

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА В ЯДЕРНЫХ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

А.С. Соловьёв

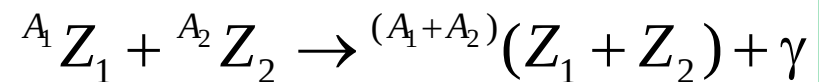
*Центр фундаментальных и прикладных исследований
Всероссийского научно-исследовательского института
автоматики имени Н.Л. Духова, Москва*



02.12.2014,
ИИЯФ МГУ

Актуальность темы

Сечения реакций радиационного захвата



сильно подавлены кулоновским барьером

при низких энергиях



недоступны для надежных экспериментальных измерений



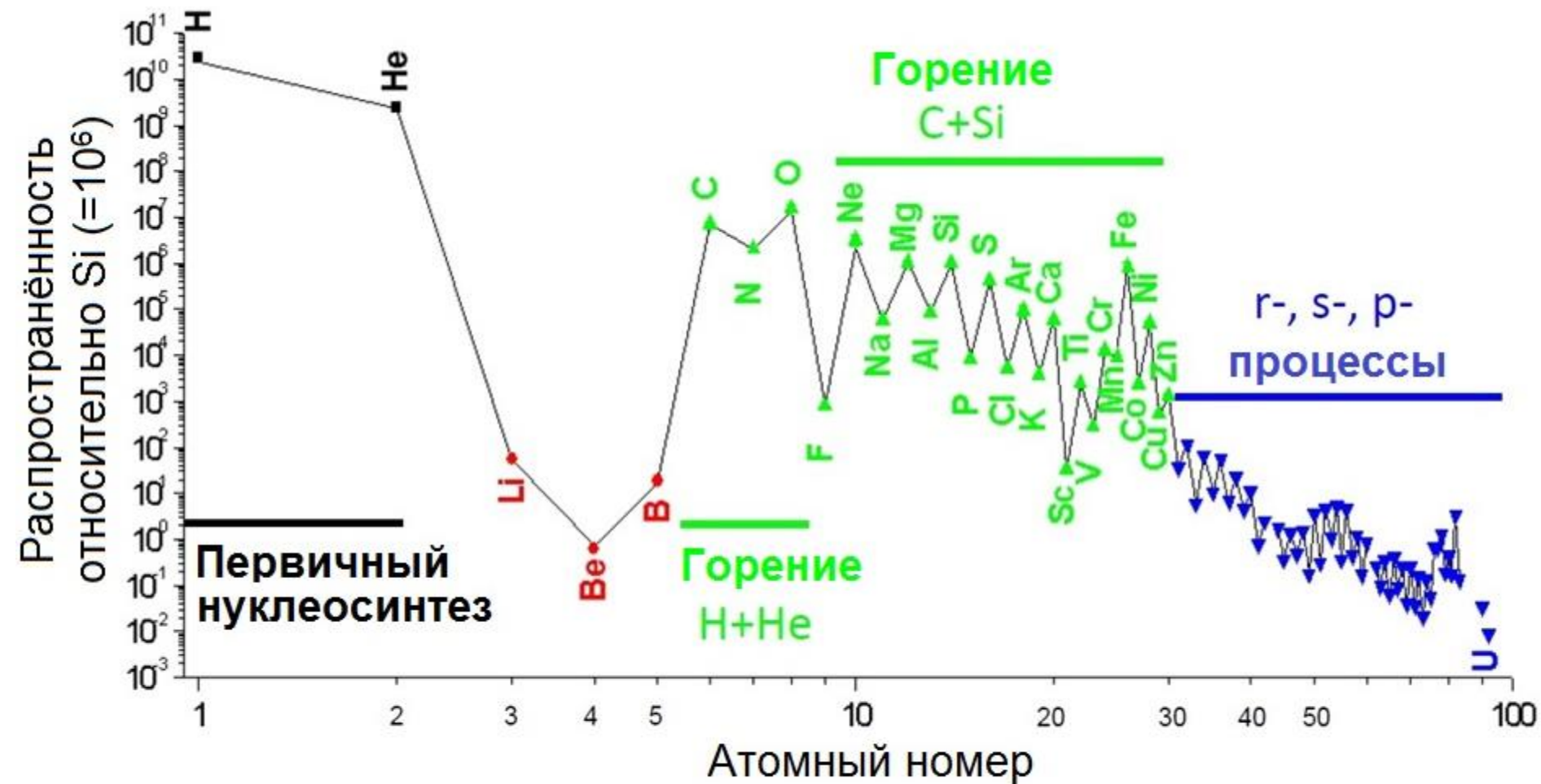
микроскопический теоретический расчёт –

наиболее обоснованный и перспективный способ

определения сечений (астрофизических S-факторов)

при низких энергиях

Происхождение химических элементов



Реакции синтеза

Реакции радиационного захвата играют ключевую роль!

Сечения ядерных реакций при столкновениях заряженных частиц



Характерная высота кулоновского барьера $\sim$ МэВ

Характерные астрофизические энергии $\sim$ кэВ



Энергетическое поведение вероятности туннелирования является доминирующим в энергетической зависимости сечений:

$$P(E) \sim \exp\left(-\sqrt{E_G / E}\right)$$

E_G – энергия Гамова

Захват тепловых нейтронов: $\sigma \sim$ барн

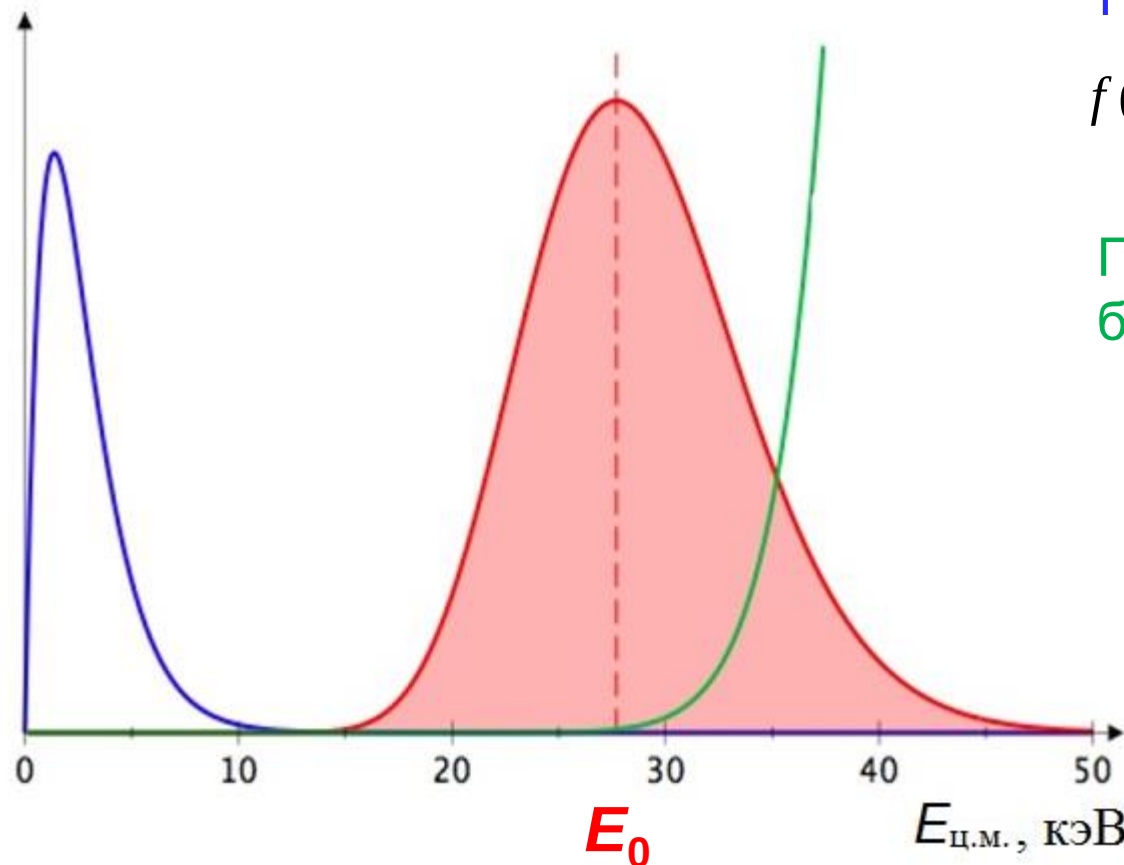
Захват заряженных частиц при астрофизических энергиях: $\sigma \lesssim$ нанобарн

→ “нано-астрофизика”

Астрофизически важные энергии

Скорость реакции:

$$\langle \sigma v \rangle = \sqrt{\frac{2}{\mu}} \int_0^{\infty} \sigma(E) \sqrt{E} f(E) dE = \sqrt{\frac{8}{\pi \mu}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \sigma(E) E \exp(-E / kT) dE$$



Распределение Максвелла:

$$f(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \sqrt{E} \exp(-E / kT)$$

Проницаемость кулоновского барьера:

$$P(E) \sim \exp\left(-\sqrt{E_G / E}\right)$$

Интервал Гамова –
область астрофизически
важных энергий

E_0 – пик Гамова

Примеры пика Гамова

Сценарий	Реакция	E_0 [кэВ]	σ [барн]	Детектируемые события/час
Солнце (16 МК)	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	23	10^{-17}	10^{-9}
	${}^{14}\text{N}(\text{p}, \gamma){}^{15}\text{O}$	28	10^{-19}	10^{-11}
Первичный нуклеосинтез (300 МК)	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	160	10^{-9}	10^{-1}
	${}^2\text{H}(\alpha, \gamma){}^6\text{Li}$	96	10^{-11}	10^{-3}

Сечения первых двух реакций недоступны для экспериментальных измерений в окрестности пика Гамова !

Научная программа коллаборации LUNA

Период	Реакция	Процесс	
1991-2000	${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p){}^4\text{He}$	pp-chain	
	${}^2\text{H}(p, \gamma){}^3\text{He}$	pp-chain	
2001-2014	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	pp-chain, big bang	закрываются
	${}^{14}\text{N}(p, \gamma){}^{15}\text{O}$	CNO cycle	
	${}^{15}\text{N}(p, \gamma){}^{16}\text{O}$	CNO cycle II	
	${}^{25}\text{Mg}(p, \gamma){}^{26}\text{Al}$	MgAl cycle	
	${}^{23}\text{Na}(p, \gamma){}^{24}\text{Mg}$	NeNa cycle	
	${}^2\text{H}(\alpha, \gamma){}^6\text{Li}$	big bang	
	${}^{17}\text{O}(p, \gamma){}^{18}\text{F}$	CNO cycle III	
	${}^{17}\text{O}(p, \alpha){}^{18}\text{F}$	CNO cycle III	выполняются
	${}^{18}\text{O}(p, \gamma){}^{19}\text{F}$	CNO cycle IV	
	${}^{18}\text{O}(p, \alpha){}^{19}\text{F}$	CNO cycle IV	
	${}^{22}\text{Ne}(p, \gamma){}^{23}\text{Na}$	NeNa cycle	

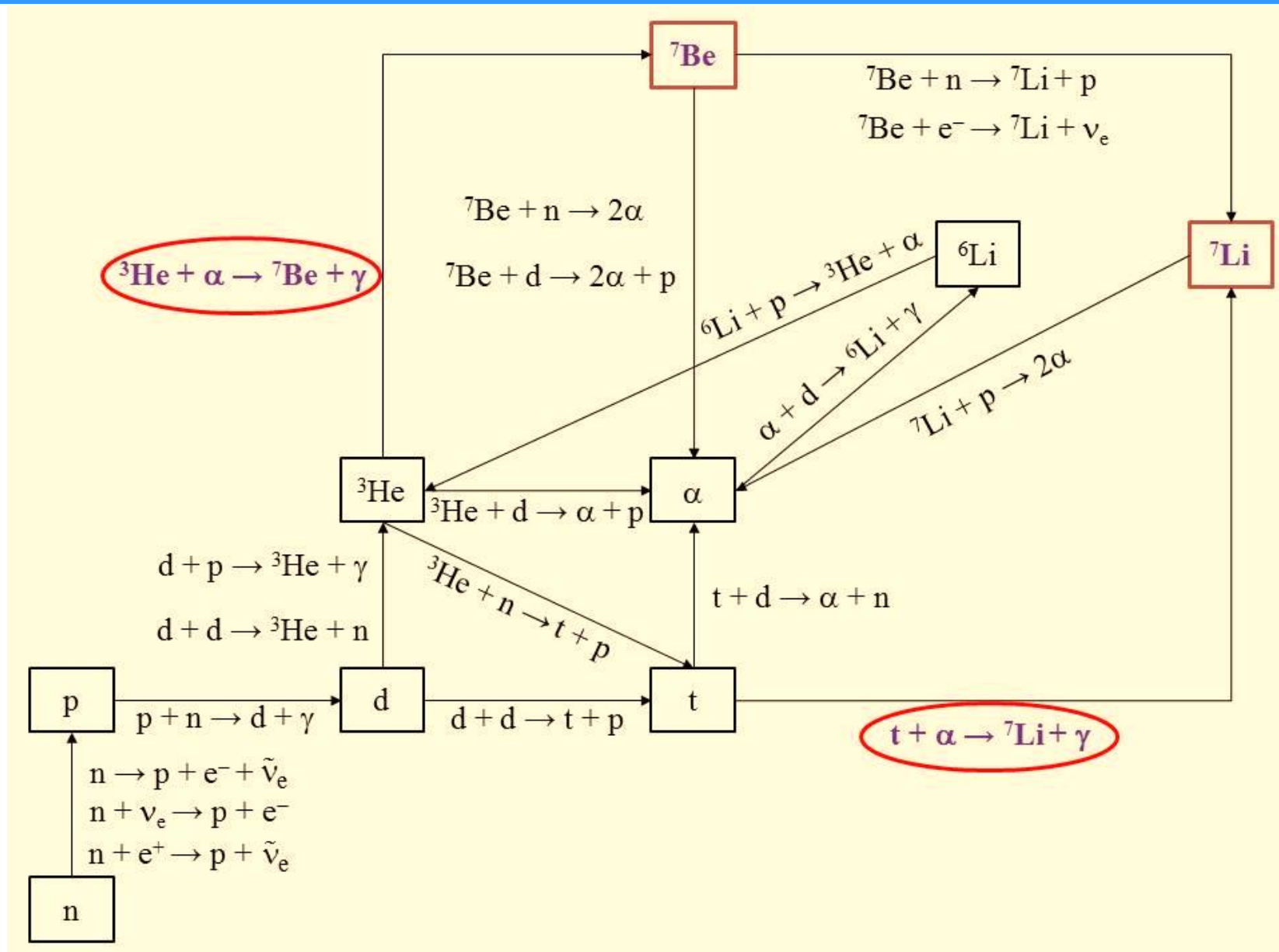
Измерено – 9 реакций, в процессе измерения – 4 реакции.

Количество реакций радиационного захвата – 10.

