TRANSITION FROM QUANTUM TO CLASSICAL MECHANICS

V. G. BAGROV

The role of the semiclassical approximation in course of foundation and development of quantum mechanics as well as some ideas underlying the semiclassical are explained.

Рассказано о роли квазиклассического приближения в истории становления и развития квантовой механики и о некоторых идеях, лежащих в основе квазиклассического метода.

ПЕРЕХОД ОТ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ К КЛАССИЧЕСКОЙ

В. Г. БАГРОВ

Томский государственный университет

ИСТОРИЧЕСКИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Квазиклассическое приближение в квантовой теории имеет возраст самой квантовой теории. Действительно, когда 18 мая 1899 года на заседании Прусской академии наук М. Планк выступил с докладом, в котором, в частности, было сказано о необходимости введения в физику новой мировой постоянной, еще не шла речь о каких-то дефектах классической теории или гипотезах, противоречащих классической картине мира. Даже когда 19 октября 1900 года в своем очередном докладе М. Планк привел правильную формулу для плотности спектрального распределения излучения абсолютно черного тела, все еще не говорилось об отходе от классической теории. И только в докладе 14 декабря 1900 года М. Планк убедительно показал, что для обоснования новых закономерностей необходимо в классическую физику добавить новый постулат о том, что поглощение и излучение электромагнитной энергии происходят только определенными порциями (квантами). Энергия E кванта излучения пропорциональна частоте излучения ω:

$$E = \hbar\omega, \tag{1}$$

$\hbar$ – введенная М. Планком ранее (18 мая 1889 года) новая мировая постоянная[1]. Но даже и после этого ситуация выглядела так, что классическая теория оставалась господствующей, но нуждающейся в некоторых улучшениях. Попытки примирить гипотезу Планка и классическую теорию в то время предпринимались неоднократно, в том числе и самим М. Планком. Одними из первых, кто осознал их тщетность, были, по-видимому, А. Эйнштейн и П. Эренфест, работавший в то время в России. В статье А. Эйнштейна 1905 году, где было введено представление о квантах света (фотонах)[2], было ясно

[1] Сам М. Планк в своих работах предпочитал использовать вместо круговой частоты ω линейную частоту ν – число полных колебаний в единицу времени, связанную с ω известным соотношением $\omega = 2\pi\nu$. Формулу (1) М. Планк записывал в виде $E = h\nu$, где $h = 2\pi\hbar$. В современных теоретических исследованиях отдают предпочтение формуле (1) и постоянной $\hbar$.

[2] А. Эйнштейн предположил, что не только излучение и поглощение электромагнитной энергии осуществляются порциями согласно (1), но и само электромагнитное поле существует как набор квантов (фотонов) такой энергии. Это существенное и неочевидное расширение гипотезы М. Планка. Ирония истории – сам М. Планк долго не мог согласиться с таким подходом А. Эйнштейна.

показано, что классическая теория может привести только к закону Рэлея–Джинса, но не к закону Планка. Это же другим способом показал П. Эренфест в 1906 году. Вопрос был снят окончательно, когда в 1912 году А. Пуанкаре показал, что классическая механика и классическая статистическая теория несовместимы с гипотезой М. Планка.

В июле, сентябре и ноябре 1913 года вышли три части знаменитой работы Н. Бора, где была дана теория спектров водородоподобных атомов. Эта работа знаменовала рождение новой науки – квантовой механики. Однако в своих рассуждениях Н. Бор широко использовал классические представления о движении электронов вокруг ядра атома, и лишь в двух местах своего рассмотрения он отступил от классической теории. Во-первых, он предположил, что электрон может находиться лишь в таких состояниях (названных стационарными), в которых классическое действие S связано с постоянной Планка $\hbar$ соотношением[1]

$$S = 2\pi\hbar\left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots; \tag{2}$$

