

Лекция 9:

Пример изучения ядерных состояний методом ЯРФ –
магнитные дипольные возбуждения атомных ядер.

Предсказание орбитального M1-резонанса (scissors mode).

Орбитальные и спиновые M1-переходы

Оператор ядерного M1-перехода в длинноволновом приближении может быть представлен в виде вектора $\vec{\mathcal{M}}$ магнитного дипольного момента атомного ядра.

Последний содержит вклады орбитального и спинового магнетизма:

$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_{\alpha=1}^A \left(\underbrace{g_l^\alpha \vec{l}_\alpha}_{\text{орб.}} + \underbrace{g_s^\alpha \vec{s}_\alpha}_{\text{спин.}} \right),$$

где g_l^α и g_s^α – гиромагнитные орбитальные и спиновые факторы нуклонов:

$$g_l^\alpha = \begin{cases} 0 & \text{нейтрон} \\ 1 & \text{протон} \end{cases}$$

$$g_s^\alpha = \begin{cases} g_n = -3,826 & \text{нейтрон} \\ g_p = +5,585 & \text{протон} \end{cases}$$

Магнитные моменты выражаются в ядерных магнетонах $\mu_N = e_p \hbar / 2m_p c$,
а l_α и s_α в единицах \hbar .

Волновая функция отдельного нуклона в ядре конструируется из произведений его спиновой волновой функции χ_{s_z} ($s = 1/2$, $s_z = \pm 1/2$) и волновой функции орбитального движения $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ ($l = 0, 1, 2, \dots$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$),
т. е. из произведений вида $\chi_{s_z} \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi)$.

«Орбитальная» часть оператора магнитного дипольного момента нуклона воздействует только на орбитальную волновую функцию нуклона Y_{lm} , а «спиновая» часть магнитного дипольного оператора нуклона – только на его спиновую функцию χ_{s_z} , что можно изобразить следующим образом:

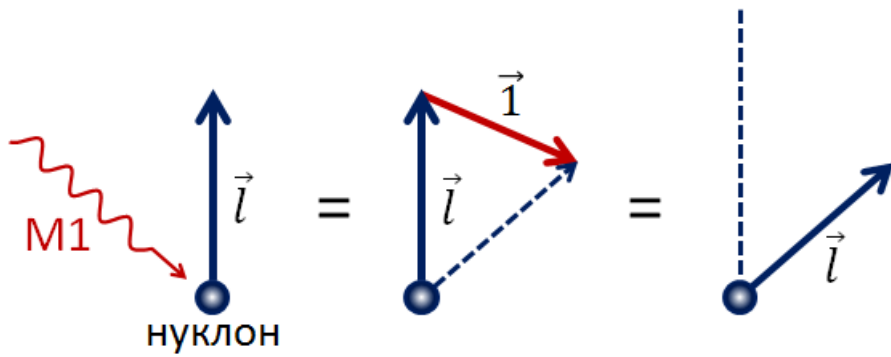
$$(g_l \hat{l} + g_s \hat{s}) \cdot \chi_{s_z} Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

Таким образом, \hat{l} может изменить только состояние орбитального движения и не меняет спинового состояния нуклона, а \hat{s} может изменить только спиновое состояние нуклона и не меняет состояние его орбитального движения. Иными словами воздействие М1-фотона на ядерный нуклон осуществляется либо через «орбитальную часть» магнитного дипольного оператора, либо – через его «спиновую часть».

При поглощении М1-фотона в ядро вносится момент количества движения 1 и чётность не меняется. Если это осуществляется через орбитальную часть

оператора \hat{M} , то орбитальный момент нуклона не меняется (при его изменении на 1 изменится чётность, а это для М1-переходов запрещено).

Меняется лишь m , т. е. вектор \vec{l} нуклона просто поворачивается на необходимый угол:



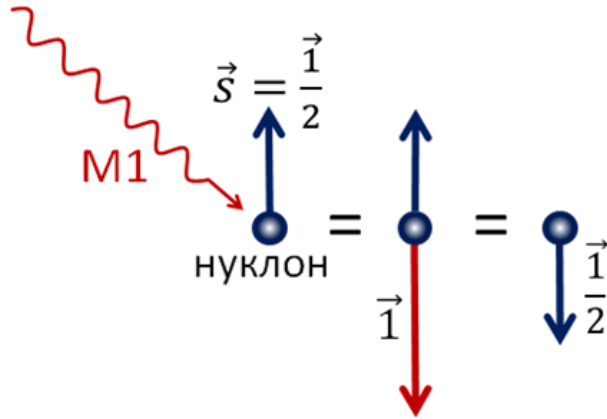
*Поворот вектора
орбитального момента нуклона
при поглощении ядром
M1-фотона*

Только в этом случае ядро воспринимает момент 1 без изменения чётности.

