

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НЕЙТРИНО НА ГОРЯЧИХ ЯДРАХ В КОЛЛАПСИРУЮЩЕЙ ЗВЕЗДЕ

А. И. Вдовин, А. А. Джигоев

Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова
Объединенный институт ядерной физики, Дубна

20 марта 2012 г.

- Жизнь и смерть массивной звезды.
- Нейтрино до и в начале коллапса.
- Неупругое рассеяние нейтрино низких энергий на горячих ядрах: расчеты по оболочечной модели
- Теория горячих ядер
 - Термополевая динамика.
 - Ядерный гамильтониан. Спаривание при ненулевой температуре. Тепловое приближение хаотических фаз.
- Неупругое рассеяние нейтрино низких энергий на горячих ядрах: расчеты в тепловом приближении случайной фазы
- Заключение

Эволюция массивной звезды

Массивная звезда: $M \gtrsim 11M_{\odot}$, $t_{\text{life}} \lesssim 2 \cdot 10^7 \text{ y} = 20 \text{ My}$
(продолжительность жизни Солнца $t_{\text{life}} = 10 \text{ Gy}$)

Т.е. в масштабах космических процессов жизнь массивной звезды коротка, но смерть её эффектна: она взрывается (сверхновая II)

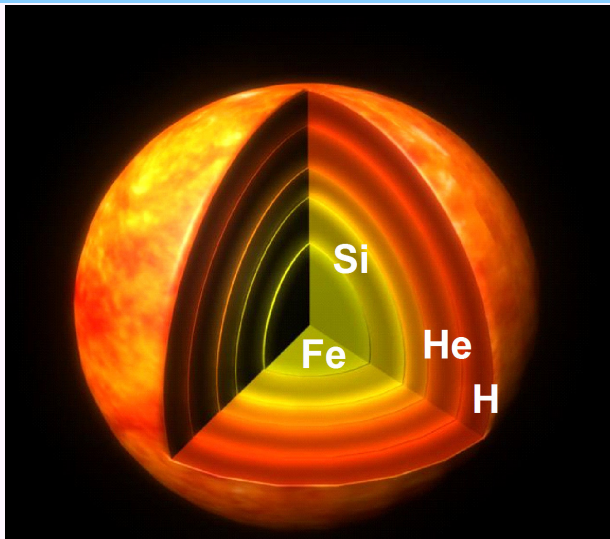
В массивной звезде последовательные фазы горения используют “пепел” предыдущих фаз в качестве топлива:

Горение водорода ($T \sim 2,5 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$ Горение гелия ($T \sim 20 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$
Горение углерода ($T \sim 90 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$ Горение неона ($T \sim 100 - 150 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$
Горение кислорода ($T \sim 200 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$ Горение кремния ($T \sim 400 \text{ кэВ}$) $\Rightarrow$
Железный кор (Fe, Ni, Cr... $p, n, e.$)

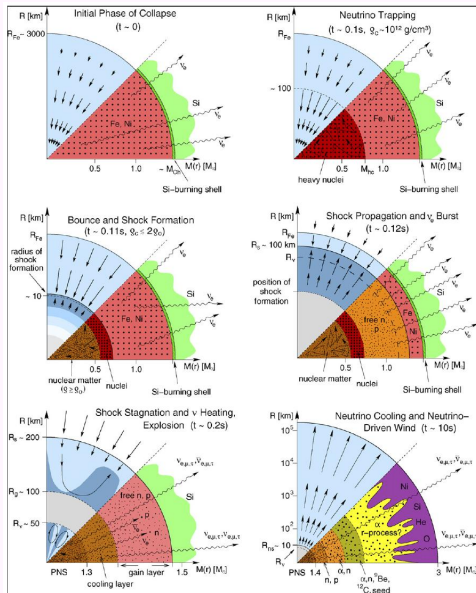
Единицы температуры: $100 \text{ keV} \approx 1.16 \times 10^9 \text{ K} = 1.16 \text{ T}_9$; $\text{T}_9 = 1 \text{ GK} = 10^9 \text{ K}$

Электроны в коре ведут себя как вырожденный газ (поддерживают противостоящее тяготению давление благодаря действию принципа Паули)

Структура массивной звезды



Перед началом коллапса все реакции в звезде, идущие благодаря сильному и электромагнитному взаимодействиям, находятся в равновесии (ядерное статистическое равновесие) и звезда имеет структуру подобную луковице.



