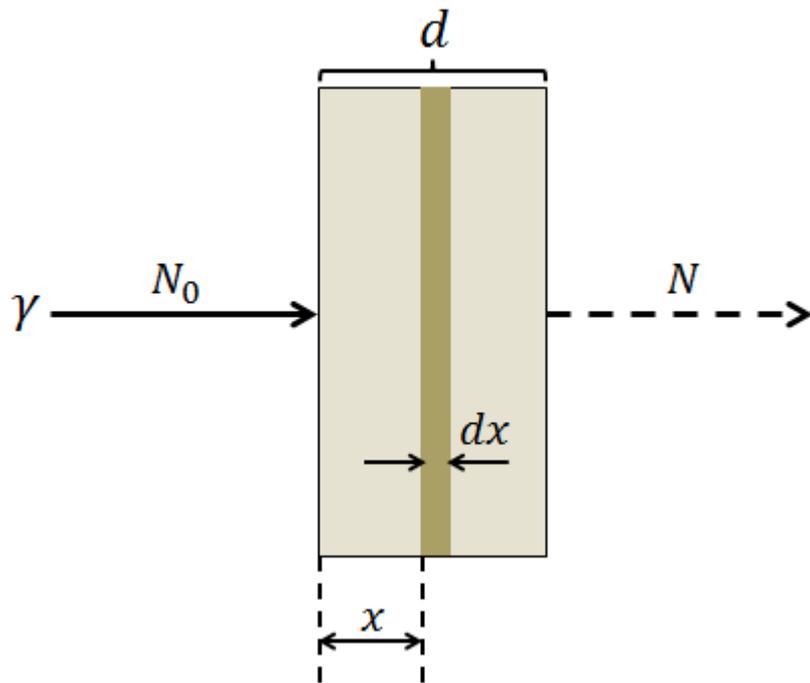
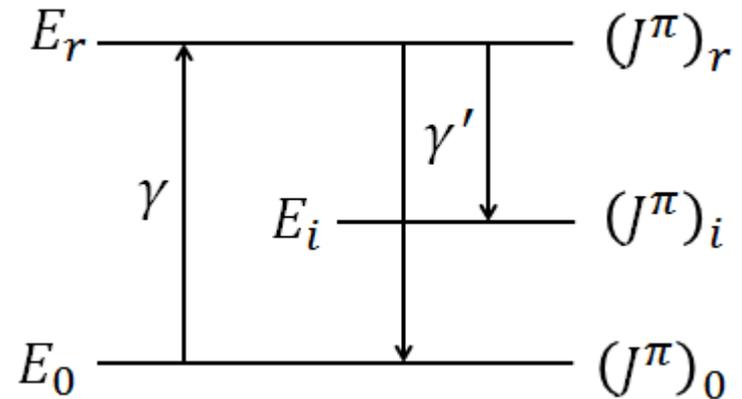
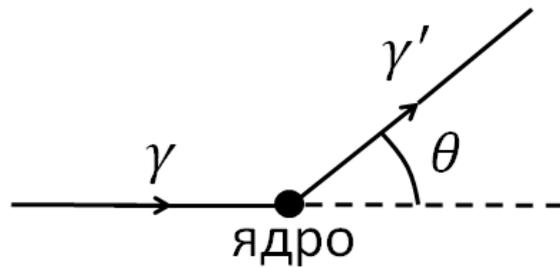


Лекция 3:
Эксперимент
по резонансному рассеянию гамма-квантов.

Эксперимент по резонансному рассеянию γ -квантов



Рассеяние γ -квантов образцом толщиной d

Число рассеянных монохроматических γ -квантов слоем dx на глубине x даётся выражением

$$N_0 \cdot \sigma^s \cdot e^{-n\sigma x} \cdot n \cdot dx,$$

где N_0 — число упавших на всю мишень γ -квантов, σ^s — сечение рассеяния, n — число ядер в 1 см^3 , σ — суммарное сечение всех процессов взаимодействия γ -квантов с веществом (как с ядрами, так и с электронной оболочкой атомов образца).