Что касается проекции орбитального момента нуклона при M1-переходах, вызванных оператором \hat{l} , то, очевидно, эта проекция меняется на ± 1 :

$$(l_z)_f = (l_z)_i \pm 1.$$

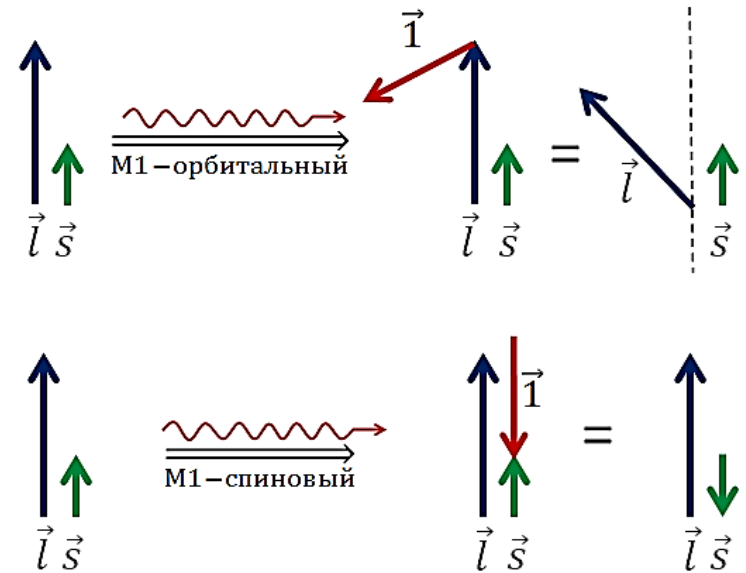
При M1-переходах, вызванных оператором \hat{s} , происходит переворот спина нуклона: $(s_z)_f = (s_z)_i \pm 1 = -(s_z)_i$. Этот процесс иллюстрируется рисунком:



*Переворот вектора
спинового момента нуклона
при поглощении ядром
M1-фотона*

Соответствующие переходы называют *спин-флиповыми* (spin-flip). Рассмотренные выше переходы через орбитальную степень свободы так и называются *орбитальными*.

Схематическая иллюстрация
орбитальных и спиновых
(т. е. спин-флиповых) М1-переходов



Что касается полного момента нуклона j , то при поглощении М1-фотона этот момент как в случае орбитального, так и спинового

(т. е. спин-флипового) перехода может либо сохраниться, либо измениться на ± 1 :

$$j_f = j_i, j_i \pm 1,$$

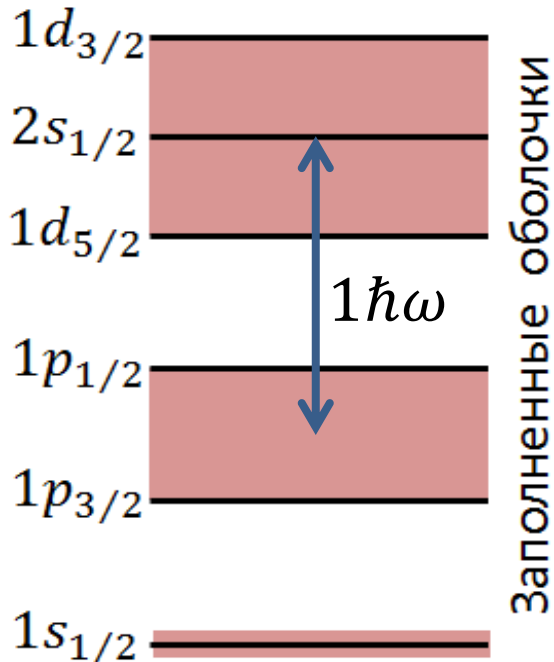
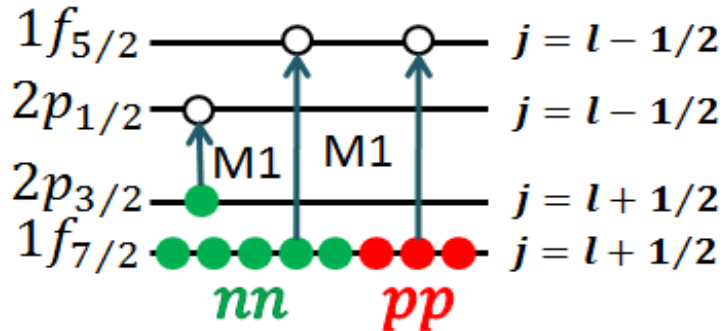
но при этом в орбитальных М1-переходах доминируют переходы с сохранением j , а в спин-флиповых М1-переходах – переходы с изменением j . В обозначениях nl_j состояния нуклона в сферической модели оболочек доминирующие орбитальные и спин-флиповые нуклонные М1-переходы будут выглядеть следующим образом:

$$nl_j \xrightarrow{\text{М1-орбитальный}} nl_j,$$

$$nl_j \xrightarrow{\text{М1-спин-флиповый}} nl_{j \pm 1}.$$

M1-переходы в ядрах $1f2p$ -оболочки

Рассмотрим ситуацию для сферических ядер $1f2p$ -оболочки. Для таких ядер число нуклонов $A = 40-60$. Конкретный пример приведён на рисунке для ядра ${}^{49}_{23}\text{V}$, у которого в показанной конфигурации 8 нуклонов на подоболочке $1f_{7/2}$, а на подоболочке $2p_{3/2}$ находится один нейтрон.