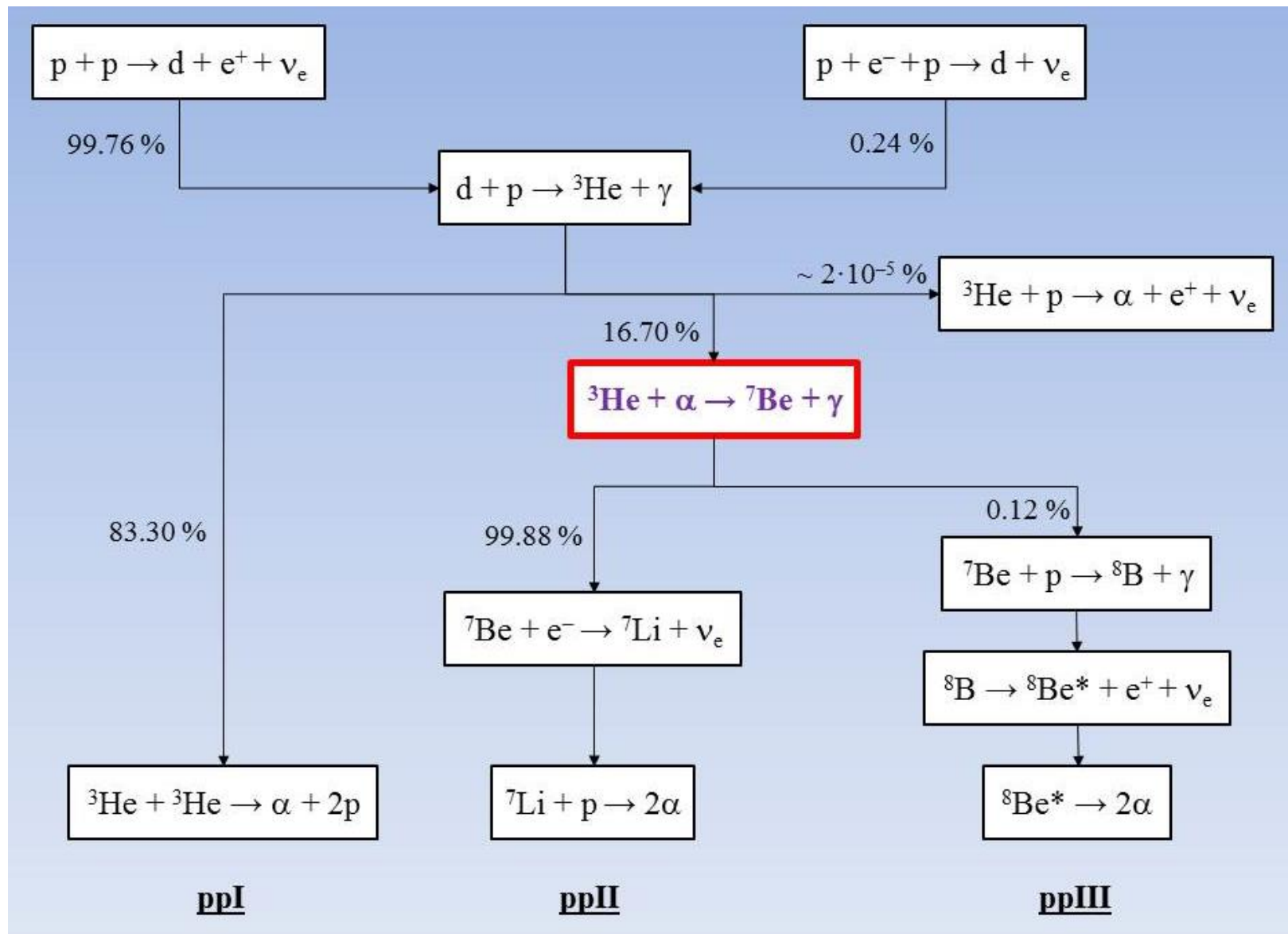
Реакция	Процесс
$^{12}\text{C}(p,\gamma)^{13}\text{N}$ $^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$	CNO cycle
$^2\text{H}(p,\gamma)^3\text{He}$	big bang
$^6\text{Li}(p,\gamma)^7\text{Be}$	big bang
$^{22}\text{Ne}(\alpha,\gamma)^{26}\text{Mg}$	s-process
$^{13}\text{C}(\alpha,n)^{16}\text{O}$	s-process

Из 6 указанных реакций – 5 реакций радиационного захвата !

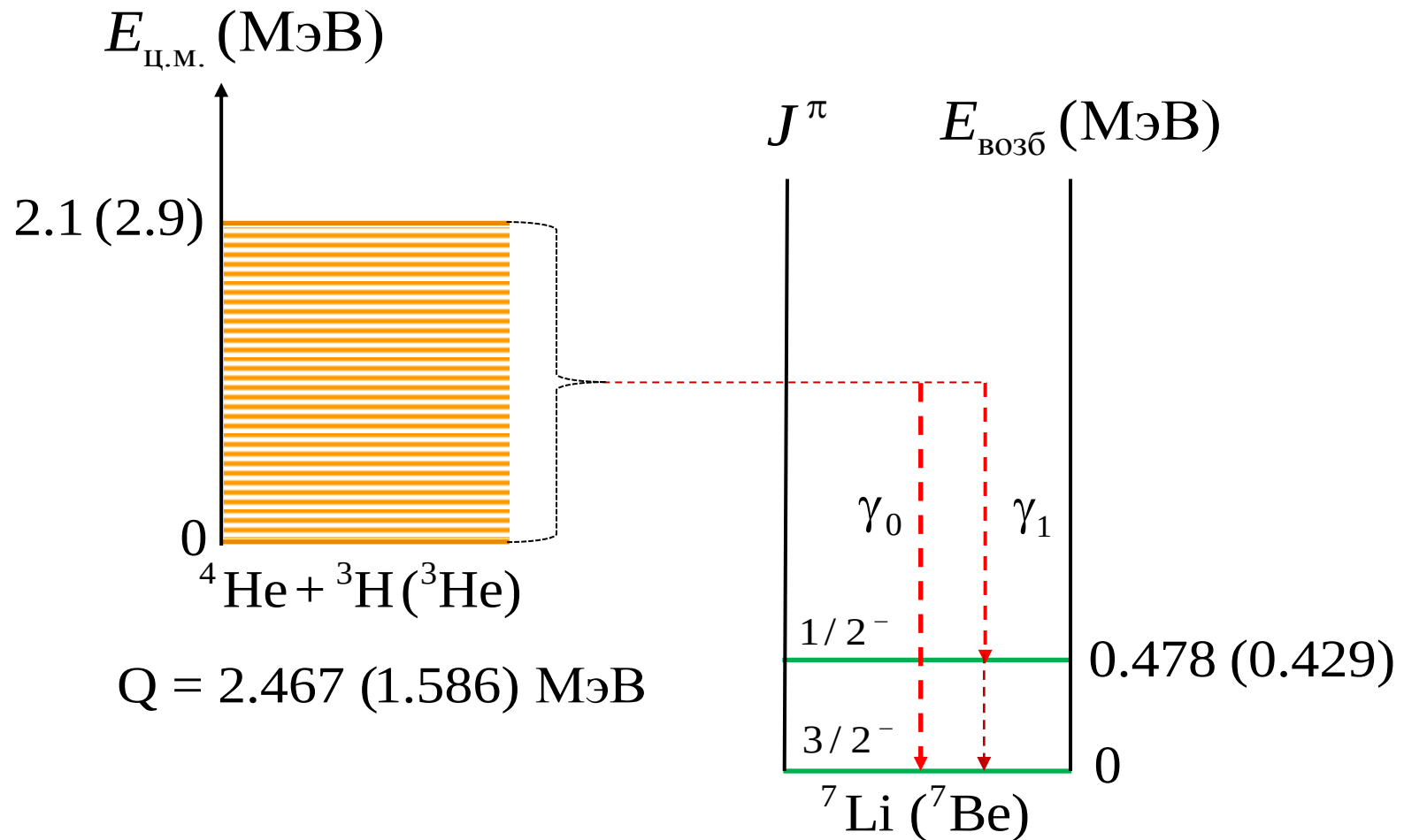
Основные реакции первичного нуклеосинтеза



pp-цикл горения водорода



Энергетическая схема реакций радиационного захвата ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ и ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



Основные величины

Сечение:

$$\sigma(E_{\text{c.m.}}) = \sigma_0(E_{\text{c.m.}}) + \sigma_1(E_{\text{c.m.}})$$

Сечения реакций радиационного захвата быстро падают с уменьшением энергии в подбарьерной области энергий.

Сечение в терминах астрофизического S-фактора имеет вид:

$$\sigma(E_{\text{c.m.}}) = \frac{1}{E_{\text{c.m.}}} \exp\left(-\sqrt{E_G / E_{\text{c.m.}}}\right) S(E_{\text{c.m.}}), \quad E_G = 2mc^2 \left(\frac{\pi e^2 Z_1 Z_2}{\hbar c} \right)^2 \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$$

$$\Rightarrow S(E_{\text{c.m.}}) = E_{\text{c.m.}} \exp\left(\sqrt{E_G / E_{\text{c.m.}}}\right) \sigma(E_{\text{c.m.}})$$

$E_G = 6.76 \text{ (27.04) МэВ}$ – энергия Гамова для системы $\alpha + t$ ($\alpha + h$).

Астрофизический S-фактор имеет более плавное поведение при низких энергиях по сравнению с сечением.

Парциальное сечение радиационного захвата

Парциальное сечение:

$$\sigma_{i \rightarrow f}(E_{\text{ц.м.}}, \Lambda I) = \frac{8\pi(I+1)}{(2s_1+1)(2s_2+1)(2l_i+1)\hbar I((2I+1)!!)^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2I+1} \left| \left\langle J_f^{\pi_f} \parallel M_I^\Lambda \parallel J_i^{\pi_i} l_i s_i \right\rangle \right|^2$$

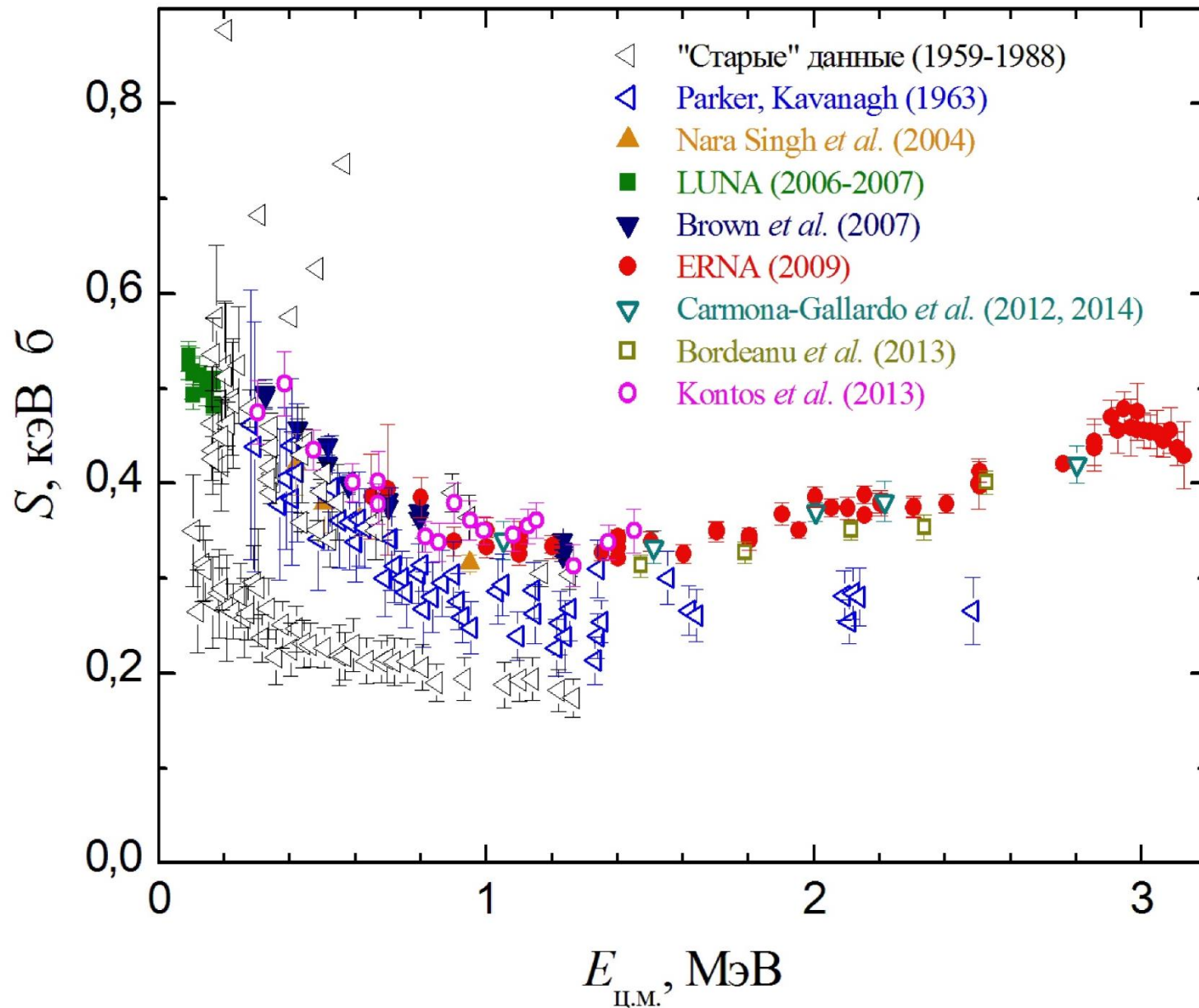
Электрический мультипольный оператор:

$$M_{I\mu}^E = e \sum_{i=1}^A g_l(i) |\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}|^I Y_{I\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}}), \quad g_l(i) = \frac{1}{2} - t_{3,i}$$

