ЯДЕРНЫЕ СТЕПЕНИЯ СВОБОДЫ В АТОМНОЙ ФИЗИКЕ

Е.В. Грызлова

НИИЯФ МГУ

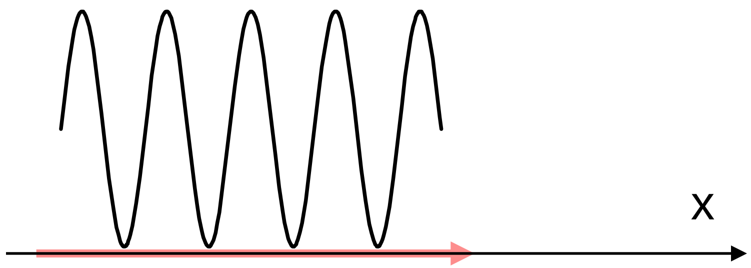
Весенний семестр 2020 г.

- «Разминка»
- Спектры систем со сферической симметрией
- Сжатые атомы и резонансы формы
- Двухуровневая система с сильно связанными состояниями
- Атомная спектроскопия антипротония
- Поляризация излучения и дихроизм
- Плоская волна и волновой пакет – волна вещества.
- Нобелевская премия по физике 2012 года.
Изучение одиночной квантовой системы
- Когерентные и сжатые состояния волновых пакетов
- Начала теории рассеяния
- Особенности резонансного рассеяния и неэкспоненциальный распад
- Ионные ловушки

- **Плоская волна и волновой пакет – волна вещества.**

а) Туннелирование волны через барьер сложной формы: интерференция волн.
б) ослабление поглощения, резонансы.
в) конфайнмент резонансы – резонансы формы.
г) понятие волнового пакета и его эволюция в простых потенциалах.

Плоская волна: понятие потока



Волновая функция свободной частицы

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(r) = E\cdot\varphi(r) \qquad k_1 = \sqrt{2\cdot E}$$

Волновая функция континуума $\varphi(r) = A_1 e^{ik_1 r} + B_1 e^{-ik_1 r}$

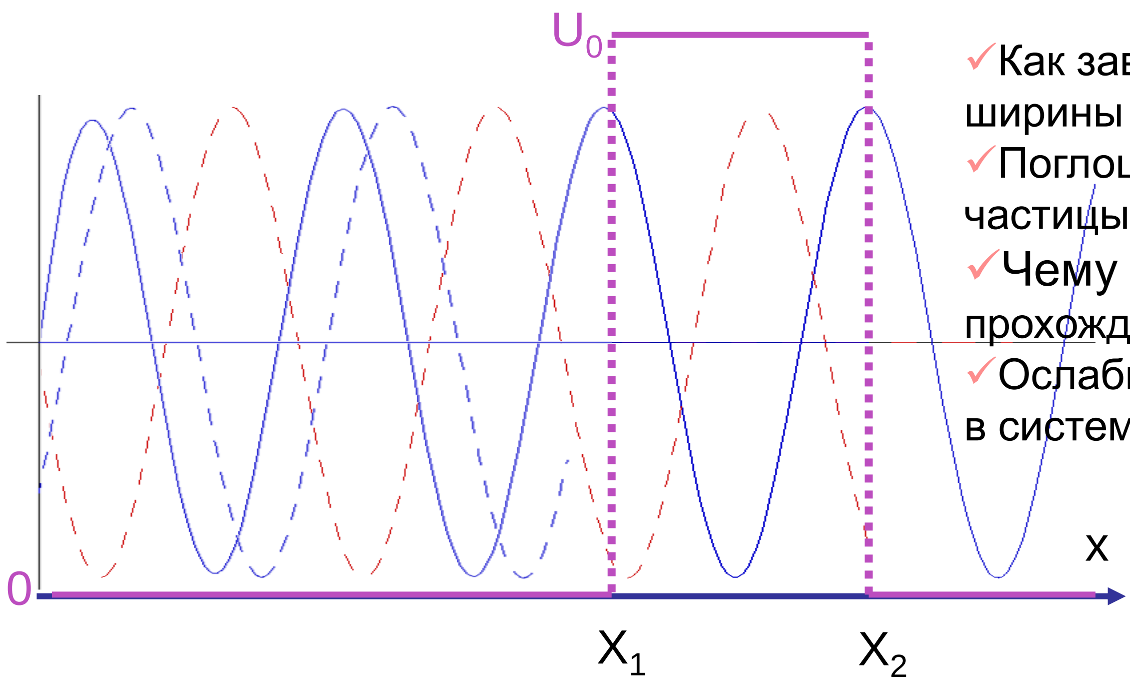
$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv = \int\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\varphi^* + \frac{\partial\varphi^*}{\partial t}\varphi\right)dv = i\int(\varphi\hat{H}^*\varphi^* - \varphi^*\hat{H}\varphi)dv$$

$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv = -\frac{i}{2}\int(\varphi\cdot\Delta\varphi^* - \varphi^*\cdot\Delta\varphi)dv = -\int div\, j dv, \quad j = \frac{i}{2}(\varphi\cdot grad\,\varphi^* - \varphi^*\cdot grad\,\varphi)$$

$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv + \int div\, j dv = 0$$

$$j = k_1$$

Отражение плоской волны



- ✓Как зависит поглощение от высоты и ширины барьера?
- ✓Поглощается ли волна, если энергия частицы выше энергии барьера?
- ✓Чему равен коэффициент прохождения при $E=U_0$?
- ✓Ослабится или усилится поглощение в системе из двух барьеров?

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)+V(x)\varphi(x)=E\cdot\varphi(x)$$

$$V(x)=\begin{cases}U_0, & X_1<x<X_2\\ 0\end{cases}$$

Уравнения непрерывности

$$k_1=\sqrt{2\cdot E},\ k_2=\sqrt{2\cdot(U_0-E)}$$

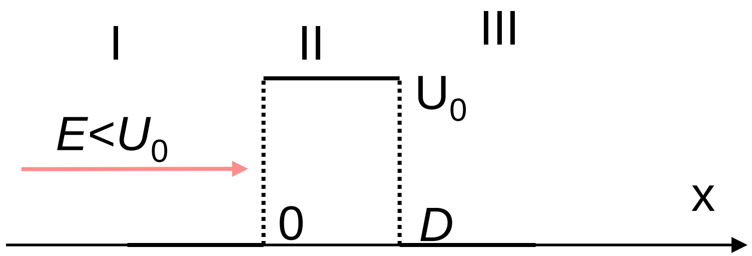
$$A_1e^{ik_1X_1}+B_1e^{-ik_1X_1}=A_2e^{k_2X_1}+B_2e^{-k_2X_1}$$

$$A_1ik_1e^{ik_1X_1}-ik_1B_1e^{-ik_1X_1}=A_2k_2e^{k_2X_1}-k_2B_2e^{-k_2X_1}$$

$$A_2e^{k_2X_2}+B_2e^{-k_2X_2}=A_3e^{ik_1X_2}$$

$$A_2k_2e^{k_2X_2}-k_2B_2e^{-k_2X_2}=A_3ik_1e^{ik_1X_2}$$

Отражение плоской волны



Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)+V(x)\varphi(x)=E\cdot\varphi(x)$$

$$k_1=\sqrt{2\cdot E},\ k_2=\sqrt{2\cdot(U_0-E)}$$

$$A_2=A_3e^{ik_1D}\frac{k_2+ik_1}{2k_2}e^{-k_2D}$$

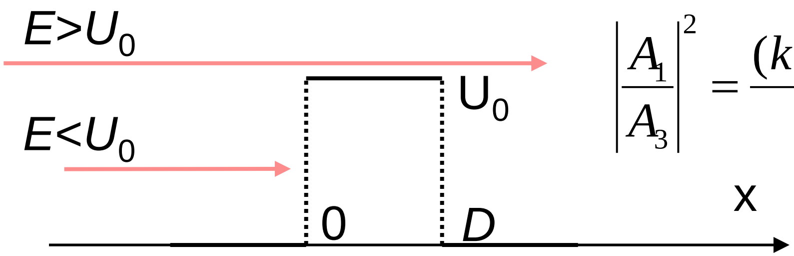
$$B_2=A_3e^{ik_1D}\frac{k_2-ik_1}{2k_2}e^{k_2D}$$

$$A_1=\frac{ik_1+k_2}{2ik_1}A_2+\frac{ik_1-k_2}{2ik_1}B_2=\frac{ik_1+k_2}{2ik_1}\frac{ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D}+\frac{ik_1-k_2}{2ik_1}\frac{-ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D}=\frac{(ik_1+k_2)^2e^{-k_2D}-(k_2-ik_1)^2e^{k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$B_1=\frac{ik_1-k_2}{2ik_1}A_2+\frac{ik_1+k_2}{2ik_1}B_2=\frac{ik_1-k_2}{2ik_1}\frac{ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D}+\frac{ik_1+k_2}{2ik_1}\frac{-ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D}=(k_1^2+k_2^2)\frac{e^{k_2D}-e^{-k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\left|\frac{A_1}{A_3}\right|^2=\frac{(k_2^2+k_1^2)^2e^{-2k_2D}+(k_2^2+k_1^2)^2e^{2k_2D}-(ik_1+k_2)^4-(k_2-ik_1)^4}{(2k_1 2k_2)^2}=\\&\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right)-2(k_2^2-k_1^2)^2+4k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2}=\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right)-2(k_2^2+k_1^2)^2+16k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2}=\frac{(k_2^2+k_1^2)^2Sh^2k_2D+4k_1^2k_2^2}{(2k_1k_2)^2}\end{aligned}}$$

