

Лекция 5. Суперсимметрия

Что такое суперсимметрия? Супералгебра Виттена. Суперсимметричная квантовая механика. Связь спектров и фазовых сдвигов двух суперсимметричных партнеров. Преобразование SUSY. Суперпартнер Московского NN -потенциала.

5.1. ЧТО ТАКОЕ СУПЕРСИММЕТРИЯ И ЗАЧЕМ ОНА НУЖНА?

Каждый физик знает, что фермионные поля (и соответствующие операторы) подчиняются статистике Ферми–Дирака и удовлетворяют антикоммутиационным соотношениям, например:

$$\{\Psi_1, \Psi_2\} \equiv (\Psi_1 \Psi_2 + \Psi_2 \Psi_1) = 0.$$

Напротив, для бозонных полей справедливы коммутационные соотношения типа:

$$[\varphi_1, \varphi_2] \equiv (\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_2 \varphi_1) = 0.$$

В природе поля — переносчики взаимодействия всегда являются бозонными, т.е. отвечают целому спину. Точнее говоря, частицы — кванты такого поля — имеют целый спин: фотон (спин 1), пион (спин 0), ρ -мезон (спин 1) и т.д. А частицы, отвечающие материи, — электроны, нуклоны, кварки — являются фермионами (имеют полуцелый спин), и соответствующие им поля подчиняются антикоммутиационным соотношениям. Если мы хотим описывать как частицы материи, так и поля — переносчики взаимодействия в рамках единой квантовой теории, то мы вынуждены оперировать симметричным образом и с коммутаторами $[\cdot, \cdot]$, и с антикоммутаторами $\{\cdot, \cdot\}$.

Однако обычная алгебра такого не допускает! Обычная алгебра определяет либо коммутационные, либо антикоммути-

ционные соотношения между своими объектами (операторами), но не те и другие одновременно. Поэтому для одновременного описания частиц — источников поля и квантов этого поля нужна какая-то обобщенная алгебра, объединяющая коммутаторы и антикоммутаторы. Такая алгебра в соответствии с принятой терминологией называется супералгеброй. В английской литературе для суперсимметрии используется сокращение SUSY (от *supersymmetry*).

5.2. СУПЕРАЛГЕБРА ВИТТЕНА

Известный американский физик-теоретик Эдвард Виттен (*Edward Witten*) в 1981 г. придумал простую реализацию такой супералгебры [1], которую мы здесь кратко опишем (см. вполне доступное описание суперсимметричной квантовой механики в книге [2]). Введем зарядовые операторы $\{Q_i\}$ (в общем случае $i = 1, \dots, N$), которые образуют некоторую алгебру:

$$\left\{ \begin{aligned} \{Q_i, Q_j\} &= \delta_{ij} H, \quad i, j = 1, \dots, N, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left[\begin{aligned} Q_i, H \end{aligned} \right] = 0, \quad (2)$$

где H — суперсимметричный гамильтониан, составленный из генераторов Q_i этой алгебры.

В самом простом случае можно ограничиться двумя суперзарядами Q_1 и Q_2 . Вместо них удобно ввести два других эквивалентных оператора:

$$Q = (Q_1 + iQ_2) / \sqrt{2}, \quad Q^+ = (Q_1 - iQ_2) / \sqrt{2}. \quad (3)$$

Тогда, используя коммутационные соотношения (1) и (2), находим: $H = \{Q, Q^+\}$, и это равенство можно рассматривать как определение суперсимметричного гамильтониана H .

Из определения супералгебры легко найти:

$$Q^2 = (Q_1 + iQ_2) \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_1 + iQ_2) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} (Q_1^2 - Q_2^2 + i \underbrace{\{Q_1, Q_2\}}_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} H - \frac{1}{2} H \right) = 0. \quad (4)$$

Аналогично $(Q^+)^2 = 0$, т.е. операторы Q и Q^+ нильпотентны. Теперь легко убедиться, что оба зарядовых оператора коммутируют с гамильтонианом H : $[Q, H] = 0$, $[Q^+, H] = 0$.

5.3. СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ ПАРТНЕРЫ

Рассмотрим два матричных оператора:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ A^- & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^+ = \begin{pmatrix} 0 & A^+ \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где A^- — линейный дифференциальный оператор и $A^+ = (A^-)^\dagger$ — сопряженный ему оператор. Очевидно, что $Q^2 = 0$ по построению. Пока не делается никаких утверждений относительно коммутатора $[A^+, A^-]$. Теперь посмотрим, какой гамильтониан у нас получается:

$$H = \{Q, Q^+\} = \begin{pmatrix} A^+ A^- & 0 \\ H_1 & \\ 0 & A^- A^+ \\ H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

т.е. наш матричный супергамильтониан H состоит из двух компонент H_1 и H_2 , которые называются суперсимметричными партнерами друг друга.

Каков физический смысл зарядовых операторов Q и Q^+ ?