во-вторых, электромагнитные волны излучаются электроном только при переходах из одного стационарного состояния в другое, причем частота излучения ω связана с разностью энергий $E_1 - E_2$ этих состояний соотношением (правилом Бора)

$$E_1 - E_2 = \hbar\omega. \tag{3}$$

Несомненно, предположения Н. Бора, опираясь на гипотезу М. Планка, знаменуют дальнейший отход от классических представлений, но все же построение Н. Бора нуждается в классике и не может быть проведено без использования классических образов. Дальнейшее развитие в 1914–1921 годах теории Н. Бора показало ее ограниченность и привело к созданию в 1921–1926 годах последовательной квантовой механики (Л. де Бройль, В. Гейзенберг, Э. Шрёдингер). С точки зрения квантовой механики теория Н. Бора оказалась некоторым специфическим приближением, получившим название квазиклассического приближения. Казалось бы, квазиклассическому приближению с момента создания последовательной квантовой механики должна быть отведена достаточно скромная роль одного из многочисленных приближенных методов решения квантово-механических задач. Однако этого не произошло, квазиклассическое приближение породило целое направление в физике и математике, и я попытаюсь здесь объяснить причины, по которым квазиклассика играет особую роль не только в квантовой механике, но и в других разделах физики.

[1] Сам Н. Бор в своей работе записывал (2) в виде $S = 2\pi\hbar n$. Позднее было показано, что формула Н. Бора требует уточнения и правильной является (2).

ОБ ОСНОВНЫХ ПОСТУЛАТАХ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Я не ставлю здесь задачи сколько-нибудь подробно изложить аксиоматику квантовой механики (это задача вузовских учебников и научных монографий, но отнюдь не научно-популярной статьи), но некоторые наиболее существенные моменты, нужные нам в дальнейшем, следует отметить.

В квантовой механике предполагается, что вся информация о данной физической системе содержится в специальных объектах – векторах состояния. Множество всех векторов состояния образует пространство состояний. Каждый вектор состояния со временем может меняться (эволюционировать).

Каждой физической величине ставится в соответствие (сопоставляется) некоторый математический объект – оператор. Действуя на какой-нибудь вектор состояния, оператор переводит его в какой-то другой вектор состояния.

Попытаюсь дать толкование этим постулатам квантовой механики, однако будем помнить о том, что толкование (интерпретация) всегда неполно, условно, ибо подчеркивает какие-то стороны, оставляя другие в тени; что-то упрощает, огрубляет, переводит на другой, неадекватный ситуации язык; полный и точный смысл имеет только сама система аксиом, всех исходных постулатов теории. Чтобы что-то количественно узнать о физической системе, нам следует измерять какие-то физические величины, то есть извлекать из системы часть информации. В понятие физической величины должно входить и описание способа ее измерения, то есть тех действий, которые должен совершить наблюдатель, чтобы получить численное значение физической величины. Оператор и есть символ тех действий, которые следует провести над системой при измерении данной физической величины, а вектор состояния – носитель информации, объект, на который действует оператор.

Численное значение величины определяется средним значением оператора по данному вектору состояния. Задается специальное правило, описывающее, как, зная вид оператора и вектор состояния, найти среднее значение оператора. Средние значения, вообще говоря, зависят от времени (являются функциями времени).

Пространство состояний, операторы, средние значения должны удовлетворять некоторым дополнительным математическим требованиям, которые здесь опущены.

При таком подходе возникают два важнейших вопроса: как определить вид операторов, соответствующих физическим величинам (правила сопоставления физическим величинам операторов носят название правил квантования), и какому закону подчиняется временная эволюция вектора состояния. Изучение математических особенностей правил квантования и их физическое обоснование представляют собой отдельную очень интересную задачу квантовой теории, обсуждение которой выходит за рамки статьи.

Ответ на вопрос об эволюции вектора состояния был дан в 1926 году Э. Шрёдингером, написавшим уравнение эволюции вектора состояния (уравнение Шрёдингера). Уравнение Шрёдингера в квантовой механике играет такую же роль, как и уравнение Ньютона в классической механике.

Следует особо подчеркнуть, что в своей аксиоматической формулировке квантовая механика уже не опирается на какие-то элементы классической механики и представляет собой логически замкнутую теорию.

