что всё выше сказанное относится к тем, кто будет завершать свое образование бакалавриатом. Для будущих магистров на факультетах с малым контингентом встанет другая задача — организация в бакалавриате индивидуальной работы по углублённому изучению необходимой отрасли науки.

В сообщении планируется обсудить обозначенные вопросы подробно.

ПРОФИЛИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Нижников А.И., Русаков А.А.

Московский государственный гуманитарный университет им. М.А. Шолохова

Тел.: 9155512, Факс: 9155053, e-mail: ain@mail.ru, arusakov@space.ru

В современных условиях внимания к профилизации школьного образования считаем необходимым остановиться на предпосылках профильного обучения в России.

- Первый опыт в 1864 г. — организация семиклассных гимназий двух типов: классическая (подготовка в университет) и реальная (подготовка к практической деятельности).
- 1915–16 г. — реформы П.Н. Игнатьева — по предложенной структуре 4–7 классы гимназии разделялись на три ветви: новогуманитарную, гуманитарно-классическую и реальную.
- 1918 г. Первый Всероссийский съезд работников просвещения — «Положение о единой трудовой школе».
- 1957 г. АПН была инициатором эксперимента дифференциации по трем направлениям: физико-математическому и техническому, биолого-агрономическому, социально-экономическому и гуманитарному.
- 1963 г. Открытие четырех специализированных школ-интернатов физико-математического профиля при ведущих университетах страны (в Москве, Ленинграде, Новосибирске и Киеве).
- 1966 г. Две формы дифференциации: факультативы в 8–10 классах и школы (классы) с углубленным изучением предметов.
- Конец 80–90 гг. Диверсификация видов образовательных учреждений.

Профиль — объединение учебных программ, адресованных определенной категории учащихся с учетом индивидуальных познавательных способностей и интересов.

Диверсификация наиболее устоявшихся профилей общеобразовательных школ:

- Гуманитарный
- Физико-математический
- Химико-биологический
- Социально-экологический
- Технологический
- Филологический
- Естественнонаучный
- Экологический и др.

Профилизация — перераспределение количества и содержания образовательных программ с учетом индивидуальных познавательных способностей и интересов определенных категорий учащихся.

Дифференциация школьного образования, это реалии сегодняшнего времени. Высшая школа также не стоит на месте в этом направлении. В современных условиях перехода ВУЗа на многоуровневое обучение студентов, подготовку бакалавров, магистров и специалитет, идею профилизации в ВУЗе можно рассматривать с другой точки зрения, необходимо дифференцировать подготовку учителя. Проблема реализации любых новаций подготовка кадров. Сегодня со школьниками работают специалисты:

- Учитель-тьютор.
- Учитель-модератор.
- Учитель-консультант.
- Учитель-исследователь.
- Учитель-организатор.
- Учитель-маркетолог.
- Учитель-менеджер.
- Учитель профильной школы, бакалавр, магистр.

Например, подготовку учителя математики и учителя информатики средней школы можно разделить на три группы:

– учителя, который будет обучать математике и информатике в гуманитарных классах,
– учителя, который будет работать в общеобразовательной средней школе,
– учителя, который будет работать в специализированных математических школах и математических классах.

Реализация такого концептуального подхода требует обновления педагогических и информационных технологий, развития и совершенствования методики обучения математике и естественно-научным дисциплинам. Такая профессиональная подготовка в педагогическом вузе будет обеспечивать более эффективное, в сравнении с имеющейся практикой, формирование готовности будущего учителя к реализации целей и задач профильного обучения. Педагогический коллектив факультета информатики и математики, кафедра высшей математики способны реализовать идею такой дифференциации подготовки будущего учителя математики (и учителя математики и информатики), обновляя педагогическую технологизацию учебного процесса по всем лекционным курсам и практикумам.

Список литературы

1. *Лобачевский Н.И.* Научно-педагогическое наследие. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма / Под общ. ред. П.С. Александрова, И.Н. Бронштейна, Б.Л. Лаптева, А.И. Маркушевича, В.В. Морозова, А.П. Нордена. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 664 с.

СИСТЕМА ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ КАК СРЕДСТВО ИНТЕГРАЦИИ ДЕТЕЙ С ОСОБЫМИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Останина Н.В.

Вильнюсская средняя школа «Атейтес», Литва

e-mail: nadezda-05@mail.ru

Социально-правовые механизмы реализации идеи интегрированного обучения детей с особыми образовательными потребностями стали активно разрабатываться в Литве в 90-х годах. Вопросы интеграции детей с отклонениями в развитии в общий поток учащихся общеобразовательной школы обсуждались на различных уровнях: на правительственном, научном, методико-педагогическом. Интеграция детей со специальными образовательными потребностями рассматривалась не как самоцель, а как инструмент для их реабилитации и социализации. Был осуществлен широкий спектр мероприятий по изучению подходов и правил организации сопровождения и поддержки детей с особыми образовательными потребностями в странах западной Европы. В частности, были направлены делегации педагогов и представителей общественности для изучения опыта интеграции в школах Дании, Швеции, Нидерландов, Англии, Франции и Германии.

На основе изучения и обобщения зарубежного опыта педагоги Литвы пришли к выводу, что в странах Запада нет единых подходов и правил организации работы и поддержки детей с особыми образовательными потребностями. Все многообразие форм работы аккумулируется в следующие основные формы поддержки.

– Превентивные меры.

– Информационно-консультативная работа.
– Дифференциация учебных программ и процесса обучения.
– Улучшение условий обучения и организации жизни детей, интегрированных в общеобразовательные школы.

В последующие годы в Литве началась интенсивная работа по интеграции детей с особыми образовательными потребностями в общеобразовательные школы. Школы были укомплектованы дополнительными штатными единицами: введены должности школьного психолога, логопеда и спец. педагога с целью организации работы с детьми, имеющими отставание в развитии, не справляющимися с учебными программами своей возрастной группы.

Эти дети нуждаются в комплексной реабилитации, сочетающей медицинскую и социальную помощь, а также психолого-педагогическую поддержку.

В основу нашей работы положена технология интегрированного обучения, которая предполагает внутреннюю дифференциацию обучения учащихся в общеобразовательном классе и индивидуализацию процесса обучения.

Психолого-педагогическая поддержка организуется в школе по следующей схеме.

С обязательного согласия родителей и на основании их письменного заявления дети проходят медико-психолого-педагогическую комиссию (обследование невролога, логопеда, спец. педагога и психолога) при городском психолого-педагогическом Центре.

На основании комплексного обследования выносится заключение о выраженности дефекта развития и даются рекомендации о модификации (или адаптации) стандартной учебной программы по определенным предметам, усвоение которых тормозится выявленным дефицитом развития психических функций.

Заключение медико-психолого-педагогического консилиума доводится до сведения школьной психологической службы. Спец.педагог, психолог и логопед школы разрабатывают систему коррекционной работы для каждого ребенка или группы детей с похожими диагнозами.

Учителя-предметники разрабатывают модифицированные (или адаптированные) программы по предмету с учетом индивидуальных характеристик и возможностей каждого ученика.

Наряду с задачами обучения решаются задачи развития ребенка. Например, на уроках русского и литовского языка вводятся упражнения по развитию слухового восприятия, словесно-логического мышления; детям с различными нарушениями поведения обеспечивается поддержка развития их эмоционально-волевой сферы, формирования механизмов сознательной регуляции собственного поведения и взаимодействия с окружающими людьми.

В процессе подготовки к уроку в интегрированном классе учитель составляет план-конспект так, чтобы на одном уроке учащиеся с разным уровнем психофизического и интеллектуального развития усвоили тему урока на том уровне, который ему доступен. Обучение ведется на дидактическом материале, подобранном для каждого ученика индивидуально:

раздаточные карточки, упражнения из дополнительных учебных пособий, памятки, опорные схемы и т.п. Нередко на уроке рядом с учеником присутствует психолог или спец. педагог, оказывая ему непосредственную поддержку и помощь в овладении способами и навыками учебной деятельности.

Регулярно осуществляется контроль за соответствием выбранной программы обучения реальным достижениям и уровню развития ребенка.

Таким образом, внимание к учащимся с особыми образовательными потребностями обеспечивается внутри школы специалистами разного профиля, а также внешкольными службами, оказывающими поддержку как самим детям, так и их учителям-предметникам.

ТУРНИРЫ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ КАК РЕАЛЬНАЯ ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНТНОСТИ

Рабец Е.В.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

e-mail: `rabetsk@yandex.ru`

Новое тысячелетие входит в историю мировыми трансформационными процессами: развитием наукоемких технологий и их практически синхронным воплощением в жизнь, теоретически непрогнозируемым и практически неуправляемым процессом социальных преобразований, принципиально иной системой ценностей, в которой обладание знаниями, умениями и навыками является необходимым, но далеко не достаточным результатом образования. В условиях современной миграции, давно вышедшей за рамки отдельной страны, новых, открывающихся перед молодежью, возможностей возникает необходимость быстрой адаптации с целью трудоустройства, умения учиться и переучиваться на протяжении жизни.

Новые цели требуют решения определяющего вопроса: какой результат образования необходим личности и востребован современным обществом. Начиная с 80-х годов, Организация экономического сотрудничества и развития (ОЕСР) начала исследования систем образовании разных стран с позиций их результативности и эффективности. Одним из путей модернизации образования, согласования ее с современными потребностями, интеграции в мировое образовательное пространство являются ориентация на компетентностный подход и создание эффективных механизмов его внедрения. Именно компетентности, по мнению многих международных экспертов, являются теми индикаторами, которые позволяют определить готовность ученика-выпускника к жизни, работе и творчеству, активному участию в жизни общества. Речь идет о компетентности как о новой единице измерения образованности человека с акцентом на результатах обучения, в качестве которых рассматривается не сумма заученных ЗУНов, а способность действовать в различных проблемных ситуациях, способность установить связь между знанием и ситуацией, выявить процедуру, способствующую решению проблемы. Быть компетентным ? уметь мобилизовать имеющиеся знания, умения, навыки в конкретной ситуации.

Решающим фактором в реализации этих реформаторских идей мы считаем профессионализм учителя. Не воспитав такого Учителя, все, даже самые совершенные программы в лучшем случае останутся на бумаге, а в худшем, сведутся к очередной кампании с соответствующими инструкциями и проверками чиновников и отписками учителей.

Говоря о компетентности (от лат. «competence»), обычно трактуемой как удовлетворение определенным требованиям, заметим, что её корень «compete» означает «соревноваться». Компетентность же есть способность соревноваться, или соревновательность, формировать и проверять которую мы как раз и предлагаем участием в турнирах юных математиков.

Эта форма конкурсных соревнований уже стала традиционной на Украине. Проводится ТЮМ в три основных этапа. Первый этап — заочный. Рабочим составом жюри подбираются 15–20 задач, которые предлагаются для решения всем, желающим принять участие в турнире. В отдельных классах, школах, или даже городах, создаются творческие ученические коллективы, к работе в которых могут привлекаться учителя, студенты, аспиранты вузов.

Такое сотрудничество дает возможность школьникам успешно вести научный поиск, знакомиться с разноплановой математической литературой, принципиальными математическими фактами. Второй этап — очный, серия четверть- и полуфинальных математических боев. Команды по очереди выступают в роли докладчика, оппонента и рецензента. Еще во время работы над заданиями заочного тура будущие докладчики формируют умение не растеряться перед широкой аудиторией, за несколько минут изложить то, над чем ты работал несколько месяцев. Готовясь к оппонированию, ученики вырабатывают умение критически мыслить, всматриваться в привычные, казалось бы известные факты, сопровождая каждое утверждение вопросом: «Почему?» В полемике школьники должны отстаивать справедливость своих выводов, быстро находить нужные аргументы, видеть сильные и слабые стороны как своего решения, так и решения оппонентов.Кроме того, участники турнира приобретают умение вежливо, тактично, корректно вести себя в любой ситуации, с любым собеседником. Третий этап — финал: два математических боя с новыми задачами для участников.

В отличие от олимпиадных заданий, имеющих однозначные решения и в большинстве построенных на одной блестящей идее, реализация которой достаточно быстро приводит к решению, задачи ТЮМ предусматривают необходимость исследования, результаты которого зависят от глубины понимания проблемы, выбранных ограничений,дополнительных условий, и т. п. Это, в свою очередь, дает возможность юным математикам полемизировать, выражать и отстаивать разные точки зрения, сравнивать целесообразность и правильность разных подходов к решению задач. Готовясь к турниру, школьники поневоле перестают воспринимать математику как сухой школьный предмет или лишь как средство вычислений. Ученики начинают чувствовать скрытую красоту и гармонию математических закономерностей, увлекаются теми возможностями познания, которые открывает овладение математикой. И пусть в большинстве случаев предлагаемые задачи не является научными проблемами, но их решение учит детей мыслить, а это самое важное, чему мы можем научить их.

Возвращаясь к поднятой проблеме компетентности, турнир, по нашему глубокому убеждению, создает уникальную возможность одновременного приобретения компетентности всеми его участниками.

БИЛИНГВАЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ КАК СРЕДСТВО ИНТЕРНАЦИОНАЛИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Салехова Л.Л.

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет

Казань, ул. Татарстан, д. 2

Тел.: (843)2929183, e-mail: tatuca@knet.ru

Современный этап развития российской системы образования характеризуется стремительно разворачивающимися инновационными процессами, ориентированными на её интеграцию в мировое образовательное пространство. Происходящие в педагогической теории и образовательной практике существенные изменения направлены на гармонизацию российских и зарубежных образовательных программ, развитие академической мобильности студентов российских вузов и обеспечение конвертируемости отечественного высшего образования. В связи с этим актуальным становится обращение к билингвальному (двуязычному) обучению, при котором иностранный язык наряду с родным языком выступает как инструмент постижения мира специальных знаний и самообразования, межкультурного общения и поликультурного воспитания. В русле Болонского процесса оно является надежной основой интернационализации российского высшего образования.

С начала 90-х годов XX в. билингвальное обучение является ведущим направлением образовательной политики во многих странах мира. Можно говорить о сложившихся национальных моделях, таких как канадская, американская, германская, об общеевропейской концепции «Еврошкола» (Х.Баррик, Х.Крист, М.Свен, А. Тюрман, Х.Хаммерли и др.).

Билингвальное обучение также стало объектом пристального внимания в последние десятилетия прошлого века в России. Наряду с культурно-ориентированными, приобретают актуальность предметно-ориентированные модели, в которых иностранный язык выступает в качестве средства изучения предмета, например математики.

На основе комплексного изучения генезиса отечественного билингвального образования в конкретный исторический период с середины XX века до наших дней нами были выделены его основные тенденции (социально-исторические, психолингвистические, теоретико-методологические, межкультурные, технологические) и следующие этапы:

1947–1960 гг. — период начального развития билингвального образования средствами русского и иностранного языков в советской школе послевоенного периода;

1961–1976 гг. — период поступательного развития теории и практики двуязычного образования (увеличивается количество школ с преподаванием ряда предметов на иностранных языках, начинается подготовка дипломированных специалистов (педагогов, врачей, инженеров, строителей и т.п.) со знанием иностранного языка для работы за рубежом);

1977–1987 гг. — период стагнации (предметное обучение на иностранном языке утрачивает свою самостоятельность и становится составной частью углубленного изучения иностранного языка);

1988–2007 гг. — период актуализации и дальнейшего развития билингвального обучения. Билингвальное образование и его структурный компонент — билингвальное обучение — в настоящий период играют роль педагогического средства интернационализации российского образования.

Нами была разработана современная концепция билингвального обучения математике в педагогическом вузе, реализующая дидактический потенциал выявленного отечественного опыта двуязычного образования. Основная идея концепции состоит в том, что иностранный язык (английский) наряду с родным (русским) языком может использоваться, как средство учебно-познавательной деятельности по овладению математическими знаниями в процессе профессиональной подготовки будущих учителей математики. При билингвальном обучении математике снимается проблема разобщенности мышления и речи на иностранном языке, так как существует неязыковой объект познания — математические понятия и математические методы, познавательная деятельность осуществляется в единстве с речевой деятельностью, а усвоение предметного содержания происходит одновременно с овладением средствами его выражения на родном и иностранном языках. Также были установлены специфические принципы билингвального обучения математике, определившие его содержание, методы и формы организации, выявлены и обоснованы сущностные, структурно-содержательные и функциональные характеристики билингвальной предметной (математической) компетенции будущего учителя, как цели билингвального обучения математике. Разработаны критерии оценки уровня её развития (предметный, специальный языковой (в области русского и английского языков), педагогический, межкультурный).

На основе предложенной концепции была сконструирована, экспериментально проверена и внедрена в образовательный процесс педагогического вуза дидактическая модель билингвального обучения математике. Важной характеристикой построенной модели является её гибкость, которая понимается как возможность адаптации для других языков и дисциплин.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ В СОВРЕМЕННОМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ СОЦИОЛОГОВ: МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ И ИНТЕГРАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ

Самыловский А.И.

Социологический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

e-mail: soc_inf@socio.msu.ru

Поведенческие факторы всегда учитывались в социально-экономических науках, в исследованиях явлений и процессов социально-экономической природы. Однако, именно в течение последних десятилетий пришло понимание и признание системообразующей роли поведенческих факторов. Именно в этот период оформились такие научные области как, например, «поведенческая экономика», «поведенческие финансы», «экономическая социология», исходящие из объективности и первичности поведенческих факторов. Поскольку традиционно такие факторы изучались в рамках социологии, то именно социологическое образование должно было адекватно реагировать на отмеченное принципиальное расширение своей миссии. Современные социологи оказываются вовлеченными в весь спектр социально-экономической деятельности, а не только в его «края» в виде теоретических академических исследований и в виде эмпирических социологических опросов.

В связи с этим изменилась роль математического компонента в профессиональном образовании социолога: из общекультурного элемента гуманитарного образования он стал (должен стать) конструктивным профессиональным инструментарием. Понимание рационального облика такого инструментария вполне сложилось за вековую историю поведенческих (бихейвиористских) исследований вообще (в психологии, в социологии, в биологии, в педагогике). Это прежде всего вероятностно-статистические подходы, модели, методы, методики, информационные технологии, используемые при сборе, обработке, анализе, интерпретации первичных поведенческих данных. Необходимость учитывать, исследовать и формировать разные метрики, а также разные идентификационные и классификационные признаки, обусловила необходимость привлечения многомерных вероятностно-статистических моделей: главные компоненты, факторный анализ, канонические корреляции. Необходимость решать реальные современные задачи социально-экономического содержания обусловила необходимость введения в социологическое образование знаний по теории планирования эксперимента, по дискриминантному и кластерному анализу. Специфика первичных данных, отражающих поведенческие аспекты, потребовала изучения теории измерений, моделей и методов шкалирования, моделей и методов проведения экспертиз и достижения согласованности мнений. Специалистам очевиден и объем общематематического фундамента, на котором с необходимостью располагаются указанные профессионально-ориентированные математические дисциплины. Перечень необходимых современному социологу математических знаний можно было бы увеличивать и «вширь», и «вглубь». Возникающая образовательная проблема состоит в том, как «уложить» все необходимые знания в учебный план «по социологии», как обеспечить усвоение указанных математических учебных дисциплин студентами — гуманитариями.

Образовательная практика предлагает ряд подходов к разрешению указанной проблемы, причем некоторые подходы лишь создают видимость такого разрешения, а некоторые подходы проблему действительно разрешают.

Наиболее распространенным из подходов первого вида (из подходов, создающих видимость разрешения проблемы) является «усиление» математического компонента за счет увеличения количества профессионально-ориентированных математических дисциплин, каждая из которых имеет небольшой объем (один-два кредита ECTS), имеет ознакомительный характер, не требует общематематических основ в виде, прежде всего, математического анализа и линейной алгебры. Данный подход является вполне эффективным в рамках т.н. «бизнес-образования», т.е. в рамках той или иной системы получения второго высшего образования на базе первого высшего с достаточным общематематическим фундаментом (например, получение степени «MBA» на базе высшего инженерного образования). Реализация же указанного подхода в рамках первого высшего образования весьма негативно сказывается на профессиональном качестве выпускников, делая их беспомощными при необходимости анализа новых ситуаций, проблем, задач.

Наиболее эффективным из подходов второго вида (из подходов, разрешающих проблему) является формирование образовательной траектории профессионального социолога на базе двухуровневой системы «бакалавр-магистр», где бакалавриат имеет информационно-математическую направленность (например, по прикладной математике и информатике), а магистратура реализуется в рамках магистерской программы социологической направленности (например, по социологическим и маркетинговым исследованиям и социоинжинирингу). В результате прохождения такой образовательной траектории выпускник приобретает знания, умения и навыки, позволяющие обеспечивать принципы научной обоснованности при проведении социологических исследований, позволяющие системно использовать основные математические модели и методы, позволяющие формировать информационно-математический инструментарий для исследования конкретной проблемы социологического содержания. Очевидно, что именно такой путь позволяет реализовать перспективные требования государственных образовательных стандартов нового поколения.

О ПРОБЛЕМАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ГУМАНИТАРИЕВ

Сенашенко В.С., Вострикова Н.А.

Российский Университет дружбы народов

Россия, г. Москва, 117198, ул. Миклухо-Маклая, 6

e-mail: nvostrikova@rambler.ru

В настоящее время все более актуальными становятся противоречия между целями и задачами общего среднего образования и объективными требованиями, предъявляемых вузами к абитуриентам и студентам младших курсов. Такое противоречие выражается в том, что в вузы зачисляются абитуриенты, уровень и качество подготовки которых разнятся в значительно более широких пределах, чем это было в предыдущие годы. Таким образом, преподаватели вузов сталкиваются с проблемой качественной реализации образовательных программ высшего образования в весьма неоднородной студенческой аудитории.

Преодолению указанного противоречия во многом способствует широкомасштабное взаимодействие средней и высшей школы в вопросах улучшения качества подготовки выпускников к дальнейшей учебе в вузе по общеобразовательным дисциплинам основных образовательных программ высшего профессионального образования, а также в вопросах адаптации выпускников школ к особенностям организации учебного процесса в вузах.

Ветвящаяся структура образовательных программ и учебных планов, часть из которых преемственны требованиям, учитывающим особенности той или иной области высшего образования, и чрезмерная дифференциация на школьном уровне ограничивает выбор будущей профессии выпускниками школы. В силу нарушения традиционного характера взаимодействия средней и высшей школы свое обучение в вузе студенты начинают с разных стартовых позиций. Такие изменения в системе образования приводят к нарушениям преемственности между средним (полным) общим образованием и общеобразовательной компонентой высшего профессионального образования.

Поэтому необходимо усилить фундаментальную составляющую школьного образования частью, которой является математическое образование, не только отражающее историю развития человеческой мысли, но и способствующее овладению общечеловеческими ценностями.

Включение в гуманитарное образование высшей школы математических и естественнонаучных дисциплин сопряжено со сложностями в силу новизны и специфичности подходов к решению возникающих при этом проблем. Практическая реализация университетского образования студентов — гуманитариев в области высшей математики должна опираться на дидактический принцип целостности, требующий определенной завершенности системы знаний, в отличие от фрагментарности школьных программ.

Таким образом, сущность математического образования специалистов гуманитарного профиля состоит в том, чтобы показать студентам основы и принципы, делающие математику необходимой частью гуманитарного знания как важной составляющей общечеловеческой культуры.

Формирование целостной картины мира при обучении студентов — гуманитариев математике сопряжено с рядом трудностей. Например, ограниченность учебного времени и психологические сложности восприятия учащимися с разными склонностями и способностями новых, часто абстрактных, понятий и образов. Поэтому так важен вопрос о том, как преподавать математику гуманитариям.

Математическая подготовка гуманитариев должна включать в себя фундаментальные математические концепции, а также прикладные аспекты математики, где математические понятия и методы выступают как средства решения задач. Такая подготовка должна способствовать пониманию того, что при освоении мира идеальных сущностей с ними можно работать только логическими методами. Это поможет гуманитарно-образованным людям логически грамотно формировать новые понятия, строить непротиворечивые классификации, отделять существенные признаки от несущественных.

Курс высшей математики на гуманитарных специальностях должен быть адаптирован, исходя, прежде всего, из логики и назначения основной специальности. Особое внимание должно уделяться языку математики, который служит средством языкового развития учащихся, учит студентов коротко, грамотно и точно формулировать свои мысли.

ИЗМЕНЕНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ЗАКОНОДАТЕЛЬСТВЕ, ГОССТАНДАРТЫ, «БОЛОНЬЯ» И ПРОЧЕЕ

Сенашенко В.С.

Российский университет дружбы народов

e-mail: vsenashenko@mail.ru

Президент Российской Федерации 24.10.2007 г. подписал Федеральный закон № 232 «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации (в части установления уровней высшего профессионального образования)». В соответствии с принятым законом в Российской Федерации устанавливаются следующие уровни высшего профессионального образования:

– высшее профессиональное образование, подтверждаемое присвоением лицу, успешно прошедшего итоговую аттестацию, квалификации (степени) «бакалавр» — бакалавриат;

– высшее профессиональное образование, подтверждаемое присвоением лицу, успешно прошедшего итоговую аттестацию, квалификации (степени) «специалист» или квалификации (степени) «магистр» — подготовка специалиста или магистратура.

Весьма существенным становится то, что к компетенции Правительства РФ в области высшего профессионального образования относится: установление Перечня направлений подготовки (специальностей), по которым могут быть установлены иные нормативные сроки освоения ООП ВПО (программ бакалавриата, магистратуры и подготовки специалистов). утверждение Перечня направлений подготовки (специальностей) высшего профессионального образования, подтверждаемого присвоением лицу, квалификации (степени) «специалист».

Как следует из анализа изменений в образовательном законодательстве и макета ФГОС ВПО в ближайшие годы в высшем образовании будет происходить замещение специальностей по двум направлениям:

– формирование **массового** бакалавриата и переход на 4-х летние программы высшего образования;
– формирование магистратуры как образовательного института **элитного** высшего образования с ограниченной доступностью.

Очевидными задачами двухуровневой подготовки становятся: удешевить процесс подготовки, ибо молодые люди будут учиться , как правило, четыре года вместо пяти; быстро подготовить узкого специалиста, способного в короткие сроки адаптироваться к условиям профессиональной деятельности; смягчить проблему устаревания знаний; обеспечить мобильность студентов, а затем и квалифицированной рабочей силы по странам и континентам; обеспечить массовость высшего образования, которое не может быть очень дорогим, ибо и сегодня наиболее развитые страны тратят на образование не менее 5–6% своего ВВП, из которых в среднем 20% выделяется на высшее образование.

Вместе с тем двухуровневую структуру образовательных программ отличает профессиональная незавершенность, снижение уровня фундаментальности и научности образования, снижение качества образования, а введение бакалавриата в отрыве от образовательных программ подготовки специалистов означает перемещение целей и задач СПО в систему ВПО.

Что касается создания Общеевропейского пространства высшего образования, то это, прежде всего, попытка приспособиться к миру глобализации путем формирования рыночной образовательной среды, когда вузы, факультеты, преподаватели, студенты могут вести себя как предприниматели. И поэтому общеевропейское пространство высшего образования — яркий пример формирования международной предпринимательской инфраструктуры в сфере высшего образования.

Отечественная система образования располагает достаточным потенциалом для выработки российской образовательной модели. И мы должны говорить о собственном образовательном опыте на своём языке, но при этом понятном не только самим себе, но и внешнему миру.

ИНТЕГРАЦИЯ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ

Солодова Е.А.

Военная академия Ракетных Войск стратегического назначения имени Петра Великого

Россия, 117321, г. Москва, ул. Профсоюзная, 142, корп. 2, кв.74

Тел.: (495)3383223, e-mail: esolodova@rambler.ru

В настоящее время высшие учебные заведения вносят основной вклад в развитие научно-исследовательской деятельности в России. «Формирование новых знаний происходит именно в университетах... Продвижение знаний, сгенерированных в университете, начинается с того, что профессор входит в аудиторию и большой аудитории рассказывает про эти знания. Пока ученый из НИИ донесет знания до людей, проходит много времени. Профессор работает непосредственно с людьми...» [1, с.48].

Концептуальной моделью процесса интеграции науки и образования является модель, сконструированная на основе вербальной модели, предложенной известным в России политологом, доктором философских наук А.С. Панариным [2]. Система неравенств (1) является, по выражению А.С. Панарина, «формулой прогресса» общества:

$$\begin{gathered}
\frac{dx_{\text{меж.отр.}}}{dt} > \frac{dx_{\text{отрас.}}}{dt} \\
\frac{dx_{\text{фунд.}}}{dt} > \frac{dx_{\text{прикл.}}}{dt} \\
\frac{d\,\frac{N_{\text{молод.}}}{N_{\text{общ.}}}}{dt} > 0 \\
\frac{dT_{\text{учёба}}}{dt} > \frac{dT_{\text{работа}}}{dt} \\
\frac{dT_{\text{досуга}}}{dt} > \frac{dT_{\text{работа}}}{dt}
\end{gathered} \tag{1}$$

Первое неравенство в системе (1) есть требование более высоких темпов роста межотраслевого знания по сравнению с отраслевым знанием. Второе неравенство следует читать так: «Темпы роста фундаментального знания должны превышать темпы роста прикладного знания». Следующее неравенство формулирует демографическое требование, состоящее в том, что чем выше доля молодежи в общем составе населения, тем выше темпы прогрессивных изменений. Четвертое неравенство: темпы прироста времени учебы в жизни каждого человека должны быть больше темпов прироста времени работы. Последнее неравенство в системе (1) есть требование более высоких темпов прироста досугового времени по сравнению с временем работы.

Итак, «формула прогресса» напрямую определяется состоянием системы науки и образования в стране. Наиболее информативным с точки зрения прогноза развития процесса интеграции науки и образования является неравенство 2 системы (1). Новые знания генерируются в вузах фундаментального профиля. В таком вузе генерируются новые знания, которые, как правило, являются «отложенными» во времени, не востребованными сегодня на внешнем рынке, не отвечающие сиюминутным запросам общества, следовательно, финансирование системы высшего фундаментального образования должно быть только государственным, поскольку только государство может быть заинтересовано в отложенных знаниях, опережающих свое время.

«Подавляющая часть фундаментальной науки... в Северной Америке делается в университетах. Ключевая фигура тут — профессор... Он энергичный лидер, хороший оратор, разбирается в финансовых вопросах и генерирует массу идей... Каких-либо научных задач перед профессорами не ставят. Основной стимул к работе — личные научные интересы...» [3, с.30].

Для успешного функционирования фундаментального вуза, поставляющего новые знания для науки, необходимо наличие «генетической памяти», т.е. научных школ и ведущих научных направлений [4]. Для создания научной школы требуется около ста лет — три поколения учёных (старшее, среднее и младшее), каждое из которых работает в конкретной отрасли науки в среднем 30 лет. А разрушить научную школу можно в один день.

По всей видимости, наиболее перспективной формой интеграции науки и образования является форма учебно-научного объединения фундаментального профиля, в котором генерируются новые знания.

Список литературы

1. *Тихомиров В.П.* Разработка стратегии электронного обучения в России // Вестник Национального Комитета «Интеллектуальные ресурсы России», №1, 2004.
2. *Панарин А.С.* Христианский фундаментализм против рыночного терроризма // Наш современник, 2003, №1–2.
3. *Малинецкий Г.Г.* Вдоль или поперек?// Компьютерра, №14 (586), 12 апреля 2005.
4. *Солодова Е.А.* Концепция модернизации высшего образования России на основе синергетического моделирования // В монографии «Синергетическая парадигма», М.: «Прогресс-Традиция», 2007, с. 276–295.

УНИВЕРСИТЕТСКАЯ ИНСТИТУЦИЯ КАК КОМПЛЕКСНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ МОТИВАЦИИ СТУДЕНТОВ

Танкова Е.Н.

Варненский свободный университет

Болгария, г.Варна 9007, к.к. Чайка

e-mail: eleonora@vfu.bg

Экономика знания превратила университет в ключевую институцию и сделала его главным участником в проистекающих процессах. Новые социально — экономические реальности поставили требования и вызовы университету, которые бесспорно оказывают влияние на его деятельность. Они привели к новым связям и взаимоотношениям академической институции с окружающей средой. В результате от этого наблюдаются две тенденции. С одной стороны видны обогащение и развитие ценностей университета, с другой стороны проявление некоторых негативных явлений — академические институции стоят перед вызовом выживать как интеллектуальные общности. В следствие возникновения новых форм сотрудничества университета с остальными участниками в процессах, становиться необходимым сделать изменения в миссии отдельной высшей школы и появляется разнообразие новых целей и задач.

Первая и самая главная цель университета в новых условиях это подготовка людей с высшим образованием, вооруженные необходимыми умениями и качествами, которые дают им гарантии быть конкурентоспособными и пригодными для занятости. Эта цель достижима, если в академической институции создана созидательная и творческая среда, стимулирующая и мотивирующая студентов.

Университеты должны отказаться от эпизодических мер и деятельностей для обеспечения мотивации студентам. Вся практика академической институции следует ориентировать на создание и поддержание работающей системы для мотивации своих воспитанников. Университеты должны принять это за свою главную ответственность и приоритетную задачу. Чтобы создать и чтобы заработала такая целостная система, необходимо внедрить мотивацию в миссию и стратегию университета, в образовательных программах и методиках и чтобы они со своей стороны успели достигнуть адекватность с требованиями среды. Студенту и университету необходимо найти общие точки соприкосновения в своих потребностях, в своих целях и ожиданиях.

Осознание и принятие этой ответственности имеет первостепенную важность, так как университет со своим институциональным устройством и со всем комплексом моральных и этических стоимостей превращается в единственное место где могут созидаться новые ценности вызванные экономикой знания.

О РОЛИ МЕТОДОВ В КОМПЕТЕНТНОСТНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Удовенко Л.Н.

Тольяттинский филиал СамГУ

445027, г. Тольятти, ул. Юбилейная, 59

Тел.: (8482)354213, e-mail: samgu@avtograd.ru

Анализ научно-педагогической и методической литературы (Скаткин М.Н., Лернер И.Я., Краевский В.В., Щедровицкий Г.П., Выготский Л.С., Давыдов В.В., Холодная М.А., Хуторской А.В., Беспалько В.П., Тарасов Л.В., Шишов С.Е., Кальней В.А. и др.) позволяет говорить о моделях обучения, соответствующих историческим этапам развития человека, общества, природы. Будем рассматривать:
1) практико-ориентированное; 2) знаниево-ориентированное; 3) личностно-ориентированное; 4) компетентностно-ориентированное обучение (Клековкин Г.А.). Близок к данной точке зрения подход, соотносящий модели обучения со стадиями развития цивилизации:
1) доиндустриальная или аграрная; 2) индустриальная; 3) постиндустриальная или информационная (Е.А. Самойлов).

Исследуя особенности моделей обучения в соответствии со стадийностью исторического развития видим, что принципиально различные модели имеют общие черты, а именно, на рубеже завершения определённого уровня образования от обучающегося ожидаются: готовность к самоопределению, осознание и выбор профессии; готовность к труду, к будущей профессиональной деятельности, к дальнейшему образованию и самообразованию; сформированность устойчивой гражданской позиции, умение делать осознанный гражданский выбор; готовность к самореализации, к наиболее полному и глубокому использованию своих индивидуальных способностей, склонностей, талантов; готовность к восприятию, переработке и передаче духовных и культурных ценностей, нравственных установок; готовность к сотрудничеству в условиях многонационального и многоконфессионального общества и к сохранению национальных традиций; готовность к самоорганизации и организации условий, способствующих здоровому образу жизни и т.д. В нынешних условиях при возросших потоках информации (и не только позитивно знаниевой) формирование этих качеств возможно и целесообразно осуществлять при организации освоения предметных знаний и способов деятельности. Поскольку личность проявляется прежде всего в деятельности, в умении адаптироваться в новом информационном и жизненном пространстве, то переход к *компетентностно-ориентированному* обучению является закономерным. Компетентность, выступающая характеристикой процессуальной эффективности и результативности личности как субъекта предметной деятельности, общения и самосознания, служит реальной мерой уровня ее развития, следовательно, «человек компетентный» — это самоопределившаяся личность, готовая к непрерывной самореализации, оцененная и востребованная обществом. Важность такого подхода подтверждается и социологическими исследованиями Центра профессионального образования (Самарская область): запрос работодателей, сделанный из различных секторов рынка, к системе начального, среднего и высшего профессионального образования имеет общие требования: работа в коллективе; ориентирование на рынке труда; готовность связывать свою карьеру с продолжением образования; готовность менять профиль деятельности в зависимости от изменений в стратегии развития предприятия, технологиях и т.п.; самостоятельная работа с информацией; готовность принимать решения и брать на себя ответственность (Л.И. Фишман). Таким образом, четко обозначилась проблема разрыва между результатами образования и общего, и профессионального с требованиями общества к этому образованию. Поиск путей её разрешения привел к формулированию различных положений и отработке педагогических подходов в практике образования. Результатом явилась Концепция модернизации российского образования. Ею закрепляется такое понятие как «экономика знаний» (И.Фрумин), а именно: обучение как «создание знаний» на основе исследовательского подхода вместо обучения на основе информации; обучение на основе анализа и обработки знаний вместо механического обучения; совместная деятельность педагога и учащегося по созданию системы знаний вместо обучения, жестко направляемого учителем; своевременное и актуальное обучение вместо обучения «на всякий случай, вдруг понадобится в будущем»; применение различных способов обучения вместо исключительно формального обучения; обучение по инициативе с учётом личностных смыслов и личностного опыта вместо обучения по указанию; организация непрерывного обучения вместо завершения обучения на определенном возрастном этапе.

Компетентностный подход в определении целей и содержания общего образования не является совершенно новым, а тем более, чуждым для российской школы. Ориентация на освоение умений, способов деятельности и, более того, обобщенных способов деятельности была ведущей в работах многих отечественных педагогов. Поэтому наиболее перспективным оказывается путь смещения приоритетов с репрезентативных методов обучения в сторону активно презентационных. Особенно ценное место в процессе обучения должна занять специально организованная педагогом самостоятельная деятельность обучающихся.

Переход к компетентностно-ориентированному обучению требует смены «качества образования», формирования содержания образования и определения приоритетных способов получения образования. Качество образования понимается как «соответствие требованиям новой системы общественных отношений и ценностей, требованиям новой экономики», и оно может быть обеспечено только такими методами обучения, которые адекватны требованиям этой системы.

О МАГИСТЕРСКОЙ ПРОГРАММЕ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»

Хаймина Л.Э., Хаймин Е.С.

Поморский государственный университет имени М.В. Ломоносова

163002, г. Архангельск, ул. Павла Усова, д.23, корп.2, кв.30

Тел.: (8182)645069, (8182)271344, e-mail: Jacques@atnet.ru

Высшее профессиональное образование в России находится в состоянии активного изменения, которое сопровождается внедрением новых образовательных и информационных технологий, осмыслением накопленного российского опыта высшего образования, сравнительным анализом его с зарубежным опытом. Российское образование постепенно становится частью единого образовательного пространства.

В отечественной высшей школе обозначились новые тенденции развития, одна из которых — постепенный переход вузов на двухуровневую систему подготовки специалистов (бакалавр и магистр). Такой переход не может произойти без серьезной подготовки на всех уровнях, глубокого анализа оптимальных путей перехода, творческой работы над программно-методологической базой обновленной системы подготовки специалистов.

Математический факультет Поморского государственного университета имени М.В. Ломоносова имеет многолетние международные связи с различными европейскими университетами, в том числе и по обмену студентами. В связи с этим опыт по согласованию учебных планов и программ накапливался и обобщался. Поэтому к изменениям в учебном процессе в соответствии с новыми требованиями мы оказались готовы.

Первым итогом реализации идеи двухуровневого образования стала разработка образовательной программы специализированной подготовки магистра по системному программированию, которая получила поддержку УМО по прикладной математике и информатике. Основные части этой программы разработаны с учетом нормативных документов, регламентирующих реализацию магистерских программ; содержания программ профессиональной подготовки по направлению «Прикладная математика и информатика»; реальных возможностей факультета и могут быть использованы при разработке аналогичных программ другими вузами.

Программа подготовки магистров в области системного программирования разрабатывается и реализуется на основе следующих *принципов:*

– согласованность (сопряженность) с программами бакалавриата по направлению «Прикладная математика и информатика»;
– гибкость и мобильность в определении общей стратегии подготовки магистров;
– личностная ориентация программы подготовки магистра;
– направленность на гуманистически ориентированные социальные техно-

логии;
– универсальность, фундаментальность, системность, интегративность в конструировании профессиональных знаний специалистов прикладной математики и информатики;
– учет региональных условий.

Содержание основной образовательной программы отражено в учебном плане и программах изучаемых дисциплин, оно отражает не только требования федерального компонента, но и региональные особенности подготовки специалиста в области системного программирования.

