Распутываем запутанную квантовую механику: как мы понимаем неравенства Белла 52 года спустя

Н.В.Никитин

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, ИТЭФ, НИИЯФ МГУ

Научный семинар по ядерной физике НИИЯФ МГУ
18.10.2016

Содержание

Запутанные и сепарабельные состояния

Запутанными состояниями называются такие состояния, в которых определенные характеристики входящих в них микросистем связаны ("запутаны") между собой каким-либо законом сохранения. Эти состояния играют чрезвычайно важную роль при проверке оснований квантовой механики. С их помощью формулируются парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена, парадокс кота Шредингера, неравенства Белла, концепция измерений в нерелятивистской квантовой механике и многое другое.

Простейший пример запутанного состояния: две частицы "1" и "2" со спинами $s = 1/2$ каждая находятся в состоянии с суммарным спином $S = 0$. Проекция суммарного спина на любую ось, задаваемую единичным вектором $\vec{a}$, есть $S_{\vec{a}} = 0$. Тогда по правилу сложения моментов количества движения:

$$0 = S_{\vec{a}} = s_{\vec{a}}^{(1)} + s_{\vec{a}}^{(2)} \quad \Rightarrow \quad s_{\vec{a}}^{(1)} = -\, s_{\vec{a}}^{(2)},$$

а общая волновая функция синглетного по спину состояния есть:

$$|\, S = 0,\, S_{\vec{a}} = 0\,\rangle = \frac{\left| s_{\vec{a}}^{(1)} = +\frac{1}{2} \right\rangle \left| s_{\vec{a}}^{(2)} = -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| s_{\vec{a}}^{(1)} = -\frac{1}{2} \right\rangle \left| s_{\vec{a}}^{(2)} = +\frac{1}{2} \right\rangle}{\sqrt{2}}.$$

В данном примере две частицы “1” и “2” можно рассматривать как две подсистемы единой системы. Такой взгляд подводит нас к более общему и более формальному определению запутанного состояния в терминах векторов состояния без явного привлечения законов сохранения.

Пусть некоторая квантовая система состоит из подсистем “1”, “2”, ..., “n”. Тогда в гильбертовом пространстве всей системы можно ввести базис $\left|\psi_i^{(1)}\right\rangle \otimes \left|\psi_j^{(2)}\right\rangle \otimes \ldots \otimes \left|\psi_k^{(n)}\right\rangle$ и разложить вектор состояния системы $|\Psi\rangle$ по этому базису:

$$|\Psi\rangle = \sum_{i,j,\ldots,k} C_{i,j,\ldots,k} \left|\psi_i^{(1)}\right\rangle \otimes \left|\psi_j^{(2)}\right\rangle \otimes \ldots \otimes \left|\psi_k^{(n)}\right\rangle.$$

Если при любом выборе базиса в полученном разложении ДВА или более коэффициентов $C_{i,j,\ldots,k} \neq 0$, то говорят, что квантовая система находится в запутанном состоянии.

Если же в каком либо базисе вектор состояния $|\Psi\rangle$ можно представить как

$$|\Psi\rangle = \left|\psi_{i'}^{(1)}\right\rangle \otimes \left|\psi_{j'}^{(2)}\right\rangle \otimes \ldots \otimes \left|\psi_{k'}^{(n)}\right\rangle,$$

то говорят, что система находится в факторизованном или сепарабельном состоянии.

Одновременная измеримость и неизмеримость

Одним из фундаментальных вопросов квантовой физики является вопрос о том, в какой степени физические свойства микрообъектов определяются процедурой измерения и конструкцией макроприборов, использующихся в эксперименте?

Согласно Копенгагенской интерпретации квантовой механики, не имеет смысла говорить о свойствах микрообъекта без конкретизации, при помощи какого макроприбора эти свойства измерены. Сторонники данной интерпретации считают, что максимально доступная информация о физических свойствах микросистемы определяется набором физических характеристик, которые измеряются при помощи макроприбора одного типа.

С точки зрения математического формализма квантовой теории процесс измерения соответствует разложению вектора состояния $|\,\psi\,\rangle$ любой микросистемы в суперпозицию макроскопически различимых состояний $|\,i\,\rangle$:

$$|\,\psi\,\rangle = \sum_i C_i\,|\,i\,\rangle,$$

таких что $\sum_i |\,i\,\rangle\langle\,i\,| = \hat{1}$ (неортогональное разложение единицы).

Если характеристик F_A и G_B данной микросистемы совместно измеримы, то векторы $|\, i \,\rangle$ являются **ОБЩИМИ** собственными векторами операторов $\hat{F}_A$ и $\hat{G}_B$, что ведет к условию $\left[\hat{F}_A, \hat{G}_B\right] = 0$. Соответственно, если операторы между собой не коммутируют, то они не имеют общей системы собственных векторов, и характеристики F_A и G_B не могут быть совместно измерены (**измерены с нулевой дисперсией!**) любыми макроприборами.

Напомним, что наблюдаемые F_A и F'_A, квантовомеханические операторы которых не коммутируют, могут быть измерены одновременно, но точности их измерения (дисперсии) ΔF_A и $\Delta F'_A$ подчиняются соотношению неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta F_A \, \Delta F'_A \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Например, в пузырьковой камере можно видеть трек заряженной частицы и то, как этот трек изгибается в магнитном поле. По кривизне трека легко измерить импульс частицы. Однако, произведение ширины трека Δx и разрешения по импульсу Δp для всех реальных пузырьковых камер на много порядков превосходят величину $\hbar/2$.

Везде ниже, когда мы будем говорить об одновременно измеримых величинах, всегда будем полагать, что измерения производятся с нулевой дисперсией для каждой из наблюдаемых.

В квантовой теории легко предъявить некоммутирующие между собой операторы, отвечающие физическим характеристикам одной микросистемы . Например, это могут быть операторы проекций спина $s = 1/2$ на непараллельные направления.

Напомним, что в нерелятивистском случае оператор спина $s = 1/2$ можно записать в виде вектора $\hat{\vec{s}} = \vec{\sigma}/2$, декартовы компоненты которого не коммутируют между собой:

$$\left[\hat{s}^i, \hat{s}^j\right] = i\,\varepsilon^{ijk}\,\hat{s}^k, \text{ или } \left[\sigma^i, \sigma^j\right] = 2\,i\,\varepsilon^{ijk}\,\sigma^k, \text{ где } \varepsilon^{123} = +1$$

и σ^i – матрицы Паули, ε^{ijk} – полностью антисимметричный тензор третьего ранга. Операторы $\hat{s}^i$ не обладают общей системой собственных векторов, что, с точки зрения Копенгагенской интерпретации, эквивалентно невозможности одновременного точного измерения определенного значения проекций спина $s = 1/2$ на ЛЮБЫЕ два и более непараллельных направления при помощи одного макроприбора.