Пространство состояний может быть реализовано множеством различных конкретных способов. Например, его можно рассматривать как множество функций от обобщенных координат системы и времени. В этом случае говорят о координатном представлении. Можно рассматривать функции обобщенных импульсов системы – импульсное представление. Возможны и другие реализации (представления). Все представления физически эквивалентны, и переход от одного представления к другому осуществляется по специальным правилам, являющимся следствием основных аксиом. Вектор состояния в каком-то конкретном представлении часто называют волновой функцией, а квадрат модуля этой функции, согласно наиболее распространенной интерпретации, является плотностью распределения вероятности тех переменных, от которых зависит волновая функция. Такая интерпретация волновой функции была предложена М. Борном в 1926 году, но эта интерпретация не является единственно возможной.

ПРОБЛЕМА КВАЗИКЛАССИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Теперь попытаюсь сформулировать более точно, что же следует понимать под квазиклассическим приближением. Квазиклассическое приближение имеет два относительно разных аспекта. Я называю их прагматической стороной квазиклассики и философией квазиклассики. Хотя прагматическая сторона и философия квазиклассики переплетены друг с другом, граница между ними нечетка, подвижна, но все же разницу между ними можно ясно сформулировать.

Существо прагматического подхода состоит в следующем. Основное уравнение теории – уравнение Шрёдингера – при записи в конкретном представлении в явном виде содержит постоянную Планка $\hbar$. Например, в координатном представлении это дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка по координатам и первого порядка по времени, причем коэффициенты при вторых производных по координатам пропорциональны $\hbar^2$, а коэффициент при производной по времени пропорционален $\hbar$. Как правило, точные решения этого уравнения могут быть найдены только в простейших случаях, реальные задачи весьма сложны и точных решений для таких задач найти не удается. Однако для широкого круга задач может оказаться правильным считать $\hbar$ малой величиной[1] и попытаться искать приближенные (по малому $\hbar$) решения. Следовательно, возникает вполне четко сформулированная математическая проблема отыскания приближенных по $\hbar \longrightarrow 0$ решений уравнения Шрёдингера, мало отличающихся (при малом $\hbar$) от точных решений, причем точно формулируется понятие "мало отличающиеся" (например, мала норма разности точного и приближенного решения).

Казалось бы, это типичная задача приближенного анализа – строится нулевое приближение ($\hbar = 0$) и ищутся поправки к нему. Но в данном случае это оказывается совсем не так просто. Дело в том, что при $\hbar = 0$ уравнение Шрёдингера (в координатном представлении) перестает быть дифференциальным уравнением и не может рассматриваться как уравнение на волновую функцию. Поэтому становится нетривиальной задача построения нулевого приближения и оценки его точности, причем само нулевое приближение может очень сложно зависеть от $\hbar$. Первые существенные результаты в этом направлении были получены в годы создания квантовой механики (Г. Вентцель, Х. Крамерс, Л. Бриллюэн, 1926 год) – метод ВКБ. Именно метод ВКБ позволил показать, что результаты Н. Бора есть следствие квазиклассического приближения, и тем самым было определено место теории Н. Бора с позиций квантовой механики. Таким образом, с прагматической точки зрения проблема квазиклассического приближения есть чисто математическая задача, очевидно имеющая большое значение не только в квантовой механике, но и в других разделах физики и математики. Возникла целая область математики на стыке математического анализа, дифференциальных уравнений, теории приближений, топологии, функционального анализа, исследующая методы приближенного решения подобных задач. Пока нет одного установившегося названия этой области математики – физики предпочитают термин "квазиклассика", математики склоняются к более широкому и расплывчатому "асимптотические методы", в последнее время часто употребляются термины "лагранжев анализ", "асимптотология".

---

[1] Постоянная Планка $\hbar$ является размерной величиной и имеет (при заданном выборе единиц измерения) вполне конкретное значение, и утверждение о малости $\hbar$ следует понимать в том смысле, что в конкретной задаче возникает безразмерная комбинация параметров системы, содержащая какую-то степень $\hbar$ в виде множителя, малая по сравнению с другими безразмерными параметрами, не содержащими $\hbar$. К сожалению, не существует общего буквенного малого безразмерного параметра квазиклассичности.

Была найдена общая весьма нетривиальная и изящная конструкция (канонический оператор В.П. Маслова), позволяющая найти решение проблемы. К сожалению, рамки научно-популярной статьи (а может быть, мое неумение) не позволяют сколько-нибудь подробно и доступно изложить существо метода канонического оператора В.П. Маслова.