Рассмотрим двухкомпонентные столбцы $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 0 \\ \beta \end{pmatrix}$, где верх-

няя компонента относится к фермионному спектру (например, описывает фермионное поле), а нижняя — к бозонному спектру. Тогда

$$Q \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ A^- \alpha \end{pmatrix}; \quad Q^+ \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^+ \beta \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Таким образом, оператор Q переводит фермионное поле в бозонное (точнее говоря, уничтожает фермионное поле и рождает вместо него бозонное), а Q^+ — наоборот.

5.4. СВЯЗЬ СПЕКТРОВ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ ПАРТНЕРОВ

Теперь рассмотрим соотношение между спектрами операторов H_1 и H_2 . Так как операторы A^+ и A^- являются сопряженными друг другу, то оператор $H_1 = A^+ A^-$ неотрицательно определен, т.е. не имеет отрицательных собственных значений, а только нулевые или положительные. То же относится и к $H_2 = A^- A^+$. Итак, пусть E_1 — собственное значение, а Ψ_1 — нормированная волновая функция оператора H_1 :

$$H_1 \Psi_1 = E_1 \Psi_1 \quad \text{или} \quad A^+ A^- \Psi_1 = E_1 \Psi_1. \quad (8)$$

Умножим это уравнение слева на A^- :

$$A^- A^+ (A^- \Psi_1) = E_1 (A^- \Psi_1) \quad \text{или} \quad H_2 (A^- \Psi_1) = E_1 (A^- \Psi_1). \quad (9)$$

Отсюда следует, что если $(A^- \Psi_1) \neq 0$, то E_1 является также собственным значением оператора H_2 , а соответствующая нормированная собственная функция равна

$$\Psi_2 = \frac{1}{\sqrt{E_1}} (A^- \Psi_1). \quad (10)$$

Можно начинать, наоборот, с собственной функции оператора H_2 :

$$A^-A^+\Psi_2 = E_2\Psi_2. \quad (11)$$

Тогда, умножая слева на A^+ , находим:

$$A^+A^-(A^+\Psi_2) = E_2(A^+\Psi_2) \quad \text{или} \quad H_1(A^+\Psi_2) = E_2(A^+\Psi_2). \quad (12)$$

Если $(A^+\Psi_2) \neq 0$, то E_2 есть также собственное значение оператора H_1 , которому отвечает нормированная собственная функция

$$\Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{E_2}}(A^+\Psi_2). \quad (13)$$

Таким образом, получается, что если операторы H_1 и H_2 не имеют нулевых собственных значений, то их спектры полностью совпадают. Если же нулевое собственное значение имеет только один из них, то совпадают спектры только возбужденных состояний.

Итак, имеется всего три возможности:

а) В спектре H_1 энергия основного состояния $E_1 = 0$. Тогда

$$A^+A^-\Psi_1^{(0)} = 0 \Rightarrow \langle \Psi_1^{(0)} | A^+A^- | \Psi_1^{(0)} \rangle = 0 \Rightarrow A^-\Psi_1^{(0)} = 0. \quad (14)$$

Но в этом случае оператор H_2 не имеет нормируемого собственного состояния с $E_2 = 0$, т.е. не существует такого вектора Ψ_2 , для которого $A^+\Psi_2 = 0$, и основное состояние H_2 оказывается отличным от нуля.

б) Наоборот, если в спектре H_2 есть нулевое собственное значение и $A^+\Psi_2^{(0)} = 0$, то не может быть нормируемого собственного состояния Ψ_1 оператора H_1 с нулевым собственным значением, которое удовлетворяло бы условию $A^-\Psi_1^{(0)} = 0$.

в) И, наконец, третья возможность, когда оба оператора H_1 и H_2 не имеют нулевых собственных значений, тогда их спектры совпадают (см. Рис. 5.1).

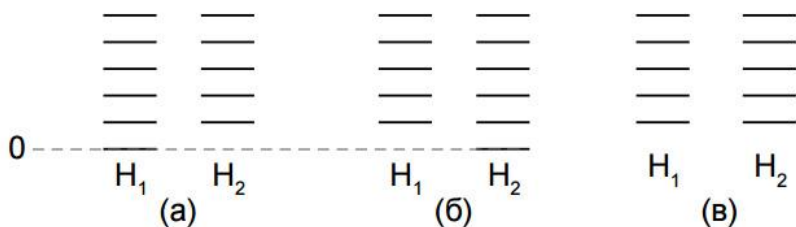


Рис. 5.1. Три возможности взаимного расположения спектров операторов H_1 и H_2 .

Итак, используя суперсимметричные преобразования, мы можем либо убрать нижний уровень (основное состояние) из спектра гамильтониана при переходе от H_1 к H_2 в случае (а), либо добавить новое состояние гамильтониана при переходе от H_2 к H_1 в случае (б), либо просто преобразовывать гамильтониан $H_1 \rightarrow H_2$, не меняя его спектр, как в случае (в).