Магистр прикладной математики и информатики должен уметь эффективно решать *образовательные и исследовательские задачи* и успешно осуществлять следующие виды *профессиональной деятельности*:
– научно-исследовательская деятельность;
– преподавательская деятельность;
– консультационная деятельность;
– социально-просветительская деятельность;
– социально-педагогическая деятельность;
– эксплуатационная деятельность и др.

Магистр прикладной математики и информатики, обладающий такими качествами специалиста, как профессионализм, компетентность, конкурентоспособность, может адаптироваться и к другим видам профессиональной деятельности.

Магистр, освоивший основную образовательную программу высшего профессионального образования в рамках направления подготовки «Прикладная математика и информатика», подготовлен для продолжения образования в аспирантуре по научным специальностям:

05.13.11 — математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей;
05.13.15 — вычислительные машины и сети;
05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;
05.13.19 — методы и системы защиты информации, информационная безопасность;
13.00.02 — теория и методика обучения и воспитания (математика, информатика).

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ СТОХАСТИКЕ В УСЛОВИЯХ МНОГОУРОВНЕВОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Щербатых С.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

399770, Липецкая обл., г. Елец, ул. Коммунаров, 28

Тел.: `(847467)28522`, Факс: `(847467)21698`, e-mail: `shcherserg@mail.ru`

В конце 80-х — начале 90-х гг. XX века проводилось международное исследование по сравнительной оценке математической подготовки учащихся. В нём принимали участие представители 20-ти стран, среди которых и бывший Советский Союз. По теме «Анализ данных, статистика, вероятность» все страны, кроме двух (Словения и Португалия), показали результаты лучше, чем у нас. Аналогичные результаты были получены и в 2003 году, когда проводилось международное исследование (PISA-2003) уровня математической грамотности 15-летних учащихся. Включение вероятностно-статистических вопросов в тест свидетельствует о той важности, которую придают этому материалу в других странах, а полученные по некоторым странам достаточно высокие результаты показывают, что его изучению уделяется значительное внимание. Например, по сравнению с требованиями по математике, предъявляемыми к абитуриентам российских вузов, тест на поступление в Оксфордский университет предполагает наличие у поступающих знаний по комбинаторике и элементарной теории вероятностей.

Однако дело не только в том, что европейские или американские школьники знакомятся с элементами стохастики и одним из приоритетных направлений модернизации российского образования является интеграция в международную систему, а скорее в том, что вероятностно-статистические методы уже сегодня широко используются самыми различными областями знаний. Таким образом, знакомство с элементами данной науки открывает широкие возможности для иллюстрации применимости математики к решению важных прикладных задач, что в свою очередь говорит о реализации профессионально-прикладной направленности сначала в школе, а затем в вузе. В этой связи, согласно федеральному компоненту базисного учебного плана, примерным учебным планам для средней школы и государственному образовательному стандарту начального общего, среднего общего и среднего (полного) общего образования по математике, утверждённому в 2004 году, в школьный курс математики включается стохастическая линия, предполагающая изучение элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики. Данную тенденцию можно только приветствовать.

Круг вопросов для изучения в школе определён. Однако вопросы, устанавливаемые стандартом для изучения в средней общей школе, дублируются на уровне среднего (полного) общего образования. Тоже самое происходит и с вузовскими стандартами — вопросы стохастики повторяют школьный стандарт. При этом совсем непонятно, то ли это повторение происходит в более углублённом варианте, то ли на том же самом уровне, будто бы студенты знакомятся с данным разделом математики в первый раз.

Поэтому, на наш взгляд, целесообразно определиться: либо мы строим вузовское обучение путём усиления сформированной ещё в школе стохастической базы студента, делая её при этом более теоретизированной, либо изучаем в вузе то, что относилось ранее к «Дополнительным главам теории вероятностей и математической статистики». При этом первый подход отрывает от идеи профессионально-прикладной направленности (кстати, усиленной Концепцией модернизации школьного образования путём введения профильного обучения на старшей ступени общеобразовательной школы), что может привести к неосознанному пониманию предмета у большинства студентов как математических, так и нематематических факультетов. Второй подход также весьма проблематичен: что выбрать из «дополнительных глав» в качестве «ядра» для подготовки бакалавров, а соответственно и магистров по различным направлениям? Ведь, к примеру, медикам может быть и ненужно изучать то, что изучают физики. И это порождает дилемму.

С другой стороны, кто же подготовит учителя к реализации школьного стандарта? Стохастику ввели в школу, но если обратиться к ГОС ВПО по подготовке бакалавра физико-математического образования, то сама стохастика очень хорошо завуалирована в блоке ЕН «Общие математические и естественнонаучные дисциплины» в контексте дисциплины «Математика», причём количество часов, отводимых на её изучение, весьма ничтожно, а в магистратуре данного направления она и вовсе отсутствует. И всё же данный пробел можно восполнить, например, путём введения методического курса по выбору для студентов физико-математических факультетов вузов, либо наполнением вузовского курса «Теория и методика обучения математике» дополнительным содержанием.

Поэтому в настоящий момент обострились противоречия между: фактическим введением стохастики в школу и недостаточной подготовленностью будущих учителей к её преподаванию; диалектическим противоречием между школьным и вузовскими стандартами. Разрешение данных противоречий позволит поставить обучение стохастике на высокий уровень.

Секция 7

«ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ»

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАПАДНОАРАБСКОЙ МАТЕМАТИКИ (X–XV вв.)*

Аль-Хамза М.

ИИЕТ РАН, Москва

e-mail: mhalhamza@hotmail.com

Глубокий исторический научный анализ развития науки в арабском Марокко и Андалусии подтверждает уникальность этого опыта, так как Андалузская цивилизация создавалась в результате смешивания и взаимодействия культур разных народов: арабов, берберов и местного населения Испании. Все это произошло в обстановке мирного сосуществования трех божественных религий. Получился мощный научный и культурный прогресс. Особое внимание было уделено таким областям знания как математике, философии, астрономии и медицине. Через крупные научные центры Андалусии как Кордовию и Толедо перешли в Европу научные трактаты на арабском, латинском и еврейском языках. Эти были научные знания, полученные греками, индусами, арабами и др. Все это началось с перевода. А.П. Юшкевич отметил, что великая компания перевода на арабском Востоке с сирийского, греческого, персидского и индийского языков на арабский в IX в. повторилась в Марокко и Андалусии с арабского на латинский (и еврейский) языки в XII в.[1].

В начале западно-арабские ученые полностью опирались на переведенные древние трактаты и результаты самых восточно-арабских и мусульманских ученых. А в XI-м столетии Андалузская наука и в особенности математика, достигла своей вершины.

С XII в. начинается тревожное и драматическое время в Андалусии. Войны и борьба за власть приводили к распаду основных центров культуры и науки как Кордовии и Севильи, которые были разрушены и тем самым уничтожались многие научные трактаты. С другой стороны Толедо и Беленссия были отвоеваны Испанцами мирно, что помогло сохранить научное наследие. В это время Толедо превратилось в крупнейший центр науки, диалога между различными цивилизациями и культурами и стало центром перевода на латинский и еврейский языки. Центром развития математики и астрономии переместился в главные города Марокко: Марракеш и Фес. В этот период появилось немало крупных математиков

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 06–06–80526а)

и астрономов в Марокко, т.к. обстановка в Андалусии стала нестабильной и неблагоприятной для занятия наукой. Из них мы выбрали для исследования три самых крупных математиков, работавших в период с XII в. по XVI в.

Первый из них Абу Закрийя ал-Хассар (XII–XIII) из Марокко, второй Ахмад ибн ал-Банна ал-Марракеши (XIII–XIV) из Марракеша и Али ал-Каласади (XV), который родился в Андалусии, но жил и работал в Марокко и Тунисе.

После изучения сочинений ал-Хассара, Ибн ал-Банны и ал-Каласади мы можем сравнивать их результаты и судить о ходе развития алгебры на Западе средневекового мира ислама.

Существенная особенность западноарабской математики — систематизация математических знаний и составление квалифицированных учебных пособий. Был принят, как, впрочем, и на Востоке, традиционный план такого сочинения, которое должно было состоять из двух частей: арифметической (целые числа, дроби и корни) и алгебраической. Но алгебраическая — это не только «ал-джабр» и «ал-мукабала» в традиции ал-Хорезми. В нее, входят и учение о пропорциональных величинах, и «правило двух ошибок», сводящиеся к решению линейных уравнений, и это объединяется с классификацией ал-Хорезми. Кроме того, и это очень важно, алгебраическая часть уже содержит раздел или главу о действиях с алгебраическими многочленами.

Таким образом, в западноарабском ареале осуществляется процесс усвоения достижений самого ал-Хорезми и Багдадской школы в целом. Содержание трактатов в процессе усвоения этой традиции видоизменяется и совершенствуется, приводя к интереснейшим результатам. Иногда в известной степени это напоминает процесс обработки и комментирования «Начал» Евклида, который, как известно, был стимулом для исследований, лежащих в основе средневековой арабоязычной математики.

Вторая особенность рассмотренных трактатов — это модификация «правила двух ошибок» в форме «правила чаш весов». Это правило только в словесной форме фигурирует еще в трактате ал-Хассара. Во всех более поздних сочинениях словесное описание сопровождается схемой равноплечих весов с двумя чашами. В изложении ал-Хассара теоретическое «правило чаш весов» еще не отделилось от практики взвешивания. Задача решается непосредственно на весах. Такой метод применяли еще даже Омар ал-Хайям (XI в.) и ал-Хазини (XII в.). Абстрагирование его от практики взвешивания — дальнейший шаг в алгебраизации задачи: сведения ее к решению линейного уравнения. Этот процесс можно проследить в трудах Ибн ал-Банны и ал-Каласади.

Процесс абстрагирования от практики взвешивания и эволюции терминологии для обозначения величин, входящих в уравнение — характерная особенность деятельности западноарабских математиков. Так первоначально термином «имущество» (мал) вначале обозначалось неизвестное в задачах, сводящихся к линейным уравнениям. Впоследствии этим термином стали обозначать квадрат неизвестного. Ал-Каласади применяет его именно в этом смысле. Это и «имущество» в денежной форме, и «имущество» в виде груза в «правиле чаш весов». В трактатах трех упомянутых западноарабских математиков можно проследить процесс перехода от термина «дирхем» для свободного члена к абстрактному термину «величина» (кадар или микдар) или «число» (^{c}адад). Таким образом, идет процесс непрерывного абстрагирования содержания алгебраических глав.

В третьих, это последовательное введение отрицательных величин в алгебраическую практику, что привело к появлению правила знаков. Правило знаков формулирует Ибн ал-Банна и широко применяет ал-Каласади, считая его абсолютно универсальным. До этого можно было наблюдать лишь отдельные случаи его применения только в конкретных задачах. В Европе в общем виде его формулирует только Лука Пачоли в своей «Сумме знаний», изданной в Венеции в 1494 г.

И, наконец, *в четвертых*, безусловное достижение западноарабских математиков — введение алгебраической символики. Хотя ал-Каласади не был «первооткрывателем» этой символики, свободное оперирование ею свидетельствует о том, что к его времени она прочно вошла в практику алгебраических действий. И эти действия — не только практика решения уравнения, но и свободное оперирование с алгебраическими многочленами (см.[2–5]).

Наш анализ показывает, что существенный вклад ал-Каласади, и его предшественников в западноарабской математике бесспорен. Именно его труды стали образцом для дальнейших поколений западноарабских математиков в то трудное время, когда, казалось, андалузской математике, как и вообще западноарабской науке пришел конец. Ведь не зря ал-Каласади иногда называют последним андалузским математиком.

Список литературы

1. *Юшкевич А.П.* История математики в средние века. – М., 1961.
2. *Рожанская М.М., Аль-Хамза М.* Ибн ал-Банна и его «Краткое изложение арифметических действий» // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 2005. Вып.9(44). С.330–347.
3. *Рожанская М.М, Аль-Хамза М.* Об арифметическом трактате ал-Хассара // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.,2006. Вып.11(46). С.196–216.
4. *Аль-Хамза М.* О средневековой математике в Магрибе // Международная научная конференция «Современное математическое образование и проблемы истории и методологии математики». 11–15 сентября 2006. Тамбов, 2006. С.65–69.
5. *Рожанская М.М, Аль-Хамза М.* О трактате ал-Каласади: «Раскрытие тайн науки цифр Губар» // Историко-математические исследования. Вторая серия. 12(47). М., 2007. С. 215-237.

О ТРЕБОВАНИЯХ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ» В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Антонова И.В.

Тольяттинский государственный университет, факультет математики и информатики, кафедра алгебры и геометрии

Россия, 445020, г. Тольятти, ул. Белорусская, 16в, каб. 404

Тел.: (8482)539113, e-mail: I.Antonova2@tltsu.ru

Основной целью изучения дисциплины «История математики» согласно ГОС ВПО по специальности 050201 «Математика» с дополнительной специальностью 050202 «Информатика» является формирование у студентов математической культуры и общенаучного мировоззрения.

Согласно учебному плану данная дисциплина изучается в 8 семестре после изучения студентами основных математических дисциплин: алгебры, геометрии, математического анализа, теории чисел, теории функций действительного и комплексного переменного, элементарной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

– основные периоды развития математики и основные направления развития современной математики;
– роль и значение математики в развитии общества, научно-технического прогресса, других наук;
– биографии наиболее выдающихся ученых-математиков, их основные научные достижения и роль в развитии математики;
– историческое развитие каждой содержательно-методической линии школьного курса математики.

уметь:

– аргументировать научную позицию при анализе лженаучных, псевдонаучных и антинаучных утверждений;
– использовать полученные знания для повышения мотивации школьников при изучении математики;
– использовать исторический подход при изучении отдельных тем школьного курса математики.

владеть навыками:

– применения основных методов, которыми оперирует история математики (изучение первоисточников, анализ и сопоставление исторических фактов, биографий ученых и др.) в процессе преподавания;

– использования математического языка, математической терминологии и символики.

Отметим, что одной из задач изучения дисциплины «История математики» является выработка навыков решения исторических задач, отражающих основные понятия школьного курса математики. Так, на практических занятиях по дисциплине студенты решают различные старинные задачи: задачи Египта, Индии, Греции; задачи из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого; задачи из «Азбуки» Л.Н. Толстого; задачи выдающихся ученых-математиков, например: 1) задача Аль-Каши: «Доказать, что для любого натурального значения n имеет место равенство: $1^4 + 2^4 + 3^4 + ... + n^4 = \frac{1}{30}\left(6n^5 + 15n^4 + 10n^3 - n\right)$»;

2) задача Ньютона: «12 быков съедают $3\frac{1}{3}$ югера (римская мера площади югер равна 2500 м^2) пастбища за 4 недели; 21 бык съедает 10 югеров такого же пастбища за 9 недель. Сколько быков съедят траву на 24 югерах за 18 недель?» и др.

При решении старинных задач на практических занятиях студенты предлагают свои варианты и затем сравнивают их с «историческими» или авторскими решения, представленными в литературе.

Таким образом, курс «История математики» должен обеспечить развитие у будущего учителя математики достаточно широкого взгляда на основные важнейшие понятия математики как современной математической науки; вооружить его конкретными знаниями и умениями, дающими ему возможность использовать их в педагогической практике и в исследовательской работе по своей специальности.

УЧЕБНИКИ И ЗАДАЧНИКИ ПО НАЧАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ В 1920–1930-Е ГОДЫ

Бусев В.М.

С 1918 г. система народного образования России стала подвергаться существенным изменениям. Эти изменения коснулись школьных учебников, в частности, учебников математики. Среди некоторых деятелей народного образования, воодушевленных идеей разрушить прежнюю школу до основания, стала популярной мысль об отмене учебников. Так, член математической секции по реформе школы О.А. Вольберг полагал, что учебники следует заменить книгами для самостоятельной работы научно-популярного характера [1]. В августе Наркомпрос выпустил циркулярное письмо, в котором говорилось об отмене существующих учебников. Однако учителя еще долго продолжали пользоваться дореволюционными учебниками и задачниками.

Ряд педагогов-реформаторов (Н.К. Крупская, В.Н. Шульгин, Б.П. Есипов, П.П. Блонский, А.П. Пинкевич) понимали необходимость создания учебников нового типа. Среди требований к учебникам в качестве главных назывались: 1) воссоздание достоверной научной картины; 2) учет возрастных особенностей учащихся; 3) связь с окружающей жизнью, с трудом; 4) побуждение учащихся и учителей к творчеству. Немаловажной признавалась и идеологическая составляющая [3].

Уже в самые первые годы советской власти стали появляться новые учебные книги по математике — учебники и задачники, причем наиболее существенным изменениям подверглись именно задачники. Это неудивительно. Во-первых, главной составляющей в обучении математике являются задачи. Во-вторых, в условиях официальной отмены учебников задачник остался единственным «легальным» пособием для учеников начальной школы (понятно, что научно-популярные книги не соответствуют возрастным особенностям большинства детей 8–13 лет).

Таковых задачников было создано немало, их авторами были: К.П. Арженников, С.П. Глазенап, С.В. Зенченко и В.Л. Эменов, И.И. Грацианский и И.Н. Кавун, А.В. Ланков, Д.Л. Волковский и др. Авторы задачников старались учесть новые направления методики, возникшие незадолго до революции: в задачниках широко использовалась наглядность, книги хорошо иллюстрированы, наряду с арифметикой есть попытки введения начал алгебры, задачники содержат элементы геометрии. Сюжеты многих задач приближены авторами к окружающей ребенка действительности, причем иногда задачники издавались отдельно для сельских и городских школ (таковы, например, сборники С.В. Зенченко и В.Л. Эменова).

С 1924 г. в связи с введением комплексных программ потребовалось создать задачники, содержание которых привязано не только к обычной последовательности изложения курса математики, но и к временам года и соответствующим занятиям жителей села и города, праздникам и т.п. Комплексные программы школ I ступени не предполагали систематического изучения основ наук, необходимые знания и навыки дети должны были приобретать в ходе изучения комплексов — отдельных тем, интегрирующих в себе большое количество явлений, например: «Приготовление к зиме», «Октябрьская революция», «Домашние животные». Предполагалось, что, изучая такие комплексные темы, дети узнают о трудовой деятельности людей, сами приобретут навыки труда и ряд знаний. Увязка комплексов с навыками оказалась для учителей задачей трудной [1], непросто пришлось и авторам задачников. Авторы распространенного в те годы задачника «Жизнь и знание в числах» С.В. Зенченко и В.Л. Эменов решили эту проблему так: обычные арифметические примеры и задачи чередовались с задачами, сюжеты которых отражают комплексную тему. Например, в комплексе «Домашние животные» приводится задача: «В холодном хлеву корова давала крестьянину 82 ведра молока в год. Когда же хлев проконопатили и потолок в нем засыпали, то корова стала давать в год 90 ведер. Насколько увеличился удой коровы?»

В конце 1920-х гг. было решено издавать не единые стабильные учебники, а так называемые краевые учебники, содержание которых отражало бы жизнь того региона, для учащихся которого он предназначен. В сборниках задач для начальной школы (которые также стали называть рабочими книгами по математике) фигурировали местные географические названия, виды деятельности людей (например, в Кавказском регионе добыча нефти, сбор винограда и арбузов).

В начале 1930-х гг. были приняты постановления ЦК ВКП(б) «О начальной и средней школе» и «Об учебниках для начальной и средней школы», которые предписывали Наркомпросу прекратить широкие педагогические эксперименты в педагогике, в частности, отказаться от практики издания рабочих книг, создав единые стабильные учебники, рассчитанные на использование в течение ряда лет. Такие учебники были в короткие сроки написаны и изданы, в том числе по арифметике (автор учебника по арифметике для начальной школы Н.С. Попова). Во второй половине 1930-х гг. учебник и задачник дорабатывались, в частности, было увеличено количество задач.

Список литературы

1. *Бусев В.М.* Школьная математика в системе общего образования 1918–1931 гг // Историко-математические исследования. Вып. 47(11). М., 2007.
2. *Гордон Г.* Учебник и его значение в школьной работе // Педагогическая энциклопедия. Т. I. М., 1929.
3. *Фрадкин Ф.А., Богомолова Л.И.* Первые концепции советского школьного учебника и их воплощение // Проблемы школьного учебника. Вып. 19. М., 1990.

ОСНОВНАЯ ТЕНДЕНЦИЯ ИСТОРИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИКИ: НАУЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ

Ваганян В.О.

Кафедра высшей математики РУДН

e-mail: nayka6666@mail.ru

Историческое развитие математики академик Андрей Николаевич Колмогоров делит на четыре периода. **Первый период** — *Зарождение математики* (до VI–V вв. д.н.э.) — период накопления математических фактов, полученных в основном опытным путём. **Второй период** — *период Математики постоянных величин* (до XVI–XVII вв.); в этот период понятия математики начинают систематизироваться, обобщаться. Созданием буквенного алгебраического исчисления второй период завершается. **Третий период** — *период Математики переменных величин* (до XVIII–XIX вв.). Понятия переменной величины, функции, предела, производной, интеграла и т.п. определяют облик третьего периода. **Четвёртый период** — *Современная математика* или *математика переменных отношений* — начался в конце XVIII века. Он характеризуется абстрактными обобщающими понятиями и теориями, которые не являются непосредственным отражением опыта, а представляют собой продукты и потребности уже внутреннего развития самой математики — теория групп, теория множеств, математическая логика, функциональный анализ и др. Разумеется, делить историю математики на исторические периоды можно и другими способами. Но колмогоровское деление, можно сказать, есть классическое деление, оно ясно и отчётливо выделяет общую тенденцию развития математики: *математика период за периодом становится всё более динамичной.* Поэтому согласно вышеизложенного естественным представляется также и методический вывод: *при формировании концепции по школьному курсу математики*

создании школьных учебников математики следует основываться на исторических образовательных традициях и тенденциях развития математики. Станет ли математика Пятого периода исторического развития математики *Математикой переменных формул?* Можно предположить, что в такой математике будут подвергаться конструктивному пересмотру также математические абстракций (например, абстракция отождествления). Под влиянием впечатляющих успехов информатики, казалось, что Пятый период, скорее всего, есть период машинной математики. Но великий австрийский математик Курт Гёдель ещё в 1931 году доказал гениальную теорему о неполноте, из которой следует, что полностью невозможно формализовать даже арифметику. Поскольку языки программирования представляют собой формализованные тексты, из теоремы Гёделя следует, что «машинная математика» не способна выразить полностью даже содержательную арифметику. Поэтому она «генетически» не может быть периодом исторического развития математики: каждый следующий период включает предыдущую, но «машинная математика» не может полностью охватить даже арифметику (не исключено, что на такое будут способны компьютеры, созданные не на технической, а на биологической основе). Из теоремы Гёделя о неполноте следуют также методические выводы: *1) школьный математический курс не следует чрезмерно формализовать, т.к. усиление формализации не оправдано (по крайней мере) методологически; 2) компьютер в обучении не следует превращать в методологическое* средство: он является лишь инструментом.

ОБ ОДНОЙ ПОПЫТКЕ ПОСТРОЕНИЯ ОСНОВАНИЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вальковский С.М.

Необходимость строгого обоснования Теории Вероятностей начала проявляться еще в середине 19-ого века, когда многочисленные неоправданные применения её методов (в частности, к теории судебных решений) стали причиной скептического отношения многих западных учёных к этой науке. Впрочем, это не остановило её развития, продолжавшегося в это время в основном благодаря работам петербургской школы. Тем не менее, с развитием в конце 19-ого века статистической физики, потребность в серьезном фундаменте для Теории Вероятностей стала еще более очевидной, что было подчёркнуто знаменитыми парадоксами Бертрана.

Следствием этой необходимости стало включение в 1900 году Давидом Гильбертом в свой знаменитый доклад «шестой проблемы», сформулированной им как «математическое изложение аксиом физики», где под физическими дисциплинами подразумеваются «в первую очередь Теория Вероятностей и механика». Проблема получила, таким образом, своеобразное признание, а вместе с ним и многочисленные попытки решения — различные аксиоматики Теории Вероятностей.

Наиболее известной, и общепринятой в настоящее время, является теоретико-множественная аксиоматика А.Н. Колмогорова, предложенная им в работе 1933-го года («Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung»). Другие наиболее известные подходы к решению проблемы — это работы С.Н. Бернштейна («Опыт аксиоматического обоснования Теории Вероятностей», 1917), А. Ломницкого (Nouveaux fondements du calcul des probabilités, 1923) и Р. фон Мизеса (например, «Wahrscheinlichkeit, Statistik Und Wahrheit», 1928), однако ими список попыток аксиоматизации Теории Вероятностей до Колмогорова не ограничивается. В частности, в 1914 в Коимбре профессор Диого Пачеко д'Аморим опубликовал свою работу «Elementos de Cálculo das Probabilidades».

Работа португальского профессора, которая в 2007 году была впервые переведена на английский язык, была представлена им в качестве докторской диссертации. Работа состоит из 8 глав, в которых автор в основном касается тем, традиционных для монографий по исчислению вероятностей: определение вероятности, конечные и бесконечные модели, математические ожидания и предельные теоремы. Тем не менее, с точки зрения истории развития дисциплины работа представляет значительный интерес.

Во вступлении к работе Пачеко д'Аморим говорит, что, возможно, название «Шаг в сторону рационализации исчисления вероятностей» было бы более подходящим. Действительно, эта диссертация начинается с построения строгого базиса для работы с вероятностями на основании принимаемого автором за фундаментальное понятия «случайного выбора элемента из множества». В дальнейшем же автор рассматривает традиционные вероятностные теоремы и формулировки, исходя из новых определений. Именно этот оригинальный подход и является одним из главных с нашей точки зрения достоинств этой работы, основными недостатками которой являются недостаточная ясность и общность изложения в некоторых местах.

ИСТОРИЯ УЧЕБНИКОВ МАТЕМАТИКИ В ЛАТВИИ

Гингулис Э.Ж.

Лиепайская педагогическая академия

Латвия LV – 3401 г. Лиепая ул. Лиела, 14

Тел.: 3407734, Факс: +371 3424223, e-mail: edvinsg2003@navigators.lv

Первый учебник арифметики на латышском языке (3) имел название

«Книжечка счислений не для всяких невежд, а лишь тем на пользу сочинена, кто мудрость и светлый ум ценит». В его предисловии сказано: «Поверьте ещё моему слову, что счёт приносит и некоторую чудесную радость. После того. как хороший и мудрый парень проводит не один час своего свободного времени за этой книжечкой и понимает счёт, он и блестящую монету не брал бы за это понимание. И это в то же время, когда другие искали другую радость в кабаках и заработали себе синяк под глазом и боль в костях» (3, с.8). В 1862 году издан первый учебник геометрии, в 1918 — учебник по алгебре на латышском языке. Авторами первых двух из указанных книг были немецкие пасторы, которые продолжили традиции, заложенные авторами изданных и применяемых в Латвии с 1627 года (5) учебников математики на немецком языке, а автор первого учебника алгебры — латыш, выпускник математического факультета Петербургского университета Л.Аусейс.

Скоро после первого появился и следующий учебник на латышском языке с не менее выразительном заглавием «Поучение к счёту, сколько надо крестьянам» (4). Можно сказать, что эти два подхода в учебниках математики (писать для любознательных читателей или для менее заинтересованных читателей «только настолько, насколько им положено знать») сохранились и по сей день. К заинтересованным читателем обращён, например, весьма прогрессивный учебник «Геометрия 7–9», переведённый и на русский язык (1). В качестве книг для достижения чисто утилитарных целей можно упоминуть сборники задач с решениями, служащие методическими пособиями для подготовки к сдаче экзамена по математике за среднюю школу или за вводный курс математики технического вуза.

Среди авторов латышских учебников математики один из самых продуктивных профессор Янис Менцис (род. в 1914 г.): первый из его учебников издан в 1941 году, а последний — в 2006 году.

Роль учебника математики в наши дни, с теоретической точки зрения, повысилась, так как главная задача учебника — направить ученика в самообразование. Широко обсуждаемое внедрение информационных технологий в образование в первую очередь означает, что школьники обучаются работать с текстом, только после усвоения этих основных навыков может пойти речь о возможности успешного применения других видов подачи информации. Первый опыт работы с технической информацией школьникам даёт именно учебники по математике: они обладают краткостью изложения и содержат символы, чертежи, формулы, схемы, диаграммы и таблицы. К сожалению, в ходе дальнейших исследований оказалось, что на практике учебники применяются редко и неэффективно.

В методической литературе говорится о двух разных подходах в преподавании математики, т.е. об исследовательском и технологическом подходе, которые в идеальном случае следует соединить, не делая перевеса в одну или в другую сторону. Исследовательский подход связан с углублением в математический образ мышления, в систему понятий, доказательств и выводов. Технологический подход означает обращение главным образом к решению задач и выполнению тестов. Он связан с упрощённой формой усвоения математики, при которой отдельная теорема или формула выступает только как способ получения ответа на заданный вопрос

(2, с.13). В Латвии господствует технологический подход. Устных экзаменов по математике нет, при окончании основной или средней школы требуется только письменное решение задач. Многие учителя и школьники убеждены в том, что учебник — это всего-то сборник задач и справочного материала. В школах наблюдаются и такие случаи, когда учебник заменяется руководством к решению задач или сборником дифференцированных задач с короткими теоретическими сведениями в приложении.

В данное время в Латвии уже несколько лет продолжаются изменения содержания и реализации математического образования. Учебников много, но они могли бы быть качественнее, дешевле и более понятными для школьников. Если объявить мораторий на изменения в государственном стандарте по математике, скажем, в течение 5 лет, можно было бы таким образом создать необходимые предпосылки существенного улучшения качества учебников, методических пособий, сборников задач и прочей учебной литературы.

Список литературы

1. Геометрия: 7–9: Экспериментальный учебник. Ч.1–5 / А. Анджанс, Э. Фалькенштейн, А. Грава; пер. с латыш. – [Roga] : Zvaigzne ABC, 1994–1998.
2. *Новиков А.И.* Математическое образование и система тестирования // Математика в школе. – 2002, № 4. – с. 12–14.
3. Harders Ch. Rēķināšanas grāmatiņa ne priekš visiem tumšiem ļaudīm, bet tiem vien par labu sarakstīta, kas gudrību un gaišu prātu cienī. – R.: J.K.D. Millers, 1806. – 134 lpp.
4. Vagners P.V. Rēķināšanas pamācīšana, cik zemnieku ļaudīm vaijaga. – Jelgava, J.W. Stefenhagens un dēls, 1821.
5. Wedemeher F. Arithmetica oder Rechenbuch auf den Linien und Ziffern nach Rigischer Münß, Maßund Gewichte auff allerlei Kaufhändel. – Riga: G.Schröder, 1627. – [40] S.

ВОРОНЕЖСКИЕ СТРАНИЦЫ ЖИЗНИ АНДРЕЯ ПЕТРОВИЧА КИСЕЛЁВА

Дикарева Е.В., Ситник С.М.

Воронежский институт МВД России

Воронеж в основном известен теми страницами истории, которые связаны с биографиями знаменитых поэтов, писателей и художников: Никитина, Кольцова, Бунина, Платонова, Мандельштама, Крамского. Менее известно, что наш город сыграл огромную роль и в жизни Андрея Петровича Киселёва — известного русского преподавателя математики и автора знаменитых учебников, по которым учились несколько поколений школьников и в дореволюционной России, и при советской власти.3

Андрей Петрович Киселёв родился 30 ноября (12 декабря по новому стилю) 1852 года в городе Мценске Орловской губернии. После окончания там реального училища для продолжения образования Андрей Петрович переезжает в губернский город Орёл и в 1865 г. поступает в орловскую классическую мужскую гимназию по прошению своего родственника купца Афанасия Ситникова, что было необходимо ввиду незнатного происхождения. Затем А.П. Киселев поступает в Петербургский университет на физико-математический факультет. Ему посчастливилось слушать лекции профессоров Чебышёва, Коркина, Сомова, Золотарева, Менделеева. Досрочно окончил университетский курс со степенью кандидата за сочинение по высшей алгебре «Отделение корней» и был назначен преподавателем математики, механики и черчения в Воронежское реальное училище.

В Воронеже был написан и вышел в свет учебник Киселева «Систематический курс арифметики для средних учебных заведений», изданный им на собственные средства, а также учебник «Элементарная алгебра» в 2-х частях. Затем на короткое время Андрей Петрович был переведён в Харьковское реальное училище преподавателем математики и физики. Но вскоре Киселев вновь возвращается в Воронеж преподавателем математики и физики кадетского корпуса. В этот период вышел знаменитый учебник «Элементарная геометрия». Через некоторое время Андрей Петрович вышел в отставку, прекратил преподавательскую работу и посвятил себя работе над учебниками и учебными пособиями.

После революции, в результате которой он потерял всё свое имущество, включая дом в Воронеже, имение в окрестностях Воронежа и два больших дома, купленных им ранее для своих детей в Санкт-Петербурге, ему вновь приходится работать сначала преподавателем математики в нескольких школах красных командиров в Воронеже, а затем в Военно-педагогической школе в Ленинграде. Он является главным руководителем Смольнинских военных курсов, преподавал в школе военных сообщений.

За педагогическую и научную деятельность был награжден орденом Трудового Красного Знамени (в дополнение к полученным за годы службы орденам святых Анны и Владимира). Учебники А.П. Киселева по арифметике, алгебре и геометрии приняты в качестве стабильных для советской средней школы. Их главные достоинства — простота и доступность понимания. Скончался в возрасте 88 лет. Похоронен в Ленинграде (ныне Санкт-Петербург) на Волковском кладбище. Его скромная могила находится рядом с могилой Д.И. Менделеева.

В настоящее время в городе Орле одна из улиц получила имя А.П. Киселева. Около здания юридического факультета ОГУ (бывшей мужской гимназии) установлен бюст выдающегося математика. В Воронеже УВК №2 получил имя А.П. Киселёва. На его базе проводятся ежегодные Киселёвские чтения для учителей математики и олимпиады школьников. В областном художественном музее хранятся несколько замечательных картин, переданных в дар дочерью Киселёва, которая была любимой ученицей Репина, прожила почти всю жизнь в Сербии, выйдя замуж за академика-математика.

ТРИ КРИЗИСА ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ

Дорофеева А.В.

Мех.-мат. МГУ им. М.В. Ломоносова

Москва

Тел.: 9393860, e-mail: savinalx@tochka.ru

Доклад основан на многолетнем преподавании математики на философском факультете МГУ. Мною были опубликованы три издания учебника «Высшая математика. Гуманитарные специальности». В 2008 году в издательстве «Дрофа» будет опубликован сборник задач по высшей математике для студентов гуманитарных специальностей.

Курс высшей математики на философском факультете насыщен сведениями исторического характера. Большое внимание уделяется логическому обоснованию математики. В связи с этим на первое место выходит проблема кризиса основ математики. Мы выделяем три кризиса основ и покажем, что они все связаны с задачей изучения движения и с формированием теории действительного числа.

Первый кризис возник в Древней Греции после того, как была доказана теорема: не существует рационального числа, квадрат которого равен двум. Ее следствие утверждает, что длина гипотенузы квадрата, сторона которого равна единице, не выражается никаким числом (в Древней Греции были известны только рациональные числа). Кризис преодолен в XVII в., когда в математику были введены действительные числа.

Второй кризис основ возник в XVIII в. и относится к проблеме обоснования математического анализа. К этому времени были выявлены многочисленные парадоксы в теории бесконечных рядов и в проблеме отбрасывания бесконечно малых величин. В 1734 г. в сочинении «Аналист» епископ Д.Беркли указывал, что высшая математика — ошибочное, ложное учение, приводит к цели случайным образом, и поэтому ученый, использующий теорию флюксий Ньютона, «не может придираться к чему-нибудь в богословии».

Кризис был преодолен в XIX в. О.Коши в учебниках изложил математический анализ на базе теории пределов, но его теория основывалась на представлениях, связанных с движением, и это зачастую приводило к ошибкам, неверным теоремам. В 70-х годах XIX в. К. Вейерштрасс разработал строгую систему неравенств. Эта уточненная теория пределов лежит в основе современной математики. Использование интутивных представлений, связанных с движением, заменено строгим аппаратом неравенств. Почти одновременно Г.Кантором, К.Вейерштрассом и Р.Дедекиндом были построены строгие теории действительного числа, на которых в наше время базируется математический и функциональный анализ.

Третий кризис основ связан с парадоксами, обнаруженными в теории множеств на рубеже XIX-XX вв. Первоначально они появились в области трансфинитных и порядковых чисел. Первый парадокс опубликовал К.Бурали-Форти в 1897 г., а затем в 1899 г. Г.Кантор и в 1905 г. Б.Рассел обнаружили противоречия, связанные с понятием «множества всех множеств». Так возникли парадоксы, угрожающие классическим разделам математики. В связи с этим появилась необходимость в критическом пересмотре оснований теории множеств.

В XX в. математики активно занялись систематическим изучением основ математики и логики. При этом были выделены понятия потенциальной и актуальной бесконечности. Отметим, что при построении действительных чисел существенным образом используется абстракция актуальной бесконечности. Так, например, число $\sqrt{2}$ мы рассматриваем как объект, содержащий все входящие в него десятичные знаки. Таким образом, мы считаем завершенным процесс измерения отрезка, являющегося диагональю квадрата со стороной единица. Изучая множество действительных чисел, мы тем самым считаем завершенными процессы измерения всех отрезков. Математический анализ базируется на понятии действительного числа. Значит, абстракция актуальной бесконечности лежит в его основе. Ученые, предлагающие построение конструктивных вещественных чисел, тем самым приходят к существенному изменению всего математического анализа.

В классической математике широко применяется закон исключенного третьего. Если доказано, что утверждение A истинно, то отсюда делается вывод, что его отрицание $\overline{A}$ является ложным. И наоборот из истинности $\overline{A}$ вытекает ложность A. Другая ситуация возникает при изучении действительных чисел. Рассмотрим число $\sqrt{2}$ и зададим вопрос, встречаются ли в его записи подряд пять единиц. Какой смысл вкладывается в это утверждение? Его можно понимать так: «мы нашли место, начиная с которого стоят подряд пять единиц». Противоположное утверждение «мы не нашли этого места» еще не означает, что такого места нет. В связи с этим рассуждением встает вопрос о том, что понимать под «существованием» в математике, на который представители различных направлений и школ отвечают по-разному. Континуум-проблема как раз поднимает вопрос о существовании множества, мощность которого больше мощности счетного множества и меньше мощности континуума. Ясно, что эта проблема связана с самыми глубокими вопросами в области оснований математики.

Заметим, что отказ от абстракции актуальной бесконечности и от закона исключенного третьего в применении к бесконечным множествам ведет к перестройке всех областей математики. Сторонники этих изменений приходят к результатам, существенно отличающимся от классической теории.

Поэтому в наши дни многие ученые являются противниками столь радикального подхода. Они заботятся о сохранении того ценного, что накоплено в математике. Для этого в теорию множеств вносят ограничения, исключающие обнаруженные в ней парадоксы и в то же время сохраняющие ту часть теории, которая необходима для построения классических разделов математики. Среди различных направлений в работе по созданию более надежного фундамента теории множеств одним из наиболее плодотворным является аксиоматическое. В последние годы именно в этих исследованиях получены значительные результаты. Работы К.Гёделя и П.Коэна позволили совершенно по-новому взглянуть на континуум-проблему и на вопрос о путях построения теории множеств.

Список литературы

1. *А.В. Дорофеева.* Высшая математика. Гуманитарные специальности. Издание третье. – Изд-во Московского университета. Изд-во «Дрофа», Москва, 2004.
2. *Ф.А. Медведев.* Развитие теории множеств в XIX в. – М.: Наука, 1965.

К ИСТОРИИ ДВУХ НАУЧНЫХ ШКОЛ: СКРЫТЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОДУКТИВНОСТИ*

Дровеников И.С.

Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН

109012, г. Москва, Старопанский переулок, д. 1/5

Тел.: (495)6257003, Факс: (495)6257003, e-mail: igor@ihst.ru

Среди научных школ, возникших в отечественной физике в конце 1950 — начале 1960-х гг., школы Г.И. Будкера и Р.В. Хохлова занимают особое место. Их становление совпало с периодом, все чаще именуемым «золотым веком» советской физики [1], а, возможно, и науки вообще [2]. Фактологическую основу излагаемых выводов составили не только историко-научные источники традиционного свойства, но и фокусированные интервью с представителями рассматриваемых научных школ. Тому есть причины, отмечавшиеся еще Н.Н. Лузиным: «...мне столь ясны и для меня так законны желания... иметь раскрытым научный путь той или другой личности... Так вот, этих-то данных как раз и нельзя найти в печати, и не только касательно меня лично, но и всякого другого! Почему? Спросите Вы. Право не знаю. В печати этого не делают. Но в устном предании это дается, и это как раз и составляет то, что называют жизнью школы» [3, с. 6].

