ЯДЕРНЫЕ СТЕПЕНИЯ СВОБОДЫ В АТОМНОЙ ФИЗИКЕ

Е.В. Грызлова

НИИЯФ МГУ

Весенний семестр 2020 г.

- «Разминка»
- Спектры систем со сферической симметрией
- Сжатые атомы и резонансы формы
- Двухуровневая система с сильно связанными состояниями
- Атомная спектроскопия антипротония
- Поляризация излучения и дихроизм
- Плоская волна и волновой пакет – волна вещества.
- Нобелевская премия по физике 2012 года.
Изучение одиночной квантовой системы
- Ионные ловушки
- Когерентные и сжатые состояния волновых пакетов
- Начала теории рассеяния
- Особенности резонансного рассеяния и неэкспоненциальный распад

- **Двухуровневая система с сильно связанными состояниями:**

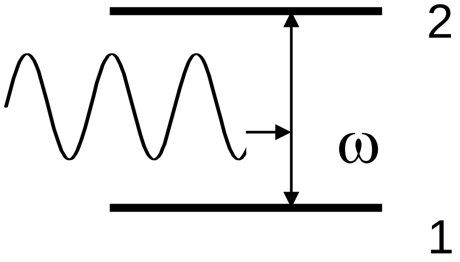
а) эффект Аутлера-Таунска

б) Осцилляции Раби

в) электромагнитно-индуцированная прозрачность

г) лазерное охлаждение

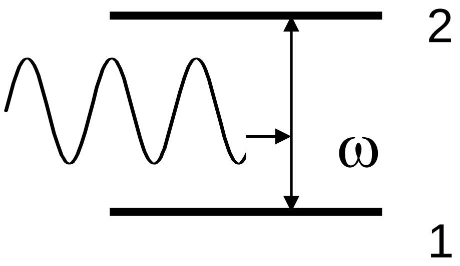
Двухуровневая система в лазерном поле



- На какой частоте осциллирует заселенность состояний?
- На какой частоте осциллирует дипольный момент индуцированный в среде
- Сколько линий видно в спектре?
- Что такое импульс $\pi/2$?

Эффект Аутлера-Таунса
Осцилляции Раби

Двухуровневая система в лазерном поле



Эффект Аутлера-Таунса

$$|\psi(t)\rangle = c_1(t)|\varphi_1\rangle + c_2(t)|\varphi_2\rangle$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = -i\hat{H}|\psi(t)\rangle,\ \hat{H} = E_1|\varphi_1\rangle\langle\varphi_1| + E_2|\varphi_2\rangle\langle\varphi_2| + \hat{V}(t);$$

Оператор взаимодействия в дипольном приближении

$$\hat{V}(t) = -E(t)x = -E(t)(d_{12}|\varphi_1\rangle\langle\varphi_2| + d_{21}|\varphi_2\rangle\langle\varphi_1|);$$

e=1

$$d_{12} = d^*_{21} = \langle\varphi_1|\hat{D}|\varphi_2\rangle.$$

Напряженность электромагнитного поля $E(t) = \mathrm{E}_0 \cos\omega t.$

$$\dot{c}_1(t) = -iE_1c_1(t) + i\cdot d_{12}\mathrm{E}_0c_2(t)\cos\omega t;$$

$$\dot{c}_2(t) = -iE_2c_2(t) + i\cdot d_{21}\mathrm{E}_0c_1(t)\cos\omega t.$$

В **приближении вращающейся волны**, заменив

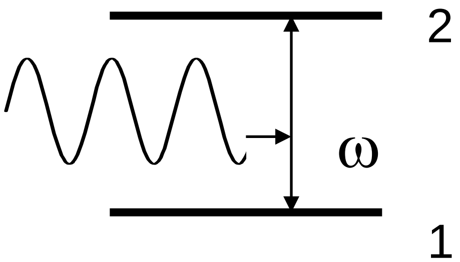
$$c'_1(t) = c_1(t)\exp(iE_1t);$$

$$c'_2(t) = c_2(t)\exp(iE_2t);$$

$$\dot{c}'_1(t) = i/2\cdot d_{12}\mathrm{E}_0c'_2(t)\exp(-i(E_2 - E_1 - \omega)t);$$

$$\dot{c}'_2(t) = i/2\cdot d_{21}\mathrm{E}_0c'_1(t)\exp(i(E_2 - E_1 - \omega)t).$$

Двухуровневая система в лазерном поле



Эффект Аутлера-Таунса

$$\dot{c}'_1(t) = i/2 \cdot d_{12}\mathrm{E}_0 c'_2(t)\exp(-i(E_2 - E_1 - \omega)t);$$
$$\dot{c}'_2(t) = i/2 \cdot d_{21}\mathrm{E}_0 c'_1(t)\exp(i(E_2 - E_1 - \omega)t).$$

