

В.С. Замиралов

КИРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ В ФИЗИКЕ ЧАСТИЦ

1. Киральная симметрия в КХД
2. Соотношение Гольдбергера-Треймана
3. Сигма-модель. Спонтанное нарушение симметрии.
4. Киральные лагранжианы сильных взаимодействий
5. Модель Вайнберга-Салама - пример модели с выделенной киральностью
6. Заключение



The Whirlpool Galaxy — M51



HUBBLESITE.org



Electron
0.000511 GeV



Up Quark
0.0025 GeV



Down Quark
0.005 GeV



Квантовая хромодинамика с двумя ароматами

Симметрии ароматов в КХД

Симметрия лагранжиана

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\langle F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\rangle_c + \mathcal{L}_{ud},$$

где кварки u, d описываются лагранжианом

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ud} &= \bar{u}i\gamma^\mu(\partial_\mu - igG_\mu)u - m_u\bar{u}u - m_d\bar{d}d = \\ &= (\bar{u} \quad \bar{d}) \begin{pmatrix} \hat{D} - m_u & 0 \\ 0 & \hat{D} - m_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix};\end{aligned}$$

$F_{\mu\nu}$ - тензор глюонного поля $G_\mu, \langle \dots \rangle_c$ - шпур по цветным индексам, а

$$\hat{D} = i\gamma^\mu(\partial_\mu - igG_\mu)$$

Введем L - и R -спиральные спиноры

$$u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)u, \quad u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)u,$$

тогда лагранжиан $\mathcal{L}_{ud}$ примет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ud} = & (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} \hat{D} & 0 \\ 0 & \hat{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} - \\ & - (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} + L \leftrightarrow R, \end{aligned}$$

здесь $\hat{D} = i\gamma^\mu(\partial_\mu - igG_\mu)$.

КХД имеет смысл при любых значениях кварковых масс.

При $m_u = m_d = 0$ лагранжиан инвариантен относительно $U(2)$ -вращений лево- и право-спиральных полей

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \Rightarrow V_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \Rightarrow V_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}; \quad V_{L,R} \in U(2)$$

Взаимодействие с глюонами

не изменяет спиральности кварков,

Напротив, члены $\mathcal{L} \sim$ массам кварков неинвариантны относительно $U(2)$.

По теореме Нётер каждому непрерывному параметру группы симметрии соответствует сохраняющийся ток.

В группе $U(2)$ 4 действительных параметра, и, вроде бы, 8 сохраняющихся токов.

Но один ток из-за квантовых эффектов не сохраняется, поэтому в пределе нулевых масс кварков имеем 7 сохраняющихся токов:

$$L_\mu^a = \bar{q}_L \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} q_L, \quad R_\mu^a = \bar{q}_R \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} q_R,$$

$$V_\mu = \bar{q} \gamma_\mu q; \quad q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}.$$

Наш мир при $m_u = m_d = 0$ называется киральным пределом КХД, а введение можно резюмировать так:

В киральном пределе КХД симметрична относительно глобальных преобразований $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V$.

Соответствующие им 7 нётеровских токов сохраняются.

СООТНОШЕНИЕ

ГОЛЬДБЕРГЕРА – ТРЕЙМАНА

Сохранение векторного тока.

Частичное сохранение аксиально-векторного тока.

Рассмотрим матричный элемент аксиально-векторного тока в обкладках между нуклонными состояниями:

$$\langle N | j^{\mu 5 a} | N \rangle = \bar{u} [\gamma^{\mu} F_1^5(q^2) + \\ + \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_{\nu}}{2m} F_2^5(q^2) + q^{\mu} F_3^5(q^2)] \gamma^5 u$$

Поскольку нарушение мало, будем считать что аксиально-векторный ток сохраняется, тогда свертка этого м.э. с импульсом q_μ будет равна нулю:

$$0 = \bar{u}(p') [\hat{q} F_1^5(q^2) + q^2 F_3^5(q^2)] \gamma^5 u(p)$$

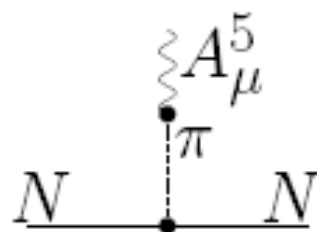
$$F_1^5(0) = g_A \qquad g_A = \lim_{q^2 \rightarrow 0} \frac{q^2}{2m_N} F_3^5(q^2)$$

Лагранжиан сильного взаимодействия пионов с нуклонами имеет вид:

$$L_{int} = ig_{\pi NN} \vec{\pi} \bar{N} \gamma^5 \vec{\tau} N$$

Полюсная диаграмма $\bar{N}N - \pi - A_\mu$:

$$g_{\pi NN} \bar{u}_N (2\tau^a \gamma^5) u_N \frac{-i}{q^2} (iq^\mu f_\pi)$$



откуда, с учетом связи между $F_{1,3}$

$$F_3^5(q^2) = \frac{1}{q^2} 2f_\pi g_{\pi NN} \quad g_A = \frac{f_\pi}{m_N} g_{\pi NN}$$

Соотношение Гольдбергера-Треймана
справедливо с 5% точностью:
 $1.26 \sim 0.1 \cdot 13.2 = 1.32$.

СИГМА – МОДЕЛЬ.

СПОНТАННОЕ НАРУШЕНИЕ
СИММЕТРИИ

Классическая теория поля

Лагранжиан скалярного поля ϕ
с самодействием:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4}\phi^4$$

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\psi} = 0$$

Первые два члена описывают движение свободной частицы массы

$$\partial^2 \psi(x) + m^2 \psi(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad (p^2 - m^2) \psi(p) = 0$$

А "потенциал" V в $\mathcal{L} = T - V$ описывается двумя последними членами:

$$V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4} \phi^4$$

Изменим теперь знак перед массой и увеличим число скалярных полей до N :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_k)^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \phi_k^2 - \frac{\lambda}{4} \phi_k^4$$

$$V = -\frac{1}{2} \mu^2 \phi_k^2 + \frac{\lambda}{4} \phi_k^4$$

Этот потенциал имеет минимум при $(\phi_k^0) = \mu^2 / \lambda$, $(\phi_k^0) = (\phi_1^0, \phi_2^0, \dots, \phi_N^0)$.