Выбор в качестве исследовательских объектов Новосибирской школы ускорительной физики, основанной Г.И. Будкером, и Московской школы нелинейной оптики, основанной Р.В. Хохловым обусловлен в первую очередь тем, что с момента организации Сибирского отделения Академии наук, возникший в его составе Институт ядерной физики, как и зародившаяся в МГУ школа нелинейной оптики, на протяжении ряда десятилетий являли собой пример чрезвычайно продуктивных научных коллективов, переживших без непоправимого урона даже последние кризисные для оте-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках научно-исследовательского проекта РГНФ «История двух научных школ: скрытые параметры продуктивности», проект № 07–03–00292а.

чественной науки годы, что придает их историческому исследованию особую актуальность.

В этой связи специальный интерес представляет выявление и сопоставление факторов такого рода эффективности. Являются ли они идентичными или рознятся? Возможен ли их перенос на другую почву, то есть в другие коллективы, или же они уникальны?

В части универсальности параметров, определяющих эффективность научного коллектива, следует заявить о том, что они схожи лишь в проявлениях, существенно отличаясь по своей природе. Так, скрытые параметры эффективности школы нелинейной оптики МГУ характеризуют, прежде всего, процесс уникального взаимодействия профессионального и этического начал в жизни научного коллектива, обусловленный личностью научного лидера. «...«Меченые» общением с Ремом Викторовичем», — В.Т. Платоненко, один из первых аспирантов Р.В. Хохлова, о работавших с ним [4, с. 7]. Причины продуктивности школы Г.И. Будкера отличны. Они в большей степени рациональны, поскольку берут начало в изобретательных новациях главы научной школы, свидетельствующих о его деятельном участии в масштабном социальном и научном эксперименте, ставившемся в Новосибирском академгородке М.А. Лаврентьевым, С.Л. Соболевым и их единомышленниками, оценить результаты которого даже приезжал Н.С. Хрущев. «А, это тот релятивистский инженер!..» — Л.Д. Ландау о Г.И. Будкере.

Поэтому, если для историко-научного анализа школы Р.В. Хохлова наиболее адекватным в когнитивном и социальном плане является рассмотрение весьма тонкого, представленного на «индивидуальном» уровне, исторического спектра взаимодействия идей и людей, то для школы Г.И. Будкера целесообразен переход от «микро» к «макро» уровню анализа взаимодействия социальных и когнитивных факторов, описываемых с одной стороны «теорией круглого стола», «принципом волейбольной команды», «лаврентьевской триадой», «сплошной линией физического образования» и т.д., а с другой — генерацией и экспериментальным воплощением идей: «релятивистски стабилизированного электронного пучка», «пробкотрона», «встречных электронных и электрон-позитронных пучков», «электронного охлаждения» и т.п.

Список литературы

1. *Визгин В.П., Кессених А.В.* Физика и физики СССР на рубеже 1940-х и 1950-х гг. (начало и истоки «золотого периода» в развитии советской физики) // Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Годичная научная конференция, 2002. М., 2002. С. 253–255.
2. *Пресс Ф.* Становление ученого в золотой век науки // Вестник Российской академии наук. 1999. Т. 69. № 3. С. 195–199.
3. Понять самого себя. Малоизвестное письмо академика Николая Лузина (публикация *Ю. Данилина*) // Новая газета. № 83 (1303). 29–31.10.2007. С. 6–7
4. *Дровеников И.С.* Ученый и его Школа: вспоминая Рема Викторовича Хохлова // Социальная история отечественной науки: XX век (электронная библиотека и архив). Новое в 2007 г. / Отв. ред. *К.А. Томилин.* М.: Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова. Официальный сайт. Раздел: «Про-

екты».
Интернет-издание «http://www.ihst.ru/projects/sohist/papers/khokhlov.pdf». 2007. С. 1–10.

МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ В ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЕ XX ВЕКА: СТАНОВЛЕНИЕ МОСКОВСКОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ

Дубовицкая М.А.
ИИЕТ им. С.И. Вавилова, Москва
Тел.: 3581335, e-mail: dubovitskayam@mail.ru

Доклад посвящен истории возникновения и первым годам существования Московской алгебраической школы. Рассмотрены основные научные результаты, прослежено влияние школы на изменение программы курса высшей алгебры на механико-математическом факультете Московского университета.

Несмотря на историческую близость рассматриваемого периода, процесс возникновения Московской алгебраической школы мало изучен. При этом он представляет исключительный интерес с точки зрения истории математики, потому что в краткий период 30–40 гг. возникла научная школа, сразу же занявшая одну из ведущих позиций в мире.

Основной вклад в формирование школы внесли О.Ю. Шмидт (1891–1956 гг.) и Б.Н. Делоне (1890–1980 гг.), оба воспитанники Киевской алгебраической школы. Шмидт сразу же после революции переехал в Москву и в 1929г. по его инициативе на физико-математическом факультете была создана кафедра высшей алгебры (механико-математический факультет был создан в 1933г.), а в 1930г. — существующий и в наши дни научно-исследовательский алгебраический семинар.

Делоне с 1932 г. заведовал отделом алгебры в ленинградском институте физики и математики им. Стеклова. После разделения института на математический институт им. Стеклова и физический институт им. Лебедева в 1934 г. и переезда математического института в Москву он также переезжает в Москву в качестве заведующего отделом алгебры и одновременно становится профессором Московского университета.

Научные интересы Шмидта и Делоне заложили круг интересов Московской алгебраической школы вплоть до середины 40-х годов, когда появились первые работы ученика Делоне И.Р. Шафаревича.

Московская алгебраическая школа полностью изменила подход к чтению и содержанию курса высшей алгебры в Московском университете, что позволило вырастить целое поколение советских ученых, работы которых, начиная с 50-х годов и по наши дни, вносят основной вклад в развитие алгебры.

Список литературы

1. *Петрова С.С.* Из истории преподавания математики в Московском университете с 60-х годов XIX — до начала XX века // Историко-математические исследования, вып. 11(46), 2006.
2. *Лахтин Л.К.* Введение в теорию чисел (курс лекций). – М., 1899.
3. *Шмидт О.Ю.* Абстрактная теория групп. – М.-Л., 1933.
4. Из истории Московского университета. 1917–1941 // Сб. статей под ред. Е.Н. Городецкого. М., 1955.
5. Материалы из Архива МГУ им. М.В. Ломоносова.

ОБ ОДНОМ ФРАГМЕНТЕ ПИФАГОРЕЙСКОЙ АРИФМЕТИКИ В «НАЧАЛАХ» ЕВКЛИДА

Зайцев Е.А.

Вопросы, связанные с понятием отрицания, объективно трудны, потому что логический статус отрицания, в отличие от утверждения, почти всегда проблематичен. Одно дело указать на то, что некоторый объект обладает определенным свойством, а другое — сказать, что он этим свойством не обладает. В первом случае понятно, о чем идет речь; во втором присутствует элемент неопределенности. Если говорится, например, что данный биологический вид обладает тем или иным свойством, то это самодостаточная, замкнутая в себе информация, обладающая смысловой завершенностью. Если же утверждается, что данный вид указанным свойством не обладает, то такая информация является недостаточной. В науке подобного рода отрицательная информация служит лишь поводом к дальнейшему исследованию, прежде всего, к выяснению вопроса, какими положительными свойствами данный вид обладает.

Трудности, связанные со статусом отрицания, впервые в систематическом виде исследовал Аристотель. Ему же принадлежит и формулировка двух фундаментальных логических законов, существенно использующих понятие отрицания — закона противоречия и закона исключенного третьего. В отличие от большинства логиков Аристотель не считал эти законы абсолютными, но точно очерчивал границы их применимости. Тонкости критического отношения Аристотеля к понятию отрицания не было восприняты его последователями. Во многом благодаря поздним перипатетикам и стоикам из логики исчезло аристотелевское различение внешнего и внутреннего отрицания, а закон противоречия и закон исключенного третьего превратились в безусловные постулаты логического мышления.

В частности, именно такое упрощенное понимание отрицания, начиная с Евклида, утвердилось в теоретической математике. Лишь в начале XX в. в связи с открытием парадоксов теории множеств математики вынуждены были обратить внимание на логические основания своей науки. В рамках одного из направлений — основанной Л. Брауэром школы интуиционизма — была развита содержательная критика используемых в математике логических приемов, относящихся к отрицанию и закону исключенного третьего. Однако, несмотря на симпатии некоторых крупных математиков в отношении методологии интуиционизма, в целом интуиционистская арифметика и анализ не смогли конкурировать со своими классическими аналогами. Основная причина состояла в том, что интуиционистские доказательства математических теорем обычно намного сложнее классических (использование закона исключенного третьего и рассуждения от противного в ряде случаев позволяет значительно упростить логический вывод). Сложность доказательств интуиционистской математики служит также препятствием для ее преподавания.

Основной тезис доклада состоит в том, что задолго до появления современного интуиционизма в раннепифагорейской арифметике V–IV вв. до н.э. (т.е. до появления дедуктивной геометрии и логики Аристотеля), была на деле реализована одна из наиболее радикальных интуиционистских идей — идея построения математики без отрицания. С целью обоснования этого тезиса анализируется фрагмент кн. IX «Начал» Евклида, содержащий учение о чете и нечете (предложения 21–31, 33–34) и восходящий (по солидарному мнению исследователей) к наиболее ранним пластам пифагорейской арифметики. Реконструкция этого фрагмента проводится с помощью обычного для раннепифагорейской арифметики наглядного представления чисел с помощью счетных камешков. В качестве косвенных источников, трактующих о видах противоположностей в пифагорейской математике и космологии, привлекаются свидетельства Аристотеля.

Анализ философских источников позволяет сделать вывод о том, что ранние пифагорейцы обладали представлением лишь о контрарной, но не контрадикторной противоположности, так что в созданной ими арифметике при доказательстве теорем о свойствах чисел закон исключенного третьего использоваться не мог. Этот вывод общего характера подкрепляется новой реконструкцией доказательств ряда арифметических предложений «Начал». В этой реконструкции, в отличие от доказательств, принадлежащих Евклиду, отсутствуют рассуждения от противного. В противоположность мнению других исследователей (О. Беккер, У. Кнорр, Ж. Итар, А.И. Щетников), не ставивших под сомнение пифагорейский характер доказательств, приводимых Евклидом, высказывается тезис о том, что лишь формулировки теорем восходят к ранним пифагорейцам, тогда как их доказательства (использующие рассуждение от противного) сформулированы позднее (Евклидом или его непосредственными предшественниками).

В заключении делается вывод о возможности использования доказательств «без отрицания» в педагогической практике.

ОПЫТ НАПИСАНИЯ ИСТОРИИ ФАКУЛЬТЕТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Золотухин Ю.П.

ГрГУ им. Я.Купалы

Тел.: +375 (152)417610, e-mail: kaf_agimpm@grsu.by

«Нельзя понять настоящее и предугадать будущее, не зная прошлого» — это известное и вместе с тем глубоко правдивое высказывание наполняется особым смыслом на рубеже тысячелетий. Новое отвергает старое. Пройдет время, и забудутся многие обстоятельства нашей жизни. Человеческая память сохранит только самые важные события, самые большие достижения, самые громкие имена. Однако не произошли бы события, не свершились бы достижения, не заявили бы о себе имена, если бы обычные люди в разных уголках Земли не выполняли бы повседневную работу, внося вклад в духовный потенциал и благосостояние общества...

Такие мысли владели авторами книги [1, 2], когда они приступали к работе по написанию истории факультета математики и информатики Гродненского государственного университета. Не вызывало сомнений, что старейший факультет одного из известных белорусских вузов достоин стать объектом исторического анализа.[1] На его примере хотелось осмыслить закономерности и особенности развития высшего математического образования в XX столетии.

Представлялось важным также зафиксировать факты жизни и деятельности преподавателей и сотрудников, отдавших делу развития математики и математического образования в Западной Беларуси много сил и времени. Кроме того, авторы были убеждены, что ознакомление студентов — будущих математиков-исследователей, программистов и педагогов — с основными фактами жизни родного факультета будет не только содействовать расширению их культурного кругозора, но и поможет понять свое место в потоке исторической эволюции, проникнуться чувством профессиональной гордости и патриотизма.

Планируя содержание книги, авторы поставили задачу — создать краткую документированную историю факультета математики и информатики, максимально освобожденную от субъективизма и личных эмоций. Именно поэтому в ней представлено большое количество официальных материалов, статистических данных, схем и таблиц (хронологические схемы движения кадров и кафедр, информация о защитах диссертаций, списки публикаций, список студентов, окончивших факультет с отличием и т.п.).

Книга состоит из двух частей. Первая из них освещает развитие ма-

[1] Современный факультет математики и информатики Гродненского государственного университета имени Янки Купалы отсчитывает свою историю с момента создания в 1944 году физико-математического факультета Гродненского педагогического института.

тематического образования и исследований по математике в Гродненском педагогическом институте и, таким образом, охватывает период с 1944 по 1978 год. Университетскому этапу жизни факультета посвящена вторая часть книги.

Авторам пришлось обращаться как к опубликованным, так и к неопубликованным материалам. Среди неопубликованных источников главное место заняли материалы Гродненского государственного исторического архива и архива Гродненского государственного университета. Было проведено анкетирование преподавателей и сотрудников математического факультета, результаты которого отражены в книге. Широко использовались данные, полученные в ходе бесед с ветеранами факультета — очевидцами прошедших событий. Практически полностью и без изменений вплетен в ткань книги не публиковавшийся ранее исторический очерк одного из основоположников факультета Н.Д. Беспамятных.

В последнее время, в противовес набирающей силу глобализации общественной жизни, усиливается тенденция регионализации систем образования, возрастает интерес к гуманизационным и гуманитарным аспектам научного и прикладного знания. Использование материалов по истории вузов, факультетов, кафедр отвечает указанным тенденциям. Наш опыт применения книги [1, 2], а также книги [3], в процессе преподавания факультативного курса, посвященного истории Гродненского университета, свидетельствует о значительном воспитательном эффекте ознакомлении будущих специалистов с историческими сведениями из их профессиональных областей.

Электронный вариант книг [1, 2], [3] можно найти на сайте кафедры алгебры, геометрии и методики преподавания математики ГрГУ (`http://mf.grsu.by/Kafedry/kaf_alg/academic_process/010`).

Список литературы

1. Математическое образование в Гродненском университете: Учебное пособие / Ю.П. Золотухин, Н.Л. Рожко, Л.В. Рудикова, С.Л. Соболевский; под ред. Ю.П. Золотухина. Ч.1. Система математического образования в Гродненском педагогическом институте (1944–1978). – Гродно: ГрГУ, 2001. – 108 с.
2. Математическое образование в Гродненском университете: Учебное пособие / Ю.П. Золотухин, А.А. Крушельницкий, Л.В. Рудикова, Н.П. Шагун; под ред. Ю.П. Золотухина. Ч.2. Система математического образования в Гродненском педагогическом институте (1978–2000). – Гродно: ГрГУ, 2003. – 256 с.
3. Университет и его педагоги / под ред. Ю.П. Золотухина. – Гродно: ГрГУ, 2006. – 362 с.

О «ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ» Г. ГРАССМАНА

Кузичева З.А.

Москва

Рукопись «Геометрического анализа» [1] была представлена Г. Грассманом (1809–1877) на конкурс Научного общества князя Яблоновского, приуроченный к двухсотлетнему юбилею Г. Лейбница. В одном из писем к Гюйгенсу Лейбниц излагает идеи «геометрической характеристики». Он пишет: «Я еще недоволен Алгеброй в том отношении, что она в области геометрии не доставляет ни кратчайших путей, ни наиболее красивых построений. Поэтому ... я полагаю, что нужен ещё иной, чисто геометрический или линейный анализ, непосредственно выражающий для нас *положение* (situm), как алгебра выражает *величину* (magnitudinem)». [2, с. 198–199.] Грассман, в отличие от Лейбница, использует не конгруэнтность, а отношение коллинеации.

Оперировать, по Грассману, можно только с величинами, но геометрические объекты, как таковые, величинами не являются. Поэтому он снабжает их «мерами»: точки наделяет весами, получая «точечные величины». Отрезки, с явным указанием длины, положения и направления, становится «линейными величинами», а ориентированные плоские области, снабженные мерой, — «плоскими величинами». (Ясно, что «линейные величины» Грассмана — это векторы). Затем он задает операции над величинами. Прежде всего, он определяет операцию комбинации точечных и линейных величин: под *комбинацией* ab двух точечных величин a и b, он понимает линейную величину, линия которой проходит через точки, относящиеся к величинами a и b. Аналогично, под *комбинацией* AB двух линейных величин A и B — точечную величину, точка которой является точкой пересечения прямых линий, относящихся к величинам AB. [1, S. 335]. Комбинация обладает существенным свойством:

$$(\alpha A)(\beta B) = \alpha\beta(AB),$$

она дистрибутивна относительно сложения:

$$ra + rb = r(a + b) = 2rs,$$

где r, a, b — точки, ra, rb — комбинации точек. Геометрически это означает диагональ параллелограмма, построенного на точках r, a, b, а s — точка пересечения его диагоналей.

Следующая важная операция — «внутреннее умножение» линейных величин. Внутреннее произведение параллельных отрезков соответствующих линейных величин — это произведение их длин. Под внутренним произведением пересекающихся отрезков он понимает внутреннее произведение первого отрезка и ортогональной проекции второго отрезка на первый. В случае взаимно ортогональных векторов оно равно нулю. Он доказывает, что внутреннее произведение дистрибутивно относительно сложения. Т.е. внутреннее произведение линейных величин — это скалярное произведение векторов. Внешнее произведение, т.е., фактически, векторное произведение, Грассман определил еще в «Учении о протяженностях». Иными словами, в теории Грассмана, в качестве одной из ее составляющих, определяется векторная алгебра.

Грассман, разумеется, не ограничивается лишь внутренним умножением отрезков. Он определяет, кроме того, внутреннее произведение плоских областей и плоских областей на отрезки, сумму точечных величин, внутреннее умножение точечных величин и другие операции. Но эти определения достаточно громоздки, поэтому приходится ограничиться лишь их упоминанием. Большое внимание он уделяет приложением своих теорий. Он показывает, в частности, применение своих методов к задачам механики. Сами по себе решаемые им задачи не представляют сложности, интересна форма записи уравнений. Так, он сначала обычным (для нас) образом выводит уравнение скорости движения точки в трехмерном пространстве, затем говорит: пусть p и g — точки, причем g — фиксированная точка, a_1, a_2, …— постоянные взаимно ортогональные отрезки, T_1, T_2, …— произвольные функции, зависящие от времени, $p = g + a_1T_1 + a_2T_2 + \ldots$, тогда скорость движения точки выражается в виде

$$\frac{dp}{dt} = a_1\frac{dT_1}{dt} + a_2\frac{dT_2}{dt} + \ldots$$

Правда, он мельком упоминает, что отрезков три, но ни в этих, ни в других его формулах и рассуждениях о них, количество отрезков не играет никакой роли. Однако он, видимо, опасается прямо сказать о том, что взаимно ортогональных отрезков может быть больше трех. Косвенно он пытается оправдать свои новшества. Так, он неоднократно утверждает, что все его рассуждения можно провести «чисто алгебраически», т.е. без всякой связи с «геометрической наглядностью».

Список литературы

1. *Grassmann H.* Geometrische Analyse geknuepft an die von Leibniz erfundene geometrische Charakterisnik. – Leipzig, 1847, in «Yermann Grassmann gesammelte mathematische und physikalische Werke, N.Y., 1969, p. 321–399.
2. *Лейбниц Г.* Избранные отрывки из математических сочинений, пер. на русс. язык. А.П. Юшкевича // Успехи матем. наук, 1948, 3, вып. 1, с. 198–204.

МАТРИЧНЫЕ ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Лукьянов М.М.

НИИ им. Н.В. Склифосовского

Москва

e-mail: `loukmed@pol.ru`

В докладе предлагается алгоритм эффективного покрытия множества простых чисел, основанный на их матричной формализации в виде матрицы из восьми рекуррентно генерируемых столбцов и специально выбираемой первой базовой строкой:

$$|a_{1,i}|_{1,8} = (1,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29),$$

формируемой из четырех пар комплементарных простых чисел:

$$(1, 29), \quad (7, 23), \quad (11, 19), \quad (13, 17),$$

имеющих соответствующие представления, связанные с двоичной системой исчисления:

$$15(2n-1) \pm 2^1, \quad 15(2n-1) \pm 2^2, \quad 15(2n-1) \pm 2^3,$$
$$15(2n-1) \pm 2^4, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

С учетом комплементарности указанных четырех пар множество простых чисел покрывается (с эффективностью 4/15) следующими последовательностями:

$$|1 \pm 30n|, \quad |7 \pm 30n|, \quad |11 \pm 30n|, \quad |13 \pm 30n|, \quad n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$$

Изучаемое покрытие задается следующей обобщенной формулой:

$$|2^m \pm (2^4 - 1)(2n - 1)|, \quad m = 1, 2, 3, 4; \quad n \text{ — натуральное},$$

позволяющей ее рассматривать в контексте проблемы поиска чисел Мерсена [1].

Список литературы

1. *Малаховский В.С.* Числа знакомые и незнакомые (учебн.пособие). – Калининград, ФГУИПП «Янтарный сказ», 2004, 184 с.

ОТ КВАДРАТУРЫ КРУГА К ВВЕДЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ В ГЕОМЕТРИЮ (СОЧИНЕНИЯ АРАБОЯЗЫЧНЫХ УЧЕНЫХ XIII–XIV вв. И ИХ ЗАПАДНО-ЕВРОПЕЙСКИХ СОВРЕМЕННИКОВ)

Лютер И.О.

В XIII–XIV вв. некоторые подходы к решению конструктивной стороны задачи о квадратуре круга вплотную подводили к осознанию необходимости введения движения в геометрию, проблеме, противоречащей аристотелевскому определению математических объектов и нарушающей незыблемость оснований сооруженной Евклидом геометрической конструкции под названием «Начала», следовательно, и к необходимости обоснования правомерности такого заключения.

В этой связи особо примечательны поразительно близкие по своему философско-геометрическому содержанию комментарий выдающегося восточноарабского ученого Кутб ад-Дина аш-Ширази (1236–1311) к несохранившемуся анонимному трактату «О движении качения и об отношении между плоским и кривым», наиболее вероятно принадлежащему его ученику и последователю Камал ад-Дину ал-Фариси (ум.1320), внесшему особенно существенный вклад в оптику, и сочинение «Спрямление кривого» испанского философа, апостата и полемиста Альфонсо из Вальядолида (ок.1270–1340), до крещения известного как Авнер из Бургоса.

Проблемы квадратуры круга и спрямления окружности суть проблемы равенства между криволинейными и прямолинейными величинами. Основным критерием равенства геометрических объектов в эпоху средневековья считалась возможность их совмещения посредством наложения. Равенство, называемое конгруэнтностью (согласно античной и средневековой традициям «равенство и подобие»), действительно может непосредственно определяться наложением. В остальных случаях равенство площадей плоских фигур нуждается в большем: например, в делении фигур на равное количество подобных частей, таких, что каждая часть одной конгруэнтна соответствующей части второй.

Дальнейшие сложности возникали при сравнении криволинейных и прямолинейных фигур, поскольку многие средневековые арабоязычные ученые разделяли точку зрения Аристотеля о невозможности сравнения таких величин: во-первых, сравнение или количественные отношения между неоднородными по виду величинами невозможны, поскольку они несоизмеримы; во-вторых, если даже и допустить такую возможность, то наложение этих величин может привести к их деформации или, следуя терминологии Аристотеля, к потере ими существенных видовых отличий или качеств (таких как прямизна и кривизна), что невозможно, поскольку они неотделимы.

Значительная часть комментария аш-Ширази и часть сочинения Альфонсо поэтому-то и посвящены: во-первых, обоснованию правомерности сравнения неоднородных по виду геометрических объектов (в современной терминологии различной кривизны), таких как дуга окружности и прямолинейный отрезок, плоская прямолинейная фигура и луночки или боковые поверхности конуса или цилиндра; во-вторых, определению метода наложения для случая неоднородных по виду геометрических величин, поскольку оба автора, рассматривая наложение лишь как достаточное условие равенства величин, все-таки не избежали влияния случая однородных по виду (конгруэнтных величин), когда сравнение возможно с помощью наложения.

Так, поиски наложения для сравнения прямой и окружности привели аш-Ширази к исследованию постепенного (в отличие от евклидова) «наложения» окружности на прямую, которое происходит при движении качения круга по прямой (здесь имеет место касание не целиком, а поточечное). Во избежание метафизических противоречий, связанных с невозможностью составлять непрерывные величины из неделимых, возникающих при описании механизма такого наложения, и для обоснования его правомерности для сравнения прямой и окружности аш-Ширази обратился к кинематике и, по сути, ввел кинематические понятия в геометрию. При этом было осуществлено наиболее правдоподобное из всех известных кинематическое решение конструктивной стороны проблемы спрямления.

Альфонсо же, отрицая правомерность наложения по аш-Ширази, предположил существование особого, возможного только в воображении, вида наложения, высшего по сравнению с евклидовым, которое позволяет осуществлять совмещение равных, но не налагаемых друг на друга в евклидовом смысле геометрических величин. Объясняя сущность такого совмещения, он утверждал, что оно невозможно без мысленного деления сравниваемых величин на неделимые, но не физические по сути, а математические; при этом состояние существования континуума, составленного из этих неделимых, должно быть промежуточным между актуальным и потенциальным состояниями, поскольку принятие одного из последних означало бы или подрыв оснований геометрии или исчезновение величины. Но такое промежуточное состояние возможно лишь при движении, ибо движение есть состояние среднее между актуальным и потенциальным (здесь очевидно влияние критики определения движения по Аристотелю в сочинениях выдающихся философов XII в. Ибн Рушда и Маймонида). Эти рассуждения — одни из оснований убежденности Альфонсо в необходимости введения движения в геометрию.

Настоящее исследование в целом и состоит в выявлении и анализе как общих, так и отдельных геометрических и философских оснований и предпосылок, определивших эти своего рода уникальные исследования аш-Ширази и Альфонсо в контексте трансмиссии античного и средневекового арабского естественно-научного наследия в латинскую Европу.

НЬЮТОН, ЭЙЛЕР И СТАНОВЛЕНИЕ НЬЮТОНОВОЙ МЕХАНИКИ

Михайлов Г.К.

Всероссийский институт научной и технической информации (ВИНИТИ)

e-mail: gkmikh@proc.ru

Лица, мало знакомые с историей механики, полагают иногда, что то, что мы называем сегодня ньютоновой механикой, было создано Ньютоном в его знаменитых «Началах».

На самом деле Ньютон сформулировал в «Началах» лишь основные законы механики, придав им аксиоматическую, но отнюдь не завершенную форму, вызывавшую споры на протяжении свыше трех веков. Кроме того, он дал в «Началах» решение широкого ряда задач механики материальной точки, к которым относятся и задачи небесной механики (заложенной в качестве самостоятельной науки именно его трудами). Однако Ньютон не предложил никакого перспективного подхода к построению динамики механических систем, твердого тела и континуальной механики. Становление «ньютоновой механики» связано в значительной степени с трудами Эйлера, который переложил ньютоновы законы на язык математического анализа и создал основы механики твердого тела и гидродинамики. В докладе освещены соответствующие сочинения Ньютона и Эйлера.

О ДИНАСТИИ ЭЙЛЕРОВ*

Мухарлямов Р.Г.

Российский университет дружбы народов

Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6, Россия

e-mail: `rmuharliamov@sci.pfu.edu.ru`

Род Эйлера прослеживается до 1594 г., когда из Линдау на Боденском озере, отделяющем Швейцарию от Германии, в Базель (Швейцария) приехал Ганс Георг Эйлер и открыл гребеночную мастерскую. Он имел прозвище Scholpin (кривой, косоглазый), которое в последующем некоторыми Эйлерами было присоединено к фамилии: Эйлер-Шелпен. У Ганса Георга Эйлера было четыре сына — и все они стали гребенщиками. В следующем — третьем поколении, насчитывающем семь мужчин, было четыре гребенщика и три пастора. В четвертом поколении было два гребенщика и пять пасторов, в числе которых и отец Леонарда Пауль (1670–1745). Леонард Эйлер родился 4/15 апреля 1707 г.

Пастор Пауль Эйлер учился у Якова Бернулли, был любителем математики. Он же был первым учителем сына, дав Эйлеру начала общего образования и математики. В 1720 году Леонард Эйлер поступает на философский факультет Базельского университета, где кафедру математики с 1687 г. занимал Яков Бернулли, а с 1705 г. его брат Иоганн. Он обратил внимание на способного юношу и пригласил по субботам приходить к нему домой для дополнительной беседы. Дружба с сыновьями Иоганна Бернулли Николаем и Даниилом сыграла большую роль в жизни Эйлера, в переезде его в Петербургскую академию.

В декабре 1733 г. Эйлер женился на Катерине Гзелль Сан-Галль. У Эйлера было 13 детей, но выросло только пять.

Старший сын Иоганн Альбрехт (1734–1800) был математиком и астрономом. С 1754 г. он член Берлинской академии наук, с 1758 г. — директор астрономической обсерватории,. с 1766 г. член Петербургской академии и ее секретарь, с 1784 г. член Парижской академии наук, член Шведской академии наук.

Второй сын, Карл (1740–1790), врач, академик. В Берлине врач французской колонии. Когда Эйлеры снова вренулись в Петербург, стал придворным врачом.

Третий сын, Христофор, — военный специалист. Был начальником Сестрорецкого оружейного завода. Умер в чине генерала.

В 1773 г., после сорока лет счастливого брака, Эйлер овдовел. Все его потомство, более тридцати человек, жили с ним. В 1776 г. Эйлер женился на сводной сестре своей первой жены Саломее Гзелль.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код № 06–01–00664) и Министерства образования и науки РФ.

В 1773 г. из Базеля приехал Николай Фусс, взявший на себя обязанности секретаря Эйлера. С 1773 г. по 1783 г. Николай написал и выпустил 355 работ Эйлера. С 1800 г. Николай Фусс до своей смерти в 1825 г. был непременным секретарем Академии наук. Он был женат на внучке Эйлера. С 1825 г. по 1855 г. непременным секретарем Академии был его сын Павел Николаевич Фусс, много сделавший для публикации наследия Эйлера.

Некоторые источники относят к потомкам Л. Эйлера немецко-шведского биохимика Ханс фон Эйлер-Хельпина (1873–1964), и его сына, шведского физиолога Ульф фон Эйлера (1905–1983), Однако, как указал Г.К. Михайлов, они не относятся к прямым потомкам Л. Эйлера, хотя и являются родственниками.

Ханс фон Эйлер-Хельпин (1873–1964) получил в 1929 г. Нобелевскую премию по химии «За исследования по ферментации сахара и ферментов брожения». Эйлер-Хельпин в 1902 г. женился на Астрид Клеве, которая в течении ряда лет выполняла научную работу вместе с ним. У них было пятеро детей; один из них, Ульф фон Эйлер, стал знаменитым физиологом. После того как они в 1912 г. расстались, Эйлер-Хельпин женился на баронессе Элизабет Угла, от которой у него было четверо детей.

Шведский физиолог Ульф фон Эйлер (1905–1983) совместно с Аксельродом и Кацем получил Нобелевскую премию по физиологии и медицине в 1970 г. «за открытия, касающиеся гуморальных медиаторов нервных окончаний и механизмов их хранения, выделения и инактивации». Его работы привели к большому практическому вкладу в авиационную медицину. Ульф фон Эйлер с 1953 г. был членом Нобелевского комитета по физиологии и медицине, а с 1961 по 1965 г. — его секретарем. В 1965 г. он был назначен председателем Совета Нобелевского фонда. Был удостоен многих премий и почетных званий.

В 1930 г. Ульф фон Эйлер женился на Яне Содерстин; у них был четверо детей. В 1957 г. развелся со своей первой женой и в 1958 г. женился на графине Дагмар Кронстед.

О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В МОСКОВСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ В 1905–1917 гг.

Петрова С.С.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

e-mail: serd@ssd.pvt.msu.su

Настоящий доклад, продолжающий исследования автора, посвященные развитию преподавания математики на математическом отделении Московского университета с 60-ых годов XIX в. до 1905 г. (см., например, [1]), охватывает промежуток с 1905 по 1917 г. Хотя это был сложный исторический период, насыщенный бурными политическими событиями — революциями и войнами, которые не могли не сказаться на течении университетской жизни, однако общий подъем экономики и культуры, наблюдавшийся в предвоенной России, привел к значительному всплеску в развитии преподавания: увеличивавшийся спрос на квалифицированные кадры привел к резкому росту числа студентов, повысил требования к качеству преподавания. Серьезной проблемой оставался практически не изменившийся со времен устава 1835 года малый штат преподавателей. Так за десятилетие с 1900 по 1910 год число студентов математического отделения возросло с 467 до 1177, в то время как число штатных преподавателей оставалось почти тем же самым. Положение отчасти спасало наличие большого количества приват-доцентов — так на кафедре чистой математики с 1905 по 1911 гг. на 4 профессора приходилось 11 приват-доцентов, а к 1918 году их было уже 17. Они читали по преимуществу специальные курсы, так было положено начало системе большого числа специальных курсов, которая во второй половине XX века стала отличительной чертой преподавания математики в Московском университете. Некоторые из этих спецкурсов (например, курсы дифференциальной геометрии или уравнений математической физики) стали впоследствии обязательными; что привело к расширению программы и увеличению числа часов (с 40 часов в неделю, предполагавшихся по уставу 1884 г., в среднем до 55 часов в рассматриваемый период.

Ведущими профессорами, определявшими характер и направление преподавания в указанное время, были Б.К. Млодзеевский, Д.Ф. Егоров и (с 1914 г.) Н.Н. Лузин. Рассматриваемый период естественным образом распадается на два — 1) с 1905 года по 1911 год, когда в знак протеста против политики реакционного министра Л.А. Кассо из университета ушли многие из ведущих педагогов, и с 1911 по 1917/1918 учебный год — на который пришлась Октябрьская революция.

В первый из отмеченных периодов на кафедре чистой математики числились ординарные профессора К.А. Андреев, Л.К. Лахтин, Б.К. Млодзеевский, Д.Ф. Егоров (до 1909 г. — экстра-ординарный профессор), а также приват-доценты В.В. Бобынин, И.К. Богоявленский, С.П. Виноградов, А.А. Волков, А.А. Дмитровский, А.П. Поляков, А.К. Власов, И.И. Жегалкин, С.С. Бюшгенс, Н.Н. Лузин.

В этот период существенно изменилась программа обучения: появились новые обязательные курсы и многочисленные новые спецкурсы, а также возникла новая форма преподавания и научного общения со студентами — специальные математические семинары. Все эти перемены нашли отражение в новом учебном плане физико-математического факультета, появившемся в 1908 г. и действовавшем фактически до 1918 года. Если сравнить его с планом, введенным уставом 1884 года, то бросается в глаза, что теперь все предметы выделены, то есть не объединяются под одним названием, как, например, интегральное и вариационное исчисление, что предметы, числившиеся там как дополнительные — «теория функций комплексного переменного», «теория чисел», «теория эллиптических функций», «проективная геометрия» — приобрели в нем статус обязательных, в план включены спецкурсы и первый научный математический семинарий. Он был впервые объявлен в весеннем семестре 1909 г. Б.К. Млодзеевским. После его ухода из университета в 1911 году семинарий становится егоровским — это и был ставший впоследствии знаменитым семинар (в 1916 к его ру-

руководству был привлечен Н.Н. Лузин), на котором было воспитано первое поколение представителей Московской школы теории функций.

Во второй период на кафедре чистой математики числились ординарные профессора К.А. Андреев, Д.Ф. Егоров, Л.К. Лахтин, приват-доценты В.В. Бобынин, И.К. Богоявленский, С.С. Бюшгенс, А.А. Дмитровский, М.И. Ковалевский, Н.Н. Лузин (с 1917 экстра-ординарный профессор), а также вернувшиеся в 1917 г. Б.К. Млодзеевский, экстра-ординарный профессор А.К. Власов, приват-доценты А.А. Волков и С.П. Фиников. В 1916/1917 учебном году к ним добавились молодые приват-доценты В.А. Кудрявцев, И.И. Привалов и В.В. Степанов, а в 1917/1918 учебном году — Л.А. Вишневский, В.В. Голубев, Э.Г. Когбетлиев, В.Я. Левентон, А.М. Размадзе и Г.Н. Свешников.

Несмотря на то, что после упомянутой скандальной истории 1911 г. ряды преподавателей на кафедре чистой математики поредели, уровень преподавания, благодаря прежде всего Д.Ф. Егорову, а также вернувшемуся в 1914 г. в Москву Н.Н. Лузину, продолжал расти.

Именно в этот период начинается научная деятельность первого поколения учеников Д.Ф. Егорова и Н.Н. Лузина, некоторые из которых были тогда еще студентами, выдвинувшего Москву в число европейских математических столиц.

Список литературы

1. *Петрова С.С.* Из истории преподавания математики в Московском университете с 60-ых годов XIX – до начала XX века // Историко-математические исследования. Вып. 11, (46). 2006. С. 130–147.

ИЗ ИСТОРИИ ШАХМАТНОЙ ЗАДАЧИ НА СРЕДНЕВЕКОВОМ ВОСТОКЕ

Рожанская М.М.

ИИЕТ РАН

Москва

e-mail: m_rozhanskaya@mail.ru

Шахматная задача, проникшая в страны ислама в средние века и распространившаяся далее во всем мире вместе с распространением игры в шахматы, широко представлена в арабоязычной математической литературе.

О ней упоминает целый ряд авторов как восточного, так и западного ареалов средневекового мира ислама.

Это ал-Масуди, ал-Бируни (X–XI), ал-Хазини (XII), на Востоке; На Западе она встречается у ал-Хассара (XII), Ибн ал-Банны (XIII–XIV), ал-Каласади (XV) и многих других известных в истории математики авторов.

Шахматная задача представляет собой по сути дела облеченную в занимательную форму задачу вычисления суммы геометрической прогрессии с первым членом, равным единице и знаменателем 2. Но важна для истории математики не сама шахматная задача, а проблемы, с ней связанные. Одна из них связана с нумерацией, представлением и формой записи больших чисел.

В сочинениях математиков средневекового Востока для записи целых чисел, дробей и смешанных чисел. Применялись два позиционные системы счисления: десятичная и шестидесятеричная, в которых при записи больших чисел число разбивается на разряды. Дробные части числа именуются по греческому образцу градусами, минутами, секундами и т. д. Для целой части разряды выше первого именуются первыми, вторыми, третьими и т.д. «поднятыми». Именно в такой форме приводится величина суммы 64-х членов прогрессии у ал-Бируни, ал-Хазини и других.

В десятичной системе она записывается в виде двадцати разрядов, в шестидесятеричной — в виде восемнадцати разрядов.

Для вычисления искомой суммы ал-Хазини составил таблицу «удвоения дирхемов», т.е. способ вычисления как конечной, так и промежуточных сумм соответствующих определенным клеткам шахматной доски, получаемых последовательным возведением в квадрат чисел, располагающихся в предшествующих клетках.

В первом ряду располагаются числа: $1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^7 = 128$.

Второй ряд начинается с числа $256 = 2^8$ в девятой клетке и начинается числом $2^7 \cdot 2^8$ и т.д.

Последнее число 8-го разряда располагающееся в 64-ой клетке, есть искомая сумма, т.е. сумма геометрической прогрессии $S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q - 1}$, где $n = 64$, $q = 2$.

Принцип составления таблицы ал-Хазини напоминает принцип архимедовской нумерации больших чисел, изложенной им в его «Псаммите». В основе таблицы лежат степени десяти.

Согласно Архимеду, любое число можно записать с помощью рядов октад.

Первую октаду составляют числа: $1, 10, 10^2, 10^3, \ldots, 10^7$. Числа 10^8, $10^9, \ldots, 10^{15}$ составляют вторую октаду. Число $10^{16} = 10^{8 \cdot 2}$ есть первое число третьей октады и т.д.

Таких рядов всего восемь. Они составляют так называемый первый период, который заканчивается рядом чисел от $10^{8(10^8-1)}$ до $10^{8 \cdot 8}$. По такой же схеме строятся октады второго порядка и т.д.

Аналогичным образом построена таблица Аполлония (III–II вв. до н. э.), в основе которой лежит тетрада, т.е. 10^4.

Ал-Хазини обрывает свою схему на первом периоде.

Для наглядности, чтобы можно было конкретно представить величину той огромной суммы (в случае ал-Хазини — серебряных монет — дирхемов), ал-Хазини прибегает к остроумному приему: подсчитывает какой толщины должен быть слой серебра из этих монет, если покрыть им всю поверхность земного шара или его часть, так называемую «обитаемую четверть» (то, что греки называли ойкуменой).