Введем **частоту Раби и расстройку**

$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2 + (E_2 - E_1 - \omega)^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

Ищем решение в следующем виде

$$c'_1(t) = (a_1\exp(i\Omega t/2) + b_1\exp(-i\Omega t/2))\exp(-i\Delta t/2);$$
$$c'_2(t) = (a_2\exp(i\Omega t/2) + b_2\exp(-i\Omega t/2))\exp(i\Delta t/2);$$

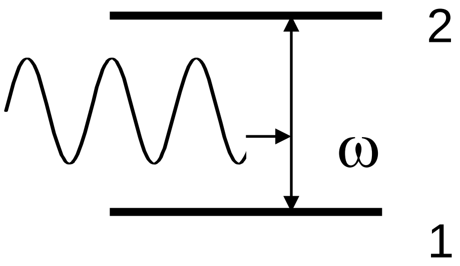
Начальные условия

Решение

$$c'_1(t) = \left(c'_1(0)\left\{\cos(\Omega t/2) + \cancel{i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)}\right\} + c'_2(0) i\frac{d_{12}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right)\cancel{\exp(-i\Delta t/2)};$$

$$c'_2(t) = \left(c'_2(0)\left\{\cos(\Omega t/2) \cancel{- i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)}\right\} + c'_1(0) i\frac{d_{21}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right)\cancel{\exp(i\Delta t/2)};$$

Двухуровневая система в лазерном поле



Осцилляции Раби

частота Раби и расстройка

$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

$$c'_1(t) = \left(\boxed{\cancel{c'_1(0)\left\{\cos(\Omega t/2) + i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right\}}} + c'_2(0)\, i\frac{d_{12}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2) \right)\exp(-i\Delta t/2);$$

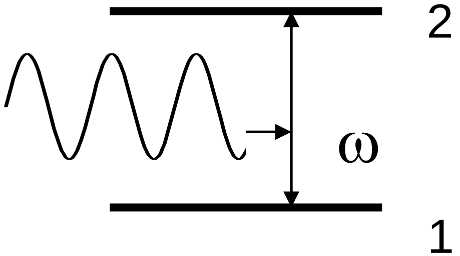
$$c'_2(t) = \left(c'_2(0)\left\{\cos(\Omega t/2) - i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right\} + \boxed{\cancel{c'_1(0)\, i\frac{d_{21}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2)}} \right)\exp(i\Delta t/2);$$

Решение при начальных условиях $c'_1(0) = 0; \quad c'_2(0) = 1.$

$$c'_1(t) = i\frac{d_{12}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\exp(-i\Delta t/2);$$

$$c'_2(t) = \left\{\cos(\Omega t/2) - i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right\}\exp(i\Delta t/2);$$

Двухуровневая система в лазерном поле



Осцилляции Раби

частота Раби и расстройка

$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

Решение при начальных условиях $c'_1(0) = 0; \quad c'_2(0) = 1.$

$$c'_1(t) = i\frac{d_{12}\mathrm{E}_0}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\exp(-i\Delta t/2);$$

$$c'_2(t) = \left\{\cos(\Omega t/2) - i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right\}\exp(i\Delta t/2);$$

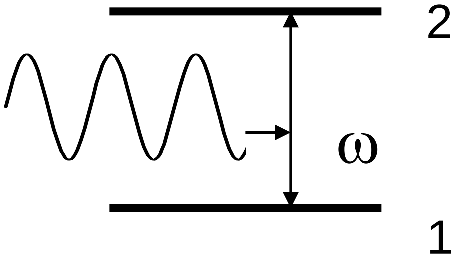
Инверсия заселенности и индуцированный момент

$$W(t) = \left|c'_2(t)\right|^2 - \left|c'_1(t)\right|^2 = \left(\frac{\Delta^2 - \left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2}{\Omega^2}\right)\sin^2(\Omega t/2) + \cos^2(\Omega t/2);$$

$$P(t) = c_1^* c_2 d_{12} + к.с. = c'^*_1 c'_2 d_{12}\exp(-i(E_2 - E_1)t) + к.с. =$$

$$2\,\mathrm{Re}\left(\frac{id_{12}\mathrm{E}_0}{2\Omega} d_{12}\left(\cos(\Omega t/2) + i\frac{\Delta}{\Omega}\sin(\Omega t/2)\right)\sin(\Omega t/2)\exp(i\omega t)\right)$$