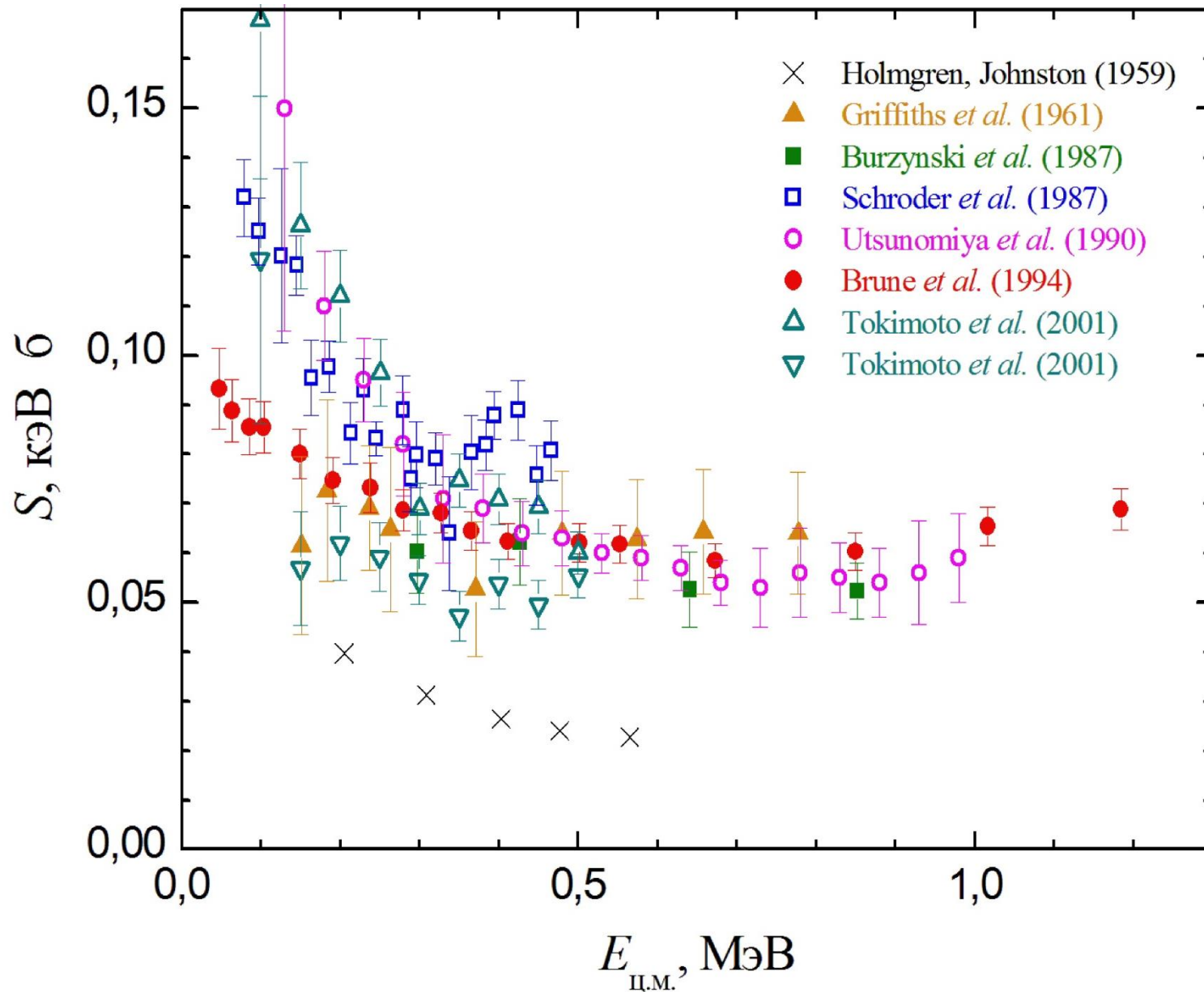
Магнитный мультипольный оператор:

$$M_{I\mu}^M = \mu_N \sum_{i=1}^A \left\{ g_s(i) \mathbf{s}_i + \frac{2g_l(i)}{I+1} [(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}) \times (\mathbf{p}_i - A^{-1} \mathbf{P}_{\text{ц.м.}})] \right\} (\nabla r^I Y_{I\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}})) \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}},$$
$$g_s(i) = \frac{1}{2}(g_n + g_p) + t_{3,i}(g_n - g_p), \quad g_n = -3.826, \quad g_p = 5.586.$$

Экспериментальные данные по реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$

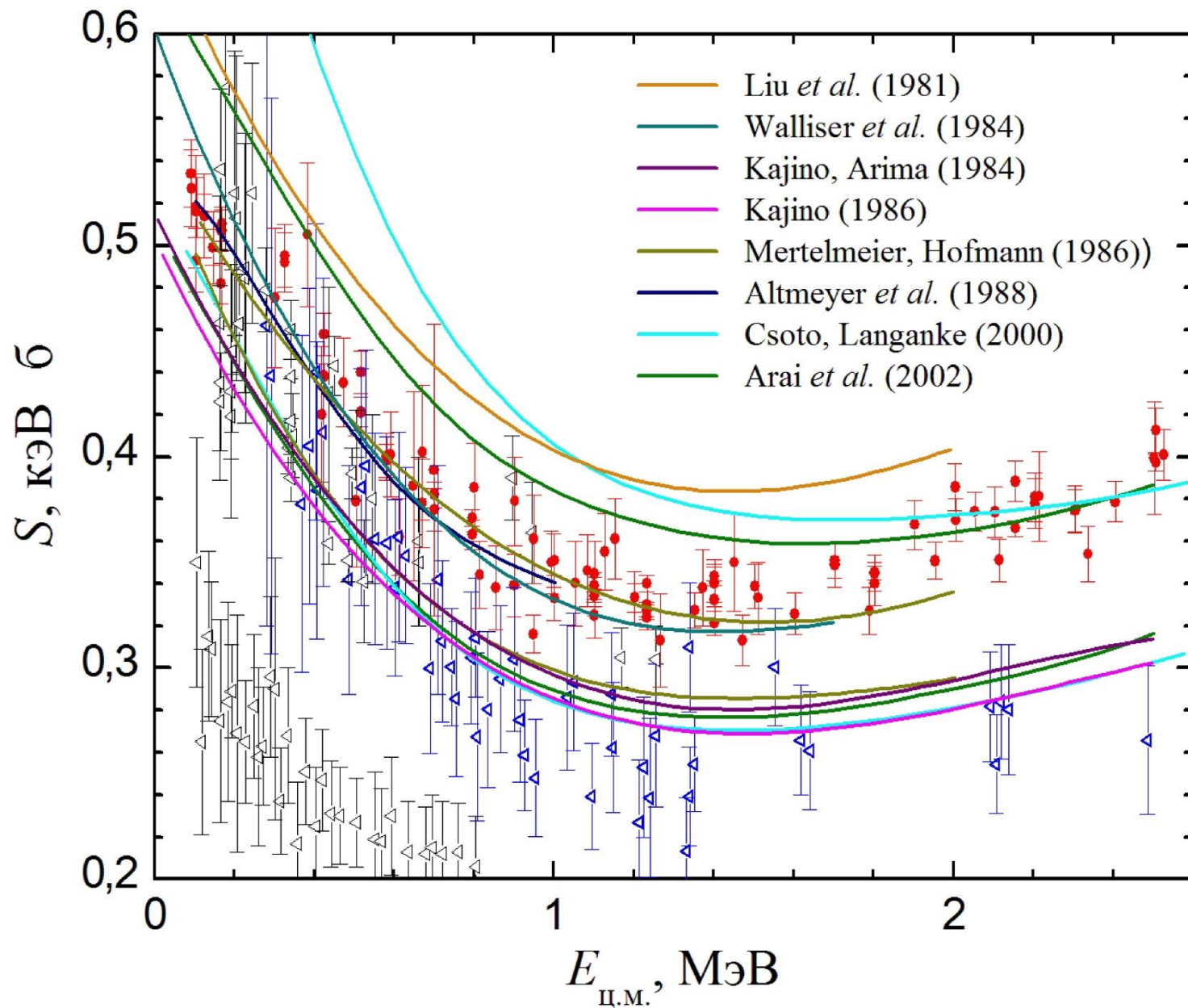


Экспериментальные данные по реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$

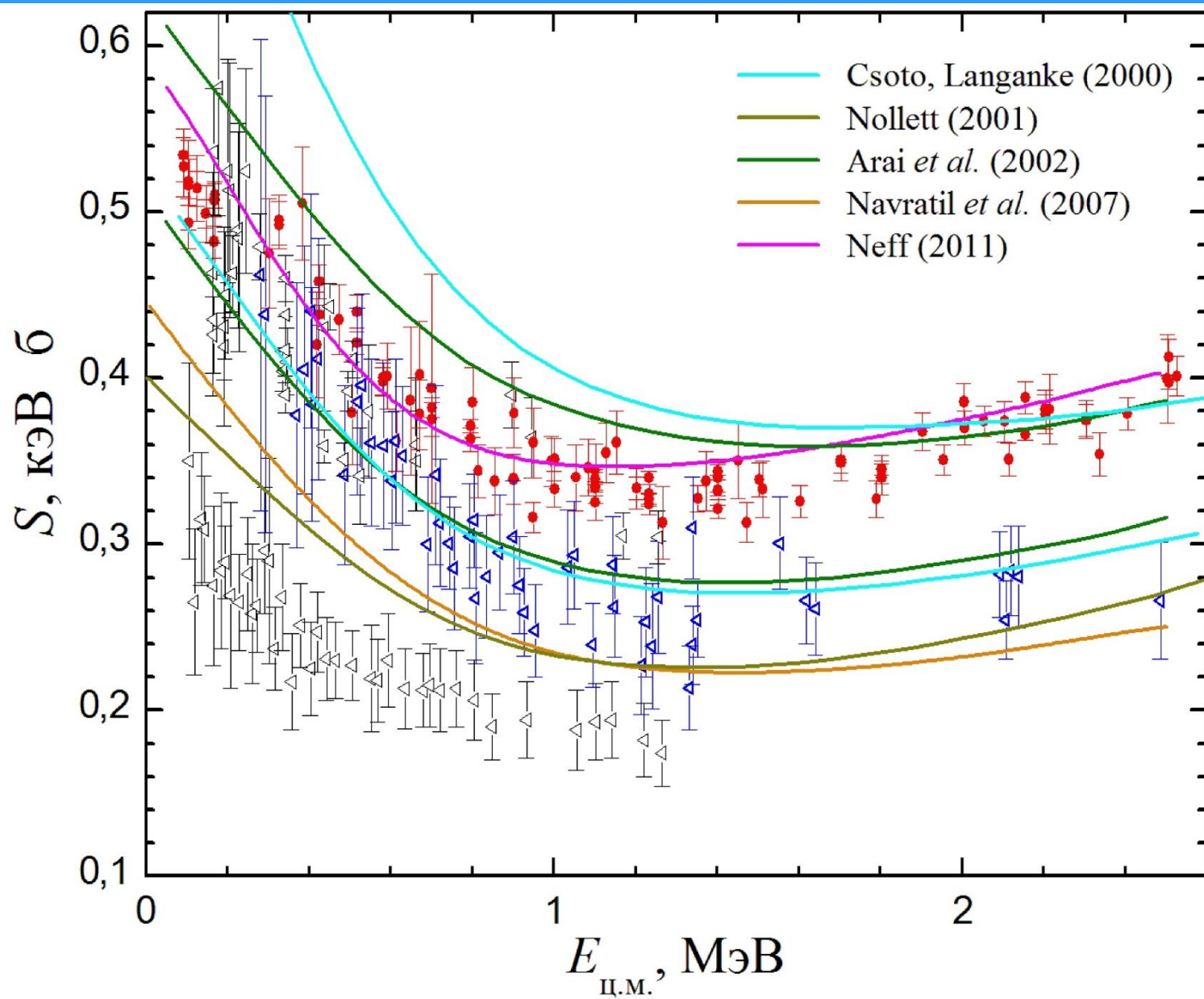


1. Модель прямого захвата.
2. Потенциальная кластерная модель и её различные варианты.
3. Модель резонирующих групп (МРГ) и её различные реализации.
4. Модель оболочек с кором (вариационный метод Монте–Карло).
5. Модель оболочек без кора.
6. Фермионная молекулярная динамика.

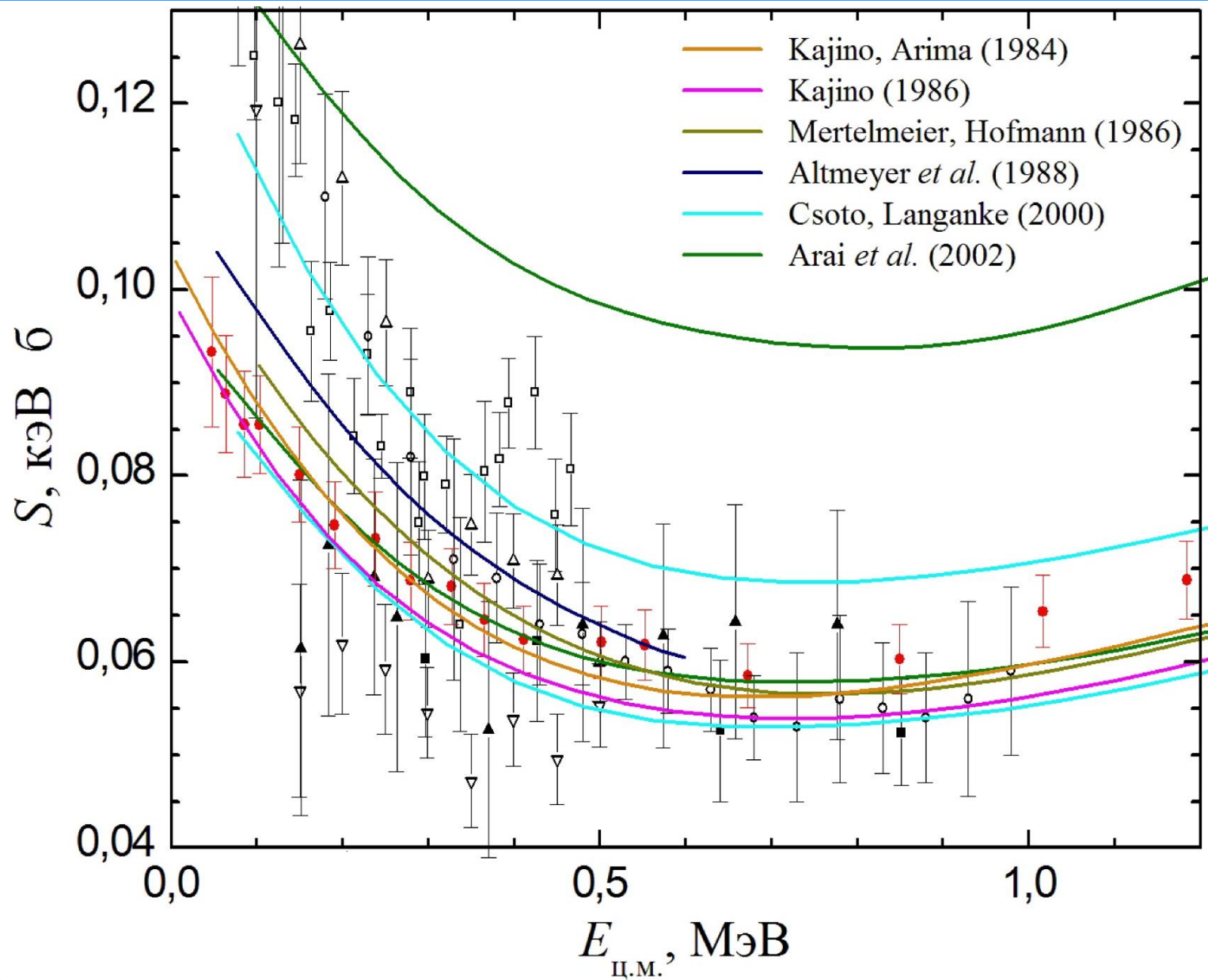
Теоретические расчёты реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ в рамках МРГ



