

# Ядерная Резонансная Флуоресценция

Лектор: *Капитонов Игорь Михайлович*

# Лекция 1:

Введение.

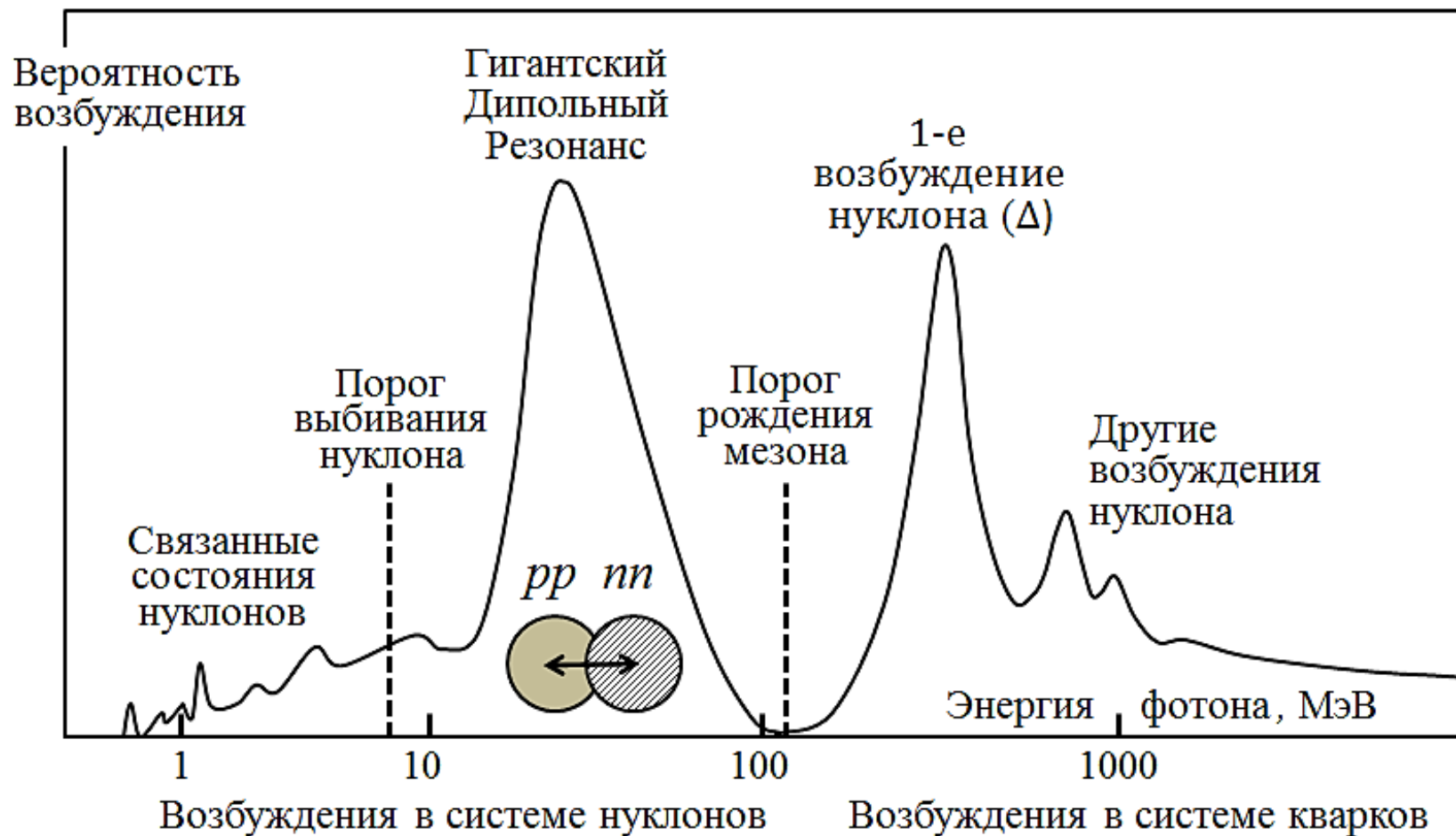
Эффективное сечение

Ядерной Резонансной Флуоресценции (ЯРФ)