Двухуровневая система в лазерном поле



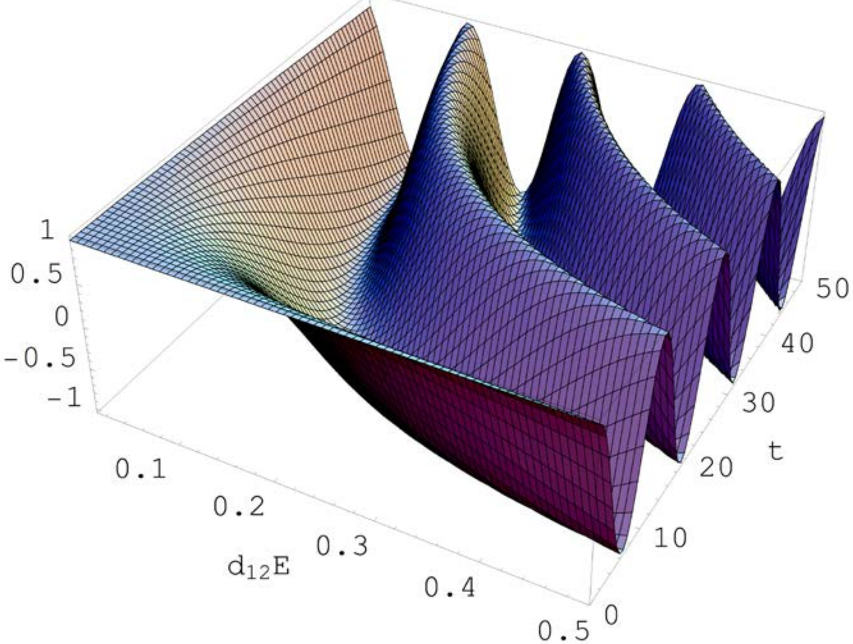
Осцилляции Раби

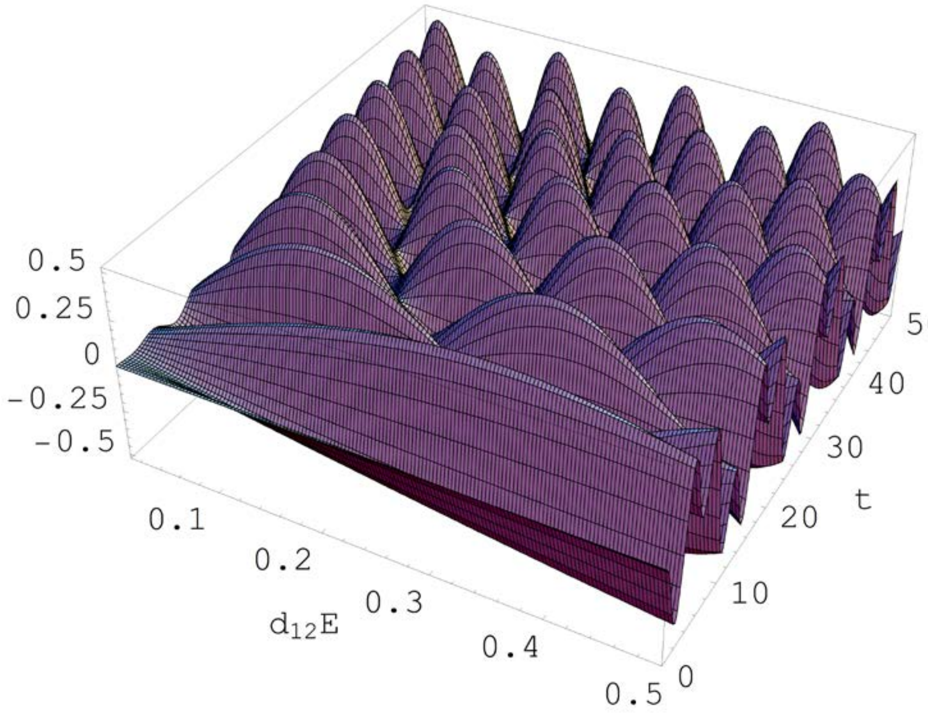
частота Раби и расстройка

$$\Omega = \sqrt{|d_{12}\mathrm{E}_0|^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

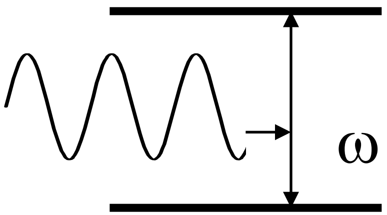
Инверсия заселенности и индуцированный момент