5.5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ SUSY

Теперь мы воспользуемся этим результатом для нашего последующего вывода [2]. Пусть наш гамильтониан $H_0 = T + U_0$ имеет основное состояние с отрицательной энергией $E_0 < 0$ и отвечает чисто притягивающей яме $U_0(r)$ (см. Рис. 5.2). Запишем уравнение Шредингера для H_0 :

$$H_0 \Psi_0^l \equiv \left(-\frac{d^2}{dr^2} + \underbrace{\frac{l(l+1)}{r^2} + U_0(r)}_{V_0^l} \right) \Psi_0^l = E_0 \Psi_0^l \quad (15)$$

(мы используем здесь для простоты систему единиц $\hbar^2 / 2m = 1$, где m — приведенная масса, и далее будем для краткости опускать индекс орбитального момента l).

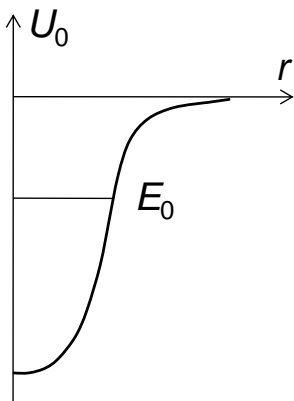


Рис. 5.2. Форма исходного потенциала U_0 , имеющего одно связанное состояние с отрицательной энергией E_0 .

Теперь факторизуем H_0 согласно [3]:

$$H_0 = A_0^+ A_0^- + \varepsilon_0, \quad (16)$$

где

$$A_0^- = (A_0^+)^+ = -\frac{d}{dr} + \underbrace{\frac{d \ln \Psi_0(\varepsilon_0)}{dr}}_{\frac{\Psi_0'(\varepsilon_0)}{\Psi_0(\varepsilon_0)}}. \quad (17)$$

Здесь ε_0 — так называемая энергия факторизации и $\Psi_0(\varepsilon_0)$ — собственная функция гамильтониана H_0 с энергией $\varepsilon_0 < 0$ [3].

Функция $\Psi_0(\varepsilon_0)$ должна быть безузловой, т.е. нигде не обращаться в нуль, иначе операторы A^+ и A^- станут сингулярными. Поэтому $\varepsilon_0 \leq E_0$. Теперь определим, как обычно, SUSY-партнер для оператора H_0 :

$$H_0 = A_0^- A_0^+ + \varepsilon_0. \quad (18)$$

Тогда, зная собственную функцию $\Psi_0(\varepsilon_0)$ оператора H_0 , отвечающую энергии $\varepsilon_0 < E$, легко найти собственную функцию $\Psi_1(E)$ оператора H_1 при энергии $E > \varepsilon_0$:

$$\Psi_1(E) = \frac{1}{\sqrt{E - \varepsilon_0}} A_0^- \Psi_0(E), \quad (19)$$

если $A_0^- \Psi_0(E) \neq 0$. Но при $E = E_0 = \varepsilon_0$ это уравнение не справедливо. Поэтому выбор $E_0 = \varepsilon_0$ приводит к совпадению спектров H_0 и H_1 , кроме основного состояния H_0 , которое исключается из спектра H_1 (вспомним случай (а)).

Теперь найдем потенциал V_1 , который входит в гамильтониан H_1 :

$$V_1(r) = V_0(r) - 2 \frac{d^2}{dr^2} \ln(\Psi_0(E_0)). \quad (20)$$

Здесь мы имеем явную связь между V_1 и V_0 .

При малых значениях r волновая функция основного состояния $\Psi_0(E_0)$ ведет себя как r^{l+1} , поэтому

$$V_1 \approx V_0 + 2(l+1)/r^2 \approx (l+1)(l+2)/r^2 \quad (21)$$

(здесь мы учли, что $V_0 = U_0 + l(l+1)/r^2$).

Сравним поведение двух SUSY-потенциалов при $r \rightarrow 0$:

$$V_0 \sim l(l+1)/r^2, \quad V_1 \sim (l+1)(l+2)/r^2, \quad (22)$$

т.е. получается, что потенциал V_1 как бы соответствует угловому моменту, на единицу большему, чем исходный потенциал V_0 .

Теперь посмотрим, как SUSY-потенциалы ведут себя при $r \rightarrow \infty$. Поскольку $\Psi_0 \sim \exp(-\gamma_0 r)$, где $\gamma_0 = \sqrt{-E_0}$, то

$$\ln(\Psi_0(E_0)) \sim -\gamma_0 r,$$

и, следовательно,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{d^2 \ln(\Psi_0(E_0))}{dr^2} \rightarrow 0. \quad (23)$$

Поэтому асимптотическое поведение потенциалов V_1 и V_0 при $r \rightarrow \infty$ совпадает (см. Рис. 5.3).

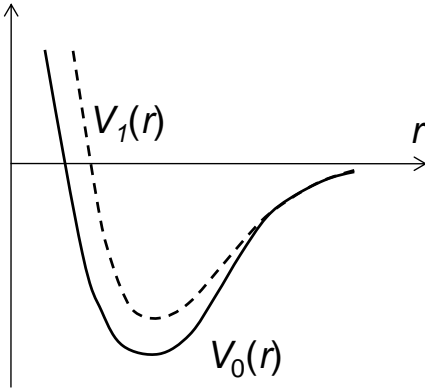


Рис. 5.3. Исходный потенциал $V_0(r)$ (сплошная кривая) и его суперпартнер $V_1(r)$ (штриховая кривая), получающийся из $V_0(r)$ с помощью преобразования SUSY (19).