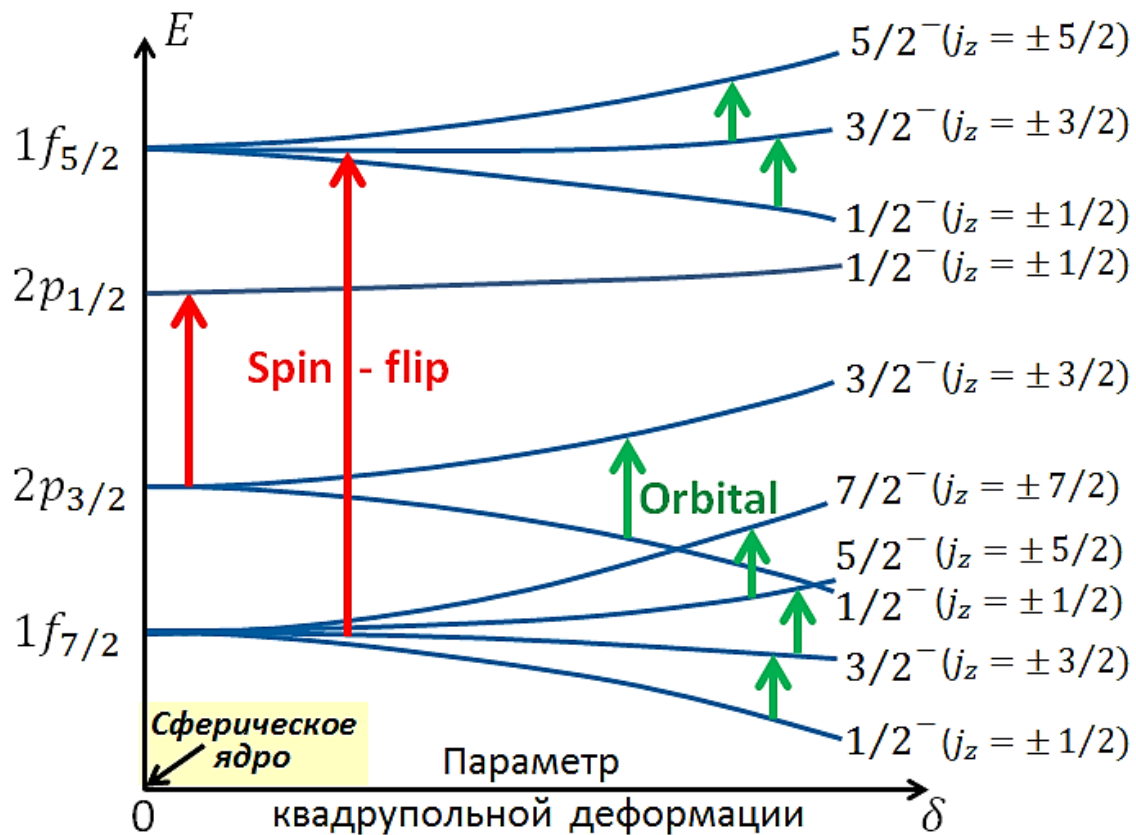
Нижайшие по энергии M1-переходы совершаются нуклонами в пределах самой внешней ($1f2p$) оболочки и показаны на рисунке стрелками. Таких переходов в рассматриваемом случае могут быть только два: протонный (или нейтронный) переход $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$ и нейтронный переход $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$. Поскольку оба перехода отвечают изменению состояния одного нуклона в пределах одной оболочки, то их энергия не может быть большой. Эту энергию условно обозначают $0\hbar\omega$ поскольку средняя энергия нуклонного перехода между соседними оболочками в осцилляторных терминах $1\hbar\omega$.

Энергия нуклона каждого одночастичного уровня сферического ядра (подоболочки nl_j) не зависит от проекций полного и орбитального моментов нуклона j_z и l_z (состояния нуклона по этим квантовым числам вырождены).

Это означает, что оператор \hat{l} орбитального M1-перехода не может, действуя на одночастичную волновую функцию нуклона, вызвать возбуждение доминирующей ветви этого перехода, совершающегося без изменения j нуклона ($nl_j \rightarrow nl_j$), так как энергия таких переходов (например, $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{7/2}$) в сферическом ядре строго равна нулю. В таком ядре может возбуждаться лишь неосновная и сравнительно слабая ветвь орбитального M1-перехода с изменением j . Для рассматриваемого случая эта ветвь орбитального M1-перехода даст вклад в переходы $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$ и $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$. В то же время в спиновых M1-переходах доминирует ветвь с изменением полного момента нуклона j ($nl_j \rightarrow nl_{j\pm 1}$) и именно эта спиновая ветвь будет давать основной вклад в нуклонные M1-переходы сферического ядра с изменением j на единицу. Итак, сферические ядра должны характеризоваться сильными спиновыми M1-переходами и слабыми (подавленными) орбитальными M1-переходами, причём и те и другие реализуются в нуклонных переходах одного типа (в рассматриваемом случае $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$ и $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$). Происходит смешивание этих переходов с приоритетным участием спин-флиповой ветви.

В несферических (деформированных) ядрах снимается вырождение по j_z для каждой подоболочки (nl_j) и переходы типа $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{7/2}$ и $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{3/2}$, имеющие преимущественно орбитальный характер, становятся возможными.

Ситуация иллюстрируется рисунком на примере несферического (вытянутого) ядра с незамкнутой оболочкой $1f2p$.



Однонуклонные спин-флиповые и орбитальные M1-переходы в несферическом ядре $1f2p$ -оболочки

Термины «Spin-flip» и «Orbital» относятся к доминирующим ветвям переходов, указанных цветными стрелками (т. е. к переходам соответственно с изменением и сохранением полного момента нуклона j).