ω=1 au, Δ=0





Двухуровневая система в лазерном поле



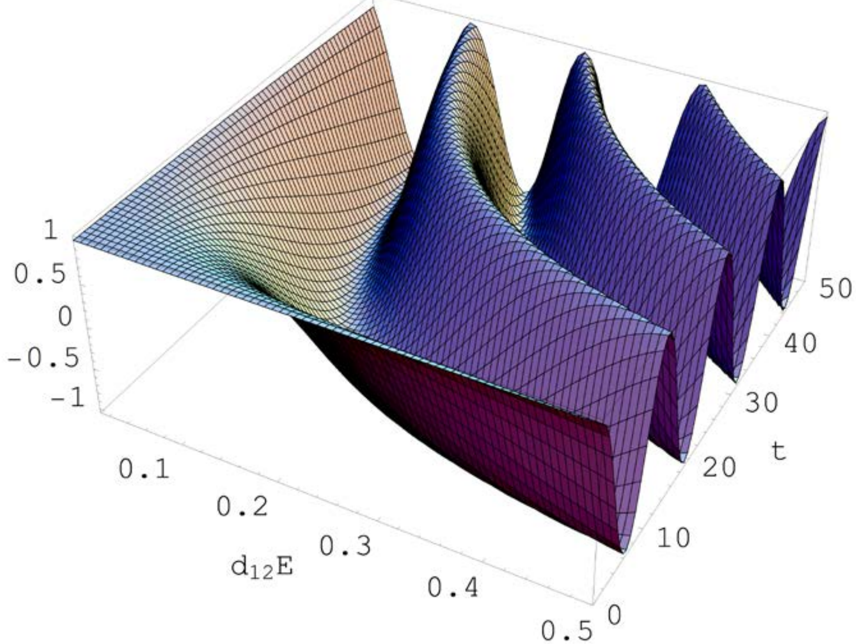
Осцилляции Раби

частота Раби и расстройка

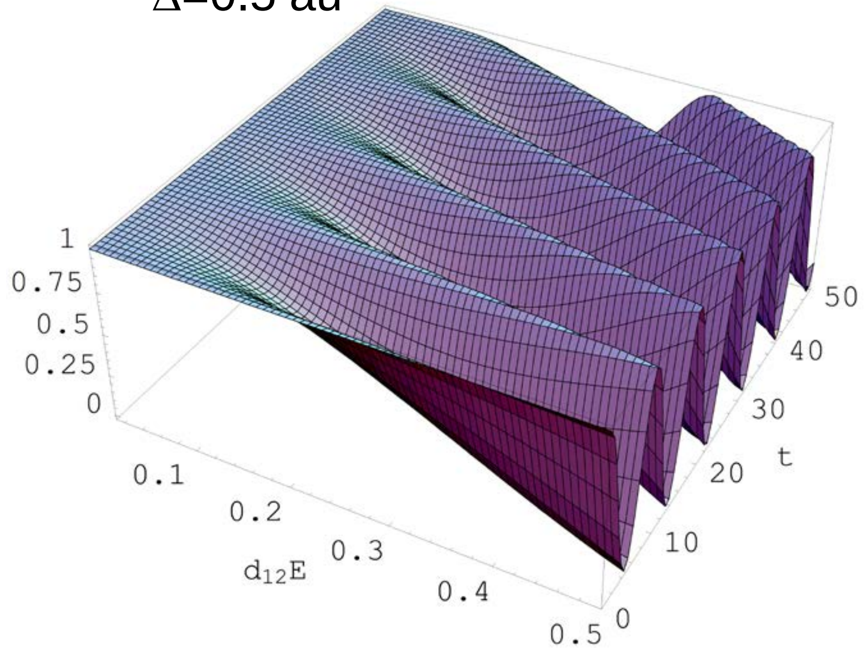
$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