Понятие об элементах физической реальности

По-видимому, в статье A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen "Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?", Phys. Rev.47, p.777 (1935) был впервые поставлен вопрос о том, могут ли характеристики некоторой микросистемы, которым в квантовой теории соответствуют некоммутирующие операторы, существовать одновременно ("быть одновременно элементами физической реальности" по А.Эйнштейну), даже если эти характеристики невозможно совместно измерить ни одним известным макроприбором?

Как определить элемент физической реальности? По А.Эйнштейну: *"Если мы можем без какого бы то ни было возмущения системы предсказать с вероятностью, равной единице, значение некоторой физической характеристики этой системы, то существует элемент физической реальности, который соответствует этой характеристике"* и *"каждый элемент физической реальности должен иметь отражение в физической теории"*.

На первый взгляд может показаться, что экспериментального ответа вопрос о совместном существовании одновременно неизмеримых физических характеристик дать нельзя. Действительно, как можно узнать о том, что невозможно измерить ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ? Поэтому долгое время рассуждения об элементах физической реальности и одновременном существовании считались уделом философов и городских сумасшедших.

Локальность и нелокальность в квантовой физике

Локальность НКМ и КТП на уровне макроприборов обеспечивается теоремой Эберхарда (Eberhard, P.H., “Bell’s theorem and the different concepts of nonlocality”, Nuovo Cimento 46B, 392-419 (1978)): пусть имеется квантовая система, которая состоит из двух подсистем A и B. Тогда никакое измеРение наблюдаемых, связанных только с подсистемой A, не влияет на результат измерения любых наблюдаемых, которые связаны только с подсистемой B. На математическом языке это означает, что

$$\sum_k w\left(a_i,\, D^{(A)} \middle|\, b_k,\, D^{(B)}\right) = w\left(a_i,\, D^{(A)}\right),$$

где $w(x|y)$ – условная вероятность произойти событию x, если событие y уже произошло; $D^{(A)}$ и $D^{(B)}$ – состояния макроприборов, которые производят измерения в подсистемах A и B соответственно.

Если бы локальность на макроуровне была бы нарушена, то изменяя, например, состояние макроприбора $D^{(B)}$, мы могли бы мгновенно влиять на результат измерения в подсистеме A.

Локальность в **НКМ** **на микроуровне** отсутствует **по построению** самой **теории**. То есть, в рамках НКМ **любое измеНение** в подсистеме A приводит к **мгновенному изменению** в подсистеме B, если эти подсистемы находились в запутанном состоянии.

Поясним это утверждение на примере. Пусть подсистемы A и B – это два спина $s^{(A)} = 1/2$ и $s^{(B)} = 1/2$, которые находятся в синглетном белловском состоянии

$$|\,\Psi^-\,\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|+\rangle^{(A)}|-\rangle^{(B)} - |-\rangle^{(A)}|+\rangle^{(B)}\Big).$$

Матрица плотности всей системы $\hat{\rho} = |\,\Psi^-\,\rangle\langle\,\Psi^-\,|$. Пусть теперь в подсистеме B измерено значение спина $s_z^{(B)} = +1/2$. Тогда согласно проекционному постулату Дирака – фон Немана матрица плотности подсистемы A будет иметь вид:

$$\hat{\rho}^{(A)} = \mathbf{Tr}_B\left(\frac{(\hat{1}^{(A)}\otimes\hat{P}_+^{(B)})\,\hat{\rho}\,(\hat{1}^{(A)}\otimes\hat{P}_+^{(B)})}{\mathbf{Tr}\Big((\hat{1}^{(A)}\otimes\hat{P}_+^{(B)})\,\hat{\rho}\Big)}\right) = \hat{P}_-^{(A)},$$

где $\hat{P}_\pm^{(\alpha)} = |\pm\rangle^{(\alpha)}\langle\pm|^{(\alpha)}$ – соответствующие проекционные операторы и $\alpha = \{A, B\}$ – индекс подсистем.

Согласно формуле фон Неймана условная вероятность измерить значение $s_z^{(A)} = +1/2$ для подсистемы A в то время как в подсистеме B было измерено значение $s_z^{(B)} = +1/2$ равна:

$$w\left(+^{(A)}\middle|+^{(B)}\right) = \mathbf{Tr}\left(\hat{P}_+^{(A)}\hat{\rho}^{(A)}\right) = \mathbf{Tr}\left(\hat{P}_+^{(A)}\hat{P}_-^{(A)}\right) = 0.$$

Аналогичная условная вероятность для $s_z^{(A)} = -1/2$ и $s_z^{(B)} = +1/2$ есть

$$w\left(-^{(A)}\middle|+^{(B)}\right) = \mathbf{Tr}\left(\hat{P}_-^{(A)}\hat{\rho}^{(A)}\right) = \mathbf{Tr}\left(\hat{P}_-^{(A)}\hat{P}_-^{(A)}\right) = 1.$$

При этом изменения в подсистеме A происходят мгновенно "сразу после" изменений в подсистеме B.

Что происходит с локальность в КТП на микроуровне? Любая перенормируемая КТП, которая описывает окружающие нас взаимодействия, локальна по построению. Следует ли из этого, что если запутанные подсистемы A и B разделены расстоянием L, то любое измерение, произведенное в микросистеме A, должно на микроуровне вести к изменению в подсистеме B только через время $\tau > L/c$? В принципе, ответ на этот вопрос – положительный.

Запутанные состояния и элементы физической реальности

Из примера на предыдущей странице мы видим, что при помощи запутанного состояния и понятия условной вероятности можно придать операционный смысл эйнштейновскому понятию ”элемента физической реальности”.

Действительно, только по измерению в подсистеме B и не разрушая подсистему A можно предсказать проекцию спина $s_z^{(A)}$ с вероятностью, равной единице. Теперь в подсистеме A можно измерить проекцию спина на любую другую ось, не параллельную оси z. Заметим, что проекции спинов подсистем A и B на любые, даже непараллельные оси, должны быть совместно измеримы, поскольку для соответствующих проекторов

$$\left[\hat{P}_+^{(A)} \otimes \hat{1}^{(B)}, \hat{1}^{(A)} \otimes \hat{P}_+^{(B)}\right] = 0.$$

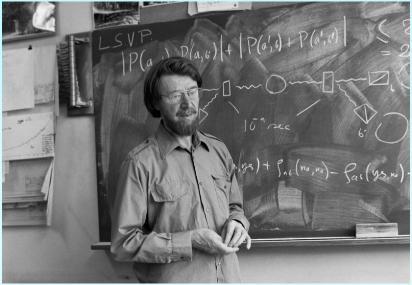
На этом факте основана возможность экспериментальной проверки гипотезы о совместном и объективном существовании различных характеристик микросистемы без привязки к измерительным макроприборам. Эта возможность получила название неравенств Белла.