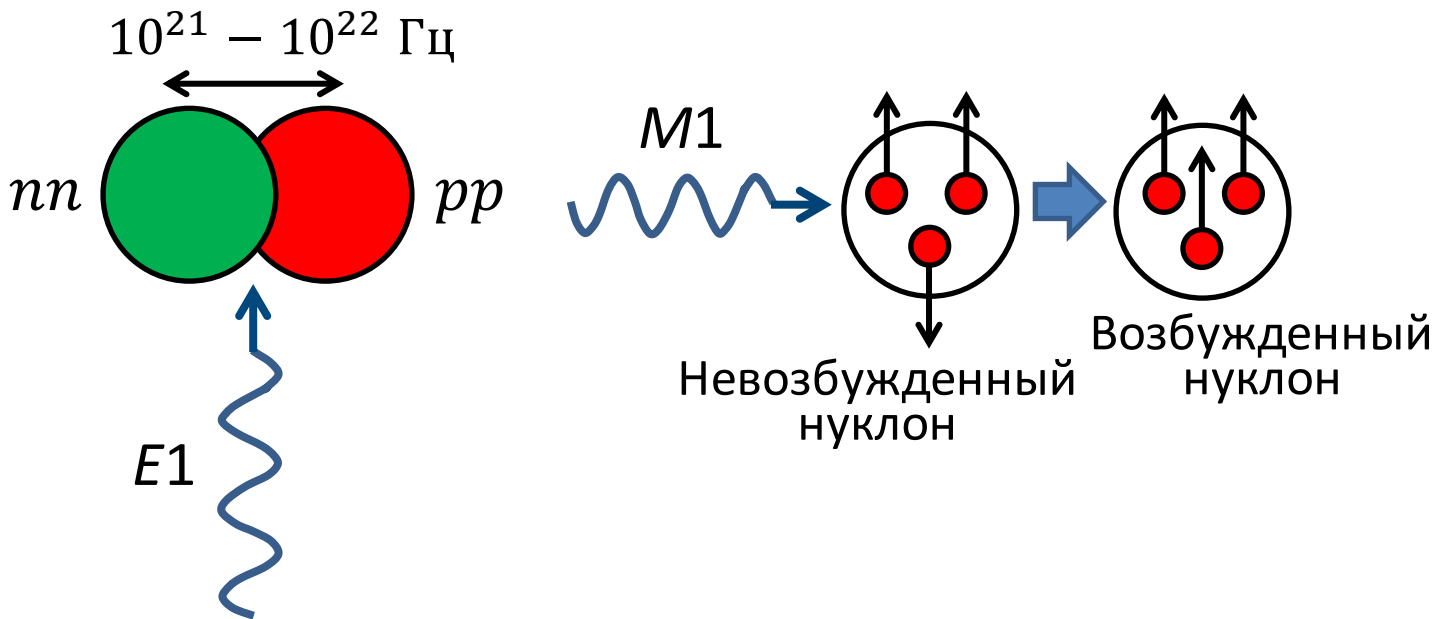
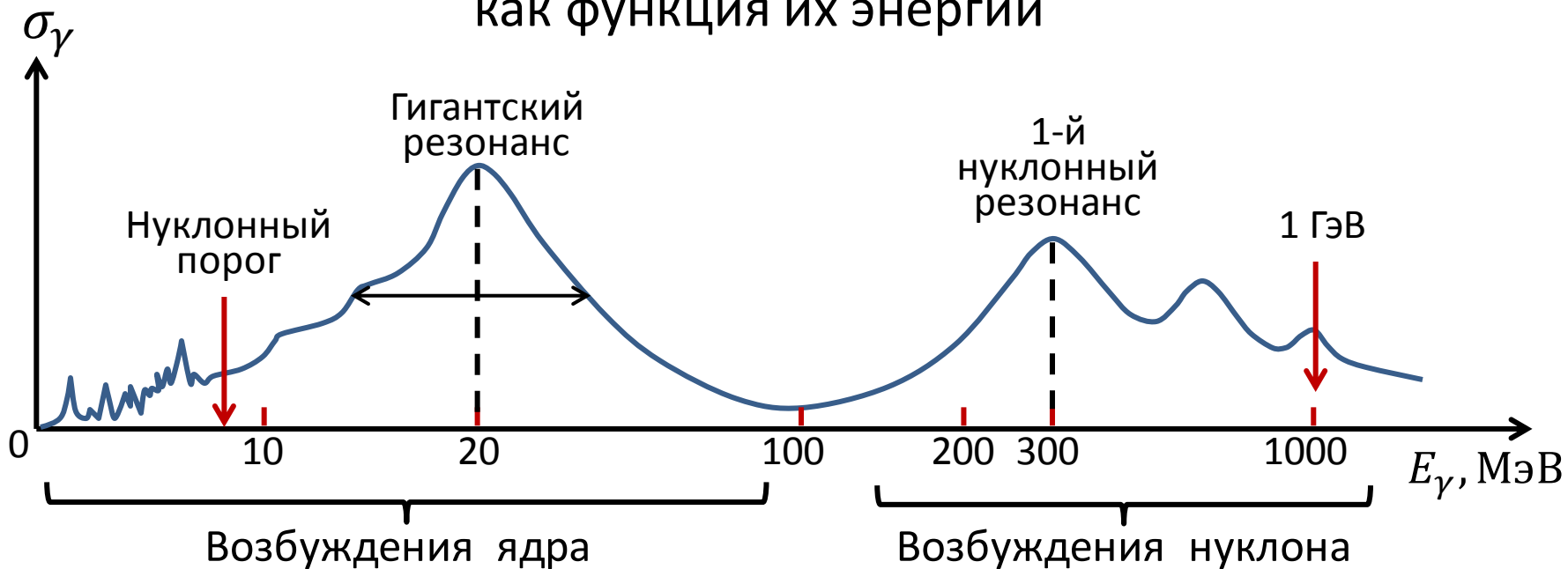
Курс посвящен Ядерной Резонансной Флуоресценции (ЯРФ). Обсуждаются физические принципы этого явления, методы его исследования и приведены примеры полученных результатов. Большое внимание уделено выводу основных формул и соотношений, определению энергии, мультипольности и чётности ядерного гамма-перехода, устройству современных экспериментальных установок, характеристикам электронных ускорителей. Дано представление о ЯРФ-экспериментах, выполненных в Отделе электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер НИИЯФ МГУ.