Инверсия заселенности

ω=1 au, Δ=0

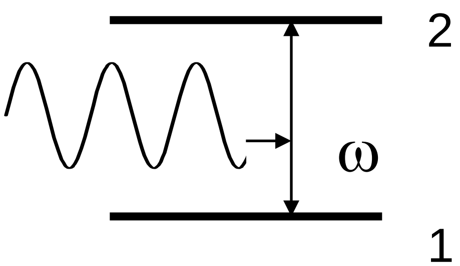


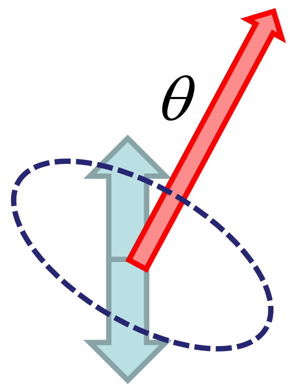
Δ=0.5 au



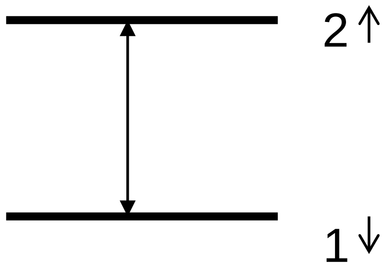
Спиновые (классические) осцилляции Раби

лазерное поле





Вращающееся магнитное поле



Напряженность электромагнитного поля

$$E(t) = \mathrm{E}_0 \cos \omega t.$$

$$\hat{H} = -e\hat{D}\vec{E}$$

Напряженность магнитного поля

$$H_x = H \cos \varphi t \boxed{\sin\theta;}$$
$$H_y = H \sin \varphi t \boxed{\sin\theta;}$$
$$H_z = \boxed{H\cos\theta;}$$

$$\hat{H} = -\frac{\mu}{s}\vec{H}\hat{s}$$

В **приближении вращающейся волны**, заменив

$$\dot{c}'_1(t) = i/2 \cdot d_{12}\mathrm{E}_0 c'_2(t)\exp(-i(E_2 - E_1 - \omega)t);$$
$$\dot{c}'_2(t) = i/2 \cdot d_{21}\mathrm{E}_0 c'_1(t)\exp(i(E_2 - E_1 - \omega)t).$$
$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0\right|^2 + \Delta^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

$$\left|\uparrow\right\rangle = i\mu H\left|\downarrow\right\rangle \exp(-i\omega t);$$
$$\left|\downarrow\right\rangle = i\mu H\left|\uparrow\right\rangle \exp(i\omega t).$$
$$\Omega = \sqrt{\omega^2 + 4\mu^2 H^2},$$

Отклик нелинейной среды на электромагнитное излучение

Уравнения Максвелла:

$$div\vec{D} = \rho;$$

$$div\vec{B} = 0;$$

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t};$$

$$rot\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t};$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}; \quad \vec{B} = \mu_0\vec{H}; \quad \vec{J} = \sigma\vec{E}.$$

Если пренебречь высшими гармониками, то отклик среды:

$$P(z,t) = \frac{1}{2}\rho(z,t)\exp(-i(\Omega t - kz)) + э.с.$$

Поляризации среды на определенной частоте – это среднее значение дипольного момента, индуцированного на этой частоте:

Отклик нелинейной среды на электромагнитное излучение

Поляризация среды зависит от напряженностью поля, ее вызывающего, во все предшествующие моменты времени:

$$P(z,t)=\varepsilon_0\int_0^\infty \chi(\tau)E(z,t-\tau)d\tau$$

Если: $E(z,t)=\frac{1}{2}E_0\exp(-i(\Omega t-kz))+э.с.$

То: $P(z,t)=\frac{\varepsilon_0 E_0}{2}\left(\chi(\Omega)\exp(-i(\Omega t-kz))+\chi(-\Omega)\exp(i(\Omega t-kz))\right)$

Где $\chi(\Omega)$ – фурье-образ нелинейной восприимчивости среды.

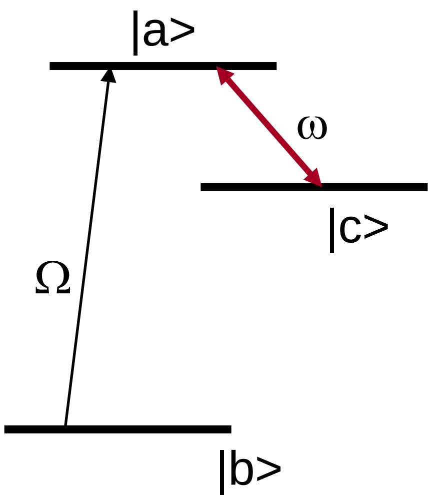
Комплексная поляризация среды $\rho(z,t)$ на определенной частоте связана с напряженностью поля :

$$\boxed{\rho(z,t)=\varepsilon_0 E_1\chi(\Omega)}$$

Индуцированная прозрачность в λ-системе

Поляризации среды на определенной частоте – это среднее значение дипольного момента, индуцированного на этой частоте:

$$P = Tr\left(\rho d\right) = \left\langle a \middle| d \middle| b \right\rangle$$



Гамильтониан системы: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$

$$\hat{H}_0 = E_a \left|a\right\rangle\left\langle a\right| + E_b \left|b\right\rangle\left\langle b\right| + E_c \left|c\right\rangle\left\langle c\right|$$

$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{2}\left(d_{ab} E_\Omega \exp\left(-i\Omega t\right) + d_{ac} E_\omega \exp\left(-i\omega t\right) + э.с.\right)$$