Неравенств Белла. Историческая справка

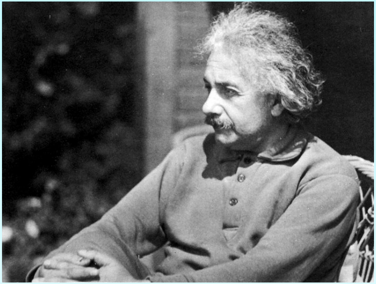
Первая удачная попытка перевести вопрос о совместном существовании элементов физической реальности, соответствующих одновременно неизмеримым величинам, из области умозрительных рассуждений в экспериментальную плоскость была предпринята Дж.Беллом в двух работах 1964-ого и 1966-ого годов (J.S.Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox", Physics 1, p.195 (1964) и J.S.Bell, "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics", Rev. Mod. Phys. 38, p.447 (1966)).

В дальнейшем идеи Дж.Белла были развиты Клаузером, Хорном, Шимони и Хольтом в работе J.F.Clauser, M.A.Horne, A.Shimony and R.A.Holt, "Proposed experiment to test local hidden variable theories", Phys. Rev. Lett. 23, p.880 (1969). (так называемые BCHSH-неравенства). Обычно именно эти неравенства называют неравенствами Белла, хотя сам Дж.Белл не имел к их выводу прямого отношения.

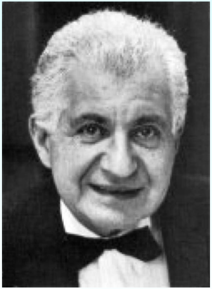
Ниже мы приведем самый простой вывод BCHSH-неравенства. Затем докажем, что BCHSH-неравенство может нарушаться в квантовой механике. И наконец, используя данное А.Эйнштейном определение элемента физической реальности, покажем, как только при помощи макроприборов можно попытаться экспериментально опровергнуть гипотезу об одновременном существовании элементов физической реальности.



Дж. Белл (1928 – 1990)

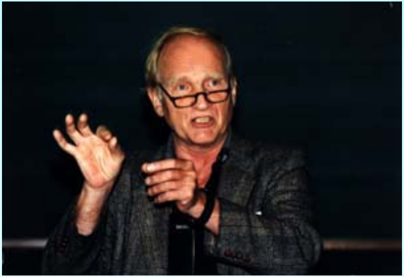


А.Эйнштейн (1879 – 1955)



Б.Подольский (1896 – 1966)

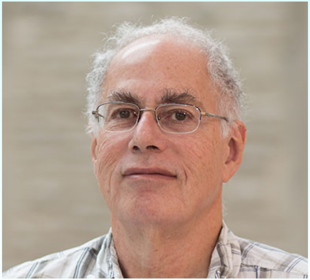
Н.Розен (1909 – 1995)



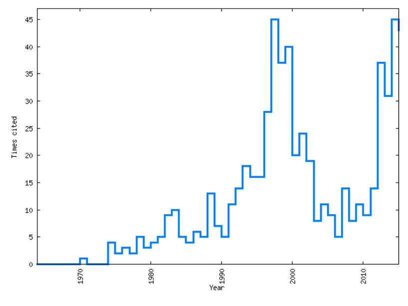
J.F.Clauser

M.A.Horne

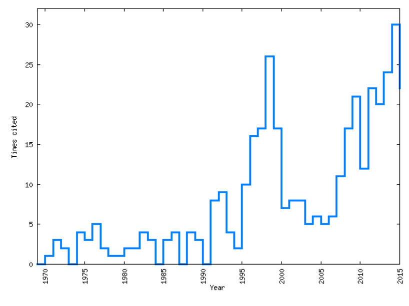
A.Shimony



R.A.Holt



Дж. Белл, 1964



CHSH, 1969

Количество цитирований по базе inSPIRE HEP с момента написания по декабрь 2015 года.

Неравенств Белла. Основная идея

Как записать, что некоторая совокупность физических характеристик микросистемы одновременно является элементом физической реальности, даже если эта совокупность совместно не может быть измерена никаким макроприбором? Хорошая возможность заключается в предположении, что совместная вероятность одновременного существования рассматриваемой совокупности наблюдаемых неотрицательна.

Далее необходимо найти соотношение, которое:

- **а) может быть получено из предположения о существовании неотрицательных совместных вероятностей и, возможно, некоторых дополнительных условий, накладываемых на процедуру измерения (обычно требуется локальность);**
- **б) может быть вычислено в рамках квантовой теории;**
- **в) поддается экспериментальной проверке с помощью макроприборов.**

Предсказания пунктов а) и б) НЕ должны полностью совпадать, чтобы можно было поставить критический эксперимент.

Простейший вывод BCHSH-неравенства

Пусть имеются подсистемы A и B, которые являются частями некоторой общей системы. Для подсистемы A рассмотрим две наблюдаемые F_A и F'_A, относящиеся только к этой подсистеме. Для подсистемы B аналогично определим две наблюдаемые G_B и G'_B, которые относятся только к этой подсистеме.

Дополнительно потребуем, чтобы наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B были дихотомными, то есть, чтобы спектр каждой из наблюдаемых принимал всего два значения ± 1. Очевидно, что дихотомными переменными являются, например, удвоенные проекции спинов электронов или фотонов на любое направление.

Если все четыре наблюдаемые одновременно являются элементами физической реальности, то тогда с неотрицательной вероятностью существуют всевозможные наборы элементов их спектров $\{f_i^{(A)}, {f'}_j^{(A)}, g_k^{(B)}, {g'}_m^{(B)},\}$, даже если эти наборы невозможно измерить ни одним макроприбором. Составим из этих наборов суммы вида

$$S_{ijkm} = \left({f'}_j^{(A)} + f_i^{(A)}\right) g_k^{(B)} + \left({f'}_j^{(A)} - f_i^{(A)}\right) {g'}_m^{(B)}.$$

Легко проверить, что для любых комбинаций $\{i, j, k, m\} = \{+, -\}$ верно равенство:

$$S_{ijkm} = \pm 2.$$

Зададим выборку из $N \gg 1$ комбинаций. Пусть каждая комбинация S_{ijkm} встречается в этой выборке $N_{ijkm} \gg 1$ раз. Тогда для среднего значения величины S по данной выборке можем записать

$$|\langle S \rangle| = \left| \frac{1}{N} \sum_{i,j,k,m} S_{ijkm} N_{ijkm} \right| \leq 2.$$

Данное неравенство можно переписать в эквивалентной форме:

$$|\langle F_A G_B \rangle - \langle F_A G'_B \rangle + \langle F'_A G_B \rangle + \langle F'_A G'_B \rangle| \leq 2.$$

Таким образом, если дихотомные наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно являются элементами физической реальности, то среднее значение величины S для любой выборки **НИКОГДА** не превзойдет по модулю двойки. Это и есть одна из форм **BCHSH-неравенства**. Данное предсказание **нужно сравнить** с тем, что можно получить для значения величины $|\langle S \rangle|$ из квантовой механики.

Граница Цирельсона

BCHSH-неравенство получено в предположении, что наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно являются элементами физической реальности. Естественно задаться вопросом, может ли (и если может, то при каких условиях) BCHSH-неравенство нарушаться в нерелятивистской квантовой механике?