Рассчитаем число γ -квантов N , рассеянных всем слоем d :

$$N = N_0 \cdot \sigma^s \cdot n \int_0^d e^{-n\sigma x} dx = N_0 \sigma^s n d \frac{1 - e^{-n\sigma d}}{n\sigma d} = N_0 \sigma^s \nu \frac{1 - e^{-\nu\sigma}}{\nu\sigma},$$

где использовано то, что $\int_0^d e^{-n\sigma x} dx = \frac{1 - e^{-n\sigma d}}{n\sigma}$, и обозначено $\nu = nd$ — число атомов (ядер) мишени на единицу площади облучаемой поверхности.

Пусть теперь на образец падает поток не монохроматических фотонов, а фотонов с энергетическим распределением $N_0(E)$ — числом фотонов с энергией E в единичном интервале энергий — и рассматривается рассеяние в районе резонанса E_r с образованием конечного ядра в состоянии E_i , т. е. процесс $0 \rightarrow E_r \rightarrow E_i$. Тогда энергия рассеянных фотонов $E' = E_r - E_i$ (отдачей ядра пренебрегаем) и для их числа $N(E')$ при условии, что $N_0(E)$ практически не меняется в области резонанса (в силу его очень малой ширины), имеем

$$N(E') = N_0(E_r) \cdot \nu \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^s(E) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} dE, \quad (1)$$

где $\sigma_i^s(E)$ без учёта доплеровского уширения имеет брейт-вигнеровскую форму; $N_0(E_r)$ — число падающих на мишень фотонов в единичном интервале энергий с энергией, равной энергии резонанса.

В вышеприведённом выражении (1), которое будем называть *общей формулой эксперимента по рассеянию*, используется величина

$$\alpha(E, E') = \nu[\sigma_{nucl}(E) + \sigma_{at}(E) + \sigma_{at}(E')],$$

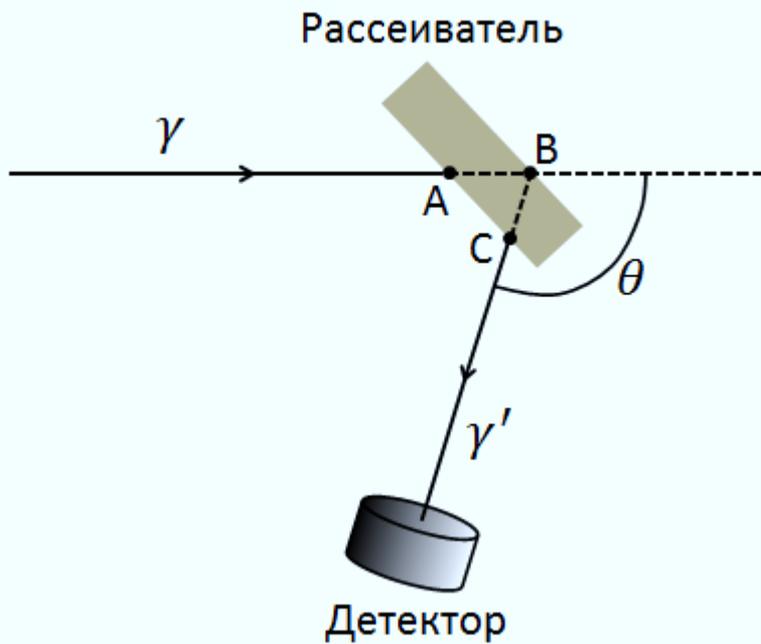
в которой учтено, что падающие фотоны взаимодействуют с ядром и электронной оболочкой, а рассеянные – только с электронной оболочкой. Сечения этих процессов обозначены соответственно $\sigma_{nucl}(E)$, $\sigma_{at}(E)$ и $\sigma_{at}(E')$.