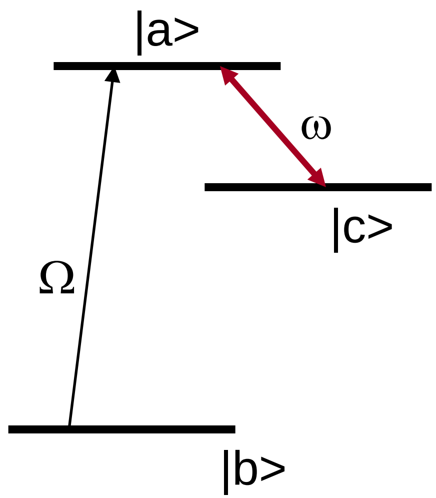
уравнение Шредингера: $\dot{c} = -i\hat{H}c$

Индуцированная прозрачность в λ-системе

уравнение Шредингера: $\dot{c} = -i\hat{H}c$

Гамильтониан системы: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$

$$\hat{H}_0 = E_a |a\rangle\langle a| + E_b |b\rangle\langle b| + E_c |c\rangle\langle c|$$



$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{2}\left(d_{ab}E_\Omega \exp(-i\Omega t) + d_{ac}E_\omega \exp(-i\omega t) + \text{э.с.}\right)$$

Для простоты положим $\delta = E_a - E_b - \omega = 0$ и $\gamma_b = 0$

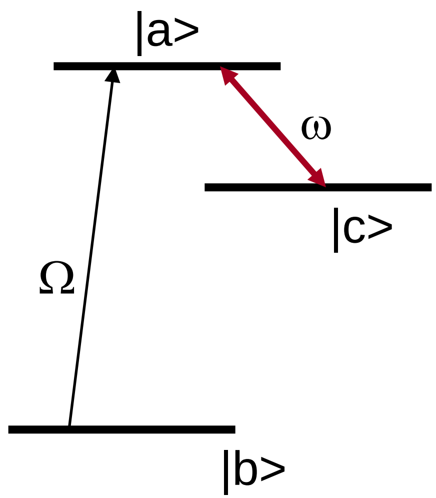
Тогда частота Раби $\Omega_\mu = d_{ac}E_\omega$,

В первом порядке теории возмущений по E_Ω:

$$\dot{c}_a = -i(E_a - i\gamma_a)c_a + i\frac{d_{ab}E_\Omega}{2}\exp(-i\Omega t)c_b + i\frac{\Omega_\mu}{2}\exp(-i\omega t)c_c;$$

$$\dot{c}_c = -i(E_c - i\gamma_c)c_c + i\frac{\Omega_\mu}{2}\exp(i\omega t)c_a$$

Индуцированная прозрачность в λ-системе



Сделаем замены $\Delta = E_a - E_b - \Omega$,

$$\tilde{c}_a = c_a \cdot \exp(-i\Omega t);\ \tilde{c}_c = c_c \cdot \exp(i(\omega - \Omega)t)$$

получаем

$$\dot{\tilde{c}}_a = -(\gamma_a + i\Delta)\tilde{c}_a + i\frac{d_{ab}E_\Omega}{2}\tilde{c}_b + i\frac{\Omega_\mu}{2}\tilde{c}_c;$$

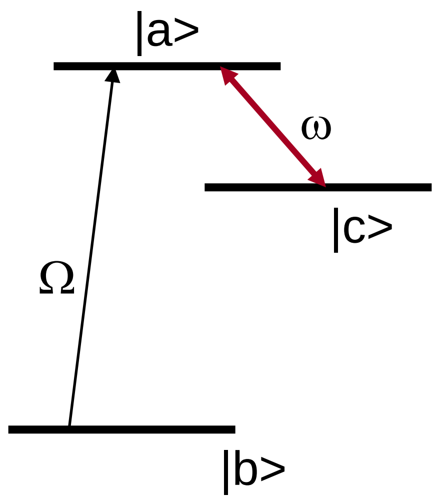
$$\dot{\tilde{c}}_c = -(\gamma_c + i\Delta)\tilde{c}_c + i\frac{\Omega_\mu}{2}\tilde{c}_a$$

Решение уравнения вида:

$$\dot{R} = -M \cdot R + A \quad \Rightarrow \quad R = M^{-1} \cdot A$$

$$R = \begin{bmatrix} \tilde{c}_a \\ \tilde{c}_c \end{bmatrix}; \quad M = \begin{bmatrix} \gamma_{ab} + i\Delta & -i\Omega_\mu / 2 \\ -i\Omega_\mu / 2 & \gamma_{cb} + i\Delta \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} i\, d_{ab} E_\Omega / 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Индуцированная прозрачность в λ-системе