Коллапс звезды — это результат конкуренции двух самых слабых сил в природе: слабого взаимодействия и тяготения. Коллапс начинается, когда масса железного ядра превосходит предел Чандрасекара M_{Ch} , зависящий квадратично от отношения числа электронов к числу нуклонов в ядре Y_e .

$$M_{Ch} = 1.45(2Y_e)^2 M_\odot, \quad Y_e = 0.41 - 0.45$$

Слабое взаимодействие определяет скорость захвата электронов ядрами железа и соседних элементов и скорость, с которой нейтрино замедляются в коллапсирующем ядре звезды.

На ранней стадии коллапса величина Y_e уменьшается из-за захвата электронов протонами и ядрами области Fe. В результате давление электронного газа падает, что ускоряет коллапс, а распределение ядерных специй в коре звезды смещается в сторону нейтронно-избыточных. Во время коллапса важную роль играют только электронные нейтрино. Когда плотность вещества достигает величины $\rho_{trap} \sim 10^{12}$ g/cm³ нейтрино перестают свободно вылетать из коры звезды, а вскоре термализуются в результате рассеяния с потерей энергии.

Неупругое $\nu - A$ рассеяние в коллапсирующей звезде

Источник нейтрино в перед началом и во время коллапса — захват электронов протонами и ядрами железного кора с $A > 55$.

Когда процессы с участием нейтрино начинают играть заметную роль?

- Плотность: $\rho \gtrsim 4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$
- Температура: $T \gtrsim 0.8 \text{ MeV} \approx 10.3 \text{ GK}$

Процессы с участием нейтрино во время фаз коллапса и взрыва.

- Упругое $\nu - A$ рассеяние $\nu + (A, Z) \leftrightarrow \nu + (A, Z)$
- Поглощение $\nu + (A, Z) \leftrightarrow e^- + (A, Z + 1)$
- Рассеяние нейтрино на электронах $\nu + e^- \leftrightarrow \nu + e^-$
- Неупругое $\nu - A$ рассеяние $(A, Z)^* + \nu_e \leftrightarrow (A, Z)^* + \nu'_e$

Первые численные оценки эффекта неупругого рассеяния нейтрино на ядрах в коллапсирующей звезде сделал W.C. Haxton (1988). До этого считалось, что нейтрино теряют энергию в основном за счет рассеяния на электронах.

G. M. Fuller and B. S. Meyer исследовали влияние температуры на неупругое $\nu - A$ рассеяние в 1991.

Расчеты в рамках LSSM

К.Н. Langanke, G. Martinez-Pinedo с соавторами в серии работ (2002-2008) рассчитали сечение процесса

$$(A, Z) + \nu_e \rightarrow (A, Z)^* + \nu'_e$$

для различных ядер из состава железного кора звезды. Низколежащая часть ядерных спектров рассчитывалась по оболочечной модели (т.н. Large Scale Shell Model approach) в пространстве $p-f$ оболочек.

При энергиях нейтрино $E_\nu \lesssim 15$ МэВ в сечении неупругого $\nu - A$ рассеяния $\sigma_{\nu A}(E_\nu)$ доминируют переходы индуцированные оператором $\vec{\sigma}\tau_0$, т.е.

$$\sigma_{\nu A}(E_\nu) \sim E_{\nu'}^2 |\langle i | \vec{\sigma}\tau_0 | f \rangle|^2,$$

где $E_{\nu'} = E_\nu + (E_i - E_f)$.

Зависящее от T сечение $\sigma_{\nu A}(E_\nu)$ рассчитывалось по формуле

$$\sigma_{\nu A}(E_\nu) = \frac{G_F^2}{\pi} \sum_{i f} E_{\nu', i f}^2 B_{i f}(GT_0) g_i(T),$$

где $B_{i f}(GT_0) = \left(\frac{g_A}{g_V}\right)^2 |\langle i | \vec{\sigma}\tau_0 | f \rangle|^2$, и $g_i(T) \sim (2J_i + 1) \exp\left(-\frac{E_i}{T}\right)$.

Расчеты в рамках LSSM

Однако, полномасштабные расчеты в таком подходе оказываются технически невозможны, т.к. необходимо учесть слишком большое число переходов между состояниями.