Проведя вычисления, для поверхности ойкумены он получает величину, приблизительно равную двум «пальцам», т.е. около 4 см.

Далее подсчитывается число лет, потребное владельцу этой огромной суммы для того, чтобы истратить эти деньги (если в день довольствоваться четвертью дирхема).

Решение ал-Хазини приводит в виде таблицы «царских» лет (единицы времени, принятая в индийской астрономии).

Это понятие связано с понятием кальпы, юги, чатур-юги, «года и суток Брахмы» и т.д. и вообще восходит к древнеиндийской традиции измерения времени.

Переводя «царские» годы в индийские «обиходные», содержащие по 360 дней, ал-Хазини получает величину продолжительности жизни владельца суммы: $72 \cdot 10^{18} \approx 2 \cdot 10^{17}$ дней.

Но и таблица, и терминология в тексте позволяют предположить, что он представляет собой близкий к тексту пересказ фрагмента не дошедшего до нас трактата ал-Бируни об удельных весах. Это объясняет оперирование индийской терминологией, т.к. ал-Бируни посвятил индийской науке свое фундаментальное сочинение «Индия» и целый ряд других сочинений.

СЕРГЕЙ ПАВЛОВИЧ КОРОЛЕВ И РЕОРГАНИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРОВ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

Рыбников К.К., Ласковая Т.А.

В середине 50-х годов прошлого века прорыв в области космических технологий, разрабатываемых в Советском Союзе, оказался столь значительным, что появилась потребность в подготовке большого количества специалистов, готовых немедленно включиться в разработку решения прикладных задач, требующих немедленной технической реализации.

В этих условиях легендарный Главный Конструктор Сергей Павлович Королев принимает смелое, хотя внешне, может быть, и парадоксальное решение — потребовать от руководства страны использовать для базовой подготовки специалистов далеко не самое известное учебное заведение — Московский Лесотехнический институт. Казалось бы, это решение базировалось только на территориальных соображениях (МЛТИ располагается в непосредственной близости от ЦУПа и РКК «Энергия»).

Однако на самом деле, в значительной степени выбор С.П. Королева был обусловлен достаточно высоким уровнем преподавания фундаментальных научных дисциплин в МЛТИ, и, прежде всего математики.

Авторы в ряде работ [1], [2] ранее указывали на то, что среди преподавателей МЛТИ в 1919–1926 гг. были такие знаменитые математики как О.Ю. Шмидт, Н.Н. Лузин, С.А. Чаплыгин, а курс физики читал А.Ф. Иоффе. По курсу Н.Н. Лузина вели практические занятия для студентов.

В 1943 году кафедру высшей математики возглавил один из лучших отечественных геометров Николай Владимирович Ефимов, создавший на кафедре сильный педагогический коллектив, где среди преподавателей были такие математики как Б.А. Фукс, автор известного задачника по аналитической геометрии Д.А. Клетеник и другие.

15 марта 1959 года было принято решение о создании в МЛТИ факультета электроники и счетно-решающей техники. В приказе по МЛТИ №236 от 11 апреля 1959 года в связи с организацией этого факультета было создано Методическое совещание, одним из членов которого был Н.В. Ефимов.

Этот орган должен был провести анализ необходимых для будущих специалистов учебных дисциплин и разработать кардинально новые учебные планы.

По инициативе С.П. Королева для работы на этом факультете были приглашены ученые-практики из РКК «Энергия», имеющие основательный опыт работы в космической отрасли, которые по его настоянию возглавили также основные кафедры факультета. Н.В. Ефимов в это время окончательно переходит на работу в МГУ им. М.В. Ломоносова.

В МЛТИ переходный период к началу 1963 года заканчивается. Для руководства кафедрой высшей математики приглашается Александр Васильевич Ефимов, только что защитивший докторскую диссертацию по теме «Исследования по общим линейным методам суммирования рядов Фурье». С октября 1965 года по ноябрь 1967 года он находился на посту декана факультета.

В архиве МЛТИ (ныне Московского государственного университета леса) хранилось личное дело Александра Васильевича, данные которого говорят об интересной судьбе человека, прошедшего путь от рабочего до Заслуженного деятеля науки РСФСР, профессора.

А.В. Ефимов родился в 1924 году в селе Наумово Бутурлинского района Горьковской области. Работал слесарем на Горьковском автомобильном заводе, затем в 1942 году попал на фронт. После тяжелого ранения вернулся на завод и, окончив в 1951 году Горьковский государственный университет, преподавал математику в различных школах и ВУЗах страны.

Находясь на посту декана факультета, А.В. Ефимов предпринял ряд шагов по модернизации программы преподавания математических курсов. Для ряда специальностей были введены учебные программы, предусматривающие изучение таких математических дисциплин как математическая логика, теория алгоритмов, теория графов, теория математического программирования. Надо сказать, что сделано это было весьма своевременно. Без подобной организации курсов вряд ли удалось бы решить проблему преподавания элементов алгоритмизации процессов проектирования и технического моделирования. Значительное внимание было уделено реализации плана комплексного внедрения ЭВМ в учебный процесс.

Список литературы

1. *Рыбников К.К., Ласковая Т.А.* О прикладных исследованиях известных ученых-математиков (Лузина Н.Н., Шмидта О.Ю., Чаплыгина С.А., Ефимова Н.В. и др.) в период их работы в Московском лесотехническом институте

// В сб. работ Международной научной конференции «Проблемы историко-научных исследований в математике и математическом образовании», – Пермь, 7–9 сентября 2007г. – с.104–110.
2. *Рыбников К.К., Ласковая Т.А.* Элементы истории математики в учебных курсах. Региональный аспект // В сб. работ Всероссийской научной конференции «Гуманитаризация среднего и высшего математического образования: методология, теория и практика, ч.2, – Саранск, 2002 – с. 210–213.

О ПОНЯТИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ КРИВИЗНЫ В РАБОТАХ МИНДИНГА И БОННЕ

Смирнова Г.С.

Фердинанд Готлиб Миндинг (1806–1885) был первым европейским математиком, продолжившим исследования К.Ф. Гаусса по дифференциальной геометрии поверхностей и начавшим изучение изгибания поверхностей и условий наложимости одной поверхности на другую. Уже в своей первой работе «Замечания о развертывании кривых линий, принадлежащих поверхностям» («Bemerkungen über die Abwicklung krummer Linien von Flächen» // Journal für Math., 1830), появившейся практически сразу после работы Гаусса 1828 г., молодой Миндинг вводит новое и ценное понятие, которое Пьер Оссиан Бонне в 1848 г. назвал *геодезической кривизной поверхности.*

Миндинг, рассматривая проекцию вектора кривизны на касательную плоскость, доказывает, что эта величина принадлежит внутренней геометрии поверхности, поскольку ее можно выразить через коэффициенты первой дифференциальной формы поверхности E, F, G и их производные первого порядка. К геодезической кривизне Миндинг пришел при решении задачи о нахождении на поверхности кратчайшей кривой, охватывающей данную площадь. Этому вопросу посвящен его мемуар «О кривых кратчайшего периметра на кривой поверхности», также опубликованный в журнале Крелля в 1830. А в 1837 г. в «Доказательстве одной геометрической теоремы» Миндинг предложил интересную геометрическую интерпретацию геодезической кривизны. Он показал, что ее можно определить как кривизну плоской кривой, получающейся из данной, если на плоскость наложить развертывающуюся поверхность, которая является огибающей семейства плоскостей, касающихся поверхности в точках данной кривой.

В работах 1838–40 гг. Миндинг публикует свои важнейшие результаты по проблеме изгибания поверхностей: он выводит окончательные условия, при которых данная поверхность может быть изгибанием некоторой другой поверхности — условия эквивалентности первых двух дифференциальных квадратичных форм этих поверхностей.. Однако он упустил возможность особого решения уравнения в полных дифференциалах и его требования оказались излишне строгими. Этот пробел был исправлен Бонне через 25 лет.

Во Франции интерес к дифференциальной геометрии поверхностей возник после того, как Жозеф Лиувилль (1809–1882) привлек внимание своих учеников к этой тематике. Наиболее успешно вопросами изгибания поверхностей занимался Оссиан Бонне.

Традиционно в историко-математической литературе отмечается, что французские геометры круга Лиувилля, даже повторяя иногда результаты Миндинга, обычно не цитировали его, однако нам представляется это не совсем справедливым. В своей первой большой работе «Мемуар по общей теории поверхностей» (1848) Бонне, после доказательства теоремы о геодезической кривизне, пишет, что эта теорема не нова и известна на протяжении достаточно долгого времени, в частности, ее можно найти в первых номерах журнала Крелле. В своих более поздних работах Бонне явно указывает, что Миндинг был одним из основоположников этого направления дифференциальной геометрии.

В докладе будет подробно изложено, каким образом Бонне подошел к понятию геодезической кривизны и проведен сравнительный анализ методов Миндинга и Бонне.

ИСТОРИЯ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Тарасова Н.В.

Орловский государственный институт экономики и торговли

г.Орел, ул. Металлургов д.52, кв.48

С переходом отечественной экономики на рыночные отношения роль стохастических методов в процессе организации эффективной экономической деятельности многократно возрастает, поскольку в условиях рынка предпринимателя необходимо самостоятельно принимать решения в условиях неопределенности и неполноты информации об анализируемом процессе, делать обоснованный выбор.

Начало применения стохастической математики для решения экономических проблем относят к работам Л. Башелье (1900г.), который предложил рассматривать эволюцию стоимости акций на Парижском рынке как случайный процесс. Большинство вероятностных методов долгое время использовалось, в основном, при исследованиях в области теоретической физики. Лишь в 40-х годах XX века стохастическая математика вновь стала применяться в экономике и финансовых вычислениях.

Так в 1947 году Джон фон Нейман и О. Моргенштерн попытались формализовать некоторые элементы деятельности человека при принятии экономических решений в условиях неопределенности и сформулировать аксиомы рационального поведения человека. В качестве критерия рациональности поведения экономического субъекта они предложили использовать максимизацию ожидаемой полезности. Несмотря на бурную критику в адрес данной модели и очень серьезные ограничения в применении, она используется до сих пор.

Анализ исторического опыта организации российского экономического образования, показывает, что уже методисты дореволюционной России П.А Некрасов, С.В. Новосильцев отмечали, что содержание курса математики для экономического направления должно строиться с учетом его специфики в плане усиления прикладного аспекта обучения. Теорию вероятностей, математическую статистику и комбинаторику, они называли наиболее важными для экономистов разделами, основой математико-статистического мировоззрения, на котором покоится обширная группа наук, в том числе и экономическая.

Одним из первых пособий по высшей математике, рекомендованных для экономических вузов, был учебник И.Ф. Суворова «Краткий курс высшей математики», изданный в 1961 году. Учебный материал раздела теория вероятностей здесь изложен простым, доступным языком, иллюстрируется примерами с подробным решением и отличается от соответствующих учебников для технических вузов только упрощенной формой изложения :отсутствием доказательства ряда теорем и использованием более простого математического аппарата.

Большинство учебных пособий по теории вероятностей для студентов экономических специальностей вузов начали издавать в 70-е–80-е годы. К общим недостаткам учебников, выпущенных до 1990 года с точки зрения современных требований к математической подготовке специалистов в сфере экономики и управления можно отнести следующие моменты: в учебном материале отсутствуют темы, имеющие четко выраженную профессиональную направленность; не раскрывается экономический смысл базовых понятий теории вероятностей; незначительно число прикладных задач, в которых требуется проводить интерпретацию полученного результата. При планово-распределительной системе хозяйствования такой подход был вполне правомерным и устраивал как педагогов, так и обучаемых, но его нельзя считать приемлемым применительно к рыночной экономике.

Несмотря на актуальность применения стохастических методов в финансово-экономических исследованиях, в настоящее время учебная литература по этой теме на русском языке практически отсутствует — лишь немного внимания этим вопросам уделено в учебных пособиях В.И. Малыхина «Математика в экономике», «Финансовая математика». От изданных ранее книг эти пособия отличаются более выраженной практической направленностью изложения курса. Определяемые понятия чаще иллюстрируются приложениями из экономики, финансов, управления.В учебный материал включены принципиально новые разделы, связанные с определением и количественной оценкой риска, принятием решения в условиях неопределенности, а также статистическими методами анализа финансового риска на примере выбора оптимальной структуры портфеля инвестиций. Монография А.В. Мельникова «Финансовые рынки: стохастический анализ и расчет производных ценных бумаг» адресована математикам, применяющим стохастические методы в финансовой инженерии, и сложны для восприятия студентами экономических специальностей.

Таким образом, в связи с отсутствием учебно-методической литературы, отвечающей социальному заказу общества к стохастической подготовке специалистов экономического профиля, основным направлением развития современной методики преподавания теории вероятностей в экономическом вузе, становится самостоятельная разработка преподавателями кафедр математики учебно-методического комплекса, обеспечивающего усиление прикладной направленности преподавания, соблюдение принципа научности и системности, учитывающего психологические особенности студентов и направленный на выработку у студентов экономического стиля мышления.

РОЛЬ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА В ПОСТАНОВКЕ ФИЛОСОФСКОГО И ИСТОРИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК*

Токарева Т.А.

Институт истории естествознания и техники им. С.И. Вавилова РАН

109012, г. Москва, Старопанский переулок, д. 1/5

Тел.: (495)6257003, Факс: (495)6257003, e-mail: postmaster@ihst.ru

1. В 1863 г. был принят самый прогрессивный российский университетский устав XIX в., сочетавший в себе передовые черты западноевропейских университетов с традициями петровско-ломоносовской эпохи. Он содействовал умножению числа представителей математических наук и осознанию просветительского значения научных обществ при университетах.

2. Первым, после принятия устава, деканом физико-математического факультета Московского университета стал А.Ю. Давидов, считавший, что «к средствам наиболее способствующим развитию наук, до́лжно отнести образование ученых обществ». В этой связи стараниями его и Брашмана в 1864 г. был организован при Московском университете Кружок любителей математических наук (президент — Н.Д. Брашман, вице-президент — А.Ю. Давидов), ставивший перед собой задачу «взаимного вспомоществования при занятиях математическими науками». Уже на первых порах стало очевидно, что подобная деятельность мало самостоятельна, и в 1867 г. Кружок преобразовался в Московское математическое общество (ММО), президентом которого был пожизненно, согласно уставу, избран А.Ю. Давидов, вице-президентом — В.Я. Цингер. Целью его уже было «содействие развитию математических наук в России». Сразу же после утверждения устава Общество обратилось к математикам Империи с приглашением способствовать выполнению поставленной задачи, на что российское математическое сообщество откликнулось деятельным одобрением.

---

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта «Математика в России последней трети XIX – первой трети XX века как феномен мировой математической мысли» (№ 08-06-00099).

3. Вопросы истории и философии математики ни могли не интересовать членов-основателей ММО. Убежденность в наличии глубинной взаимосвязи математики и философии являлась одной из объединяющих Общество. Впервые она прозвучала в речи Н.Д. Брашмана «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» (1841); дальнейшее развитие и завершенность формулировок — получила в работах Н.В. Бугаева («Математика как орудие научное и педагогическое» (1868), «Речь президента Московского математического общества в публичном заседании по поводу двадцатипятилетия Московского математического общества» (1894), «Математика и научно-философское миросозерцание» (1898)) и В.Я. Цингера («Точные науки и позитивизм» (1874), «Ньютон как математик» (1888), «О недоразумениях во взглядах на основания геометрии» (1894)). При отстаивании своих философско-методологических позиций перечисленные выше авторы использовали историю науки как доказательную базу.

4. В учрежденном в 1866 г. ММО журнале «Математическом сборнике» (на тот момент самым авторитетным математическим издании в России) был создан специальный «педагогический» отдел, где помещались статьи исторического и философского содержания, а также переводы, биографии и т.п. Отдел просуществовал с 1867 по 1883 гг. и за это время в нем было опубликовано 38 статей по истории и философии математических наук, авторами которых были преимущественно члены-основатели Общества.

5. Во второй половине XIX в. в Европе происходит рождение истории математики как специальной научной дисциплины, в университетах начинают читаться лекции, основываются первые журналы. Это не осталось без внимания руководства ММО и физико-математического факультета Московского университета. В 1872 г. А.Ю. Давидовым (декан факультета) и В.Я. Цингером (секретарь) впервые был поднят вопрос о необходимости постановки курса истории математики в Университете. Однако эта инициатива была преждевременной — российское математическое сообщество еще не было готово к пониманию значимости исторического изучения своей науки, так же как и не было профессиональных специалистов в этой области.

6. 1870–1880-е гг. явились поворотными для истории математики в России. В 1873 г. ученик Н.И. Лобачевского, член-корреспондент Академии наук А.Ф. Попов издает в Казани «Очерк истории арифметики». В 1980 г. профессор математики Киевского университета М.Е. Ващенко-Захарченко публикует перевод, а скорее собственное толкование, геометрических книг «Начал» Евклида, а через три года он же начинает выпускать двухтомную историю геометрии. Таким образом, уже к началу 1880-х гг. среди математиков российских университетов наблюдается устойчивый интерес к истории математики. Но единственным из них, для кого она стала основной специальностью, был В.В. Бобынин, приступивший в 1882 г. впервые в России к чтению лекций по истории математики в Московском университете. Постановка такого курса стала возможна благодаря благожелательному отношению к новой дисциплине со стороны руководства факультета (Цингер — декан, Бугаев — секретарь) и Московского математического

общества (Давидов — президент, Цингер — вице-президент, Бугаев — секретарь).

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ В УНИВЕРСИТЕТАХ ЗАПАДНОЙ ЕВРОПЫ И РОССИИ НА РУБЕЖЕ XIX–XX ВЕКОВ

Томилова А.Е.

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова

163051, г. Архангельск, 51, ул. Тимме, 18, корп. 1, кв. 7

Тел.: 8(8182)262818, Факс: 8(8182)271344, e-mail: tomilova@atknet.ru

Вопрос о преподавании истории математики в высшей школе обсуждается уже давно. В отдельных странах он в разное время решался и решается по-разному. Общая тенденция такова, что этот курс получает все большее распространение. В данной статье нам хотелось показать, как менялись взгляды отечественных и зарубежных ученых на решение этой проблемы на рубеже XIX–XX вв.

Во второй половине XIX в. возрастает интерес к исследованиям по истории математики. Растет число сочинений по историко-математическим проблемам. Многие преподаватели университетов и высших учебных заведений начинают использовать в своих математических лекциях исторические сведения. В журнале «Bibliotheca mathematica» в разделе «Wissenschaftliche Chronik» печатается информация о прочитанных лекциях по истории математики. Однако эти лекции были или эпизодическими, или были посвящены изучению истории какой-то одной проблемы.

К началу 70-х гг. XIX в. положение с изучением истории математики в высших учебных заведениях меняется: в ведущих университетах Западной Европы начинается чтение специальных курсов по истории математики. Одним из старейших являлся курс истории математики, который читал профессор Мориц Бенедикт Кантор в Гейдельбергском университете с 70-х гг. XIX столетия. Курс представлял собой обстоятельное изложение фактов из истории математики в хронологической последовательности.

В 1878 г. начал читать курс истории математики профессор Антонио Фаваро в Падуанском университете. История математики излагалась также в хронологическом порядке, с более подробным освещением истории развития математических наук в Италии. Курсы профессоров М. Кантора и А. Фаваро были факультативными.

В 1884 году начал читать курс истории математики профессор П. Манзион из Гентского университета (Бельгия). Его курс был обязателен для слушателей факультета наук Нормальной школы, которые готовились стать преподавателями колледжей. Программа курса была рассчитана на чтение курса в течение двух лет (по 30 лекций в год). Первый год посвящался изучению истории математики до Рене Декарта, а второй год начинался с изучения достижений математики эпохи Декарта, включая специальные наброски из истории астрономии и физики. Изложение велось до современной эпохи, т.е. до середины XIX в.; предполагалось сравнение результатов древнегреческих ученых и их последователей; в хронологической последовательности излагалась история математики с древнейших времен до начала XVI столетия.

Первый курс по истории математики в России, так же как и первая солидная работа в этой области, принадлежит известному философу Петру Лавровичу Лаврову. Более двадцати лет он отдал преподаванию математики в Артиллерийском училище и Академии Санкт-Петербурга, а в начале 1860-х гг. создал первый в России большой труд по истории математики и смежных наук. Это сочинение было создано на основе лекций, прочитанных П.Л. Лавровым своим слушателям в 1856–1859 гг. [6].

Много сделал для постановки курса истории математики в высших учебных заведениях России Виктор Викторович Бобынин. Он разработал и прочитал первый курс истории математики в Московском императорском университете в 1882 г. Курс истории математики читался В.В. Бобыниным в качестве факультативного в течение 35 лет, с 1882 по 1917 гг.

В 90-е гг. XIX столетия начинается публикация программ курса истории математики. В 1890 г. одной из первых была опубликована программа Густава Энестрёма — издателя журнала «Bibliotheca mathematica». Данная программа была рассчитана на 30 полуторачасовых лекций и охватывала историю развития математики с древнейших времен до начала XIX в.

Чуть позже, в знак заслуг по распространению историко-математических идей, в журнале «Bibliotheca mathematica» была опубликована программа В.В. Бобынина

В начале XX в. число университетов, в которых читаются лекции по истории математики, существенно увеличивается. Это были лекции, посвященные:

– развитию математики с древнейших времен до XIX в. (лекции Д.Е. Смита — в Нью-Йорке, Д.А. Миллера — в Стамфорде, Ф.Р. Штурма — в Бреслау и др.);
– развитию математики в отдельные исторические эпохи (лекции М. Симона в Страсбургском университете, К. Боппа в Гейдельбергском университете);
– деятельности математических школ и отдельных ученых (лекции М. Бренделя в Геттингене о жизни К.Ф. Гаусса и его трудах; лекции А. Макфарлана о британских математиках XIX столетия; лекции П. Штеккеля в Киле о жизни и трудах Н.Х. Абеля и др.)

Таким образом, курс истории математики с середины XIX столетия получал все большее распространение в вузах Западной Европы, США и России. Относительно его содержания существовали различные точки зрения. Это были курсы, посвященные или истории развития отдельных разделов математики, или деятельности отдельных математических школ и ученых, или общим проблемам истории развития науки.

МАТЕМАТИКА — УНИВЕРСАЛЬНЫЙ СПОСОБ ПОЗНАНИЯ МИРА

Хохлова Л.И.

Мурманский государственный технический университет (МГТУ)

183010, г.Мурманск, ул. Спортивная, 13

Тел.: 457762, e-mail: xoxlovaluda@rambler.ru

Процесс математизации является важной формой развития понятийного аппарата других наук, позволяет избавиться от многозначности, некорректности, размытости понятий, проследить процесс появления новых, сформировать обобщающие и общенаучные понятия. Без этого требования наука не существует как система знаний, не может быть уверенности в том, что определенное утверждение или предположение не было искажено в процессе рассуждений. Лучше всего требование этой точности осознается и используется математиками.

По словам Л.Д. Кудрявцева, именно математика дает удобные и плодотворные способы описания самых разнообразных явлений реального мира и тем самым действительно выполняет функцию языка.

Создатель всеобщей организационной науки — тектологии А. Богданов утверждал, что общий язык вынуждается единством организационных методов или форм и выражает его. Он вырабатывается только после того, как обнаруживается это единство, то есть он предполагал рассматривать в тектологии язык еще более универсальный, чем математический. П. Флоренский считал, что общее основоначало всех наук, неотделимое от существа их, — именно то, что все они суть описания действительности. А это значит, по его мнению, что все они суть язык и только язык.

Неслучайно выработка основных математических положений во все времена шла в тесной взаимосвязи с развитием философии, так как именно математический язык помогает понимать и описывать мир. В частности, мыслитель-вероятностник В. Налимов сознательно пытается ввести математику в философию, так как, по его мнению, математика делает мысль четкой и, соответственно, сурово требует аксиоматического обоснования при построении любых концепций. Он утверждает, что образы, порожденные математическими структурами, раскроют перед философами иное, существенно новое видение Универсума в смысле перехода от детерминистического к вероятностному восприятию Мира, признании роли числа в Мироздании, о геометризации представлений, которыми оперирует сознание. Так как Вселенная управляется фундаментальными безразмерными константами, задаваемыми числами, а числа по природе принадлежат сознанию, а не физическому миру, то, по мнению мыслителя, имеется обязательное взаимодействие физического и ментального. Если число регулирует Мироустройство, то оно должно быть сопричастно Сознанию Вселенной.

В. Налимов считает, что мост между материей и смыслами может быть переброшен через геометризацию наших взглядов на Универсум, т.е. «углубление числового видения Мира приводит к представлению о Мире как о геометрии». Он раскрывает Мир живого как текст, а единство Мира находит у него свое проявление в языке его текстов, связывающем все индивидуальные проявления жизни с единой — семантической первоосновой Мира. В. Налимов пишет, что «сам эволюционизм выступает как числовая распаковка всего потенциально существующего многообразия морфизиологических признаков, заданных на числовом континууме».

Он считает геометрию тем исходным априорным синтетическим знанием, которое делает возможным созерцание как внешнего, так и внутреннего мира. Различные геометрии раскрывают различные ракурсы видения Мира. «Способность геометризировать — это какая-то удивительная, фундаментальная особенность сознания человека. Обращение к мере как к проявлению числа — это на самом деле путь к геометризации. Осознавать — значит локализовать нечто в пространстве в соответствии с требованиями той или иной геометрии, в том числе и динамической геометрии с изменяющимися свойствами», — утверждает ученый. По его мнению, Кант был первым мыслителем, который понял организующую наше сознание роль пространства и времени, а посткантовская наука расширила саму созерцательную способность, открыв возможность свободного построения новых форм созерцания бытия через многообразие геометрий. Люди воспринимают Мироздание через пространство, время и число (фундаментальные мировые константы) с помощью логики. Четкая математическая формулировка позволяет ставить вопросы, обращенные к глубинам сознания. «Отсюда следует, что мы подготовлены к тому, чтобы обращаться к математике. Кем подготовлены? Видимо, всем эволюционным процессом».

Список литературы

1. *Богданов А.А.* Тектология (Всеобщая организационная наука). – М., Экономика, т.2, 1989.
2. *Налимов В.В.* В поисках иных смыслов. – М., Прогресс, 1993.
3. *Налимов В.В.* Разбрасываю мысли. – М., Прогресс-Традиция, 2000.

ВЗГЛЯДЫ ФРАНЦА РЕЛО НА СТИЛЬ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Чиненова В.Н.

Мех-мат МГУ им.М.В. Ломоносова, Москва

Первым, кто поставил вопрос о форме машины, был немецкий ученый, инженер и теоретик машиностроения Франц Рело (1829–1905), прошедший путь от ученика на заводе до директора Берлинской ремесленной академии.

Создатель теории кинематических пар, доведший анализ машины до ее элементарной составляющей, он не мог не коснуться вопроса о форме машины — ему он посвятил специальную работу «О стиле в машиностроении» (1861), которая изначально представляла собой заключительную часть пособия Рело по конструированию машин. Эта работа Рело, представляет собой как бы своеобразный итог уже проделанного — исчерпывающий анализ архитектурного стиля в машиностроении. Задуманная как учебник, она не нашла широкого практического применения, так как вскоре после ее появления начался качественный перелом в технике, связанный с развитием больших скоростей и потребовавший принципиально новых форм. Зато книга дает полное представление о том, что же представлял собой архитектурный стиль.

Согласно сложившемуся общественному мнению, машина не могла быть красивой; это положение отражало, хотя и в утрированной форме, некоторые посылки эстетики Канта. По Канту, эстетическое бескорыстно, т.е. лишено практической полезности. Полезные предметы из сферы эстетического исключаются. Машина, как предмет чисто утилитарный, уже поэтому красивой быть не могла, наоборот, была уродливой. Машинная среда постепенно становилась постоянной средой трудовой деятельности человека, и уже невозможно было игнорировать вопросы ее эстетики. По мере того как в жизнь человеческого общества все более прочно входили машины самых непривычных, уродливых форм, появлялась необходимость как-то примирить их с эстетическим чувством. Для этого чугунные части машин, рамы, станины, колонны и т.п. стали делать в готическом или греческом стиле, уместном, собственно, для каменных или деревянных построек. Такие разукрашенные детали машин продержались в машиностроении в течение многих десятков лет.

Рело хочет представить технической аудитории попытку систематизировать упорядоченные принципы «формоизобретательской» стороны машиностроения или, по крайней мере, способствовать такой «систематизации». Он различает три вида форм в технике: основную форму, которая обусловлена стремлением к прочности соответствующей детали машины, затем целевую форму, вытекающую из предназначения этой детали, и наконец, внешнюю форму, соединяющая эту деталь с другими, примыкающими деталями, и в выборе которой конструктор имеет самую большую свободу. Но эта внешняя форма требует очень тщательного выбора, она не должна противоречить целевой форме. Простое бессмысленное нагромождение скопированных форм на детали, внутренняя сущность которых с этим формами не имеет ничего общего, есть и остается неприемлемой. В итоге это вызовет у настоящего эксперта лишь недоумение: у машиностроителя — потому что ему голая полезная форма кажется гораздо существеннее и здоровее, чем просто внешняя вычурность формы, у художника — потому что он привык понимать искусственную форму в ее стилистическом смысле, то есть ему сразу же бросится в глаза абсурдность, бессмысленность неправильного применения формы.

Исходя из того положения, что конструирование в значительной степени является свободным творчеством и зависит не только от математических расчетов, но и от знаний, личности и вкусов инженера, Рело предполагает, что в будущем обязательно появится учение о машинной форме, которое позволит в каждом отдельном случае находить оптимальные решения. Свою задачу он видел в выявлении и систематизации наиболее общих законов и правил формообразования и старался показать, что машина может и должна быть красивой.

Иногда в литературе можно встретить мнение, что архитектурный стиль в машиностроении — явление порочное, порожденное лишь эстетической косностью, бездумным перенесением уже готовых архитектурных украшений на машину, которая и функцией, и материалом, и всей своей сущностью принципиально отличается от неподвижных архитектурных сооружений. Но и современные станки и машины не порывают стилевых связей с современной архитектурой; и в целом формообразование предметного мира каждой эпохи имеет множество общих черт и развивается по общим законам, к какой бы области ни принадлежали группы предметов. С точки зрения механики также нет противоречия между архитектурным сооружением и машиной. Сущность архитектурного сооружения — ферма — может рассматриваться как механизм с нулевой степенью свободы; вводя в механизмы дополнительные ограничения, мы можем прийти к той же ферме.

По мнению Рело, машиностроение должно следовать архитектуре там, где речь идет о формообразовании машины, поэтому он классифицирует основные машинные формы по степени их эстетического воздействия. Действительно, в каждой части конструкции проступает более или менее отчетливо ее основная форма. Эти основные формы строго функциональны и оказывают самое непосредственное влияние на прочность конструкции. Таким образом, основные формы машины диктуют силуэт в целом. Они делятся на два класса: формы, полностью определенные целесообразностью (винт и винтовая нарезка, колесо и профиль зубьев, паровой котел и форма цилиндра и т.п.), и формы «свободного выбора», т.е. такие, в которых целесообразность является лишь частью поставленной задачи, и рисунок которых может бесконечно варьироваться. Он предполагал, что в будущем обязательно появится учение о машинной форме, которое позволит в каждом отдельном случае находить оптимальные решения. Исходя из положения, что машина является неким архитектурным целым, Рело требует ясности и четкости в соотношении отдельных частей, причем подчеркивает функциональное значение каждой детали.

Особый интерес представляют мысли Рело о принципах композиционного построения. Основные узлы машины, по Рело, должны четко разделяться, не нарушая при этом гармонии целого, причем их внешний вид определяется их функцией. Рело смотрел на технику прежде всего с точки зрения инженера, но инженера широкого профиля, глубоко изучившего все области машиностроения, инженера, обладавшего большими способностями и склонного к обобщениям.

Большое внимание уделял он ритму и пропорциональности, которые, по его убеждению, заложены в природе и человеческой натуре и присущи всем человеческим творениям — от произведений искусства до машин. Ритмичная и пропорциональная форма не может быть нецелесообразной, а следовательно, не может противоречить принципам функционального формообразования.

В 80–90-х годах XIX столетия возникают первые догадки о прямом взаимодействии и взаимовлиянии формы машины и скорости. В формообразовании машины наступает переходный этап к новому стилю, выразившемуся впоследствии в обтекаемости и нашедшему свое научное обоснование в теории крыла самолета, созданной Н.Е. Жуковским.

Список литературы

1. *Reuleaux F.* Über den Maschinenbaustil. 1861 (4-e Aufl. 1889).
2. *Цыганкова Э.Г.* «У истоков дизайна»/ Предисловие чл.-корр. НАНУ А.Н. Боголюбова. – М.: Наука.1977.

Секция 8

«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ»

СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Аллёнов С.В.

Коломенский государственный педагогический институт

e-mail: `allenov@list.ru, fmf@kolomna.ru`

Формирование информационной культуры будущего учителя необходимо рассматривать как важную задачу в процессе уточнения содержания профессиональной подготовки учителя в области информационных технологий. В этой связи представляется целесообразным особое внимание в курсе «Информационные технологии в математике» уделить изучению и освоению систем компьютерной математики.

Компьютерная математика это современная область науки, которая возникла на стыке математики и информационных технологий. Ее предметом является осуществление символьных вычислений с помощью компьютера (например, разложение многочлена на множители, аналитическое интегрирование и дифференцирование, разнообразные задачи дискретной математики, в т.ч. проверка изоморфизма графов и др.).

Технический прогресс привел к появлению различных программных продуктов для символьных вычислений — систем компьютерной математики. Наиболее известны из них GAP, KANT, Singular, Derive, MAGMA, Maple, Mathematica, Statistica, MathCAD, MathLab, и др. Каждая из них в той или иной степени адаптирована для решения задач в конкретных областях науки.

Для решения вычислительных задач в области абстрактной алгебры наиболее подходящая и развитая система, по нашему мнению, на сегодняшний день — Maple, которая имеет тысячи встроенных и библиотечных функций и огромные возможности графической визуализации вычислений.

Заметим, что математические системы развиваются в направлении интегрирования друг с другом. Интенсивно идет оснащение математических систем средствами для работы в Internet. В этом отношении последняя реализация Map1e находится на должной высоте. Связь пользователей этой системы друг с другом через Internet открывает возможности эффективного сотрудничества и совместной работы.

В Коломенском государственном педагогическом институте применение системы Maple, изучение её возможностей и использование в учебном процессе было начато с 2005г., также исследовалась возможность использования данной системы в научных исследованиях. Основной разработкой является преподавание курса «Информационные технологии в математике» студентам 2-го курса физико-математического факультета.

Цель работы — создание методических указаний для студентов по изучению конкретных разделов математики в соответствии со стандартами, используемыми в инструментальных пакетах.

Задания представлены в виде лабораторных работ, учитывая, что студенты знакомятся с системой компьютерной математики Maple впервые.

Практика показывает, что самым трудным является начальный этап освоения системы. Однако после знакомства с системой ее вполне можно использовать в решении профессиональных задач. Поэтому главная задача курса не в том, чтобы описать как можно больше операторов и функций системы, а в том, чтобы привить студенту «справочную» идеологию работы с системой, позволяющую постепенно осваивать ее по мере решения своих собственных задач, показать её достоинства и недостатки.

Основной организационной формой работы является лабораторный практикум. Всю практическую работу студентов в своих занятиях мы ориентируем на подготовку рефератов, темы для которых определяются с преподавателями различных дисциплин, или подготовку другой печатной продукции, например раздаточного материала для педагогической практики.

Разработано учебно-методическое пособие [1], которое содержит основную часть необходимого материала, включает лабораторные работ, контрольные вопросы и задания к ним по программе базового учебного курса «Информационные технологии в математике», определенного федеральным компонентом стандарта высшего профессионального образования в педагогических вузах по специальности математика и физика.

В пособии описаны возможности графики стандартной библиотеки Maple, рассмотрены ее основные графические структуры. Разбираются команды специализированных пакетов plots и plottools которые позволяют работать с двумерными и пространственными графическими объектами. Подробно перечислены основные параметры графических команд и приведены примеры их использования.

Список литературы

1. *Алленов С.В.* Графические структуры Maple. Учебно-методическое пособие – Коломна: КГПИ 2008. – 62 с.
2. *Говорухин В., Цибулин Б.* Компьютер в математическом исследовании. – М., Мир, 2001.
3. *Матросов А.В.* Maple 6 решение задач высшей математики и механики. – М.: Мир, 2000.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ РАЗРАБОТКЕ И РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ УЧЕБНОГО НАЗНАЧЕНИЯ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Везиров Т.Г., Бакмаев Ш.А. Везиров Т.Т.

Дагестанский государственный педагогический университет

367013 г.Махачкала, пр.Г.Гамидова 17, каб.23

Тел.: 89034240356, e-mail: timur.60@mail.ru, veteti@rambler.ru

Актуальной задачей современного этапа развития образования является реализация возможностей инфокоммуникационных технологий в учебном процессе школы и вуза. Одним из приоритетных направлений является реализация дидактических возможностей информационных технологий в процессе преподавания различных образовательных предметов.

В современных исследованиях (Брановский Ю.С., Ганеев С.М.,Везиров Т.Г., Иванов С.Г., Кравцов С.С., Макаров С.И., Мехтиев М.Г., Якобсон Л.Л. и др.) подчеркивается необходимость применения средств информационных технологий в процессе обучения математике, отмечается, что использование отдельных компонентов или готовых электронных изданий образовательного назначения (ЭИОН), компьютерных обучающих программ по математике позволяет осуществлять автоматизированный контроль и самоконтроль результатов обучения, компьютерную визуализацию учебной математической информации путем его наглядного представления.

Одним из эффективных направлений использования инфокоммуникационных технологий при обучении математике является создание электронных средств учебного назначения, способствующих формированию приемов решения математических задач на базе их классификации и структурированию на основе видов знаний используемых в процессе решении и характера взаимосвязей между ними (В.М. Монахов, Ш.А. Бакмаев, В.А. Гусев и др.) и поэтапного формирования: теоретических знаний; базовых знаний для решения определенных типов задач; приемов решения; обучения поиску решения задач.

В ходе реализации указанного направления нами получены следующие результаты:

– разработана методика составления и реализации системы заданий по отдельным разделам школьной математики с учетом авторской классификации и структурирование задач на основе видов знаний используемых в процессе решения и характере взаимосвязей между ними;
– разработан учебно-методический комплекс (УМК) «Планиметрия»,

включающая систему задач по разделу «Четырехугольники»; обучающую и контролирующую программы и методические рекомендации по их использованию;
- разработана методика создания электронного учебника на основе компьютерных математических систем с целью эффективного обучения некоторым разделам школьного курса математики, а также модель обучения студентов их разработке.

Теоретические и практические результаты исследования апробировались на базе кафедры методики преподавания математики и информатики Дагестанского государственного педагогического университета, Дагестанского института повышения квалификации педагогических кадров и многочисленных сельских и городских школах.

Полученные результаты, а также анализ научно-практического опыта использования электронных средств учебного назначения позволили перейти к разработке концептуальной модели методической системы подготовки учителей математики и информатики к обучению учащихся математике на основе формирования профессиональных умений разрабатывать и использовать электронных средств учебного назначения, включающая:
- обучение логико-математическому и логико-дидактическому анализу теоретического материала и математических задач по различным учебным пособиям;
- обучение теоретическому материалу по математике с использованием инфокоммуникационных технологий;
- составление тестовых заданий с целью проверки сформированности у учащихся базовых знаний необходимых для решения задач определенного типа;
- составление системы задач на основе их авторской классификации, позволяющих эффективно использовать инфокоммуникационные технологии (конструкций геометрических фигур или структур выражений; видов знаний, используемых в процессе решения задач и характера их взаимосвязей);
- методику разработки и реализации электронных средств учебного назначения при обучении математике;
- систему дистанционного обучения учителей использованию электронных средств учебного назначения.

Практическая реализация обозначенной нами проблемы осуществлялась при помощи следующих стратегий:

Системный подход к модернизации структуры технологии обучения математике в школе и вузе с использованием электронных средств учебного назначения

Психолого-педагогическое сопровождение системы обучения учащихся решению математических задач с использованием электронных средств учебного назначения.

Комплексное экспериментальное исследование разработанной методической системы обучения (школа и вуз).

ОПЫТ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ СТУДЕНТАМ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА STATISTICA В МУЛЬТИМЕДИЙНОМ КЛАССЕ

Вуколов Э.А., Лисовец Ю.П., Поспелов А.С., Савченко А.В., Ревякин А.М.