Чтобы ответить на этот вопрос, сопоставим наблюдаемым F_A, F'_A, G_B и G'_B эрмитовы операторы $\hat{F}_A$, $\hat{F}'_A$, $\hat{G}_B$ и $\hat{G}'_B$. Пусть для наблюдаемых, относящихся к одной подсистеме (A или B), эти операторы не коммутируют, то есть

$$\left[\hat{F}_A, \hat{F}'_A\right] \neq 0 \quad \text{и} \quad \left[\hat{G}_B, \hat{G}'_B\right] \neq 0.$$

Согласно теореме Эберхарда о локальности измерений (локальности квантовой теории на уровне макроприборов), можно написать следующие дополнительные коммутационные условия на операторы $\hat{F}_A$, $\hat{F}'_A$, $\hat{G}_B$ и $\hat{G}'_B$:

$$\left[\hat{F}_A, \hat{G}_B\right] = \left[\hat{F}_A, \hat{G}'_B\right] = \left[\hat{F}'_A, \hat{G}_B\right] = \left[\hat{F}'_A, \hat{G}'_B\right] = 0.$$

Тогда, согласно Копенгагенской интерпретации квантовой механики, имеет смысл говорить, например, об одновременной измеримости (*совместном существовании*) наблюдаемых F_A и G_B, но нельзя говорить об одновременной измеримости (*совместном существовании*) наблюдаемых F_A и F'_A.

Поскольку наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B отвечают дихотомным величинам, то их операторы подчиняются дополнительному условию

$$\hat{F}_A^2 = \hat{F}_A'^{\,2} = \hat{G}_B^2 = \hat{G}_B'^{\,2} = \hat{1}.$$

Определим следующий оператор (оператор Белла):

$$\hat{S} = \hat{F}_A\hat{G}_B - \hat{F}_A\hat{G}'_B + \hat{F}'_A\hat{G}_B + \hat{F}'_A\hat{G}'_B.$$

Тогда:

$$\begin{aligned}
\left(2\sqrt{2}\right)\,\hat{1} - \hat{S} \quad &= \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{F}_A^2 + \hat{F}_A'^{\,2} + \hat{G}_B^2 + \hat{G}_B'^{\,2}\right) - \hat{S} = \\
&= \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{F}'_A - \frac{\hat{G}_B + \hat{G}'_B}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{F}_A - \frac{\hat{G}_B - \hat{G}'_B}{\sqrt{2}}\right)^2.
\end{aligned}$$

Усредняем это равенство по состоянию $\hat{\rho}$ произвольной микросистемы. Правая часть равенства неотрицательна. Поэтому

$$0 \le 2\sqrt{2}\,\langle\,\hat{1}\,\rangle_\rho - \langle\, S\,\rangle_\rho = 2\sqrt{2} - \langle\, S\,\rangle_\rho.$$

Таким образом

$$\langle\, S\,\rangle_\rho \le 2\sqrt{2}.$$

Полностью аналогично можно показать, что

$$\langle\, S\,\rangle_\rho \ge -2\sqrt{2}.$$

Объединяя оба неравенство в одно при помощи модуля

$$\left|\langle\, S\,\rangle_\rho\right| \le 2\sqrt{2}.$$

приходим к выражению для так называемой **границы Цирельсона** квантовых корреляций (**B.S. Cirel'son, "Quantum generalizations of Bell's inequality", "Letters in Mathematical Physics", Vol.4, p.93 (1980)**). Перепишем последнее неравенство в терминах средних для наблюдаемых F_A, F'_A, G_B и G'_B.

Имеем:

$$\left|\langle F_A\, G_B \rangle_\rho - \langle F_A\, G'_B \rangle_\rho + \langle F'_A\, G_B \rangle_\rho + \langle F'_A\, G'_B \rangle_\rho\right| \le 2\sqrt{2}.$$

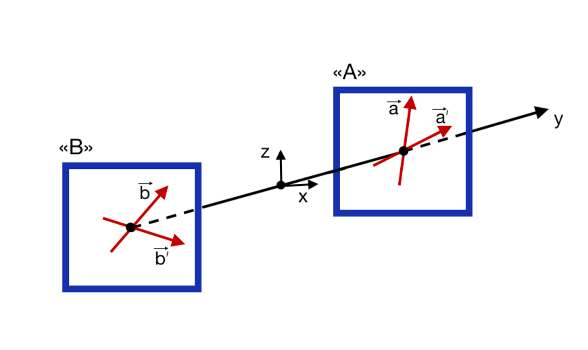
Этот результат надо сравнить с BCHSH-неравенством:

$$|\langle F_A\, G_B \rangle - \langle F_A\, G'_B \rangle + \langle F'_A\, G_B \rangle + \langle F'_A\, G'_B \rangle| \le 2.$$

Из сравнения обоих неравенств видно, что принципиально в квантовой теории BCHSH-неравенство может нарушаться. Если имеется путь экспериментального подтверждения этого нарушения, то появляется возможность объективной проверки, являются ли наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно элементами физической реальности, или это не имеет места, как утверждает квантовая механика. Более аккуратно: нарушение BCHSH-неравенства может подтвердить правоту квантовой теории. Его выполнение квантовой теории НЕ противоречит.

Остается важный вопрос: существуют ли такие квантовые состояния $|\,\Psi\,\rangle$ или $\hat{\rho}$ и наблюдаемые F_A, F'_A, G_B, G'_B, на которых в реальных экспериментах можно достичь границы Цирельсона?

Запутанные состояния вступают в игру



Рассмотри мысленный эксперимент, в котором подсистема A отвечает фермиону, распространяющемуся вдоль оси "y", подсистема B – фермиону, который двигается против направления оси "y". Наблюдаемые F_A и F'_A соответствуют удвоенным проекциям спина фермиона A на направления $\vec{a}$ и $\vec{a}\,'$. Наблюдаемые G_B и G'_B – удвоенным проекциям спина фермиона B на направления $\vec{b}$ и $\vec{b}\,'$ соответственно. Пусть все четыре направления непараллельны друг другу. Их удобно выбрать лежащими в плоскостях, которые параллельны плоскости (x, z), как это показано на рисунке.