Другую сторону проблемы квазиклассического приближения я называю философией квазиклассики. Ее можно охарактеризовать следующим образом. Существуют две вполне логически завершенные физические теории: классическая механика и квантовая механика. Если отвлечься от их исторического развития, можно утверждать, что эти теории вполне самостоятельны, независимы друг от друга. Однако любой физик убежден, что классическая механика должна быть предельным ($\hbar \longrightarrow 0$) случаем квантовой. Как же следует понимать такой переход? Например, так. Если в квантовой механике теоретически получены какие-то характеристики системы, которые в общем случае зависят от $\hbar$ и имеют при $\hbar \longrightarrow 0$ предельные значения, то эти предельные значения должны быть также следствием классической теории. Этим подчеркивается, что квантовая механика несоизмеримо шире классической и не всякий квантово-механический результат допускает классическое осмысление. К тому же достаточно очевидно, что могут существовать различные квантовые теории, приводящие в пределе $\hbar \longrightarrow 0$ к одной и той же классике. Возникает естественный вопрос о разработке методов перехода от квантовой механики к классической, причем общего рецепта такого перехода может, вообще говоря, не быть. Поясню это следующими примерами.

Понятие траектории частицы чуждо квантовой механике, тогда как классическая механика рассматривает его как базовое. Пусть в классической механике найдена зависимость координаты x частицы от времени $x = x(t)$. Можно ли этот результат получить из квантовой механики? Возможный путь решения этого вопроса следующий. В квантовой механике найдем среднее значение $\bar{x}$ оператора x по некоторому вектору состояния. Это $\bar{x}$ будет, вообще говоря, функцией времени, а также будет зависеть от $\hbar$, то есть $\bar{x} = \bar{x}(t, \hbar)$. Если при $\hbar \longrightarrow 0$ будет существовать предел (а это далеко не очевидно и не обязательно) $\bar{x} = \bar{x}(t)$, то, по-видимому, должно выполняться равенство $x(t) = \bar{x}(t)$. Таким образом, в данном случае дело сводится к сравнительно простой математической операции – нахождению предела. Но можно поставить эту же задачу по-иному. Классическая зависимость $x(t)$ находится из решения сложной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (классических уравнений движения). Сама эта система каким-то образом в пределе $\hbar \longrightarrow 0$ должна следовать из уравнения Шрёдингера. Каков этот механизм перехода и существует ли он вообще? Очевидно, можно привести и другие формулировки этой задачи. Таким образом, сама постановка проблемы в философии квазиклассики вариативна, допускает существенно различные подходы и не может быть сформулирована строго однозначно, что как раз и отличает физическую постановку проблемы от математической. Кроме того, ясно, что без приближенных (квазиклассических) решений уравнения Шрёдингера при рассмотрении этой стороны проблемы не обойтись, и эти две стороны квазиклассики тесно взаимосвязаны. Следовательно, проблема квазиклассического приближения имеет также мировоззренческое значение как проблема взаимосвязи двух различных физических теорий.

Одним из существенных успехов в решении вопроса о взаимосвязи классической и квантовой механики было доказательство теоремы Эренфеста (1927 год). Смысл одного из следствий этой теоремы можно изложить следующим образом. Рассмотрим средние значения операторов таких физических величин, которые имеют классический аналог. Будем также рассматривать в координатном представлении такие волновые функции, которые заметно отличаются от нуля только в малой окрестности некоторой классической траектории (квадрат модуля волновой функции имеет резкий максимум на классической траектории). Тогда временная эволюция средних значений таких операторов определяется классическими уравнениями. Вопрос о существовании состояний, сосредоточенных в малой окрестности классической траектории, самим П. Эренфестом не обсуждался, тем более что для гармонического осциллятора такие состояния, являющиеся точными решениями уравнения Шрёдингера (названные впоследствии когерентными состояниями), были уже найдены самим Э. Шрёдингером. Только в 60-х годах было осознано, что само существование таких состояний для систем, более сложных, чем осциллятор, является нетривиальной проблемой, имеющей прямое отношение к квазиклассике (причем одновременно к ее математической и философской частям). Задача состояла в том, чтобы не только доказать существование таких состояний, но и найти способы их явного построения.