Московский институт электронной техники

124489, г. Зеленоград, МИЭТ, кафедра ВМ1

Тел.: 5329938, Факс: 5302233, e-mail: lisovec@gmail.com

Многофункциональный мультимедийный компьютерный класс создан в рамках ***инновационно-образовательной программы*** МИЭТ. Класс оборудован следующими двумя интеллектуальными (настраивающими размер и фокус изображения по рамке настенного экрана) проекторами, проецирующими изображение на экраны, расположенные на противоположных стенах. Это позволяет студентам легко воспринимать информацию, которую преподаватель вводит со своего рабочего места, контролируя ее по своему монитору и этим экранам. Радиоуправляемая мышь позволяет ему перемещаться во время изложения материала по всему классу. На боковой стене класса расположены два ЖК-панелями с диагональю 47″ с поддержкой высоких разрешений и широкими углами обзора. Это дает возможность в любой момент вывести на них два любых экрана студентов и прокомментировать удачное и неудачное использование пакета, в данном докладе проиллюстрировано на примере STATISTICA.

При изложении теоретического материала используется цифровая координатная ручка (PC Notes Taker), которая позволяет писать текст лекции (или рисовать графики и диаграммы) на обычном листе бумаги, помещенном в специальный зажим, который является приемником информации и одновременно пеленгатором положения пера ручки.

По завершении лекции или занятия, студенты копируют на свои носители прослушанную информацию для домашней проработки.

«ИНТЕРНЕТ-КАРУСЕЛИ» — ИННОВАЦИОННАЯ, АКТИВНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

Вылегжанин Д.В.

Центр дополнительного образования детей «Дистантное обучение»

Тел.: 9363109, Факс: 9363104, e-mail: diod@desc.ru

Результативность процесса обучения во многом зависит от тщательности разработки методики контроля знаний. Педагогический контроль выполняет целый ряд функций в педагогическом процессе: оценочную, стимулирующую, развивающую, обучающую, диагностическую и др.

Объективность проверки знаний предполагает корректную постановку контрольных вопросов и формулирование заданий. Для диагностики успешности обучения возможно использование различных форм, но, желательно, чтобы выбранная форма позволяла оперативно получать результаты (как для учителя, так и для обучаемого).

Именно такой новой формой стали Интернет-карусели, родившиеся в центре дополнительного образования детей «Дистантное обучение», ЮЗАО г. Москвы [3]. Это одна из активных форм обучения [2], соединившая основные идеи математических каруселей и Интернет-тестирования в единый продукт, работающий дистанционно в режиме реального времени (см ссылку [1]).

Игровое обучение проходит очень просто. Команды, зарегистрировавшиеся на сайте, в указанное время получают доступ к задачам. Задачи даются на определенное время по очереди, в одинаковом для всех порядке. К каждой задаче достаточно дать ответ. Если ответ верный — команда получает баллы. Число этих баллов возрастает от каждого верного ответа к следующему. Но если ответ дан неверный — число баллов за следующую задачу уменьшается. В течение игры команды могут видеть как свои набранные баллы, так и текущие результаты других команд. Такая форма несложно реализуется как очно, так и дистанционно.

Классические правила математических каруселей были кардинально упрощены, что дало возможность облегчить процесс проведения игры. Был сохранен основной принцип — необходимо обязательно решить каждую следующую задачу, не имея при этом никакого выбора. Благодаря этому соревнование сохранило азартность, которая заставляет участников упорно искать ответ к каждому новому заданию.

В итоге получилась игра, имеющая огромное число преимуществ перед другими формами. Во-первых, она заставляет участников разбираться в заданиях, а не вводить ответы наугад. Во-вторых, учитель может легко организовать участие своих учеников в соревновании. Ему не нужно готовить задания или заниматься какой-то иной предварительной подготовкой. Для этого необходим один или несколько компьютеров с выходом в сеть Интернет. В-третьих, школьник может самостоятельно участвовать в игре с любого компьютера, например, домашнего. Таким образом, Интернет-карусель может пусть немного, но потеснить компьютерные игры.

Отдельно следует заметить, что форма соревнования позволяет давать задания различной сложности: от самых простых до очень «выкрутасных». Это позволяет заинтересовать как ребят, занимающих высокие места на олимпиадах, так и школьников, дополнительно не занимающихся предметом вовсе. Интернет-карусель — не очередная игра для небольшого числа подготовленный школьников, а массовое соревнование, где каждый может искать свой успех. Таким образом, целью каруселей является не сколько выявление одаренных школьников, столько заинтересованность большего числа школьников конкретным предметом. Именно для этого ЦДО «Дистантное обучение» начал проводить математические карусели в своих стенах (в 2004 году). Родилась идея реализовать соревнование в Интернете. Был создан сайт с возможностью автоматической проверки ответов. В 2005 году прошла первая Интернет-карусель.

После первых каруселей по математике провели Интернет-соревнования по другим предметам. Сначала стали проходить карусели по информатике, затем — интеллектуальные викторины для детей с ограниченными возможностями. Оказалось, что можно успешно разработать задания для карусели по другим предметам. В 2006–2007 учебном году список соревнований сильно расширился: прошли карусели по русскому и английскому языку, по физике.

Очень быстро on-line версия игры стала популярной в разных регионах России. Только время становится препятствием: когда в Москве в 15.00 начинается игра, в Красноярском крае — 19.00. Но это не мешает принимать участие в карусели большому числу команд из сельских школ Красноярского края, расположенных дальше на восток Иркутска, Якутска. Из России в соревновании участвуют школьники более чем 30 регионов. Из зарубежных участников — школьники Украины, Беларуси, Казахстана, Словакии. Осенью 2007 года в каждой Интернет-карусели участвовало от 300 до 450 команд.

Сайт Интернет-каруселей: `http://karusel.desc.ru`.

Список литературы

1. *Русаков, А.А., Сердюков В.А.* Об активных формах обучения в школе и вузе. «Актуальные проблемы обучения математике» (К 155-летию со дня рождения А.П. Киселева): труды Всероссийской заочной научно-практической конференции. – Орел : Издательство ОГУ, Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. – С. 235–239.

   Сайт ЦДО «Дистантное обучение»: `http://www.desc.ru`.

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Гаврилова М.А.

Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского

440028, г. Пенза, ул. Ударная, д.13/40, кв.2

e-mail: margogavr@freemail.ru

Специфика будущей профессиональной деятельности учителя состоит в формировании своего личного стиля деятельности и необходимости многофункционального и многоаспектного использования компьютера.

Исследование процесса информатизации школ города Пензы показало, что школы имеют достаточно серьезную техническую базу (компьютеры, принтеры, сканеры, медиапроекторы, мультимедиа доски и др.). Имеют в наличии электронные учебники по математике, электронные справочники, различные электронные дидактические материалы, а также имеют возможность пользоваться Интернет-ресурсами. Более 60% учителей математики готовы использовать средства информационных технологий, вместе с тем, лишь 23% используют компьютер в процессе обучения математике от случая к случаю, и только 2,5% из них используют его систематически.

Из сказанного следует, что подготовка учителей математики, свободно владеющих компьютером, различными периферийными устройствами, знающими электронные дидактические ресурсы по математике и умеющими их эффективно использовать проблема, требующая особого внимания.

Пути решения данной проблемы лежат в разных плоскостях, Данный материал посвящен описанию нашего опыта работы в плане подготовки будущих учителей в вузе. В подготовке студентов к использованию компьютера в своей профессиональной деятельности мы выделяем несколько направлений.

Первое направление — это изучение компьютера и его периферии как технического средства. Изучение программного обеспечения и рациональных приемов его использования. Выделение возможных областей использования компьютера в педагогической деятельности с указанием наиболее перспективных областей с точки зрения обучения математике.

Второе направление — компьютер средство обучения. Использование с этой целью компьютера на лекционных, практических, лабораторных занятиях преподавателями различных дисциплин с целью интенсификации, активизации процесса обучения и создания образцов способов деятельности. При реализации данного направления используются как известные программные продукты и электронные дидактические ресурсы, так и создаваемые самими преподавателями и студентами электронные дидактические материалы.

К основным видам электронных ресурсов, которые можно использовать на занятиях по математике мы относим: компьютерные презентации, электронные тестирующие системы, электронные учебники, справочники, словари, электронные сайты и пр.

Результатом организации самостоятельной работы студентов является их выступление в виде защиты своих материалов с использованием их визуального представления на компьютере. После выступления организуется дискуссия по наиболее спорным, интересным положениям. Вычленяются перспективные направления дальнейшей работы или вопросы, которые не получили должного освещения. Таким образом, у студентов появляется возможность доработать (расширить, углубить) свой материал и в целом продолжить работу над темой в плане написания реферата, курсовой, а иногда и дипломной работы. Тестирующие программы позволяют студенту предварительно оценить свою подготовку или получить допуск к зачету или экзамену.

Третье направление — компьютер средство для эффективной организации профессиональной деятельности. Содержание этого направления включает в себя изучение и анализ педагогических программных средств. Накопление, переработка, хранение научно-методического опыта. Накопление хранение собственного педагогического арсенала. Акцентирование внимания и специальное изучение и использование тех особенностей компьютера, которые позволяют эффективно организовать учебно-познавательный процесс.

Четвертое направление — компьютер средство для творчества, научной и исследовательской деятельности. В рамках этого направления студенты занимаются методической разработкой какой-либо темы и представлением ее на основе использования компьютера (в электронном варианте). Разработка тестов и тестирующей оболочки. Проведение мониторинговых исследований различного уровня.

Каждое направление контролируется и формируется в вузе. Первое направление реализуется в основном в курсе информатики. В реализации второго направления должны участвовать практически все кафедры: информатики, математики, педагогики и психологии, теории и методики обучения математике. Каждая кафедра проводит лекции, зачеты, тестирования, самотестирование и др. Третье и четвертое направления реализует в основном кафедра теории и методики обучения математике. Четвертое направление реализуется в процессе изучения дисциплин специализации и в процессе творческой самостоятельной деятельности. Это разработка учебных проектов, создание цикла электронных дидактических ресурсов по конкретной теме. Разработка тестов и тестирующих оболочек и многое другое.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННОГО МУЛЬТИМЕДИЙНОГО КЛАССА ПЕРСОНАЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРОВ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТУДЕНТАМ ВТУЗОВ НА ОСНОВЕ ПАКЕТА MATLAB

Гончаров В.А., Земсков В.Н. Лесин В.В., Лисовец Ю.П.,
Поспелов А.С., Савченко А.В., Ревякин А.М.

Московский институт электронной техники

124489, г. Зеленоград, МИЭТ, кафедра ВМ1

Тел.: 5329938, Факс: 5302233, e-mail: lisovec@gmail.com

Многофункциональный мультимедийный компьютерный класс создан в рамках ***инновационно-образовательной программы*** МИЭТ и одновременно в рамках плана ***второй очереди создания и развития мультимедийных компьютерных классов*** вычислительного центра. Класс предназначен для отладки и апробации новых активных форм обучения студентов с применением персональных компьютеров и мультимедиа с целью последующего тиражирования наиболее удачных организационно-методических решений.

На этапе проектирования класса не закладывались жесткие организационно-методические схемы использования мультимедиа в учебном процессе, т.к. инновационно-образовательной программой МИЭТ предусматривается разработка ***новых*** методик образования, а предлагаемая концепция построения класса позволяет реализовать данный принцип в наибольшей степени. Предполагается дальнейшая донастройка параметров мультимедиа класса на предлагаемые преподавателями способы и методики организации учебного процесса на базе данного класса.

Принципиальное отличие данного класса от других компьютерных классов ВЦ с наличием мультимедийного оборудования является следующее: если в компьютерном классе главным аппаратным средством является компьютер, а мультимедиа отводится вспомогательная роль, то в многофункциональном мультимедийном компьютерном классе компьютер и средства мультимедиа являются равноправными составляющими в организации и проведении учебных занятий. Это находит отражение в расположении рабочих мест в многофункциональном мультимедийном компьютерном классе — компьютеры расположены в два ряда ближе к центру класса. На противоположных стенах расположены два больших проекционных экрана, информация на которые подается с компьютера преподавателя синхронно с двух проекторов. Студенту достаточно лишь поднять голову, чтобы увидеть их со своего рабочего места.

К моменту создания супер мультимедийного класса в МИЭТе был накоплен опыт чтения лекций в больших лекционных аудиториях, оборудованных персональным компьютером для лектора, проектором и экраном.

Появление графических планшетов и других средств ввода графической информации в компьютер, позволило мгновенно тиражировать текст только что прочитанной лекции. Т.е. в конце лекции студенты могут скопировать на свой индивидуальный носитель информации все материалы только что прослушанной лекции. Наиболее удобным устройством оказалась цифровая координатная ручка (PC Notes Taker), которая позволяет писать текст лекции (или рисовать графики и диаграммы) на обычном листе бумаги, помещенном в специальный зажим, который является приемником информации и одновременно пеленгатором положения пера ручки. Информация о проводимой ручкой линии мгновенно оказывается в преподавательском компьютере и отображается слушателям на двух больших экранах. Программное обеспечение, поддерживающее это устройство, дает очень большие возможности по работе с получаемыми изображениями: изменение толщины линии, цвета и т.д., вплоть до распознавания текста. Таким образом, студенты могут не записывать текст лекции, озвученный преподавателем, а сосредоточиться на понимании изложенного материала. В связи с этим, у преподавателя появляются дополнительные возможности для повышения эффекта восприятия и домашней проработки материала лекции. Так, например, можно делать «лакуны» (пропуски в выкладках) в текстах лекций для их домашнего заполнения и включать интерактивные вопросы и упражнения непосредственно в ходе чтения лекции.

Вместе с тем, можно требовать от студентов составления электронных версий лекционных конспектов с предъявлением на следующей лекции. Эта работа предполагает интегрирование полученных знаний, заполнение лакун, работу с рекомендованной литературой и другими источниками. Результатом чего является электронный документ, допускающий быструю обработку. Естественно, документ оформляется по всем правилам компьютерной верстки с использованием шаблонов и стилей. В связи с этим, возрастает роль ассистента лектора, который в реальном времени готовит для лектора демонстрационные материалы по лучшим электронным конспектам.

В мультимедийной аудитории, где каждый студент сидит за персональным компьютером эффективность интерактивной компоненты лекции возрастает многократно. Ведь по указанию преподавателя студент может выполнить то или иное задание, открыть на экране своего компьютера графический файл из заранее подготовленных, запустить программу, выполнить тестовое задание, ответить на вопросы. Причем результаты действий каждого можно сохранить, отобразить на двух демонстрационных мониторах. Можно обработать статистически результаты работы всей группы.

Недостаток, связанный с ограниченным числом посадочных мест в этой аудитории может быть преодолен распространением лекционной информации по сети в другие мультимедийные аудитории.

Такая методика прошла апробацию для студентов старших курсов, где лекционные потоки состоят из одной — нескольких групп. Применяемые методики прошли апробацию при чтении курсов по численным методам, математическому моделированию и ряду других и показали свою эффективность. В докладе приводятся практические примеры использования пакета MATLAB для преподавания указанных разделов.

О РОЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Горбунов А.А.

ФГОУ ВПО «Чувашская государственная сельскохозяйственная академия»

Россия, 428017, г. Чебоксары, пр. М. Горького, д. 13/22, кв. 2

Тел.: (88352)454779

В настоящее время компьютеризация человеческой деятельности в целом достигла столь высокого уровня, что можно и нужно говорить о необходимости скорейшего создания и новых информационных технологий в образовании, основанных на значительной компьютеризации учебного процесса, как в школе, так и в вузе. Ведь не секрет, что до сих пор образовательные программы и базовые учебники для школ и вузов пишутся и составляются в основном под «доску и мел», по старым стандартам. И это в XXI веке! Надо изменить стандарты! При этом не надо забывать, что во все времена именно геометрии отводилась особая роль в воспитании и обучении юного поколения. Своей наглядностью и понятностью, логической стройностью и простотой восприятия, своим многогранным воздействием на сознание человека, именно геометрия способствует образованию системы мышления, способной адекватно и гармонично воспринимать и познавать окружающий мир.

В самой геометрии со времен Евклида тоже многое радикально изменилось. Появились новые *геометрии* такие, как аналитическая, дифференциальная, начертательная, алгебраическая, комбинаторная, дискретная, контактная, интегральная, синтетическая, фрактальная и др. Широкое развитие получили также разнообразнейшие неевклидовы и псевдоевклидовы геометрии, долгое время не признававшиеся ученым миром из-за своей казавшейся неестественности и нелогичности. В связи с бурным развитием компьютерных технологий в последние десятилетия, геометры наконец-то получили в свои руки качественно новый инструмент исследования, открывший совершенно невероятные (по старым меркам) возможности проведения геометрических исследований, позволивший говорить об инструментальных методах исследования геометрических структур, о *компьютерной инструментальной геометрии.* Проблемы, на решение которых у ученых мужей раньше уходили годы напряженного труда, сейчас можно смоделировать и решить за считанные часы и даже минуты! Этому надо обучать молодое поколение! Важно то, что научить проводить такие исследования можно, в достаточной степени и довольно быстро, и школьников и студентов. Развитие многочисленных языков программирования, создание мощного программного обеспечения (MathCad, MathLab, Maple, 3dGrapher, AGrapher, The Geometer's Sketchpad, Cabri Geometry, Euclidraw, Geometry Expressions, Svop и др.), позволяют быстро построить, качественно исследовать и количественно рассчитать математическую модель практически любой сложности. Появилась возможность построения на мониторах компьютеров анимационных динамических геометрических чертежей, позволяющих исследовать сложнейшие геометрические объекты со всех необходимых ракурсов, наглядно раскрывая их глубинные структурные связи. Можно говорить, что наступило райское время для геометров. Открылись и необычные возможности качественного исследования функций многих переменных, содержащих десятки параметров, посредством построения их анимационных динамических «графиков». Это интересно, увлекательно и познавательно! И студенты, и школьники с удовольствием воспринимают новые методические идеи и новые технологии обучения математике, активно и неформально участвуют в учебном процессе. Отметим особую роль и в мотивации познавательной деятельности учащихся, использующих компьютерные технологии, как для лучшего усвоения изучаемого материала, так и для более глубокого его исследования. Так, например, изучая конические сечения на занятиях по аналитической геометрии, студенты ЧГУ, работая в среде Cabri Geometry, с нескрываемым удовлетворением наперегонки открывают все новые и новые свойства этих древних кривых, а школьники из ШОД «Поиск» ДДЮТ, в среде The Geometer's Sketchpad на довольно серьезном уровне увлеченно развивают далее геометрические идеи Гаусса и Эйлера. Все это стало возможным благодаря внедрению компьютерных технологий в учебный процесс. Заметим, что для проведения подобных исследований необходимы знания не только по геометрии, но и по многим другим разделам математики, что еще ярче демонстрирует гармоничность устроения логической структуры всей математики в целом.

Здесь также необходимо отметить и особую роль компьютерной инструментальной геометрии в развитии исследовательской деятельности учащихся, позволяющей открывать при изучении определенных закономерностей, множество сопутствующих теорем-гипотез, требующих доказательств. Этот увлекательный процесс поиска новых теорем создает благоприятную почву для выявления юных дарований и воспитания из них будущих ученых.

Конечно, переработать учебные программы и учебный процесс в целом, разработать специальные программы для педвузов по воспитанию учителей нового поколения в соответствии с вышеизложенным сложно и дорого, но это необходимо сделать достаточно быстро и качественно. На это не надо жалеть сил и средств. В противном случае наше образование не сможет идти в ногу со временем и выполнять свою основную задачу по воспитанию современного человека, способного не только выживать в окружающем сложном мире, но и благотворно развивать его в соответствии с поставленными благими целями и желаниями.

В настоящее время трудно себе представить темпы развития геометрии даже в недалеком будущем. С уверенностью можно говорить лишь о том, что красивейшая из наук не только не потеряет своей значимости в образовании, но и займет достойное место в прогрессивном развитии человечества.

ОБУЧЕНИЕ МЕТОДУ ПРОЕКТОВ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Горелова О.А.

Пензенский государственный педагогический университет им. В.Г. Белинского

Пензенская обл.,г. Заречный, ул. Ленина, д.65, кв. 16

e-mail: gorelovaoa@mail.ru

Одним из важнейших требований, предъявляемых сегодня к организации учебного процесса, является использование методов, которые способствуют формированию у учащихся умений самостоятельно ориентироваться в информационном пространстве, конструировать свои знания, выдвигать гипотезы, анализировать результаты учебной деятельности. Большим потенциалом в этом направлении обладает метод проектов. Как показала практика, данный метод в настоящее время обретает новую жизнь в связи с появлением возможности использования в школе компьютеров. Этот метод приобретает хотя и вспомогательную, но весьма значимою в мотивационном отношении роль информационной и демонстрационной поддержки проектной деятельности учащихся на уроках математики и во внеурочной работе.

Нами была разработала методика подготовки будущих учителей к организации проектной деятельности учащихся на уроках математики, которая реализуется в три этапа.

Первый этап реализации разработанной методики направлен изучение методических особенностей изучения школьного курса математики. Этот этап реализуется в курсе «Теория и методика обучения математике», охватывающего изучение базового уровня школьной математики. В рамках этого этапа студенты приобретают знания и умения, соответствующие содержанию, характеру и особенностям изучения учебных тем по математике.

Второй этап — получение соответствующих знаний будущего учителя математики дисциплин предметного блока по информатике. Предметные знания для организации проектной
деятельности учащихся:

Компьютерное моделирование: понятия «модель», «информационная модель», «компьютерная модель»; возможности средств ИКТ для моделирования динамических систем; основные этапы моделирования, включающего компьютерный эксперимент; примеры математических моделей в. различных предметных областях (биология, экономика и т.д.).

Программирование: возможности языков программирования для создания программных продуктов; этапы конструирования программ, системы программирования.

Программное обеспечение ЭВМ: основные возможности и направления использования программного обеспечения (системное, прикладное, системы программирования) для реализации информационных процессов.

Компьютерные сети, Internet и мультимедиа технологии: технологии электронной почты, обмена файлами, WWW; поиск информации в сети Интернет; языки для создания информационных и интерактивных ресурсов

Методические вопросы, связанные с проблемами организации проектной деятельности учащихся на основе использования компьютерных технологий требуют более глубокого изучения, чем в курсе «Теория и методика обучения математики». Для реализации данной задачи был разработан методический спецкурс «Использование метода проектов в процессе обучения математике в школе» (третий этап). Основная цель данного спецкурса — обеспечить углубленное ознакомление студентов с кругом методических вопросов, связанных с применением метода проектов на уроках математики.

Общими целями данного спецкурса являются: определение рациональных и эффективных направлений использования компьютерных технологий на уроках математики; обучение студентов использованию информационных ресурсов сети Internet в процессе обучения математике; формирование у студентов навыков критического отбора образовательных проектов в соответствии с поставленными задачами и возможностями обучаемых; освоение студентами методики разработки и организации образовательных проектов.

Программой спецкурса предусматривается проведение лекционных, практических занятий, а также самостоятельная робота студентов, направленная па личностное и профессиональное совершенствование в процессе выполнения проектных заданий. Лекционные материалы данного методического спецкурса охватывают широкий спектр проблем использования информационных технологий в современной школе. Существенная часть лекционных занятий содержит теоретический материал, посвященный разработке и проведению проектов. Рассматриваются различные подходы к определению понятия «проект», типология проектов, их структурирование, этапы проведения.

Целью практической части курса является систематизация, обобщение и расширение знаний студентов о компьютерных технологий, об основных видах образовательных ресурсов, методах проектирования и разработки сайтов образовательного назначения.

Лабораторные работы ориентированы на отработку практических навыков поиска, просмотра, оценивания образовательных ресурсов различных видов. Студентам предлагается самостоятельно разработать тематику образовательных проектов различных типов, их содержание, этапы реализации проектов. Результатом лабораторных работ, посвященных такому проектированию, является Web-сайт разработанного учебного проекта.

ЦИФРОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ

Диков А.В.

ПГПУ им. В.Г. Белинского

440026, Пенза, Лермонтова, 37

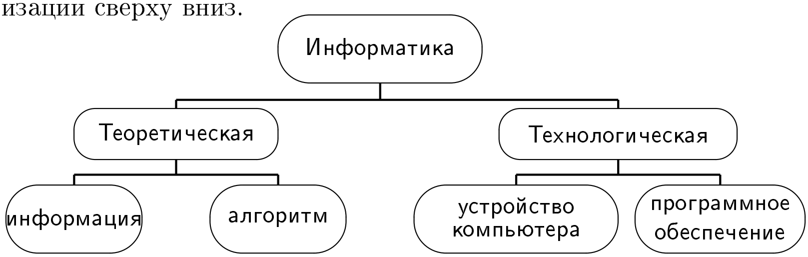
Тел.: (8412)565845, e-mail: dikov.andrei@gmail.com

Любая предметная область характеризуется своим набором понятий и связей между ними, своими законами, связывающими между собой объекты, своими процессами и событиями. Существуют различные классификации знаний, но наиболее часто знания подразделяются на декларативные и процедурные и моделями их представления являются: *продукционная*, *сетевая* и *логическая*. Каждая из моделей послужила основой для создания языка программирования, ориентированного на автоматизацию работы со знаниями. Предметная область, как правило, содержит большое количество и декларативных и процедурных знаний и оцифровка их и помещение в базы знаний представляет собой очень сложную и дорогостоящую задачу, так как знания необходимо не только накапливать, но и проверять их полноту и непротиворечивость. Различные источники знаний необходимо объединять между собой, что приводит к интегрированности знания. Территориально разнесенные базы (распределенные базы знаний) могут использоваться совместно. Таким образом, можно констатировать, что реализация любой модели представления знаний в виде цифровой базы знаний приводит эту модель к нелинейности.

В сложившейся до появления мультимедийных компьютеров практике содержание предметной области формировали последовательно, по темам и разделам. Модели знаний по структуре представляют в таком случае линейные отношения понятий и объектов. Примерами линейных структур моделей знаний могут служить учебные программы курсов и оглавления учебников.

Информационные и коммуникационные технологии (ИКТ), в силу своей природы, не могут в полной мере реализовать свой образовательный потенциал в традиционной образовательной системе, в которой доминируют дидактические линейные технологии передачи готовых знаний. ИКТ поддерживают нелинейную структуризацию информации и знаний в виде гипертекстов, гипермедиа, распределенных баз и банков педагогических данных и знаний, размещающихся на серверах и распространяющихся на компакт-дисках.

Современная система образования должна обеспечить условия для развития у обучаемых умений и навыков ставить задачи, моделировать, оптимизировать, принимать решения в условиях неопределенности, учить умению добывать знания. В этой связи во многих случаях, особенно в прикладных предметных областях, целесообразно использовать нелинейные модели. Элементы обучения по подобному пути развиты в аналитических школах развивающего, проблемно-ориентированного направлений. Поэтому представляется весьма плодотворным в плане повышения эффективности учебного процесса учить студентов — будущих педагогов — там, где это необходимо, реструктуризации традиционных линейных моделей знаний в нелинейные. Наиболее подходящей моделью является наглядный семантический граф. При проектировании нелинейной модели какой-либо предметной области можно использовать известный метод пошаговой детализации сверху вниз.



Реализация такой модели может быть осуществлена в форме веб-документа: веб-страницы, веб-сайта или веб-конспекта.

Проектирование модели знаний для компьютерной реализации играет важную роль для образовательного процесса. От этого, в конечном счете, зависит формирование информационной обучающей среды.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ФАКТОРОВ, ФОРМИРУЮЩИХ ПОСТКРИЗИСНОЕ РАЗВИТИЕ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ В РОССИИ

Долгополов Д.В.

РУДН

Августовский кризис 1998 года оказал существенное влияние на развитие банковской системы Российской Федерации. Это воздействие выражается не только в усилении процесса национализации банковской системы и увеличении степени недоверия вкладчиков к коммерческим банкам, отмеченным опросами ВЦИОМ, но также в изменении структуры активов и основных финансовых показателей российских банков за последние 8 лет. Актуальность данного исследования подтверждается растущим беспокойством специалистов проблемой так называемых «плохих кредитов» российских банков[1], то есть увеличением доли просроченных кредитов в портфелях российских банков, и, в частности, резким увеличением доли просроченных потребительских кредитов. Таким образом, оценка на основе математических и статистических методов причин, формирующих посткризисное состояние банковской системы и рисковую деятельность финансовых учреждений, является весьма важной.

Наше исследование с помощью статистических показателей, оценивающих риск, призвано выявить изменения, которые произошли внутри банковской системы на примере типической выборки из совокупности 1000 банков России. В работу была введена динамическая составляющая, так как были использованы данные за период с 2000 по 2006 годы, сгруппированные в пять групп по величине чистых активов в соответствии с методикой Центрального Банка Российской Федерации[2]. В ходе исследования мы попытались выявить внутренние причины, способствующие дестабилизации банковской системы страны.

На первом этапе разработанной нами методики мы выделили в каждой из пяти групп один типический банк, руководствуясь четырьмя показателями, наиболее точно, на наш взгляд, отражающими уровень стабильности банковской системы: рентабельность активов, удельный вес ликвидных активов и кредитов и коэффициент покрытия (рассчитанный нами как отношение суммы вложений юридических и физических лиц к сумме выданных банком кредитов). Для первых трех групп расчет размаха вариации каждого из значений вследствие однородности совокупности и малым количеством банков, входящих в эти группы не имели существенных

[1] Михаил Матовников «Кризис “плохих кредитов”: вероятность и последствия http://www.bdm.ru/arhiv/2002/10/10-11.html

[2] Первая группа насчитывает 5 крупнейших банков, вторая — 15 крупных по размерам активов банков, третья — 30, четвертая — 150, пятая — остальные 800 банков

Таблица 1. Предельные значения показателей банков

Показатель	Значения в 4 группе (150 банков)			Значения в 5 группе (800 банков)		
	Миним.	Максим.	Типичное*	Миним.	Максим.	Типичное**
Удельный вес ликвидных активов, %	7,40	14,87	*12,90*	16,35	17,75	*16,59*
Коэффициент покрытия, %	$-14279,32$	14483,86	*81,29*	$-132,63$	368,95	*214,65*
Рентабельность активов, %	$-13,79$	1,01	*0,07*	$-7,35$	$-4,74$	*−6,54*
Удельный вес кредитов, %	38,02	44,22	*43,88*	40,64	42,01	*21,02*

* в качестве типичного банка — представителя этой группы выбран «Локо-Банк»
** в качестве типичного представителя этой группы выбран банк «Советский».

различий[3]. Однако для 4 и 5 групп были произведены соответствующие расчеты по показателям 2000 года.

Таким образом, изучаемые банки в целом удовлетворяют условиям типической выборки (значение удельного веса кредитов для банка «Советский» не отвечает интервальным границам, однако данное несоответствие может быть устранено уменьшением коэффициента доверия) и могут быть использованы в целях исследования. Таким образом, оценка статистических показателей риска банковской деятельности была проведена на примере ВТБ, Райффайзен Банк, АКБ «Барс», «Локо-Банк» и банка «Советский». Для получения объективной картины были исследованы два нетипических банка из 4 и 5 групп: «Металлинвестбанк» и банк «Хлебный» соответственно. Произведенная сравнительная оценка среднеотраслевых финансовых индикаторов (данные сайта www.banks-rate.ru) с каждым из исследуемых пяти банков выявила, что статистические показатели риска (среднее линейное отклонение, среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации) обладают высокими значениями. Показатели удельного веса ликвидных активов и рентабельности активов имеют ярковыраженные колебания с 2001 по 2003 годы. В этот период банковскому сектору, после выхода из кризиса 1998 года, были предоставлены значительные денежные суммы от государства. Нами установлено, что банковский сектор Российской Федерации испытывает трудности в нахождении равновесия между ликвидностью и рентабельностью. В этот же период было закрыто более 500 банков и началась ликвидация банков «СБС-Агро» (закончена в 2004 году) и «Инкомбанк» (закончена в 2005 году). Стоит отметить, что наибольшие показатели коэффициента вариации по ликвидности наблюдались в 2000 и 2001 году у всех банков и сохранялись на высоком уровне

[3]Однако были произведены соответствующие расчеты, которые показали, что отклонение от коридора значений типической выборки лежит в пределах нормы

у «нетипических» банков, тогда как наибольшие отклонения по рентабельности наблюдались у всех исследуемых банков в 2002 году. Это позволяет сделать вывод, что предоставление государством высоколиквидных активов банковскому сектору началось еще в 2001 году, о чем свидетельствует данные ЦБ РФ об увеличении денежного агрегата М2 за вышеуказанный период. Резкое расширение денежной базы и денежной массы, которое началось еще в 2000 году, привело к росту доли наличных денег до 35% [4]. Также в начале 2000-х годов вместе с ликвидацией пострадавших от кризиса банков развивался процесс объединения банковских активов. Так, средняя величина активов на 1 банк в период с 2000 по 2002 годы увеличилась вдвое, при этом количество банков сократилось лишь на 1,5%.

Линейное отклонение от среднеотраслевых показателей позволяет судить о том, какая именно группа банков вносит подобный дисбаланс в соотношение между рентабельностью и ликвидностью. В то время как среднее линейное отклонение удельного веса ликвидных активов для банков 4 и 5 групп значительно превышают среднеотраслевые показатели, значения для крупных банков (1 и 2 группа) остаются ниже среднеотраслевых, а в 2003 году типичный банк-представитель средней 3 группы имеет отрицательные показатели отклонения. Таким образом, можно заключить, что крупные банки резко нарастили объемы неликвидных активов за счет полученных от государства денежных средств.

Также следует отметить, что коэффициент вариации удельного веса кредитов для банков 1 и 3 групп ниже того же показателя для мелких банков 4 и 5 групп. При этом по показателям линейного отклонения можно заключить, что некоторые мелкие банки действительно превосходят среднеотраслевые показатели кредитования, тогда как крупные банки выдают кредиты на среднеотраслевом уровне. При этом линейное отклонение коэффициента покрытия для крупных банков 1 и 2 групп намного ниже среднеотраслевого уровня, что позволяет сделать вывод о том, что крупные финансовые учреждения также не наращивают и объемы вложений, то есть ощущают острую нехватку денежных вложений.

Эта ситуация проистекает на фоне увеличения доли просроченных потребительских кредитов в портфелях банков, при этом доля просроченных потребкредитов уже превысила допустимый уровень, то есть банки вынуждены повышать эффективные ставки по потребкредитованию для того, чтобы окупить убытки по невозвращенным ссудам. Как мы уже заметили, крупные банки средней группы не предпринимают никаких усилий для того, чтобы переломить ситуацию с кредитованием. Проведение публичного размещения Сбербанком и ВТБ своих акций имело своей целью увеличить долю ликвидных активов этих банков, тогда как банки меньшего размера не располагают подобными возможностями.

Все это позволяет сделать вывод, что российская банковская сфера все еще пребывает в состоянии кризиса, начавшегося еще в 1998 году. Неспособность нарастить ликвидность без урона рентабельности, нежелание крупных банков поддерживать банки с меньшими активами и финансовая пропасть, все шире простирающаяся между крупными (1, 2 и 3 группы)

[4]http://www.vedi.ru/m_fm/fm030203.htm — отчет аналитического агентства «Веди»

и мелкими (4 и 5 группы) банками, позволяют сделать вывод, что нынешняя ситуация в банковской сфере страны вызывает серьезные опасения. Подтверждением этим опасениям может служить тот факт, что ежегодно в России закрывается более сотни банков (в 2006 году было закрыто 114 банков)[5], а также все возрастающая доля просроченных кредитов в портфелях российских банков. В дальнейшем мы можем наблюдать консолидацию активов в банковской системе страны и наращивание показателей рентабельности за счет уменьшения ликвидности.

Однако рост числа слияний и поглощений будет благоприятен не для всех крупных банков. В первую очередь, он будет выгоден банкам с высокой долей государственного участия, которые за период с 2000 по 2006 годы нарастили свои активы на 50%. Наиболее интересен пример с Внешэкономбанком, сумевшим лишь за один год привлечь ликвидных активов на сумму около 76 млн. рублей. Вполне вероятно, эти деньги были выделены государством, так как «Внешэкономбанк» был выбран Правительством РФ в качестве базы для создания Банка развития — государственной банковской корпорации, которая будет осуществлять реализацию крупных инвестиционных проектов в рамках Инвестиционного фонда, создаваемого Правительством РФ.

В заключение следует отметить, что банковская система России на данный момент нуждается в серьезном вмешательстве государства с целью урегулирования. Однако объектами регулирования должны выступать, прежде всего, крупные государственные банки, не желающие поддерживать банки с малыми активами. В противном случае, не исключен вариант дальнейшего развития кризисной ситуации, который может привести к окончательному коллапсу всей банковской системы страны.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЗАИМОСВЯЗИ СТЕПЕНИ УСВОЕНИЯ УЧЕБНЫХ ЗНАНИЙ С УРОВНЕМ ОСВОЕНИЯ СТУДЕНТАМИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Железовский Б.Е., Недогреева Н.Г., Щербаков В.Е.

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83

Тел.: 223800, e-mail: nata-ned@mail.ru

Развитую науку характеризует математическая обработка материала, формализующая и придающая ее теориям необходимую стройность и логическую завершенность. В научной литературе по педагогике отмечается, что педагогическая наука до сих пор остается на качественном уровне, что

[5]Согласно данным портала http://www.klerk.ru

в значительной степени сдерживает ее дальнейшее развитие [1]. Ее эмпирическая часть отражает достаточно обширный материал наблюдений и экспериментов, что дает основание проводить систематизацию научного материала и его обобщение. Большинство работ по педагогике не содержат строгих статистических оценок полученных результатов, что не дает оснований утверждать, что проведенные научные исследования достоверны и могут быть рекомендованы к внедрению в практику.

Указанные обстоятельства вызывают настоятельную необходимость поиска новых современных математических подходов к описанию педагогических процессов, хотя они и кажутся неметричными. Математика предоставляет широкое поле деятельности для адекватного количественного предоставления неколичественной (нечисловой) информации, например, в терминах таблиц сопряженности признаков.

Наиболее распространенным приемом предварительного анализа категоризованных данных является вычисление связи между признаками. В качестве другого метода анализа данных можно рассматривать внедрение в педагогические исследования, так называемых, логлинейных моделей, которые основаны на представлении распределений системами «вкладов», то есть эффектов, даваемых теми или иными множествами признаков. В силу количественного характера логлинейных моделей они позволяют решать задачи конструирования факторов, наилучшим образом соответствующих исходным данным.

Задачей настоящего исследования явилась демонстрация возможности установления связи между двумя признаками: степенью усвоения студентами учебных знаний по методике преподавания физики $(A, \overline{A})$ и уровнем освоения и использования ими в своей работе информационных технологий $(B, \overline{B})$.

В результате в группе студентов, включенных в педагогический эксперимент, было выявлено, что: 13 человек имеют высокие знания как по методике преподавания физики (A), так и по степени освоения и использования в учебной практике информационных технологий (B); 12 человек, имея высокие знаний по методике преподавания физики (A), недостаточно усвоили особенности информационных технологий $(\overline{B})$; 7 человек хорошо владеют навыками использования в своей учебной практике информационных технологий (B), но проявляют невысокие знаний в области методики преподавания физики $(\overline{A})$; 18 человек демонстрируют недостаточный уровень двух рассматриваемых характеристик (признаков) усвоения учебных знаний $(\overline{A},\overline{B})$.

В соответствии с этим таблица сопряженных признаков (ТСП) с ячейками a, b, c, d, представляется в следующем виде:

ТСП размерностью 2×2			
Признаки	B	$\overline{B}$	Всего
A	$a/13$	$b/12$	$(a+b)/25$
$\overline{A}$	$c/7$	$d/18$	$(c+d)/25$
Всего	$(a+c)/20$	$(b+d)30$	$n/50$

В полученной ТСП размерностью 2×2 оказывается, что

$$a > \frac{(a+b)(a+c)}{n},$$

т.е. доля A среди B больше, чем среди не B, а следовательно, признаки A и B положительно связаны (или просто связаны).

Вычислим коэффициент связи признаков Q-Юла, определяемый выражением: $Q = \dfrac{ad - bc}{ad + bc}$, его дисперсию $D[Q] = \dfrac{1}{4}\left[1 - Q^2\right]^2 \left\{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{d}\right\}$ и найдем характерную величину $Z = \dfrac{Q}{D(q)^{1/2}}$, которая распределена нормально с параметрами 0 и 1 [2]: $Q = 0{,}472$, $D[Q] = 0{,}05$, $Z = 2{,}105$. Верхняя 2,5% точка нормального закона распределения равна 1,96. Вычисленная статистика $Z > Z_{\text{кр.}}$, следовательно, гипотеза об отсутствии связи между A и B с высокой степенью достоверности отвергается: оба признака учебного процесса взаимосвязаны, то есть внедрение в ученый процесс информационных технологий способствует повышению степени усвоения знаний по методике преподавания физики.

В заключение следует отметить, что аналогичные выводы были получены и при использовании других оценок мер связи: путем расчета коэффициента коллигации Юла, а также коэффициента Крамера V.