Решение уравнения, осциллирующее на частоте падающего поля

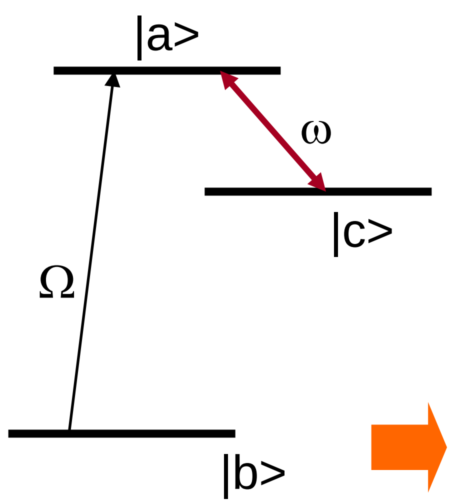
$$\begin{bmatrix} \tilde{c}_a \\ \tilde{c}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_a + i\Delta & -i\Omega_\mu / 2 \\ -i\Omega_\mu / 2 & \gamma_c + i\Delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i\, d_{ab} E_\Omega / 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\tilde{c}_a(t,\omega,\Omega) = \frac{i\, d_{ab}(\gamma_c + i\Delta)\exp(-i\Omega t)}{2\left((\gamma_a + i\Delta)(\gamma_c + i\Delta) + \Omega_\mu^2 / 4\right)} E_0$$

Нелинейная восприимчивость, выражается через поляризацию:

$$\chi(\Omega) = \frac{\rho(z,t)}{E_\Omega} = N\frac{\tilde{c}_a d_{ba} \exp(i\Omega t)}{E_\Omega} = \frac{iN\left|d_{ab}\right|^2 (\gamma_c + i\Delta)}{2\left((\Delta - i\gamma_a)(\Delta - i\gamma_c) + \Omega_\mu^2 / 4\right)}$$

Индуцированная прозрачность в λ-системе



Решение уравнения, осциллирующее на частоте падающего поля

$$\chi(\Omega)=\frac{iN\left|d_{ab}\right|^2(\gamma_c+i\Delta)}{2\left(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4-i\Delta(\gamma_a+\gamma_c)\right)}$$

$$-\frac{N\left|d_{ab}\right|^2(\Delta-i\gamma_c)}{2\sqrt{\Omega_\mu^2-(\gamma_a-\gamma_c)^2}}\left(\frac{1}{\Delta-\Delta_r^{(1)}}-\frac{1}{\Delta-\Delta_r^{(2)}}\right)$$

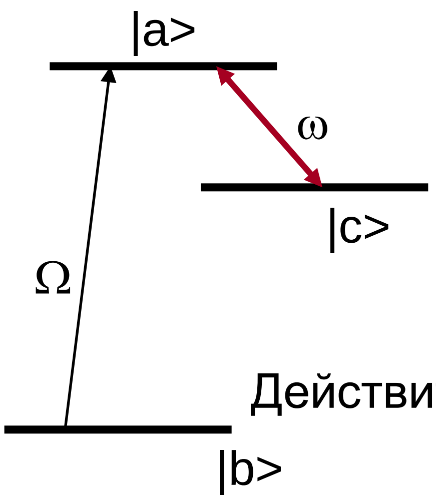
$$\Delta_r=\frac{i(\gamma_a+\gamma_c)\pm\sqrt{\Omega_\mu^2-(\gamma_a-\gamma_c)^2}}{2}\rightarrow\frac{i(\gamma_a+\gamma_c)\pm\Omega_\mu}{2}$$

Действительная и мнимая части нелинейной восприимчивости:

$$\chi(\Omega)=-\frac{N\left|d_{ab}\right|^2\Delta(\Delta^2-\Omega_\mu^2/4+\gamma_c^2)}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_a+\gamma_c)^2\right)}+$$

$$i\frac{N\left|d_{ab}\right|^2(\gamma_c(-\gamma_a\gamma_c-\Omega_\mu^2/4)-\gamma_a\Delta^2)}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_a+\gamma_c)^2\right)}$$