$\sigma_{nucl}(E)$ включает все процессы взаимодействия фотонов с ядром – т. е., как резонансное поглощение их ядром, так и нерезонансное рассеяние их ядром как целым объектом (томсоновское рассеяние). Томсоновским рассеянием по сравнению с резонансным можно пренебречь в силу малости сечения томсоновского рассеяния по сравнению с сечением в резонансе. Сведения о сечениях томсоновского рассеяния для различных ядер приведены в таблице

Ядро	Энергия фотона, кэВ				
	50	145	468	1000	1500
²⁷ Al	2 барн	0,29	0,029	0,0064	0,0034
²⁸ Si	2,4	0,34	0,035	0,0076	0,0038
⁴⁰ Ca	5,9	0,87	0,089	0,02	0,0087
⁶³ Cu	0,15	2,3	0,24	0,053	0,024
⁹⁰ Zr	0,36	5,43	0,57	0,125	0,058
²⁰⁸ Pb	184	35,7	3,85	0,84	0,38

Сечения томсоновского рассеяния (барны) для фотонов различных энергий (кэВ) в различных ядрах

Схема эксперимента. Основная формула



В прямом пучке из-за большого фона работать нельзя. Поэтому детектор рассеянных фотонов обычно помещают под углом $\theta \geq 90^\circ$. Пусть детектор вырезает телесный угол $\Delta\Omega$ и имеет эффективность регистрации фотонов с энергией E' , равную $\varepsilon(E')$. Тогда число $\bar{N}(E')$ зарегистрированных им рассеянных фотонов с энергией E' с учётом доплеровского уширения будет определяться выражением, которое мы назовём *основной формулой эксперимента по рассеянию*:

$$\bar{N}(E') = N_0(E_r) \cdot \varepsilon(E') \cdot v \cdot \frac{w(\theta)}{4\pi} \cdot \Delta\Omega \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^{DS}(E) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} dE \quad (2)$$

$\sigma_i^{DS}(E)$ – сечение рассеяния с учётом доплеровского уширения, а

$$\alpha(E, E') = v[\sigma_{nucl}^D(E) + \sigma_{at}(E)] + v'\sigma_{at}(E').$$

Здесь учтено, что толщина мишени в направлении движения γ' -квантов может отличаться от толщины мишени в направлении прямого пучка (соответственно

отрезки СВ и АВ). Для «симметричной» мишени (СВ = АВ) $v = v'$ и

$$\alpha(E, E') = v[\sigma_{nucl}^D(E) + \sigma_{at}(E) + \sigma_{at}(E')].$$

Толщина мишени

Для тонкой мишени $\alpha(E, E') = \nu [\sigma_{nucl}^D(E) + \sigma_{at}(E) + \sigma_{at}(E')] \ll 1$ (напомним, что $\nu = nd$) и в формулах эксперимента по рассеянию (1) и (2) под интегралом справедлива замена

$$\frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} \approx 1.$$

Следовательно получаем

$$\begin{aligned} \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^{Ds}(E) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} dE &\approx \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^{Ds}(E) dE = \\ &= \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^S(E) dE = 2(\pi\lambda)^2 g \frac{\Gamma_0 \cdot \Gamma_i}{\Gamma}. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что площадь под γ -линией не зависит от того, есть доплеровское уширение или нет.

Рассмотрим вопрос о том, что можно считать тонкой мишенью при отсутствии и наличии эффекта Доплера. Учтём, что $\sigma_{at}(E)$ слабо зависит от E и обычно в районе максимума резонанса E_r можно записать

$$\sigma_{nucl}(E_r) \gg \sigma_{at}(E_r) \text{ и } \sigma_{nucl}(E_r) \gg \sigma_{at}(E').$$

При этом условие тонкой мишени $\alpha(E, E') \ll 1$ сводится к условию $\sigma_{nucl}(E_r) \cdot v \ll 1$ или (так как $v = nd$) толщина тонкой мишени определяется условием

$$d \ll \frac{1}{n \cdot \sigma_{nucl}(E_r)}$$

Поскольку обычно $\sigma_{nucl}(E_r)$ велико (сотни барн), то в отсутствии доплеровского уширения тонкие мишени оказываются «слишком тонкими», чтобы обеспечить достаточно высокую скорость счёта рассеянных фотонов.