Ответ на вопрос из предыдущего параграфа: для достижения границы Цирельсона в квантовой механике можно использовать белловское состояние

$$\begin{aligned}\left|\,\Psi^-\,\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(\left|+\right\rangle^{(A)}\left|-\right\rangle^{(B)} - \left|-\right\rangle^{(A)}\left|+\right\rangle^{(B)}\Big) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}^{(A)}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}^{(B)} - \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}^{(A)}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}^{(B)}\right).\end{aligned}$$

Рассмотрим направление $\vec{a}$, которое задается единичным вектором $\vec{a} = (\sin\theta_a,\, 0,\, \cos\theta_a)$. Тогда оператор $\hat{F}_A$ можно записать как

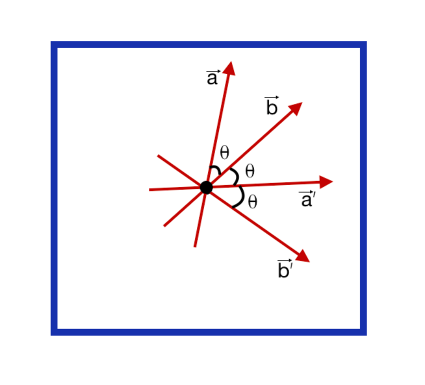
$$\hat{F}_A = \left(\vec{a}\,\vec{\sigma}^{\,(A)}\right) = \sigma_x^{(A)}\sin\theta_a + \sigma_z^{(A)}\cos\theta_a.$$

Абсолютно аналогичные формулы имеют место для операторов $\hat{F}'_A$, $\hat{G}_B$ и $\hat{G}'_B$. Тогда

$$\left\langle\, F_A\, G_B\,\right\rangle_{\Psi^-} \equiv \left\langle\,\Psi^-\,\middle|\,\hat{F}_A\,\hat{G}_B\,\middle|\,\Psi^-\,\right\rangle = -\cos\left(\theta_a - \theta_b\right) = -\cos\theta_{ab}.$$

Не представляет труда вычислить оставшиеся средние, которые входят в BCHSH-неравенство.

В итоге $|\langle\, S\,\rangle_{\psi-}| = |\cos\theta_{ab} - \cos\theta_{ab'} + \cos\theta_{a'b} + \cos\theta_{a'b'}|$.



Максимум $|\langle\, S\,\rangle_{\psi-}|$ достигается для углов $\theta_{ab} = \theta_{ba'} = \theta_{a'b'} = \theta = \pi/4$ и $\theta_{ab'} = 3\theta = 3\pi/4$. В этом случае

$$|\langle\, S\,\rangle_{\psi-}| = \left|3\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{3\,\pi}{4}\right| = \left|4\cos\frac{\pi}{4}\right| = 2\sqrt{2}$$

попадает на границу Цирельсона и нарушает BCHSH-неравенство!

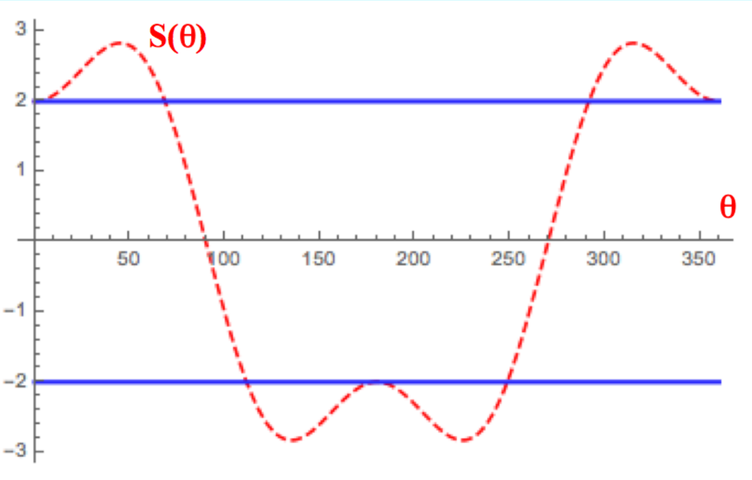


График функции

$$S(\theta) = 3\cos\theta - \cos 3\theta$$

приведен на рисунке. По оси абсцисс отложен угол θ в градусах. BCHSH-неравенство нарушается при углах θ, когда функция $S(\theta)$ больше $+2$ или меньше -2.

А теперь - пресловутая нелокальность!

Практически общим местом стало утверждение, что нарушение BCHSH-неравенств является следствием/доказательством нелокальности квантовой теории. Это не совсем так.

Вспомним, что согласно теореме Эберхарда даже нерелятивистская квантовая механика локальна на уровне измерения при помощи макроприборов (локальна на макроуровне). Этот факт активно использовался нами при вычислении границы Цирельсона, которая превосходит верхнюю границу для BCHSH-неравенства. Поэтому на макроуровне нарушение BCHSH-неравенства не связано с нелокальностью.

Однако при выводе BCHSH-неравенства использовалось другое предположение: отсутствие нелокальности на микроскопическом уровне между любыми наборами элементов спектров четырех рассматриваемых наблюдаемых. Именно это допущение позволило корректно определить совместные вероятности, отвечающие одновременному существованию любых наборов элементов таких спектров. Но, как уже обсуждалось раннее, условие нелокальности на микроуровне в НКМ нарушается по построению самой теории.

Действительно, во-первых, белловское состояние $|\,\Psi^-\,\rangle$ дает абсолютную (анти)корреляцию по проекциям спинов фермионов A и B на любое направление. Поэтому данные проекции и соответствующие им элементы спектров рассматриваемых наблюдаемых независимыми потенциально считать нельзя.

Во-вторых, вероятности некоторых совместных распределений, вычисленные в НКМ по состоянию $|\,\Psi^-\,\rangle$ оказываются отрицательными при углах, которые обеспечивают максимальное нарушение BCHSH-неравенства. Например

$$w(f_+^{(A)}, f'^{(A)}_-, g'^{(B)}_-) = \left\langle \Psi^- \,\middle|\, \hat{P}_{\vec{a}}^{(+)} \hat{P}_{\vec{a}'}^{(-)} \hat{P}_{\vec{b}'}^{(-)} \,\middle|\, \Psi^- \right\rangle = \frac{1}{8}\left(1-\sqrt{2}\right) \leq 0,$$

где $\hat{P}_{\vec{n}}^{(\pm)}$ – проекторы на состояния с проекцией спина $\pm 1/2$ на направление $\vec{n}$. Этот результат и аналогичные ему косвенно задают нелокальные ограничения для наборов значений спектров наблюдаемых F_A, F'_A, G_B и G'_B.

То есть, **при наличии запутанности нелокальность НКМ на микроуровне** не только можно, но и **нужно рассматривать как одну из основных причин нарушения BCHSH-неравенств**, которая напрямую конкурирует с нарушением BCHSH-неравенств за счет невозможности одновременного существования элементов физической реальности.

Так о чем же тогда говорит нам нарушение BCHSH-неравенств в НКМ? О том, что можно выбирать из трех альтернатив:

а) хотя наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно являются элементами физической реальности, но на микроуровне присутствуют нелокальные взаимодействия между этими наблюдаемыми, которые и нарушают BCHSH-неравенства;

б) наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно НЕ являются элементами физической реальности; кроме того на микроуровне имеют место нелокальные взаимодействия между наблюдаемыми; то есть оба условия ведут к нарушению BCHSH-неравенства;

в) наблюдаемые F_A, F'_A, G_B и G'_B одновременно НЕ являются элементами физической реальности, И нелокальные взаимодействия между наблюдаемыми ОТСУТСТВУЮТ. Тогда только первое условие нарушает BCHSH-неравенствово.

Чтобы делать уверенные суждения только о возможности одновременного существования/несуществования элементов физической реальности, следует исключить нелокальность на микроуровне. Возможно от нее можно избавится перейдя к квантовой теории поля (КТП), которая локальна по построению (например, из-за принципа микропричинности Н.Н.Боголюбова).