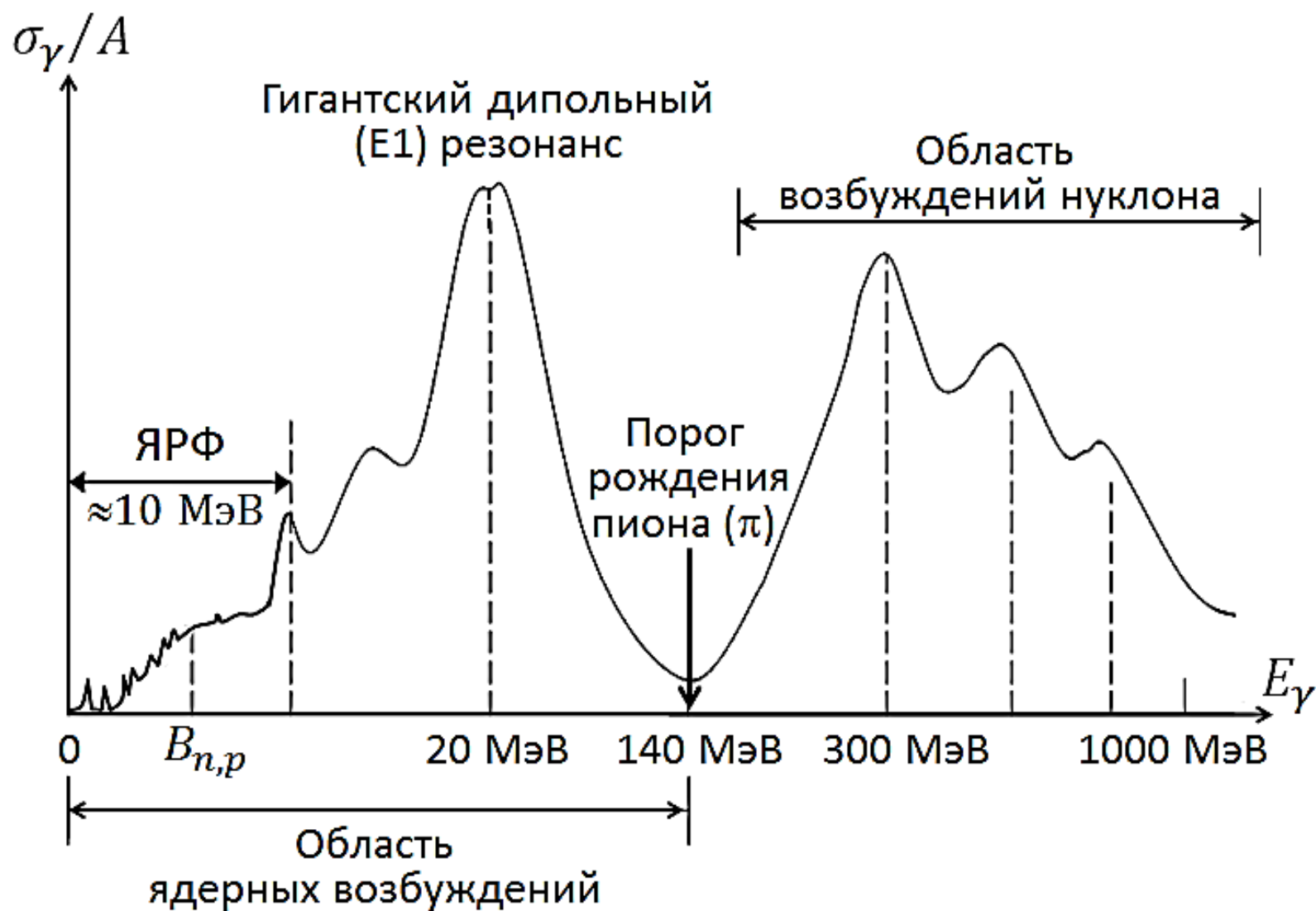
Две последние лекции посвящены магнитным дипольным возбуждениям атомных ядер, изучение которых с использованием ЯРФ-методики привело к открытию нового типа низколежащих ядерных возбуждений несферических ядер – изовекторного орбитального M1-возбуждения ножничного типа (scissors mode).

# Вероятность поглощения фотонов ядром в зависимости от их энергии

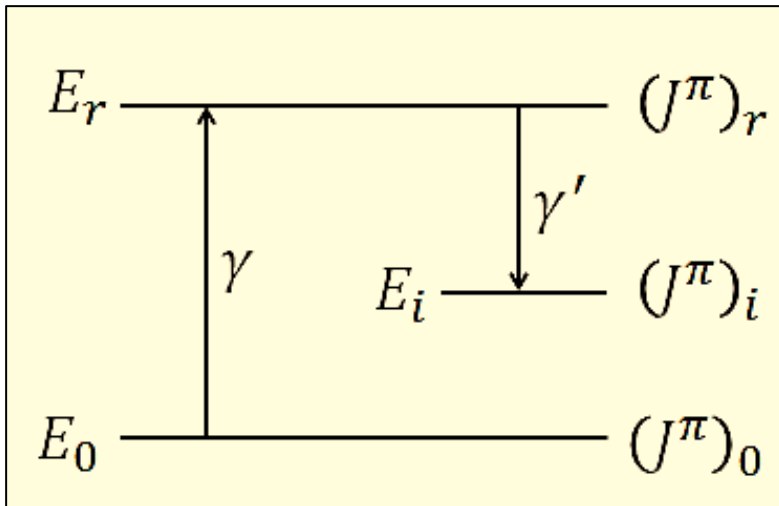


# Вероятность поглощения фотонов ядром как функция их энергии





Ядерная резонансная флуоресценция – ЯРФ (Nuclear resonance fluorescence) – это процесс возбуждения ядра фотоном  $\gamma$  с последующим распадом возбужденного (резонансного) состояния с испусканием другого фотона  $\gamma'$  и образованием конечного ядра в более низколежащем, в том числе и основном, состоянии. В случае возврата к основному состоянию ( $\gamma = \gamma'$ ) процесс называют «чистой ЯРФ». Исследуемая область энергий **0 – 10-15 МэВ**.