Отражение плоской волны



$$\left|\frac{A_1}{A_3}\right|^2 = \frac{(k_2^2+k_1^2)^2 e^{-2k_2D} + (k_2^2+k_1^2)^2 e^{2k_2D} - (ik_1+k_2)^4 - (k_2-ik_1)^4}{(2k_1 2k_2)^2}$$

$$A_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2+ik_1}{2k_2}e^{-k_2D}$$

$$B_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2-ik_1}{2k_2}e^{k_2D}$$

$$A_1 = A_3\frac{(ik_1+k_2)^2 e^{-k_2D} - (k_2-ik_1)^2 e^{k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$B_1 = A_3(k_1^2+k_2^2)\frac{e^{k_2D}-e^{-k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера

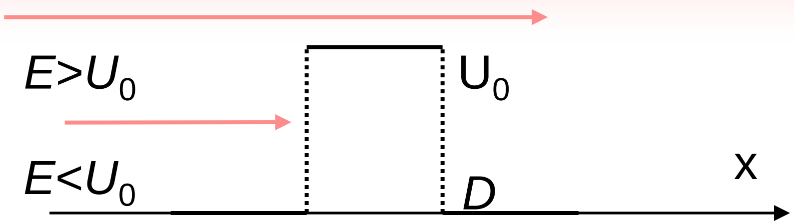
$E<U_0$ $\quad k_1 = \sqrt{2\cdot E},\ k_2 = \sqrt{2\cdot(U_0 - E)}$

$$\boxed{\mathrm{D} = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2+k_1^2)^2 Sh^2 k_2D + 4k_1^2k_2^2}}$$

$E>U_0$ $\quad k_1 = \sqrt{2\cdot E},\ k_2 = \sqrt{2\cdot(E - U_0)}$

$$\boxed{\mathrm{D} = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2-k_1^2)^2 Sin^2 k_2D + 4k_1^2k_2^2}}$$

Отражение плоской волны



$$k_1 = \sqrt{2 \cdot E},\ k_2 = \sqrt{2 \cdot (U_0 - E)}$$

Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера

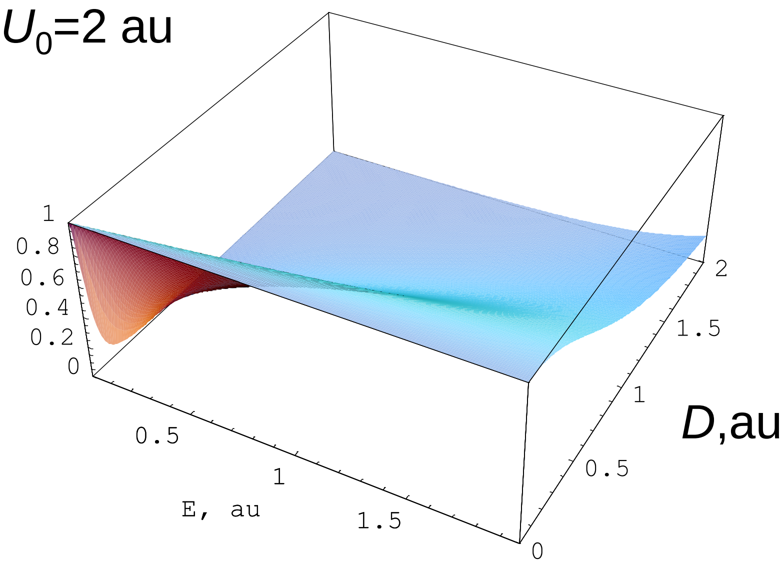
$E<U_0$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2 + k_1^2)^2 Sh^2 k_2 D + 4k_1^2 k_2^2}}$$

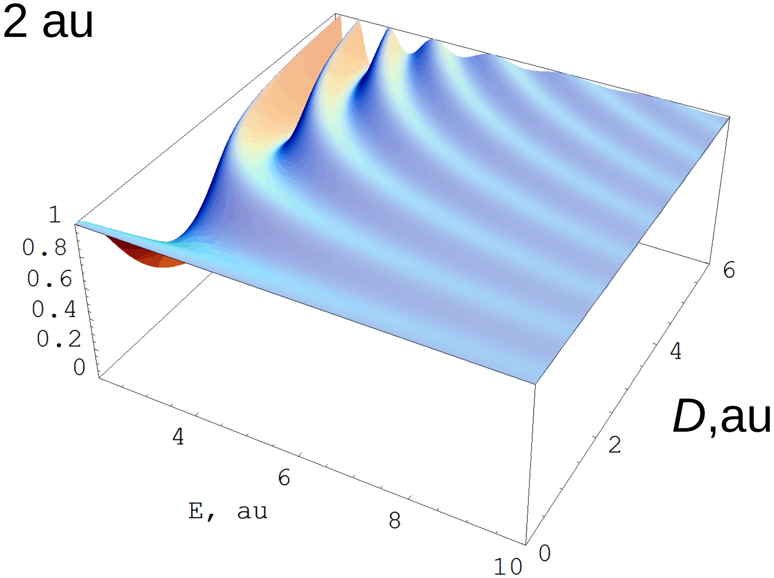
$E>U_0$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2 - k_1^2)^2 Sin^2 k_2 D + 4k_1^2 k_2^2}}$$

U_0=2 au



U_0=2 au



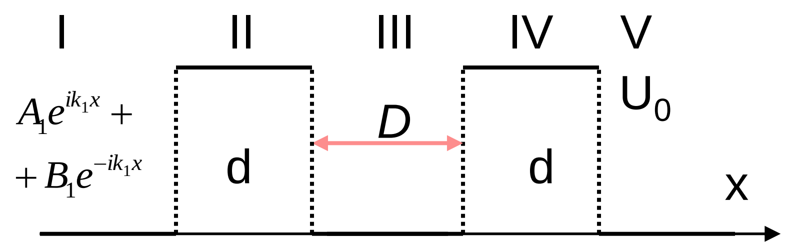
Исследовать поведение коэффициента прохождения при E=U_0

Отражение плоской волны от двойного барьера

Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера

$$k_1 = \sqrt{2 \cdot E},\; k_2 = \sqrt{2 \cdot (U_0 - E)}$$

$$\kappa = \frac{k_1}{k_2};\; \cos\phi_\kappa = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}};\; \sin\phi_\kappa = \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}};$$



$$k_1 = \sqrt{2 \cdot E},\; k_2 = \sqrt{2 \cdot (U_0 - E)}$$

$$A_4 e^{k_2(2d+D)} + B_4 e^{-k_2(2d+D)} = e^{ik_1(2d+D)};$$

$$A_4 k_2 e^{k_2(2d+D)} - B_4 k_2 e^{-k_2(2d+D)} = ik_1 e^{ik_1(2d+D)};$$

$$A_4 = e^{(ik_1 - k_2)(2d+D)}(1 + i\kappa)/2 = \sqrt{1+\kappa^2}\, e^{(ik_1 - k_2)(2d+D) + i\phi_k}/2;$$

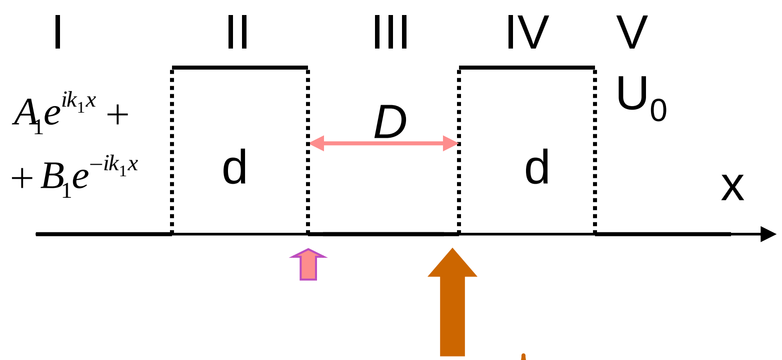
$$B_4 = e^{(ik_1 + k_2)(2d+D)}(1 - i\kappa)/2 = \sqrt{1+\kappa^2}\, e^{(ik_1 + k_2)(2d+D) - i\phi_k}/2;$$