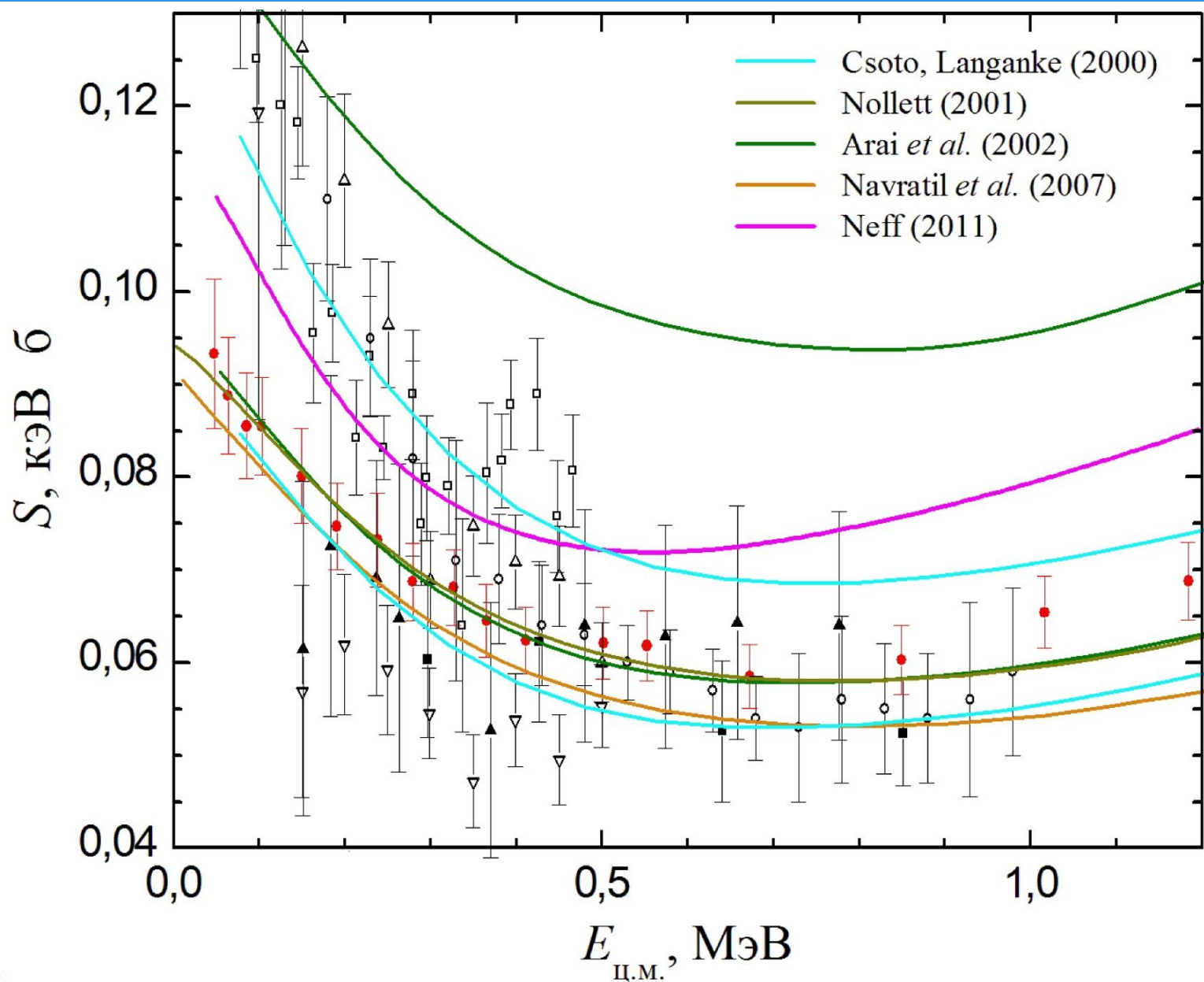
Современные расчёты реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



Теоретические расчёты реакции $^3\text{H}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$ в рамках МРГ



Современные расчёты реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



Проблемы

1. Между экспериментальными данными имеется значительный разброс.
2. Теоретические расчеты находятся в разногласии друг с другом и с экспериментальными данными.



Необходимы новые достоверные микроскопические подходы к описанию реакций радиационного захвата

Цель работы

Построение основанного на алгебраической версии модели резонирующих групп (АВМРГ) микроскопического подхода к описанию радиационного захвата в системе легких ядер, рассмотрение в рамках данного подхода зеркальных реакций ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$, ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ и вычисление их астрофизических S-факторов в области низких и средних энергий.

Алгебраическая версия модели резонирующих групп (АВМРГ) (Г.Ф. Филиппов, И.П. Охрименко и др., 1980 г.)

МРГ – одна из самых последовательных реализаций кластерной модели.

АВМРГ – удобный вариант реализации МРГ.

Достоинства МРГ:

1. Микроскопичность.
2. Точный учёт принципа Паули.
3. Явное выделение движения центра масс.
4. Единообразное описание состояний дискретного и непрерывного спектра.

Преимущества АВМРГ:

1. Использование осцилляторного базиса.
2. Динамические уравнения – линейные алгебраические уравнения с корректно учтёнными граничными условиями.
3. Широкое использование аналитических методов в совокупности с надёжными численными методами.

Математическая формулировка АВМРГ

В одноканальном по кластерной структуре варианте МРГ полная волновая функция двухкластерной системы ищется в виде:

$$\Psi^{(1+2)} = A \left\{ \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} f(\mathbf{q}) \right\}, \quad \mathbf{q} = \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}} \left(\mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(1)} - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(2)} \right).$$

Основная идея АВМРГ — разложение функции f в ряд по базису осцилляторных функций:

$$f_{vlm}(\mathbf{q}) = (-1)^{(v-l)/2} N_{vl} \bar{q}^l L_{(v-l)/2}^{(l+1/2)}(\bar{q}^2) \exp(-\bar{q}^2 / 2) Y_{lm}(\mathbf{n}_q),$$

$$N_{vl} = \sqrt{\frac{1}{r_0^3} \frac{2[(v-l)/2]!}{\Gamma[(v+l)/2 + 3/2]}}, \quad \bar{q} = q / r_0.$$

Математическая формулировка АВМРГ

В результате разложения по базису осцилляторных функций полная ВФ записывается в виде:

$$\Psi^{(1+2)} = \sum_{J=J_0}^{\infty} \sum_{M=-J}^J \sum_{s=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{\nu=\nu^{(0)}}^{\infty} C_{J^{\pi} M l s \nu} \Psi_{J^{\pi} M l s \nu}^{(1+2)}.$$

Базисные волновые функции АВМРГ имеют вид:

$$\Psi_{J^{\pi} M l s \nu}^{(1+2)} = A \left\{ \sum_{m+\sigma=M} C_{lm s \sigma}^{JM} \left[\varphi_{s_1}^{(1)} \varphi_{s_2}^{(2)} \right]_{s \sigma} f_{\nu l m}(\mathbf{q}) \right\}.$$

Неизвестные коэффициенты разложения полной волновой функции по базису АВМРГ удовлетворяют бесконечной системе линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{\nu=\nu_0}^{\infty} \left(\left\langle J^{\pi} M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} \right| H \left| J^{\pi} M l s \nu \right\rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^{\pi} M l s \nu} = 0,$$

$$\tilde{s} = |s_1 - s_2|, \dots, s_1 + s_2, \quad \tilde{l} = |J - s|, \dots, J + s, \quad \tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots$$

Система уравнений АВМРГ для дискретного спектра

Коэффициенты разложения полной волновой функции дискретного спектра по базису АВМРГ удовлетворяют конечной системе линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s,l} \sum_{\nu=\nu_0}^{\nu_{\text{макс}}} \left(\langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{Д})} = 0,$$

$$\tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots, \nu_{\text{макс}}.$$

Система уравнений АВМРГ для непрерывного спектра

Коэффициенты разложения полной волновой функции
непрерывного спектра по базису АВМРГ удовлетворяют конечной
системе линейных неоднородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s, l} \sum_{\nu=\nu_0}^{\nu_{\text{ac}}-2} \left(\langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{H})} = F_{J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu}},$$

$$F_{J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu}} = - \sum_{s, l} \sum_{\nu=\nu_{\text{ac}}}^{\nu_{\text{макс}}} \langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{ac})},$$

$$C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{ac})} = \sqrt{\frac{8\pi m(2l+1)r_0}{k^3 \hbar \bar{q}_0}} \left[\cos \delta_{Jl s} F_l(\eta, k r_0 \bar{q}_0) + \sin \delta_{Jl s} G_l(\eta, k r_0 \bar{q}_0) \right],$$

$$\tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots, \nu_{\text{ac}}.$$

$$\bar{q}_0 = \sqrt{2\nu + 3} \text{ – безразмерная точка поворота}$$

Гамильтониан системы и ядерный потенциал

Гамильтониан системы: $H = T - T_{\text{ц.м.}} + V_{\text{кул}} + V_{\text{я}}^{(\text{X-H})}$

$$T - T_{\text{ц.м.}} = -\frac{\hbar^2}{2mA} \sum_{i>j=1}^A (\nabla_i - \nabla_j)^2 \quad - \text{ оператор кинетической энергии}$$

$$V_{\text{кул}} = \sum_{i>j=1}^Z \frac{e^2}{r_{ij}} \quad - \text{ оператор кулоновского взаимодействия протонов}$$

Модифицированный потенциал Хазегавы-Нагаты:

$$V_{\text{я}}^{(\text{X-H})} = \sum_{i>j=1}^A \left(V_{ij}^{(\text{ц})} + V_{ij}^{(\text{ls})} + V_{ij}^{(\text{т})} \right)$$

$$V_{ij}^{(\text{ц})} = \sum_{n=1}^3 V_n^{(\text{ц})} \left(w_n^{(\text{ц})} + (1 - g_{\text{ц}}) m_n^{(\text{ц})} - g_{\text{ц}} m_n^{(\text{ц})} P_{ij}^{\sigma} P_{ij}^{\tau} + b_n^{(\text{ц})} P_{ij}^{\sigma} - h_n^{(\text{ц})} P_{ij}^{\tau} \right) \exp(-\mu_n^{(\text{ц})} r_{ij}^2)$$

$$V_{ij}^{(\text{ls})} = \sum_{n=1}^2 \frac{V_n^{(\text{ls})}}{2} \left(w_n^{(\text{ls})} - h_n^{(\text{ls})} P_{ij}^{\tau} \right) \left[\mathbf{r}_{ij} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \right] (\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j) \exp(-\mu_n^{(\text{ls})} r_{ij}^2)$$

$$V_{ij}^{(\text{т})} = \sum_{n=1}^3 V_n^{(\text{т})} \left(w_n^{(\text{т})} - h_n^{(\text{т})} P_{ij}^{\tau} \right) \left(3(\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{r}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{r}_{ij}) - (\boldsymbol{\sigma}_i \boldsymbol{\sigma}_j) \mathbf{r}_{ij}^2 \right) \exp(-\mu_n^{(\text{т})} r_{ij}^2)$$

Техника производящих функций

Осцилляторные функции связаны с производящей для них функцией соотношением:

$$f_{\nu lm}(\mathbf{q}) = A_{\nu l} \frac{\partial^\nu}{\partial R^\nu} \int \exp(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{q}\mathbf{R} / r_0 - R^2 / 4) Y_{lm}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_R \Big|_{R=0}$$

$$A_{\nu l} = (-1)^{(\nu-l)/2} \frac{2^{\nu-1/2}}{\pi^{3/2} \nu!} \sqrt{\Gamma\left(\frac{\nu-l+2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu+l+3}{2}\right)} \Rightarrow$$

базисные функции АВМРГ могут быть записаны в виде:

$$\Psi_{J^\pi M l s \nu}^{(1+2)} = A_{\nu l} \sum_{m+\sigma=M} C_{lm \sigma}^{JM} \frac{\partial^\nu}{\partial R^\nu} \int \Phi_{s\sigma}^{(1+2)}(\mathbf{R}) Y_{lm}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_R \Big|_{R=0}$$

$$\Phi_{s\sigma}^{(1+2)}(\mathbf{R}) = A \left\{ \left[\varphi_{s_1}^{(1)} \varphi_{s_2}^{(2)} \right]_{s\sigma} \exp(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{q}\mathbf{R} / r_0 - R^2 / 4) \right\} \Rightarrow$$

Матричные элементы на базисных функциях АВМРГ:

$$\left\langle J_f^{\pi_f} M_f l_f s_f \nu_f \left| V \right| J_i^{\pi_i} M_i l_i s_i \nu_i \right\rangle = \frac{1}{\kappa_{\nu_f l_f s_f} \kappa_{\nu_i l_i s_i} \nu_f! \nu_i!} \frac{\partial^{\nu_f}}{\partial Q^{\nu_f}} \frac{\partial^{\nu_i}}{\partial R^{\nu_i}} I_{i \rightarrow f}(Q, R) \Big|_{R=Q=0}$$

$$I_{i \rightarrow f}(Q, R) = \sum_{\substack{m_f + \sigma_f = M_f \\ m_i + \sigma_i = M_i}} C_{l_f m_f s_f \sigma_f}^{J_f M_f} C_{l_i m_i s_i \sigma_i}^{J_i M_i} \iint Y_{l_f m_f}^*(\mathbf{n}_Q) \langle \mathbf{Q}, s_f \sigma_f \left| V \right| \mathbf{R}, s_i \sigma_i \rangle Y_{l_i m_i}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_Q d\mathbf{n}_R$$

$$(\nu!)^2 \kappa_{\nu l s}^2 = \frac{\partial^{\nu}}{\partial Q^{\nu}} \frac{\partial^{\nu}}{\partial R^{\nu}} \iint Y_{lm}^*(\mathbf{n}_Q) \langle \mathbf{Q}, s \sigma \left| \mathbf{R}, s \sigma \rangle Y_{lm}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_Q d\mathbf{n}_R \Big|_{R=Q=0}$$

Парциальный S-фактор радиационного захвата в системах $^4\text{He} + ^3\text{He}$ и $^4\text{He} + ^3\text{H}$ в базисе АВМРГ

Парциальный астрофизический S-фактор:

$$S_{i \rightarrow f}(E_{\text{c.m.}}) = E_{\text{c.m.}} \exp\left(\sqrt{E_G / E_{\text{c.m.}}}\right) \frac{8\pi}{9\hbar(2l_i + 1)} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^3 \left| \sum_{v_i, v_f} C_{fv_f}^{(\pi)} \left\langle f v_f \left\| M_1^E \right\| i v_i \right\rangle C_{iv_i}^{(\pi)} \right|^2$$
$$f = (J_f^{\pi_f} l_f s), \quad i = (J_i^{\pi_i} l_i s), \quad s = 1/2$$

В случае радиационного захвата с образованием ядра ^7Li (^7Be)
в основном состоянии:

$$(J_i^{\pi_i}, l_i) = (1/2^+, 0), (3/2^+, 2), (5/2^+, 2); \quad (J_f^{\pi_f}, l_f) = (3/2^-, 1)$$

в первом возбуждённом состоянии:

$$(J_i^{\pi_i}, l_i) = (1/2^+, 0), (3/2^+, 2); \quad (J_f^{\pi_f}, l_f) = (1/2^-, 1)$$