Выберем k -вектор как

$$\phi_k^0 = (0, 0, \dots, 0, v), \quad v = \mu/\sqrt{\lambda},$$

а теперь переопределим поля

$$\phi_k(x) = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^{N-1}, v + \sigma(x)),$$

получив следующий лагранжиан
(первые три члена)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (\partial_\mu \pi)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - \mu^2 \sigma^2 + \dots$$

Итак, в результате мы получили

одно массивное поле и

$N - 1$ безмассовых полей,

именуемых "голдстоуновскими бозонами".

КИРАЛЬНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

При низких энергиях лагранжиан КХД с кварками трех ароматов приближенно инвариантен относительно киральной группы $SU(3)_L \times SU(3)_R$.

Киральная симметрия явно нарушается малыми массами токовых кварков.

Кроме того, эвристические соображения позволяют думать, что существует кварковый конденсат, в силу чего киральная симметрия лагранжиана спонтанно нарушается.

По теореме Голдстоуна спонтанное нарушение $SU(3)_L \times SU(3)_R$
 $\Rightarrow SU(3)_V$ порождает 8 безмассовых
 голдстоуновских бозонов
 и аксиально-векторный конденсат.

Этот конденсат отождествляется с константой пионного распада $f_\pi = 93$ МэВ,
 а голдстоуновские бозоны -
 с октетом псевдоскалярных мезонов:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & K^0 \\ K^- & K^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}.$$

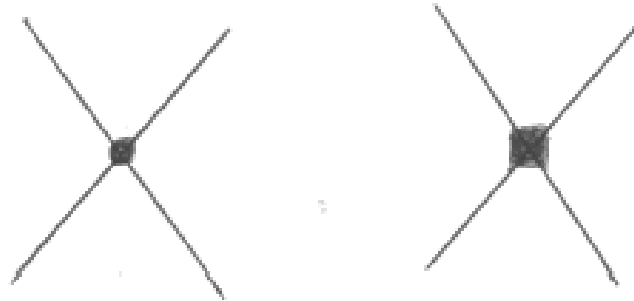
В киральной модели бозоны описываются полем $\Sigma = \exp[2iP/f_\pi]$.

Кинетический член лагранжиана имеет вид

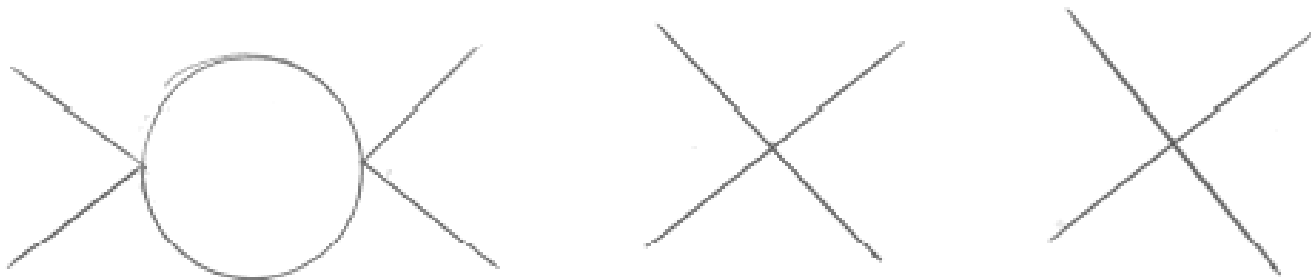
$$L = \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr}(\partial^\mu \Sigma^\dagger \partial_\mu \Sigma)$$

В сущности он представляет собой лидирующий член в разложении по степеням p/Λ_ξ и/или M/λ_ξ , $M = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$.

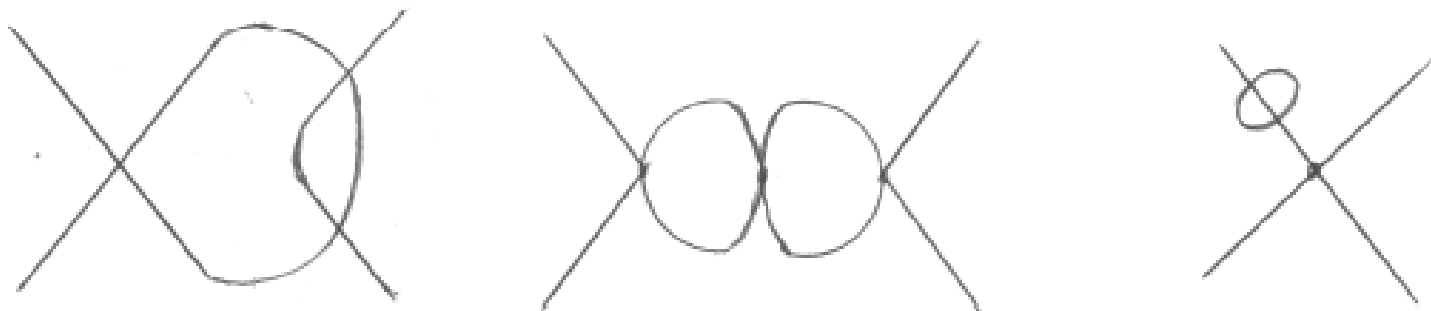
Величина $\Lambda_\xi \sim 4\pi f \sim 1$ отражает шкалу нарушения киральной симметрии.



Leading order graphs, $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$



One-loop graphs, $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$



Two-loop graphs, $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$

Большие успехи были достигнуты в изучении $\pi-\pi$ - рассеяния (H.Leutwyler, J.Gasser).

Упругое пион-пионное рассеяние привлекает своей кажущейся простотой.