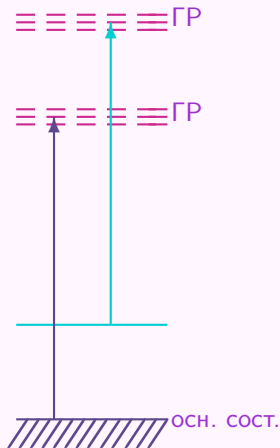
Приближение: сечение $\sigma_{\nu A}(E_\nu)$ разделяли на две части

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu A}(E_\nu) &= \sigma_{\nu A}^d(E_\nu) + \sigma_{\nu A}^{up}(E_\nu) \\ &= \frac{G_F^2}{\pi} \left[\sum_{E_i < E_f} E_{\nu',if}^2 B_{if}(GT_0) g_i(T) + \sum_{E_i > E_f} E_{\nu',if}^2 B_{if}(GT_0) g_i(T) \right] \\ &= \frac{G_F^2}{\pi} \left[\sum_f E_{\nu',0f}^2 B_{0f}(GT_0) + \sum_{E_i > E_f} E_{\nu',if}^2 B_{if}(GT_0) g_i(T) \right]\end{aligned}$$

Слагаемое $\sigma_{\nu A}^d(E_\nu)$ упрощалось за счет использования гипотезы Бринка (Акселя-Бринка) и оказывалось независящим от T .

Из-за технических ограничений в расчетах LSSM не удастся также учесть вклад в рассеяние переходов первого порядка запрета.

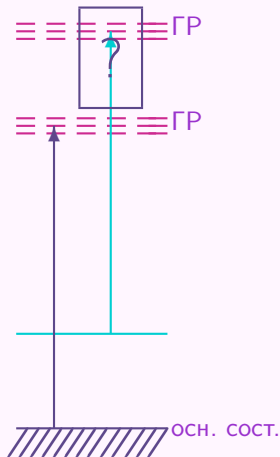
Гипотеза Акселя-Бринка



Гипотеза Акселя-Бринка:

распределение силы переходов с любого возбужденного состояния на гигантский резонанс имеет такую же форму, как и для переходов из основного состояния только сдвинуто на энергию возбуждения этого состояния.

Гипотеза Акселя-Бринка



Гипотеза Акселя-Бринка:

распределение силы переходов с любого возбужденного состояния на гигантский резонанс имеет такую же форму, как и для переходов из основного состояния только сдвинуто на энергию возбуждения этого состояния.

Но справедливость этой гипотезы сомнительна.

Экспериментальные указания: энергия ГДР в горячем ядре уменьшается, а его ширина растет с температурой.

Теоретические расчеты: и оболочечные расчеты методом Монте-Карло и расчеты в рамках теплового ПСФ указывают на уменьшение энергий резонансов с температурой.

Термополевая динамика (ТПД) (“изобретатель” — Н. Umezawa *et al.*, 1975, 1982...) — это формализм, предназначенный для рассмотрения тепловых эффектов в квантовой теории поля и нерелятивистских подходах в теории многих тел. В отличие от более известного формализма Мацубаровских функций Грина в ТПД время t и температура T — независимые переменные. В стандартной формулировке ТПД рассматривает многочастичную систему, находящуюся в тепловом равновесии, в рамках большого канонического ансамбля.

В ТПД статистическое среднее (т.е. среднее по большому каноническому ансамблю) некоторого оператора A вычисляется как среднее значение по некоторому специальным образом сконструированному зависящему от температуры состоянию $|0(T)\rangle$, которое называют тепловым вакуумом (ТВ).

$$\langle\langle A \rangle\rangle = \langle 0(T) | A | 0(T) \rangle = Z^{-1}(T) \sum_n e^{-E_n/T} \langle n | A | n \rangle.$$

$$Z(T) = \sum_n e^{-E_n/T}$$

Термополевая динамика

Чтобы понять, как конструируется тепловой вакуум рассмотрим систему невзаимодействующих фермионов, занимающих дискретные энергетические уровни.

$$H = \sum_n E_n a_n^\dagger a_n, \quad |n\rangle = a_n^\dagger |0\rangle, \quad a_n |0\rangle = 0.$$

Формально введём **фиктивную** “тильда” систему фермионов с гамильтонианом $\tilde{H}$, его собственными векторами $|\tilde{n}\rangle$ и собственными значениями E_n такими же, как у исходной системы

$$\tilde{H} = \sum_n E_n \tilde{a}_n^\dagger \tilde{a}_n, \quad |\tilde{n}\rangle = \tilde{a}_n^\dagger |\tilde{0}\rangle, \quad \tilde{a}_n |\tilde{0}\rangle = 0.$$

Между операторами A исходной системы и новой тильда-системы $\tilde{A}$, действующими только на тильда-состояния, существует взаимно-однозначное соответствие. Исходные и тильда- операторы коммутируют.