Отражение плоской волны от двойного барьера

Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера

$$k_1 = \sqrt{2\cdot E},\ k_2 = \sqrt{2\cdot(U_0 - E)}$$

$$\kappa = \frac{k_1}{k_2};\ \cos\phi_\kappa = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}};\ \sin\phi_\kappa = \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}};$$



$$A_3 = \sqrt{1+\kappa^2}^{\,2} e^{ik_1 d}\left[e^{-k_2 d + 2i\phi_k} - e^{k_2 d - 2i\phi_k}\right]/\,4i\kappa$$

$$B_3 = \sqrt{1+\kappa^2}^{\,2} e^{ik_1(3d+2D)}\left[-e^{-k_2 d} + e^{k_2 d}\right]/\,4i\kappa;$$

$$A_2 e^{k_2 d} + B_2 e^{-k_2 d} = A_3 e^{ik_1 d} + B_3 e^{-ik_1 d};$$

$$A_2 k_2 e^{k_2} - B_2 k_2 e^{-k_2 d} = ik_1 A_3 e^{ik_1 d} - iB_3 k_1 e^{-ik_1 d};$$

$$A_2 = \sqrt{1+\kappa^2}\, e^{-k_2 d}\left[A_3 e^{ik_1 d + i\phi_k} + B_3 e^{-ik_1 d - i\phi_k}\right]/\,2 =$$

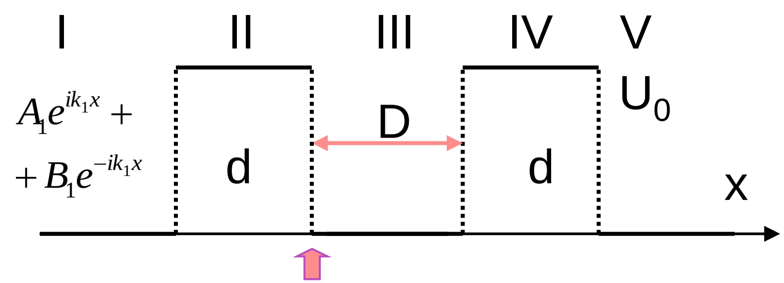
$$\sqrt{1+\kappa^2}^{\,3} e^{ik_1 2d - k_2 d}\left[e^{-k_2 d + i3\phi_k} - e^{-i\phi_k + k_2 d} - e^{ik_1 2D - i\phi_k - k_2 d} + e^{ik_1 2D - i\phi_k + k_2 d}\right]/\,8i\kappa$$

$$B_2 = \sqrt{1+\kappa^2}\, e^{k_2 d}\left[A_3 e^{ik_1 d - i\phi_k} + B_3 e^{-ik_1 d + i\phi_k}\right]/\,2 =$$

$$\sqrt{1+\kappa^2}^{\,3} e^{ik_1 2d + k_2 d}\left[e^{i\phi_k - k_2 d} - e^{k_2 d - 3i\phi_\kappa} - e^{ik_1 2D + i\phi_k - k_2 d} + e^{ik_1 2D + i\phi_k + k_2 d}\right]/\,8i\kappa;$$

Отражение плоской волны от двойного барьера

Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера



$$k_1=\sqrt{2\cdot E},\ k_2=\sqrt{2\cdot(U_0-E)}$$

$$\kappa=\frac{k_1}{k_2};\ \cos\phi_\kappa=\frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}};\ \sin\phi_\kappa=\frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}};$$

$$A_2=\sqrt{1+\kappa^2}^{\,3}e^{ik_1 2d-k_2d}\left[e^{-k_2d+i3\phi_k}-e^{-i\phi_k+k_2d}-e^{ik_1 2D-i\phi_k-k_2d}+e^{ik_1 2D-i\phi_k+k_2d}\right]/8i\kappa$$

$$B_2=\sqrt{1+\kappa^2}^{\,3}e^{ik_1 2d+k_2d}\left[e^{i\phi_k-k_2d}-e^{k_2d-3i\phi_\kappa}-e^{ik_1 2D+i\phi_k-k_2d}+e^{ik_1 2D+i\phi_k+k_2d}\right]/8i\kappa;$$

$$A_1+B_1=A_2+B_2;$$

$$ik_1A_1-ik_1B_1=A_2k_2-B_2k_2;$$

$$A_1=\sqrt{1+\kappa^2}\left[A_2e^{i\phi_\kappa}-B_2e^{-i\phi_\kappa}\right]/2i\kappa$$

$$-\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4}e^{ik_1 2d}\left[e^{-2k_2d+i4\phi_k}-1-e^{ik_1 2D-2k_2d}+e^{ik_1 2D}-1+e^{2k_2d-4i\phi_\kappa}+e^{ik_1 2D}-e^{ik_1 2D+2k_2d}\right]/16\kappa^2;$$

$$\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4}e^{ik_1 2d}\left[2-e^{-2k_2d+i4\phi_k}+e^{ik_1 2D-2k_2d}-2e^{ik_1 2D}-e^{2k_2d-4i\phi_\kappa}+e^{ik_1 2D+2k_2d}\right]/16\kappa^2$$

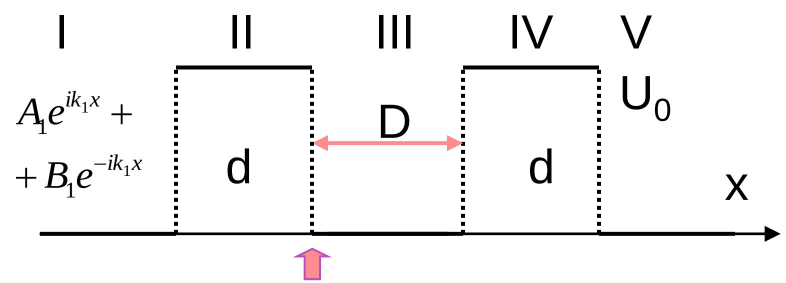
$$\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4}e^{ik_1 2d}\left[e^{ik_1 2D}(e^{-k_2d}-e^{k_2d})^2-\left(e^{-k_2d+i2\phi_k}-e^{k_2d-2i\phi_\kappa}\right)^2\right]/16\kappa^2$$

$$\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4}e^{ik_1 2d}\left[e^{ik_1D}(e^{k_2d}-e^{-k_2d})-\left(e^{-k_2d+i2\phi_k}-e^{k_2d-2i\phi_\kappa}\right)\right]\left[e^{ik_1D}(e^{k_2d}-e^{-k_2d})+\left(e^{-k_2d+i2\phi_k}-e^{k_2d-2i\phi_\kappa}\right)\right]/16\kappa^2$$

Коэффициент прохождения определяется как $\dfrac{1}{|A_5|^2}$ но для анализа удобнее коэффициент отражения

Отражение плоской волны от двойного барьера

Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера



$$k_1 = \sqrt{2 \cdot E},\ k_2 = \sqrt{2 \cdot (U_0 - E)}$$

$$\kappa = \frac{k_1}{k_2};\ \cos\phi_\kappa = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa^2}};\ \sin\phi_\kappa = \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}};$$

$$A_2 = \sqrt{1+\kappa^2}^{\,3} e^{ik_1 2d - k_2 d}\left[e^{-k_2 d + i3\phi_k} - e^{-i\phi_k + k_2 d} - e^{ik_1 2D - i\phi_k - k_2 d} + e^{ik_1 2D - i\phi_k + k_2 d}\right] / 8i\kappa$$

$$B_2 = \sqrt{1+\kappa^2}^{\,3} e^{ik_1 2d + k_2 d}\left[e^{i\phi_k - k_2 d} - e^{k_2 d - 3i\phi_\kappa} - e^{ik_1 2D + i\phi_k - k_2 d} + e^{ik_1 2D + i\phi_k + k_2 d}\right] / 8i\kappa;$$

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2;$$
$$ik_1 A_1 - ik_1 B_1 = A_2 k_2 - B_2 k_2;$$

$$B_1 = \sqrt{1+\kappa^2}\left[-A_2 e^{-i\phi_\kappa} + B_2 e^{i\phi_\kappa}\right] / 2i\kappa =$$

$$-\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4} e^{ik_1 2d} \sinh k_2 d\left[e^{2i\phi_k} e^{ik_1 D}\left(e^{-k_2 d - ik_1 D} + e^{ik_1 D + k_2 d}\right) - e^{-2i\phi_k} e^{ik_1 D}\left(e^{-k_2 d + ik_1 D} + e^{-ik_1 D + k_2 d}\right)\right] / 16\kappa^2 =$$

$$-\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4} e^{ik_1 2d} \sinh k_2 d e^{ik_1 D}\left[\left(e^{2i\phi_k} - e^{-2i\phi_k}\right)\cos k_1 D \cosh k_2 d + i \sin k_1 D \sinh k_2 d\left(e^{2i\phi_k} + e^{-2i\phi_k}\right)\right] / 16\kappa^2 =$$