Указанную задачу удалось решить сначала для случая движения частиц в заданном потенциальном поле (В.М. Бабич, Ю.П. Данилов, 1969 год), а затем и для уравнения Шрёдингера произвольного вида (В.Г. Багров, В.В. Белов, И.М. Тернов, 1982 год) с использованием одной из разновидностей метода канонического оператора В.П. Маслова (метода комплексного ростка). Неожиданным оказалось то, что квазиклассические (приближенные) волновые функции удается построить в явном виде, если предположить, что известны точные решения соответствующей классической задачи. Удалось также уточнить, что означает достаточно расплывчатое требование сосредоточенности волновой функции в окрестности классической траектории.

Философия квазиклассики позволяет сформулировать квазиклассический подход и совершенно иным образом. В любой конкретной задаче вектор состояния системы (волновая функция) нужен не сам по себе, а для расчета средних значений каких-то операторов. В нерелятивистской квантовой механике оператор A любой физической величины есть функция операторов координат и импульсов. Например, в одномерном случае, обозначая операторы координаты и импульса x и p, найдем

$$A = A(x, p) \tag{4}$$

с указанием правил расстановки некоммутирующих переменных x и p. Можно записать тождества

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} + \Delta x, \qquad p = \bar{p} + \Delta p, \\ \Delta x &= x - \bar{x}, \qquad \Delta p = p - \bar{p}, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\bar{x}, \bar{p}$ — средние значения соответствующих операторов по некоторому состоянию. Но если волновая функция сосредоточена вблизи классической траектории, то $\bar{x} \approx x(t), \bar{p} \approx p(t)$, где $x(t), p(t)$ — решения классических уравнений движения, а операторы Δx и Δp в каком-то смысле малы (например, малы средние значения любых произведений степеней этих операторов). Но тогда функцию

$$A = A(x, p) = A(\bar{x} + \Delta x, \bar{p} + \Delta p) \tag{6}$$

можно разложить в ряд по малым Δx, Δp (с указанием порядка следования Δx, Δp) и ограничиться конечным числом членов этого ряда. Коэффициенты этого ряда зависят только от средних значений $\bar{x}, \bar{p}$, и, следовательно, среднее значение $\bar{A}$ будет определяться $\bar{x}, \bar{p}$ и средними от произведений различных степеней (не выше заданного порядка) операторов Δx, Δp (так называемых дисперсий различного порядка). Но теорема Эренфеста дает возможность написать систему эволюционных обыкновенных дифференциальных уравнений на $\bar{x}, \bar{p}$ и все дисперсии. Если ограничиться порядками дисперсии не выше заданного, то такая система будет конечной (но приближенной). Можно показать, что в квазиклассике порядок малости Δx, Δp следующий:

$$\Delta x \sim \sqrt{\hbar}, \qquad \Delta p \sim \sqrt{\hbar}. \tag{7}$$

Таким образом, если какой-то физический результат желательно знать с точностью не выше $\hbar^n$, то следует учесть дисперсии порядка не выше $2n$, а это может быть получено решением конечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (правда, число этих уравнений может оказаться весьма большим). Но эволюционную конечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений всегда можно рассматривать как классическую динамическую систему. Отсюда следует замечательный физический результат: если в квантовой механике ограничиваться некоторой наперед заданной точностью по $\hbar$, то все ее результаты (в пределах этой точности) могут быть точно воспроизведены при изучении некоторой классической динамической системы (число степеней свободы динамической системы зависит от требуемой точности по $\hbar$ и всегда превышает число степеней свободы квантовой системы). Как видим, философия квазиклассики допускает (в отличие от прагматической части) вариативные формулировки ввиду бесконечного разнообразия связей между квантовой механикой и классической механикой.