Однако легко показать, что, хотя асимптотическое поведение двух потенциалов V_1 и V_0 совпадает, асимптотическое поведение соответствующих волновых функций Ψ_1 и Ψ_0 не отвечает одному и тому же фазовому сдвигу $\delta(E)$ (для сравнения используем соотношения (22)).

Возникает вопрос: можно ли получить для SUSY-партнеров одинаковые фазовые сдвиги? Байе показал, что это легко сделать, применив SUSY-преобразование дважды [4].

Для этого мы свяжем с гамильтонианом H_1 новый гамильтониан H_2 SUSY-преобразованием с энергией факторизации $\varepsilon_1 = E_0$ (которая находится ниже энергии E_1 основного состояния для H_1 , т.е. $E_1 > E_0$). При такой энергии волновая функция $\Psi_1(E_1)$, как хорошо известно, ненормируема и асимптотически растет как экспонента, т.е. $\Psi_1(E_1) \sim \exp(+\gamma_0 r)$. Но тогда мы имеем случай (в), и спектры H_1 и H_2 идентичны. Любому физическому состоянию H_1 с энергией E отвечает состояние H_2 с нормированной волновой функцией

$$\Psi_2(E) = (E - E_0)^{-1} A_1^- A_0^- \Psi_0(E), \quad (24)$$

где

$$A_1^- = -\frac{d}{dr} + \frac{d \ln(\Psi_1(E_0))}{dr}. \quad (25)$$

Важное свойство этого равенства заключается в том, что из-за специального выбора ε_1 оператор второго порядка $A_1^- A_0^-$ не меняет асимптотическое поведение волновой функции. Поэтому для любой энергии имеем

$$\delta_2'(E) = \delta_0'(E).$$

Соответствующий потенциал V_2 , который входит в H_2 , равен

$$V_2 = V_0 - 2 \frac{d^2}{dr^2} \ln(\Psi(E_0)\Psi_1(E_0)). \quad (26)$$

При малых r функция $\Psi_1(E_0)$ ведет себя как $r^{(l+2)}$, что следует из вида потенциала V_1 , поэтому

$$V_2 \approx V_0 + 2(2l+3)/r^2 \approx (l+2)(l+3)/r^2. \quad (27)$$

Например, если мы исключаем одно связанное состояние в S -волне, то потенциал в начале координат имеет вид $V_2 \approx 6/r^2$, т.е. ведет себя как центробежный потенциал в D -волне (при $l=2$).

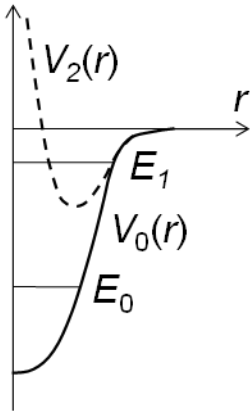


Рис. 5.4. Исходный потенциал $V_0(r)$ (сплошная кривая), в котором есть уровень с энергией E_0 , и потенциал $V_2(r)$ (штриховая кривая), полученный из $V_0(r)$ путем двойного SUSY-преобразования.

Итак, результат, который мы получили при двойном SUSY-преобразовании, таков: потенциалы V_0 и V_2 дают одинаковые фазовые сдвиги $\delta_0(E) = \delta_2(E)$ при всех энергиях, но в потенциале

V_2 связанных состояний на одно меньше, чем в потенциале V_0 (см. Рис. 5.4).

Здесь возникает интересный вопрос о теореме Левинсона для двух суперсимметричных операторов взаимодействия $V_0(r)$ и $V_2(r)$. В самом деле, теорема Левинсона связывает абсолютное значение парциального фазового сдвига при нулевой энергии $\delta_l(0)$ (при условии $\delta_l(\infty) = 0$) с числом связанных состояний n_l с угловым моментом l : $\delta_l(0) - \delta_l(\infty) = \pi n_l$. На первый взгляд, существование двух потенциалов, дающих одинаковые парциальные фазовые сдвиги $\delta_l(E)$, но различное число связанных состояний, противоречит теореме Левинсона. Однако на самом деле противоречия здесь нет, поскольку потенциал V_2 имеет в нуле сингулярность $\sim \alpha(\alpha + 1)/r^2$ и для него нарушаются условия применимости теоремы Левинсона.

5.6. СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ СВОЙСТВА МОСКОВСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Вернемся снова к Московскому потенциалу, рассмотренному в предыдущей лекции, и его суперсимметричным свойствам. Сравним между собой обычный NN -потенциал с отталкивающим кором и Московский NN -потенциал без отталкивающего кора (см. Рис. 5.5), которые, как оказалось, являются суперсимметричными партнерами друг друга [4,5]. С первого взгляда кажется, что у них нет ничего общего. Но это впечатление обманчиво.