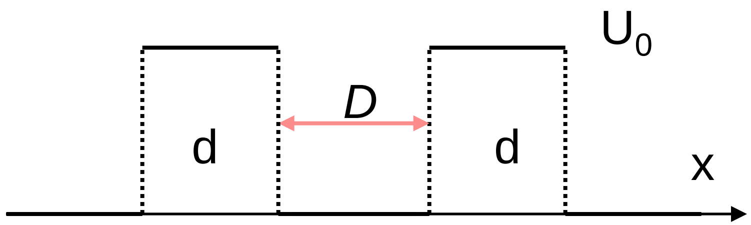
$$-\sqrt{1+\kappa^2}^{\,4} e^{ik_1 2d} \sinh k_2 d e^{ik_1 D} 2i\left[\sin 2\phi_k \cos k_1 D \cosh k_2 d + \sin k_1 D \sinh k_2 d \cos 2\phi_k\right] / 16\kappa^2$$

Когда B_1=0, коэффициент прохождения будет единица.

$$\boxed{\begin{gathered}\left[\sin 2\phi_k \cos k_1 D \cosh k_2 d + \cos 2\phi_k \sin k_1 D \sinh k_2 d\right] = 0 \\ \sin 2\phi_k \cos k_1 D + \cos 2\phi_k \sin k_1 D \tanh k_2 d \xrightarrow[d\to\infty]{} \sin\left(2\phi_k + k_1 D\right)\end{gathered}}$$

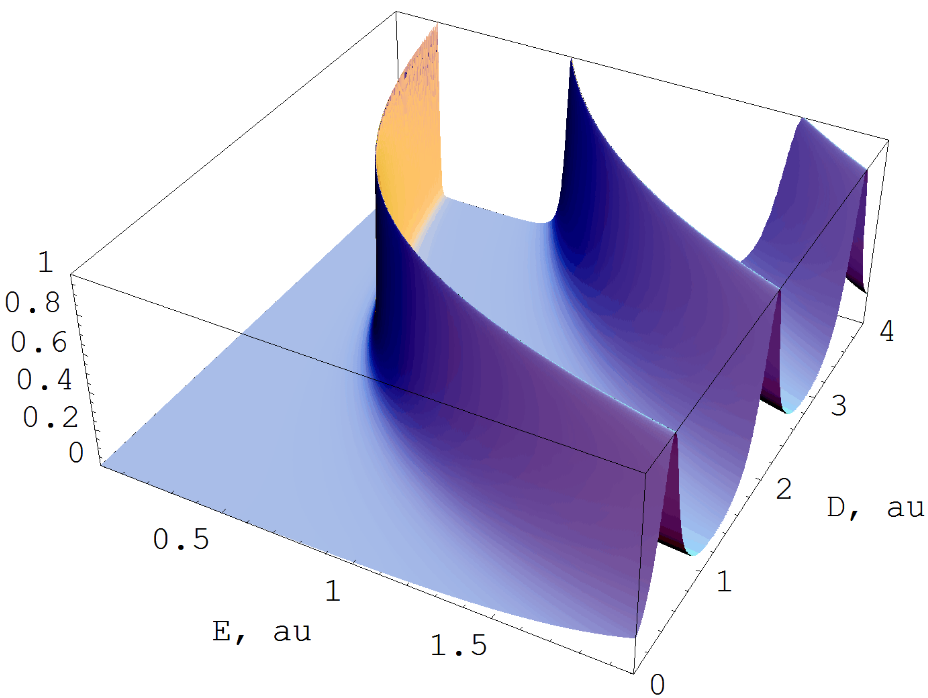
Соответствует собственным значениям ямы ширины *D* и глубины *U_0*