Еще в 1966 Вайнберг вычислил с помощью гипотезы PCAC длину рассеяния a_0 .

$$a_0 = \frac{7M_\pi^2}{32\pi F^2} = 0.16,$$

в резком расхождении с опытом:

$$a_0 = 0.26 \pm 0.05,$$

из анализа данных по K_{e4} -распадам,

$$K \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu_e .$$

Киральная теория возмущений (H.Leutwyler, J.Gasser) позволила получить в однопетлевом приближении

$$a_0 = \frac{7M_\pi^2}{32\pi F^2} \left\{ 1 - \frac{9}{32\pi^2} \frac{M_\pi^2}{F_\pi^2} \text{corr.} \log M_\pi^2/\mu^2 + \dots \right\} 25\% \text{corr}$$

а с учетом поправок вплоть до p^6

$$a_0 = 0.22 \pm 0.005, \quad a_0 - a_2 = 0 = 0.265 \pm 0.004.$$

Теперь о барионах в киральных моделях.

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\Lambda & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda \end{pmatrix}.$$

$$(\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega)$$

$$(\Sigma_c, \Xi_c, \Omega_c)$$

$$(\Sigma_b, \Xi_b, \Omega_b)$$

Для 3-спинора легких кварков ψ , $\psi^T = (u, d, s)$ ведущий член разложения по p/Λ_ξ и M/λ_ξ имеет вид

$$L_Q = \bar{\psi}(i\hat{\partial} + \hat{V} - m)\psi + g_A \bar{\psi} \hat{A} \gamma_5 \psi$$

где $D_\mu = \partial_\mu + V_\mu$.

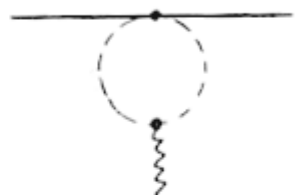
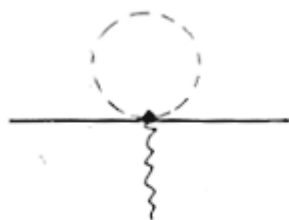
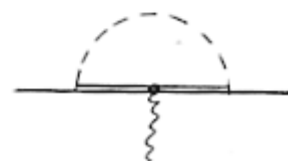
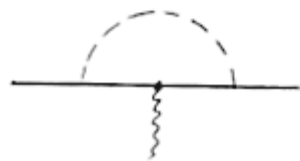
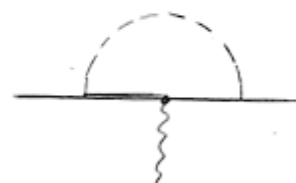
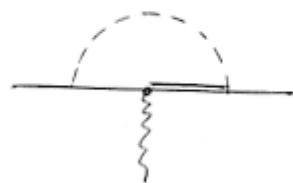
Для барионов ведущий член напоминает "традиционный" нелинейный мезон-барионный лагранжиан вида:

$$L_B = Tr[\bar{B}(i\hat{D} - m_B)B] + D Tr(\bar{B} \gamma_\mu \gamma_5 \{A^\mu, B\}) + \\ + F Tr(\bar{B} \gamma_\mu \gamma_5 [A^\mu, B])$$

Этот лагранжиан позволяет рассчитать однопетлевые поправки к магнитным моментам барионов, константам сильной связи и

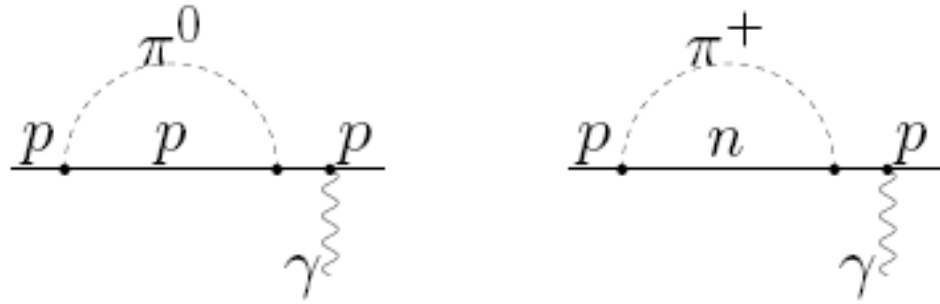


Loop graphs at $O(1/\Lambda_\chi^2)$

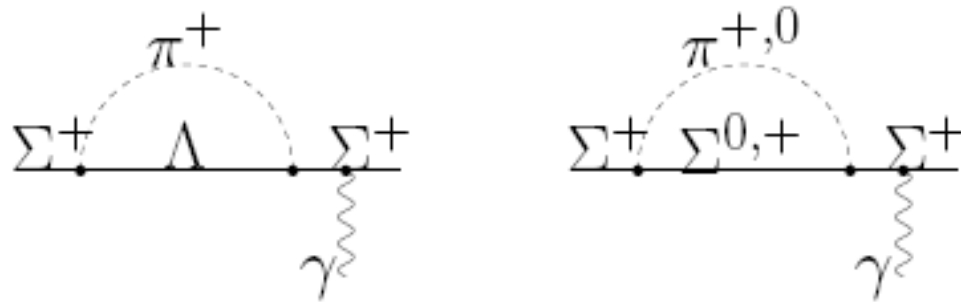


Loop graphs at $O(1/\Lambda_\chi^3)$.