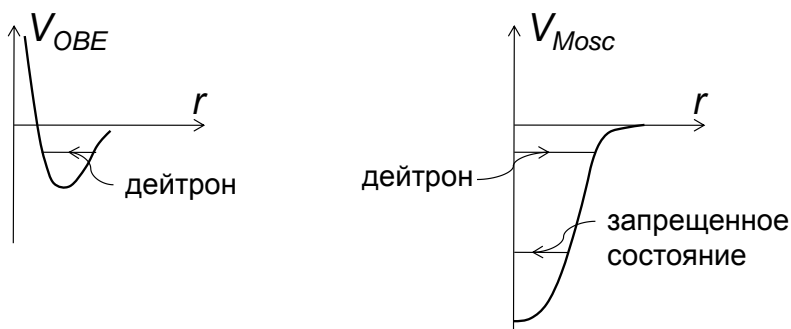


Рис. 5.5. Традиционный NN -потенциал с отталкивающим кором (слева) и Московский NN -потенциал без отталкивающего кора (справа), но с «лишним» (т. наз. «запрещенным») глубоколежащим связанным состоянием.

Взаимоотношение между этими двумя альтернативными типами потенциалов было исследовано в работах Байе [4] в конце 80-х годов XX-го века. Причем такое альтернативное описание одних и тех же фазовых сдвигов, как оказалось, возможно не только для NN -взаимодействия, но и взаимодействия любой пары ядер, а также для взаимодействия нуклонов с ядрами. Как показал детальный анализ [5], взаимодействие любой пары ядер, например $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ или $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, можно описать двояким образом: либо с помощью очень глубокого потенциала, в котором существует множество глубоколежащих уровней, не наблюдаемых экспериментально, т.е. запрещенных по каким-либо причинам, либо с помощью относительно неглубокого потенциала с небольшим числом реальных связанных состояний. В случае взаимодействия легких ядер, таких, как $^4\text{He} + ^4\text{He}$, $^4\text{He} + ^3\text{He}$ и т.п., получаем два альтернативных потенциала: мелкий с отталкивающим кором и глубокий с одним или несколькими глубоколежащими уровнями, которые соответствуют запрещенным

принципом Паули состояниям всех нуклонов в общей потенциальной яме.

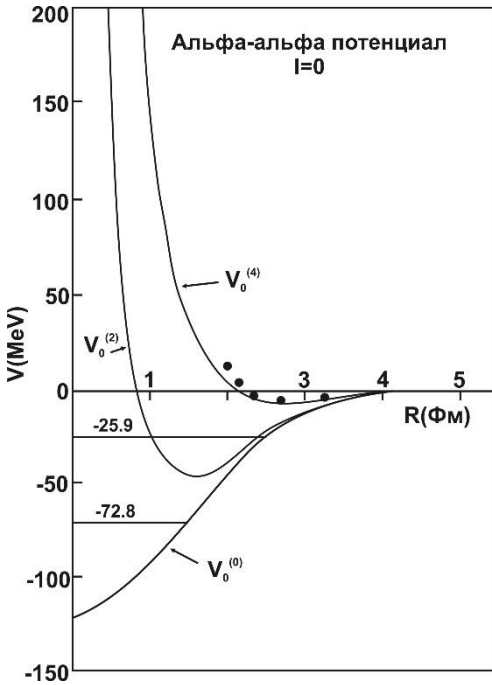


Рис. 5.6. Глубокий $\alpha\alpha$ потенциал $V^{(0)}$ для $l = 0$ [B. Buck, H. Friedrich and C. Wheatly, Nucl. Phys. A275 (1977) 246] в сравнении с суперсимметричными партнерами $V^{(2)}$ и $V^{(4)}$ с отталкивающим кором.

В качестве примера на Рис. 5.6. показан глубокий $\alpha\alpha$ потенциал $V_0^{(0)}$ с двумя глубоколежащими уровнями и два его суперсимметричных партнера $V_0^{(2)}$ с одним глубоким уровнем и $V_0^{(4)}$, не имеющий ни одного глубокого уровня. Подчеркнем, что фазовые сдвиги для всех трех потенциалов, являющихся SUSY-партнерами друг для друга, совпадают при всех энергиях (по построению).

В случае NN -взаимодействия (в S -волне) оказалось, что феноменологически введенный в традиционные NN -потенциалы

отталкивающий кор, например, в форме $a \cdot \exp(-\mu r)/(\mu r)$ (где a — большая положительная константа), очень хорошо (хотя и не идеально) воспроизводится центробежным барьером $\sim 6/r^2$, который возникает при двойном SUSY-преобразовании. При этом S -волновые фазовые сдвиги для суперсимметричных партнеров в точности повторяют друг друга (см. Рис. 5.7).