Резонансы при отражении

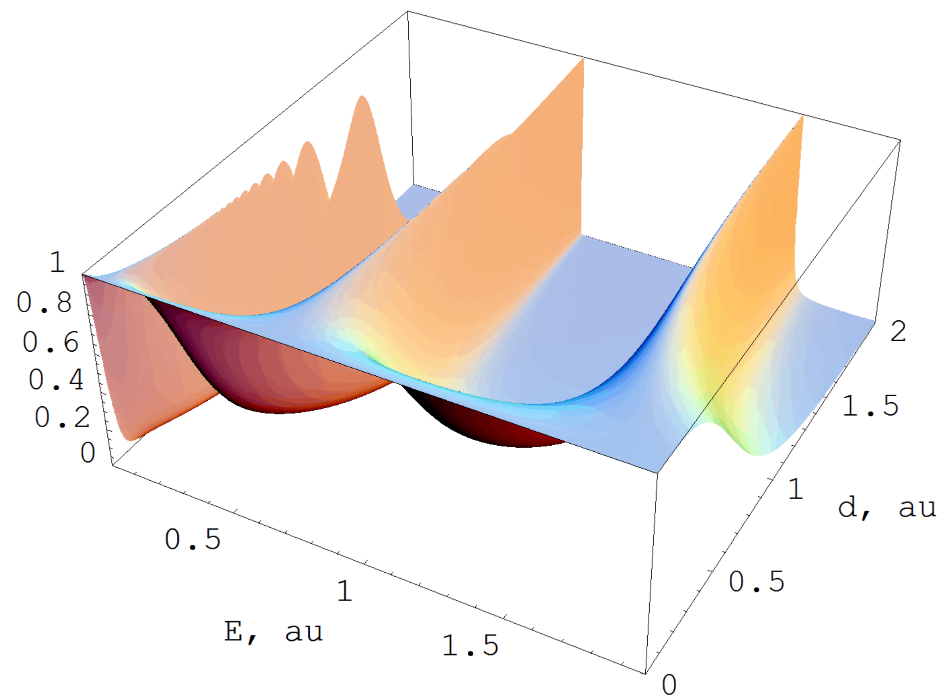


Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера

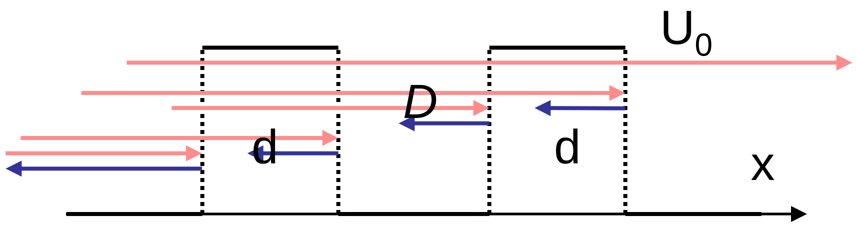
U_0=2 au, d=1 au



U_0=2 au, D=4 au

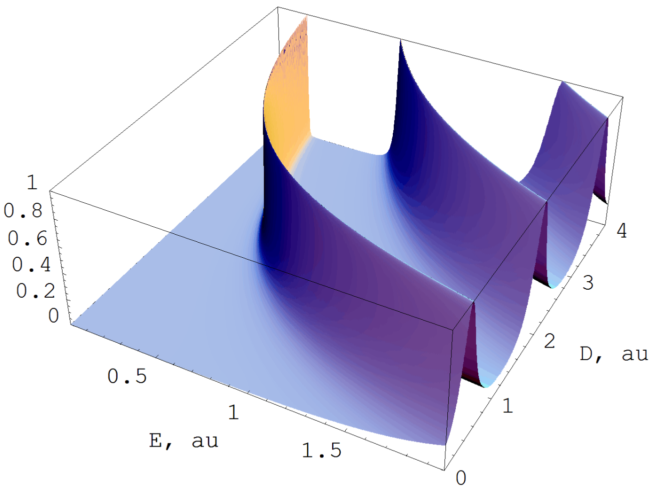


Резонансы при отражении

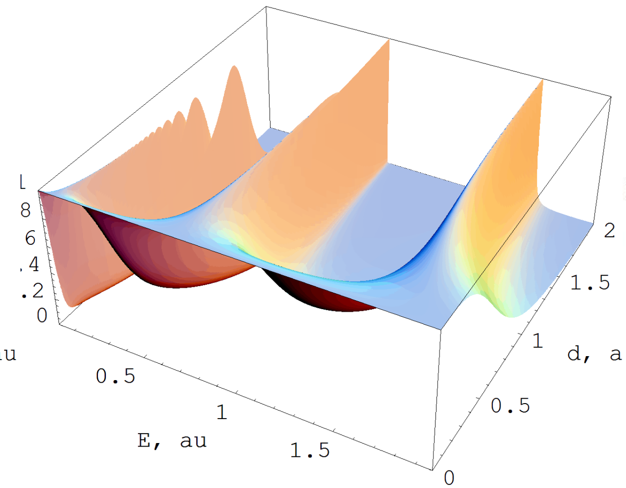


Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера

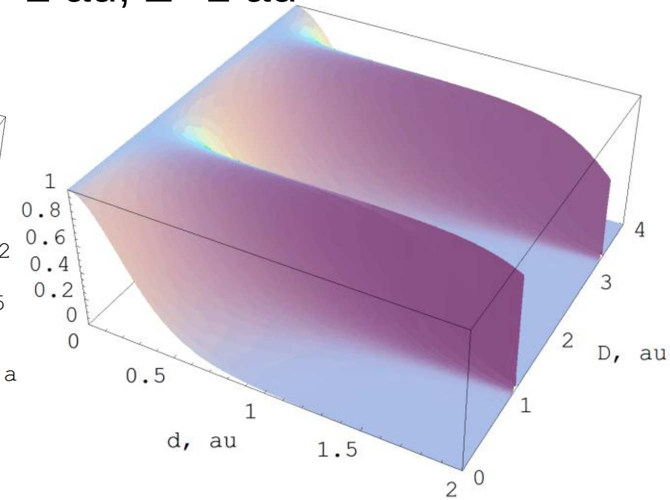
U_0=2 au, d=1 au



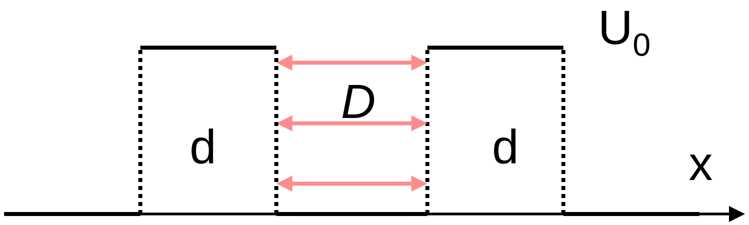
U_0=2 au, D=4 au



U_0=2 au, E=1 au

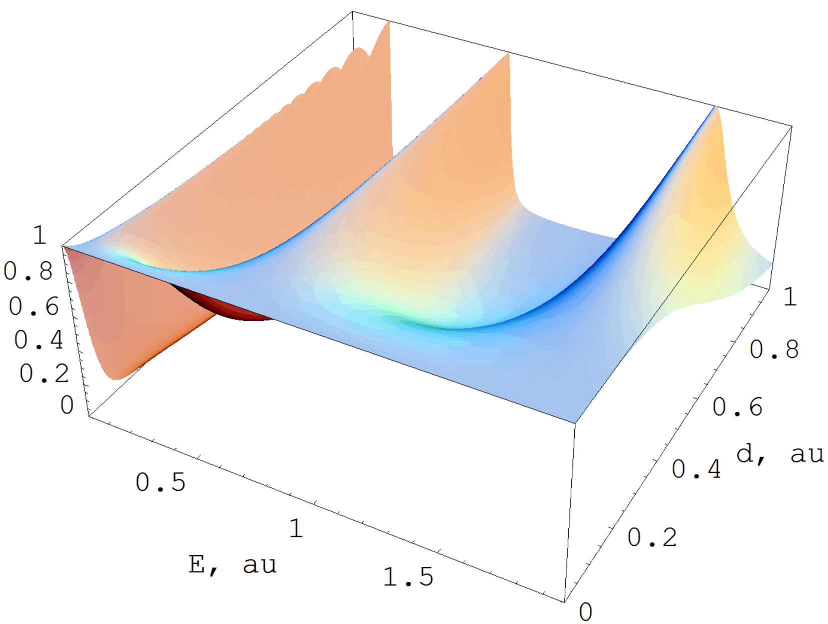


Резонансы при отражении



Автоионизационное (квазидискретное) состояние - резонанс

U_0=2 au, D=4 au

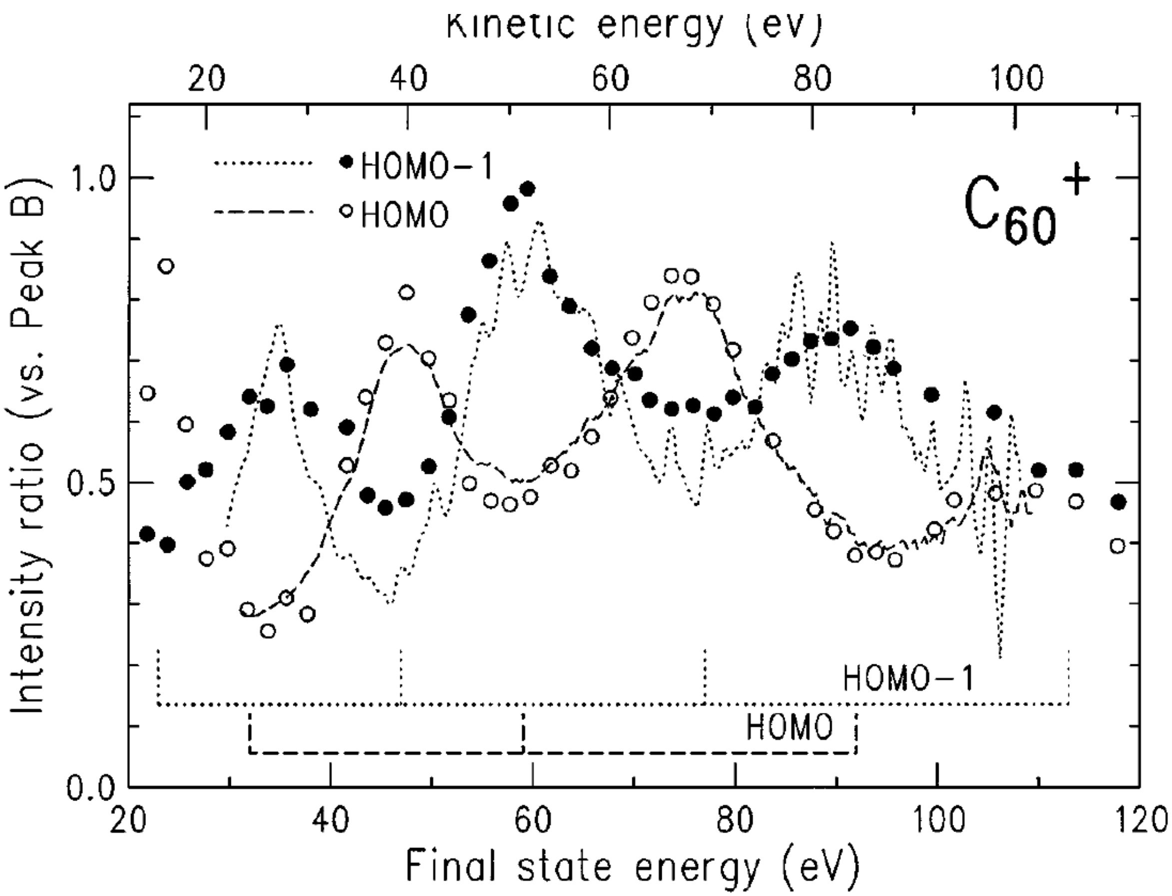


E_1=0.20
E_2=0.77
E_3=1.62

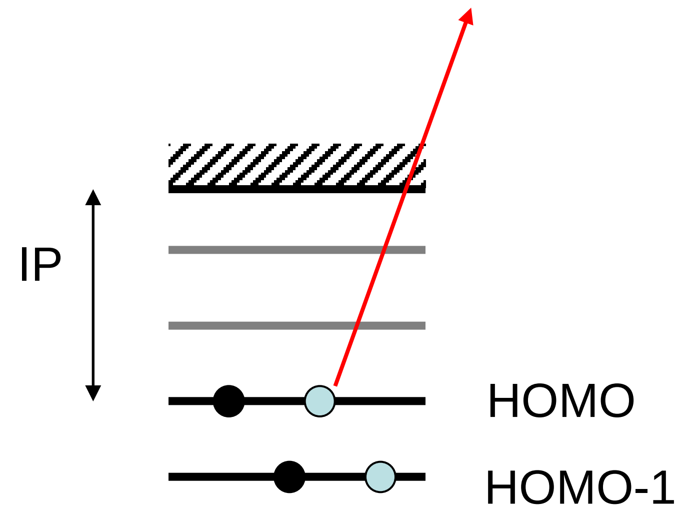
Определить ширину автоионизационного состояния

Первая идентификация конфайнмент-резонансов в фуллеренах

Y.B. Xu, M.Q. Tan, and U. Becker, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3538 (1996).
«Oscillations in the Photoionization Cross Section of C_{60}»