Дискуссия: может быть НКМ все-таки локальна?

Процитируем отрывок из работы C.A. Fuchs, D. Mermin, R. Schack, "An Introduction to QBism with an Application to the Locality of Quantum Mechanics", Am. J. Phys. 82, pp.749-754 (2014):

«В квантовой теории нелокальность отсутствует. Существуют лишь некоторые нелокальные интерпретаций квантовой механики. Наиболее известной из них является Бомовская механика (D. Bohm, "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of Hidden Variables, I and II", Phys. Rev. 85, p.166 (1952)), нелокальность которой вдохновила Джона Белла показать, что нелокальность должна быть включена в любую интерпретацию, которая "завершает" квантовую механику в духе работы Эйнштейна, Подольского и Розена.

Но имеется множество локальных интерпретаций. Многие авторы отмечали, что квантовая нелокальность не может возникать во многомировой интерпретации (D. Deutsch, P. Hayden, "Information Flow in Entangled Quantum Systems", Proc. R. Soc. Lond. A 456, 1759 (2000); F. J. Tipler, "Does Quantum Nonlocality

Exist? Bell's Theorem and the Many-Worlds Interpretation", arXiv: quant-ph/0003146 (2000)). Роберт Гриффитс утверждает, что квантовая механика является локальной в рамках подхода совместных историй (R. Griffiths, "Quantum locality", Found. Phys. 41, p.705 (2011))».

Комментарий. Из приведенного выше отрывка не вполне ясно, о каком из уровней локальности идет речь. Если о локальности на макроуровне, то утверждение Фукса и соавторов полностью соответствует теореме Эберхарда (см. параграф "Локальность и нелокальность в квантовой физике") и не привносит ничего нового в наше понимание структуры НКМ. Если же указанные авторы считают, что НКМ локальна именно на микроуровне, то подобное утверждение требует дополнительного осмысления, поскольку явно противоречит аргументам параграфа "Локальность и нелокальность в квантовой физике".

Таким образом мы имеем открытую проблему, которая нуждается в более детальном уточнении.

Локальность для BCHSH-неравенств и локальность в КТП — это одно и тоже, или это разные понятия?

Выше мы предположили, что нелокальность на микроуровне можно исключить при помощи перехода к КТП. Однако существует иная точка зрения, которая существенно опирается на концепцию скрытых параметров и утверждает, что локальность BCHSH-неравенств отличается от локальности КТП. Процитируем тут достаточно длинный отрывок из книги Francois David, ”The Formalisms of Quantum Mechanics. An Introduction”, ”Springer”, pp. 133-134 (2015), который пояснит сказанное:

”Концепция локального реализма, которая несовместима с квантовой механикой и, как известно, была исключена экспериментально (*НВН: утверждение об экспериментальном исключении не совсем корректное!!!*), на самом деле отличается от концепции локальности, используемой в квантовой теории поля. Как уже обсуждалось выше локальный реализм соответствует свойству ”локальной контекстуальности” для моделей со скрытыми переменными. Эта идея пропагандировалась Альбертом Эйнштейном и продвигалась Эйнштейном, Подольским и Розеном

в их статье 1935 года. Это означает, что для двух причинно независимых систем могут быть назначены различные и индивидуальные (но локально зависимые) скрытые переменные (”элементы реальности”), и что классических корреляций между этими локальными скрытыми переменными достаточно, чтобы объяснить квантовые корреляции между двумя запутанными системами.

Локальность в квантовой теории поля подразумевает нечто иное и соответствует концепции локальных событий (локализованных в пространстве и времени) и причинно-следственных связей между этими событиями, зависящих от геометрии пространства-времени. В частности, независимость двух точек, которые разделены пространственно подобным интервалом. Такие концепции локальности и причинности были сформулированы А. Эйнштейном в 1905 году в рамках специальной теории относительности, а затем распространены на общую теорию относительности. Требования локальности и причинности необходимы в квантовой теории, чтобы сформулировать последовательную квантовую теорию поля. Эти требования являются ограничениями на наблюдаемые (на операторы) квантовой теории, а не ограничениями на квантовые состояния (которые гипотетически могли бы задаваться в терминах скрытых переменных). Они подразумевают, что никакая информация не может распространяться быстрее скорости света (эффекты причинно-следственной связи). По этой причине ЭПР-подобные эксперименты и нарушение любых неравенств Белла не следует рассматривать как проявление какого-то ”ужасного дальнодействия”, которое работает в составных запутанных системах.

Локальность в КТП $\neq$ Концепция локального реализма.″

Комментарий от НВН. В КТП, и этим она отличается от НКМ, нет отдельно состояний и операторов. Любые состояния задаются при помощи действия операторов рождения и уничтожения на вакуум. А для этих операторв нет разницы между понятиями ”локального реализма” и "локальности СТО и ОТО". Например, аналог белловского состояния $|\Psi^-\rangle$ получается при действии на вакуум локального псевдоскалярного тока фермионов и двух локальных операторов рождения:

$$\big(\bar{\psi}(x)\gamma_5\psi(x)\big)_N \; a^{\dagger}_{p_2,s_2}\, b^{\dagger}_{p_1,s_1}\; |0\rangle.$$

BCHSH-неравенство и сепарабельные состояния

Заметим, что запутанность квантовых состояний играет ключевую роль при нарушении BCHSH-неравенств. Ниже мы докажем, что сепарабельные состояния самого общего вида

$$\hat{\rho} = \sum_{\ell} W_\ell \, \hat{\rho}_\ell^{(A)} \otimes \hat{\rho}_\ell^{(B)}$$

никогда НЕ нарушают BCHSH-неравенство, в том числе, если

$$\left[\hat{F}_A, \, \hat{F}'_A\right] \neq 0 \quad \text{и} \quad \left[\hat{G}_B, \, \hat{G}'_B\right] \neq 0.$$

Замет, что это, тем не менее, не позволяет исключить из рассмотрения пункт "в)" предыдущего слайда, поскольку запутанность относится к состоянию квантовой системы, а НЕ к способу взаимодействия между наблюдаемыми.

