

Точные решения уравнений для  
волновых функций нейтрино  
во вращающейся среде и  
магнитном поле

И.А. Баланцев

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова  
Физический факультет

Дубна, 2010

# Введение

- Проблема, рассматриваемая в этой работе, возникла из изучения электромагнитных свойств нейтрино и смежных вопросов[1].
- Изучение флейворных осцилляций нейтрино приводят к выводу о ненулевой массе нейтрино.
- Массивные нейтрино имеют нетривиальные электромагнитные свойства (магнитный, электрический дипольный моменты, электрический заряд)

# Электромагнитные процессы с участием массивных нейтрино

1. распад нейтрино  $\nu_1 \rightarrow \nu_2 + \gamma$ ,
2. распад фотона  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ,
3. рассеяние нейтрино на электронах,
4. прецессия спина нейтрино в магнитном поле.

Квантовая теория указанных процессов [2],[3],[4, 5] использует метод точных решений модифицированного уравнения Дирака для волновой функции нейтрино в среде.

# Квантовое уравнение для нейтрино в среде

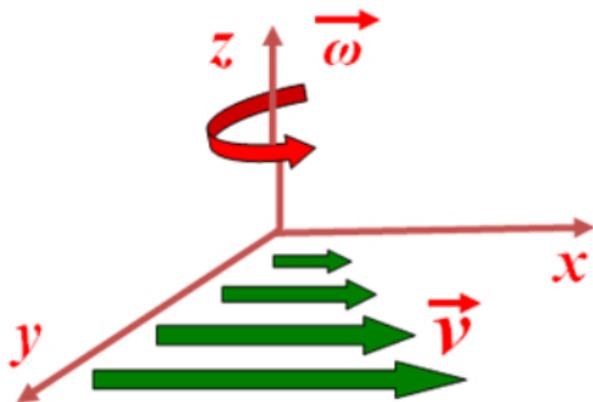
$$\left\{ i\gamma_\mu \partial^\mu - \frac{1}{2}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)f^\mu - m \right\} \Psi(x) = 0$$

Для среды, состоящей из нейтронов

$$f^\mu = -G(n, n\mathbf{v}), \quad G = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$$

# Задача с линейным распределением скоростей

$$\vec{v} = (\omega y, 0, 0)$$



# Задача с линейным распределением скоростей

$$\begin{aligned} [i(\partial_0 - \partial_3) + Gn]\psi_1 + [-i(\partial_1 + \partial_2) + Gn\omega y]\psi_2 &= m\psi_3, \\ [(-i\partial_1 + \partial_2) + Gn\omega y]\psi_1 + [i(\partial_0 + \partial_3) + Gn]\psi_2 &= m\psi_4, \\ i(\partial_0 + \partial_3)\psi_3 + (i\partial_1 + \partial_2)\psi_4 &= m\psi_1, \\ (i\partial_1 - \partial_2)\psi_3 + i(\partial_0 - \partial_3)\psi_4 &= m\psi_2. \end{aligned}$$

предел  $m \rightarrow 0$

Правое нейтрино

$$\psi_R \sim L^{-\frac{3}{2}} \exp\{i(-p_0 t + p_1 x + p_2 y + p_3 z)\} \psi$$

$$(p_0 - p_3) \psi_3 - (p_1 - ip_2) \psi_4 = 0,$$

$$-(p_1 + ip_2) \psi_3 + (p_0 + p_3) \psi_4 = 0.$$

$$\psi_R = \frac{e^{-ipx}}{L^{3/2} \sqrt{2p_0(p_0 - p_3)}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_1 + ip_2 \\ p_3 - p_0 \end{pmatrix}$$

предел  $m \rightarrow 0$

Левое нейтрино

$$\begin{aligned}(p_0 + p_3 + Gn)\psi_1 - \sqrt{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \eta} - \eta \right) \psi_2 &= 0, \\ \sqrt{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \eta} + \eta \right) \psi_1 + (p_0 - p_3 + Gn)\psi_2 &= 0,\end{aligned}$$

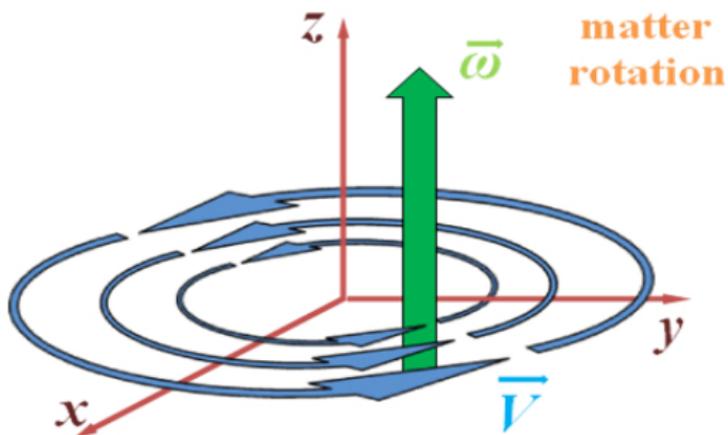
$$\eta = \sqrt{\rho} \left( x_2 + \frac{p_1}{\rho} \right), \quad \rho = Gn\omega.$$

$$\psi_L = \frac{\rho^{\frac{1}{4}} e^{-ip_0 t + ip_1 x + ip_3 z}}{L \sqrt{(p_0 - p_3 + Gn)^2 + 2\rho N}} \begin{pmatrix} (p_0 - p_3 + Gn) u_N(\eta) \\ -\sqrt{2\rho N} u_{N-1}(\eta) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p_0 = \sqrt{p_3^2 + 2\rho N} - Gn, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