### Преимущества:

1. Электромагнитное взаимодействие в начале и в конце.
2. Высокое разрешение –  $\Delta E_\gamma = 5 - 10$  кэВ.

Ширини и времена жизни уровней  
 $\Gamma \cdot \tau \approx \hbar$ .  $\hbar = 6,58 \cdot 10^{-16}$  эВ · сек.  
 $\tau = t_{1/2} / \ln 2 = t_{1/2} / 0,693$ .

Диапазон времен жизни:  $10^{-17}$  сек  $< \tau < 10^{-9}$  сек. Распады более быстрые (вплоть до  $\tau \approx 10^{-23}$  сек) присущи сильным взаимодействиям, более долгие – слабым (их времена заключены в интервале 0,1 сек –  $10^{17}$  лет). Диапазон  $10^{-9}$  сек –  $10^{-1}$  сек это также диапазон электромагнитных распадов, но с очень малой вероятностью.

Перечислим на примере чётно-чётного ядра те характеристики ядерных состояний, которые извлекаются из ЯРФ-экспериментов полностью модельно независимым путём:

- энергия возбуждения состояния (резонанса)  $E_r$ ,
- его спин  $J$ ,
- его чётность  $\pi$ ,
- ширина распада в основное состояние  $\Gamma_0$ ,
- ширины распадов в возбуждённые состояния  $\Gamma_i$ ,
- приведённые вероятности переходов  $B(\pi, J)$ .

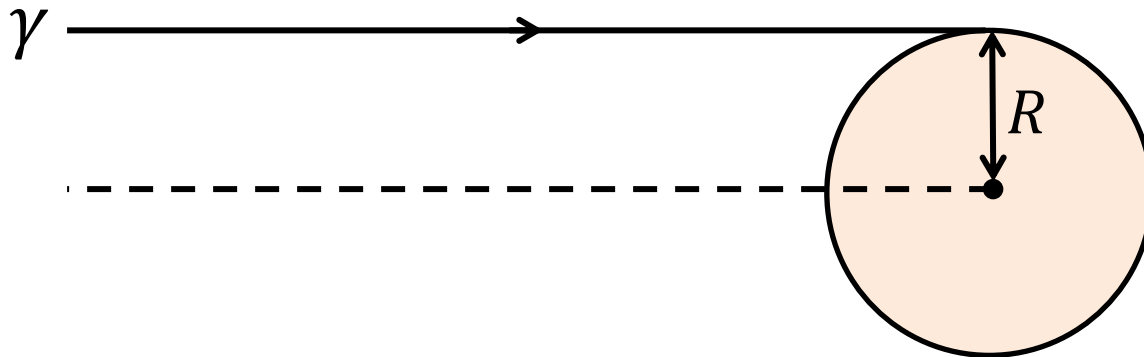
Физическая природа состояния определяется по этим характеристикам сравнением с теоретическими расчётами, которые предсказывают все эти характеристики.



ЯРФ – эффективный метод изучения низкоспиновых (дипольных и квадрупольных) ядерных возбуждений.

Это объясняется малым импульсом передаваемым реальным фотоном ядру:

$$q = \frac{E_\gamma}{c}$$

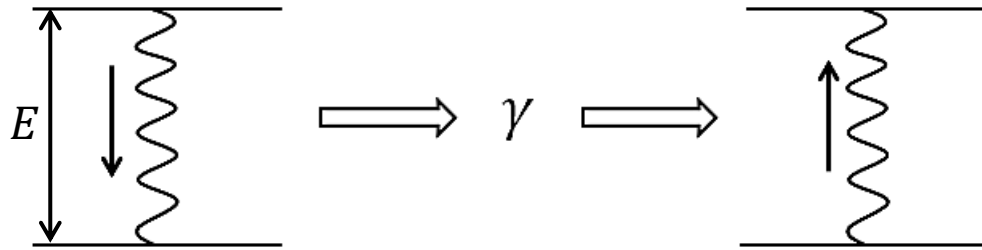


Пусть ядро имеет  $A = 50$  (его радиус  $R \approx 5$  Фм) и оно поглощает фотон с  $E_\gamma = 4$  МэВ. Максимальный орбитальный момент  $l_{max}$ , получаемый ядром (в единицах  $\hbar$ ):

$$l_{max} = R \cdot \frac{q}{\hbar} = R \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right) \approx \frac{5 \text{ Фм} \cdot 4 \text{ Фм}}{200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}} = 0,1 .$$

Т.е. ситуация в наибольшей степени благоприятствует возбуждениям с  $l = 0$ , затем с  $l = 1$ .