В «спин-флиповую» ветвь (красные стрелки – изменение j) небольшой вклад дают орбитальные переходы и, наоборот, в «орбитальную» ветвь (зелёные стрелки – сохранение j) небольшой вклад дают спиновые переходы.

Приведённые оболочечные схемы одночастичных нуклонных возбуждений позволяют сделать следующие выводы о характере низколежащих M1-переходов в атомных ядрах:

1. Спиновые M1-переходы доминируют в сферических и близких к ним ядрах. Роль орбитальных M1-переходов в этих ядрах мала.
2. Орбитальные M1-переходы должны играть существенную роль в несферических ядрах. Число возможных орбитальных переходов в таких ядрах больше числа возможных спиновых переходов.
3. В несферических ядрах энергии орбитальных M1-переходов в среднем ниже энергии спиновых M1-переходов. Поэтому в низкоэнергичной части спектра ядерных возбуждений несферических ядер орбитальные M1-переходы должны доминировать над спиновыми. Именно в этой области таких ядер и следует искать орбитальные M1-возбуждения.

Коллективный образ ядерных M1-возбуждений. Предсказание ножничных возбуждений (scissors mode)

В предыдущем пункте была рассмотрена одночастичная картина ядерных M1-возбуждений – орбитальных и спиновых.

Рассмотрим коллективную картину этих возбуждений.

Для того, чтобы установить коллективный характер возбуждения квантовой системы как совместной реакции на это возбуждение коллектива квантовых частиц, нужно просто в квазиклассической картине рассмотреть вид оператора возбуждения. Прежде всего, преобразуем оператор M1-перехода, используя изоспиновую терминологию.

Напомним, что протон и нейтрон в этой терминологии рассматриваются как два изоспиновых состояния одной частицы – нуклона.

Нуклону приписывается изоспин $t = 1/2$, причём нейтрону в ядерной физике (в отличие от физики частиц) обычно приписывают проекцию t_z в зарядовом (изоспиновом) пространстве, равную $+1/2$, а протону – проекцию $-1/2$:

$$t_z = \begin{cases} +1/2 & \text{для нейтрона,} \\ -1/2 & \text{для протона.} \end{cases}$$

Вводя оператор \hat{t}_z проекции изоспина на ось z , можем записать

$$\hat{t}_z |n\rangle = (t_z)_n |n\rangle = +\frac{1}{2} |n\rangle,$$

$$\hat{t}_z |p\rangle = (t_z)_p |p\rangle = -\frac{1}{2} |p\rangle.$$

С помощью операторов

$$\hat{t}_p = \left(\frac{1}{2} - \hat{t}_z\right),$$
$$\hat{t}_n = \left(\frac{1}{2} + \hat{t}_z\right),$$

выделяющих из нуклонов протоны и нейтроны, можно оператор магнитного дипольного момента

$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_{\alpha=1}^A (g_l \vec{l} + g_s \vec{s})_{\alpha}$$

(операторную «шляпку» для упрощения в дальнейшем не используем) разделить на изоскалярную (*is*), т. е. независящую от изоспиновых переменных часть (скаляр в изоспиновом пространстве) и изовекторную (*iv*) часть, которая зависит от проекции вектора изоспина:

$$\vec{\mathcal{M}} = \vec{\mathcal{M}}_{is} + \vec{\mathcal{M}}_{iv}.$$

Сначала запишем $\vec{\mathcal{M}}$ через орбитальные и спиновые переменные

$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_{\alpha=1}^A (g_l^{\alpha} \vec{l}_{\alpha} + g_s^{\alpha} \vec{s}_{\alpha}) = \sum_{pp} 1 \cdot \vec{l}_p + \sum_{nn} 0 \cdot \vec{l}_n + \sum_{pp} g_p \cdot \vec{s}_p + \sum_{nn} g_n \cdot \vec{s}_n,$$

где \sum_{pp} и \sum_{nn} означает суммирование по протонам и нейтронам, а нижние индексы p и n в $\vec{l}_p, \vec{l}_n, \vec{s}_p, \vec{s}_n$ мы для упрощения используем и как индексы суммирования соответственно по протонам и нейтронам.

Используя операторы \hat{t}_p и \hat{t}_n , выделяющие протоны и нейтроны, перепишем последнее выражение в виде

$$\vec{\mathcal{M}} = \sum_{pp} \left(\frac{1}{2} - t_z\right) \vec{l}_p + \sum_{nn} \left(\frac{1}{2} - t_z\right) \vec{l}_n + g_p \sum_{\alpha} \left(\frac{1}{2} - t_z\right) \vec{s}_{\alpha} + g_n \sum_{\alpha} \left(\frac{1}{2} + t_z\right) \vec{s}_{\alpha}.$$

Эта форма записи $\vec{\mathcal{M}}$ полностью эквивалентна предыдущей. Так в 1-й сумме для протонов скобка $\left(\frac{1}{2} - t_z\right) = \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 1$. Во 2-й сумме для нейтронов $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0$. Аналогично, остальные (спиновые) слагаемые в новой записи полностью адекватны двум последним слагаемым в предыдущей.