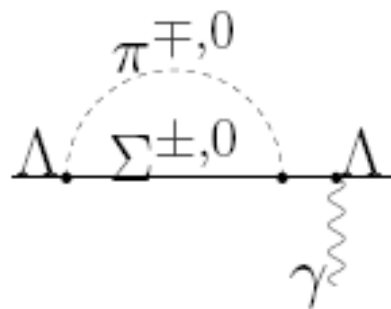
The x means $O(1/M_\chi)$ vertex



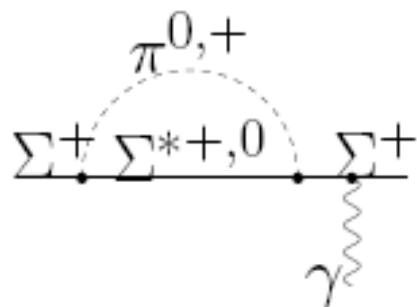
$$\begin{aligned}
 U_N^{(1.1.1)} &= [g(\bar{p}p\pi^0)]^2 + [g(\bar{p}n\pi^+)]^2 = \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}[(F + D)^2] = \frac{2}{3}\lambda_N^\pi.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_\Sigma^{(1.1.2)} &= [g(\bar{\Sigma}^+\Lambda\pi^+)]^2 + [g(\bar{\Sigma}^+\Sigma^0\pi^+)]^2 + \\
 &\quad + [g(\bar{\Sigma}^+\Sigma^+\pi^0)]^2 = \\
 \frac{2}{3}D^2 + 2F^2 + 2F^2 &= \frac{2}{3} \times [D^2 + 6F^2] = \frac{2}{3}\lambda_\Sigma^\pi.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_{\Lambda}^{(1.1.3)} &= [g(\overline{\Sigma^{\mp}}\Lambda\pi^+)]^2 + [g(\overline{\Sigma^-}\Lambda\pi^-)]^2 + \\
 &\quad + [g(\overline{\Sigma^0}\Lambda\pi^0)]^2 = \\
 &= 3(\sqrt{\frac{2}{3}}D)^2 = \frac{2}{3} \times [3D^2] = \frac{2}{3}\lambda_{\Lambda}^{\pi}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_{\Sigma}^{(2.1.2)} &= [g^*(\overline{\Sigma^+}\Sigma^{*,+}\pi^0)]^2 + [g^*(\overline{\Sigma^+}\Sigma^{*,0}\pi^+)]^2 = \\
 &= c^{*2}(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}) = \frac{1}{3}c^{*2} = \tilde{\lambda}_{\Sigma}^{\pi}.
 \end{aligned}$$

$$U_{\Lambda}^{(2.1.3)} = [g^*(\bar{\Lambda}\Sigma^{*+}\pi^-)]^2 + [g^*(\bar{\Lambda}\Sigma^{*0}\pi^0)]^2 +$$

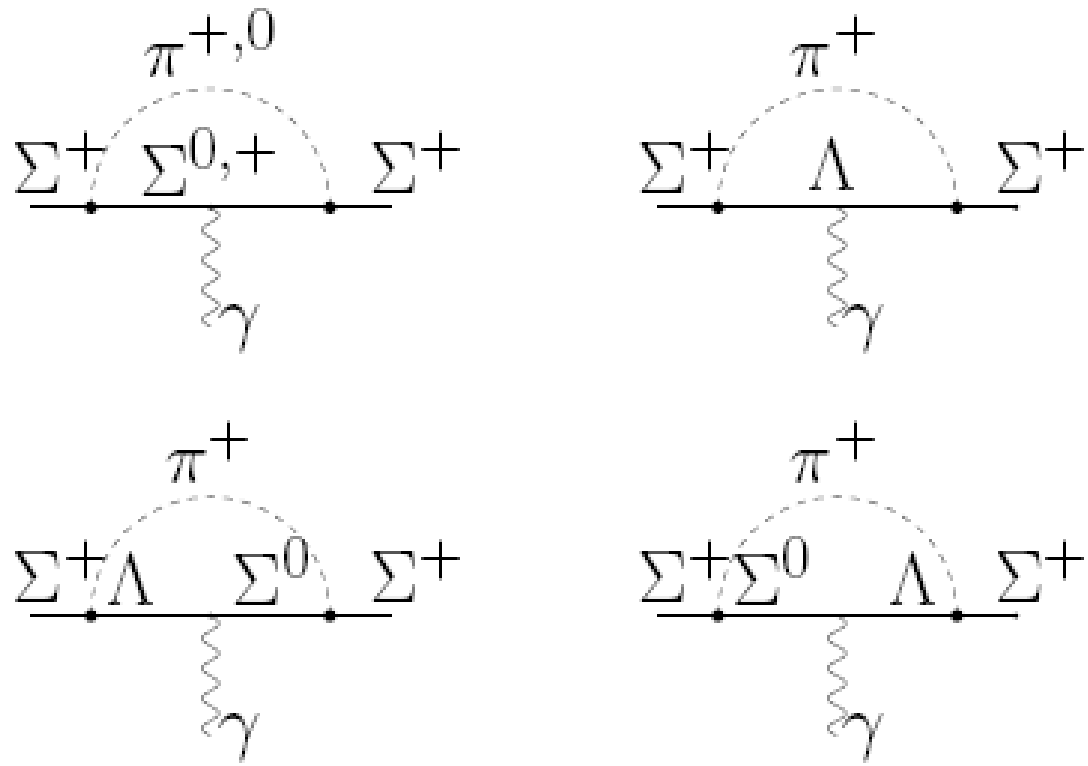
$$+ [g^*(\bar{\Lambda}\Sigma^{*-}\pi^+)]^2 =$$

$$c^{*2}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}c^{*2} = \tilde{\lambda}_{\Lambda}^{\pi}.$$

$$U_p^{(5.1.1)} = [g(\bar{p}p\pi^0)]^2\mu_p + [g(\bar{p}n\pi^+)]^2\mu_n =$$

$$(F + D)^2[\frac{2}{3}\mu_u - \frac{1}{6}\mu_d + \frac{4}{3}\mu_d - \frac{1}{3}\mu_u] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\gamma_p^{1(\pi)}.$$



$$\begin{aligned}
 U_{\Sigma^+}^{(5.1.2)} &= [g(\overline{\Sigma^+} \Sigma^0 \pi^+)]^2 \mu_{\Sigma^0} + [g(\overline{\Sigma^+} \Sigma^+ \pi^0)]^2 \mu_{\Sigma^+} + \\
 &\quad + [g(\bar{\Lambda} \Sigma^+ \pi^-)]^2 \mu_{\Lambda^0} + \\
 &\quad 2g(\overline{\Sigma^+} \Sigma^0 \pi^+) g(\bar{\Lambda} \Sigma^+ \pi^-) \mu_{\Sigma^0 \Lambda} = -\gamma_{\Sigma^+}^{1(\pi)}
 \end{aligned}$$