Список литературы

1. *Подласый И.П.* Педагогика: Новый курс: в 2 кн. / И.П. Подласый. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2004.
2. *Кендалл М. Дж., Стюарт А.* Статистические выводы и связи / Пер. с англ. – М.: Наука, 1976.

МЕТОДОЛОГИЯ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОСТАНОВОК И АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНО-РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ (ПЛАНИРОВАНИЯ И ДИСПЕТЧИРОВАНИЯ) С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И АДАПТИРОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Иванов Г.А., Костина Е.Н.

Московский государственный открытый университет

Транспортные задачи включаются в настоящее время в состав задач, решаемых при оптимизации логистических систем. Целью логистики является доставка товаров в заданное (нужное) время, в требуемом количестве и качестве при минимальной стоимости всего логистического процесса (закупки, транспортировки, складирования, производства и распределения). Товары в большинстве случаев в логистическом потоке разделяются по ассортименту (номенклатуре). Таким образом, появляются три дополнительных условия: заданное время доставки; заданная номенклатура грузов; динамическая взаимосвязь с параметрами логистического процесса.

Обобщенную транспортно-распределительную задачу предлагается задавать в следующем виде: — производить планирование и диспетчирование маршрутов динамических объектов по вложенным (с петлями и контурами) сетям с функциональными динамическими взаимозависимостями между состояниями узлов, объектов и маршрутами.

По этой методологии, хранящиеся в базе данных математические постановки задач, могут быть представлены в следующих видах: — содержательных (описательных), понятных для пользователя; модельных (в виде «оживших моделей»), для исследования, поиска и выбора для конкретной задачи наилучшей математической постановки и алгоритма; эксплуатационных для реализации пользователем на компьютере.

Преобразование видов математических постановок моделей (из одного вида в другой) производится с помощью информационных технологий (интеллектуального интерфейса).

В методологии предлагается использовать следующие режимы построения анализа и синтеза математических постановок и алгоритмов решения транспортно-распределительных задач: — автоматизированный выбор из банка данных и базы знаний (по структуре исходных данных), подходящих алгоритмов и математических постановок; автоматизированный, интерактивный (интегрирование в единую постановку частных постановок и соответствующих им алгоритмов с последующей проверкой на моделях их адекватности); «ручной» режим проведения исследования с помощью информационных технологий и адаптированных математических методов и с использованием опыта решения, полученного при предлагаемой методологии, а также опыта анализа и обобщения практического планирования и диспетчирования транспортных задач на разных фирмах.

При решении большинства практических транспортно-распределительных задач даже изолированно от всего логистического процесса (на основе известных математических постановок с помощью единых общих методов решения, входящих в состав алгоритмов линейного программирования) не удается получать корректные результаты решения. Для их комплексного корректного решения предлагается привлекать следующие известные математические методы (алгоритмы) решения математических задач после уточнения (расширение) их постановок: расписания; коммивояжера; загрузки судна (рюкзака); построения остова графа; раскраски графа (покрытия графа маршрутами перевозок); распределения ресурсов; потоков в сетях; минимизации путей в сетях и др.

В методологии предусматривается комбинированное использование технологий: анализа и синтеза новых математических постановок и алгоритмов; базы знаний автоматизированного построения «оживших моделей»; поиска подходящих адаптированных математических постановок и эвристических алгоритмов из специализированных библиотек и др.

Рассматриваемая задача относится к классу многокритериальных задач. Выбор наилучшего приемлемого варианта производится по целой группе оценок (критериев): стоимости всего процесса; распределений стоимостей перевозок по маршрутам; распределение перевозок по маршрутам с неполной загрузкой; распределение неудовлетворенных запросов на транспортировку и др.

Множество допустимых решений непрерывно изменяется, отражая изменение исходных данных. Противоречия некоторых ограничений могут проявляться только в процессе планирования, а не в математической постановке. Авторами накоплен большой практический опыт в реализации математических постановок, созданных на основе предлагаемой методологии.

Список литературы

1. *Иванов Г.А.* Методология анализа и синтеза математических постановок и алгоритмов решения транспортно-распределительных задач (планирования и диспетчирования) с использованием информационных технологий и адаптированных математических методов. Отраслевой фонд алгоритмов и программ РФ, Свидетельство N8964, 2007г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМПЛЕКСНОГО ПРИМЕНЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИННОВАЦИЙ В ОБРАЗОВАНИИ НА ОСНОВЕ «КОЛЛЕКТИВА» ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Иванов Г.А., Костина Е.Н.

Московский государственный открытый университет

На основе анализа тенденций развития образования в мире [1] были выявлены и проанализированы перспективные инновационные технологии в образовании и предложены для эффективной комплексной реализации [2] с использованием коллектива информационных технологий (КИТ). КИТ аналогичен коллективу ученых, работающих над решением проблемных задач. КИТ — (понятие, предлагаемое авторами) реализуется на компьютере в виде информационной платформы [3]. В отличие от коллектива алгоритмов (КА) — жесткой программной системы, КИТ — динамически настраиваемая система, позволяющая отрабатывать математические постановки и алгоритмы решения проблемных задач [3]. КА можно рассматривать как предел КИТ для конкретной математической постановки. Авторами накоплен практический опыт применения КИТ для решения проблемных задач интеллектуального планирования, управления в технических, экономических и образовательных процессах [3,4,5].

В состав КИТ включаются широко применяемые информационные технологии (ИТ) и специализированные программы. Методологию комплексного применения инноваций в образовании предлагается отрабатывать на основе КИТ с учетом индивидуальных особенностей учебных заведений, контингента преподавателей и учащихся, динамических межпредметных связей. МС Настройка КИТ на конкретное учебное учреждение совместно с комплексом инноваций в образовании производится с помощью подбора функций информационных технологий (ИТ), входящих в систему КИТ.

Авторами накоплен практический опыт применения КИТ для решения проблемных задач интеллектуального планирования и управления в технических, экономических и образовательных процессах [3,4,5].

Авторами проводились исследования и анализ следующих инноваций в образовании (результаты исследования приведены в [3,4,6,7,8,9]):

– учет МС при автоматизированном планировании учебного процесса [6];
– комплексное применение электронных и печатных учебных материалов [7];
– интегрированное применение обучающих, игровых, тестовых алгоритмов (программ) [8];
– интеграция знаний, навыков и умений студентов для интенсификации обучения при помощи информационных технологий [4];
– «обучение действием» на основе решения проблемных задач (аналогично зарубежным методам «обучение действием») [3,4].

Список литературы

1. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* Анализ тенденций развития высшего образования в мире // «Проблемы теории и методики обучения», научно-теоретический и методический журнал – N10, – 2007г. РУДН.
2. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* «Повышение эффективности комплексного применения инновационных технологий в образовании на основе высоких информационных технологий» // Инновации в образовании, Фонд Государственных Научных учреждений, Государственный координационный центр информационных технологий, журнал N1, 2008г.
3. *Иванов Г.А.* Методология применения автоматизированной информационной платформы отработки математических постановок проблемных задач для сетевых процессов (моделей) с применением нетрадиционных методов. Отраслевой фонд алгоритмов и программ РФ, Свидетельство N9122 от 15.10.2007г.
4. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* Интенсификация преподавания компьютерных технологий для студентов экономической специальности. «Проблемы теории и методики обучения» научно-теоретический и методический журнал N7, М2003г., РУДН
5. *Иванов Г.А.* Нетрадиционный подход компьютерного моделирования экономических и логистических процессов с использованием «Системной технологии»,

тезисы доклада на пятом Международном конгрессе по математическому моделированию, Дубна, 2002г.
6. *Иванов Г.А.* Автоматизированное планирование и диспетчирование учебного процесса с учетом межпредметных связей, тезисы доклада конференции. Искусственный интеллект, М. Дом, НТП., 1986г.
7. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* Нетрадиционный подход к классификации межпредметных связей, Проблемы теории и методики обучения, научно-теоретический и методический журнал N11, 2008г. РУДН.
8. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* Автоматизированный путеводитель-планировщик по печатным, электронным учебным материалам, облегчающий реализацию индивидуального подхода в обучении, Отраслевой фонд алгоритмов и программ РФ, Свидетельство N4633 от 2005г.
9. *Иванов Г.А., Костина Е.Н.* Единая методология создания и применения обучающих учебных игр и контролирующих тестов, Отраслевой фонд алгоритмов и программ РФ, Свидетельство N4626 от 2005г.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОНИТОРИНГА КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ившина Г.В.

Казанский государственный университет имени В.И. Ульянова-Ленина

420008, Казань, ул.Кремлевская, 18

Тел.: 8432643430, Факс: 8432643430, e-mail: givshina@ksu.ru

По Субетто А.И., качество образовательной системы есть совокупность (система) ее свойств (или совокупность качеств ее подсистем), определяющих ее приспособленность реализовать социальные цели в соответствии с доктриной образования. Формализация целей на профессиональном уровне осуществляется через стандарты образования (квалификационные требования).

Таким образом, осмысление качества образования на современном уровне невозможно без закона опережающего развития качества человека, качества образовательных систем в обществе и качества общественного интеллекта.

Теоретический анализ работ по проблеме информатизации образования показал широкие возможности и перспективы использования информационных технологий для повышения качества, как самой образовательной системы, так и обучения и воспитания учащихся, с одной стороны, и преподавательского состава, с другой стороны. Но при этом следует учитывать многоаспектность понятия качества, а также инвариантность, преемственность и перспективность информационных технологий мониторинга качества образовательных систем.

Обобщая отечественный и зарубежный опыт применения информационных технологий в образовании мы заметили, что важно на каждом этапе выделить инвариантную и вариативную часть обучения, разработки и применения информационных технологий. Отметим при этом, что как объект обучения так и сами информационные технологии, применяемые в процессе обучения, являются динамическими объектами, взаимосвязанными между собой. Здесь особая роль отводится информационным технологиям как средству реализации междисциплинарных связей, позволяющим создавать вариативные методики, реализующие психолого-педагогическое воздействие лонгирующего характера.

Все выше сказанное позволяет сделать *вывод о недостаточной концептуальной разработанности дидактических основ инвариантных подходов к созданию и применению информационных технологий в условиях мониторинга качества образовательных систем с позиции интеграции.*

В современных российских условиях требуется не просто специалист с высшим образованием, а личность интеллектуально и профессионально развитая, прогрессивно и творчески мыслящая, ориентирующаяся в сложных проблемах, понимающая и учитывающая законы развития общества и окружающей среды, то есть конкурентоспособная личность. Но и само общество так же не остается неизменным — оно непрерывно развивается, а потому изменяются и требования к образованию, воспитанию и обучению. В связи с этим всё более актуальной становится проблема качества непрерывно развивающихся образовательных систем.

Вместе с тем проявляются аспекты этой проблемы, в которых качество образовательных систем необходимо рассматривать с позиций интеграции разных подходов. Причем необходима не механическая, а научно обоснованная интеграция, проверенная широкой экспериментальной практикой на основе преемственности и перспективности информационных технологий в образовании.

Выбор информационных технологий обусловлен достаточной теоретической и практической разработкой проблем информатизации образования, осуществляемой в последнее время с различных позиций (М.В. Кларин, В.Я. Ляудис, Е.И. Машбиц, И.В. Роберт и др.). Вместе с тем системный анализ задач и перспектив развития образования в России показывает, что основными тенденциями в его совершенствовании будут: системная интеграция информационных технологий в образовании, поддерживающих процессы обучения, научных исследований и организационного управления; построение и развитие единого образовательного информационного пространства, то есть задача качественного изменения в состоянии всей информационной среды, окружающей систему образования, представление новых возможностей как для ускоренного, прогрессивного развития каждой личности, так и для роста совокупного общественного интеллекта; общедоступность и гарантия качества образования для всех, а также многообразие, создание условий качественного образования для каждого; фундаментальность и глубина общеобразовательных (инвариантных) основ начального, основного, общего среднего и профессионального образования с учетом практической направленности образования для полноценной, конкурентоспособной подготовки подрастающего поколения к жизни и труду; адекватность образования, его соответствие потребностям и задачам развития экономики, культуры, науки и технологий как в общероссийском так и в международном контексте.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ЗАОЧНИКОВ

Ильин М.Е., Лукьянова Г.С., Новиков А.И.

Рязанский государственный радиотехнический университет

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1

Тел.: 8-(4912)920646 (р.), 8-(4912)324965 (д.), e-mail: vm@rgrta.ryazan.ru

Организацию и методическое обеспечение занятий со студентами заочного отделения всегда сопровождает определенная напряженность. Преподаватели не любят работать с этой категорией обучаемых по многим причинам. Это и неудобный график занятий дополнительно к основной сетке часов и необходимость за 16–25 часов аудиторного времени «прочитать» семестровый курс и при этом еще научить слушателей решать типовые задачи.

Поиск более комфортных условий организации труда преподавателей и занятий студентов привел сотрудников кафедры высшей математики вуза к выводу о необходимости создания учебно-методического обеспечения дисциплины. Учебно-методический комплекс (УМК) создавался в течение трех лет. В настоящее время он существует в двух формах: в виде комплекта методических указаний и учебных пособий, изданных типографским способом, и комплекса из 8 электронных учебников, включающих в себя названные издания и дополнительно электронный учебник — пособие по школьному курсу математики.

УМК построен по следующей схеме. Каждому семестру отвечают 2–3 электронные книги. В первой приведены рабочая и экзаменационная программы семестрового курса, контрольные работы, подлежащие выполнению студентами, и методические указания к выполнению контрольных работ. Вторая, а в некоторых семестрах, и третья книги, содержат адаптированный теоретический курс с большим числом решенных типовых примеров и примеров для самостоятельной работы.

В создании электронного комплекса активное участие принимали студенты 3–5 курсов специальности «Компьютерная безопасность», а также студенты заочного отделения, имеющие большой опыт работы с компьютерными системами. По просьбе именно студентов заочного отделения в состав комплекса был включен электронный учебник по школьному курсу математики, который был разработан ранее для абитуриентов РГРТУ. Цель — иметь своеобразный справочник по элементарной математике в составе учебного комплекса.

Трехлетний опыт использования УМК в учебном процессе подтвердил правильность выбранных решений. Он удобен для преподавателей в учебном процессе и создает необходимые условия для изучения математики студентами заочного отделения.

Электронные УМК являются частью обширной программы по созданию компьютерных систем, обеспечивающих изучение разделов «Численные методы», «Методы математической физики», а также тестовых компьютерных программ для промежуточного контроля знаний студентов в семестре. В настоящее время подготовлен программный комплекс для входного контроля знаний студентов 1-го курса. Комплекс включает в себя задания двух уровней. В первой части 10 примеров, так называемого, нулевого уровня и 10–15 примеров средней сложности — во второй части. Каждая часть оценивается независимо. Одновременно вычисляется суммарный балл.

РАЗНОУРОВНЕВЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ПРАКТИКУМА ПО ИНФОРМАТИКЕ В ВОЛЖСКОМ ФИЛИАЛЕ МОСКОВСКОГО АВТОДОРОЖНОГО ИНСТИТУТА (ГТУ)

Карташова С.А.

Чувашский филиал Московского автодорожного института, кафедра информатики

Россия, 428015, Чебоксары, Московский проспект, 15

Тел.: (8352)317279, e-mail: kartashovas@mail.ru

Важной задачей современного высшего образования в условиях информатизации общества является подготовка высококвалифицированных инженеров, способных применять современные средства информационных технологий в своей профессиональной деятельности. В связи с этим, возрастает значимость информационной подготовки студентов технических вузов.

Под информационной подготовкой понимается обязательная составляющая образовательного процесса, направленная на подготовку специалистов, способных эффективно использовать средства информатизации и информационные технологии для решения практических задач. Одной из форм информационной подготовки студентов является проведение лабораторных работ. Основной целью этой формы обучения является применение и закрепление полученных знаний, выработка практических умений и навыков, превращение полученных знаний в средство для решения учебных и практических задач [1].

Говоря о проблеме обучения предмету «Информатика» в вузе, необходимо, прежде всего, отметить огромный разрыв в знаниях и умениях у студентов, который как ни в одной дисциплине проявляется наиболее ярко.

В результате такого разрыва в знаниях и умениях у студентов становится практически невозможным работать по «стандартным» программам изучения предмета «Информатика». Особенно наглядно это проявляется со студентами первого курса, поступающими в Вузы из «глубинки» или из школ, где как таковой практической работы с компьютерами не было[3].

Одним из способов оптимизации процесса обучения является дифференцированный подход [2]. Составляющие его — это:

1. использование тестов;
2. разноуровневые лабораторно-практические задания;
3. самостоятельная работа студентов.

Остановимся на 2 пункте этого процесса. Схема таких занятий была представлена автором в статье [3]. Сейчас хочется остановиться более подробно на практической составляющей занятия. Примером может служить выпущенное автором учебно-методическое пособие для занятий по WORD.

Методичка построена по схеме: от простого к сложному. Приводится 8 занятий для студентов автомобилистов. Вот содержание:

Занятие №1. Тема: Работа с текстом. Форматирование абзацев. Настройка пользовательского интерфейса. Ввод специальных символов.

Занятие №2. Тема: Форматирование таблиц в текстовом процессоре WORD.

Занятие №3. Тема: Создание сложных таблиц методом рисования.

Занятие №4. Тема: Размещение графики в документе.

Занятие №5. Тема: Создание формул. Редактор формул.

Занятие №6. Тема: Создание диаграммы.

Занятие №7. Тема: Использование в таблице формул.

Занятие №8. Тема: Подготовка структурированных документов.

Следует отметить, что по каждой теме применяется система тестов, которая помогает студенту усвоить материал. К тому же, на каждом занятии есть возможность усложнить (упростить) задание, что важно при выравнивании знаний и умений студентов. Автором разработан комплекс задач по информатике, обеспечивающий возможность индивидуально-дифференцированного обучения курсу информатике техническом вузе. Комплекс, включает задания различного уровня сложности и тесты.

Список литературы

1. *Декина А.П.* Уровневый подход к построению практикума по информатике в педагогическом вузе // Материалы всероссийской научно-практической конференции «Проблемы информатизации образования: региональный аспект», Чебоксары 2005г. с.147.
2. *Бабанский Ю.К.* Оптимизация процесса обучения: Общедидактический аспект. – М.: Педагогика, 1982. – 256с.
3. *Карташова С.А.* Математическое моделирование: проблемы обучения в сельскохозяйственных вузах // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. Серия: естественные и физико-математические науки. № 6 (24): ВГПУ Изд-во «Перемена», 2007. С.45–48.

ВОПРОСЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГОВ В ОБЛАСТИ ИТ-УПРАВЛЕНИЯ УЧЕБНЫМ ПРОЦЕССОМ

Картузов А.В.

Чебоксарский кооперативный институт

e-mail: kartuzov@coop.chuvashia.ru

Социально-экономическое развитие общества, информационные процессы, происходящие в нем, становление единой общеобразовательной информационной среды требуют качественной подготовки педагогов для управления учебным процессом с помощью информационных технологий (ИТ).

Для исследования этих вопросов проводятся научно-методические семинары, готовятся курсы повышения квалификации, выпущена монография [1].

Несомненным условием профессиональной подготовки педагогов служит комплексный подход к вопросам информатизации учебного заведения. Всестороннее рассмотрение процесса информатизации, выбор путей, средств и методов решения применения информационных технологий вооружает педагога необходимыми знаниями в этой области. Необходимо определить круг задач профессиональной подготовки специалиста для управления учебным заведением на основе ИТ.

В задачи управления ИТ-инфраструктурой учебного заведения входят построение локальной сети, подключение ее к глобальной сети Интернет, обслуживание вычислительной техники, оснащение программным обеспечением. Особое внимание следует уделить лицензированию программного обеспечения наряду с практикой применения открытого бесплатного ПО.

Для качественной информатизации руководителю учебного заведения следует провести инвентаризацию компьютерного оборудования и используемого ПО, решить вопросы лицензирования, воспитывать культуру использования лицензионного ПО учащимися с самого детства, контролировать доступ в Интернет и выработать методологию web-сайта. Такой целостный подход позволит руководителю быть в курсе технических, экономических, финансовых и правовых проблем информатизации и грамотно решать их.

В результате проведенной работы у педагога формируется базовый уровень информационной компетенции, необходимые знания, умения и навыки для которых могут быть получены как в процессе классического высшего педагогического образования, так и на курсах повышения квалификации.

Увеличение информационных потоков и повышение сложности управления приводят учебные заведения к необходимости разработки и внедрения комплексных автоматизированных информационных систем (АИС). Безусловно, автоматизации подлежат именно процессы деятельности учебного заведения, а не отдельные подразделения.

Для изучения мнения сотрудников института предварительно было проведено анкетирование, в анкету были включены вопросы, касающиеся автоматизации: общие цели автоматизации, процессы, подлежащие автоматизации, входные и выходные данные, документы, порядок разработки модулей. Согласно результатам анкетирования были выявлены процессы, подлежащие автоматизации, построены подробные ER и BPM-диаграммы.

Системы управления учебным заведением должны решать задачи учета, планирования, контроля, обмена информацией, документооборота. Ключевым фактором построения АИС является единая техническая политика, стандартизация, унификация и интеграция компонентов с обязательными исследованиями в области построения инфологических моделей системы образования.

В результате разработки построена система, состоящая из следующих модулей: «Приемная комиссия», «Контингент», «Расписание», «Учебные планы», «Учет педагогической нагрузки», «Анализ успеваемости». Модули тесно интегрированы между собой, используют единую базу данных. Использование АИС позволяет оперативно управлять учебным процессом, обеспечивать принятие эффективных решений.

После исследования ГОС подготовки профессиональных специалистов в области педагогики и прикладной информатики (010100 — «Математика», 080801 — «Прикладная информатика (по областям)» и др.), выявлены дисциплины, в рамках которых возможна подготовка специалистов к ИТ-управлению учебным процессом. Подготовлены учебные программы курсов, выпущены учебные пособия (с грифом УМО) [2]. Кроме того, разрабатываются курсы повышения квалификации по современным педагогическим технологиям, направленным на достижение гарантированного конечного результата с учетом личностно-креативного аспекта профессиональной подготовки специалистов.

Список литературы

1. *Картузов А.В.* Методика профессиональной подготовки специалиста в области применения информационных технологий для управления учебным процессом. Монография. – Чебоксары: ЧКИ РУК, 2007. – 292 с.
2. *Картузов А.В.* Операционные системы, среды и оболочки: Учебное пособие для специальности «Прикладная информатика (в экономике). – Чебоксары: ЧКИ РУК, 2007. – 224 с.

РАЗМЫШЛЕНИЯ ОБ «ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ» В ОБРАЗОВАНИИ

Ким-Тян Л.Р., Недосекина И.С.

МИСиС

e-mail: kim-tyan@mail.ru, inedosekina@yandex.ru

В 2006 году МИСиС оказался среди победителей известного конкурса инновационных образовательных программ, цель которых — создание современной образовательной среды. В результате у нас появились так называемые «мультимедийные аудитории», оснащенные компьютерами, проекторами, электронными досками, веб-камерами и прочими полезными устройствами. Дабы не оказаться в ситуации известной героини басни «Мартышка и очки», нам пришлось срочно адаптироваться к новым условиям. Конечно, два семестра чтения лекций без мела и тряпки — это еще не срок, но появился некий опыт, позволяющий в первом приближении оценить, «что такое хорошо и что такое плохо».

Сначала — с точки зрения преподавателя.

Понятно, что подготовка электронного курса лекций занимает колоссальное время. И при этом есть сомнения в том, что подготовленный материал может быть один к одному использован другим лектором. Зато традиционный процесс чтения лекции принципиально меняется. Материал, помещенный на слайды, приобретает некую структуру. Эффекты анимации позволяют выводить на экран информацию необходимыми квантами. Удобно демонстрировать сложный графический материал. В частности, имеется возможность рисовать картинки в режиме реального времени. Появилась возможность использовать исторический материал, в том числе, демонстрировать портреты ученых, авторов известных теорем, что с интересом воспринимается студентами. Однако должна оставаться возможность импровизации и разрешения вопросов, возникающих в процессе общения с аудиторией, следовательно, было бы ошибкой ликвидировать доски. Правда, вместо привычной аудиторной доски можно использовать веб-камеру, с помощью которой, например, решение задачи, которое преподаватель записывает обычной ручкой на обычной бумаге, проектируется на экран.

Теперь — с точки зрения студента.

Опрос студентов показал, что отношение к мультимедийным лекциям неоднозначно. Первокурсники воспринимают их как «должное» и особо не противятся таким лекциям. Другое дело — второй курс. Здесь мнения разделились: некоторым студентам очень нравятся такие лекции — на экран выведены основные понятия, определения, формулировки теорем, всё написано понятным крупным шрифтом (в отличие от иногда совсем непонятного почерка преподавателя). Другая часть студентов категорически не воспринимает нововведение, объясняя это тем, что они не успевают переписывать с экрана основные положения и одновременно понимать пояснения, относящиеся к тексту лекции, озвучиваемые преподавателем.

Существует ещё одно мнение, которое, вообще говоря, импонирует и преподавателю. Заранее студентам выдаётся текст лекции (в электронном или печатном виде), с которым они должны ознакомиться. А на лекции преподаватель поясняет «тонкие» моменты в излагаемом материале, показывает примеры и обращает внимание студентов на важные замечания. В этом случае время не уходит на переписывание лекции с экрана (текст лекции уже есть), студенты слушают и задают вопросы, идёт живой обмен мнениями, идёт живое общение между преподавателем и студентами.

И, наконец, от высоких технологий — к низким истинам.

Глобальная компьютеризация процесса обучения — не панацея. Гораздо важнее, кого и кто собирается обучать. Особенно сейчас, когда мы катимся в пресловутую «демографическую яму». К сожалению, большинство наших нынешних первокурсников, в лучшем случае, способны действовать по предложенным им шаблонам. Но ведь процесс обучения в вузе должен быть не «вкладыванием» в их головы полезной информации, а обучением поиску нужного знания. Для решения этой задачи были бы очень полезны компьютерные технологии. Но для их успешного применения нужно обладать соответствующим исходным материалом.

МОБИЛЬНЫЙ ДОСТУП К ИНТЕРНЕТУ — ОСНОВА КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Кириллов А.И.

Российский фонд фундаментальных исследований

Россия, г. Москва, Ленинский просп., д.32а

e-mail: AcademiaXXI@mail.ru

Компьютеризация учебных заведений обычно происходит посредством закупок персональных компьютеров и размещением их в специализированных помещениях — дисплейных классах. Огромные средства, затраченные на это не оправдали себя и не могли оправдать. Они явились платой общества за его низкую компьютерную грамотность и доходом тех, кто это использует в целях личного обогащения. Доходы от аферы, получившей название «проблема 2000», в ходе которой деятели околокомпьютерной индустрии обобрали жителей планеты на несколько сотен миллиардов долларов [1], меркнут по сравнению с доходами, получаемыми от «компьютеризации» школ и вузов.

Персональный компьютер — это компонент рабочего места. Учащиеся постоянных рабочих мест не имеют, поскольку переходят из аудитории в аудиторию по несколько раз в день. Одно из двух — либо нужно закрепить за учащимися постоянные рабочие места, либо предоставить им такие компьютеры, которые они носили бы из аудитории в аудиторию и домой, а потом обратно.

Время, в течение которого необходимо применять компьютеры в обучении, мало по сравнению с временем аудиторных и самостоятельных занятий. Поэтому оба вышеуказанных варианта компьютеризации методически неоправданы. Вместе с тем, в определенных дозах использование компьютеров необходимо в современном образовании особенно потому, что это образование должно быть адресовано уже не учащемуся, а тандему «учащийся + компьютер» [2, 3].

Решение проблемы компьютеризации видится в использовании технологий беспроводного доступа к Интернету из любых мест учебного заведения и тогда, когда это оправдано методикой обучения.

Представлен проект Московского энергетического института, направленный на создание для студентов условий для мобильного доступа к компьютерам. Руководителем проекта является докладчик.

Список литературы

1. *Колесов А.А.* «Проблема 2000» исчерпала себя. Забудьте? // «Модус». 2000. № 2, с. 9. (www.visual.2000.ru/kolesov/y2k.htm)

2. *Зимина О.В.* Кому адресовано обучение, основанное на информационных технологиях? // Педагогическая информатика. 2004. № 1, с. 35–40.
3. *Зимина О.В.* Дидактические аспекты информатизации высшего образования // Вестник МГУ. Сер. 20. 2005. №1. С. 17–66.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Кондратьева И.В.

Московский Государственный Гуманитарный Университет имени М.А. Шолохова

e-mail: kondratevaiv@mail.ru

Эффективность использования информационных технологий в обучении убедительно продемонстрирована многолетней практикой. Средства компьютерного моделирования и мультимедиа позволяют наглядно демонстрировать достижения науки, их значимость, эффективно стимулировать познавательный интерес.

Важной составляющей подготовки современного специалиста практически любой специальности является стохастическая культура, способность принимать решения в ситуациях риска и неопределенности, анализировать и интерпретировать значимую информацию. Стохастический компонент с недавнего времени включен в требования ГОС общего среднего образования. В этой связи особое внимание следует уделять формированию и развитию стохастической культуры будущего учителя математики.

Сопровождение лекционных занятий по стохастике демонстрацией экспериментов, созданных с помощью имитационных моделей, значительно позволяет экономить время, отводимое на экспериментальную часть работы, облегчает и углубляет проникновение в сущность излагаемого материала, позволяет увидеть главное, освобождает от однообразных вычислительных операций, и что самое важное, повышает уровень информационной культуры будущего педагога.

Стохастическая подготовка учителя математики не должна реализовываться в отрыве от современных компьютерных технологий. Различные по объему и качеству реализованного стохастического компонента, области возможного применения, пользовательскому интерфейсу, цене, требованиям к оборудованию и т.п., математические пакеты отражают многообразие потребностей обработки данных в различных областях человеческой деятельности, позволяют автоматизировать профессиональную деятельность специалиста.

Основную часть имеющихся статистических пакетов составляют специализированные пакеты и пакеты общего назначения. Пакеты общего назначения обладают универсальностью, их отличает отсутствие прямой ориентации на специфическую предметную область и широкий диапазон статистических методов. Их целесообразно применять в учебном процессе на всех этапах обучения. Они многофункциональны и позволяют подбирать статистические модели или методы анализа данных. К ним относятся STADIA, SPSS, STATISTICA, STATGRAPHICS, SAS и др. Специализированные пакеты содержат методы из одного-двух разделов статистики или методы, используемые в конкретной предметной области (контроль качества промышленной продукции, расчет страховых сумм и т.д.). Чаще всего встречаются пакеты для анализа временных рядов (например, Эвриста, МЕЗОЗАВР, ОЛИМП:СтатЭксперт, Forecast Expert), регрессионного, факторного анализа и кластерного анализа, а также многомерного шкалирования. Обычно такие пакеты содержат весьма полный набор традиционных методов в своей области, применять их целесообразно в тех случаях, когда требуется систематически решать задачи из той области, для которой предназначен специализированный пакет, а возможностей пакетов общего назначения недостаточно. Существуют еще неполные пакеты общего назначения, отличительной чертой которых является отсутствие или слабая методическая проработка документации. Использование неполных пакетов общего назначения вряд ли может быть целесообразным в обучении. На это имеется ряд очевидных причин: ограниченность статистических методов, скудность сервисных возможностей, недоработанный интерфейс. И, наконец, при выполнении практических работ студенту почти наверняка (и скорее всего, очень быстро) потребуются те методы, которые разработчики не смогли включить в пакет, и для выполнения поставленной задачи придется столкнуться со множеством трудностей технического характера, а также неоправданной тратой времени, что в условиях небольшого количества часов, отводимых на дисциплину, недопустимо.

Для того, чтобы статистический пакет общего назначения был удобен и эффективен, он должен отвечать следующим требованиям: быть удобным и простым для быстрого освоения и использования, содержать достаточно полный набор стандартных статистических методов и функций, отвечать высоким требованиям к вводу, преобразованиям, хранению информации и к обмену с широко распространенными видами базами данных (Exel, dBase и др.), иметь широкий набор средств для графического представления данных и результатов обработки, предоставлять широкие возможности включения в отчеты таблиц исходных данных, графиков, промежуточных и окончательных результатов исследований и решения задач, иметь доступную информацию для начинающих пользователей.

ТЬЮТОРСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПО ИНФОРМАЦИОННЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ-ПРЕДМЕТНИКОВ

Коротаева Н.Е.

Новоаганская общеобразовательная средняя школа

628646, ХМАО-Югра, Нижневартовский район, гп. Новоаганск, ул. 70 лет Октября 6а

Тел.: 89195384416, e-mail: nkorotaeva@mail.ru

Являясь тьютором для учителей-предметников Нижневартовского района, я работаю по программе проекта «Информатизация системы образования» (ИСО), рассчитанной на реализацию межшкольными методическими центрами (ММЦ) и образовательными учреждениями дополнительного профессионального образования и повышения квалификации. При разработке программы были учтены требования Закона РФ «Об образовании», Государственных образовательных стандартов, ведомственных нормативов, регламентирующих дополнительное профессиональное образование и повышение квалификации работников образования.

В основу программы положены идеи компетентностного подхода, с позиций которого профессионализм педагога можно рассматривать как синтез компетентностей, включающих в себя **предметно-методическую**, **психолого-педагогическую** и **ИКТ** составляющие. В ИКТ компетентности учителя-предметника можно выделить **два аспекта**: базовая ИКТ-компетентность и предметно-ориентированная.

Под **базовой ИКТ-компетентностью** понимается инвариант знаний, умений и опыта, необходимый учителю-предметнику для решения образовательных задач, прежде всего, средствами ИК-технологий общего назначения.

Предметно-ориентированная ИКТ-компетентность предполагает освоение специализированных технологий и ресурсов, разработанных в соответствии с требованиями к содержанию того или иного учебного предмета, и формирование готовности к их внедрению в образовательную деятельность.

Обучение по данной программе направлено, прежде всего, на формирование **базовой ИКТ-компетентности** учителей-предметников.

Формирование базовой ИКТ компетентности педагога не следует отождествлять с «компьютерным всеобучем» как изучением собственно ИКТ общего назначения. Поскольку ключевым моментом её формирования является именно опыт деятельности, освоение учителем-предметником ИКТ общего назначения должно осуществляться в ходе моделирования подготовки дидактических средств и проектирования функционально ориентированных компонентов образовательной деятельности.

Материал структурирован по модульному принципу. Базовые знания, умения и навыки использования средств ИКТ в профессиональной деятельности учителя-предметника слушатели данной программы приобретают при освоении, в первую очередь, продуктов компании Microsoft, которые были поставлены в школы в ходе реализации Федеральной целевой программы «Развитие единой образовательной информационной среды».

В ходе организации процесса повышения квалификации учителей (преподавателей) используется все многообразие форм и методов учебной работы: лекции, семинары, практические, в том числе, индивидуальные занятия, ознакомление с опытом коллег, обсуждение и анализ ситуаций, работа в малых группах, консультации. Учитывая специфику взрослой аудитории, форма изложения материала предоставляет возможность слушателям в ходе обучения делать логические выводы, адаптировать содержание к собственной практике и апробировать полученные умения в условиях тренингов и при выполнении специальных упражнений.

Процесс обучения учителей (преподавателей) по настоящей программе завершается выполнением выпускной работы и подтверждается выдачей удостоверения о повышении квалификации государственного образца. Удостоверение является основанием для повышения квалификационной категории в ходе аттестации работников образования.

В настоящее время я обучила 36 учителей-предметников (3 группы по 12 человек). Группы по уровню пользователей ПК были разноуровневые, поэтому было целесообразно организовать слушателей в подгруппы, чтобы более сильные пользователи оказывали помощь начинающим, это способствовало интенсификации обучения. Большинство пользователей самоучки и, зачастую, в их знаниях нет системы, после проработки всего материала их умения систематизируются.

Изучая раздел курса «Методические основы подготовки наглядных и дидактических материалов средствами Microsoft Office», я давала понять слушателям, что каждый учитель-предметник для облегчения своей производственной деятельности должен иметь представление о компьютерных программах, необходимых для подготовки материалов к урокам. Просила слушателей самих сформулировать основные задачи, которые необходимо решать учителю. Обсуждая с ними вопросы разработки дидактических материалов к учебным занятиям, рассказывала, какие программы могут помочь им в этом. При работе с той или иной программой, сразу ставила перед слушателями конкретную задачу сделать документ, необходимый непосредственно для их образовательного учреждения. Например, это кроссворд на определенную тему, тест, презентация открытого урока, диаграмма успеваемости их учащихся и др. Все работы вошли в выпускной проект, который каждый слушатель защитил по окончании занятий.

Выпускная работа является очень важной составляющей обучения, проводимого по данной программе. Выпускные работы стимулировали и мотивировали слушателей на выполнение учебных задач. Учитывая необходимость подготовки материала выпускных работ в ходе изучения курса, в течение первых дней обучения ориентировала слушателей на выбор темы выпускной работы и консультировала в ходе обучения к подготовке информационных и иллюстративных материалов.

Имея в архиве коллекцию лучших выпускных работ предыдущих групп, я обязательно знакомила с ними слушателей. Причем показывала начинающим пользователям те работы, которые выполнили люди, также впервые севшие за компьютер на наших учебных курсах. Это помогало преодолеть неуверенность в себе и страх перед поставленными задачами. Настраивала слушателей на то, что выпускные работы будут выполняться не все сразу в последний день занятий, а последовательно, по мере изучения соответствующих тем. Выбирая примеры для освоения приемов подготовки дидактического материала, стимулировала слушателей на выполнение конкретной задачи, которую они поставили себе для выполнения выпускного проекта.

В последний день занятий проводилась защита выпускных работ учащихся. Каждый слушатель представлял все элементы своей работы. Также все работы были записаны слушателям на CD-диск выпускника (куда также записываться все необходимые слушателю материалы, раздаточный материал). В начале и конце обучения слушатели проходили тест на ИКТ-компетентность, и результаты показали положительную динамику (если в начале занятий средний уровень ИКТ-компетентности группы составил 20%, то в конце занятий — 65%).

Через некоторый промежуток времени я в школе провела анкетирование всех учителей-предметников, прошедших курсы по данной программе в разное время и в разных группах. Все без исключения считают, что данные курсы «Информационные технологии в деятельности учителя-предметника» полезны и имеет практическую значимость. При обучении в основном возникали трудности при изучении раздела «Приемы подготовки дидактических материалов в Microsoft Excel» и «Цифровые образовательные ресурсы в педагогической деятельности». На вопрос, применяют ли они приобретенные навыки и умения на практике и что конкретно, большинство ответили, используют в практике создание презентации в MS PowerPoint, дидактического материала в MS Word, поиск информации в Интернет. Все остальные навыки и умения не могут реализовать из-за отсутствия времени и технического оснащения кабинетов и школы в целом. Все считают необходимым продолжить курсы для закрепления и углубления обучения информационным технологиям через некоторый промежуток времени и также целесообразно создавать группы по уровню владения пользовательскими навыками.

ПРОБЛЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТОЙ СТУДЕНТОВ В СВЕТЕ НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кучугурова Н.Д.

Российский государственный социальный университет

143966 Московская обл., г. Реутов, а/я 24

Тел.: (495)7238391, (495)1874553, (495)7837125, e-mail: dnkst@mail.ru

В современных условиях непрерывно ускоряющегося научно-технического прогресса обостряются противоречия между стремительно растущим объемом актуальной информации, которую должен усвоить обучаемый, и ограниченным промежутком времени, отведенным на обучение. Естественно, что для решения этой проблемы в процессе профессиональной подготовки студентов является использование информационных технологий обучения, особенно во время их самостоятельной работы, которая является одной из важнейших составляющих образования высшей школы. Именно она формирует готовность к самообразованию, создает базу непрерывного образования, дает возможность постоянно повышать свою квалификацию, а если нужно, переучиваться, быть сознательным и активным гражданином и созидателем.

Самостоятельную работу студентов будем рассматривать как деятельность, которая направлена на решение познавательных задач по овладению специальными профессиональными знаниями, умениями и навыками посредством выполнения конкретных учебных заданий под руководством преподавателя, но без его непосредственного участия.

Эффект от самостоятельной работы студента можно получить только тогда, когда она организуется и реализуется в учебно-воспитательном процессе в качестве целостной системы, пронизывающей все этапы обучения студентов в вузе.

Организация самостоятельной работы студентов — достаточно сложный и многогранный процесс, успех которого зависит от того, насколько четко спланирована и организована деятельность студента, насколько гармонично она сочетается с аудиторными занятиями, каким образом построена связь данного курса с дисциплинами, которые студент изучил или будет изучать в процессе получения образования. Для достижения этих целей необходима компьютерная поддержка организации самостоятельной работы, которая становится абсолютно необходимой как для оперативного доступа к учебно-методическим материалам, размещенным на web-страничках кафедр и сайте университета, так и для автоматического учета учебных достижений студентов.

