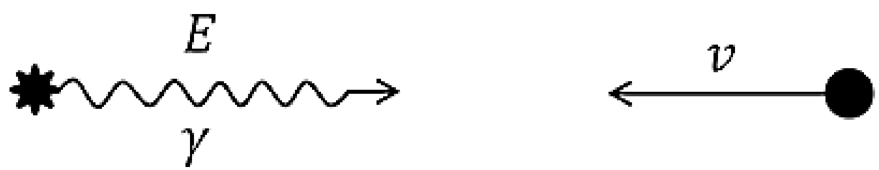
Лекция 2:

Роль эффекта Доплера в ЯРФ. Связь радиационной ширины уровня с волновыми функциями начального и конечного состояний ядра.

Роль эффекта Доплера в ЯРФ

Ядерная гамма-линия в действительности может быть много шире, чем следует из её брейт-вигнеровской формы из-за эффекта Доплера. Если ядро в покое испускает γ-квант с энергией E, то другое ядро, двигаясь в направлении γ-источника со скоростью v, встретит γ-квант с энергией

$$E' = E\left(1+\frac{v}{c}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \approx E\left(1+\frac{v}{c}\right). \qquad (1)$$



Аналогично, γ-источник, двигаясь со скоростью v в направлении неподвижного ядра, испускает по отношению к этому ядру не γ-квант с энергией E, а γ-квант с энергией E'.

Если скорости ядер поглотителя имеют максвелловское распределение, то вероятность у ядра иметь компоненту v в направлении источника даётся соотношением

$$w(v)dv = \sqrt{\frac{M}{2\pi kT}}\, e^{-\frac{Mv^2}{2kT}} dv, \qquad (2)$$

где M − масса ядра, $k = 8{,}6 \cdot 10^{-11}$ МэВ/Кельвин − постоянная Больцмана, а T − абсолютная температура поглотителя.

Комбинируя (1) и (2), получаем для распределения эффективных («наблюдаемых» поглотителем) энергий E':

$$w(E')dE' = \frac{1}{\Delta\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{E'-E}{\Delta}\right)^2} dE',$$

где $\Delta = \frac{E}{c}\sqrt{\frac{2kT}{M}}$ – так называемая «доплеровская ширина».

Оценим масштаб Δ при комнатной температуре $T \approx 300^{\circ}$К. Возьмём ядро $^{57}_{26}$Fe ($A = 57$) и фотоны, испускаемые при переходе ядра $^{57}_{26}$Fe из 1-го и 2-го возбуждённых состояний в основное и фотоны с энергиями ≈ 1 и 10 МэВ, испускаемые этим же ядром. Для фотонов с E =1 МэВ имеем:

$$\Delta = \frac{E}{c}\sqrt{\frac{2kT}{M}} \approx 1\ \text{МэВ}\sqrt{\frac{2\cdot 8{,}6\cdot 10^{-11}\ \text{МэВ/К}\cdot 300\ \text{К}}{57\cdot 939\ \text{МэВ}}} \approx 1\ \text{эВ}.$$

Проделав аналогичные вычисления для других вышеперечисленных энергий фотонов, испускаемых ядром $^{57}_{26}$Fe, составим следующую таблицу 1:

Значения E и Δ для фотонов ядра $^{57}_{26}Fe$, находящегося при комнатной температуре

E	0,014 МэВ	0,136 МэВ	1 МэВ	10 МэВ
Δ	0,014 эВ	0,14 эВ	1 эВ	10 эВ

Таблица 1

Видно, что с большой точностью для ядра $^{57}_{26}Fe$ справедлива связь $\Delta \approx 10^{-6}E$.

Если увеличить массовое число A до 200 (ядра в районе Pb), то доплеровская ширина при комнатной температуре уменьшится примерно в 2 раза по сравнению с данными таблицы 1.