Матричные элементы электрического дипольного оператора

Электрический дипольный оператор:

$$M_{1\mu}^E = e \sum_{i=1}^A g_l(i) |\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}| Y_{1\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}}), \quad g_l(i) = \frac{1}{2} - t_{3,i},$$

$$M_{1\mu}^E = \frac{e}{A} \sum_{i>j=1}^A [g_l(i) - g_l(j)] |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| Y_{1\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j})$$

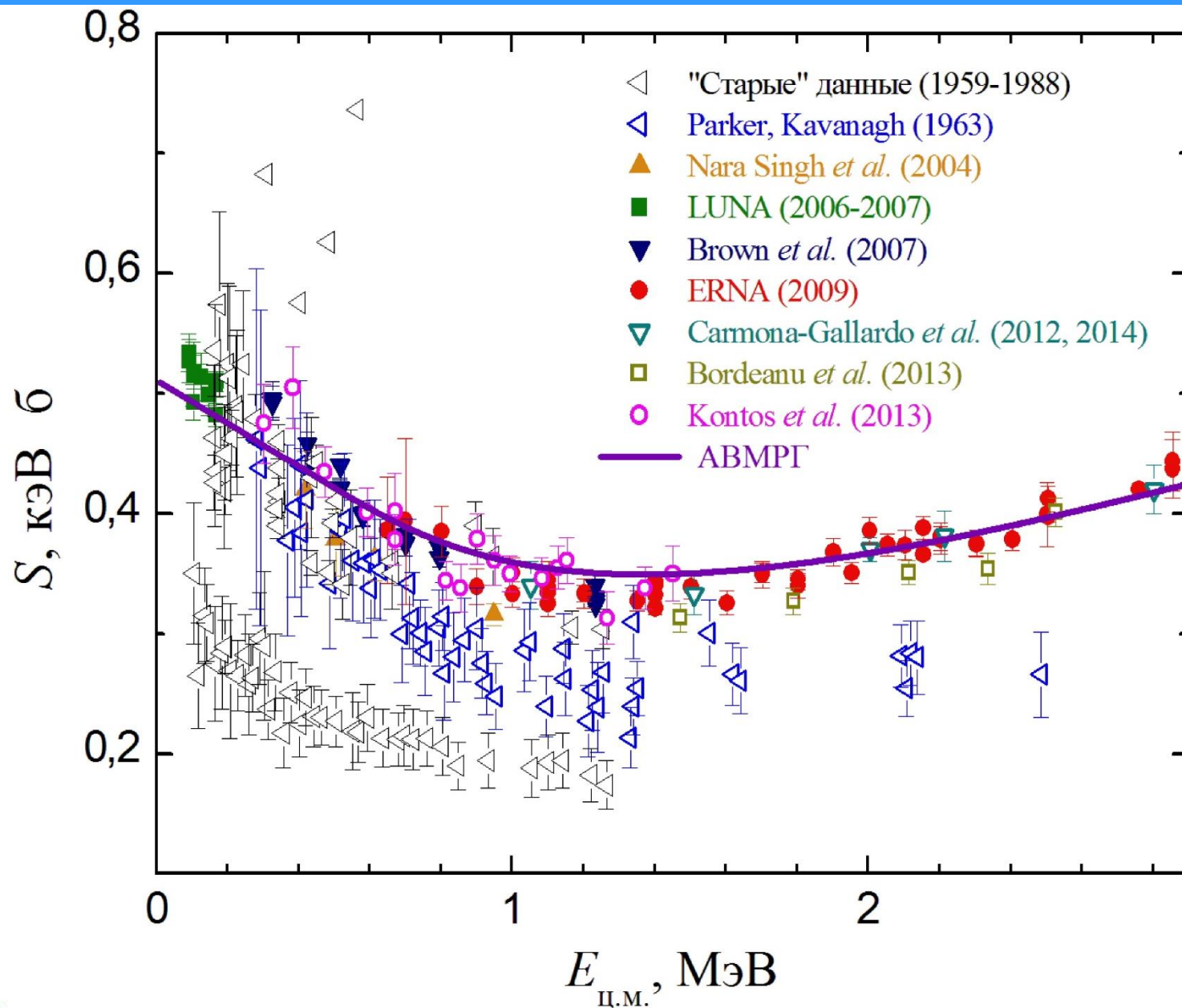
Матричные элементы в базисе АВМРГ:

$$\langle J_f^{\pi_f} M_f l_f s \nu_f | M_{1\mu}^E | J_i^{\pi_i} M_i l_i s \nu_i \rangle = (-1)^{s+J_i+l_f} \zeta \frac{e r_0}{14} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \Pi_{J_i l_i} \begin{Bmatrix} l_i & s & J_i \\ J_f & 1 & l_f \end{Bmatrix} \left(\frac{\kappa_{\nu_i-1, l_f s}}{\kappa_{\nu_i l_f s}} \delta_{\nu_f, \nu_i-1} + \frac{\kappa_{\nu_f-1, l_i s}}{\kappa_{\nu_f l_f s}} \delta_{\nu_i, \nu_f-1} \right) C_{l_i 0 10}^{l_f 0} C_{J_i M_i 1\mu}^{J_f M_f}$$

$$\kappa_{\nu l s}^2 = \frac{2\pi}{\nu!} \left[\left(\frac{6}{7} \right)^\nu - 3 \left(\frac{5}{14} \right)^\nu + 3 \left(-\frac{1}{7} \right)^\nu - \left(-\frac{9}{14} \right)^\nu \right] \varepsilon_{\nu l}, \quad \Pi_{J_i l_i} = \sqrt{(2J_i+1)(2l_i+1)},$$

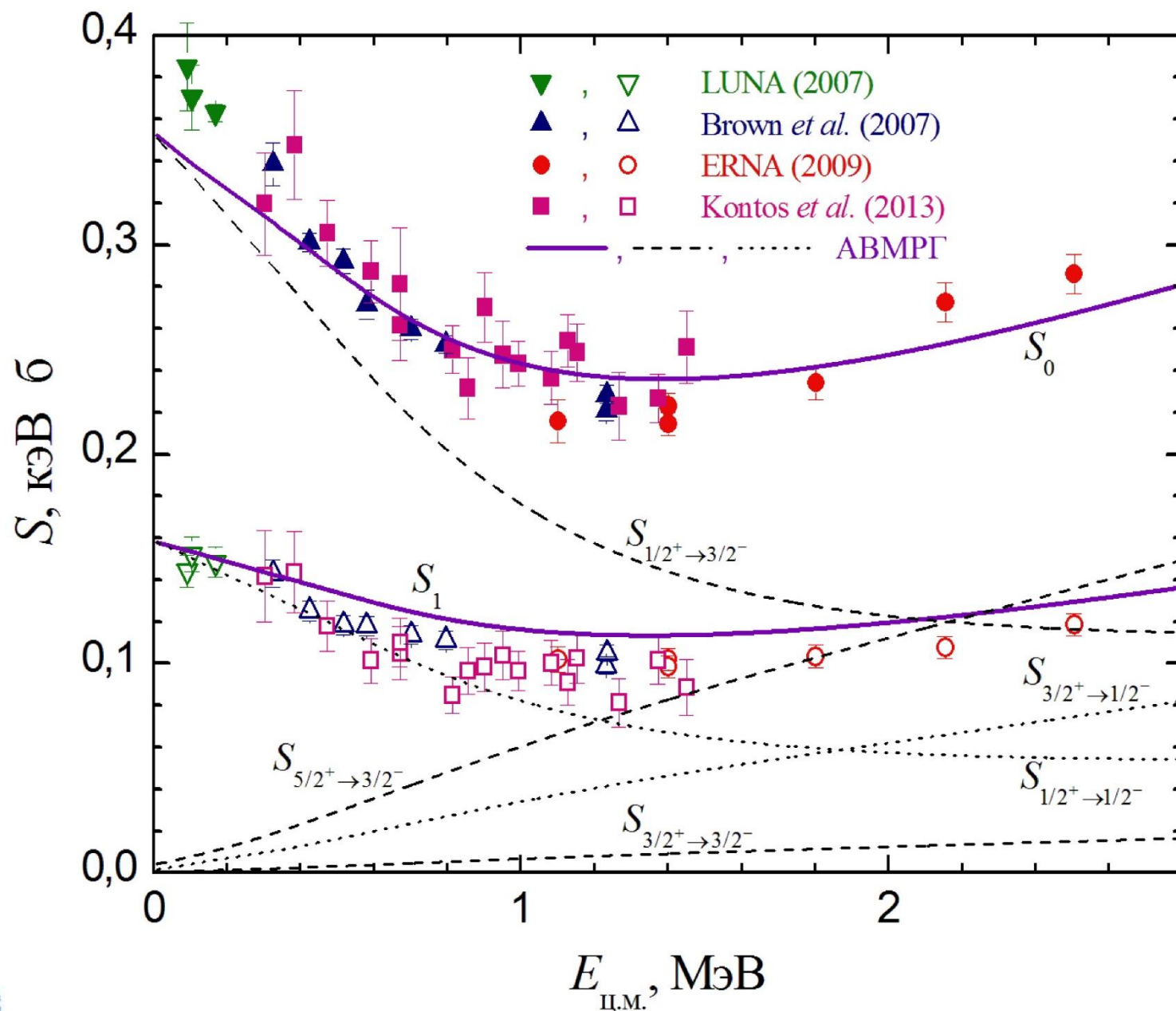
$$\zeta = \begin{cases} -1, & \text{для } {}^4\text{He} + {}^3\text{H}; \\ 1, & \text{для } {}^4\text{He} + {}^3\text{He}. \end{cases} \quad \varepsilon_{\nu l} = \begin{cases} \frac{2^{l+1} \nu! [(\nu+l)/2]!}{[\nu+l+1]! [(\nu-l)/2]!}, & l \leq \nu, l+\nu - \text{четное}; \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Расчёт астрофизического S-фактора реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



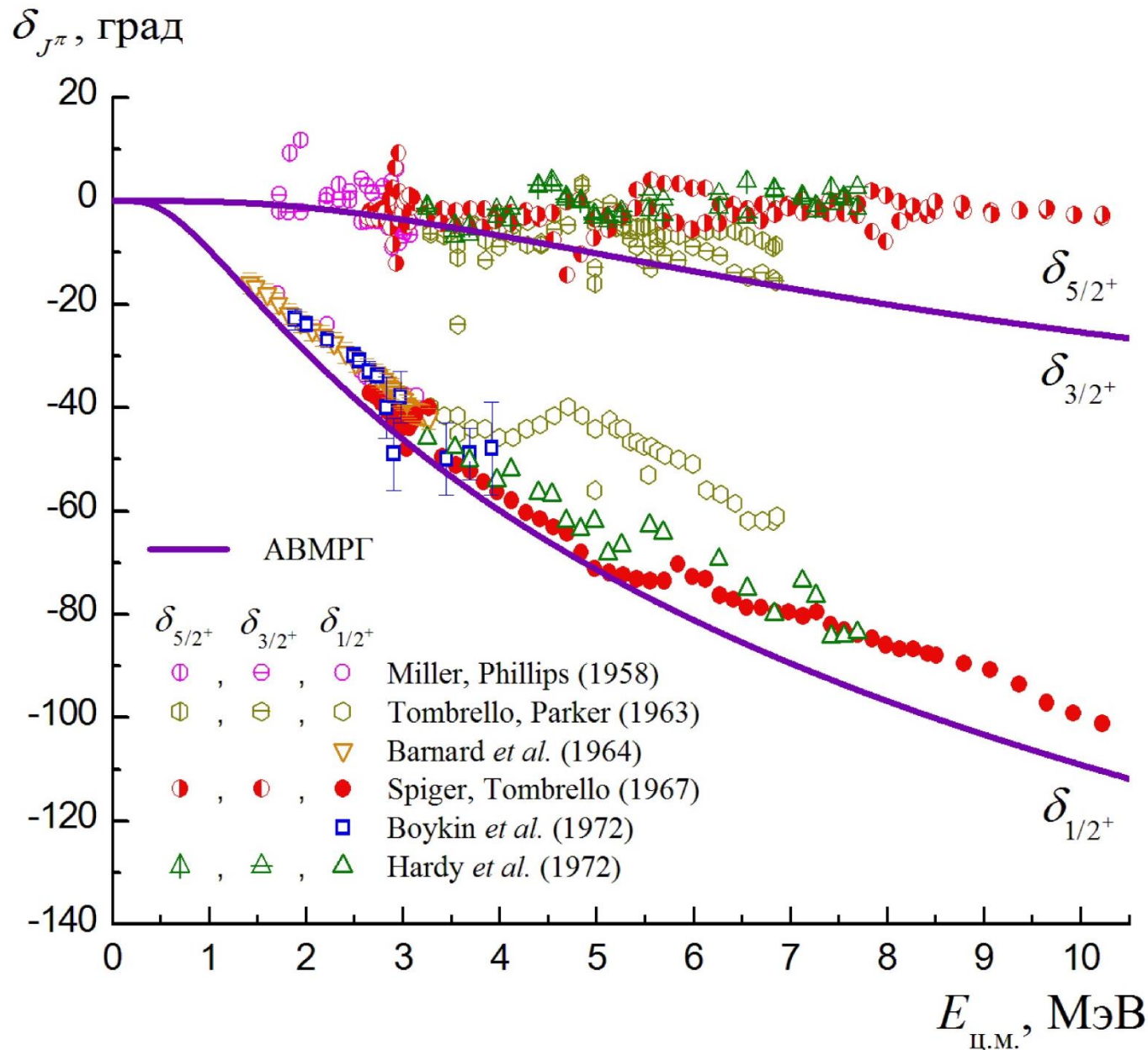
$r_0 = 1.2 \text{ фм}$
 $g_{\alpha} = 1.035$

Расчёт парциальных S-факторов реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