## Резонансная флуоресценция в атомах и молекулах:



Для ядра это сделать нельзя из-за большой отдачи ядра

При  $\gamma$ -переходе энергия перехода  $E$  делится между  $\gamma$ -квантом и ядром отдачи с массой  $M$ :

$$E = E_\gamma + E_{\text{я}} = p_\gamma c + \frac{p_{\text{я}}^2}{2M} = pc + \frac{p^2 c^2}{2Mc^2} = E_\gamma \left( 1 + \frac{E_\gamma}{2Mc^2} \right) \approx E_\gamma.$$

Здесь использовано то, что перед испусканием (поглощением) фотона ядро покоилось, а также  $p_\gamma = p_{\text{я}} = p$ ;  $pc = E_\gamma$  и  $E_\gamma \ll 2Mc^2$ . Окончательно имеем

$$E_{\text{я}} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \approx \frac{E^2}{2Mc^2}$$

Рассмотрим в качестве примера  $\gamma$ -распады первых двух возбуждённых состояний ядра  ${}^{57}_{26}\text{Fe}$

Энергии отдачи:

$$E_{\text{я}}(5/2) = \frac{E_{\gamma}^2}{2Mc^2} \approx \frac{(136 \text{ кэВ})^2}{2 \cdot 57 \cdot 939000 \text{ кэВ}} \approx 0,17 \text{ эВ},$$

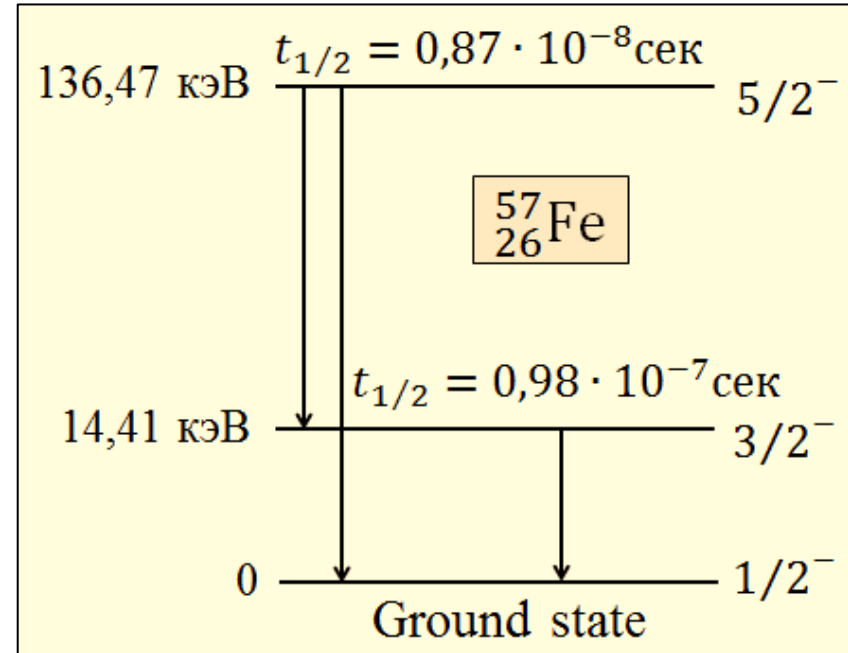
$$E_{\text{я}}(3/2) \approx \frac{(14,4 \text{ кэВ})^2}{2 \cdot 57 \cdot 939000 \text{ кэВ}} \approx 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}.$$

Ширины распада:

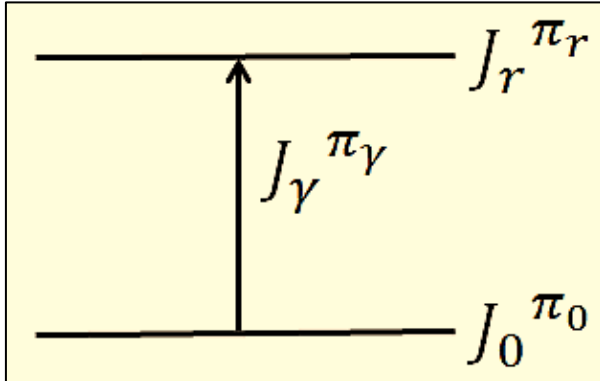
$$\Gamma(5/2) = \frac{\hbar}{t_{1/2}} 0,693 = \frac{6,58 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{сек}}{0,87 \cdot 10^{-8} \text{ сек}} 0,693 = 5,24 \cdot 10^{-8} \text{ эВ},$$

$$\Gamma(3/2) = \frac{6,58 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{сек}}{0,98 \cdot 10^{-7} \text{ сек}} 0,693 = 4,65 \cdot 10^{-9} \text{ эВ}.$$

Таким образом, энергия отдачи  $E_{\text{я}}(5/2, 3/2) \gg \Gamma(5/2, 3/2)$  и ЯРФ по атомно-молекулярному типу невозможна



## Правила отбора по спину и четности для электромагнитных переходов



$$|J_0 - J_r| \leq J_\gamma \leq J_0 + J_r$$

или

$$|J_0 - J_\gamma| \leq J_r \leq J_0 + J_\gamma$$

$$\pi_0 \cdot \pi_r = \pi_\gamma \quad \text{или} \quad \pi_0 \cdot \pi_\gamma = \pi_r$$

$$J_\gamma = 1, \quad 2, \quad 3, \quad \dots, \quad \infty$$

дип.    квадр.    октуп.

$$\pi(EJ) = (-1)^J, \quad \pi(MJ) = (-1)^{J+1}$$

Длина волны фотона  $\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_\gamma} \approx \frac{6,3 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{E_\gamma(\text{МэВ})}$