Создать систему самостоятельной работы позволяют возможности Internet, с помощью которого осуществляется поиск информации в сети, организация диалога в сети, создание тематических web-страниц и т.п. Однако с применением новых информационных технологий возникает ряд проблем в самостоятельной деятельности студентов: «скачивание» готовых рефератов, контрольных работ; набор несистематизированной информации по теме; неумение переосмыслить информацию, выделить и сформулировать проблему, найти оптимальный путь ее решения; пренебрежение печатными изданиями, безответственность за качество информации и т.д.

Указанные недостатки обостряют проблему управления и контроля самостоятельной работы студентов. Для решения возникших задач необходимо «развернуть» информационные технологии в пользу студента, предложив новое методическое содержание самостоятельной работы: не просто написание реферата по теме, а обзор и анализ рефератов, выделение главной идеи, составление опорных конспектов и сигналов; презентация реферата; составление библиографии по теме доклада; составление вопросов и подготовка дискуссии по теме; поиск методических материалов и рекомендаций; электронных журналов; размещение информации на сайте; создание тематических web-страниц — и все эти формы работы сочетать с использованием печатных материалов. Контроль на первоначальном этапе должен быть достаточно жестким, но построен так, чтобы студент ощутил результаты своего труда.

Таким образом, новые информационные технологии позволяют предложить студентам любой формы обучения соответствующие виды самостоятельной работы в информационно-обучающей среде. И если работа будет регулярной, то обучаемые достигнут такого уровня развития познавательной деятельности, когда смогут самостоятельно ставить задачу, находить способы ее решения, контролировать и оценивать результаты своей познавательной деятельности, а затем формулировать следующие задачи, т.е. когда студенты овладеют всеми компонентами рационально организованной структуры познавательной деятельности, характерной для самообразования.

Овладев умением самостоятельной работы, студенты будут готовы к дальнейшему совершенствованию знаний после окончания учебного заведения. Анализ практики работы со студентами показывает, что в процессе научной организации самостоятельной работы формируется самостоятельность как особое качество профессионального сознания будущего специалиста. Разнообразные нетрадиционные формы работы позволяют инициировать интерес студентов к предмету и способствовать развитию личности обучаемого.

ПРОБЛЕМЫ ВНЕДРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ

Луковкин С.Б., Шлыкова М.П.

Мурманский государственный технический университет (МГТУ); Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ)

183010 Мурманск, ул. Спортивная 13; 443086 Россия, Самара, Московское шоссе 34

Тел.: (8152)457392; (846)3351826, e-mail: kendato@rambler.ru, dant@sama.ru

Происходящие в обществе процессы информатизации и компьютеризации затрагивают практически все сферы социума и приводят к значительным изменениям в жизни людей. Многие учёные считают, что эти процессы, в конечном итоге, приведут к формированию нового «информационного общества». Переход к информационному обществу ассоциируется у большинства людей с положительными переменами в их жизни. Одна из главных примет становления нового общества — свободное производство, поиск и распространение информации с помощью ИКТ.

Внедрение ИКТ в современном обществе наряду с позитивными изменениями сопровождается и негативными последствиями в жизни людей. Например, одна из таких проблем — «цифровое неравенство». Не все страны и живущие в них люди в равной степени могут использовать достижения современных компьютерных технологий, причём пропасть между информационно развитыми и отстающими странами только углубляется.

Обеспечение равного доступа к образованию для всех членов общества, возможность свободно развивать свои способности в выбранном направлении — важная задача современности. Постоянная модернизация общества требует непрерывного обучения людей на протяжении всей жизни. Применение информационных технологий призвано обеспечить возможность получения нужное образование для всех желающих, независимо от места их проживания. Использование в образовательной практике дистанционного обучения (ДО) — неоспоримый признак наступления существенных перемен: возникают дистанционные университеты, виртуальные аудитории и т.п.

ДО внедряется в образовательный процесс и на дневных факультетах ВУЗов, там, где контакт преподавателя и студента традиционно проходил в очной форме. Преподавателям хорошо известна современная тенденция уменьшения количества аудиторных часов и увеличения количества часов на самостоятельную работу студентов. Эта проблема также может быть решена с помощью информационных технологий. Электронные учебники, конспекты лекций, компьютерное тестирование — это уже реальность современного обучения. При внедрении информационных технологий в практику современного образования приходится решать ряд проблем. Назовем некоторые из них.

Низкий уровень подготовки большинства преподавателей ВУЗов в сфере применения компьютеров и ИТ. Исследователи отмечают, что немногие люди способны самостоятельно изучать и осваивать новые ИТ, т.е. сами преподаватели нуждаются в обучении основам применения компьютеров в образовательном процессе. По-видимому, это одна из причин отсутствия развитой системы электронного документооборота в учебных заведениях.

Важнейшей проблемой на современном этапе становится обеспечение целостности образовательной информационной среды. Переход к единым стандартам в организации образовательной среды требует разработки единых регулирующих норм и соглашений. Ситуация в этой сфере напоминает начальный этап развития локальных вычислительных сетей, когда каждая организация решала возникающие проблемы своими способами. Зачастую происходит дублирование разработок. Причина этого — отсутствие информации или невозможность найти нужную информацию об имеющихся достижениях в области применения ИТ в образовательном процессе.

Существенным этапом перехода к образованию с применением ИТ является электронное тестирование. Преобладание в будущем этой формы проверки знаний, на наш взгляд, не вызывает сомнений. Электронное тестирование, как правило, одобрительно встречается студентами (объективность оценки, непредвзятость задаваемых вопросов, гибкость в выборе времени тестирования и.т.п.). Разработка тестов — самостоятельная сложная задача, при решении которой можно выделить ряд этапов:
1) анализ государственных образовательных стандартов дисциплины;
2) выделение объектов контроля: основных понятий, фактов, принципов и т.д.;
3) создание структуры тестов;
4) определение отдельных контролируемых элементов (разделов дисциплины); и общего количества тестовых заданий, уровня сложности и времени выполнения заданий;
5) фиксирование количества и сложности заданий по каждой теме для оценивания степени усвоения содержания каждого раздела.

Таким образом, информатизация образования значительно изменяет методическое обеспечение, систему повышения квалификации и самообразования преподавателей и ведёт к улучшению условий подготовки специалистов.

Список литературы

1. *Ф. Уэбстер.* Теории информационного общества – М.: Аспект Пресс, 2004. – 400с.
2. *В.Ю. Переверзев.* Технология разработки тестовых заданий: справочное руководство. – М.: Е-Медиа, 2005. – 265 с.

СТРУКТУРА СОВРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Мисюк Т.М.

Санкт-Петербургский государственный инженерно-экономический университет (филиал в г. Чебоксары)

Россия, 428038, г. Чебоксары, ул. Энтузиастов д.33, кв.102

Тел.: `(8352)330122`, e-mail: `misuk@inbox.ru`

В настоящее время всё больше специалистов (юристов, финансистов, социологов, экономистов, программистов и т.д.) широко используют в своей профессиональной деятельности рекомендации, схемы, алгоритмы математических методов, поэтому к математическим дисциплинам должно быть обращено особое внимание в учебном процессе, и, прежде всего — в вопросе их методического обеспечения. Поколение, выросшее у экранов телевизоров и компьютеров и все реже заглядывающее в книгу, воспринимает визуализированный материал гораздо быстрее и эффективнее, чем статичный печатный материал. Потому целесообразно создавать электронные образовательные издания, которые содержали бы: теоретический материал, практические занятия, домашние задания, индивидуальные домашние задания, варианты тестовых заданий. Не вызывает сомнения, что, прежде всего, разрабатываемое пособие должно быть профессионально и грамотно написанным, логичным, строгим и мобильным, то есть должно иметь именно тот объем информации, которая необходима для успешного решения учебно-профессиональных задач. Ещё одной характерной особенностью учебно-методического комплекса должна быть его максимальная пригодность для самообразования.

Характеристика элементов учебно-методического комплекса:

Рабочая программа — отражает требования государственных образовательных стандартов к уровню подготовки выпускников по данной учебной специальности; описывает цели и задачи курса, конкретизирует перечень основных знаний умений, подлежащих изучению в рамках данного курса; предлагает календарный план обучения и график выполнения контрольных мероприятий [1].

Таблица 1.

<table>
<tr><th colspan="7">ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА</th></tr>
<tr><td rowspan="3">РП — Рабочая программа учебной дисциплины</td><td>С – Справочный материал</td><td colspan="4">УМ — Теоретический и практический учебный материал</td><td rowspan="3">ТС Тестовая система</td></tr>
<tr><td rowspan="2">С-1
Основные формулы теории вероятностей
С-2
Схемы и алгоритмы математической статистики
С-3
Важнейшие формулы и алгоритмы линейного программирования (ЛП) и сетевого планирования</td><td colspan="2">У-1
Учебный материал третьего семестра
1. Случайные события и вероятности
2. Случайные величины и законы их распределения
3. Элементы математической статистики</td><td colspan="2">У-2
Учебный материал четвёртого семестра
1. Постановка оптимизационных задач
2. Симплекс метод решение задач ЛП
3. Теория двойственности
4. Целочисленное программирование
5. Элементы теории игр
6. Сетевые методы</td></tr>
<tr><td>Л-1
Конспект лекций</td><td>П-1
Конспект практических занятий</td><td>Л-2
Конспект лекций</td><td>П-2
Конспект практических занятий</td></tr>
</table>

Справочный раздел — содержит описание основных формул, методов, алгоритмов, схем и т.п., обеспечивающих возможность приобрести устойчивые умения и навыки, необходимые для выполнения учебно-профессиональных задач [1].

Теоретический учебный материал — представляет собой сжатое логическое обоснование основных положений и выводов учебной дисциплины [1].

Практический учебный материал — содержит подробное изложение каждого планового практического занятия с указанием необходимого инструментария по его тематике и образцами решений учебно-профессиональных типовых задач [1].

В качестве примера реализации современного электронного учебно-методического комплекса можно указать на учебное пособие по высшей математике, которое имеет структурную схему, показанную в таблице 1.

Целесообразно в качестве самостоятельного блока в учебном комплексе предусмотреть описание всех программных контрольных мероприятий учебной дисциплины, приведя образцы их выполнения и варианты для самостоятельных упражнений [1].

Учебник предназначен, прежде всего, для финансово-экономических специальностей. Его содержание удовлетворяет также и образовательным стандартам целого ряда специальностей инженерно-прикладных и управленческих профилей.

Безусловно, создание эффективного электронного учебного пособия — достаточно сложная и трудоемкая работа, но творческий подход к использованию компьютерных технологий позволит достичь более или менее приемлемого результата и создать замечательные учебные пособия.

Список литературы

1. *Кругликов В.И.* Учебно-методическое обеспечение математических дисциплин // http://victor.kruglikov.com/methodology_textbook.html

---

ДИАЛОГОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Митрохина С.В.

Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого

Тула

e-mail: `svetamitr@yandex.ru`

Социальный заказ современного общества определяет требования к учителю — сформировать активную личность, способную перестраиваться в связи с изменениями внешних условий, самообучаться, самостоятельно принимать решения.

Задачи, стоящие перед учителем современной школы заключаются в совершенствовании методов, средств обучения и способов организации познавательной деятельности учащихся на основе использования коммуникативных технологий. Диалогические методы обучения приходят на смену монологическим.

Успешная реализация коммуникативных технологий обеспечивается параллельным решением задач соответствующей профессиональной подготовки будущего учителя и формирования коммуникативных умений у самих учащихся.

Целесообразным решением этой проблемы является использование новых педагогических и информационных технологий в процессе профессиональной подготовки учителя. Использование в процессе обучения студентов проблемной, проектной, модульной, дистанционной технологий обучения становится неотъемлемой частью системы образования в вузе.

В связи с тем, что проектная технология способствует выведению учебно-воспитательного процесса на уровень современной культуры образования, вырос интерес к использованию метода проектов как в школе, так и вузе.

В основу метода проектов положена идея, составляющая суть понятия «проект», его прагматическая направленность на результат, который получается при решении той или иной практически или теоретически значимой проблемы. Чтобы добиться такого результата, необходимо научить детей самостоятельно мыслить, находить и решать проблемы, привлекая для этой цели знания из разных областей, способность прогнозировать результаты и возможные последствия разных вариантов решения, умения устанавливать причинно-следственные связи. В основе метода проектов лежит развитие познавательных навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания и ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления.

Будущий учитель сможет использовать технологию проектного обучения в своей деятельности только в том случае, если в процесс его подготовки будет включена данная технология. Поэтому на практических занятиях по методике преподавания математики студенты выполняют различные учебные проекты. Например, на первом этапе студентам предлагается разработать фрагмент урока или урок в игровой или проблемной технологии, или с использованием компьютера, и обосновать свой вариант проекта. Разработка проекта элективного курса «Симметрия вокруг нас», разработка темы «Элементы логики в курсе математики 5–6 классов» это достаточно объемные и серьезные работы студентов, которые готовятся в течение 1–2 месяцев. В ходе работы над учебными проектами студенты овладевают навыками совместной деятельности, навыками общения с различными источниками информации, умениями убеждать, отстаивать собственную точку зрения, выступать с презентациями. Диалоговая форма организации занятий со студентами, постоянные дискуссии о том, как эффективнее организовать учебный процесс, развивают коммуникативные умения будущих учителей, их творческий потенциал. Всё это и будет способствовать умению, в дальнейшем организовать подобную деятельность учащихся.

Использование метода проектов обеспечивает систему действенных обратных связей, что способствует развитию личности, самореализации не только обучающихся, но и педагога. Ему предоставляются новые возможности осмысления собственного опыта, совершенствования своего профессионального мастерства, дальнейшего углубления педагогического сотрудничества, что, в конечном счете, способствует оптимизации учебного процесса на основе его информатизации.

ПОДГОТОВКА ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ДРУГИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Мянецка Ю.

Высшая Школа им. Павла Влодковица в Плоцке, Институт Поствузовского Образования

e-mail: `julia@wlodkowic.pl`

Информационная технология нашла своё место на каждом уровне реформированной системы образования. Подготовка преподавателей в области информационных технологий и их использование могут быть реализованы на различных уровнях обучения (высшее образование, курсы переподготовки, курсы повышения квалификации, послевузовское обучение) во время получения соответствующих квалификации. Статья посвящена проблеме подготовки преподавателей в области информационных технологий и их использование во время избранных курсов переквалификации, которые в соответствии со стандартами обучения учителей (2004) готовят учителей к обучению избранного предмета. Различные предпосылки влияют на введение в план обучения этих курсов программных содержаний, связанных с подготовкой преподавателей в области информационных технологий, их использование в качестве составляющего элемента работы преподавателя, знакомство с методикой использования вышеупомянутых технологий в избранной области обучения. Анализ представленной проблематики был проведён на основе избранных курсов переквалификации преподавателей, реализованных Институтом Поствузовского Образования Высшей Школы им. Павла Влодковица в Плоцке.

ОБ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПРОПЕДЕВТИКИ НЕКОТОРЫХ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ПОНЯТИЙ

Николаишвили В., Капанадзе Д., Жвания Т., Кикнадзе М., Котрикадзе З.

Грузинский Технический Университет

e-mail: `david@gtu.ge`

Проблема перегрузки традиционных средних, так и университетских учебных курсов нередко связана с недостаточным развертыванием обобщающих линии и с чрезмерной раздробленностью содержания. Этому сопутствует опоздание своевременной подготовки основания для введения основных понятии, входящих в указанные курсы. В докладе предлагаются методические новшества («мероприятия») для уменьшения упомянутых недостатков наглядным, легко осмысляемым представлением микро и макроструктуры [1] осваиваемого знания и также дидактической обработкой превращающей сравнительно сложные темы в более простые; Этим создаются условия, позволяющие солидные вопросы сделать усвояемыми на ранних стадиях обучения.

Слиянием подходов т.н. дискретной и непрерывной математики (анализа) через наглядную предварительную структуризацию основных соотношений и постепенным углублением или расширением достигается значительное улучшение традиционной пропедевтики.

Структурированное представление облегчает не только идейное усовершенствование пропедевтики и, в общем, процесса освоения, но также автоматизированное проведение оценки качества уровня знании [2], т.е. осуществление упрощенной и систематичной непрерывной обратной связи в процессе усовершенствования.

Одним из фундаментом совершенствования является логически связанное и наглядно представленное знание, как в формализованном, так и в практически материализованном виде, которое передается современными средствами автоматизации.

Естественно возникают сопутствующие общие и новые проблемы относительно технического или идейно — компьютерного обслуживания учебного процесса в данном контексте. Среди ожидаемых результатов, особо ценным, представляется приобретение алгоритмического стиля мышления.

Для иллюстрации приводим схематичный образец реализации сказанного на примере подготовки введения понятии обобщенной функции и производный в обобщенном смысле.

$$\int\limits_{-\infty}^{x}\varphi(t)\,dt=\begin{cases}0, & t<0,\\ t, & t\geqslant 0\end{cases}\qquad \varphi(t)=\begin{cases}0, & t<0,\\ \frac{1}{2}\ , & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}\qquad f(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0,\\ \infty, & t=0\end{cases}$$

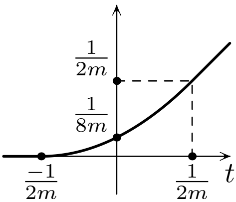
$$\uparrow \lim_{m\to\infty}\qquad\qquad \uparrow \lim_{m\to\infty}\qquad\qquad \uparrow \lim_{m\to\infty}$$

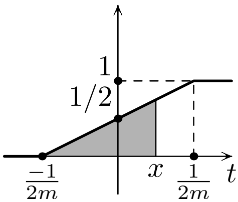
$$\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x} f_m(t)\,dt\,dt^* \ \underset{\int_{x_0}^{x}}{\overset{d/dx}{\rightleftarrows}}\ \int\limits_{x_0}^{x} f_m(t)\,dt \ \underset{\int_{x_0}^{x}}{\overset{d/dx}{\rightleftarrows}}\ f_m(t) \longleftarrow$$

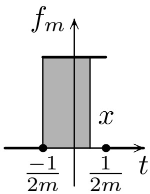
$$\int\limits_{-\infty}^{x}\varphi_m(t)\,dt= =\begin{cases}0,\ t<-\dfrac{1}{2m}\ ,\\ \dfrac{mt^2}{2}+\dfrac{t}{2}+\dfrac{1}{8m}\ ,\\ t,\ t>\dfrac{1}{2m}\end{cases}$$

$$\varphi_m(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f_m(t)\,dt= =\begin{cases}0,\ t<-\dfrac{1}{2n}\ ,\\ mt+\dfrac{1}{2}\ ,\\ 1,\ t>\dfrac{1}{2m}\end{cases}$$

$$f_m(t)= =\begin{cases}m,\ -\dfrac{1}{2m}\leqslant\\ \qquad\leqslant t\neq\dfrac{1}{2m},\\ 0,\ |t|>\dfrac{1}{2m}\end{cases}$$







$$\int\limits_{x_0}^{x}\int\limits_{x_0}^{x} f_{m-1}(t)\,dt\,dt^* \ \overset{d/dx}{\rightleftarrows}\ \int\limits_{x_0}^{x} f_m(t)\,dt \ \overset{d/dx}{\rightleftarrows}\ f_m(t)$$

Список литературы

1. *Николаишвили В. и др.* Графическое моделирование основных структур знаний в обучении математики // Труды 2-й международной конференции, посв. 80-летию Л.Д. Кудрявцева. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. ISBN 5-9221-0452-7.
2. *Nikolaishvili V., Meladze G., Kapanadze D., Zhvania T., Kiknadze M.* On Application of Information Technology for Representation and Transformation of Mathematical Reasoning. Symposium on «Contemporary Mathematics and its Application». Batumi, Georgia, 2007.
3. *Николаишвили В., Арабули Н., Капанадзе Д.* Об автоматизированной генерации тестов для оценки знании. XI International Scientific Kravchuk Conference, – Kyiv, 2006.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОННЫХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ И ПРИКЛАДНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Овсянко В.М.

Журнал «Будаўніцтва. Строительство. Construction»

e-mail: mart_bpi@hotmail.com

Автором разработано перспективное совершено новое, никем в мире ранее не предложенное направление в моделировании стержневых и континуальных систем, при котором для исследуемого объекта синтезируется (на основе предложенного им метода активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных) электронная модель, анализируемая далее не на специализированной аналоговой вычислительной машине, а с помощью пакета программ для расчета электронных цепей на ПЭВМ, что позволяет существенно расширить возможности математического образования.

Это направление в моделировании деформируемых объектов особенно эффективно, когда исследуемый объект содержит нестандартные элементы, учитывающие физическую, геометрическую и конструктивную нелинейность системы, реологические свойства материалов, агрессивность среды, в которой работает материал конструкции и т.п.

Синтезированы новые электронные схемы-аналоги для моделирования изгибаемых стержней и стержней, работающих на продольные усилия при расчёте стержневых систем на статику, динамику и устойчивость.

Разработанные схемы-аналоги стержней, работающих на продольные усилия, позволяют учитывать физическую нелинейность материала в виде криволинейной зависимости или зависимости, аппроксимированной участками прямых, а также геометрическую нелинейность.

Синтезирована схема-аналог изгибаемого стержня с учетом возможности появления пластических шарниров по концам стержня.

Получена электронная модель кинетического уравнения, характеризующего процесс коррозионного разрушения материала. Эта модель позволяет получить решение указанного уравнения в виде логистической кривой Ферхюльста, что дает возможность анализировать любые стержневые системы, взаимодействующие с агрессивной средой, в том числе геометрически нелинейные. Для учета изменения размеров поперечного сечения при коррозийном разрушении синтезированы специальные схемы-аналоги изгибаемых стержней и стержней, работающих на продольные усилия, что позволяет, в частности, производить расчет комбинированных систем — таких как шпренгельная балка.

Разработан нестандартный подход для определения собственных частот и собственных форм колебаний произвольных стержневых систем с любым числом степеней свободы. На основе метода начальных параметров синтезированы электронные модели, позволяющие получить графически конфигурацию осей стержней для любых форм собственных колебаний и соответствующие им эпюры изгибающих моментов, а также конфигурацию деформированной оси стержня при различных формах потери устойчивости.

Разработана методика анализа свободных и вынужденных колебаний как процесса во времени для любых линейных и, что наиболее важно, нелинейных стержневых и континуальных систем с сосредоточенными массами, что продемонстрировано на большом количестве графиков колебательных процессов. Эта методика, предложенная и реализованная впервые, как новая форма динамического метода расчёта на устойчивость, позволила создать электронную модель для исследования устойчивости стержневых систем, когда по характеру колебаний системы можно судить о величине сжимающей силы, что продемонстрировано на примерах систем с одной и двумя динамическими степенями свободы, в том числе и при действии следящей силы.

Исследовано возмущенное движение неконсервативной системы со следящей силой динамическим методом, что позволило построить точный график, показывающий зависимость параметра критической следящей силы для системы с двумя степенями свободы от отношения длины стержня к радиусу инерции массы. Это позволило впервые определить минимальное значение параметра критической следящей силы, которое в известной литературе отсутствовало.

Выполнен деформационный расчет для случая, когда следящая сила имеет небольшой эксцентриситет. Полученные графики поперечных и угловых перемещений консольного стержня дают определенную информацию о параметрах критической следящей силы. В то же время деформационный расчет, выполненный впервые при расчете на устойчивость стержня с предварительно поджатой пружиной, позволил определить параметры критической сжимающей силы. Также впервые выполнен аналитический деформационный расчет для случая, когда упруго защемленная опора имеет мягкую или жесткую нелинейность, а также нелинейную предварительно поджатую пружину. Показано, что для случая мягкой нелинейности существенное влияние на значение параметра критической следящей силы имеет «начальное условие», что продемонстрировано соответствующим графиком, в то же время для жесткой нелинейности такого влияния «начального условия» в виде поперечно приложенной нагрузки нет.

Для расчета изгибаемых стержней и стержней, работающих только на продольные усилия, с учетом геометрической нелинейности синтезирована электронная схема-аналог с широкими функциональными возможностями, которые продемонстрированы на ряде геометрически изменяемых и неизменяемых стержневых систем. В частотности, детально исследована шпренгельная шарнирная система, обладающая кинематической изменяемостью и шпренгельная балка, которая в предельном состоянии при появлении пластических шарниров становится геометрически изменяемой, но продолжает воспринимать нагрузку. Полученные интересные графики демонстрируют необычную работу этих систем.

Впервые выяснено, что ферма Мизеса, обладающая перескоком, при определенных динамических воздействиях, превращающих её в генератор стохастичности, может совершать хаотические колебания, так как в фазовом пространстве подобных динамических систем возможно существование определенных зон, называемых странными аттракторами.

Синтезированы электронные схемы, позволяющие учитывать вязкоупругие свойства материалов. Исследован удар вязкоупругого тела о жесткое основание. Выполнен расчет балок на вязкоупругих опорах и на вязкоупругом основании. Рассмотрены модели Фойгта, Максвелла, Кельвина.

Получены точные алгебраические уравнения, соответствующие дифференциальным уравнениям при расчете стержневых систем на поперечный изгиб без учета и с учетом вязкоупругих свойств материалов в соответствии с моделью Кельвина. Для дифференциального уравнения четвертого порядка получено точное алгебраическое уравнение для балки, расположенной на упругих опорах (или упругом винклеровском основании). Получен ряд точных алгебраических уравнений, эквивалентных дифференциальным уравнениям при расчете стержневых систем на продольно-поперечный изгиб без учета и с учетом вязкоупругих свойств материалов, когда поперечная и продольная нагрузки прикладываются в виде импульсов с любыми периодами их длительности и любым чередованием. Для всех этих случаев синтезированы соответствующие электронные модели.

Разработанная методика моделирования широко использовалась, в частности, в учебном процессе в Белорусской государственной политехнической академии при выполнении студенческих научных работ и расчётно-проектировочных заданий.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЛИЧНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННОМ ОБУЧЕНИИ

Остапенко И.Г.

Кубанский государственный университет, филиал в г. Новороссийске, кафедра информатики и математики

г. Новороссийск, ул. Дзержинского 154, кв. 73

Тел.: (8617)617873, 9184848913, e-mail: ostapenkonvr@mail.ru

Современное профессиональное образование характеризуется переходом от «знаниецентрической» организации, определяющей основными целями и результатом обучения знания, умения и навыки обучающегося, к гуманистической личностно-центрированной ориентации, к развитию и самореализации способностей человека как главной цели образования[2]. Классические принципы дидактики определяют основные целевые установки обучения, но не позволяют наиболее полно описать и регламентировать личностно ориентированный процесс образования. Перечислим некоторые принципы этого процесса, направленные на повышение продуктивности, креативности и индивидуализации обучения [1]:

– личностного целеполагания;
– выбора индивидуальной образовательной траектории;
– метапредметных основ образовательного процесса;
– продуктивности обучения;
– первичности образовательной продукции обучающегося;
– ситуативности обучения.

Для реализации этих принципов необходимо обоснование и проектирование новых дидактических структур, синтезирующих в обучении современные педагогические, информационные и коммуникационные технологии, определяемые нами как учебно-информационные комплексы (УИК) [3].

Основу дидактического комплекса, используемого для организации преподавания курса «Математика и информатика» студентам юридических специальностей, составляют профессионально ориентированные дидактические учебные материалы в виде интегративных учебных заданий инновационных форм, где предметом изучения являются методы и формы использования ПК как инструментального средства для формирования профессионального юридического пространства.

Система информационного обеспечения курса реализуется в виде учебного web-сайта, лабораторные работы организованы в виде мини-проектов и несут в себе основную интеграционную нагрузку курса. Студенты не только получают возможность выбора индивидуальной образовательной траектории, но и закрепляют навык работы с интернет-технологиями, что развивает способность к профессиональному самосовершенствованию в современной системе непрерывного образования.

Список литературы

1. Основы обучения. Дидактика и методика./ Краевский В.В., Хуторской А.В. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 352 с.
2. Теория обучения: современная интерпретация./ Загвязинский В.И. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 192 с.
3. Учебно-информационные комплексы как новое средство обучения математике на современном этапе развития образования./ Грушевский С.П. – М.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2001.

ПЛАТФОРМА ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В ВАРНЕНСКОМ СВОБОДНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИМЕНИ ЧЕРНОРИЗЦА ХРАБРА

Павлов П.Г., Лютов Н.Р., Бакарджиева Т.И.

Варненский Свободный университет

Болгария, Варна 9007, к.к.Чайка

e-mail: pavlov_p@vfu.bg, lutov@vfu.bg, project@vfu.bg

Развитие информационных и коммуникационных технологий целиком изменяют социальную жизнь, формы обучения и функционирование бизнеса в «обществе и экономике, основанные на знаниях». В постоянно меняющемся динамическом мире возникает необходимость в новых образовательных средах, которые гибкие комплексные методы для обучения «any time» «anywhere».

В стратегических приоритетах Варненского свободного университета имени Черноризца Храбра (ВСУ) представлено широкое приложение новых информационных технологий для повышения эффективности учебного процесса и обогащения образовательными методами и приемами. Университет предлагает интегрированную платформу электронного обучения eSCHOOL, которая предоставляет место опубликовывать лекционные материалы, тесты, научную литературу, статьи и другие, как предоставляет возможность оценивать студентов автоматически и устраивать дискуссии.

Цель доклада представить платформу электронного обучения в Варненском свободном университете, в основе которой система с открытым кодом MOODLE. Платформа разработана специалистами Технологического института в университете и является модульно объектной — ориентированной динамически обучающей средой PHP. Веб-система базирована и студенты и преподаватели имеют доступ отовсюду и в любое время.

Платформа онлайн обучение гибкая и мобильная на всех уровнях и это повышает интерес и эффектность на предлагаемых курсах обучения. Материалы могут быть развиты в модульном формате, разделены на объекты, которые можно взять из базы данных и присутствуют вместе на основе результатов теста с оценкой.

Платформа предлагает персональное обучение, каждый берет из системы необходимые знания из базы данных. Опции для самостоятельного обучения, позволяют обучающимся преуспевать собственной скоростью, выбирать содержащийся тип информации, доставлять коммуникационное средство, которое основывается на индивидуальных предпочтениях и собирать содержащиеся модули, подходящие их нуждам.

Работающие с системой могут развивать доступные общности для взаимной поддержки и поделится информацией. Эксперты могут быть в на-личности в любое время, чтобы создать обратную связь с обучаемым, как и отвечать на вопросы и облегчать дискуссии. Доступный в любое время вебсайт позволяет синхронное и совместное обучение преодолевая географические дистанции.

Электронная система обучения в университете обслуживает университетскую интеграцию в сфере электронного учения и электронного обучения (e-learning/e-teaching). Основные цели: e-learning/e-teaching использовать как готовый элемент в учебном репертуаре, как и обновляться и расширяться посредством масс-медий (сред), имеет возможности подвижности как время и место, а также вызывает дидактическое творчество. Цель системы помочь преподавателям общаться со своими студентами электронным путем, а студентам обеспечивает место (в центральный архив), где собраны материалы по изучаемым ими курсами, имеется форум, где могут задавать вопросы своим преподавателям и другим студентам.

eSCHOOL поощряет учение на протяжение жизни, посредством отдельными курсами и семинарами, которые включают новые информационные и коммуникационные технологии и ориентированы на виртуальное обучение.

ЛЕКЦИЯ И УЧЕБНЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ИЗДАНИЯ

Пустобаева О.Н.

Сызранский филиал Самарского государственного экономического университета

446012, г.Сызрань, ул.Гаражная, д.20

e-mail: pon_73@mail.ru

Информатизация и компьютеризация образования являются объективными процессами современного общества, игнорирование которых в области образования приводит к снижению качества подготовки студентов, невостребованности их на рынке труда, плохой адаптации к быстро меняющимся жизненным условиям.

В вузе основной формой передачи знаний является лекция, представляющая собой устное изложение преподавателем учебного материала, сопровождаемое, при необходимости, демонстрацией иллюстративных материалов и записями на доске. На лекции за сравнительно короткое время можно дать объемный материал, а благодаря системности его подачи можно создать целостное представление об изучаемом явлении или объекте.

Однако у преподавателя и студента возникают некоторые трудности:

1) развитие науки провоцирует резкое увеличение объемов информации, которые необходимо преподавателю донести до слушателей во время лекции;
2) лектору, излагающему теоретический материал на высоком научном и методическом уровне, трудно обеспечить активное внимание всех сту-

дентов на протяжении всего лекционного занятия;
3) студент, еще вчерашний школьник, сталкивается с данной формой изложения учебного материала впервые, что приводит к его быстрой утомляемости на лекционном занятии при прослушивании монологической речи преподавателя;
4) неосвоенная техника конспектирования не позволяет обучаемому отражать в своих тетрадях необходимый для усвоения материал;
5) новизна в подаче учебного материала, несформировавшиеся умения его конспектирования отвлекают студента от осмысления содержания лекционного занятия.

Перечисленные трудности вынуждают преподавателя учиться применять информационные технологии в образовательном процессе и создавать учебные электронные ресурсы, соответствующие потребностям студентов, запросам самого преподавателя, отражающие современное состояние и развитие науки, решающие проблемы управления дидактическим процессом.

В качестве комплексного электронного ресурса, удовлетворяющего дидактическим и методическим требованиям учебного процесса, выступает учебное электронное издание (УЭИ). Его структурными составляющими являются: ориентировочный, теоретический, практический, контрольный и дополнительный компоненты, размещенные на внешних носителях или на сервере компьютерной сети, в полном объеме обеспечивающие все виды и этапы учебного процесса.

Использование фрагментов содержательного компонента УЭИ на лекции при наличии специально оснащенной лекционной аудитории с большим экраном позволяет:

– сократить временные затраты, связанные с построением на доске графиков, предоставлением иллюстраций, с организацией и демонстрацией лекционных экспериментов;
– активизировать внимание студентов на протяжении полутора часов лекционного занятия с помощью постоянной смены деятельности (от проектирования на экран красочных, объемных изображений к конспекту и прослушиванию лекции);
– обеспечить обучающихся электронным конспектом, что дает им возможность сосредоточиться на осмыслении проводимых преподавателем доказательств и рассуждений.

Кроме этого, студент может самостоятельно познакомиться с содержанием лекционного занятия и подготовить перечень возникших при ее изучении вопросов. Обсуждения проблемных моментов существенно «повышают активность студентов на лекции, положительно влияют на мотивацию к учебе и улучшают качество, глубину и прочность приобретаемых знаний и умений» [1].

Таким образом, преподавателю с помощью учебного электронного издания удается реализовать основное пожелание к современной лекции: «Лекция должна инициировать вопросы и желание найти ответы на них — в книгах, в беседах с компетентными людьми, в наблюдениях, раздумьях и экспериментах; наконец, она должна развивать пытливость, учить отыскивать нужную информацию и оперировать ею. . . » [2].

Возможности использования УЭИ в образовательном процессе, в частности при чтении лекции, предоставляют массу преимуществ обоим участникам учебного процесса, способствуя совершенствованию обучения, повышению качества знаний студентов и соответствие требованиям современного общества к уровню подготовки специалиста.

Список литературы

1. *Зимина О.В.* Печатные и электронные учебные издания в современном высшем образовании: теория, методика, практика / О.В. Зимина. – М. : Изд-во МЭИ, 2003. – 336 с.
2. *Фейгенберг И.М.* Лекция, отвечающая требованиям времени / И.М. Фейгенберг // Вестн. высш. шк. – 1989. – № 1. – С. 33.

СОВРЕМЕННЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

Пыркова О.А.

Московский физико-технический институт (государственный университет)

141700, Моск. обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9, кафедра высшей математики

Тел.: (495)4088172, e-mail: omukha@mail.ru

Развитие информационных технологий и появление Интернета сильно изменило процессы общения и информационное взаимодействие человека с социумом. Лавинообразный рост потока информации ведет к стремительному увеличению объема знаний, необходимых для профессиональной подготовки будущих специалистов. Главной задачей высшего образования становится подготовка работников, способных к инновационной деятельности на основе овладения фундаментальными знаниями и самостоятельному принятию ответственных решений на различных стадиях производства. На помощь преподавателям ВУЗов приходят новые информационные технологии обучения. Так использование интернет-технологий дает возможность интенсификации учебного процесса, нетрадиционно и наглядно представляя для самостоятельного изучения учебно-методический материал. При этом возникают следующие основные моменты, позволяющие существенно расширить возможности контакта с аудиторией: во-первых, в отличие от семинарских занятий, нет ограничений по времени; во-вторых, удовлетворяется естественная потребность студентов к интеграции информационных технологий с источниками знаний; в-третьих, предоставляется возможность приобретения знаний в соответствии с индивидуальными потребностями и темпом усвоения; в-четвертых, доступ к информации возможен в любое удобное для учащегося время суток.

Для реализации этих возможностей осенью 2003–2004 учебного года на базе разработок Межвузовского центра воспитания и развития талантливой молодежи в области естественно-математических наук «Физтех-центра» был создан учебный сайт http://pyrkova.fizteh.ru, содержащий программы, варианты экзаменационных контрольных работ и пособия по решению типовых задач по таким предметам, как дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, теория функций комплексного переменного, вычислительная математика. По рейтингу сайт систематически входит в первую десятку (5-ый из 247) по числу хостов за месяц. Выиграл конкурс как самый информативный среди сайтов данного проекта в 2004 году.

Из графика, приведенного ниже, видно, что пик посещений сайта приходится на период зачетной и экзаменационной сессий. Сайт популярен не только среди студентов МФТИ, но и среди пользователей из стран ближнего и дальнего зарубежья [1].

Рис.13

Популярность сайта позволяет сделать вывод о необходимости развития подобного рода информационных структур, органически дополняющих установившиеся методы обучения.

Наряду с успешным применением традиционных методов организации занятий использование разнообразных форм подачи учебного материала способствует более полному его усвоению. Таким образом, включение информационных технологий в процесс обучения позволяет сделать его результативнее.

Список литературы

1. *Пыркова О.А., Пыркова Д.В.* Использование современных информационных технологий в процессе обучения // XLVIII научная конференция МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», **часть XI**, 25–26 ноября 2005г. Стр. 31–32.

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОИСК В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Ржевский В.В.

Физический ф-т МГУ им. М.В. Ломоносова

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы

e-mail: `rzhevski@mig.phys.msu.ru`

Электронный поиск относится к основным операциям при использовании сети Internet в образовательных целях. Доступ к учебному материалу, научным журналам, учебным планам, программам и конспектам лекционных курсов по различным разделам математики ведущих отечественных и зарубежных университетов и вузов, возможность ознакомления с методическими достижениями в преподавании научно-естественных дисциплин, использование интерактивных, онлайновых подходов в учебном процессе и т.д., — все это выдвигает задачу поиска информации на одно из первых мест при применении информационных технологий в образовании.

В последнее время интенсивное развитие инструментов пользователя сети Internet привело к существенным усовершенствованиям электронного поиска. В частности, наиболее продвинутые поисковые машины Google (www.google.com), Dogpile (www.dogpile.com), MSN (www.msn.com) осуществляют поиск, автоматически выбирая язык, в соответствии с заданным ключевым словом, причем поиск ведется без ограничений, и в Рунете, и в остальной части сети, что раньше было невозможным для кириллицы. С другой стороны, англоязычные web страницы результатов поиска можно автоматически перевести на русский язык с помощью, например, ресурса ¡http://translate.google.com¿. И хотя машинный перевод, как всякий подстрочный перевод, несовершенен, суть информации, в большинстве случаев, проясняется.

Эффективность и скорость нахождения информации можно повысить с помощью ряда приемов, среди которых, — правильный выбор используемой поисковой машины, — обращение к поиску результатов в виде изображений, вместо поиска web страниц и т.д. Действительно, в учебном процессе весьма эффективной может оказаться не гигантская, одновременно обрабатывающая огромное число источников информации, машина, как упомянутая Google, но небольшая специализированная поисковая система, например, Clusty, (http://clusty.com) отличительной особенностью которой служит распределение результатов поиска по группам (кластерам), что позволяет осуществить быстрый выбор нужного среди найденных результатов. Обращение к поиску изображений, отвечающих ключевому слову (или фразе) опирается на паритет соотношения «слово-образ» в электронных ресурсах сети Internet и также ускоряет поиск, в силу наглядности найденных результатов.

Следует особенно тщательно подходить к выбору ключевых слов для поиска, поскольку они являются основой для подготовки поискового профиля, представляющего собой в общем случае различные логические комбинации ключевых слов с использованием операторов булевой логики и контекстных операторов поискового языка выбранной машины. Заметно повышается качество и быстрота поиска, при выполнении следующих рекомендаций: избегать использования неоднозначных или часто встречающихся общих терминов, для каждого ключевого слова привести имеющиеся синонимы, а также воспользоваться английским вариантом всех ключевых терминов.