Для подавляющего большинства γ-переходов среднее время жизни $\tau > 10^{-14}$сек и ширины Г, рассчитываемые из соотношения $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$, будут меньше 0,1 эВ:

$$\Gamma \text{ (для } \tau = 10^{-14}\text{сек)} \approx 0{,}07 \text{ эВ},$$

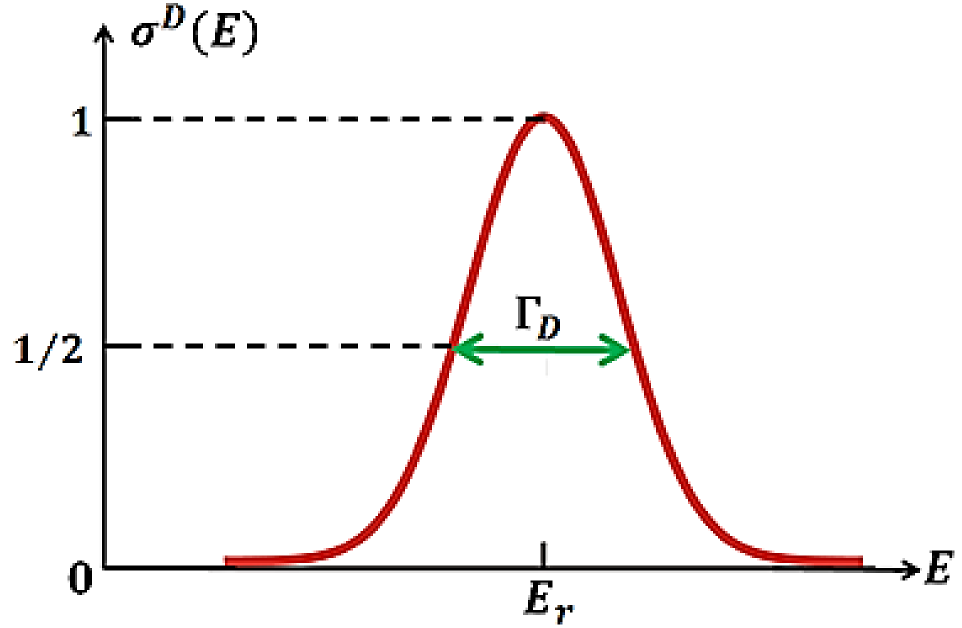
$$\Gamma \text{ (для } \tau = 10^{-9}\text{сек)} \approx 0{,}7\cdot10^{-6} \text{ эВ}.$$

Т. е. для большинства γ-переходов $\Delta \gg \Gamma$ и эффективное сечение рассеяния (поглощения) фотонов имеет «доплеровскую» форму:

$$\sigma^D(E) = \sigma^m(E_r)\frac{\Gamma\sqrt{\pi}}{2\Delta}e^{-\left(\frac{E-E_r}{\Delta}\right)^2},$$

т. е. имеет гауссову зависимость от энергии с доплеровской шириной Δ.