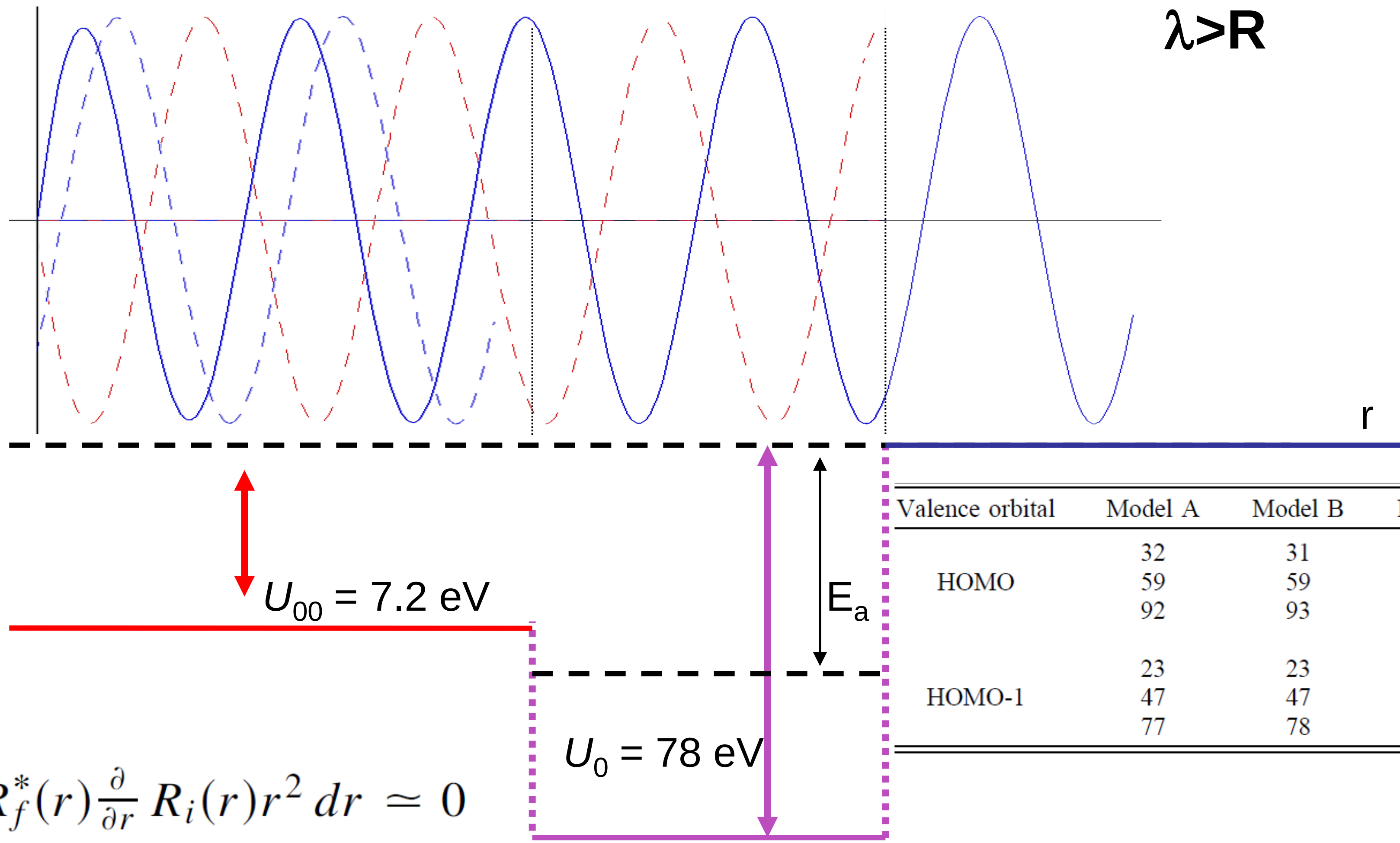


$C_{60}+\gamma \rightarrow C_{60}^{+}+e^{-}$



Формирование конфайнмент-резонансов

Y.B. Xu, M.Q. Tan, and U. Becker, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3538 (1996).
«Oscillations in the Photoionization Cross Section of C_{60}»



Valence orbital	Model A	Model B	Experiment [
HOMO	32 59 92	31 59 93	34 58 93
HOMO-1	23 47 77	23 47 78	23 46 76

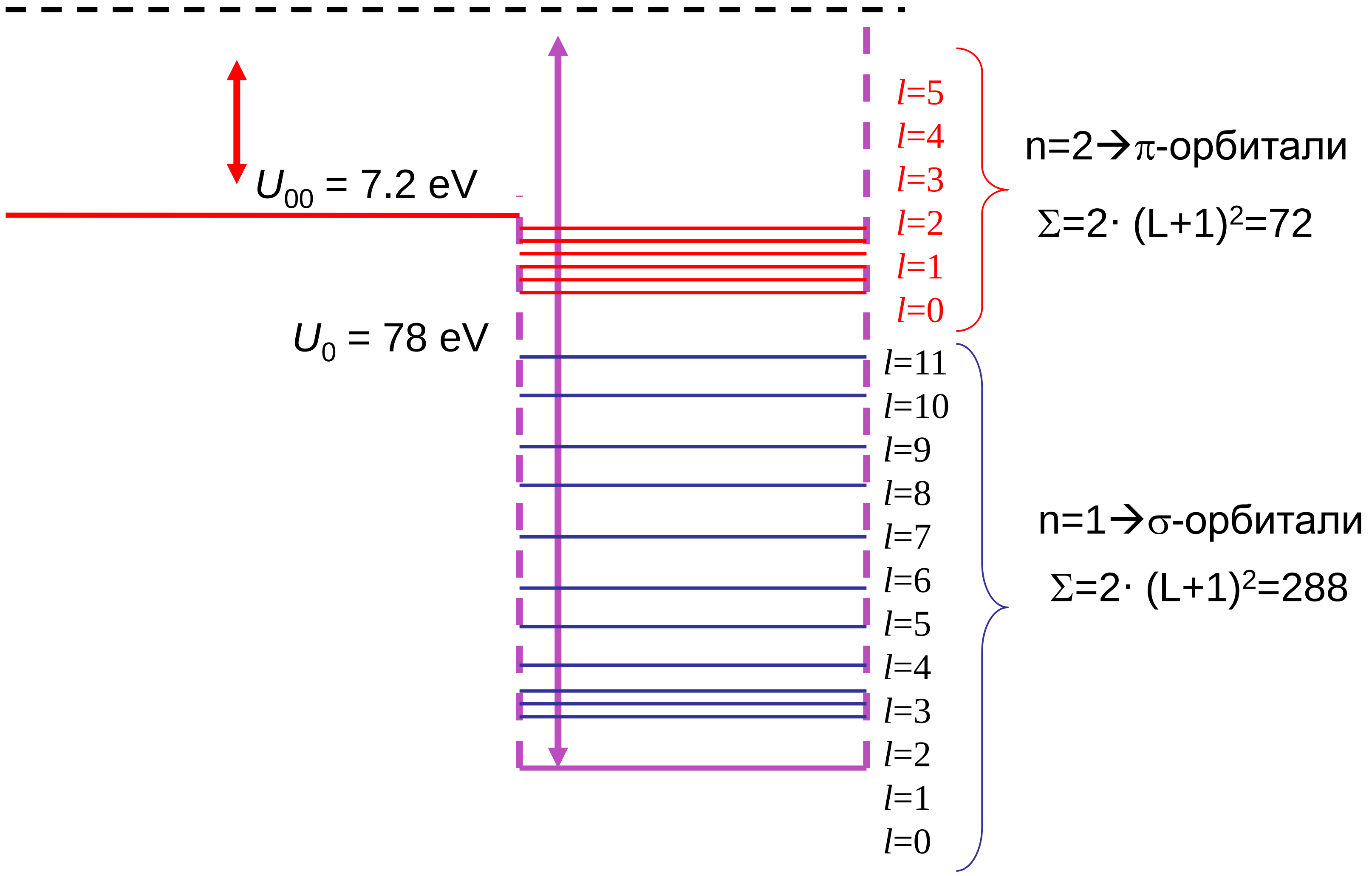
$$\int_0^\infty R_f^*(r)\frac{\partial}{\partial r}R_i(r)r^2\,dr \simeq 0$$