Начнем доказательство. Для двойных корреляторов имеем

$$\langle \, F_A \, G_B \, \rangle_\rho \, = \, \mathbf{Tr} \left(\hat{\rho} \, \hat{F}_A \, \hat{G}_B \right) \, = \sum_{\ell} W_\ell \, f_\ell^{(A)} \, g_\ell^{(B)},$$

где $f_\ell^{(A)} = \mathbf{Tr}_A \left(\hat{\rho}_\ell^{(A)} \, \hat{F}_A \right)$ **и** $g_\ell^{(B)} = \mathbf{Tr}_B \left(\hat{\rho}_\ell^{(B)} \, \hat{G}_B \right)$**.**

Очевидно, что если операторы $\hat{F}_A$ и $\hat{G}_B$ являются операторами дихотомных наблюдаемых, то $|f_\ell| \leq 1$ и $|g_\ell| \leq 1$. Воспользуемся этим фактом и известным неравенством $|f+g| \leq |f|+|g|$. Тогда

$$\begin{aligned}
\left|\langle\, S\,\rangle_\rho\right| \quad &= \left|\langle\, F_A\, G_B\,\rangle_\rho - \langle\, F_A\, G'_B\,\rangle_\rho + \langle\, F'_A\, G_B\,\rangle_\rho + \langle\, F'_A\, G'_B\,\rangle_\rho\right| = \\
= \quad &\left|\sum_\ell W_\ell \left\{ f_\ell^{(A)} g_\ell^{(B)} - f_\ell^{(A)} {g'}_\ell^{(B)} + {f'}_\ell^{(A)} g_\ell^{(B)} + {f'}_\ell^{(A)} {g'}_\ell^{(B)} \right\}\right| \leq \\
\leq \quad &\sum_\ell W_\ell \left\{ \left| f_\ell^{(A)} g_\ell^{(B)} - f_\ell^{(A)} {g'}_\ell^{(B)} \right| + \left| {f'}_\ell^{(A)} g_\ell^{(B)} + {f'}_\ell^{(A)} {g'}_\ell^{(B)} \right| \right\} \leq \\
\leq \quad &\sum_\ell W_\ell \left\{ \left| f_\ell^{(A)} \right| \left| g_\ell^{(B)} - {g'}_\ell^{(B)} \right| + \left| {f'}_\ell^{(A)} \right| \left| g_\ell^{(B)} + {g'}_\ell^{(B)} \right| \right\} \leq \\
\leq \quad &\sum_\ell W_\ell \left\{ \left| g_\ell^{(B)} - {g'}_\ell^{(B)} \right| + \left| g_\ell^{(B)} + {g'}_\ell^{(B)} \right| \right\} \leq 2 \sum_\ell W_\ell = 2.
\end{aligned}$$

Все доказано. Кстати, попутно мы получили еще один критерий сепарабельности, ведь любое запутанное состояние должно нарушать BCHSH-неравенство. Это так называемый критерий сепарабельности по Беллу.

Нарушение BCHSH-неравенства при помощи ЛЮБОГО запутанного состояния

Теорема: почти любое запутанное состояние вида

$$|\Psi\rangle = C_1\,|+\rangle^{(A)}|-\rangle^{(B)} + C_2\,|-\rangle^{(A)}|+\rangle^{(B)}$$

с нормировкой $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$ **нарушает BCHSH-неравенство. Максимальное нарушение достигается на состояниях Белла.**

Для доказательства теоремы найдем $\langle F_A\,G_B\rangle_\Psi$ **в условиях, которые были сформулированы в параграфе "Запутанные состояния вступают в игру". Идейно простые, но несколько громоздкие вычисления дают:**

$$\langle F_A\,G_B\rangle_\Psi = -\cos\theta_a\cos\theta_b + 2\,\mathbf{Re}\left(C_1^*C_2\right)\sin\theta_a\sin\theta_b.$$

Остальные средние вычисляются аналогично.

Пусть теперь направление $\vec{a}$ **совпадает с осью "**z**", а направление** $\vec{a}\,'$ **перпендикулярно оси "**z**". Это ведет к тому, что** $\theta_a = 0$ **и** $\theta_{a'} = \pm\pi/2$**.**

Для унификации дальнейшего доказательства воспользуемся произволом в выборе знака угла $\theta_{a'}$. Именно, всякий раз, когда $\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2) = -|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|$ будем полагать $\theta_{a'} = +\pi/2$, в то время, когда $\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2) = +|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|$ будем брать $\theta_{a'} = -\pi/2$. Тогда: $\langle\, F_A\, G_B\,\rangle_\Psi = -\cos\theta_b$; $\langle\, F_A\, G_B'\,\rangle_\Psi = -\cos\theta_{b'}$; $\langle\, F_A'\, G_B\,\rangle_\Psi = -2\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|\,\sin\theta_b$ **и** $\langle\, F_A'\, G_B'\,\rangle_\Psi = -2\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|\,\sin\theta_{b'}$. **Используя полученные выше результаты, находим:**

$$|\langle\, F_A\, G_B\,\rangle_\Psi - \langle\, F_A\, G_B'\,\rangle_\Psi + \langle\, F_A'\, G_B\,\rangle_\Psi + \langle\, F_A'\, G_B'\,\rangle_\Psi| =$$

$$= \left|\cos\theta_b - \cos\theta_{b'} + 2\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|\,\Big(\sin\theta_b + \sin\theta_{b'}\Big)\right|.$$

Для нарушения BCHSH-неравенства выберем

$$\cos\theta_b = -\cos\theta_{b'} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|^2}} \geq 0$$

и

$$\sin\theta_b = \sin\theta_{b'} = \sqrt{1 - \cos^2\theta_b} = \frac{2\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|}{\sqrt{1 + 4\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|^2}} \geq 0.$$

Тогда

$$|\langle F_A\, G_B \rangle_\Psi - \langle F_A\, G'_B \rangle_\Psi + \langle F'_A\, G_B \rangle_\Psi + \langle F'_A\, G'_B \rangle_\Psi| =$$

$$= 2\sqrt{1 + 4\,|\mathbf{Re}\,(C_1^* C_2)|^2} \geq 2$$

при любых ненулевых действительных значениях коэффициентов C_1 и C_2 и вполне очевидных условиях на комплексные коэффициенты. Максимальное значение $2\sqrt{2}$ достигается на состояниях Белла $|\,\Psi^\pm\,\rangle$. Теорема доказана.

Впервые данная теорема была доказана в работе N. Gisin, "Bell's inequality holds for all non-product states", Physycs Letters A154, pp.201-202 (1991). Однако эта статья в ключевых местах содержит две опечатки, которые чрезвычайно осложняют воспроизведение финального результата. Более общий и свободный от опечаток результат можно найти в работе S.Popescu, D.Rohrlich, "Generic quantum nonlocality", Physycs Letters A166, pp.293-297 (1992).

Какие еще бывают неравенства Белла?

Информационные неравенства Белла ("Information-Theoretic Bell Inequalitie") для квантовой энтропии:
Samuel L. Braunstein and Carlton M. Caves, "Information-Theoretic Bell Inequalities", Phys. Rev. Lett. 61, p.662 (1988); Erratum Phys. Rev. Lett. 63, p.1896 (1989).