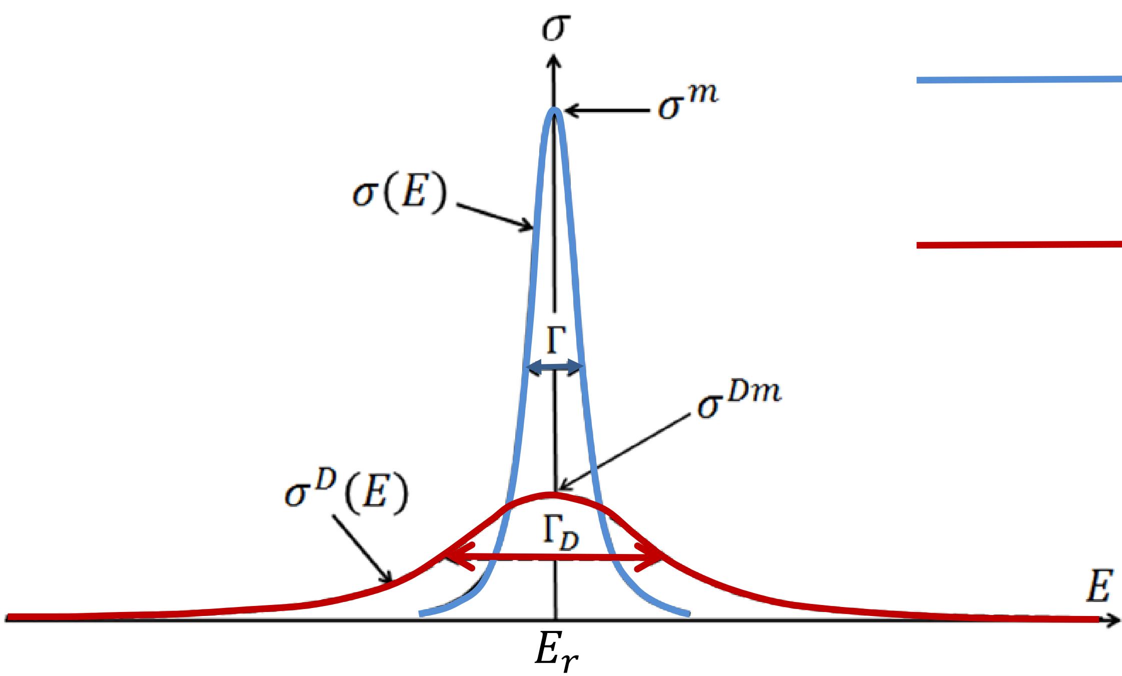
В этом соотношении $\sigma^m(E_r)$ – максимальное значение брейт-вигнеровских сечений, т. е. этих сечений при $E = E_r$.



Гауссова зависимость эффективного сечения

Гауссова зависимость сечения в отличие от брейт-вигнеровской при одинаковой ширине Γ характеризуется более медленным спадом вблизи максимума и более резким спадом вдали от максимума (большей прижатостью крыльев кривой сечения к горизонтальной оси энергий). Очевидно, что интегральное сечение, отвечающее γ-линии, не зависит от доплеровского уширения и даётся выражением:

$$\int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma^D(E)dE = \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma(E)dE = (\pi\lambda\!\!\!^{-})^2 2g\Gamma_0.$$



Брейт-вигнеровское сечение $\sigma(E)$ (холодное вещество, Т = 0)

Доплеровски уширенное сечение $\sigma^D(E)$ (нагретое вещество, Т $\neq$ 0)

Максимальная величина доплеровски уширенного сечения определяется равенством $\sigma^{Dm} = \sigma^D(E_r)$.

Эта величина и максимальная величина не уширенного (брейт-вигнеровского сечения) $\sigma^m = \sigma(E_r)$ связаны соотношением

$$\frac{\sigma^{Dm}}{\sigma^m} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{\Gamma}{\Delta} \approx 0{,}9\,\frac{\Gamma}{\Delta}.$$