Приведем простейший пример применения правила квантования Н. Бора (2)[1]. Рассматривается материальная точка, совершающая гармонические колебания около положения равновесия с частотой ω, амплитудой A, начальной фазой φ вдоль направления x (гармонический осциллятор). Пусть точка $x = 0$ соответствует положению равновесия. Тогда классическая зависимость x от времени t имеет вид

$$x(t) = A\sin\psi, \qquad \psi = \omega t + \varphi. \tag{8}$$

Для скорости $\upsilon(t)$ и классического импульса $p(t)$ частицы массой m найдем

$$\begin{aligned} \upsilon(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\cos\psi, \\ p(t) &= m\upsilon(t) = m\omega A\cos\psi. \end{aligned} \tag{9}$$

Полная энергия E колеблющейся точки складывается из ее кинетической энергии $E_1(t)$ и потенциальной $E_2(t)$:

$$\begin{gathered} E_1(t) = \frac{m\upsilon^2(t)}{2} = \frac{p^2(t)}{2m}, \qquad E_2(t) = \frac{m\omega^2 x^2(t)}{2}, \\ E = E_1(t) + E_2(t) = \frac{p^2(t)}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2(t)}{2}. \end{gathered} \tag{10}$$

Подставляя в формулу (10) выражения (8) и (9), получим

$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}, \tag{11}$$

что свидетельствует о постоянстве полной энергии осциллятора (закон сохранения энергии) и определяет связь амплитуды колебаний A с полной энергией E.

Действие (2) для механической системы с одной степенью свободы имеет вид

$$S = \oint p\,dx = \oint p\upsilon\,dt = \frac{1}{m}\oint p^2\,dt, \tag{12}$$

где интеграл берется по всей траектории (то есть в рассматриваемом случае по полному периоду $T = 2\pi/\omega$). Подставляя в (12) выражение (9) и используя (11), получим в результате вычислений

[1] Даже самые простые примеры применения правил квантования Н. Бора требуют умения вычислять производные и интегралы хотя бы от элементарных функций. Пример рассчитан на владеющего таким умением читателя.

$$S = m\omega^2 A^2 \int_0^T \cos^2\psi dt = m\omega A^2 \int_0^{2\pi} \cos^2\psi d\psi = \qquad (13)$$
$$= \pi m\omega A^2 = \frac{2\pi E}{\omega}.$$

Из сравнения (13) и (2)

$$E = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right). \qquad (14)$$

Замечательно, что точный квантово-механический расчет (решение уравнения Шрёдингера) не изменяет этого результата.

Я рассказал здесь о некоторых (далеко не всех) идеях, лежащих в основе квазиклассического приближения. Поскольку квазиклассическое приближение связывает две различные физические теории: классическую и квантовую механику, его следует рассматривать не только (и не столько) как один из многочисленных способов приближенного решения задач математической физики, но и как специальный раздел квантовой теории, имеющий самостоятельную ценность.

К сожалению, мне неизвестны научно-популярные работы, где бы специально рассказывалось о квазиклассическом приближении, но можно порекомендовать заинтересованному читателю приведенную ниже литературу, касающуюся затронутых вопросов. Особо следует отметить статью [6], где рассказывается о возникших в последнее время новых возможностях исследования проблем квантовой механики, связанных с использованием мощных современных компьютеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Джеммер М.* Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.

2. *Эренфест – Иоффе.* Научная переписка. Л.: Наука, 1990.

3. *Ансельм А.И.* Очерки развития физической теории в первой трети XX века. М.: Наука, 1986.

4. *Планк М.* Воспоминания // Избранные труды. М.: Наука, 1975.

5. *Бор Н.* Избранные научные труды. М.: Наука, 1971. Т. 2.

6. *Захарьев Б.Н.* Новая ситуация в квантовой механике (о возможностях управления спектрами, рассеянием, распадами) // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. № 7. С. 81–88.

7. *Де Бройль Л.* Революция в физике. М.: Атомиздат, 1965. С. 134–148, 170–188.

8. *Мигдал А.Б.* Квантовая физика и Нильс Бор. М.: Знание, 1987. (Сер. “Физика”; № 3).

9. *Мигдал А.Б.* Квантовая физика для больших и маленьких. М.: Наука, 1989. (Б-ка “Квант”; Вып. 75).

10. *Пономарев Л.И.* Под знаком кванта. М.: Наука, 1989.

* * *

Владислав Гавриилович Багров, доктор физико-математических наук, физик-теоретик, профессор, зав. кафедрой квантовой теории поля физического факультета Томского государственного университета. Область научных интересов – классическая и квантовая электродинамика, квантовая механика, общая теория относительности, математическая физика. Автор более 350 научных работ, в том числе двух монографий и трех учебных пособий.