Объединяя в отдельные суммы члены, содержащие изоспиновый оператор t_z и без него, получаем

$$\vec{\mathcal{M}}_{is} = \frac{1}{2} \left[\sum_{pp} \vec{l}_p + \sum_{nn} \vec{l}_n \right] + \frac{1}{2} g_p \sum_{\alpha} \vec{s}_{\alpha} + \frac{1}{2} g_n \sum_{\alpha} \vec{s}_{\alpha},$$

$$\vec{\mathcal{M}}_{iv} = - \sum_{\alpha} t_z \vec{l}_{\alpha} + (g_n - g_p) \sum_{\alpha} t_z \vec{s}_{\alpha}.$$

Далее, используя операторы полного орбитального моментов протонов $\vec{L}_p = \sum_{pp} \vec{l}_p$, нейтронов $\vec{L}_n = \sum_{nn} \vec{l}_n$ и полного спинового моментов нуклонов

$\vec{S} = \sum_{\alpha} \vec{s}_{\alpha}$, приводим эти последние выражения к виду

$$\vec{\mathcal{M}}_{is} = \frac{1}{2} (\vec{L}_p + \vec{L}_n) + \frac{1}{2} (g_p + g_n) \vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{L}_p + \vec{L}_n) + 0,88 \vec{S},$$

$$\vec{\mathcal{M}}_{iv} = \frac{1}{2} (\vec{L}_p - \vec{L}_n) + (g_n - g_p) \sum_{\alpha} t_z \vec{s}_{\alpha} = \frac{1}{2} (\vec{L}_p - \vec{L}_n) - 9,41 \sum_{\alpha} t_z \vec{s}_{\alpha}.$$

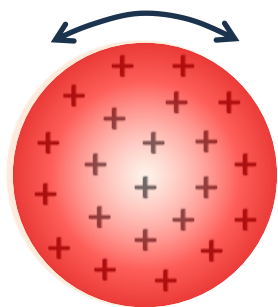
Полученные выражения

позволяют сделать следующие заключения:

1. Изовекторное M1-возбуждение значительно вероятнее изоскалярного за счёт существенной разницы в числовых множителях (9,41 и 0,88) перед спиновыми частями соответствующих операторов. Эти множители при вычислениях вероятностей возводятся в квадрат).
2. Изовекторное возбуждение расщепляется на орбитальное и более вероятное спиновое, причём орбитальное ($\vec{L}_p - \vec{L}_n$) отвечает вращению всех протонов и всех нейтронов в противоположных направлениях (т. е. их противофазному орбитальному движению).
3. Более слабое изоскалярное M1-возбуждение также расщепляется на орбитальное и спиновое, причём орбитальное ($\vec{L}_p + \vec{L}_n$) отвечает совместному вращению в одном направлении всех протонов и всех нейтронов (т. е. их синфазному орбитальному движению).

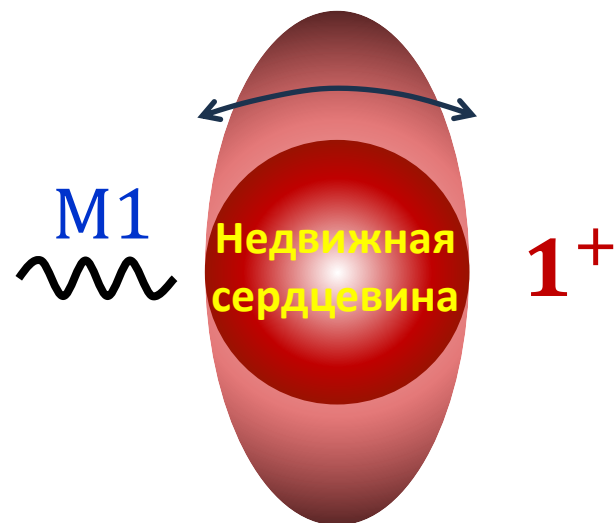
M1-синфазные колебания

Такие M1-колебания не являются возбуждениями атомных ядер



При таких колебаниях внутренняя структура объекта не меняется и поэтому нет его возбуждения. Объект колеблется (вращается туда-сюда), не меняя внутреннего строения

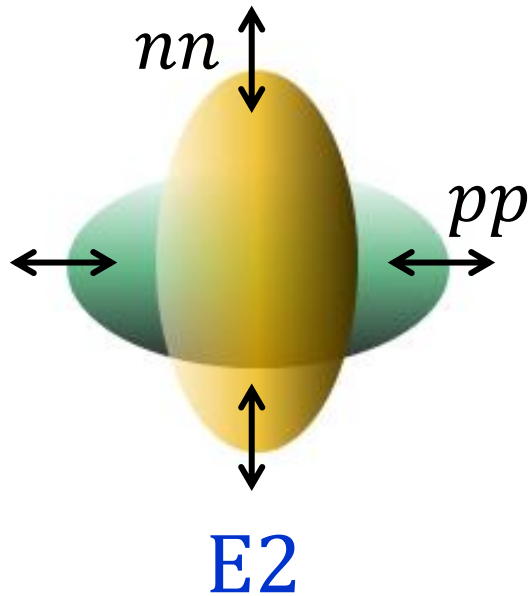
В ядре возможны M1-колебания (возбуждения) следующего типа, когда внешняя часть ядра колеблется относительно неподвижной сердцевинки:



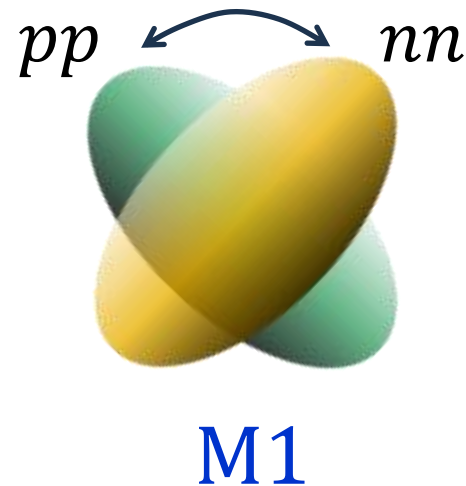
Спин-чётность соответствующего нижайшего возбуждённого состояния в чётно-чётных ядрах

**Поляризационные
(т.е. противофазные нейтрон-протонные)
электрические квадрупольные (E2)
и ножничные (M1) колебания**

Электрические
квадрупольные

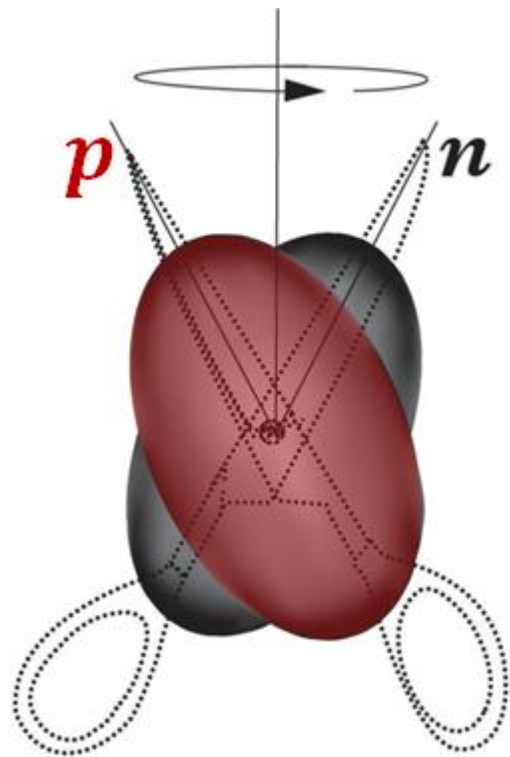
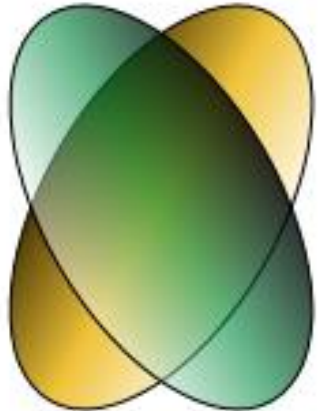


Ножничные



**Ножничные колебания
(scissors mode)**

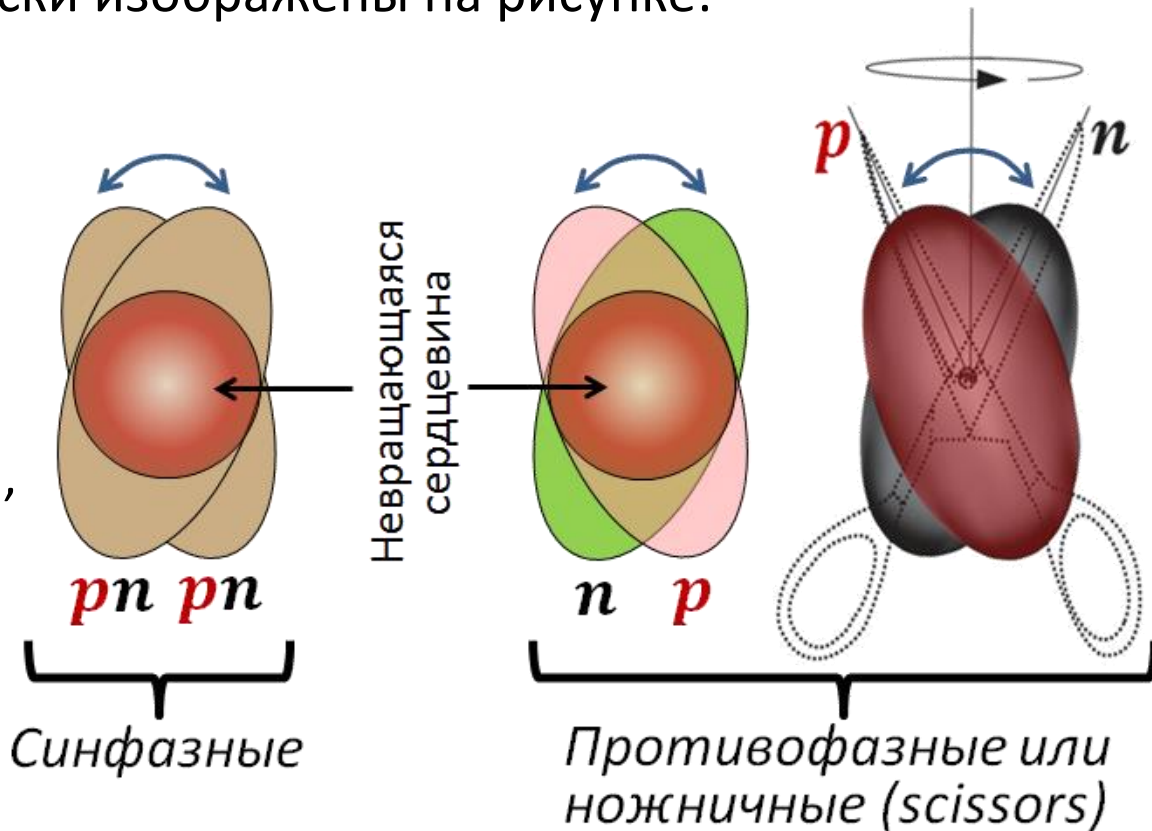
$pp \leftrightarrow nn$



Противофазное и синфазное орбитальные ядерные М1-возбуждения в предельной коллективной картине схематически изображены на рисунке:

Противофазное орбитальное М1-возбуждение получило название «ножничного» (scissors mode).