За счёт доплеровского уширения сечение резонансного рассеяния в максимуме резонанса «просаживается», по крайней мере, в десятки раз, что позволяет считать тонкими (при наличии эффекта Доплера) во столько же раз более толстые мишени и существенно увеличить скорость набора экспериментальной информации.

Критерий выбора тонкой мишени при наличии доплеровского уширения выглядит следующим образом

$$d \ll \frac{1}{n \cdot \sigma_{nucl}^D(E_r)}$$

Перейдём к количественным оценкам. Не будем пренебрегать сечением атомного взаимодействия σ_{at} . Для удобства рассмотрим чистую ЯРФ, т. е. случай, когда $E' = E_r$. Тогда для симметричной мишени (CB = AB)

$$d \ll \frac{1}{n[\sigma_{nucl}^D(E_r) + 2\sigma_{at}(E_r)]}. \quad (3)$$

Ещё раз отметим, что $\sigma_{nucl}^D(E_r) \equiv \sigma^D(E_r)$ – максимальная величина доплеровски уширенного сечения ядерного резонансного рассеяния, т.е. при $\Delta \gg \Gamma$ (Δ - доплеровская ширина).

Будем считать тонкой такую мишень, для которой правая часть (3) в 10 раз больше левой. Обозначая такую толщину d_{10} , можем написать

$$d_{10} \cdot n[\sigma_{nucl}^D(E_r) + 2\sigma_{at}(E_r)] \approx \frac{1}{10} = 0,1.$$

Учтём что

$$n = \frac{\rho N_A}{A} = \frac{\rho}{M_N \cdot A},$$

где ρ – плотность мишени (г/см³), N_A – число Авогадро ($6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), A – массовое число атомов мишени, M_N – масса нуклона в граммах ($1,67 \cdot 10^{-24}$ г).

Тогда имеем

$$d_{10}(\text{см}) = \frac{0,1}{[\sigma_{nucl}^D(E_r) + 2\sigma_{at}(E_r)]} \cdot \frac{M_N \cdot A}{\rho},$$

где эффективные сечения выражаются в см².

Если сечения выражать в барнах (10^{-24} см^2), то окончательно можно записать

$$d_{10}(\text{см}) = 0,167 \frac{A}{\rho[\sigma_{nucl}^D(E_r) + 2\sigma_{at}(E_r)]}$$

Рассмотрим в качестве примера известные уровни четырёх изотопов – ^{11}B , ^{27}Al , ^{48}Ti и ^{208}Pb . Все данные приведены в таблице:

Характеристики некоторых уровней ядер $^{11}_5\text{B}$, $^{27}_{13}\text{Al}$, $^{48}_{22}\text{Ti}$, $^{208}_{82}\text{Pb}$, исследованные в ЯРФ, их сечения, ширины и тонкие мишени							
Ядро	E_r (МэВ)	Γ (эВ)	Δ (эВ)	σ_{nucl} (б)	σ_{nucl}^D (б)	σ_{at} (б)	d_{10} (см)
$^{11}_5\text{B}$	2,125	0,136	4,98	270	6,5	3,1	1,0
	4,445	0,61	10,4	185	9,8	2,1	0,84
	5,021	1,85	11,8	97	13,5	1,8	0,64
$^{27}_{13}\text{Al}$	2,981	0,11	4,46	183	4,0	1,6	0,3
	3,957	0,165	5,9	104	2,6	1,4	0,4
	4,410	0,243	6,6	125	4,1	1,3	0,3
$^{48}_{22}\text{Ti}$	3,700	0,032	4,1	534	3,7	2,7	0,28
	3,739	0,089	4,2	523	9,9	2,7	0,14
	4,310	0,12	4,8	394	8,8	2,7	0,15
	5,640	0,71	6,3	230	23	2,4	0,07
$^{208}_{82}\text{Pb}$	4,842	6,9	2,6	≈ 310		14,5	0,0097
	5,293	7,0	2,9	≈ 260		14,7	0,011
	5,512	21,4	3,0	≈ 240		14,8	0,012

Из этой таблицы следует, что для ^{11}B , ^{27}Al и ^{48}Ti величина доплеровского уширения $\Delta \gg \Gamma$ и доплеровски уширенное сечение сильно «просаживается», что позволяет использовать довольно толстые мишени (миллиметры), в которых эффектом поглощения можно пренебречь.