$$k'R - \frac{l}{2}\pi + \delta_l' = n\pi, n = 0, 1, 2, \ldots ,$$

R=3.5 A, D~3 A

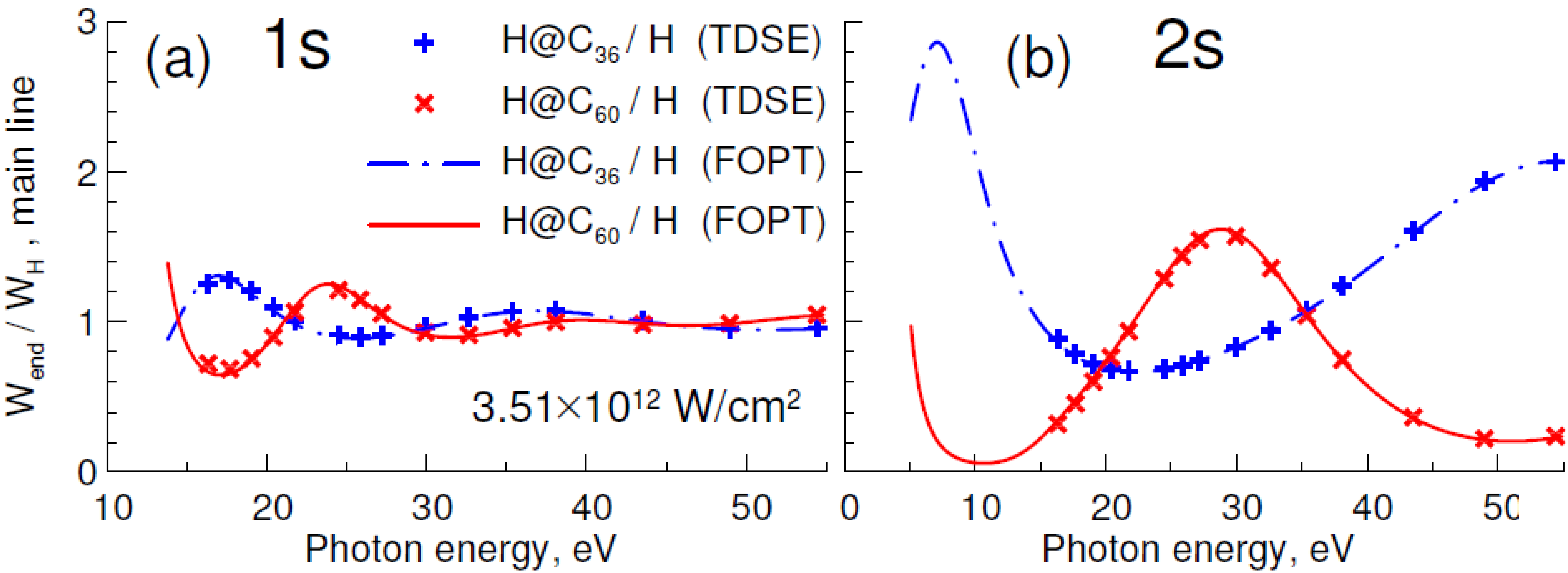
Спектр в потенциальной модели

Y.B. Xu, M.Q. Tan, and U. Becker, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3538 (1996).
«Oscillations in the Photoionization Cross Section of C_{60}»

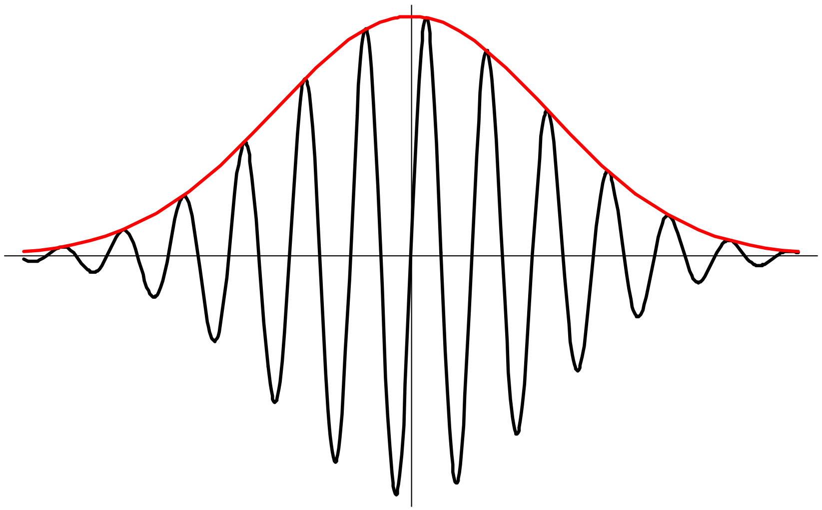


Спектр фотоионизации $H@C_{60}$ и $H@C_{36}$

A N Grum-Grzhimailo, E V Gryzlova and S I Strakhova
«Effects of fullerene confining potential on the ionization of the hydrogen atom by a strong femtosecond VUV pulse»
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **44,** 235005 (2011).



Волновой пакет



Свойства волнового пакета

- ✓ Фазовая и групповая скорости.
- ✓ Движение свободной частицы.
- ✓ Эволюция стационарного состояния

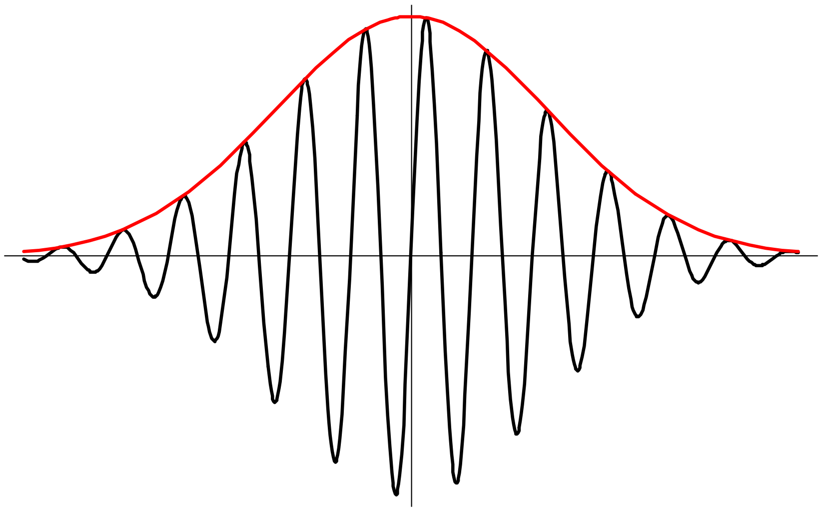
$$E=\frac{E_0}{\delta k}\int_{k-\delta k/2}^{k+\delta k/2}\exp(-i(\omega t-kx))dk=\frac{E_0}{\delta k}\int_{k-\delta k/2}^{k+\delta k/2}\exp\left(-i\left(\omega_0 t+\frac{\partial\omega}{\partial k}(k-k_0)t-kx\right)\right)dk=$$

$$E_0\frac{\sin\left(\frac{\partial\omega}{\partial k}t-x\right)\delta k/2}{\left(\frac{\partial\omega}{\partial k}t-x\right)\delta k/2}\exp(-i(\omega_0 t-k_0 x))$$

Движение пакета как целого, групповая скорость

Движение волны, фазовая скорость

Волновой пакет



Свойства волнового пакета

- ✓Фазовая и групповая скорости.
- ✓Движение свободной частицы.
- ✓Эволюция стационарного состояния

Волновой пакет свободной частицы

$$\psi(x,t)=\int a_0(k)e^{i(kx-\frac{k^2}{2}t)}dk;$$

$$a_0(k)=\frac{1}{2\pi}\int\psi(x,0)e^{-ikx}dx$$

$$E=\omega(k)=\frac{k^2}{2}.$$

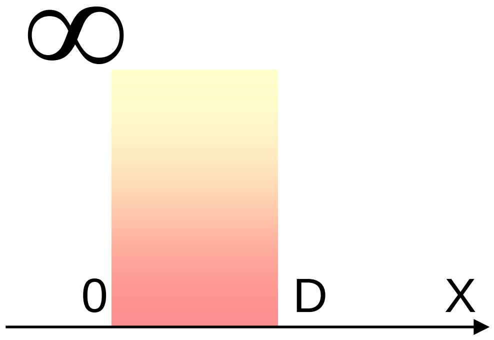
Волновой пакет в потенциале

$$\Psi(x,t)=\sum a_n\psi_n(x)e^{-iE_nt}$$

$$a_n=\int\Psi(x,0)\psi_n(x)dx$$

Волновой пакет

Эволюция пакета в прямоугольном потенциале



$$E_n = \frac{\pi^2 n^2}{2D^2}, \psi_n(x) = \sin\sqrt{2E_n}\,x$$

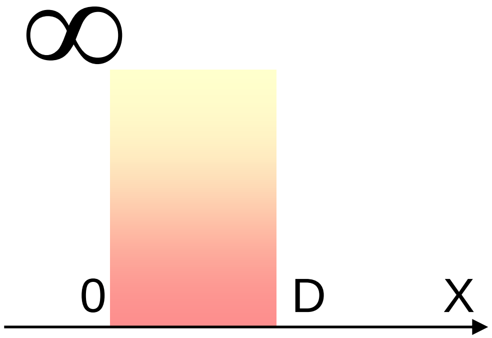
$$\Psi(x,t) = \sum_n a_n \exp(-iE_n t)\psi_n(x);$$

$$a_n = \int \Psi(x,0)\psi_n(x)dx$$

$$\Psi(x,0) = \psi_1(x) \qquad \Psi(x,0) = \frac{\psi_1(x)+\psi_2(x)}{\sqrt{2}} \qquad \Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{D}}$$