Для полуширины доплеровского сечения имеет место выражение

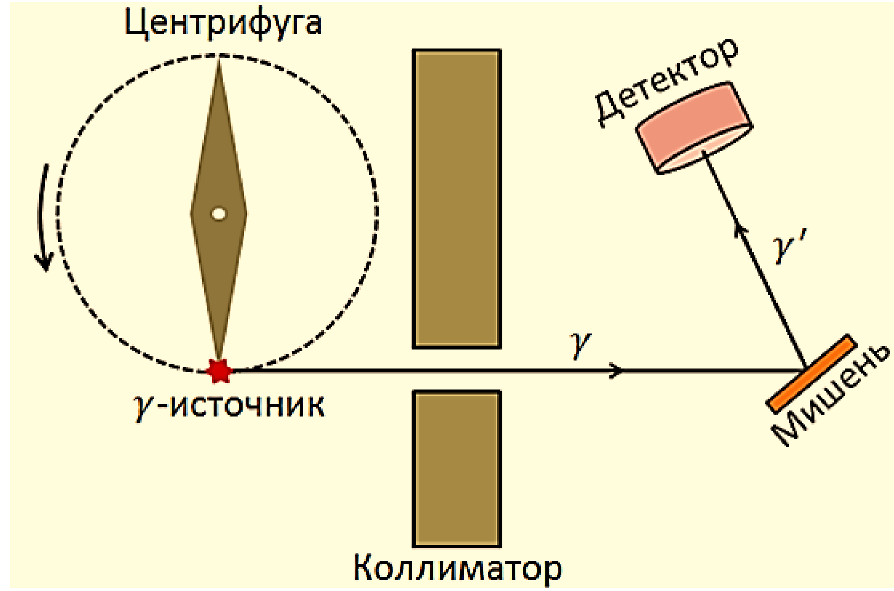
$$\Gamma_D = 2\Delta\sqrt{ln2}.$$

Но даже доплеровская форма γ-линии не видна в эксперименте. Форма наблюдаемой линии даётся функцией отклика спектрометра, которая также имеет гауссову зависимость с полушириной

$$\Gamma_{detector} \gg \Gamma_D \gg \Gamma.$$

Два способа компенсации отдачи ядра при работе с монохроматическими γ-источниками:

Схема ЯРФ-эксперимента с компенсацией отдачи ядра за счёт эффекта Доплера:



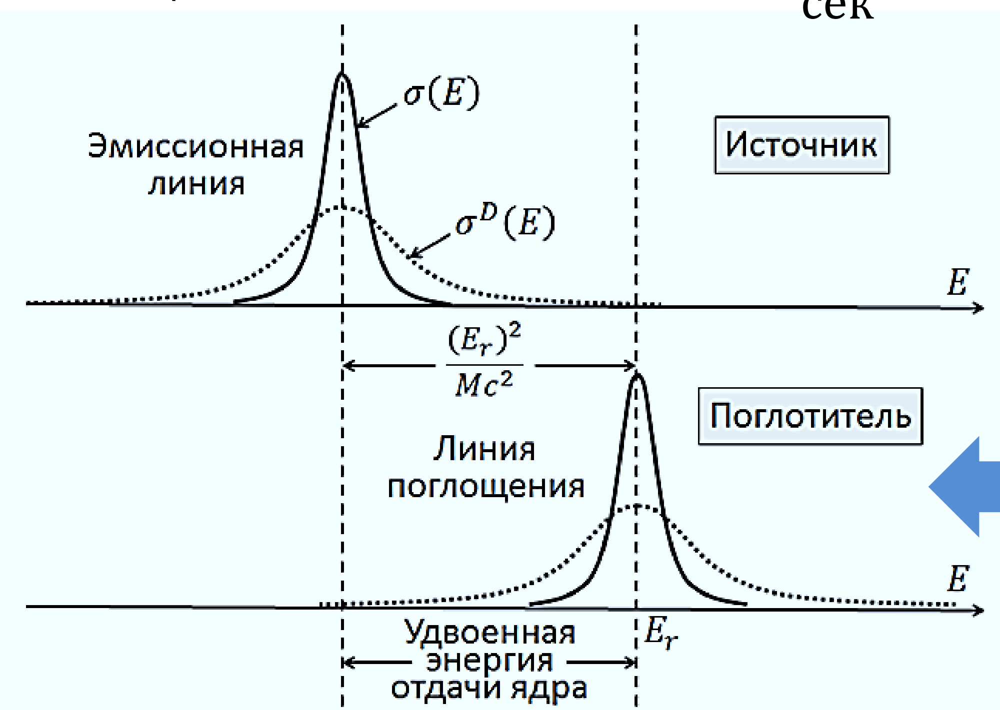
1) *Центрифуга*

$$E_я = \frac{Mv^2}{2} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \approx \frac{E_r^2}{2Mc^2}$$

Для компенсации удвоенной энергии отдачи ядра необходима доплеровская скорость

$$v \approx \left(\frac{E_r}{Mc^2}\right) \cdot c$$

$$E_\gamma \leq 0{,}5\ \text{МэВ} \quad \text{и} \quad v \approx \text{сотни}\ \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$



2) *Нагревание источника*

до 1000°С для $E_\gamma \leq 0{,}5$ МэВ

Реализации ЯРФ за счёт доплеровского уширения γ-линии. Эмиссионная линия γ-перехода с энергией E_r сдвинута к меньшим энергиям относительно линии поглощения за счёт двукратной отдачи ядра. Доплеровское уширение приводит к частичному перекрытию линий испускания и поглощения, т. е. к возможности ЯРФ.