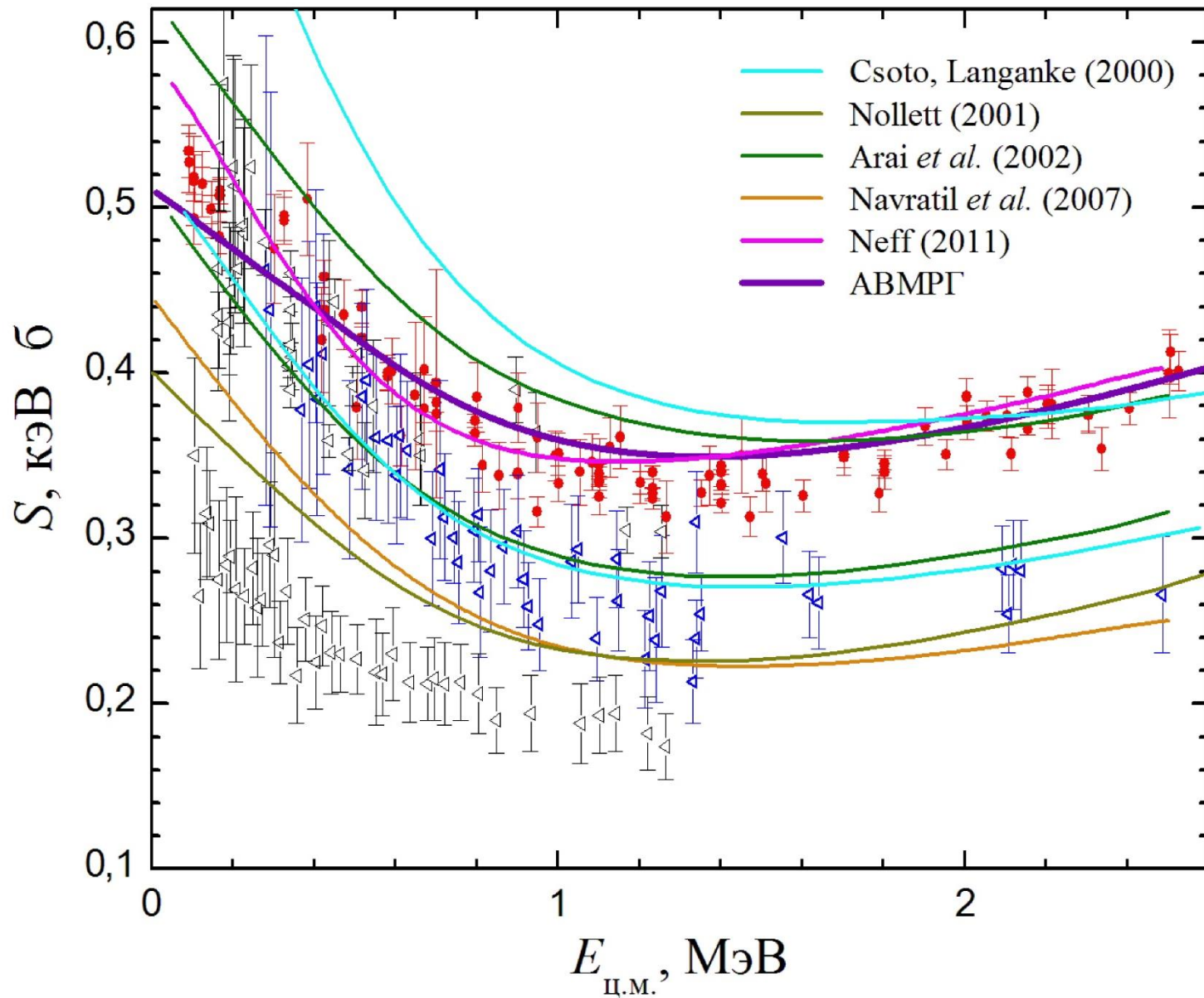
$r_0 = 1.2 \text{ фм}$
 $g_{\pi} = 1.035$