Для ядра в области ЯРФ  $\lambda \gg R$ , где  $R$  – радиус ядра.  
Оценка для  $E_\gamma = 10$  МэВ и ядра с числом нуклонов  $A \approx 200$ :

$$\lambda(10 \text{ МэВ}) \approx 124 \text{ Фм}$$

$$R_{A \approx 200} \approx 7 \text{ Фм}$$

т. е.  $\lambda \gg R$

и справедливо длинноволновое приближение для соотношений вероятностей ( $w = 1/\tau = \Gamma/\hbar$ ) электромагнитных переходов различного типа (Е или М) и мультипольности  $J$ :

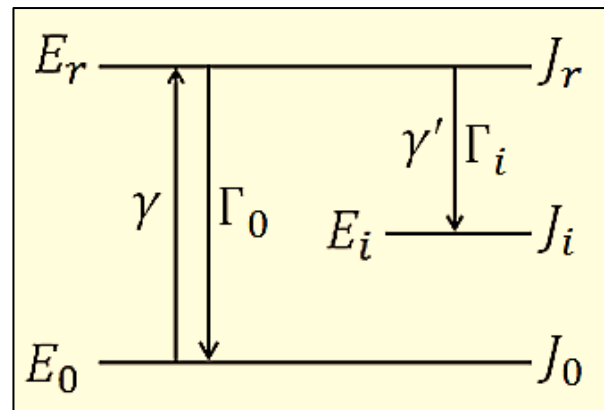
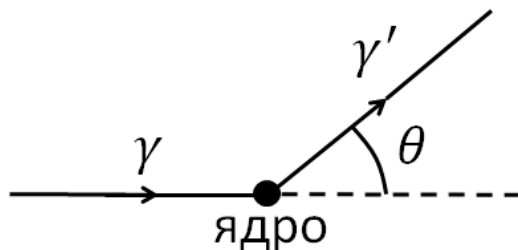
$$\frac{w(MJ)}{w(EJ)} \approx (kR)^2 \approx \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \ll 1$$

$$\frac{w(M J+1)}{w(MJ)} \approx \frac{w(E J+1)}{w(EJ)} \approx (kR)^2 \approx \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \ll 1$$

Здесь использовано  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

# Эффективное сечение ЯРФ

Неполяризованные фотоны и ядра



Дважды дифференциальное сечение, зависящее от энергии фотона  $E$  и угла рассеяния  $\theta$ :

$$\frac{d^2 \sigma_i}{dE d\Omega} = \sigma_i(E) \cdot \sigma_i(\theta),$$

где  $d\Omega$  — элемент телесного угла в направлении рассеянного под углом  $\theta$  фотона. Индекс  $i$  означает, что речь идёт о процессе, в котором конечное ядро образуется в  $i$ -м состоянии. Формула для  $\sigma_i(E)$  с брейт-вигнеровской энергетической зависимостью имеет вид:

$$\sigma_i(E) = \pi \tilde{\lambda}^2 \frac{1}{2} \cdot \frac{2J_r + 1}{2J_0 + 1} \cdot \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4} \Gamma^2}$$

Здесь  $\tilde{\lambda} = \lambda/2\pi$  — приведённая длина волны падающего фотона и  $\Gamma = \Gamma_0 + \sum_{i \neq 0} \Gamma_i$ .

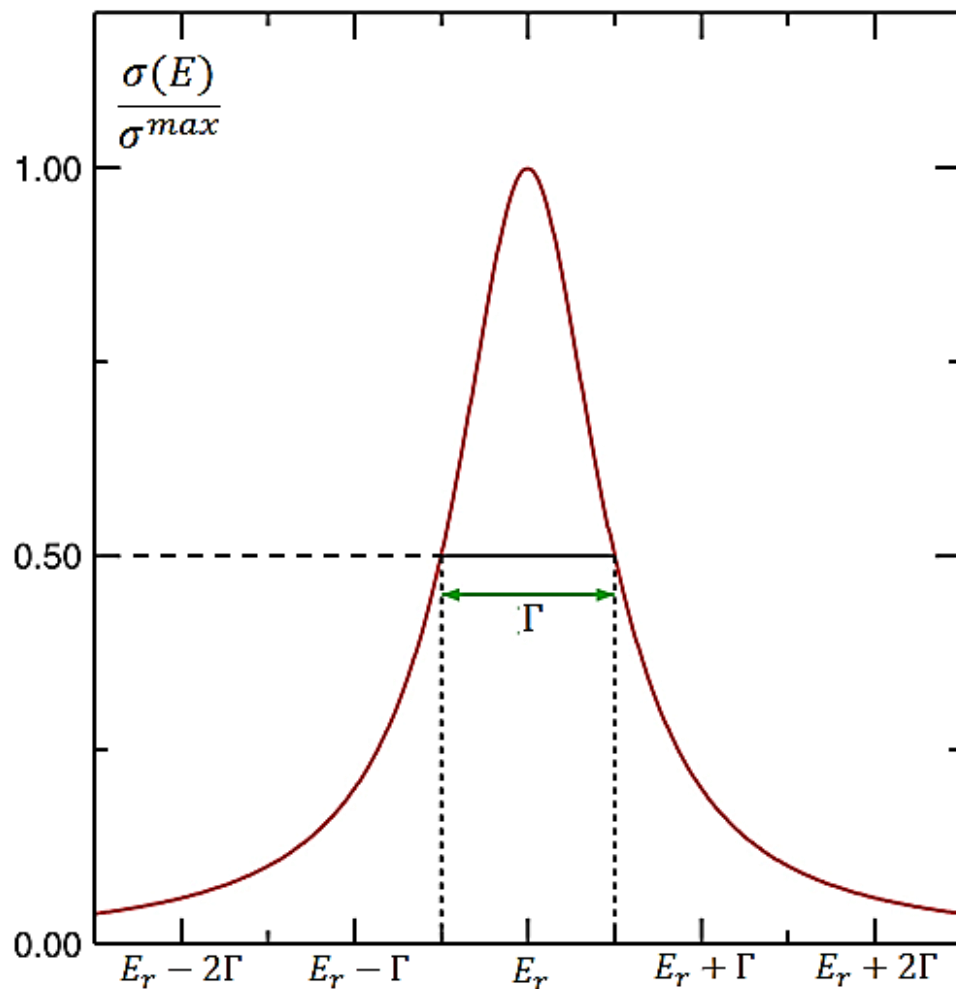
Для чистой ЯРФ (когда ядро, рассеяв фотон, возвращается в основное состояние)