Неравенства Белла для частиц с произвольным спином s, то есть неравенства НЕ только для дихотомных величин:
1) A. Peres, "Finite violation of a Bell inequality for arbitrarily large spin", Phys. Rev. A46, pp.4413 — 4414 (1992);
2) L. De Caro, A. Garuccio, "Bell's inequality, trichotomic observables, and supplementary assumptions", Phys.Rev.A54, pp.174 - 181 (1996);
3) X. A. Wu, H. S. Zong, H. R. Pang, and F. Wang, "A new bell inequality for a two spin-1 particle system", Phys. Lett. A281, 203206 (2001);

Неравенства Белла ... БЕЗ неравенства:
1) N. D. Mermin, "Quantum mysteries revisited", American Journal of Physics 58, pp.731—733 (1990).
2) L. Hardy, "Quantum mechanics, local realistic theories, and Lorentz-invariant realistic theories", Phys.Rev.Lett. 68, 2981 (1992);
3) L. Hardy, "Nonlocality for two particles without inequalities for almost all entangled states", Phys. Rev. Lett. 71, 1665 (1993);
4) S. Kunkri, S. K. Choudhary, "Nonlocality without inequality for spin-s systems", Phys. Rev. A72, 022348 (2005).

Эксперименты по проверке неравенств Белла

Самый первый — эксперимент в Беркли с коррелированными фотонами. BCHSH-неравенства нарушались на уровне $5\,\sigma$:
S. J. Freedman and J. F. Clauser, "Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories", Phys. Rev. Lett. 28, p.938-941 (1972).

Эксперименты А.Аспе с коллегами в Орсэ: идея отложенного выбора Дж.Уиллера и случайная ориентация осей поляризаторов обеспечили пространственно-подобный интервал между выбором конфигурации обоих детекторов, то есть закрыта "лазейка локальности" измерения:
A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, "Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers", Phys. Rev. Lett. 49, pp.1804-1807 (1982).

Рекорды пространственного сохранения корреляций:
пары фотонов — 143 км: A. Zeilinger et al., "Quantum teleportation over 143 kilometres using active feed-forward", Nature 489, pp.269–273 (2012);
пары электронов — 1.3 км: B. Hensen et al., "Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres", Nature 526, pp.682–686 (2015).

Дальнейшее развитие экспериментов

I) В экспериментах с коррелированными парами фотонов учитываются только те результаты, которые получаются при регистрации двух фотонов. Но обычно эффективность такого детектирования не превосходит 10%. Может быть какое-либо "дополнительное" взаимодействие управляет отбором зарегистрированных событий и делает экспериментальную выборку нерепрезентативной ("лазейка измерения")?

В работе P.H. Eberhard, Phys. Rev. A 47, R747 (1993) показано, что для опровержения этого утверждения необходимо иметь детекторы фотонов с эффективностью $\eta = 2/3 \approx 66,7$% и выше.

В настоящее время в эксперименте с фотонами получена максимальная эффективность детектирования $\eta_{max\ exp} \approx 78,6$% (см. A. Zeilinger et al., "Bell violation using entangled photons without the fair-sampling assumption", Nature 497, pp.227–230 (2013) и B. G. Christensen et al., "Detection-Loophole-Free Test of Quantum Nonlocality, and Applications", Phys. Rev. Lett. 111, 130406 (2013)). Необходимый результат достигнут! Неравенства Белла по-прежнему нарушаются.

II) До недавнего времени в каждом из экспериментов по проверке неравенств Белла можно было закрыть только одну из двух лазеек, либо локальности, либо измерения. Однако в 2015 году были успешно проведены сразу три эксперимента (два с фотонными парами: M. Giustina et al., "Loophole-Free Test of Bell's Theorem with Entangled Photons", Phys. Rev. Lett. 115, 250401 (2015), L. K. Shalm et al., "Strong Loophole-Free Test of Local Realism", Phys. Rev. Lett. 115, 250402 (2015) и один на коррелированных спинах $1/2$: B. Hensen et al., "Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres", Nature 526, pp.682–686 (2015)), которые успешно смогли закрыть сразу обе лазейки.

III) Во всех экспериментах по проверке BCHSH-неравенств необходимо сделать четыре серии измерений, для получения величины каждого из корреляторов. Однако нет абсолютно никаких гарантий, что все четыре серии измерений проводятся при одних и тех же условиях ("лазейка контекстуальности"). Даже если используются одни и те же экспериментальные приборы, то все равно невозможно точно воспроизвести все внутренние физические параметры макроприбора и, вообще говоря, гарантировать идентичность квантовых ансамблей коррелированных частиц. Эта проблема не решена до сих пор.

Корреляции за пределами квантовой теории

Общее описание корреляций: ящики Попеску—Рорлиха
S. Popescu, D. Rohrlich, "Quantum Nonlocality as an Axiom", Found. Phys. 24, 379 (1994).

Краткий обзор того, что случилось после 1994-ого года (со всеми ключевыми ссылками):
S. Popescu, "Nonlocality beyond quantum mechanics", Nature Physics 10, pp.264–270 (2014).

Если корреляции сильнее, чем в НКМ, то, при получении одного бита информации от системы, о самой системе можно узнать более одного бита информации (протоколы ван Дама)
W. van Dam, "Implausible consequences of superstrong nonlocality", Preprint at `http://arxiv.org/abs/quant-ph/0501159` **(2005).**

Принцип информационной причинности: протоколы ван Дама не реализуются в природе. Тогда в природе НЕ возможны корреляции сильнее тех, которые можно получить в НКМ при помощи запутанных состояний.
M. Pawlowski et al., "Information causality as a physical principle", Nature 461, pp.1101–1104 (2009).

Пояснение к выбору изображения на титульной странице

Квантовая механика — это наука о континууме потенциальных возможностей, из которых в реальности сбывается только одна.

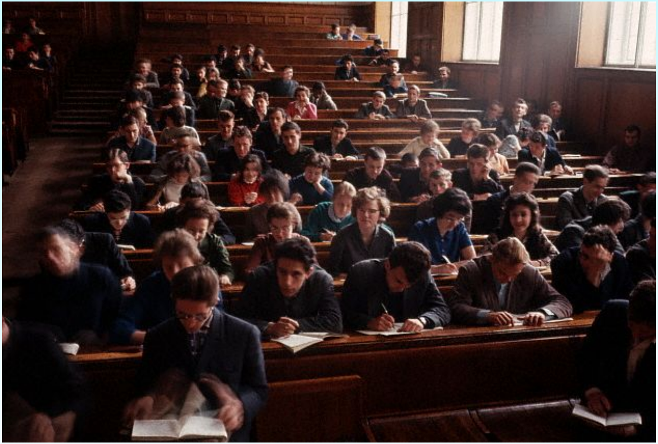
Чтобы обратить на это внимание, я выбрал один из нереализованных проектов ГЗ МГУ архитектора Б.М. Иофана.

Мы могли бы любоваться Москвой прямо с высокого берега Москвы-реки и по огромной каменной лестнице спускаться к воде. На террасах раскинулся бы прекрасный сад, а вместо шпиля на все четыре стороны света смотрели бы фигуры научных работников (а, может быть, пролетариев умственного труда?) мухинской школы.

И Физфак с Химфаком стояли бы не отдельными зданиями, а были бы лишь пристройками к монументальному «храму советской науки»...

Но скрытые параметры слабых грунтов на Воробьевых Горах решили иначе.

Занятия в МГУ. 1964 год.
Еще никто не знает о неравенствах Белла..



Спасибо за внимание!