Расчёт фаз упругого рассеяния в системе $^4\text{He} + ^3\text{He}$

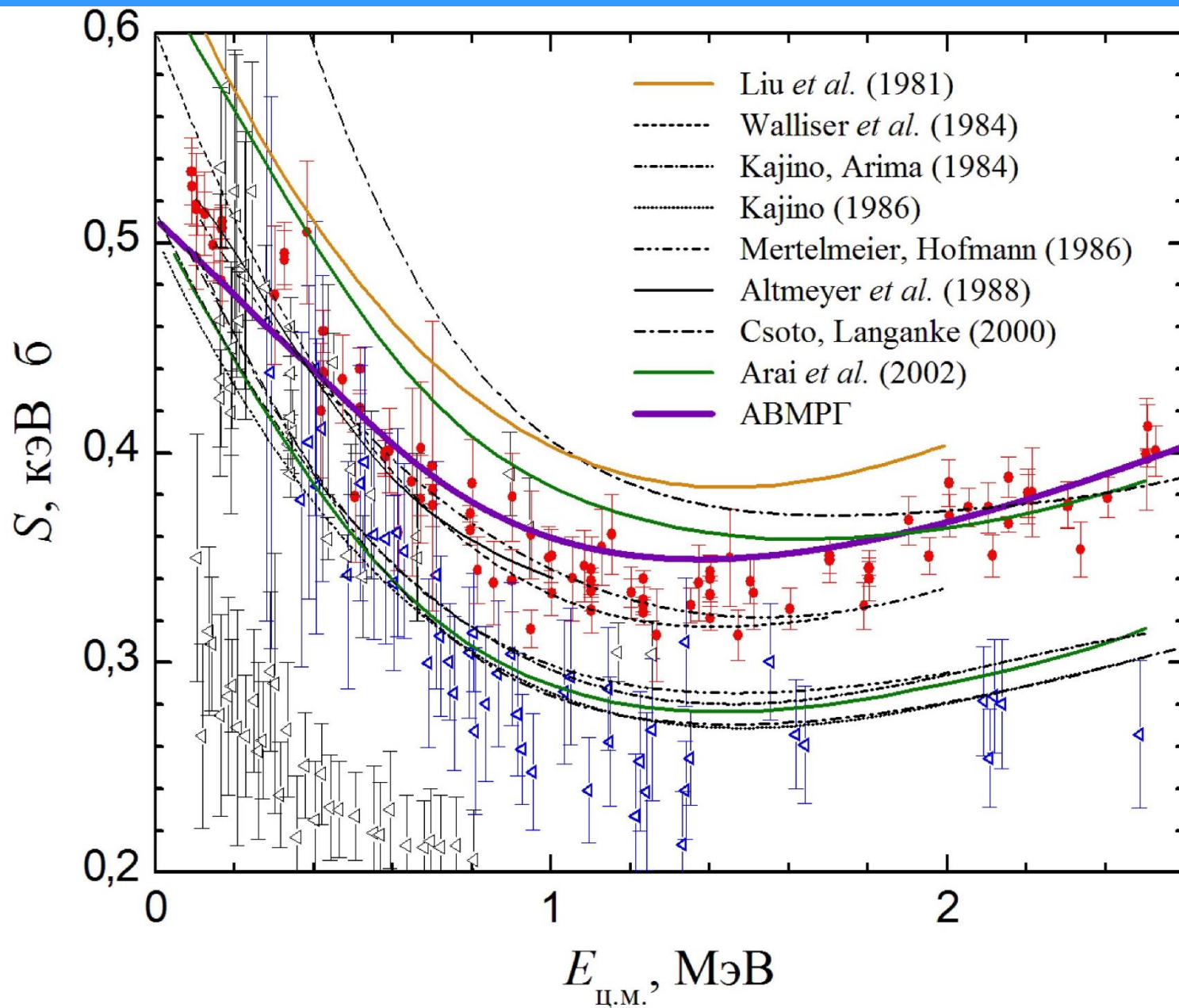


$r_0 = 1.2 \text{ фм}$
 $g_{\pi} = 1.035$

Сравнение вычисленного S-фактора с современными расчётами

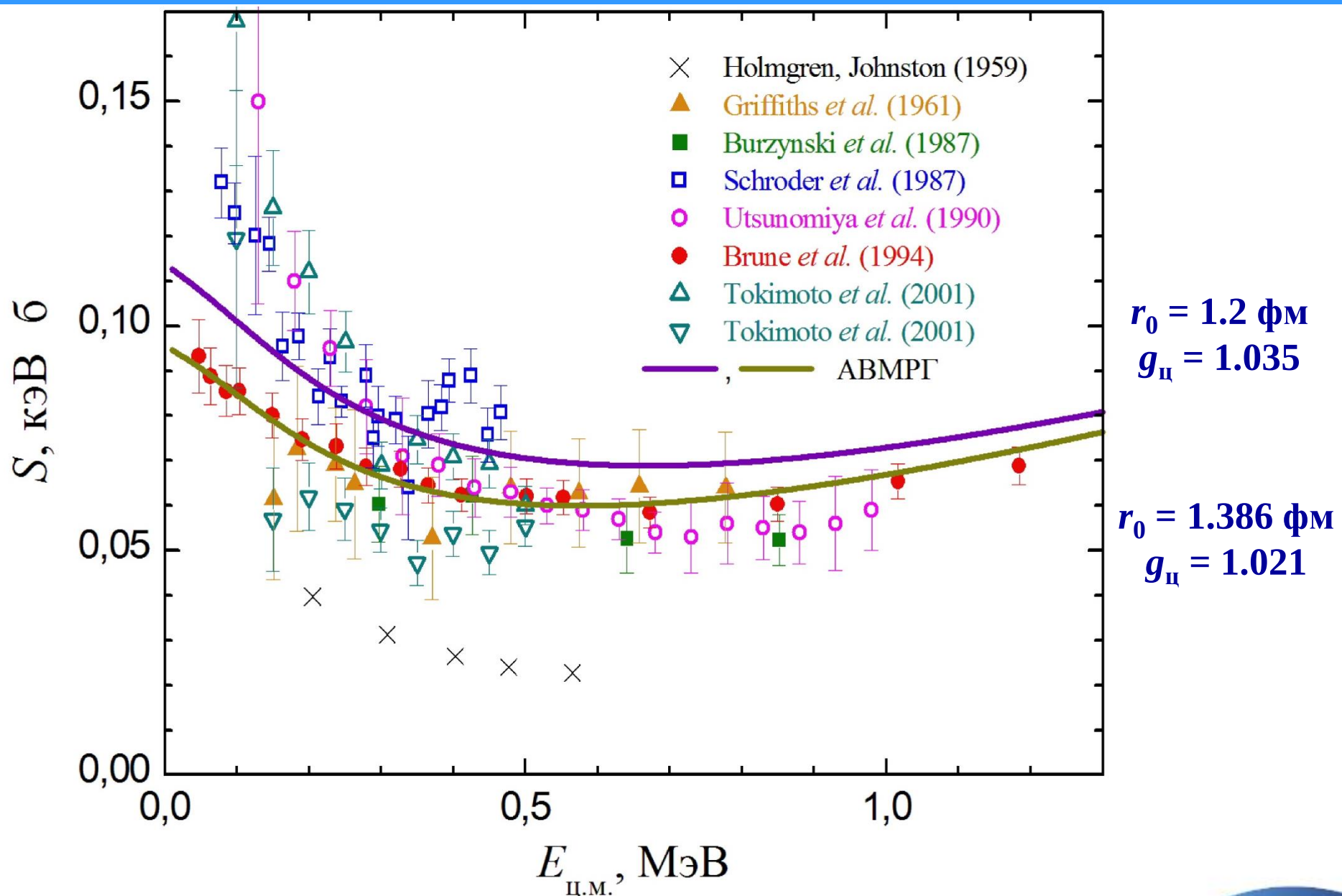


$r_0 = 1.2 \text{ фм}$
 $g_{\alpha} = 1.035$

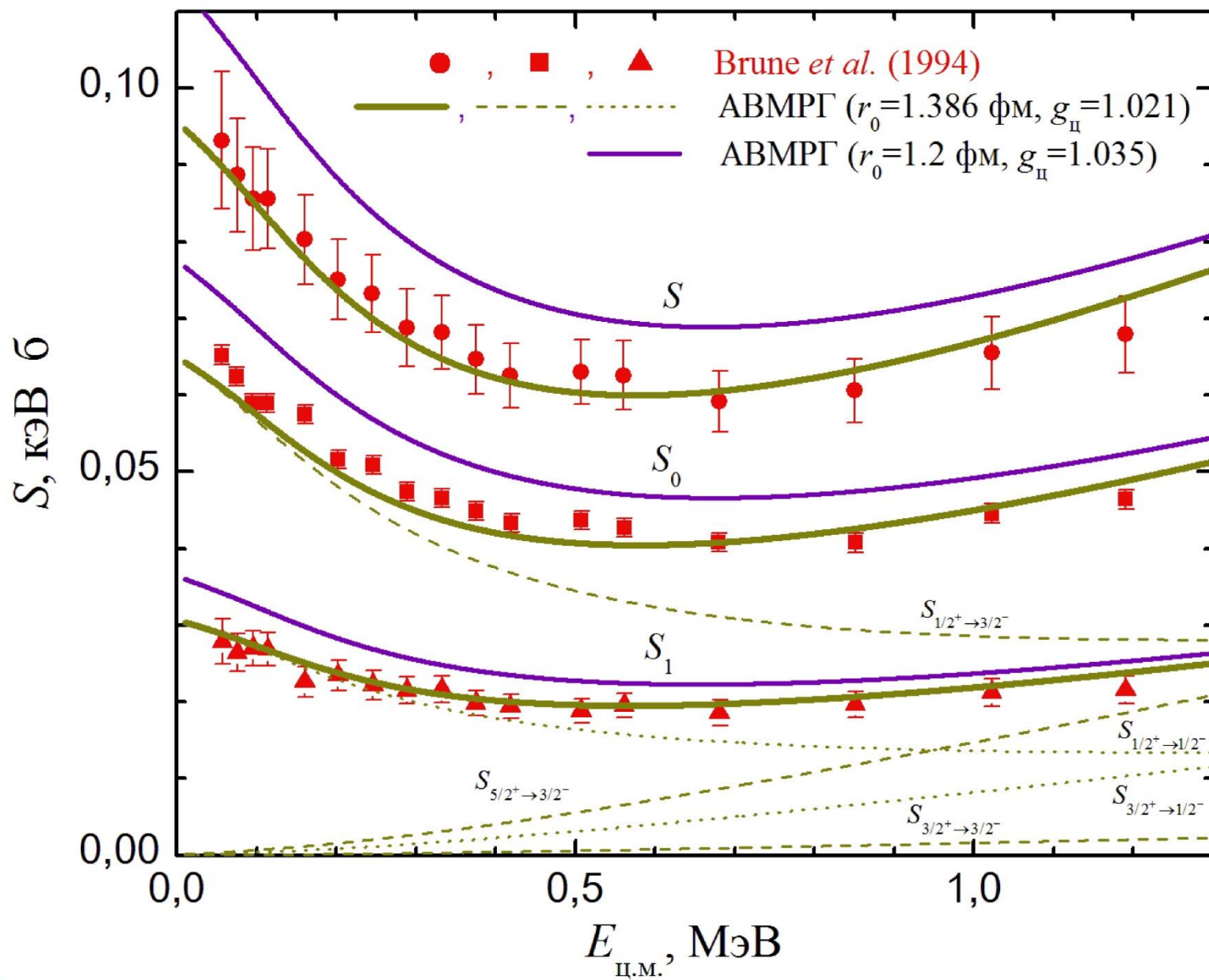


$r_0 = 1.2 \text{ фм}$
 $g_{\pi} = 1.035$

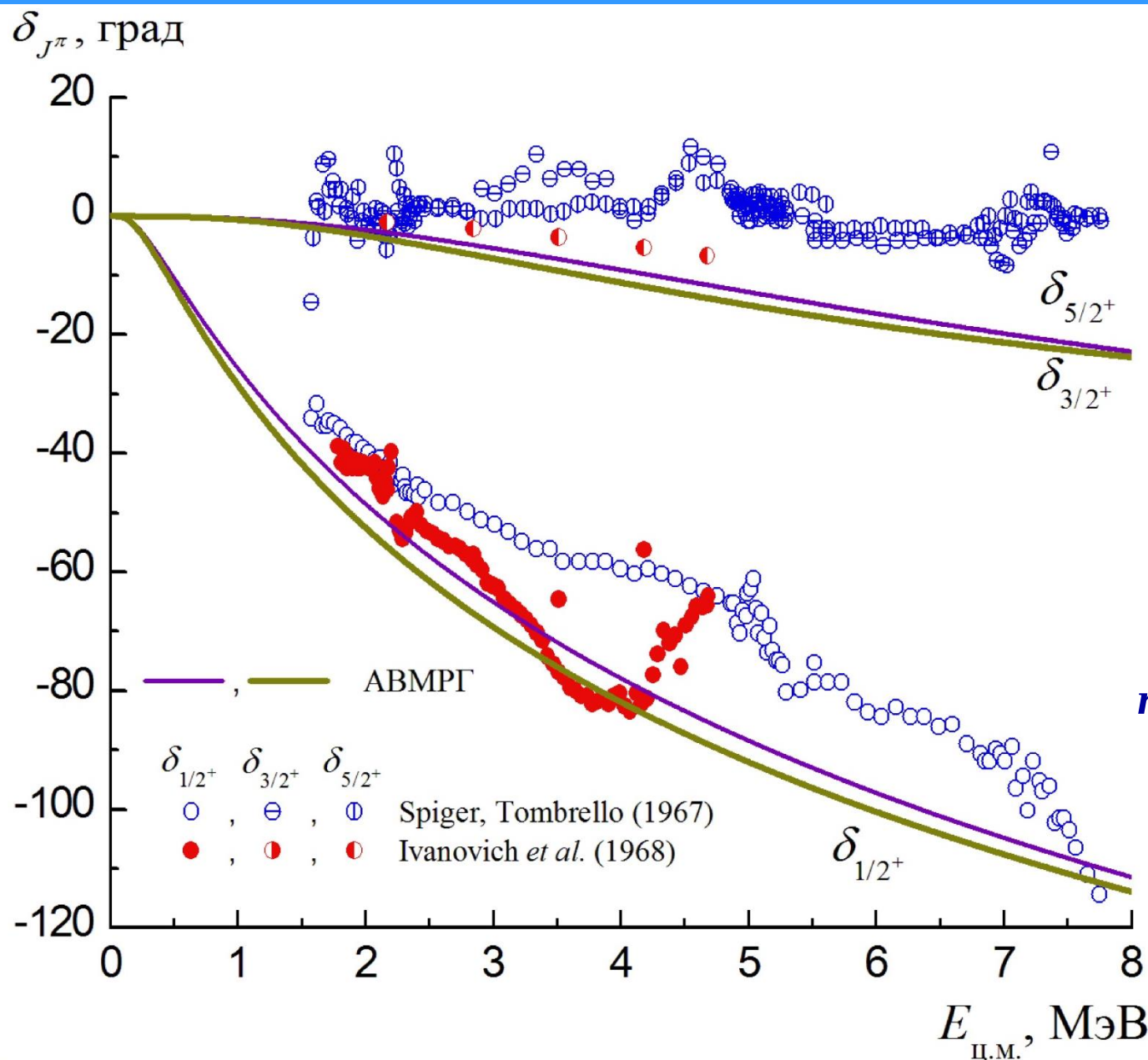
Расчёт астрофизического S-фактора реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



Расчёт парциальных S-факторов реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



Расчёт фаз упругого рассеяния в системе $^4\text{He} + ^3\text{H}$



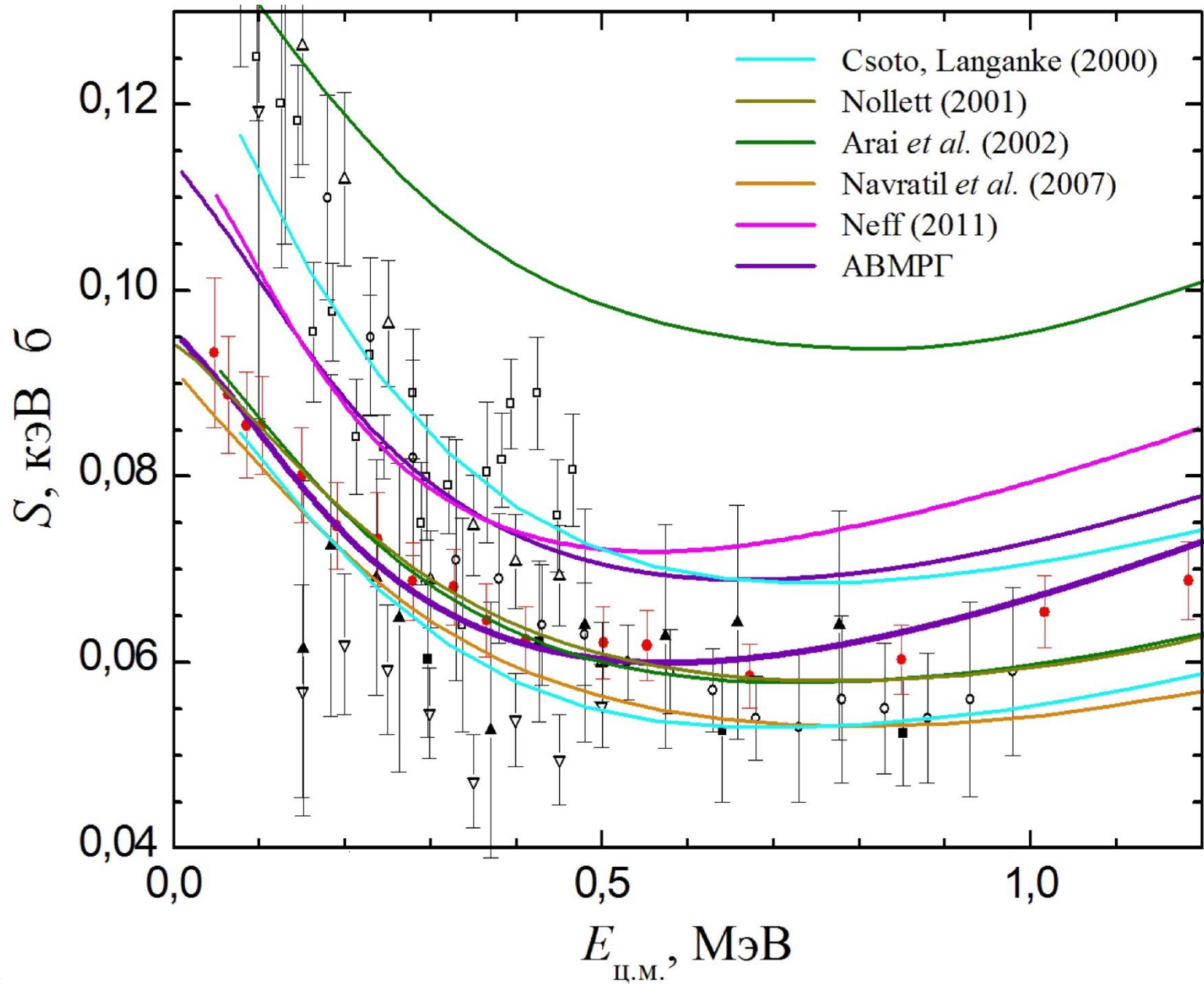
$$r_0 = 1.2 \text{ фМ}$$

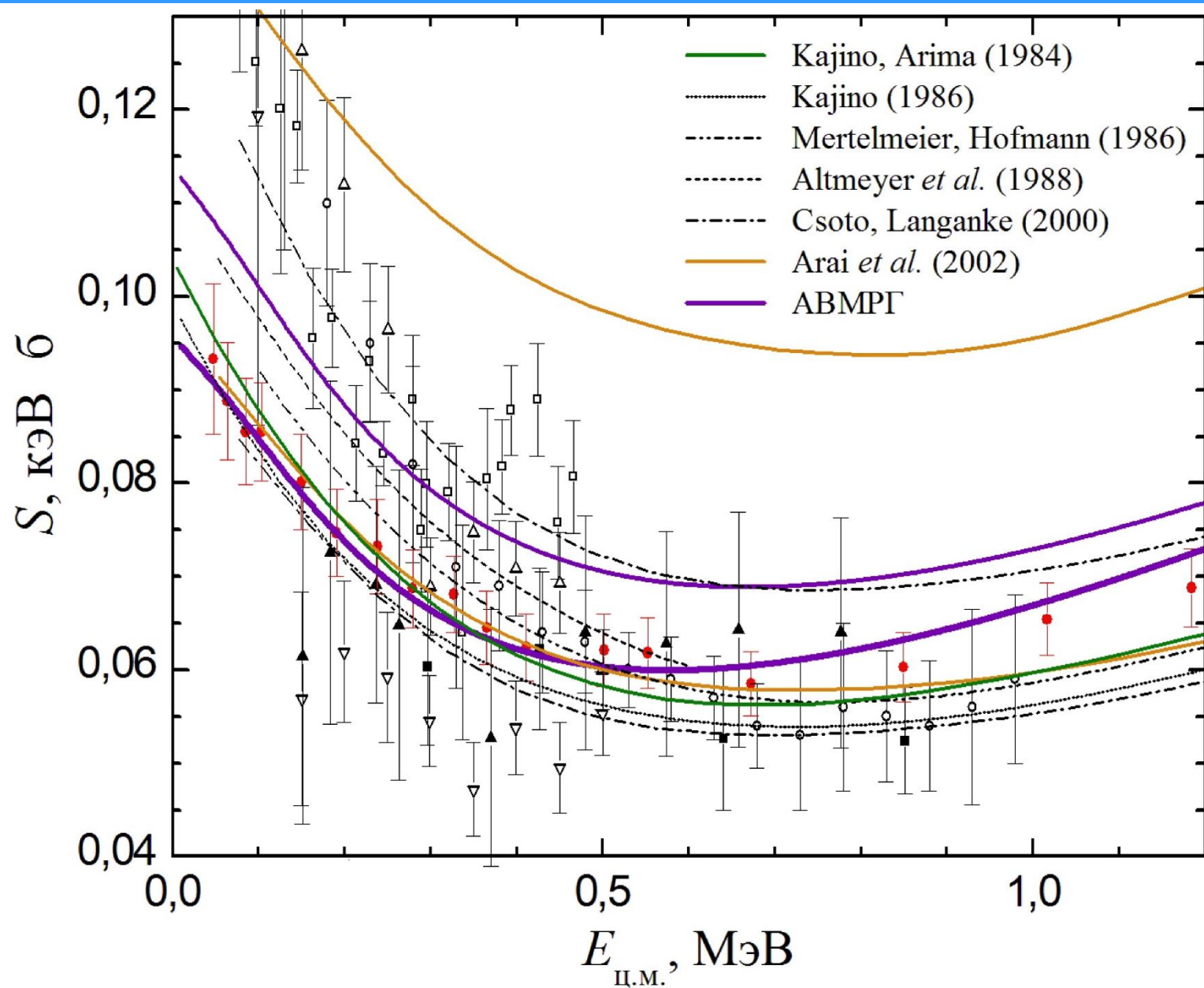
$$g_{\text{ц}} = 1.035$$

$$r_0 = 1.386 \text{ фМ}$$

$$g_{\text{ц}} = 1.021$$

Сравнение вычисленного S-фактора с современными расчётами





Расчётные значения энергий

$$r_0 = 1.2 \text{ фм}, g_{\pi} = 1.035$$

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{He})$	$E(^7\text{Be})$	$E(^7\text{Be}^*)$
Эксперимент	−28.296	−7.718	−37.600	−37.171
Расчёт	−26.703	−2.073	−29.754	−29.627

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{H})$	$E(^7\text{Li})$	$E(^7\text{Li}^*)$
Эксперимент	−28.296	−8.482	−39.244	−38.766
Расчёт	−26.703	−3.031	−31.569	−31.433

$$r_0 = 1.386 \text{ фм}, g_{\pi} = 1.021$$

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{H})$	$E(^7\text{Li})$	$E(^7\text{Li}^*)$
Эксперимент	−28.296	−8.482	−39.244	−38.766
Расчёт	−28.296	−6.467	−36.002	−35.920

Возможные пути уточнения результатов расчёта

1. Использование более сложных внутренних волновых функций кластеров.
2. Многоканальный подход – учёт других кластерных конфигураций при описании структуры ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$, например, ${}^6\text{Li} + p$ и ${}^6\text{Li} + n$ соответственно.

Основные результаты работы

1. Получены явные аналитические выражения для матричных элементов наиболее важных электромагнитных мультипольных операторов зеркальных систем $^4\text{He} + ^3\text{He}$ и $^4\text{He} + ^3\text{H}$ в базисе АВМРГ.
2. В рамках АВМРГ вычислены парциальные и полный астрофизические S-факторы зеркальных реакций радиационного захвата $^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$ и $^3\text{H}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$ при низких и средних энергиях.
3. Интерпретированы экспериментальные данные по вычисленным S-факторам во всем диапазоне энергий, доступном для измерений, а также предсказано их поведение в недоступной для эксперимента области энергий.
4. Проведено сравнение вычисленных S-факторов с результатами других микроскопических расчетов. Показано, что в рамках АВМРГ удаётся наилучшим описывать наиболее точные экспериментальные данные.
5. Получено хорошее описание фаз упругого рассеяния в системах $^4\text{He} + ^3\text{He}$, $^4\text{He} + ^3\text{H}$ и вполне разумное соответствие с экспериментальными значениями энергий входящих в реакции ядер.
6. Отмечены возможные пути развития представленного подхода и уточнения результатов расчета.

Апробация результатов работы

- VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013” (Москва, Россия, 11–29 марта 2013 г.);
- LXIII International Conference “Nucleus 2013” (Moscow, Russia, October 8–12, 2013);
- VI International Conference “Fusion 2014” (New Delhi, India, February 24–28, 2014);
- VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014” (Москва, Россия, 7–25 апреля 2014 г.);
- 3rd International Workshop on “State of the Art in Nuclear Cluster Physics” (Yokohama, Japan, May 26–30, 2014);
- LXIV International Conference “Nucleus 2014” (Minsk, Belarus, July 1–4, 2014).

Публикации по теме диссертации

1. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. С. 989–994.
2. Соловьев А.С., Игашов С.Ю., Чувильский Ю.М. // Известия РАН. Серия физическая. 2014. Т. 78. С. 621–626.
3. Соловьев А.С., Игашов С.Ю., Чувильский Ю.М. // Ядерная физика. 2014. Т. 77. С. 125–127.
4. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013”, Москва. Сборник тезисов. 2013. С. 18.
5. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014”, Москва. Сборник тезисов. 2014. С. 19.
6. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // VI International Conference “Fusion14”, New Delhi, India. Book of Abstracts. 2014. P. 90.
7. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // 3rd International Workshop on “State of the Art in Nuclear Cluster Physics”, Yokohama, Japan. Book of Abstracts. 2014. P. 44.
8. Solovyev A.S., Igashov S.Yu. // LXIII International Conference “Nucleus 2013”, Moscow, Russia. Book of Abstracts. 2013. P. 231.
9. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // LXIV International Conference “Nucleus 2014”, Minsk, Belarus. Book of Abstracts. 2014. P. 168.