$$\text{имеем } \Gamma_i = \Gamma_0 \text{ и } \sigma_0(E) = \underbrace{\pi\lambda^2 \frac{1}{2} \cdot \frac{2J_r+1}{2J_0+1}}_g \cdot \frac{\Gamma_0^2}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} = \pi\lambda^2 g \frac{\Gamma_0^2}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}.$$

Статистический фактор  $\rightarrow g$

Множителем  $(2J_r + 1)$  учтено суммирование по всем ориентациям спина промежуточного резонансного состояния и делением на  $(2J_0 + 1)$  – усреднение по всем ориентациям спина начального (основного) состояния ядра.

Появление множителя  $\frac{1}{2}$  связано с усреднением по двум возможным независимым поляризациям фотона.



Брейт-вигнеровская зависимость эффективного сечения

Интегрирование  $\sigma_i(E)$  по резонансу даёт

$$\int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i(E) dE = (\pi\lambda)^2 \frac{2J_r+1}{2J_0+1} \cdot \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma} = (\pi\lambda)^2 2g \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma},$$

т. е. выражение, содержащее комбинацию трёх ширин –  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_i$  и  $\Gamma$ .

«Угловая» часть сечения рассеяния обычно записывается в виде  $\sigma_i(\theta) = W_i(\theta)/4\pi$  и представляет собой долю рассеянных фотонов на угол  $\theta$  в единицу телесного угла  $\Omega$ . Её обычно называют «нормализованным угловым распределением».

Так как 
$$\frac{d\sigma_i}{d\Omega} = \int_{\text{рез}}^{\text{по}} \frac{d^2\sigma_i}{dEd\Omega} dE = \int_{\text{рез}}^{\text{по}} \sigma_i(E) \cdot \sigma_i(\theta) dE = \sigma_i(\theta) \int_{\text{рез}}^{\text{по}} \sigma_i(E) dE,$$

то можно записать 
$$\frac{d\sigma_i}{d\Omega} = (\pi\lambda)^2 2g \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma} \cdot \frac{W_i(\theta)}{4\pi}.$$

Для чистой ЯРФ 
$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega}_{\text{чистая ЯРФ}} = (\pi\lambda)^2 2g \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma} \cdot \frac{W_0(\theta)}{4\pi}.$$



Рассмотрим брейт-вигнеровскую резонансную зависимость для чистой ЯРФ

$$\sigma_0(E) = \pi\lambda^2 \cdot g \cdot \frac{\Gamma_0^2}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}.$$

Сечение в максимуме резонанса ( $E = E_r$ ) определяется выражением

$$\sigma_0^m(E_r) = \pi\lambda^2 \cdot g \cdot 4 \cdot \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma^2}$$

или в более общем случае (при  $i \neq 0$ )

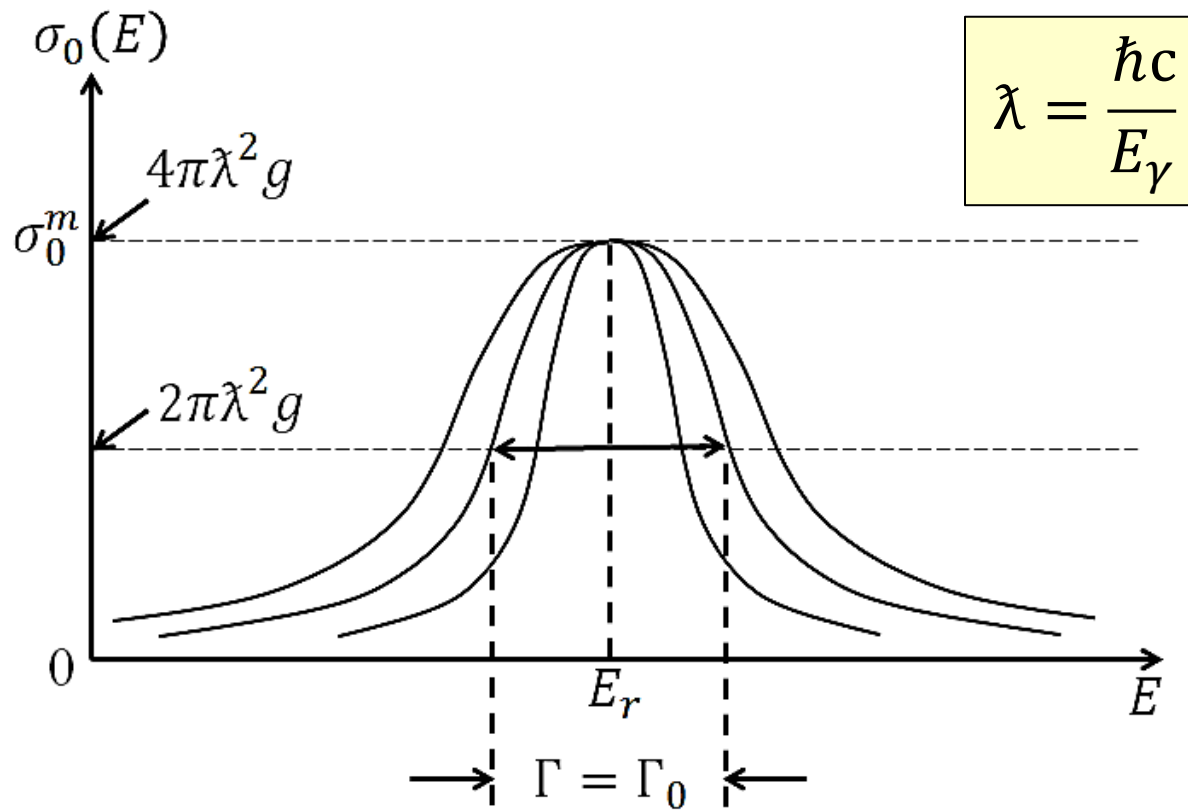
$$\sigma_i^m(E_r) = \pi\lambda^2 \cdot g \cdot 4 \cdot \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma^2}.$$