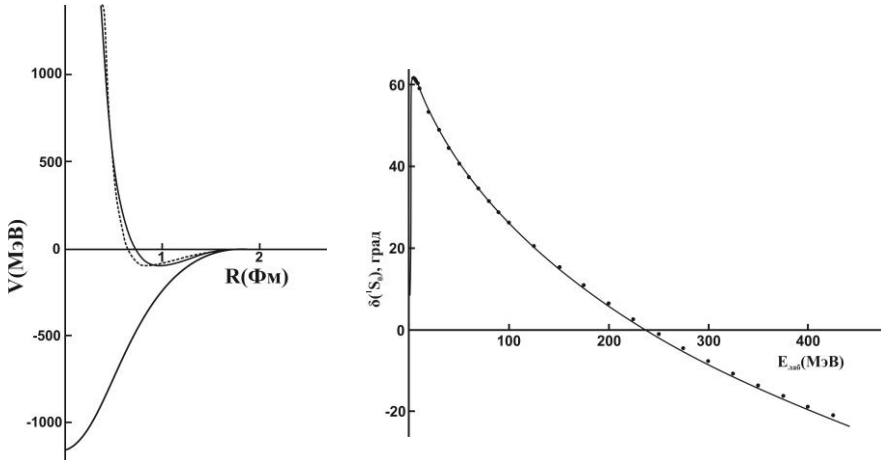


Рис. 5.7. Слева: Московский NN -потенциал для 1S_0 -канала (нижняя сплошная линия) и его суперпартнер с центробежным отталкивающим кором (верхняя сплошная линия) в сравнении с традиционным потенциалом Рейда с мягким кором (RSC) (штриховая линия). Справа: Сравнение фазового сдвига в канале 1S_0 для Московского NN -потенциала (сплошная линия) с фазовым сдвигом в канале 1S_0 для его суперсимметричного партнера потенциала Рейда с мягким кором (точки).

Таким образом, мы получили хорошо обоснованное математически, а не только эмпирически, равенство фазовых сдвигов $\delta(^1S_0)$ для глубокого чисто притягивающего Московского потенциала с глубоко лежащим запрещенным состоянием (нижняя сплошная линия на левом Рис. 5.7) и для традиционного мелкого потенциала с отталкивающим кором типа потенциала

Рейда (штриховая линия на том же рисунке). Иными словами, один и тот же эмпирический фазовый сдвиг NN -рассеяния можно описать как с помощью традиционного потенциала с большим отталкивающим кором, так и с помощью глубокого чисто притягивающего потенциала, в котором есть дополнительное глубоколежащее связанное состояние, которое является ненаблюдаемым, т.е. «запрещенным». Аналогичное SUSY-преобразование для глубокого Московского потенциала можно сделать и в случае связанных каналов 3S_1 – 3D_1 [6] (см. Рис. 5.8).

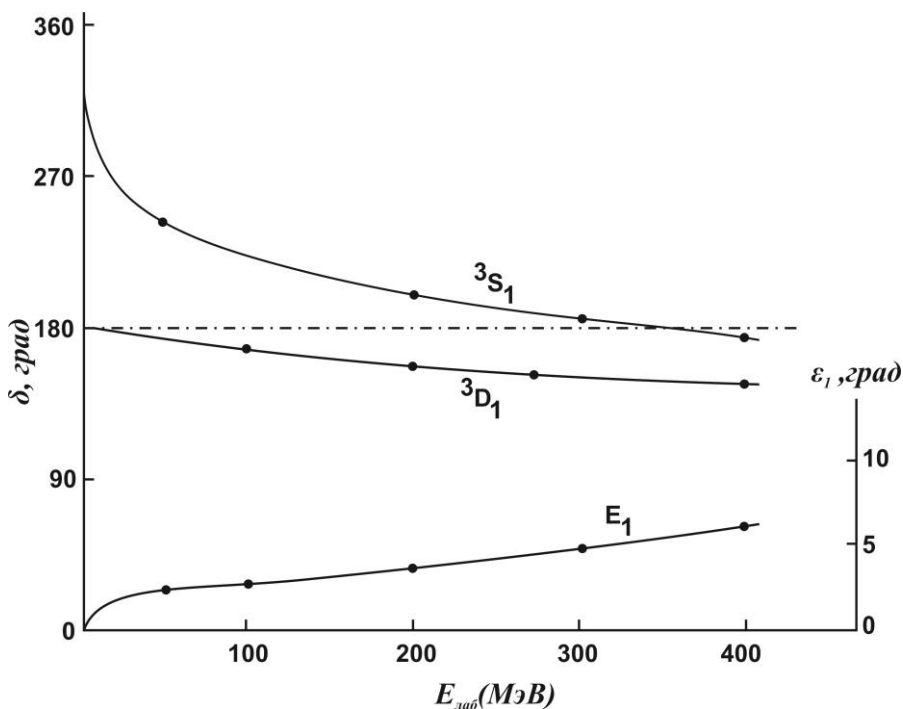


Рис. 5.8. Фазовые сдвиги в каналах 3S_1 и 3D_1 и параметр тензорного смешивания ϵ_1 для Московского NN -потенциала (сплошные линии) и его суперпартнера (точки) [6].