Объединим теперь обе системы. Пространство векторов такой объединённой или удвоенной системы будет следующим:

$$|0\rangle \equiv |0\rangle \otimes |\widetilde{0}\rangle, \quad a_n^\dagger |0\rangle, \quad \widetilde{a}_n^\dagger |0\rangle, \quad a_n^\dagger \widetilde{a}_m^\dagger |0\rangle. \quad (1)$$

Т.е. гильбертово пространство двойной системы представляет собой прямое произведение исходного пространства и его тильда-образа.

Из векторов этого удвоенного гильбертова пространства и можно построить состояние $|0(T)\rangle$ со свойством теплового вакуума. Именно:

$$|0(T)\rangle = Z^{-1/2}(T) \sum_n e^{-E_n/2T} |n\rangle \otimes |\widetilde{n}\rangle$$

Среднее от оператора A по этому состоянию совпадает со статистическим средним от A по большому каноническому ансамблю.

$$\langle\langle A \rangle\rangle = \langle 0(T) | A | 0(T) \rangle$$

Для оператора $\widetilde{A}$ результат будет таким же.

Термополевая динамика

Состояние $|0(T)\rangle$ называют **вакуумом** поскольку оно уничтожается под действием следующим образом построенного оператора β_n :

$$\beta_n = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-E_n/T}}} a_n - \frac{e^{-E_n/T}}{\sqrt{1 + e^{-E_n/T}}} \tilde{a}_n^\dagger$$

т.е. $\beta_n |0(T)\rangle = 0$ и $\tilde{\beta}_n |0(T)\rangle = 0$.

Тепловой вакуум следующим образом связан с вакуумами исходной и тильда- компонент двойной системы:

$$|0(T)\rangle = \prod_n \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-E_n/T}}} + \frac{e^{-E_n/T}}{\sqrt{1 + e^{-E_n/T}}} a_n^\dagger \tilde{a}_n^\dagger \right\} |0\rangle$$

Теперь можно построить зависящее от температуры T пространство Фока нагретой системы невзаимодействующих фермионов

$$|0(T)\rangle, \quad \beta_n^\dagger |0(T)\rangle, \quad \tilde{\beta}_n^\dagger |0(T)\rangle, \quad \beta_n^\dagger \tilde{\beta}_m^\dagger |0(T)\rangle, \text{ etc.}$$

Термополевая динамика

Унитарное зависящее от T преобразование набора операторов $a_n^\dagger, a_n, \tilde{a}_n^\dagger, \tilde{a}_n$ к набору тепловых операторов $\beta_n^\dagger, \beta_n, \tilde{\beta}_n^\dagger, \tilde{\beta}_n$ называется

тепловым преобразованием Боголюбова

Для нагретой системы, т.е. в удвоенном гильбертовом пространстве, $|n\rangle \otimes |\tilde{m}\rangle$, оператор сдвига по оси времени (т.е. гамильтониан) будет следующим

$$\mathcal{H} = H - \tilde{H} = \sum_n E_n (a_n^\dagger a_n - \tilde{a}_n^\dagger \tilde{a}_n) = \sum_n E_n (\beta_n^\dagger \beta_n - \tilde{\beta}_n^\dagger \tilde{\beta}_n)$$

Operator $\mathcal{H}$ называют тепловым гамильтонианом

Свойства теплового вакуума: $\mathcal{H}|0(T)\rangle = 0$; $|\widetilde{0(T)}\rangle = |0(T)\rangle$.