Взаимодействие голдстоуновских бозонов с частицами описывают, вводя векторные и аксиально-векторные токи ($\Sigma = \xi^2$)

$$V_\mu \equiv \frac{1}{2}(\xi^\dagger \partial_\mu \xi + \xi \partial_\mu \xi^\dagger)$$

$$A_\mu \equiv \frac{i}{2}(\xi^\dagger \partial_\mu \xi - \xi \partial_\mu \xi^\dagger)$$

$$\Sigma = \exp[2iP/f_\pi]$$

Quarks

u up	c charm	t top
d down	s strange	b bottom

Forces

Z Z boson	γ photon
W W boson	g gluon

H
Higgs boson

Leptons

e electron	μ muon	τ tau
ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino

Courtesy ATLAS/CERN

КИРАЛЬНЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ

Модель Вайнберга-Салама - пример киральной модели с выделенной киральностью.

Вид токов в слабом и электромагнитном взаимодействиях замечательно близок.

Открытие слабых нейтральных токов показало, что, возможно, существует слабый векторный бозон с тем же (нулевым) зарядом, что и фотон.

А нельзя ли как-нибудь к нейтральному слабому току присоединить электромагнитный ток ?

Можно, и в этом состояло основное достижение модели Салама-Вайнберга.

Но мы не можем прямо добавить электромагнитный ток, поскольку он не обладает слабым изоспином.

Зато можно добавить еще один слабый нейтральный бозон Y_μ , приписав ему свойства слабого изосинглета. Ограничимся сектором u - и d - кварков и положим даже $\theta_C = 0$.

$$\begin{aligned}
 g\frac{1}{2}(L_u - L_d)W_3 + g'(a \cdot L_u + b \cdot R_u + c \cdot L_d + q \cdot R_d)Y &= \\
 = e\left[\frac{2}{3}(L_u + R_u) - \frac{1}{3}(L_d + R_d)\right]A + J^{ud}Z^0 \\
 L_u \equiv \bar{u}_L \gamma_\mu L, \quad R_d \equiv \bar{d}_R \gamma_\mu d_R
 \end{aligned}$$

От двух бозонных полей $W_{3\mu}, Y_\mu$ надо перейти к двум другим бозонным полям A_μ, Z_μ^0 , причем в связи кварков с полем должен быть заложен правильный электромагнитный ток.

По смыслу преобразование должно быть ортогональным, и давайте выберем его в виде

$$W_{3\mu} = \frac{gZ_\mu^0 + g'A_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad Y_\mu = \frac{-g'Z_\mu^0 + gA_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Подставляя эти выражения в формулу для токов, получим в левой части равенства для электромагнитного тока выражение

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left[\left(\frac{1}{2} + a \right) L_u + b \cdot R_u + \right. \\ \left. + \left(-\frac{1}{2} c \cdot L_d + q \cdot R_d \right) \right] A_\mu = e \left[\frac{2}{3} (L_u + R_u) - \frac{1}{3} (L_d + R_d) \right] A_\mu$$

откуда $a = \frac{1}{6}, b = \frac{2}{3}, c = \frac{1}{6}, q = -\frac{1}{3}, e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \cdot$

Введем обозначения

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Теперь нейтральные векторные поля связаны между собой формулами

$$W_{3\mu} = \cos \theta_W Z_\mu^0 + \sin \theta_W A_\mu,$$

$$Y_\mu = -\sin \theta_W Z_\mu^0 + \cos \theta_W A_\mu.$$

Окончательно слабый нейтральный ток в секторе u- и d-кварков запишется в виде

$$\frac{g}{\cos \theta_W} \left[\frac{1}{2} (\bar{u}_L \gamma_\mu u_L - \bar{d}_L \gamma_\mu d_L) - \sin^2 \theta_W J^{em} \right].$$

О механизме Хиггса

Здесь только кратко будет рассказано о механизме Хиггса как о принятом способе введения в теорию Глэшоу-Вайнберга-Салама отличных от нуля масс промежуточных векторных бозонов $W^{\pm}, Z^0$. Это связано с теорией киральных моделей. Если ввести хиггсовский дублет в лагранжиане с "неправильным" знаком при массовом члене, можно поступить в соответствии с уже сказанным: формальным введением некоторого скалярного поля ϕ с отличным от нуля вакуумным средним $\langle \phi \rangle = v$.

Можно построить калибровочно-инвариантным образом взаимодействие этого скалярного поля с векторными бозонами $W^\pm, W^3, Y$, имеющими на этот момент нулевую массу.

Это взаимодействие билинейно по скалярному полю и билинейно по полям $W^\pm, W^3, Y$, т.е. содержит члены вида $\phi^2 |W_\mu^\pm|^2$.

В этот момент весь лагранжиан локально градиентно инвариантен, что обеспечивает его перенормируемость.

Переходя от поля ϕ к χ с равным нулю вакуумным средним $\chi = \phi - \langle \phi \rangle$, $\langle \chi \rangle = 0$, мы спонтанно нарушаем локальную градиентную инвариантность лагранжиана.

При этом получается массивная скалярная частица – бозон Хиггса, и три безмассовых голдстоуновских бозона. Но главное - получают члены вида $v^2|W_\mu^\pm|^2$, которые ассоциируются с массовыми членами для векторных бозонов $W_\mu^\pm$.

Что касается нейтральных бозонов, то "массовый член" возникает при $|Z_\mu^0|^2$, $Z_\mu^0 = \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W Y_\mu$, и по построению не возникает при ортогональной комбинации $A_\mu = \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W Y_\mu$, которую и ассоциируют с электромагнитным полем.

Чтобы убедиться в справедливости всех этих построений, был создан и запущен Большой Адронный Коллайдер. И летом 2012 года появился сигнал, отвечающий бозону Хиггса. Будущее покажет, как на самом деле обстоят дела на этом фронте.