Если возможен обратный распад возбуждённого состояния только в основное состояние (например, если распадается первое возбуждённое состояние ядра с  $i = 1$ ), то  $\Gamma_i = \Gamma_0 = \Gamma$  и

$$\sigma_0^m(E_r) = 4\pi\lambda^2 g.$$

В этом случае в зависимости от величины  $\Gamma = \Gamma_0$  имеем резонансные кривые разной ширины (рисунок на следующем слайде).

При этом максимальная величина сечения  $\sigma_0^m$  зависит лишь от  $\lambda$ , т. е. от энергии фотона, падающего на ядро.



В резонансе ( $E = E_r$ ) эффективное сечение обычно достигает очень большой величины. Так при  $E_r \approx 1$  МэВ получаем  $\sigma_0^m \approx 10^{-21} \text{ см}^2$  ( $10^3$  барн). Однако, из-за малой ширины ядерных уровней ( $\Gamma_\gamma \approx 10^{-4} - 10^{-8}$  эВ) сечение резонансного рассеяния большое только в очень узкой области энергий в районе максимума резонанса. Уже на расстоянии  $\approx 0,5$  эВ от него сечение резонансного рассеяния уменьшается в  $10^8 - 10^{16}$  раз. Поэтому интегральное (проинтегрированное по энергии) сечение резонансного рассеяния на узких резонансах очень мало.

Из сечения резонансного рассеяния (scattering) фотонов легко получается сечение их резонансного поглощения (absorption). Для этого достаточно учесть парциальную вероятность распада  $\Gamma_i/\Gamma$ . Действительно, в данном случае полная вероятность процесса рассеяния с образованием конечного ядра в  $i$ -м состоянии, как и в случае составного ядра, есть произведение вероятностей поглощения и распада:

$$\sigma_i(E) = \sigma^{\text{погл}}(E) \cdot \frac{\Gamma_i}{\Gamma}.$$

Откуда получаем

$$\sigma^{\text{погл}}(E) = \sigma_i(E) \frac{\Gamma}{\Gamma_i} = \pi\lambda^2 g \cdot \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \cdot \frac{\Gamma}{\Gamma_i} = \pi\lambda^2 g \cdot \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}.$$

Получим проинтегрированное по резонансу сечение поглощения фотонов:

$$\int_{\text{рез}}^{\text{по}} \sigma^{\text{погл}}(E) dE = \sum_i \int_{\text{рез}}^{\text{по}} \sigma_i(E) dE = \sum_i (\pi\lambda)^2 2g \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma} = (\pi\lambda)^2 2g \cdot \Gamma_0.$$

Здесь использовано, то что  $\sum_i \Gamma_i = \Gamma$ .

## Схема получения брейт-вигнеровской энергетической зависимости

Квантовая механика даёт следующую зависимость от времени волновой функции распадающегося (нестационарного) состояния

$$\psi(t) = \psi(0) \cdot e^{-i\frac{E_r}{\hbar}t} \cdot e^{-\frac{\Gamma}{2\hbar}t} = \psi(0) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E_r - \frac{i}{2}\Gamma)t}.$$

Поэтому

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = |\psi(0)|^2 \cdot e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}.$$

Здесь  $E_r$  – энергия резонанса,  $\Gamma$  – ширина его распада, а  $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$  – среднее время жизни. Для стационарного состояния  $\Gamma = 0$  и

$$|\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 = \text{const.}$$

Используем прямое и обратное преобразования Фурье, в которых делаем замену  $\omega = E/\hbar$ :

$$\psi(t) = \int_0^\infty a(E) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t} dE, \quad a(E) = \int_0^\infty \psi(t) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t} dt.$$

Из этих соотношений можно получить 
$$a(E) = -\frac{\psi(0)\hbar}{i\left[(E-E_r) + i\frac{\Gamma}{2}\right]}$$

и спектральная плотность  $|a(E)|^2$ , определяющая энергетическую зависимость сечения при возбуждении резонанса, имеет брейт-вигнеровскую форму

$$|a(E)|^2 = \frac{|\psi(0)|^2 \hbar^2}{(E-E_r)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}.$$