Связь радиационной ширины уровня с волновыми функциями начального и конечного ядра

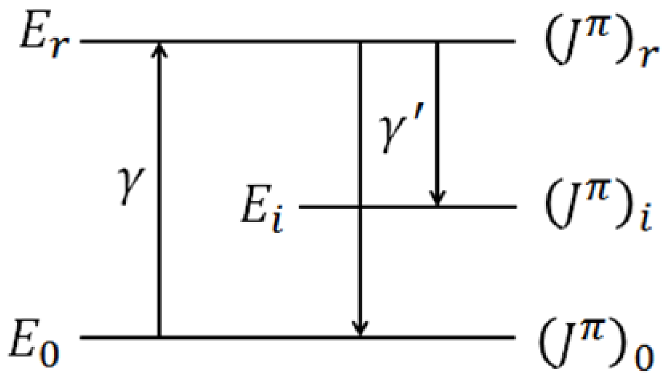


Схема ЯРФ с вариантом γ-перехода из возбужденного состояния (E_r) в основное состояние – так называемая «чистая ЯРФ» $(E_0 \to E_r \to E_0)$

Для чистой ЯРФ $(E_0 \to E_r \to E_0)$ площадь под γ-линией обратного перехода даётся интегралом

$$\int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_0(E)\, dE = (\pi ƛ)^2 \frac{2J_r+1}{2J_0+1} \cdot \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma}.$$

Если возбужденное состояние может распадаться только в основное состояние, то $\Gamma = \Gamma_0$ и

$$\int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_0(E)\, dE = (\pi ƛ)^2 \frac{2J_r+1}{2J_0+1} \cdot \Gamma_0.$$

Таким образом, при известных спинах участвующих в ЯРФ состояний вероятность γ-перехода определяется только шириной Γ_0.

Как эта ширина связана с матричным элементом перехода $\langle r|V|0\rangle$, где $|r\rangle$ и $|0\rangle$ – волновые функции возбуждённого и основного состояний, а V – оператор электромагнитного перехода?

Этот оператор обозначается $V_{JM}^{\text{E или M}}$, имея в виду электрический (E) или магнитный (M) тип γ-перехода, а J и M – мультипольность γ-перехода и проекция углового момента перехода на выделенную ось.

Для системы A бесспиновых частиц с зарядами e_α и массами m_α имеет место соотношение

$$V_{JM}^{\text{E или M}} = -\frac{1}{c}\sum_{\alpha=1}^{A}\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\vec{\mathrm{A}}_{JM}^{\text{E или M}}\cdot\vec{p}_\alpha,$$

где $\vec{\mathrm{A}}_{JM}^{\text{E или M}}$ – векторный мультипольный потенциал соответствующего поглощённого (излучённого) фотона, а $\vec{p}_\alpha$ – импульс частицы с индексом α.

В длинноволновом приближении $\lambda \gg R$ и $V_{JM}^{\text{E или M}}$ допускает запись в виде функции, зависящей от координат частиц. Так оператор E1-перехода системы частиц, если не интересоваться проекцией углового момента перехода на выделенную ось, можно записать в виде вектора электрического дипольного момента этой системы

$$\vec{\mathrm{D}} = \sum_{\alpha=1}^{A} e_\alpha\vec{r}_\alpha\,,$$

где e_α и $\vec{r}_\alpha$ – соответственно электрические заряды и радиусы-векторы частиц.