The Large Hadron Collider

Collisions

proton – proton

Geneva



Energy

7 – 14 TeV

LHC
b

ATLAS

CMS

ALICE

Stored energy

700 MJ

Collision rate

40 MHz

Length

26.7 km

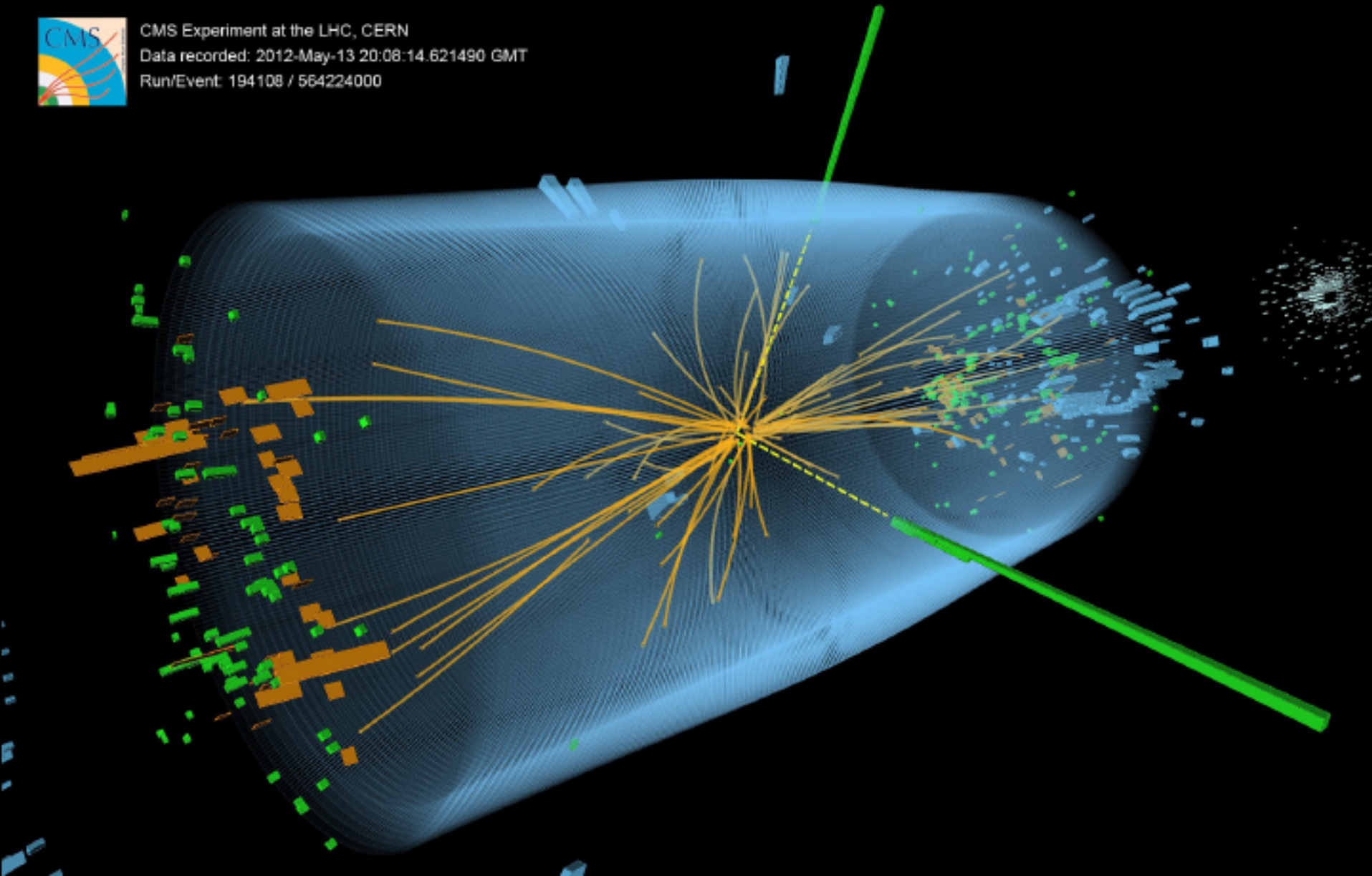