Для ^{208}Pb ширина $\Gamma > \Delta$ и «доплеровские» сечения практически не отличаются от «недоплеровских». При этом тонкие мишени имеют толщины порядка 0,1 мм и их использовать нецелесообразно из-за малого выхода.

В этом случае предпочитают использовать толстые (порядка миллиметра и более) мишени и учитывать эффект поглощения численным интегрированием (см. *основную формулу эксперимента по рассеянию* (2)).

Калибровка установки

Рассмотрим *основную формулу эксперимента по рассеянию*

$$\bar{N}(E') = N_0(E_r) \cdot \varepsilon(E') \cdot \nu \cdot \frac{W(\theta)}{4\pi} \cdot \Delta\Omega \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^{Ds}(E) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} dE$$

Ограничимся случаем чистой ЯРФ, когда $\Gamma_i = \Gamma_0$ и мишень тонкая – критерий

$$d \ll \frac{1}{n \cdot \sigma_{nucl}^D(E_r)}$$

Тогда входящий в *основную формулу* интеграл

$$I(i) = \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_i^{Ds}(E) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha(E, E')}}{\alpha(E, E')} dE$$

принимает вид
$$I(0) = \int_{\text{резонансу}}^{\text{по}} \sigma_0^{Ds}(E) dE = 2(\pi\lambda)^2 g \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma}$$

и *основная формула* сводится к соотношению

$$\bar{N}(E_r) = N_0(E_r) \cdot \varepsilon(E_r) \cdot \nu \cdot \frac{W(\theta)}{4\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot I(0) \quad (4)$$

Здесь учтено, что $E' = E_r - E_0 = E_r$ ($E_0 = 0$ и отдачей ядра пренебрегаем).

Для того чтобы использовать последнее соотношение (4) с целью определения $\frac{\Gamma_0^2}{\Gamma}$, нужно знать все пять множителей в правой части перед интегралом $I(0)$.

Все эти множители определяются условиями эксперимента, кроме $W(\theta)$.

Последний полностью определяется мультипольностью фотона (в дальнейшем ограничимся чётно-чётными ядрами, для которых спин-чётность основного состояния ядра $J^\pi = 0^+$ и в чистой ЯРФ участвует фотон одного типа и мультипольности).

Из оставшихся 4-х множителей ($N_0, \varepsilon, \nu, \Delta\Omega$) известны ν (число ядер мишени), и несколько хуже $\varepsilon(E_r)$ – эффективность регистрации детектором попавшего в него фотона с энергией E_r и $\Delta\Omega$ – телесный угол, вырезаемый детектором.

Наименее известным является число фотонов в пучке $N_0(E_r)$.

Целесообразно сразу определить произведение трёх множителей – $N_0(E_r), \varepsilon(E_r)$ и $\Delta\Omega$, т. е. функцию $S(E) = N_0(E) \cdot \varepsilon(E) \cdot \Delta\Omega$ при разных E .

Для этого выбирают ядерные уровни, расположенные при разных E , для которых хорошо известны ширины (Γ_0, Γ и Γ_i), т. е. интегралы $I(0), I(i)$ и, измеряя для этих уровней $\bar{N}(E_r)$, получают $S(E)$. Так как эта функция гладкая, то знание её в «опорных» точках позволяет интерполяцией найти её и во всех промежуточных энергиях, при которых требуется её знание.

Подобная процедура нахождения $S(E)$ по опорным уровням носит название *калибровки установки*.

В качестве калибровочных γ -переходов часто используются переходы в ядрах ^{11}B ($E_\gamma = 2,125; 4,445$ и $5,021$ МэВ), ^{27}Al ($E_\gamma = 2,981; 3,957$ и $4,410$ МэВ) и ^{208}Pb ($E_\gamma = 4,842; 5,293$ и $5,512$ МэВ) и ряд других.

Вид калибровочной кривой для установки НИИЯФ МГУ приведен на рисунке