Несмотря на полную тождественность фазовых сдвигов для исходного глубокого потенциала и его суперпартнера, волновые функции физически наблюдаемого связанного состояния (дейтрона) для двух суперпартнеров заметно отличаются, в основном на малых межнуклонных расстояниях, как можно видеть из Рис. 5.9. При этом S -волновая компонента дейтронной волновой функции для глубокого потенциала имеет радиальный узел, обусловленный ортогональностью этой функции к безузловой функции глубоколежащего (запрещенного) состояния. Интересно, что положение этого узла в дейтронной волновой функции для Московского потенциала практически совпадает с радиусом отталкивающего кора в традиционном NN -потенциале. И это совпадение не случайно: только при этом условии стационарный узел волновой функции для глубокого потенциала заменяет эффект отталкивающего кора.

Тождественность фазовых сдвигов для двух суперсимметричных партнеров означает совпадение соответствующих амплитуд рассеяния на массовой поверхности (on-shell). Однако вне массовой поверхности (off-shell) амплитуды рассеяния для двух партнеров заметно различаются, в основном в области больших переданных импульсов.

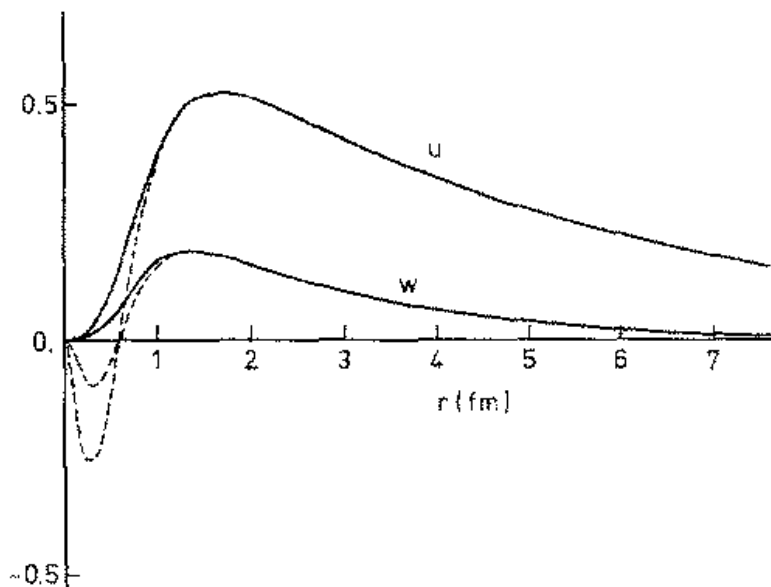


Рис. 5.9. S - и D -волновые компоненты (u и w , соответственно) дейтронной волновой функции, рассчитанной с Московским потенциалом (штриховые линии) и с его суперсимметричным партнером (сплошные линии).

Интересно, что радиальные узлы и соответствующие осцилляции на малых расстояниях, свойственные волновым функциям для глубоких потенциалов типа Московского NN -потенциала, соответствуют, как легко понять, существенно увеличенной средней кинетической энергии в системе двух нуклонов. Фактически, эта увеличенная кинетическая энергия и играет роль отталкивающего кора, присутствующего в традиционных моделях ядерных сил. Иными словами, при переходе от традиционных моделей к глубокому потенциалу типа Московского растет по абсолютной величине как отрицательная потен-

циальная энергия, так и положительная кинетическая, так что полная энергия в данном состоянии не меняется.

Таким образом, можно записать суперсимметричный гамильтониан H в матричном виде [2-4]:

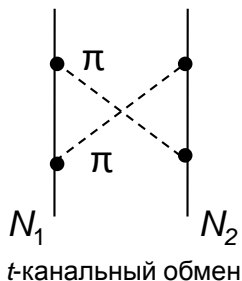
$$H = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где H_1 — гамильтониан с обычным NN -потенциалом с отталкивающим кором, а H_2 — гамильтониан с глубоким притягивающим Московским потенциалом. Другими словами, две альтернативных модели NN -взаимодействия можно рассматривать как две компоненты единого суперсимметричного гамильтониана. Тогда H_1 можно отнести к фермионному сектору — ясно, что гамильтониан с обычным NN -потенциалом подходит на эту роль.

А что такое бозонная часть супергамильтониана — ведь она должна быть связана с частицами с целым спином $S = 0$ или 1 ? Самый подходящий кандидат на эту роль — *дибарион*, т.е. шестикварковый мешок, окруженный мезонными полями. В самом деле, ведь мы построили Московский NN -потенциал, отправляясь именно от шестикваркового описания NN -системы!

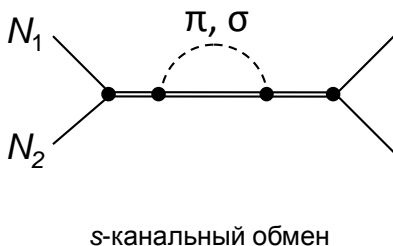
На Рис. 5.10 схематически изображены NN -взаимодействия, которым отвечают два наши суперпартнера.

Фермионный канал



t -канальный обмен

Бозонный канал



s -канальный обмен

Рис. 5.10. Сопоставление t -канального (слева) и s -канального (справа) мезонного обмена между парой нуклонов.