Спасибо за внимание

Техника производящих функций

В случае трансляционно-инвариантного оператора:

$$\langle \mathbf{Q}, s_f \sigma_f | V | \mathbf{R}, s_i \sigma_i \rangle = \langle \Phi_{s_f \sigma_f}^{(1+2)}(\mathbf{Q}) | V | \Phi_{s_i \sigma_i}^{(1+2)}(\mathbf{R}) \rangle = \frac{\langle \tilde{\Phi}_{s_f \sigma_f}^{(1+2)}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}^{(1+2)}(\mathbf{R}) \rangle}{\langle \tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{Q}) | \tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{R}) \rangle}.$$

$$\tilde{\Phi}_{s\sigma}(\mathbf{R}) = \Phi_{s\sigma}^{(\text{тр.инв.})}(\mathbf{R}) \tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{R}) = A \left\{ \left[\tilde{\varphi}_{s_1}^{(1)} \tilde{\varphi}_{s_2}^{(2)} \right]_{\sigma}^S \exp \left(\sum_{n=A_1+1}^{A_1+A_2} \mathbf{r}_n \mathbf{R} - \frac{1}{4} A_2 R^2 \right) \right\}$$

$$\tilde{\varphi}^{(i)} = \varphi^{(i)} \exp \left(-\frac{A_i}{2} \left(\frac{\mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(i)}}{r_0} \right)^2 \right) \quad \text{— теорема БРЭС}$$

$$\tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_1(\mathbf{r}_1) & \phi_2(\mathbf{r}_1) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_1) \\ \phi_1(\mathbf{r}_2) & \phi_2(\mathbf{r}_2) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(\mathbf{r}_A) & \phi_2(\mathbf{r}_A) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_A) \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{\{j_1, j_2, \dots, j_A\}} (-1)^{P(\{j_1, j_2, \dots, j_A\})} \phi_{j_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{j_2}(\mathbf{r}_2) \dots \phi_{j_A}(\mathbf{r}_A)$$

$$\tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{R}) = \exp \left\{ (A_1 + A_2) \left(-\frac{1}{2} R_{\text{ц.м.}}^2 + \mathbf{R}_{\text{ц.м.}} \left[\frac{A_2}{A_1 + A_2} \mathbf{R} \right] - \frac{1}{4} \left[\frac{A_2}{A_1 + A_2} R \right]^2 \right) \right\}.$$

$$\langle \tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{Q}) | \tilde{\Phi}_{\text{ц.м.}}(\mathbf{R}) \rangle = \left(\frac{\pi}{A_1 + A_2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{A_2^2}{2(A_1 + A_2)} \mathbf{Q} \mathbf{R} \right).$$

$$V = \sum_{k>j=1}^A V(k, j)$$

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\Phi}_{s_f \sigma_f}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}(\mathbf{R}) \rangle = & \sum_{k>j=1}^A \left(\langle \varphi_k(\mathbf{r}_1) | \langle \varphi_j(\mathbf{r}_2) | V(1, 2) | \phi_j(\mathbf{r}_2) \rangle | \phi_k(\mathbf{r}_1) \rangle - \right. \\ & \left. - \langle \varphi_k(\mathbf{r}_1) | \langle \varphi_j(\mathbf{r}_2) | V(1, 2) | \phi_k(\mathbf{r}_2) \rangle | \phi_j(\mathbf{r}_1) \rangle \right) \prod_{l \neq k, j} \langle \varphi_l | \phi_l \rangle \end{aligned}$$

$$V = \sum_{j=1}^A V(j)$$

$$\langle \tilde{\Phi}_{s_f \sigma_f}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}(\mathbf{R}) \rangle = \sum_{j=1}^A \langle \varphi_j(\mathbf{r}_1) | V(1) | \phi_j(\mathbf{r}_1) \rangle \prod_{l \neq j} \langle \varphi_l | \phi_l \rangle$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | T - T_{\text{ц.м.}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(9 - \frac{3}{7}\mathbf{Q}^2 - \frac{3}{7}\mathbf{R}^2 + t \frac{\partial}{\partial t} \right) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | M_{1\mu}^{\text{E}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{er_0}{7} [QY_{1\mu}(\mathbf{n}_Q) + RY_{1\mu}(\mathbf{n}_R)] \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}.$$

$$\langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle = \exp(-9\mathbf{QR} / 14) [\exp(\mathbf{QR} / 2) - 1]^3$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | V_{\Pi} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle &= (\varepsilon_{\Pi}^{(\alpha)} + \varepsilon_{\Pi}^{(h)}) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i} + \\ &+ 3 \sum_{n=1}^3 \left(\frac{a_{\Pi, n}}{a_{\Pi, n} + 2r_0^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{9\mathbf{Q}\mathbf{R}}{14}\right) \left[(4\alpha_{\Pi, n} + 2\beta_{\Pi, n} + 2\gamma_{\Pi, n} + \delta_{\Pi, n}) U_{\Pi, n}^{(+)} (\nu - 1)^2 - \right. \\ &\quad - (\alpha_{\Pi, n} + 2\beta_{\Pi, n} + 2\gamma_{\Pi, n} + 4\delta_{\Pi, n}) U_{\Pi, n}^{(-)} (\nu - 1)^2 - \\ &\quad \left. - (\alpha_{\Pi, n} - \delta_{\Pi, n}) U_{\Pi, n}^{(0)} (5\nu^2 - 6\nu + 1) + 2(\alpha_{\Pi, n} - \delta_{\Pi, n}) (U_{\Pi, n}^{(+)} + U_{\Pi, n}^{(-)}) (\nu - 1) \right] \delta_{\sigma_f \sigma_i}, \end{aligned}$$

$$U^{(+)} = \exp\left(-\frac{(\mathbf{R} + \mathbf{Q})^2}{8} \varsigma + \frac{\mathbf{R}\mathbf{Q}}{2}\right), \quad U^{(-)} = \exp\left(-\frac{(\mathbf{R} - \mathbf{Q})^2}{8} \varsigma\right), \quad U^{(0)} = U_Q + U_R - 1,$$

$$U_Q = U^{(+)} \Big|_{R=0} = U^{(-)} \Big|_{R=0} = \exp\left(-\frac{\mathbf{Q}^2}{8} \varsigma\right), \quad U_R = U^{(+)} \Big|_{Q=0} = U^{(-)} \Big|_{Q=0} = \exp\left(-\frac{\mathbf{R}^2}{8} \varsigma\right), \quad \nu = \exp(\mathbf{Q}\mathbf{R} / 2),$$

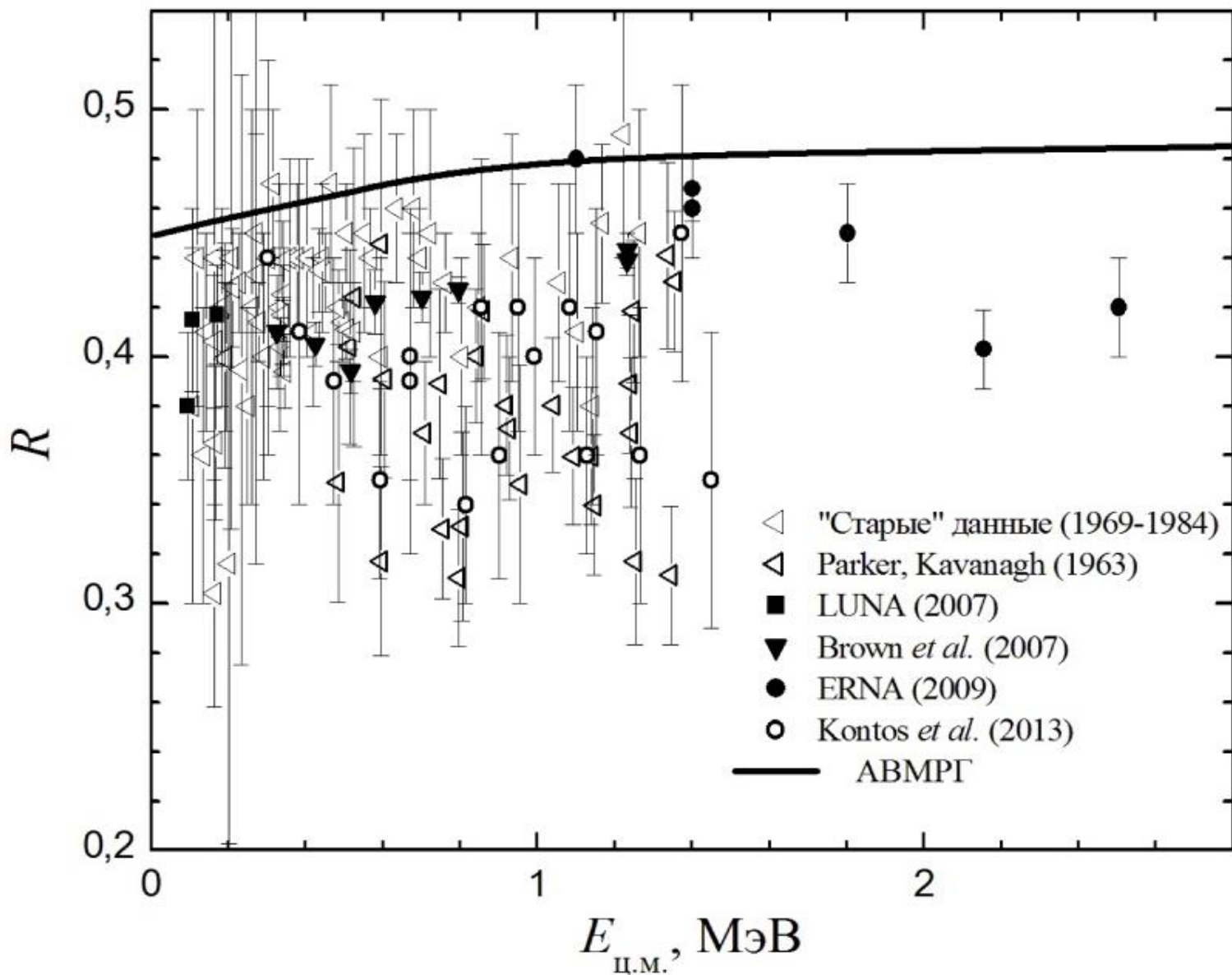
$$\varsigma = 2r_0^2 / (2r_0^2 + a_{\Pi, n})$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | T - T_{\text{ц.м.}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(9 - \frac{3}{7}\mathbf{Q}^2 - \frac{3}{7}\mathbf{R}^2 + t \frac{\partial}{\partial t} \right) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | M_{1\mu}^{\text{E}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = -\frac{er_0}{7} \left[QY_{1\mu}(\mathbf{n}_Q) + RY_{1\mu}(\mathbf{n}_R) \right] \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}.$$

$$\langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle = \exp(-9\mathbf{QR} / 14) [\exp(\mathbf{QR} / 2) - 1]^3$$

Коэффициент ветвления реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$

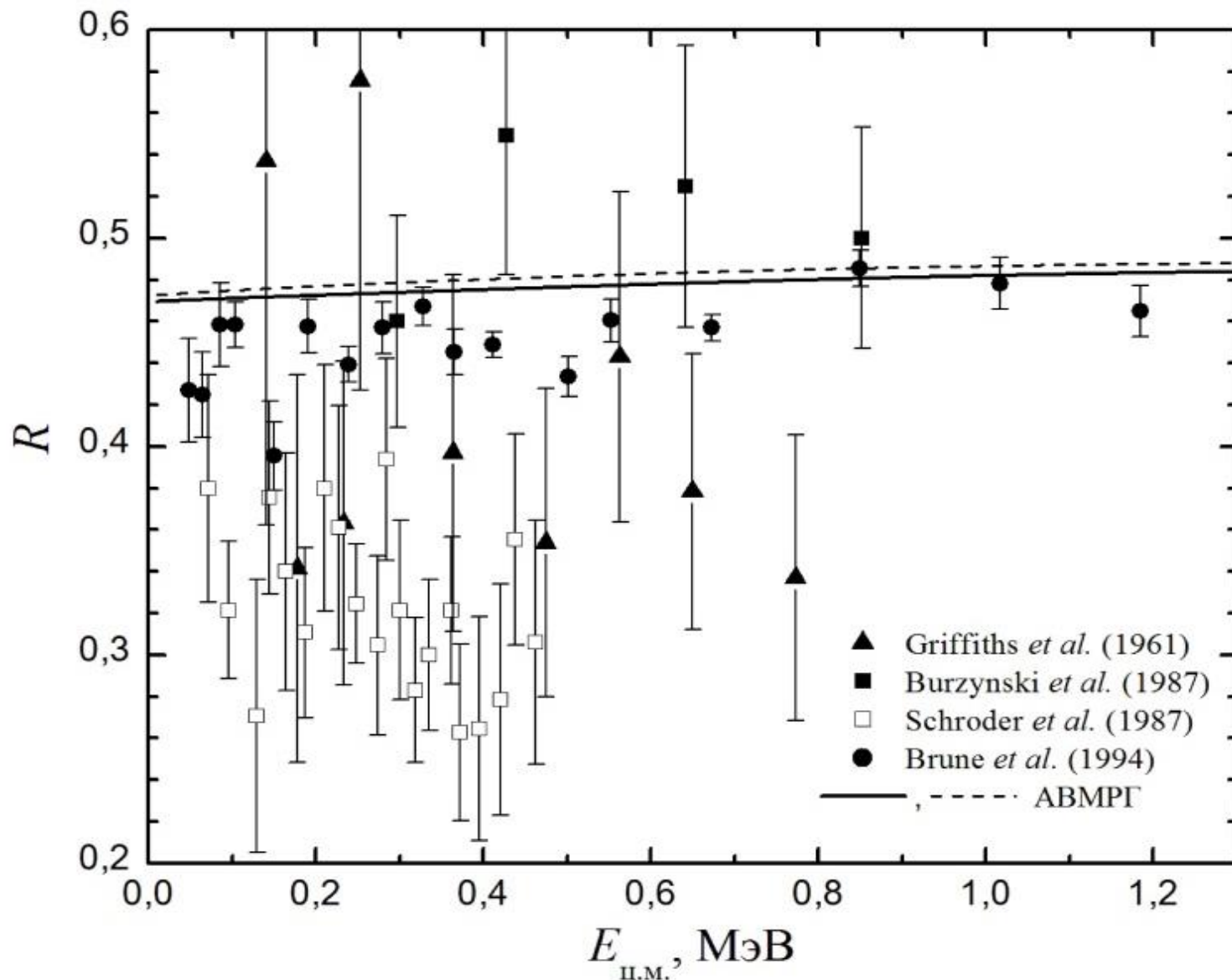


$$R(E_{\text{ц.м.}}) = \frac{S_1(E_{\text{ц.м.}})}{S_0(E_{\text{ц.м.}})}$$

$$r_0 = 1.2 \text{ фм,}$$

$$g_{\text{ц}} = 1.035$$

Коэффициент ветвления реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



$$r_0 = 1.2 \text{ фм},$$

$$g_{\text{ц}} = 1.035$$

$$r_0 = 1.386 \text{ фм},$$

$$g_{\text{ц}} = 1.021$$