Волновой пакет

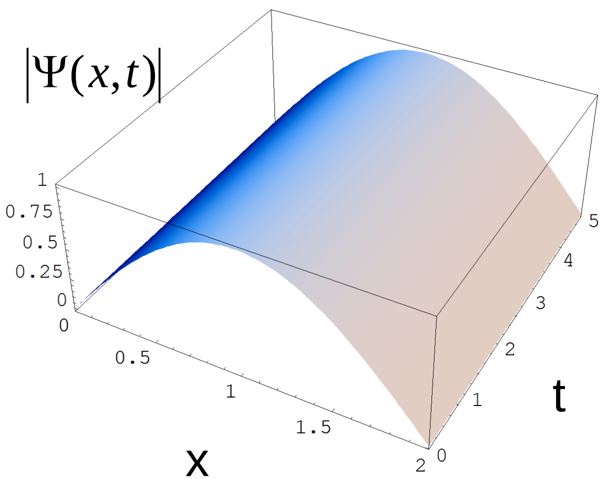
Эволюция пакета в прямоугольном потенциале

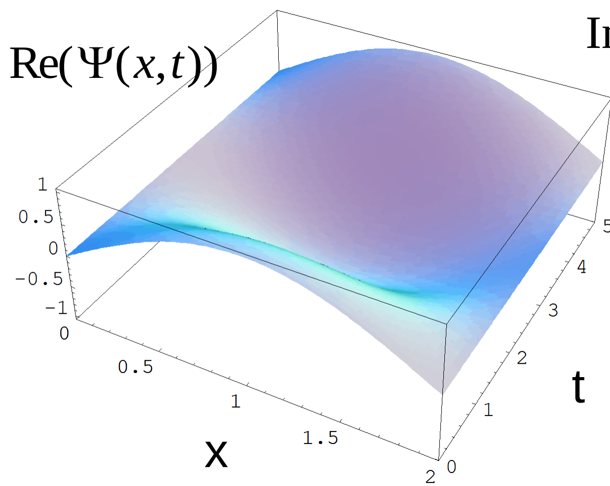


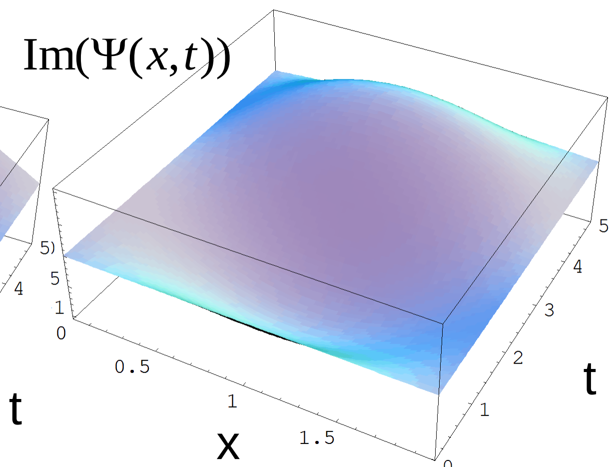
$$E_n = \frac{\pi^2 n^2}{2D^2}, \psi_n(x) = \sin\sqrt{2E_n}\,x$$

$$\Psi(x,t) = \sum_n a_n \exp(-iE_n t)\psi_n(x); \quad a_n = \int \Psi(x,0)\psi_n(x)dx$$

$$\Psi(x,0) = \psi_1(x)$$

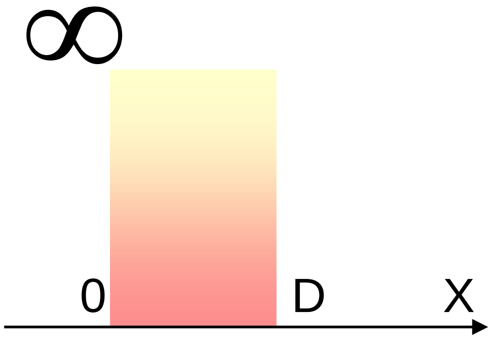






Волновой пакет

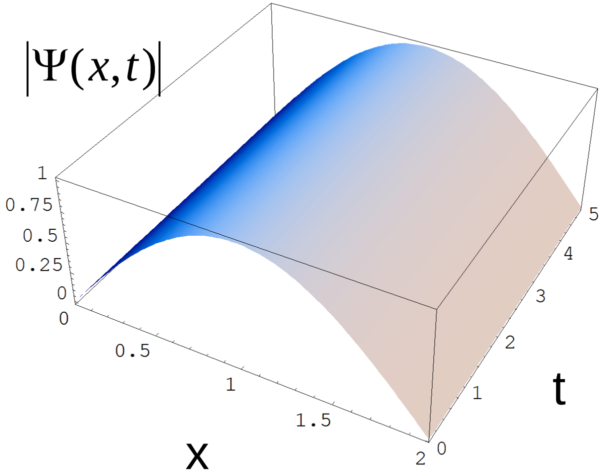
Эволюция пакета в прямоугольном потенциале

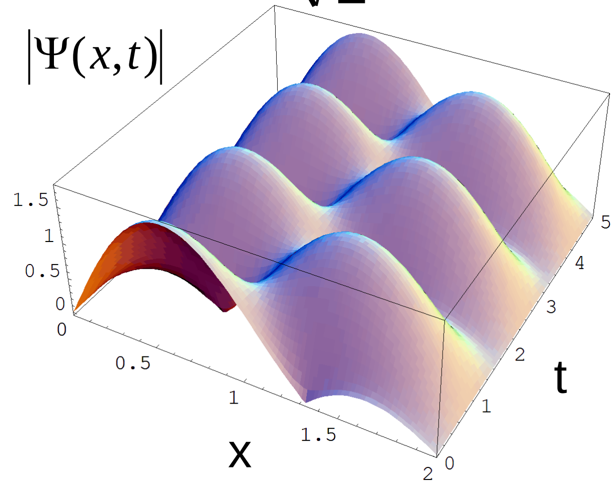


$$E_n = \frac{\pi^2 n^2}{2D^2}, \psi_n(x) = \sin\sqrt{2E_n}\,x$$

$$\Psi(x,t) = \sum_n a_n \exp(-iE_n t)\psi_n(x); \quad a_n = \int \Psi(x,0)\psi_n(x)dx$$

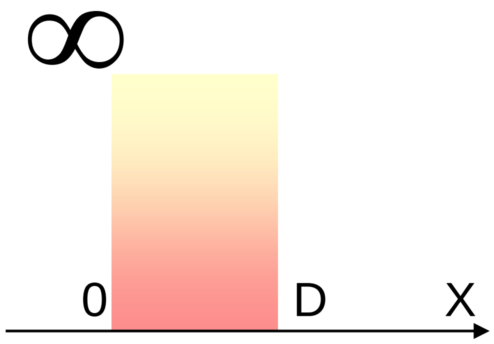
$$\Psi(x,0) = \psi_1(x) \qquad \Psi(x,0) = \frac{\psi_1(x) + \psi_2(x)}{\sqrt{2}}$$





Волновой пакет

Эволюция пакета в прямоугольном потенциале

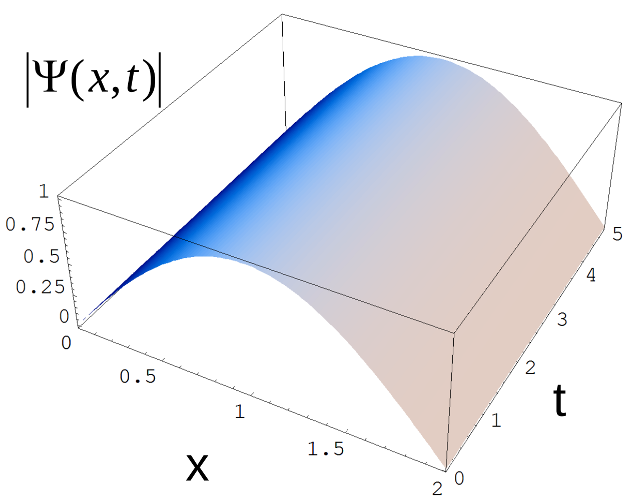


$$E_n = \frac{\pi^2 n^2}{2D^2}, \psi_n(x) = \sin\sqrt{2E_n}\,x$$

$$\Psi(x,t) = \sum_n a_n \exp(-iE_n t)\psi_n(x); \quad a_n = \int \Psi(x,0)\psi_n(x)dx$$

$$\Psi(x,0) = \psi_1(x)$$

$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{D}}$$



a_1=0.900316
a_3=0.300105
a_5=0.180063
a_7=0.128617
a_9=0.100035