В реальности работают оба механизма взаимодействия — t -канальный и s -канальный. Но t -канальный (юкавский) механизм отвечает за периферическую часть NN -взаимодействия, тогда как s -канальный — за его короткодействующую часть. Этот дуализм можно сопоставить с электромагнитным e^+e^- -взаимодействием — см. Рис. 5.10.

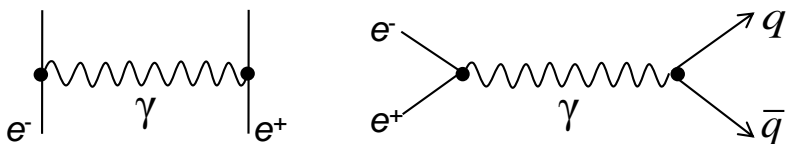


Рис. 5.11. Обмены виртуальным γ -квантом в t -канале при кулоновском взаимодействии электрона и позитрона (слева) и в s -канале при электрон-позитронной аннигиляции с рождением адронных резонансов J/ψ , $\psi(2S)$ и т.д. (справа).

В то время как оператор электромагнитного взаимодействия при малых переданных импульсах (Рис. 5.11 слева) отвечает t -канальному механизму взаимодействия с полюсом по переданному импульсу, при больших переданных импульсах (Рис. 5.11

справа) работает уже s -канальный механизм с полюсом по энергии.

В точности те же эффекты возникают и в NN -рассеянии: на больших межнуклонных расстояниях, т.е. при малых переданных импульсах, доминирует t -канальный обмен одним и двумя пионами, тогда как взаимодействие на малых расстояниях, где нуклоны существенно перекрываются друг с другом, наиболее естественно описывать s -канальными механизмами. Это может быть сделано в рамках дибарионной модели ядерных сил, которая будет изложена в следующих лекциях.

5.6. ВЫВОДЫ

Из материала этой главы становится ясно, что одни и те же эмпирические фазовые сдвиги NN рассеяния можно описать как с помощью традиционного NN -потенциала с отталкивающим кором на малых расстояниях, так и с помощью глубокого чисто-притягивающего потенциала, имеющего дополнительное глубоко лежащее связанное состояние, которое является ненаблюдаемым. Такой NN -потенциал, называемый Московским, как было показано в этой главе, является суперсимметричным партнером традиционного NN -потенциала и может быть получен из него простым алгебраическим SUSY-преобразованием. В итоге два альтернативных типа описания эмпирических данных по рассеянию соединяются по существу в единый супергамльтониан, в котором оба альтернативных гамльтониана играют роль операторов взаимодействия в фермионном и бозонном секторах. И, если взаимодействие в фермионном секторе (где имеются два взаимодействующих фермиона, т.е. два нуклона) опи-

сывается традиционными NN -потенциалами с отталкивающим кором, то взаимодействие в той же NN -системе в бозонном секторе должно быть описано в терминах Московского потенциала, тесно связанного с рождением промежуточных дибарионов, т.е. бозонов.

Таким образом, модель Московского NN -потенциала можно рассматривать как своеобразный мостик между традиционными моделями ядерных сил, основанными на t -канальном обмене и современным описанием этого взаимодействия, основанном на рождении промежуточных дибарионов и квантовой хоромодинамике.

Итак, главный вывод из рассмотрения двух альтернативных моделей NN -взаимодействия заключается в том, что реальное взаимодействие включает в себя как периферический t -канальный обмен, так и s -канальный обмен промежуточным дибарионом с целым спином, который определяет взаимодействие на малых расстояниях. Физически очевидно, что s -канальный механизм, обусловленный дибарионным обменом, не может быть корректно представлен t -канальным обменом, по крайней мере, в низших порядках. Хотя известен принцип дуальности, согласно которому s -канальные особенности могут быть представлены через бесконечную суперпозицию t -канальных особенностей и наоборот, но в нем речь идет именно о бесконечной суперпозиции. Поэтому ясно, что никакое EFT-разложение, включающее несколько низших порядков, не может адекватно представить динамику, обусловленную дибарионным обменом.

Литература

1. E. Witten, Nucl. Phys. B **188**, 513 (1981); *ibid.* **186**, 412 (1981); *ibid.* **149**, 285 (1979).
2. F. Cooper, A. Khare, U. Sukhatme, Phys. Reports **251**, 267 (1995).
3. A.A. Andrianov, N.V. Borisov, M.I. Ioffe, Phys. Lett. A **105**, 19 (1984).
4. D. Baye, Phys. Rev. Lett. **58**, 2738 (1987); см. также: P. Swan, Ann. Phys. (N.Y.) **48**, 455 (1968); Nucl. Phys. **46**, 669 (1963).
5. V.I. Kukulín, R.S. Mackintosh, J. Phys. G: Nucl. and Part. Phys. **30**, R1 (2004).
6. F. Michel, G. Reidemeister, Zeitschrift für Physik A (Atomic Nuclei) **329**, 385 (1988).