Очевидно из представленной коллективной картины орбитальных М1-возбуждений, что они невозможны в сферических ядрах, так как квантовая механика запрещает вращение сферически симметричного объекта.

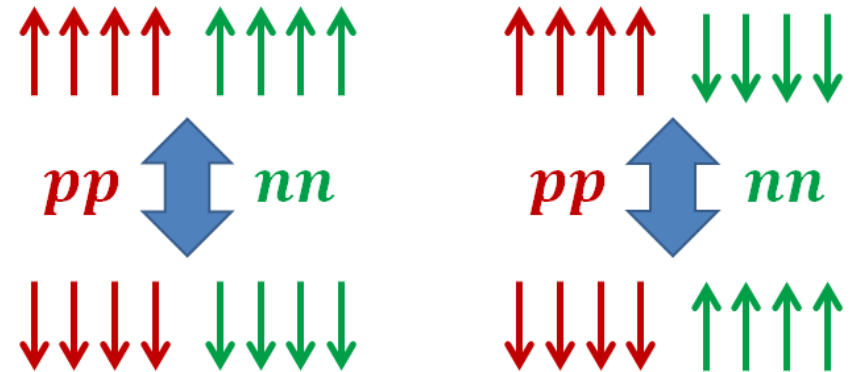


Коллективная картина синфазных (изоскалярных) и противофазных (изовекторных) орбитальных М1-возбуждений

Если теперь обратиться к коллективной картине спиновых (спин-флиповых) возбуждений, которая следует из вида соответствующих операторов, то неизбежен следующий вывод: изоскалярные спин-флиповые возбуждения отвечают одинаково направленным (синфазным) переворотам спинов нейтронов и протонов ($+\frac{1}{2} \overset{nn \text{ и } pp}{\longleftrightarrow} -\frac{1}{2}$), в то время как изоспиновые спин-флиповые переходы – разнонаправленным (противофазным) переворотам нейтронных и протонных спинов (если $+\frac{1}{2} \leftrightarrow -\frac{1}{2}$, то $-\frac{1}{2} \leftrightarrow +\frac{1}{2}$ и наоборот)

Эта ситуация условно иллюстрируется рисунком:

Коллективный образ орбитальных и спин-флиповых ядерных M1-возбуждений, представленный двумя последними рисунками, конечно, является предельной идеализацией, поскольку M1-переход инициируется одним нуклоном. Коллективность перехода может возникнуть за счёт остаточного (частично-дырочного) взаимодействия между нуклонами, как это, например, имеет место при возбуждении гигантского дипольного (E1) резонанса.



Схематическая иллюстрация изоскалярных (слева) и изоспиновых (справа) спин-флиповых возбуждений

Сопоставим ножничные возбуждения с электрическими дипольными, наиболее мощным проявлением которых является гигантский дипольный (E1) резонанс. Этот последний резонанс является существенно коллективным возбуждением.

Оба типа сравниваемых возбуждений дипольные и изовекторные (поляризационные), т. е. происходят с разделением протонной и нейтронной ядерных субстанций. Их операторы имеют сходную изоспиновую структуру:

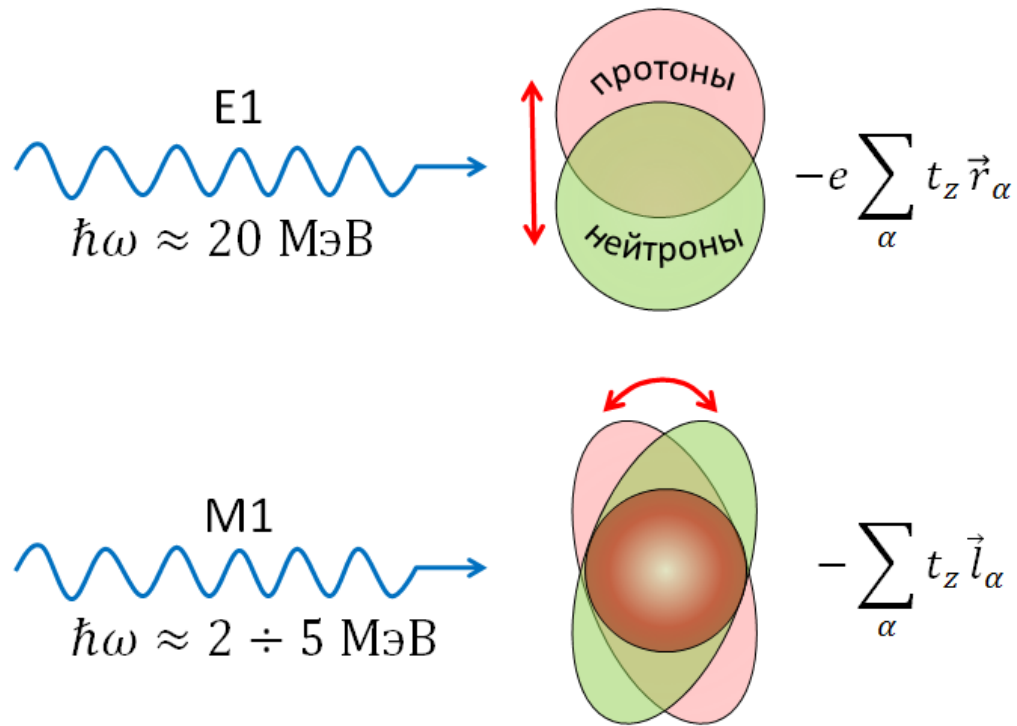
$$\begin{aligned} & -e \sum_{\alpha} t_z \vec{r}_{\alpha} \quad \text{для E1,} \\ & - \sum_{\alpha} t_z \vec{l}_{\alpha} \quad \text{для M1} \end{aligned}$$