В общем случае (для любого J и его проекции M на выделенную ось z) имеем в отсутствии спинов

$$V_{JM}^{\mathrm{E}} = \sum_\alpha e_\alpha r_\alpha^J Y_{JM}(\theta_\alpha, \varphi_\alpha).$$

С учётом спиновых степеней свободы мультипольные операторы электрических и магнитных переходов системы частиц в длинноволновом приближении, обозначаемые Ω_{JM}^{E} и Ω_{JM}^{M}, имеют вид

$$\Omega_{JM}^{\mathrm{E}} = \sum_{\alpha=1}^{A} \left[e_\alpha r_\alpha^J Y_{JM}(\vec{r}_\alpha) + \text{спиновая часть} \right],$$

$$\Omega_{JM}^{\mathrm{M}} = \sum_{\alpha=1}^{A} \frac{e_\alpha}{2m_\alpha c} \left[\frac{2\vec{l}_\alpha}{J+1} + g_s^\alpha \vec{s}_\alpha \right] grad_\alpha \left(r_\alpha^J Y_{JM}(\vec{r}_\alpha) \right).$$

Здесь $m_\alpha, \vec{l}_\alpha, \vec{s}_\alpha$ – массы частиц, их орбитальные и спиновые моменты, а g_s^α – гиромагнитные спиновые факторы частиц (+5,585 для протонов и –3,826 для нейтронов)

Из вида оператора магнитного дипольного перехода можно получить выражение, совпадающее по форме с вектором магнитного дипольного момента системы частиц. Приведём это выражение в ядерных магнетонах ($\mu_N = \frac{e_p \hbar}{2m_p c}$)

$$\overrightarrow{\mathrm{M}} = \sum_{\alpha=1}^{A} \left(g_l^{\alpha} \vec{l}_{\alpha} + g_s^{\alpha} \vec{s}_{\alpha} \right).$$

Вероятность перехода ядра в единицу времени из начального состояния $|i\rangle$ в конечное $|f\rangle$ с испусканием фотона электрического или магнитного типа с энергией E_{γ}, угловым моментом (мультипольностью) J и проекцией M имеет вид

$$\boxed{w_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}} = \frac{1}{\hbar} \Gamma_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}} = \frac{8\pi(J+1)}{J\left[(2J+1)!!\right]^2} \cdot \frac{1}{\hbar} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c} \right)^{2J+1} \left| \left\langle f \left| \Omega_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}} \right| i \right\rangle \right|^2},$$

где $\Gamma_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}}$ – ширина соответствующего перехода,

а $(2J+1)!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2J+1)$.

Обычно не конкретизируется ориентация ядра (его поляризация) в начальном и конечном состояниях. В этом случае при вычислении вероятности перехода необходимо суммировать по проекциям M_f спина J_f ядра на выделенную ось в конечном состоянии и усреднить по проекциям M_i спина ядра J_i в начальном состоянии. При осуществлении этой операции используют понятие ***приведённой вероятности перехода***:

$$\boxed{B_J^{\mathrm{E\ или\ M}} = \frac{1}{2J_i+1} \sum_{M_i, M_f} \left| \left\langle J_f \left| \Omega_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}} \right| J_i \right\rangle \right|^2.}$$

С учётом двух последних выражений для ширины γ-распада можно записать

$$\Gamma_J^{\text{E или M}} = \frac{8\pi(J+1)}{J\left[(2J+1)!!\right]^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2J+1} B_J^{\text{E или M}}.$$

При этом ширина Γ_0 распада из исследуемого резонансного состояния $|r\rangle$ в основное $|0\rangle$, формируемая в общем случае набором электрических и магнитных γ-переходов различной мультипольности, даётся выражением

$$\Gamma_0 = \sum_J \frac{8\pi(J+1)}{J\left[(2J+1)!!\right]^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2J+1}\left(B_J^{\text{E}} + B_J^{\text{M}}\right).$$

Ситуация на первый взгляд сильно осложнена возможным участием в формировании Γ_0 переходов различного типа и мультипольности. Однако, число этих переходов обычно не превышает двух. Более того, в большинстве случаев в экспериментах с мишенями из стабильных ядер возможен лишь один переход (одного типа и одной мультипольности). Действительно, 2/3 стабильных ядер чётно-чётные, т. е. для них $J_0^\pi = 0^+$. Это означает, что в этом случае переходы $0 \to r \to 0$ (чистая ЯРФ) возможны лишь под действием либо только электрического, либо только магнитного фотона одной мультипольности. При этом для Γ_0 имеет место выражение без суммирования по J:

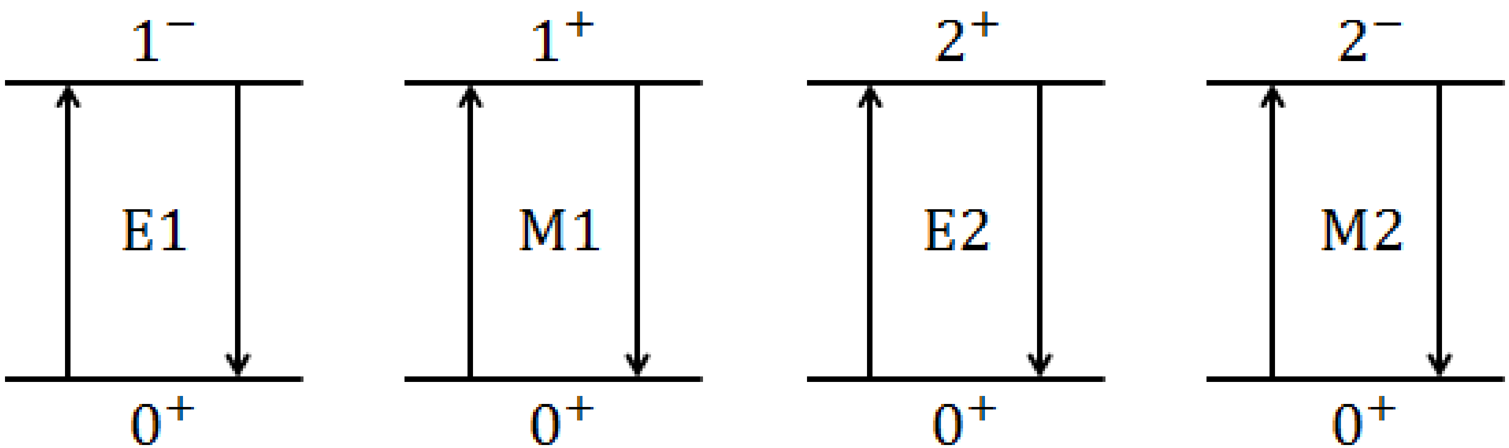
$$\Gamma_0 = \frac{8\pi(J+1)}{J\left[(2J+1)!!\right]^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2J+1} B_J^{\text{E или M}}.$$

В этом случае из экспериментально найденных Γ_0, при известных J_0 и J_r , однозначно определяется величина приведенной вероятности перехода B_J^{E} или B_J^{M} , а значит и матричный элемент $\langle r|\Omega_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}}|0\rangle$.

Поскольку $\Omega_{JM}^{\mathrm{E\ или\ M}}$ известны, а волновые функции $|0\rangle$ основных состояний стабильных чётно-чётных ядер в большинстве случаев достаточно хорошо известны, то знание Γ_0 непосредственно приводит к информации о структуре волновых функций возбуждаемых состояний $|r\rangle$.

Аналогичная ситуация возникает и в том случае, когда при $J_0 \neq 0$ нулевым оказывается спин возбужденного состояния ядра.

Приведём наиболее распространённые низколежащие электромагнитные переходы чётно-чётных ядер:



Если $J_0 \neq 0$ и $J_r \neq 0$, то правила отбора допускают возможность поглощения фотонов обоих типов и нескольких мультипольностей, т. е. имеет место смесь переходов. Но при $\lambda \gg R$ можно и в этом случае выделить два основных перехода – самый интенсивный электрический и самый интенсивный магнитный. При этом, как правило, мы будем иметь дело либо с Е1, либо с Е2-переходом, либо с парами сравнимых по интенсивности переходов типа $\mathrm{M1} + \mathrm{E2}$, $\mathrm{M2} + \mathrm{E3}$ и так далее.