Кроме того, для однозначного определения теплового вакуума существует так. наз. “условие на тепловое состояние” (thermal state condition), связывающее между собой исходный оператор и его тильда-партнер

$$A|0(T)\rangle = \sigma e^{\mathcal{H}/2T} \tilde{A}^\dagger |0(T)\rangle$$

($\sigma = 1$ для бозонного A и $\sigma = -i$ для фермионного A)

$$H, |n\rangle, E_n$$

$$H, |n\rangle, E_n$$

$$T \neq 0$$

$$\tilde{H}, |\tilde{n}\rangle, E_n$$

Тепловое преобразование Боголюбова

$$H, |n\rangle, E_n$$

$$T \neq 0$$

$$\mathcal{H}$$

$$\beta_n^\dagger, \tilde{\beta}_n^\dagger$$

$$\tilde{H}, |\tilde{n}\rangle, E_n$$

Тепловое преобразование Боголюбова

$$H, |n\rangle, E_n$$

$$T \neq 0$$

$$\mathcal{H}$$

$$\beta_n^\dagger, \tilde{\beta}_n^\dagger$$

$$\tilde{H}, |\tilde{n}\rangle, E_n$$

Как работать в ТПД:

- Динамика и возбужденные состояния системы при $T \neq 0$ определяются тепловым гамильтонианом $\mathcal{H}$
- Спектр нагретой системы содержит состояния как с положительной, так и отрицательной энергией, т.к.

$$\mathcal{H} \beta_n^\dagger |0(T)\rangle = E_n \beta_n^\dagger |0(T)\rangle; \quad \mathcal{H} \tilde{\beta}_n^\dagger |0(T)\rangle = -E_n \tilde{\beta}_n^\dagger |0(T)\rangle$$

- Тепловые свойства системы контролируются тепловым вакуумом. Среднее по большому каноническому ансамблю некоторой физической переменной (оператора) A вычисляется как $\langle 0(T) | A | 0(T) \rangle$.

Модельный гамильтониан:

$$H_{QPM} = H_{sp} + H_{pair} + H_{SM}^{ph} ,$$

$$H_{sp} = \sum_{\tau=p,n} \sum_{jm}^{\tau} (E_j - \lambda_{\tau}) a_{jm}^{\dagger} a_{jm} , \quad (jm \equiv n, l, j, \tau, m),$$

$$H_{pair} = -\frac{1}{4} \sum_{\tau=p,n} G_{\tau} \sum_{\substack{jm \\ j'm'}}^{\tau} a_{jm}^{\dagger} a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'} a_{j'm'}, \quad (a_{\overline{jm}} = (-1)^{j-m} a_{j-m}),$$

$$H_{SM}^{ph} = -\frac{1}{2} \sum_{L\lambda} (\kappa_0^{(L\lambda)} + \kappa_1^{(L\lambda)} \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2) \sum_{\mu} S_{L\lambda\mu}^{\dagger} S_{L\lambda\mu},$$

$$S_{L\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{\tau=p,n} \sum_{\substack{jm \\ j'm'}}^{\tau} \langle jm | i^L R_L(r) [Y_L \vec{\sigma}]_{\mu}^{\lambda} | j'm' \rangle a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'} .$$

Тепловой гамильтониан: БКШ при ненулевой температуре

Тепловой гамильтониан

$$\mathcal{H} = H_{QMP} - \tilde{H}_{QPM} = \mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair} + \mathcal{H}_{SM}^{ph}$$

Первый шаг: преобразование от частиц к квазичастицам и от квазичастиц к тепловым квазичастицам

Преобразование Боголюбова

$$\begin{aligned}\alpha_{jm}^\dagger &= u_j a_{jm}^\dagger - v_j \overline{a_{j\overline{m}}}, \\ \tilde{\alpha}_{jm}^\dagger &= u_j \tilde{a}_{jm}^\dagger - v_j \tilde{\overline{a_{j\overline{m}}}}, \quad (u_j^2 + v_j^2 = 1) .\end{aligned}$$

Тепловое преобразование
Боголюбова

$$\begin{aligned}\beta_{jm}^\dagger &= x_j \alpha_{jm}^\dagger - i y_j \tilde{\alpha}_{jm}, \\ \tilde{\beta}_{jm}^\dagger &= x_j \tilde{\alpha}_{jm}^\dagger + i y_j \alpha_{jm}, \quad (x_j^2 + y_j^2 = 1) .\end{aligned}$$

Тепловой вакуум: вакуум для тепловых квазичастиц —
 $\beta_{jm}|0(T); qp\rangle = \tilde{\beta}_{jm}|0(T); qp\rangle = 0.$