и, как показывают теоретические расчёты, энергии сравниваемых возбуждений связаны простым приблизительным соотношением

$$E(\text{M1}) \approx \delta \cdot E(\text{E1}),$$

где δ — параметр квадрупольной деформации ядра. Откуда следует, что энергии основных ножничных возбуждений должны лежать в области 2–5 МэВ.

Качественное сравнение гигантского дипольного (E1) резонанса и ножничного возбуждения дано на следующем рисунке:



Сопоставление гигантского дипольного (E1) резонанса и ножничного возбуждения в картине коллективных движений

Для описания ножничной моды был использован ряд теоретических моделей, как коллективных, так и микроскопических: TRM – двухроторная модель, SRA – приближение правила сумм, RPA – приближение случайных фаз, GAD – модель гигантских угловых дипольных колебаний, IBA – модель взаимодействующих бозонов. TRM, SRA – макроскопические модели; RPA, GAD – микроскопические (оболочечные) теории; IBA занимает промежуточное положение между макроскопическим и оболочечным подходом. Так в двухроторной (TRM) модели, которая была первой использована для описания ножничных возбуждений (Lo Iudice, Palumbo, 1978 г.), нейтронная и протонная ядерные субстанции рассматриваются как жёсткие деформированные тела, совершающие вращательно-возвратные движения друг относительно друга.

Теоретические модели предсказывают следующие энергии и суммарные приведённые вероятности изовекторных орбитальных (scissors) M1-возбуждений:

$$E_{scissors}(M1_{iv}) = 2 \div 4 \text{ МэВ},$$
$$\sum B_{scissors}(M1_{iv}) = 0,3 \div 3,5 \mu_N^2.$$

Вернёмся к вопросу о коллективности ножничной моды. Признаком коллективности какого-либо возбуждения является концентрация вероятности (или, как часто говорят, силы – strength) этого возбуждения в малом числе состояний, расположенных в узком энергетическом интервале и энергетический сдвиг этих состояний, вызванный остаточным взаимодействием между нуклонами. Хорошо известным примером такого состояния является гигантский дипольный (E1) резонанс (ГДР), практически вся сила которого уместается у магических ядер в интервале шириной около 5 МэВ вокруг средней энергии 15-20 МэВ. На этапе возбуждения ГДР формируется как 1–2 входных частично-дырочных ($1p1h$) состояния, вбирающих в себя почти всю силу изовекторных E1-переходов, и сдвинутых остаточным взаимодействием к более высоким энергиям. На этапе распада происходит дробление этой силы по значительному числу состояний более сложной природы ($2p2h$, $3p3h$, ...), что может существенно увеличить ширину ГДР. В ножничных возбуждениях эффект коллективизации проявляется лишь частично. Сила этого возбуждения концентрируется в малом числе близких по энергии состояний, но энергетический сдвиг за счёт остаточного взаимодействия не наблюдается. Поэтому принято ножничные возбуждения рассматривать как «слабые» коллективные возбуждения.

Полная сила ГДР характеризуется интегральным сечением изовекторных E1-возбуждений, хорошей оценкой которого является так называемое классическое электрическое дипольное правило сумм:

$$\int \sigma_{E1}(E) dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{m_p c} \cdot \frac{NZ}{A},$$

где m_p — масса протона. Поскольку мы выражаем полную силу M1-возбуждений в терминах суммарной приведенной вероятности перехода $\sum B(M1)$, где сумма берётся по всем состояниям, по которым распределяется рассматриваемый тип M1-возбуждения, то для удобства сопоставления переопределим классическое электрическое дипольное правило сумм в терминах приведенной вероятности E1-переходов, т. е. перепишем его в виде $\sum B(E1)$. Не вдаваясь в несложные выкладки, запишем результат для чётно-чётного (т. е. с нулевым спином) ядра:

$$\sum B(E1) = \frac{1}{2E} \cdot \frac{e^2 \hbar^2}{m_p} \cdot \frac{NZ}{A},$$

где E — энергия максимума ГДР. Результат выражается в единицах квадрата электрического дипольного момента (подобно тому, как аналогичный результат в случае M1-переходов выражается в квадратах магнитного дипольного момента, т. е. в μ_N^2). Удобно использовать единицы $e^2 \cdot \Phi_M^2$. Если взять, например, ядро

1f2p-оболочки ${}_{22}^{48}\text{Tl}$, то для него

$$\sum B(E1) = 12,3 e^2 \cdot \Phi_M^2.$$