Courtesy CERN



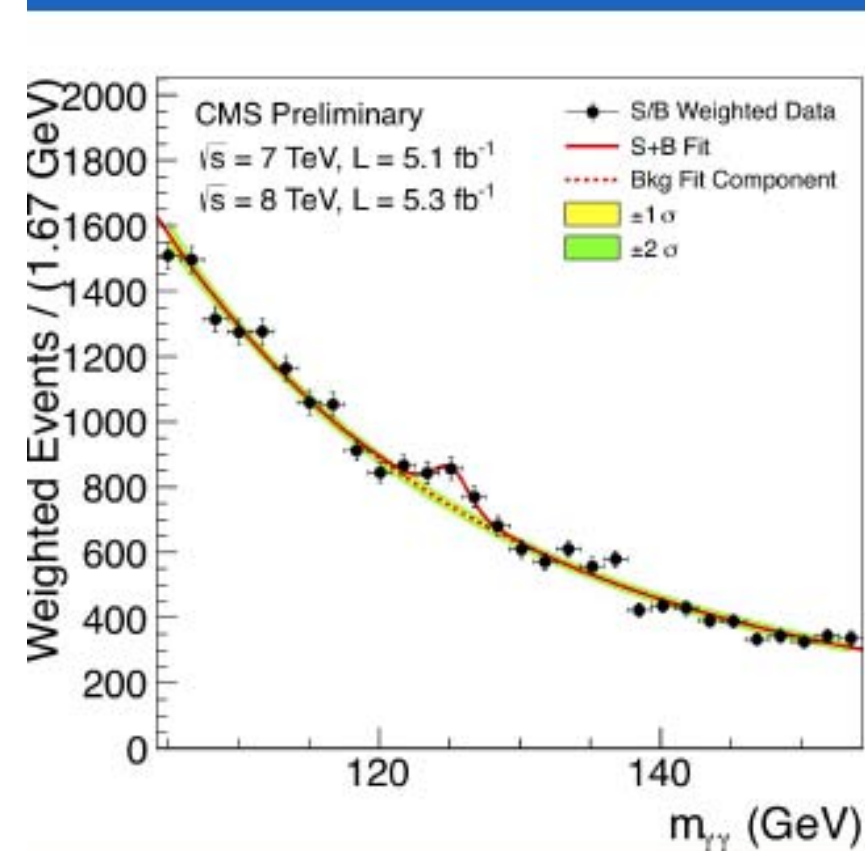
CMS Experiment at the LHC, CERN

Data recorded: 2012-May-13 20:08:14.621490 GMT

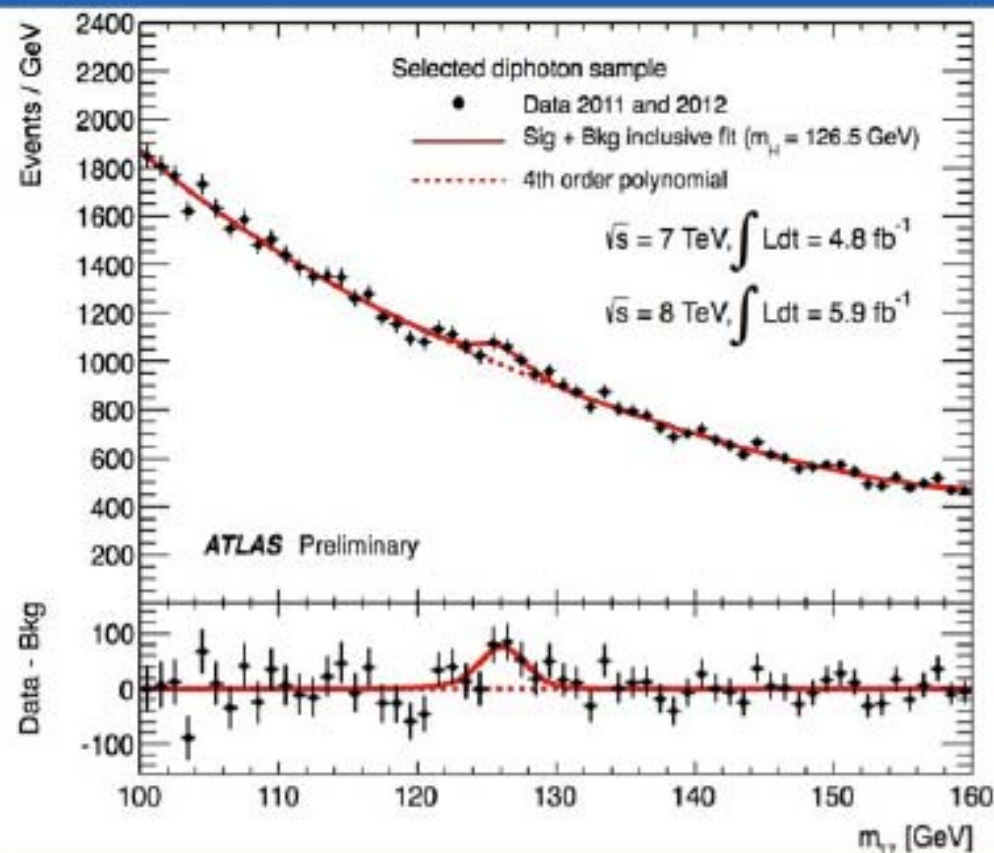
Run/Event: 194108 / 564224000