Анализ результатов служит важной заключительной стадией успешного выполнения задачи поиска. Умение выделить достоверную надежную информацию, исключить поверхностные сведения особенно существенно для целей учебного процесса — здесь на помощь приходит практический опыт и квалификация преподавателя.

Приобретение навыков использования информационных технологий как инструмента в учебе и профессиональной подготовке требуют освоения эффективных приемов поиска информации в сети Internet.

ВОЗМОЖНОСТИ ШКОЛЬНОЙ ЛАБОРАТОРИИ ИНФОРМАТИКИ В РЕАЛИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАЗЛИЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ ОБУЧЕНИЯ

Сальников В.Н.

ГОУ города Москвы лицей №1586

Россия, 119330, Москва, ул. Дружбы, д.8

Тел.: (495)1431620, Факс: (495)1474581, e-mail:
vladimir.n.salnikov@gmail.com

В ближайшие годы в рамках Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года должны быть созданы условия реализации профильного обучения на старшей ступени общего образования. С 2003 года в ГОУ города Москвы лицее №1586 (тогда еще ГОУ СОШ №1326 с углубленным изучением отдельных предметов ЗОУО ДО) в рамках городской экспериментальной площадки «Разработка модели профильного образования» внедряется система обучения по учебным планам естественно-научного, физико-математического, информационно-технологического, социально-экономического и других профилей. При этом необходимо построить схему взаимодействия профилей обучения, обеспечивающую достаточную свободу выбора для обучающихся и вместе с тем реализуемую в рамках данного образовательного учреждения.

В этом процессе немаловажную роль играет лаборатория информатики, созданная в школе в 2004 году и преобразованная в кафедру информатики с получением школой статуса лицея. Оборудование современной лаборатории информатики и библиотека программного обеспечения может использоваться не только для проведения занятий по информатике на базовом и профильном уровнях, но также позволяют организовать элективные курсы и кружки, связанные с другими профильными дисциплинами.

Содержание учебных курсов. Основные принципы преподавания информатики в нашем лицее несколько отличаются от привычных для общеобразовательных и большинства профильных школ. Информатика рассматривается не как обособленная наука или набор упражнений, а как серьезное подспорье в изучении других дисциплин, то есть делается упор именно на прикладную сторону предмета. Классическая теоретическая часть курса построена как логичное продолжение математических дисциплин, причем преподается она (особенно в старших классах) с достаточной степенью строгости и математической культуры, позволяющей не прибегать к часто встречающимся в школах приемам заучивания алгоритмов без понимания их происхождения. Тем самым у учащихся гораздо лучше развивается способность к алгоритмическому мышлению. Практическая часть представляет собой реализацию идей и методов, направленную в первую очередь на изучение окружающего мира. То есть информатика здесь — дисциплина, имеющая приложения в естественных и даже гуманитарных науках, а компьютер — мощное средство, помогающее исследователю как получить ответы на свои вопросы, так и представить их в доступной форме. Кроме того, в курс включены элементы «углубленной» информатики уровня первых курсов высших учебных заведений — это делается с профориентационной целью и дает возможность дальнейшего самостоятельного обучения.

Особое внимание уделено межпредметным связям. В настоящее время появилось множество мультимедийных пособий для изучения предметов школьного курса, использование которых, несомненно, увеличивает эффективность преподавания. Курс информатики призван помочь учащимся в освоении всех школьных предметов, поскольку приобретенные навыки позволяют более рационально справляться с обработкой потока информации любой природы. Причем применение рассматриваемых методов нередко позволяют изучить проблему гораздо более детально, чем это получается в исходном предмете, что, конечно, способствует более осмысленному восприятию материала. Преподаватели информатики лицея сами активно занимаются научной работой, они в курсе последних достижений науки и техники, поэтому способны оценить возможности приложений информационных технологий и рассказать о них учащимся.

Дополнительное образование. Кроме обязательной программы учащиеся могут посещать элективные курсы и кружки. Среди дополнительных курсов, читаемых на нашей кафедре: «Прикладные аспекты современных информационных технологий», «Компьютерное моделирование», кружки «Робототехника и мехатроника», «Высшая математика с точки зрения элементарной», «Компьютерные методы в биофизике». Более подробно о роли и происхождении этих курсов можно прочесть в [1]. Скажу лишь, что их программы в основном авторские, и разрабатывались они в сотрудничестве с ведущими образовательными учреждениями, такими как МГУ им. М.В. Ломоносова, СУНЦ МГУ — школа им. А.Н. Колмогорова, МГТУ им. Н.Э. Баумана, а также с научно-исследовательскими сообществами. Естественно, такие курсы дают огромный простор для проектной деятельности школьников не только в области информационных технологий.

Таким образом, удаётся выделить как инвариантные относительно профиля составляющие учебного процесса, так и организовать специфическую для каждого профиля деятельность учащихся.

Список литературы

1. Сборник «Реализация лицейского образования в Западном учебном округе в 2007–2008 учебном году» по материалам работы круглого стола, февраль, 2008.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРЕПОДАВАНИИ ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Сиренко С.Н.

Белорусский государственный университет, кафедра общей математики и информатики

220030 Минск, пр. Независимости 4

Тел.: 2095048, e-mail: ssn27@mail.ru

Для современного этапа развития научного знания характерна тенденция к междисциплинарной интеграции. Одним из ее проявлений является использование информационных технологий и компьютерного моделирования в преподавании как математических, так и социально-гуманитарных дисциплин. Остановимся на некоторых аспектах проведения аудиторных занятий и организации самостоятельной работы студентов по математике и информатике в высшей школе с использованием компьютерных технологий.

Как известно, одной из самых ярких проблем связанных с использованием информационных технологий в преподавании различных дисциплин является ограниченность «диалога с машиной» или «диалога с помощью машины». Проблема возникает при организации обучения с использованием компьютерных обучающих программ, электронных учебников, поддерживающих интерактивный режим, а также организации общения преподавателя со студентами с помощью средств электронной коммуникации. Действительно, общение студента с компьютером лишено живого контакта с преподавателем, который может лучше управлять мыслительной деятельностью обучающегося, указывать на возможные логические ошибки в математических доказательствах, ставить риторически вопросы, эмоционально окрашивать материал. Следуя за О.В. Зиминой [1], мы придерживаемся позиции, что указанный недостаток можно преодолеть, если изначально не противопоставлять преподавателя и компьютер, а использовать особенности информационных технологий, которые превосходят возможности человека. К важным преимуществам внедрения компьютерной поддержки математических дисциплин относятся возможность моделирования и прогнозирования развития явлений и процессов, трудно реализуемое с помощью обычных средств наглядности; доступность больших объемов информации; оперативность и регулярность контроля; адаптивное тестирование; создание структурированных учебных материалов (в отличие от линейной структуры учебников); выбор студентом собственной образовательной траектории обучения, т.е. времени на изучение раздела, содержания обучения, глубины его освоения, способов самоконтроля.

Одним из популярных средств активизации лекционных занятий является использование мультимедийных презентаций. К таким учебным занятиям предъявляется ряд требований, без учета которых преподаватель рискует превратиться в «говорящую голову» (лишь озвучивая текст, который выводится на экран). Анализ психолого-педагогической литературы и собственный опыт [2] позволяют заключить, что презентация, используемая на лекции, будет более эффективна, сели она строиться на основе принципов проблемного обучения, затрагивает профессиональный аспект, структурирована с помощью схем и таблиц, которые отражают логику доказательства или рассуждения. Компьютерное моделирование процессов или явлений поможет сочетать принципы доказательности, доступности и наглядности в обучении, а мультимедийные презентации должны предоставлять студентам опору для их собственного кодирования информации.

Другим не менее популярным средством организации обучения при помощи информационных технологий, является реализация компьютерного тестирования как формы контроля знаний и умений студентов. Традиционно считается, что тест может проверить только уровень воспроизведения знаний и их применение в знакомой ситуации. В этой связи интересным может оказаться наш опыт компьютерного тестирования студентов-социологов по дисциплине «Основы информатики и информационные технологии», которая читается кафедрой общей математики и информатики БГУ и организовано с использованием сетевой образовательной платформы e-University. В этом случае именно компьютерное тестирование (в отличие от традиционного) позволяет проверить компетентность студентов во владении компьютерными технологиями, а не просто усвоение ими частных навыков. В содержание теста обязательно включаются задания, ответ на которые предполагает проведение целой серии взаимосвязанных операций, оперирование профессиональными знаниями. Например, можно проверить умения пользоваться встроенными функциями, создавать собственные формулы, проводить вычисления, применять эффективные приемы работы, искать информацию по заданному критерию, выбирать записи из базы данных в соответствии с параметрами. При этом правильное выполнение задания приводит к однозначному ответу, поэтому задание легко перерабатывается в тестовую форму. При таких заданиях испытуемый читает тестовое задание, переключается в нужный редактор, выполняет действия, а затем полученный результат отмечает в окне программы тестирования. Однако, следует помнить, что так как задачи выполняется на время, то они не должно быть слишком трудоемким, лучше проверять владение студентами ключевыми умениями.

Список литературы

1. *Зимина О.В.* Дидактические аспекты информатизации образования // Вестник Московского университета. Серия 20. – 2005. – № 1. – С. 17–66.
2. *Сиренко С.Н.* Информатика для социологов: содержательно-методические аспекты // Информатизация обучения математике и информатике: педагогические аспекты: Материалы междунар. науч. конф. посвященной 85-летию Белорус. гос. ун-та. Минск, 25–28 окт. 2006 г. – Минск: БГУ, 2006. – С.429–433.

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР ИННОВАЦИОННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ КАК НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ БАЗА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ВЫСОКОКЛАССНЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАТИКИ

Соколов В.А.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

150000, Ярославль, ул. Советская, 14

Тел.: `(4852)457209`, e-mail: `sokolov@uniyar.ac.ru`

Год назад в Ярославском государственном университете им. П.Г. Демидова был организован научно-образовательный Центр инновационного программирования. На базе этого Центра планируется аккумулировать и совершенствовать опыт и знания способных и заинтересованных молодых исследователей и программистов из числа студентов, аспирантов и преподавателей университета для решения задач в сфере современного программирования и создания надежных систем управления, продвижения существующих разработок и технологий в отечественную и зарубежную промышленность, а также для подготовки студентов — участников чемпионатов по программированию. Подобные структуры существуют в западных университетах и в ряде случаев являются не только самоокупаемыми, но и приносят немалую прибыль.

Центр реализует образовательные и научные цели по следующим направлениям.

Образовательная деятельность Центра направлена на подготовку, переподготовку и повышение квалификации специалистов в области современных методов создания программных комплексов и инновационного программирования.

Научно-исследовательская деятельность Центра сосредоточена на разработке принципов моделирования, спецификации и верификации распределенных систем, а также на разработке методов и технологий программирования, направленных на построение надежных программ для ответственных систем управления широкого профиля.

Инновационная деятельность Центра имеет целью проведение прикладных научных исследований в сфере информационных технологий и их практического использования для создания конкурентоспособного наукоемкого продукта.

Коммерческая деятельность Центра направлена на развитие системы платных образовательных услуг и на продвижение собственных разработок на рынке информационных технологий. На базе Центра осуществляется развитие партнерских связей с зарубежными научно-образовательными центрами, занятыми разработкой и внедрением современных информационных технологий, а также решается задача привлечения иностранных инвестиций.

Структура Центра соответствует основным направлениям его деятельности. Он включает в себя лаборатории:

– моделирования и анализа информационных систем;
– информационных технологий в образовании;
– спортивного программирования.

Лаборатория моделирования и анализа информационных систем имеет свой Интернет-сайт www/mais.uniyar.ac.ru, предназначенный для поддержки научных исследований аспирантов и студентов, на ее базе издается «ВАКовский» журнал «Моделирование и анализ информационных систем », работает одноименный научный семинар, в ее рамках функционируют временные творческие коллективы студентов, аспирантов и преподавателей, выполняющие конкретные проекты различного уровня (РФФИ, Федерального агентства по науке и инновациям и др.).

Лаборатория информационных технологий в образовании решает задачи, связанные с разработкой и внедрением информационных систем для поддержки элементов дистанционного обучения, интегрированных в общую систему подготовки специалистов в университете, созданием учебно-методической информационно-справочной системы и депозитария учебной и научной литературы, с сопровождением системы Moodle, ориентированной на коллаборативные технологии обучения, и с обучением пользователей этой системы.

Наконец, лаборатория спортивного программирования ставит своей целью отбор талантливых программистов из числа студентов и аспирантов для подготовки и дальнейшего участия в соревнованиях по программированию различного уровня, включая чемпионаты мира. В этом плане в университете уже имеется большой опыт участия сборной команды факультета информатики и вычислительной техники и математического факультета как в зональных отборочных турах чемпионатов мира по программированию, так и в полуфиналах.

Опыт работы Центра инновационного программирования Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова дает нам основание сделать вывод о высокой эффективности данной формы работы в области подготовки ИТ-специалистов и в плане интеграции инновационных образовательных программ высшей школы с производством. Центр, благодаря своему межфакультетскому статусу и мульти-дисциплинарному характеру направлений деятельности, позволяет с высоким КПД использовать имеющийся кадровый потенциал университета и привлекать к работе студентов и аспирантов различных факультетов для реализации инновационных проектов в сфере образования и науки.

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ КУРСА «МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА» ДЛЯ ГУМАНИТАРНЫХ ФАКУЛЬТЕТОВ (ФИЛОЛОГИЧЕСКИХ)

Степанова Г.В., Гурьева Т.Г.

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, математический факультет, кафедра методики преподавания математики

г. Чебоксары, Московский проспект, д.15

e-mail: merlina@chuvsu.ru

Бурное развитие информатики во второй половине XX века, особенно появление персональных компьютеров и глобальной сети Интернет, за очень короткий период существенно изменило как человеческое общество в целом, так и жизнь каждого отдельно взятого человека. Человек получил в свои руки мощнейший инструмент не только для выполнения достаточно скучных, по мнению многих людей, математических вычислений. Компьютер в десятки, сотни раз упрощает подготовку текстов, издание книг и журналов, разработку чертежей различных изделий. Это хороший, много знающий советник и умелый помощник любого специалиста, средство текстовой, звуковой и видеосвязи между отдельными людьми и организациями, способ обмена новостями между группами связанных общими интересами людей. С помощью компьютера возможен практически мгновенный доступ к общемировым источникам информации как для специалистов, так и для любого заинтересованного человека. Итак, умение работать на компьютере становится одним из главных требований к квалификации работника.

Любой образованный человек, тем более специалист высшей квалификации, вне зависимости от его конкретной естественнонаучной или гуманитарной специальности, должен иметь достаточно содержательное представление об информатике, о предмете этой науки, ее методах, средствах, возможностях. В этом состоит общекультурный, мировоззренческий смысл включения предмета с названием «Математика и информатика» в учебные планы.

Прагматический аспект изучения данной дисциплины состоит в том, что для эффективного применения современных информационных технологий в своей деятельности специалист должен уметь отбирать из предлагаемых информатикой возможностей наиболее подходящие инструменты решения возникающих перед ним конкретных задач. Кроме того, любой современный человек обязан иметь элементарные навыки работы с компьютером. К ним относятся: умение включить компьютер, произвести запуск нужной программы, скопировать программу, документ, отформатировать дискету и т.д., работая в среде Windows или в любой другой среде. Любой специалист высшей квалификации должен уметь осуществлять набор, редактирование и печать текста документа в одном из текстовых редакторов типа MS Word. Он должен освоить работу с пакетами программ, практически используемыми в той или иной конкретной области деятельности, например, с различного рода библиографическими или издательскими системами, программами-переводчиками, уметь уверенно пользоваться основными информационными услугами, предоставляемыми такими сетями, как Интернет.

Учебная программа курса «Математика и Информатика» для филологического факультета Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова включает себя: основные понятия о предмете информатика, устройство персонального компьютера, ознакомление операционной системой Windows, программное обеспечение ЭВМ, обработка текстовой информации, текстовый редактор MS Word, электронные таблицы, работа с базой данных MS Access, создание презентаций и web-страниц в MS PowerPoint, создание буклетов, бюллетеней, брошюр, объявлений в MS Publisher.

Считаем, что студент-филолог должен обладать навыками работы с текстовыми документами на высоком уровне, остановимся на теме MS Word. В процессе изучения данной темы студенты выполняют лабораторные работы по приобретению элементарных навыков, связанных с вводом и редактированием текста, получают представление о командах форматирования различных объектов документа. Учатся оформлять образцы различных документов, например бланк заявления, счет на оплату, рекламных листов, работают с таблицами, электронными формами, гиперссылками. Если студент достаточно подготовлен работе на компьютере и довольно быстро выполняет все лабораторные задания, можно смело приступить к созданию презентаций и web-страниц в MS PowerPoint, к которым они подходят с особым энтузиазмом, изучению базы данных MS Access, создание буклетов, бюллетеней, брошюр, объявлений в MS Publisher. Ряд презентаций, выполненных нашими студентами, мы покажем во время доклада.

Список литературы

1. *Степанова Г.В.* Компьютерные технологии в подготовке будущих психологов и социальных педагогов // Экология и здоровье человека. Экологическое образование. Математические модели и информационные технологии / Тезисы VI Международной конференции – Краснодар, 2001. — С. 225.
2. *Степанова Г.В.* Перспективы использования INTERNET и мультимедиатехнологий в обучении// Пути совершенствования начального образования и подготовки педагогических кадров. – Чебоксары: ЧГПУ, 2002.

ОБУЧЕНИЕ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА БАЗЕ UML/ORM-ТЕХНОЛОГИИ

Сургуладзе Г.Г., Топурия Н.Ш., Петриашвили Л.Н

Грузинский Технический Университет

0175, г.Тбилиси, ул. Костава 77

Рассматриваются вопросы обучения проектирования и разработки программной технологии унифицированного делопроизводства распределенных организационных систем на базе современных объектно-ориентированных методов программирования и клиент-серверной архитектуры. Основное внимание уделено решению следующих вопросов: Диагностический анализ системы документооборота и унифицированной и индивидуальной документации, сопровождающих деловые процессы на офис-объектах; Определение структуры офис-систем и описание правил их функционирования неформализованными методами (с помощью естественной разговорной речи); Определение наборов объектно-ролевых моделей (ORM) для офис-систем на основе аппарата формальных грамматик и логико-алгебраических методов; Построение концептуальной модели с использованием категориального подхода и объектно-ориентированных межклассовых диаграмм; Проектирование и реализация оптимальной логической структуры распределенных офис-систем на базе реляционной модели данных; Физическая реализация структуры баз данных распределенных офис-систем с помощью клиент-серверной архитектуры и разработка интерфейсов пользователей; Разработка динамической модели эффективного управления ресурсами общего пользования автоматизированных распределенных офис-систем и ее исследование на базе сетей Петри.

В работе ставится и исследуется задача разработки объектно-ориентированного моделирования и объектно-ориентированного проектирования автоматизированных процессов баз данных для распределенных бизнес-объектов, что значительно сокращает время построения информационных и программных пакетов и, к тому же, ориентировано на пользователя прикладной сферы.

Знание, которое имеет потребитель о проблемной сфере, с помощью специальных интерфейсов, основу которых представляют категории аппарата формальных грамматик и логико-алгебраические методы, передается компьютерной программе объектно-ролевого моделирования. С помощью этого инструмента строится семантическая структура в виде ORM-диаграммы. На следующем этапе с помощью автоматизированных процедур формируется концептуальная модель проблемной области, или ER-диаграммы, с таблицами и атрибутами. На основе этой модели автоматически генерируются .DDL файлы, которые после структурно размещаются в распределенную базу данных Ms SQL Server.

Ставится и решается вопрос о «структурной оптимизации» диаграммы классов соответствующей ER-модели или в терминах теории проектирования баз данных — задаче нормализации. На основе UML-технологии следует определить нормализованную структуру каждого класса (модель и функции данных), имея в виду межклассовые связи и теорию нормальных форм реляций зависимостей. Рассматривается задача обеспечения целостной структуры данных, для которой разработаны специальные алгоритмические схемы.

В докладе излагается задача построения объектно-ролевой модели (ORM) проблемной среды распределенных офис-объектов с помощью категориального подхода, которая обеспечивает создание семантически расширенной модели. А на основе ORM-моделей осуществляется автоматизация построения ER-модели.

При разработке автоматизированных информационных систем проблемных областей одним из важнейших вопросов является решение задачи оптимального выбора структуры реляционных баз данных, с точки зрения объектно-ориентированного подхода, который включает в себя не только оптимизацию статических, логических структур данных, но и конструирование на базе этих структур динамических моделей их обработки. Объектом исследования для нашей работы является набор классов предметной области.

Предлагаются задачи разработки информационного и программного обеспечения компьютерной системы управления бизнес-процессами распределенных офис-объектов. Распределенная база данных построена с помощью клиент-серверной архитектуры программных пакетов MsSQL Server и ADO.NET. Разработаны пользовательские интерфейсы для работы с БД. Программные аппликации выполнены с помощью современных классических инструментов, в частности, групповой CASE-технологией и UML-методологией. С их помощью осуществляется разработка эффективной многоуровневой прикладной системы для работы с базами данных в интрасети и интернете. В работе предлагаются эффективные алгоритмы моделирования и анализа процессов управления распределенными ресурсами на базе сетей Петри.

Список литературы

1. *Halpin T.A.* Object-Role Modeling (ORM/NIAM), *Handbook on Architectures of Information Systems*, Bernus, P., Mertins, K. & Schmidt (eds), Springer, Heidelberg. 2004.

2. Овчинников В.В., Повышение управляевости больших концептуальных моделей // Информационные технологии, №10, 2004.
3. Сургуладзе Г.Г., Ведекинд Х., Топурия Н.Ш. Проектирование и реализация баз данных распределенных офис-систем на основе UML-технологии. ГТУ. Тбилиси. 2006.
4. Wedekind H. Objektorientierte Schemaentwicklung. Ein kategorialer Ansatz fuer Datenbanken und Programmierung. Wissenschaftsverlag, Manheim–Wien–Zuerich. 1991.

ЭЛЕКТРОННАЯ ПЕРЕПИСКА УЧАЩИХСЯ КАК ДЕЙСТВЕННОЕ СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА К ПРЕДМЕТУ

Сушенцова Н.В.

Центр образования №18

424028, Марий Эл, г. Йошкар-Ола, ул. Машиностроителей 44а

Тел.: (8362)640726, Факс: (8362)640726, e-mail: co18@bk.ru

Новая система образования, к реализации которой приступило российское педагогическое сообщество, предполагает изменение не только содержания, подходов, отношений, но и способов передачи информации.

Информационные технологии активно внедряются в классно-урочную и внеклассную систему образования.

Информатизация учебно-воспитательного процесса способствует повышению качества образования, так как учитель и ученик, выступающие как субъекты, осуществляют коммуникацию в новой предметно-информационной среде, компонентами которой являются: 1) технические средства; 2) программная среда; 3) предметная среда; 4) методическая среда (инструкции по работе с компьютером).

Существуют разные формы использования компьютерных технологий: презентации, тесты, 3D рисунки и модели, анимации короткие и сюжетные, интерактивные модели и рисунки, вспомогательный материал (таблицы, справочный материал, формулы, определения величин и др.).

Одной из эффективных форм внеклассной работы по предмету можно считать электронную переписку между учащимися. С какой целью применяется электронная переписка? Во-первых, для активизации деятельности учащихся. Во-вторых, для развития способностей учеников к продуктивной самостоятельной творческой деятельности в современной информационной среде. В-третьих, для создания ситуации успеха, способствующей самовыражению творческой личности учащихся.

Электронная переписка позволяет формировать практические умения при работе с компьютером и решении математических задач; способствует развитию интереса к изучаемому предмету; развивает творческие способности, личностные качества; повышает коммуникационную культуру учащихся, воспитывает толерантность; формирует личность, адаптированную к условиям жизни в современном обществе.

Остановимся на характеристике электронной переписки. Вести ее лучше учащимся разных возрастных групп, например, девятиклассникам с шестиклассниками, семиклассникам с пятиклассниками. Желательно, чтобы переписка имела элементы загадочности, носила характер игры, так как это способствует повышению интереса младших школьников к данной форме работы, поэтому можно рекомендовать учащимся старших классов писать письма от имени Биссектрисы, мисс Окружности, генерала Факториала, миссис Бесконечности, Единички и др. Игра строится на принципах добровольности.

Рассмотрим технологию переписки учащихся через компьютер. Учитель, выбрав для переписки пары классных коллективов (9кл и 6кл, 7кл и 5кл), знакомит старшеклассников с целями и задачами игры, предлагает им составить тексты писем с математическими заданиями. Рекомендуется разбить классы младших школьников на группы по 2–4 человека с учетом особенностей характера или способностей по предмету (желательно придумать названия группам, например, «Умницы», «Рефлекс», «63-й регион», «Тройной форсаж» и др).

В медиатеке учащиеся создают на компьютере папку с определенным названием, например, «Домик тетушки Математики», в которой каждый участник переписки оставляет письмо своему абоненту.

Заранее оговариваются временные рамки переписки. Это может быть четверть, полугодие, учебный год.

Рекомендуется использовать помощь школьных психологов для профессионального определения мотивации к предмету учащихся, а результаты исследований использовать в данной форме работы. Для оформления писем на компьютере привлечь студентов, проходящих практику в школе.

По итогам переписки желательно провести общий праздник, в ходе которого, школьники могут познакомиться друг с другом, раскрыть секреты игровых моментов.

Практика показывает, что в электронной переписке принимают участие не только школьники, но и их родители, помогая решать задачи и давая советы по их оформлению. Количество желающих переписываться к концу игры увеличивается. Данная форма привлекает детей с гуманитарными способностями, т.к. требует фантазии, умения сочинять и рассказывать увлекательные истории. Кроме предметных навыков, переписка дает возможность развития этикета письма, возможность общения друг с другом.

Данная форма деятельность может быть использована для работы с детьми любого возраста и по любому предмету.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, МЕТОДИКА И ОПЫТ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ НА БАЗЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРНЫХ МОДУЛЕЙ

Тимошина И.Р.

Выборгский филиал Санкт-Петербургского государственного университета сервиса и экономики

188800 г. Выборг, ул. Путейская, д.7

Тел.: 8(921)3242102, Факс: 8(81378)23323, e-mail: matemat@nm.ru

Данная статья предоставляет информацию о разработанном методическом обеспечении курса математики на базе образовательных компьютерных модулей, методике проведения занятий и практическом опыте, накопленном при проведении занятий по математике. Учебный материал разбит на образовательные модули, в основном соответствующие дидактическим единицам ГОС ВПО.

В состав каждого модуля входят следующие элементы: электронные конспекты лекций; презентации лекций; компьютерные практикумы, в состав которых входит по 25 вариантов практических заданий; лучшие творческие работы студентов; дополнительная информация для более углубленного изучения темы; контрольные вопросы по изученной теме; библиографический список основной и дополнительной литературы; адреса образовательных WEB-ресурсов; тестовые материалы, на базе которых осуществляется промежуточный контроль знаний по данному разделу.

Лекционные и практические занятия по математике проходят в компьютерных аудиториях, объединённых в локальную сеть, оснащённых лицензионными программными пакетами и имеющих достаточное количество компьютеров для индивидуальной работы каждого студента. На занятиях по математике используются следующие специализированные пакеты: система NetOpSchool для осуществления дистанционного контроля и обучения с преподавательского компьютера; математический пакет Mathcad; профессиональный тестирующий комплекс TestOfficePro.

Проведению занятий на базе образовательных модулей предшествовала значительная работа. Подготовлены электронные конспекты лекций, презентации лекционного материала, освоены возможности профессионального тестирующего комплекса TestOfficePro, подготовлена необходимая база тестовых материалов по каждой изученной теме. Кроме этого, в течение ряда лет проводилась целенаправленная работа по внедрению балльно-рейтинговой системы, позволяющей на протяжении всего обучения контролировать посещение студентами занятий и эффективность освоения материала.

Методически, проведение занятий на базе компьютерных модулей состоит из следующих этапов.

Электронный методический комплекс к занятиям каждый студент должен скопировать на носитель информации в библиотеке.

Лекции проводятся в формате презентаций либо в обычной аудитории с использованием мультимедийного проектора, либо в компьютерной аудитории в режиме прямой трансляции презентации с экрана ПК преподавателя на экраны мониторов студентов.

По завершении лекции студенты получают задание для самостоятельной подготовки к практическому занятию по электронным методическим материалам.

Использование компьютерных технологий на практических занятиях позволяет в наглядной форме обеспечить каждого студента индивидуальным вариантом заданий. Методическая разработка к каждому практикуму снабжена гиперссылками на электронные конспекты лекций по данной теме. Для выполнения трудоёмких расчётов студенты ориентируются на использование профессиональных математических пакетов. В частности, нами используется пакет Mathcad.

Преподаватель во время практических занятий выступает в роли консультанта и оценивает в баллах выполненные задания.

Наиболее способные студенты, досрочно выполнившие свои задания, становятся консультантами у тех, кому необходима поддержка и получают за это дополнительные баллы.

Изучение образовательного модуля завершается компьютерным тестированием, организованным на базе профессионального тестирующего комплекса.

Обобщая опыт проведения занятий на базе образовательных компьютерных модулей, можно отметить следующие положительные стороны разрабатываемых методик: студенты имеют удобный доступ к необходимой учебной информации; организация лекции в форме презентации дает значительную экономию времени по сравнению с чисто словесным изложением и позволяет намного увеличить объем передаваемых знаний; все задания практикумов студенты могут выполнять в индивидуальном темпе, как на аудиторных занятиях, так и в свободное от занятий время; на практических занятиях студенты самостоятельно осваивают материал, преподаватель выступает в роли помощника-консультанта; преподаватель получает возможность контролировать освоение материала на всех этапах изучения дисциплины.

Список литературы

1. *Бент Б. Андресен, Катя ван ден Бринк.* Мультимедиа в образовании. Специализированный учебный курс/ Пер. с англ. – М.: Обучение-Сервис, 2005. – 216 с.
2. Основы компьютерных технологий в образовании. Учеб. пособ. / Под ред. С.И. Максимова. – Минск: Изд-во РИВШ БГУ, 2004. – 240 с.
http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/UsersGuide/0.asp
http://www.sunrav.ru/srtopweb/index.php
3. *Тимошина И.Р.* Опыт применения компьютерных технологий на занятиях по математике // Сб. науч. тр.: Формирование университетских комплексов и инновационная деятельность ВУЗов на современном этапе реформирования высшей школы. – Т. II. – СПб: СПбГУСЭ, 2007. – С. 226 – 229.
http://www.mathcad.com/

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ РЕШЕНИЮ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ

Турчина В.А., Федоренко Н.К., Бобылёва Е.В.

Днепропетровский национальный университет

49100, г. Днепропетровск, пр. Героев, 19, кв. 167

Тел.: `80562683937`, e-mail: `ginasun@rambler.ru`

В связи со стремительным развитием современной науки и техники, всё большее значение для процесса обучения приобретает использование в нем компьютерных технологий. Если попытаться найти определение понятия «информационная система» через сеть Internet, то однозначный ответ не будет получен, да и очевидно, что его не может быть. Это понятие трактуется как в глобальных, так и в локальных смыслах. Понятие же «информационных технологий» более конкретизировано. Оно подразумевает широкое применение компьютерной техники.

При использовании информационных технологий в образовании, как отмечено в [1], на первый план выходит принцип интерактивности обучения, «который предполагает взаимодействие и взаимовлияние образовательной среды и объекта обучения».

Среди важных образовательных задач, которые могут быть решены с помощью информационных технологий можно выделить следующие:

- передача знаний;
- индивидуальная работа со студентом;
- удаленная проверка знаний;
- тестирование;
- комплексное тестирование (проверка знаний по нескольким курсам, с одновременной проверкой навыков их совместного использования);
- электронные учебно-методические разработки;
- интерактивные конференции между преподавателем и студентами.

Если студенты младших курсов должны получать прочную теоретическую базу, то старшекурсники помимо получения новых теоретических знаний должны приобретать навыки использования фундаментальных знаний, как в специальных дисциплинах, так и при решении реальных практических задач. Например, отдельные разделы высшей алгебр, аналитической геометрии, математического анализа используются в курсах дискретной и непрерывной оптимизации и теории принятия решений. И если раньше преподаватель демонстрировал технику этого использования, то теперь студенты факультета прикладной математики имеют возможность самостоятельно увидеть и проанализировать этот процесс с помощью информационных технологий.

Так при преподавании студентам различных курсов связанных с решением оптимизационных задач на графах, очень важным является использование компьютера на лабораторных занятиях. При этом компьютерные технологии могут выполнять две функции: демонстрационную и непосредственно обучающую. Демонстрационная функция заключается в том, что на компьютере проще и нагляднее можно изображать графы, моделировать различные задачи и проводить сравнительный анализ методов их решения. При этом система обучения становится более гибкой.

Обучающая функция особенно наглядно видна при разработке самими студентами программ, реализующих различные алгоритмы и методы решения некоторых классов задач на графах. При программировании алгоритма обучающийся глубже понимает его суть, тонкости работы, необходимость и обоснованность различных ограничений накладываемых на графы, к которым применяется метод. При этом компьютер, беря на себя некоторую чисто механическую работу (например, перебор, вычисление и так далее), позволяет учащимся концентрироваться непосредственно на теоретической стороне метода.

Отдельным особенно важным аспектом использование информационных технологий является сравнение различных алгоритмов решения одного и того же типа задач. Как правило, в подобных задачах, при решении примеров вручную накладываются достаточно жесткие ограничения на размерность графов. А это зачастую приводит к тому, что разница в быстродействии и сложности метода просто не замечается учащимися. Использование продуманных подходов при разработке информационных технологий позволяет решать практические задачи с графами, имеющими достаточно большое число вершин и связей, и таким образом получать реальное представление о различиях в быстродействии алгоритмов.

Очевидно, что такая система дает возможность максимально гибкого взаимодействия среды обучения и обучающихся. Так как при изучении некоторых курсов непосредственно сами студенты программируют и обучают образовательную среду.

Список литературы

1. *Зимина О.В.* От компьютерной поддержки к новому объекту обучения // МКО-10, 2002, с. 63–73

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИНФОРМАТИКИ

Филиппов Н.А.

Вятский гос. ун-т

e-mail: filippov_kirov@mail.ru

Продолжительности жизненных циклов используемых в компьютерах систем счисления (СС), а их программ — резко разнятся. Первые существуют тысячелетиями и потому кажутся неизменными, а вторые — годами и даже месяцами. Однако и СС развиваются.

Традиционные СС аддитивные (АСС) с основанием a, кодируют значения параметров Zx соседними членами арифметических прогрессий (АП) с разностями $r = a^{-n}$ суммированием значений цифр их разрядов j от n-го (младшего) до m-го (старшего) $K_j = k_j a^j$ с наименованием параметра Z:

$$Zx \approx \pm ir = \pm ra^{+n} ia^{-n} = \pm ra^{+n} \left(\sum_{j=0}^{m+n} k_j a^j \right) a^{-n} = \pm\, Z\text{по} \sum_{j=-n}^{m} k_j a^j, \quad (1)$$

где i — номер члена АП, а Zпо — представительное значение нулевого разряда, обычно $Z\text{по} = 1$.

Положительные аспекты АСС — наглядность, легкая сравнимость двух чисел. АСС с $a = 2$ технически просто реализуется и сводит все арифметические операции к суммированию.

Недостатки АСС — имея постоянство максимума абсолютной погрешности, равное r, они неравноточно по относительной погрешности, более полно отражающей точность, кодируют Zx: значения $Zx < r$ кодируются с бесконечно большой погрешностью, а при $Zx \to \infty$ она стремится к нулю, т.е. относительная погрешность представляется гиперболой.

Паллиативное снятие этого недостатка достигается изменением единиц измерения в 10 раз (мм, см, дм, м) или в 1000 (мк, мв, в. кв), и представлением чисел в форме с плавающей запятой. Но при этом характеристика относительной погрешности не постоянна, а пилообразна с изменяющимися длинами зубцов.

Полное снятие этого недостатка достигнуто квантованием по геометрической прогрессии

(ГП), при котором Zx кодируется соседним значением члена ГП умножением значений всех цифр их разрядов — следующей мультипликативной СС (МСС):

$$Zx \approx \pm\, Z\text{по}\, C^{\pm i} = \pm Zp^{m}_{j=0} C^{\wedge} \pm \sum k_j a^j =$$
$$= \operatorname{sign}(Zx^{m}_{j=0}) |\, Z\text{по}\, | \prod C^{\wedge} \operatorname{sign}(i) k_j a^j, \quad (2)$$

в которой $C = \dfrac{100 + |\delta_{\max}|}{100 - |\delta_{\max}|}$ — знаменатель ГП при заданной максимальной относительной погрешности $\delta_{\max}$. Логарифмирование МСС по основанию C дает целочисленные логарифмы (ЦЛ) $\pm(\pm i)$, первый $\pm$ говорит о знаке Zx, а второй — о знаке i ЦЛ. Последние разбиты на двух- и многочисловые ЦЛ. Органическая взаимосвязь МСС, АСС, ГП, ЦЛ названа *числовой системой.* На ней разработаны счетчики, измерительные и вычислительные устройства, отличающиеся равноточностью, экономностью и повышенным быстродействием. Для кодирования $\pm i$ вместо представленных в (2) АСС целесообразно рассмотреть использование кодов остаточных СС и симметичной троичной АСС (Брусенцова Н.П.).

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ СОДЕРЖАНИЯ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЛИНГВИСТИКЕ»

Янушпольская Е.С.

КубГУ

Краснодар

e-mail: elen_graf@mail.ru

Область лингвистики, в которой применяется целый ряд математических методов, была основана еще в начале прошлого века и получила название «математическая лингвистика». Однако, в последнее время, в связи со стремительным развитием информационных технологий, все чаще стали говорить о «компьютерной лингвистике», заменяя им понятие «математической лингвистики». Мы согласны с мнением ученых, считающих эту подмену не особенно верной, так как не все лингвистические исследования, требующие применения математических методов, проводятся на компьютере.

На наш взгляд, говоря о математических методах в лингвистике на современном этапе развития, мы должны описать следующие три направления их применения в прикладной лингвистике:
1) средства проведения лингвистических исследований;
2) средства систематизации, хранения и обработки лингвистических объектов;
3) средства, лежащие в основе разработки информационных технологий.

Таким образом, получим следующую модель формирования структуры содержания курса «Математические методы в лингвистике»:

Обратим внимание на особенность применения в данном курсе информационных технологий. В процессе изложения материала современные программные средства необходимо рассматривать в двух аспектах:
1. для проведения автоматизированных лингвистических исследований;
2. для выполнения промежуточных операций в автоматизированном режиме.

В настоящее время для многих лингвистических задач разрабатываются программные средства их автоматизации. Так, для проведения контент-анализа существует пакет Vaal (www.vaal.ru). В процессе обучения студенты знакомятся с демонстрационной версией этой программы. Д. Хмелевым разработана программа Лингвоанализатор — первый действующий анализатор индивидуально-стилистических характеристик русских текстов, действующий автономно и он-лайн (www.rusf.ru/books/analysis).

Применение информационных технологий для автоматизации процесса лингвистического исследования также имеет большое значение при обучении лингвистов.

Математические методы в лингвистике

Средства проведения лингвистических исследований	Средства систематизации, хранения и обработки лингвистических объектов	Средства, лежащие в основе разработки информационных технологий
- математическая экспликация лингвистических явлений; - идеальная модель роста словаря; - глоттохронология как диахроническая модель - контент-анализ	- корпусная лингвистика; - частотные словари.	- информационно-поисковые системы; - определение авторства.

Так, говоря о применении функций в лингвистических исследованиях, мы строим аналитическую модель процесса формирования новой лексико-грамматической группы имен существительных, которая имеет в родительном падеже множественного числа нулевое окончание [1]. Для формализации необходимо построить точечный график функции по эмпирическим данным, для чего мы предлагаем использовать электронные таблицы. При этом после построения модели в Excel легко можно добавить график полученной функции и проанализировать теоретический результат.

В ходе проведения ручного контент-анализа, студенты сталкиваются с необходимостью подсчета некоторых словоформ в достаточно объемном тексте. В этом случае можно воспользоваться средствами Word, просчитав число замен (при этом необходимо включать параметр «слово целиком») и получив число искомых словоформ.

Итак, курс «Математические методы в лингвистике», построенный на основе описанной модели позволяет продемонстрировать будущим лингвистам основные теоретические и практические проблемы применения математических методов и информационных технологий в их специализации, формируя, таким образом, личность, активно использующую современное информационное пространство в профессиональных целях.

Список литературы

1. *Пиотровский Р.Г., Бектаев К.Б., Пиотровская А.А.* Математическая лингвистика. – М., «Высшая школа», 1977. – 383 с.
2. *Баранов А.Н.* Введение в прикладную лингвистику: Учебное пособие. – М.: Издательство ЛКИ, 2007.