# Нейтрино во вращающейся среде

$$\mathbf{v} = (-\omega y, \omega x, 0)$$



# Нейтрино во вращающейся среде

$$\begin{aligned} -(p_0 + p_3 + Gn)\psi_1 + ie^{-i\phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \rho r \right\} \psi_2 &= -m\psi_3, \\ ie^{i\phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} - \rho r \right\} \psi_1 + (p_3 - p_0 - Gn)\psi_2 &= -m\psi_4, \\ (p_0 - p_3)\psi_3 + ie^{-i\phi} \left( \frac{\partial}{\partial r} - \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \psi_4 &= m\psi_1, \\ +ie^{i\phi} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{i}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \psi_3 + (p_0 + p_3)\psi_4 &= m\psi_2. \end{aligned}$$

$$[H, J_z] = 0 \Rightarrow \psi(t, x, y, z) = e^{-ip_0 t + ip_3 z} \begin{pmatrix} i\chi_1(r)e^{i(l-1)\phi} \\ \chi_2(r)e^{il\phi} \\ i\chi_3(r)e^{i(l-1)\phi} \\ \chi_4(r)e^{il\phi} \end{pmatrix}$$

# Повышающий и понижающий операторы

$$\begin{aligned} -(p_0 + p_3 + Gn)\chi_1 + \left\{ \frac{d}{dr} + \frac{l}{r} + \rho r \right\} \chi_2 &= -m\chi_3, \\ \left\{ \frac{d}{dr} - \frac{l-1}{r} - \rho r \right\} \chi_1 + (p_0 - p_3 + Gn)\chi_2 &= m\chi_4, \\ (p_0 - p_3)\chi_3 + \left( \frac{d}{dr} + \frac{l}{r} \right) \chi_4 &= m\chi_1, \\ \left( \frac{d}{dr} - \frac{l-1}{r} \right) \chi_3 - (p_0 + p_3)\chi_4 &= -m\chi_2. \end{aligned}$$

$$R^+ = \frac{d}{dr} - \frac{l-1}{r} - \rho r, \quad R^- = \frac{d}{dr} + \frac{l}{r} + \rho r.$$

$$\begin{aligned} R^- R^+ \chi_1 + ((p_0 + Gn)^2 - p_3^2 - m^2) \chi_1 &= m(Gn\chi_3 + \rho r\chi_4), \\ R^+ R^- \chi_2 + ((p_0 + Gn)^2 - p_3^2 - m^2) \chi_2 &= m(Gn\chi_4 + \rho r\chi_3). \end{aligned}$$

# Решение для нейтрино во вращающейся среде

$$\begin{aligned}R^- R^+ \chi_1 + ((p_0 + Gn)^2 - p_3^2 - m^2) \chi_1 &= 0, \\R^+ R^- \chi_2 + ((p_0 + Gn)^2 - p_3^2 - m^2) \chi_2 &= 0.\end{aligned}$$

Волновые функции

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \mathcal{L}_s^{l-1}(\rho r^2) \\ C_2 \mathcal{L}_s^l(\rho r^2) \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}R^+ \mathcal{L}_s^{l-1}(\rho r^2) &= -2\sqrt{\rho(s+l)} \mathcal{L}_s^l(\rho r^2), \\R^- \mathcal{L}_s^l(\rho r^2) &= 2\sqrt{\rho(s+l)} \mathcal{L}_s^{l-1}(\rho r^2),\end{aligned}$$

Спектр

$$p_0 = \pm \sqrt{m^2 + p_3^2 + 4N\rho} - Gn, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

# Удержание нейтрино на замкнутых орбитах внутри нейтронной звезды

Для оценки положим:

- радиус звезды  $R_{NS} = 10 \text{ km}$ ,
- плотность  $n = 10^{37} \text{ cm}^{-3}$
- угловая скорость вращения  $\omega = 2\pi \times 10^3 \text{ s}^{-1}$

Для этого набора параметров радиус орбит будет меньше радиуса звезды при квантовых числах

$$N \leq N_{max} = 10^{10}.$$

При этом энергия  $\tilde{p}_0 \sim 1 \text{ eV}$ .

Это позволяет применять квазиклассический подход к рассмотрению движения нейтрино по замкнутым орбитам вследствие действия эффективной силы перпендикулярно скорости частицы.

# Литература

-  [1] Giunti C., Studenikin A., *Phys. Atom. Nucl.* **72**, 2151 (2009), arXiv: 0812.3646.
-  [2] Studenikin A., Ternov A. *Phys. Lett. B*, **608**, 107, 2005; Grigoriev A., Studenikin A., Ternov A. *Phys. Lett. B*, **622**, 199, 2005, hep-ph/0502231; *Grav. & Cosm.* **11**, 132, 2005; *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1940, 2006.
-  [3] Lobanov A. *Dokl. Phys.* **50**, 286, 2005; *Phys. Lett. B*, **619**, 136, 2005.
-  [4] Studenikin A. *J. Phys. A: Math. Theor.*, **41**, 164047, 2008.
-  [5] Studenikin A. *J. Phys. A: Math. Gen.*, **39**, 6769, 2006; Grigoriev A., Studenikin A., Ternov A. *Phys. Atom. Nucl.*, **72**, 718, 2009.
-  [6] Balantsev I., Popov Yu., Studenikin A. *Nuovo Cimento C*, **32**, 53, 2009.