July 4th 2012

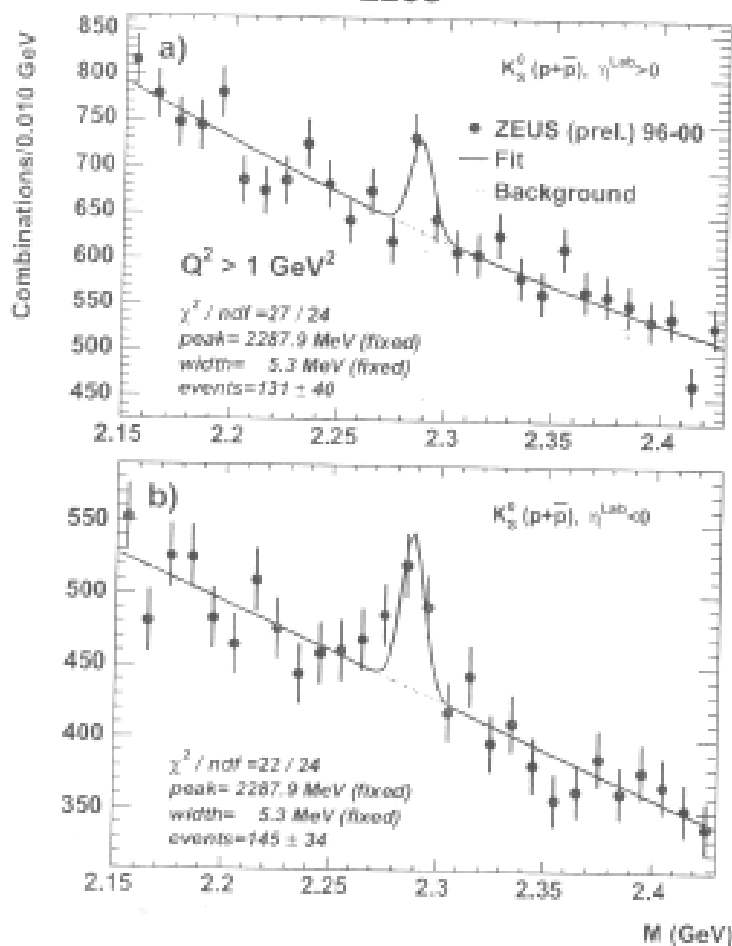


CMS

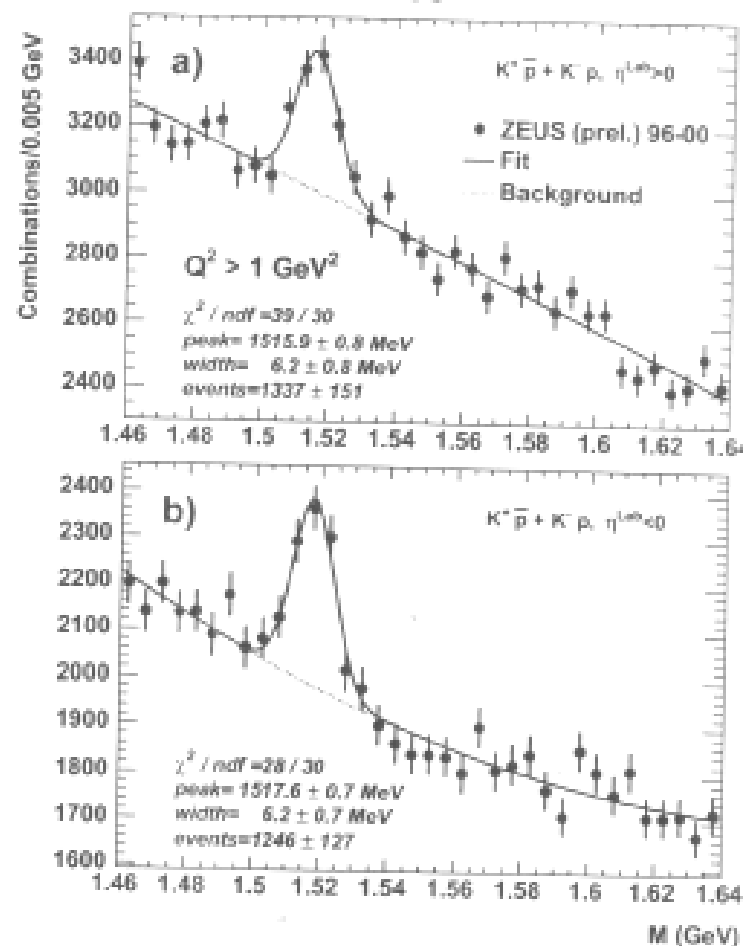


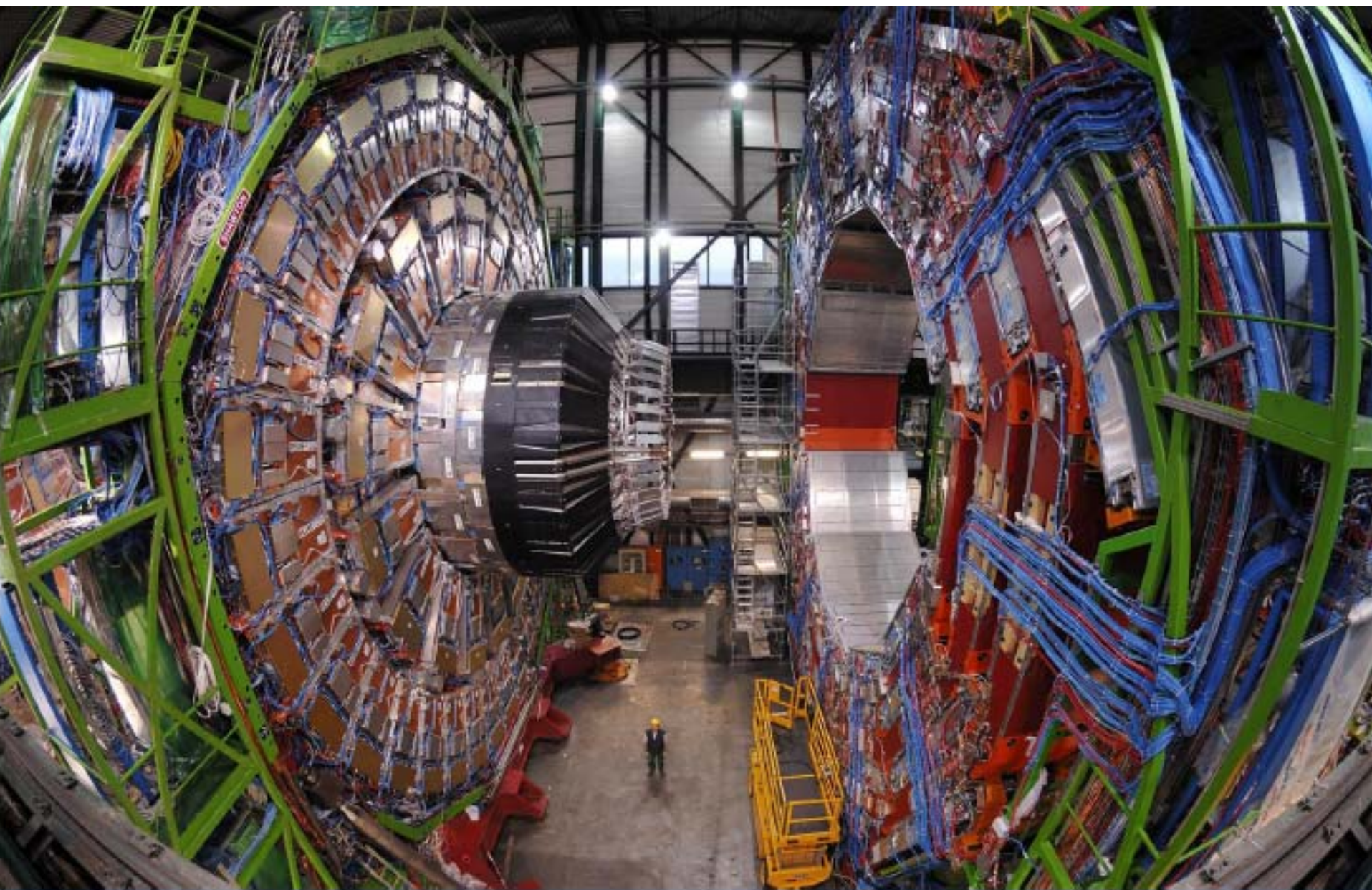
ATLAS

ZEUS



ZEUS





CMS

Courtesy CMS/CERN