Индуцированная прозрачность в λ-системе



Действительная и мнимая части нелинейной восприимчивости:

$$-\frac{N|d_a|^2\Delta(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4+(\gamma_a+\gamma_c)\gamma_c)}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_a+\gamma_c)^2\right)}+$$

$$\boxed{\Omega_\mu=0}$$

$$-\frac{N|d_{ab}|^2\Delta}{2(\Delta^2+\gamma_a^2)}$$

$$i\frac{N|d_{ab}|^2(\gamma_c(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4)-\Delta^2(\gamma_a+\gamma_c))}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_a+\gamma_c)^2\right)}$$

$$-i\frac{N|d_{ab}|^2\gamma_a}{2(\Delta^2+\gamma_a^2)}$$

Слабое поле - обычное резонансное поглощение

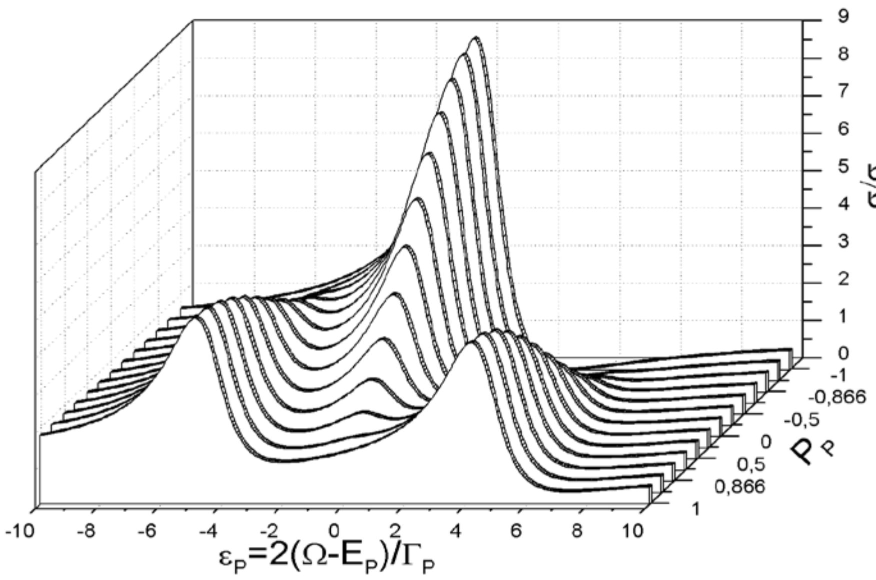
$$\boxed{\Delta=0}$$

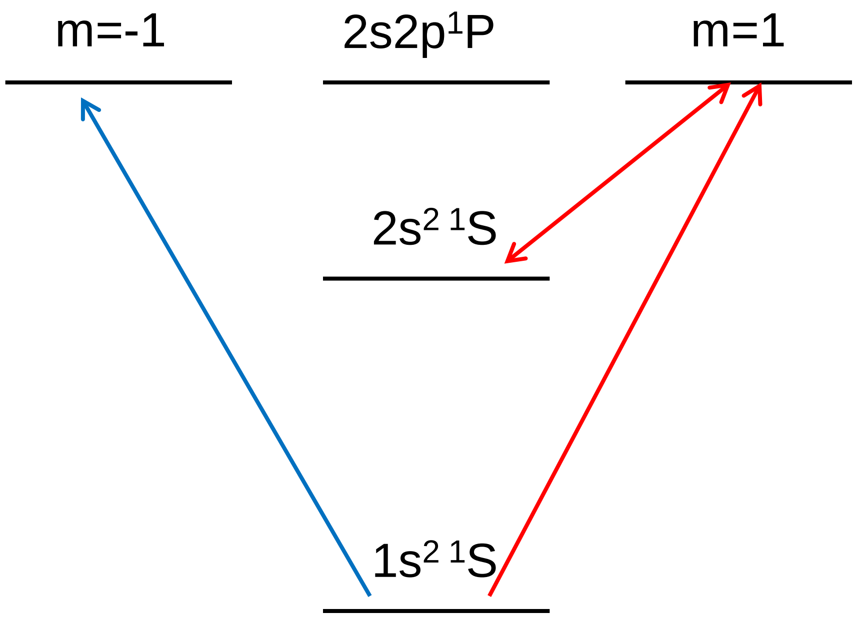
$$\boxed{-i\frac{N|d_{ab}|^2\gamma_c}{2\left(\gamma_a\gamma_c+\Omega_\mu^2/4\right)}}$$

Лазерно-индуцированная прозрачность

Сечение фотоионизации атома гелия в окрестности резонансно связанных АИС

2s2p^{1}P и 2s^2 ^{1}S связаны лазерным полем с $\delta=\omega-E_2+E_1=0$. Лазерное поле право поляризовано. Поляризация пробного меняется от правой до левой. Интенсивность лазерного поля $I=4*10^{-6}$ а.е.





Сечение фотоионизации атома гелия в окрестности резонансно связанных АИС

$2s2p\,^1P$ и $2s3d\,^1D$, связаны лазерным полем с $\delta=\omega-E_2+E_1=0$. Лазерное поле право поляризовано. Поляризация пробного меняется от правой до левой. Интенсивность лазерного поля $I=4*10^{-6}$ а.е.