Система уравнений БКШ при ненулевой температуре

После диагонализации спаривательного теплового гамильтониана

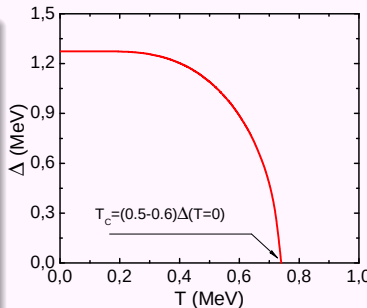
$$\mathcal{H}_{BCS} = \mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_{pair}$$

$$\Delta_\tau = \frac{G_\tau}{2} \sum_j^\tau (2j+1)(x_j^2 - y_j^2)u_j v_j,$$

$$N_\tau = \sum_j^\tau (2j+1)(v_j^2 x_j^2 + u_j^2 y_j^2),$$

$$\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \pm \frac{E_j - \lambda_\tau}{\varepsilon_j} \end{pmatrix}^{1/2},$$

$$y_j^2 = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_j}{T}\right) \right]^{-1}, \varepsilon_j = \sqrt{(E_j - \lambda_\tau)^2 + \Delta_\tau^2}.$$



Тепловой гамильтониан: тепловое приближение случайной фазы

Второй шаг: преобразование к тепловым фононам

С ранее определенными коэффициентами преобразования Боголюбова и теплового преобразования Боголюбова гамильтониан принимает вид

$$\mathcal{H}_{QPM} = \sum_{\tau} \sum_{jm}^{\tau} \varepsilon_j (\beta_{jm}^{\dagger} \beta_{jm} - \tilde{\beta}_{jm}^{\dagger} \tilde{\beta}_{jm}) - \frac{1}{2} \sum_{L\lambda\mu} \sum_{\tau, \rho=\pm 1} (\kappa_0^{(L\lambda)} + \rho \kappa_1^{(L\lambda)}) \left\{ S_{L\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) S_{L\lambda\mu}(\rho\tau) - \tilde{S}_{L\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) \tilde{S}_{L\lambda\mu}(\rho\tau) \right\}.$$

Оператор $\mathcal{H}_{QPM}$ диагонализуется в пространстве тепловых фононов

$$Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} |0(T); ph\rangle = \frac{1}{2} \sum_{j_1 j_2} \left(\psi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1}^{\dagger} \beta_{j_2}^{\dagger}]_{\mu}^{\lambda} + \tilde{\psi}_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_1}^{\dagger} \tilde{\beta}_{j_2}^{\dagger}]_{\mu}^{\lambda} + 2i \eta_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1}^{\dagger} \tilde{\beta}_{j_2}^{\dagger}]_{\mu}^{\lambda} \right) + \left(\phi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1} \beta_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} + \tilde{\phi}_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\tilde{\beta}_{j_1} \tilde{\beta}_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} + 2i \xi_{j_1 j_2}^{\lambda i} [\beta_{j_1} \tilde{\beta}_{j_2}]_{\mu}^{\lambda} \right) |0(T); ph\rangle.$$

Тепловой гамильтониан: тепловое приближение случайной фазы

Тепловой вакуум переопределяется: теперь $|0(T); ph\rangle$ — вакуум для тепловых фононов

$$Q_{\lambda\mu i}|0(T); ph\rangle = 0, \quad \tilde{Q}_{\lambda\mu i}|0(T); ph\rangle = 0.$$

Тепловые фононы трактуются как бозоны

$$[Q_{\lambda'\mu'k'}, Q_{\lambda\mu k}^\dagger] = \delta_{\lambda'\lambda}\delta_{\mu'\mu}\delta_{k'k}, \quad [\tilde{Q}_{\lambda'\mu'k'}, Q_{\lambda\mu k}^\dagger] = 0, \quad \text{etc.},$$

что накладывает дополнительные ограничения на амплитуды $\psi_{j_1j_2}^{\lambda k}, \tilde{\psi}_{j_1j_2}^{\lambda k}, \dots$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\tau} \sum_{j_1j_2}^{\tau} & (\psi_{j_1j_2}^{\lambda k'} \psi_{j_1j_2}^{\lambda k} + \tilde{\psi}_{j_1j_2}^{\lambda k'} \tilde{\psi}_{j_1j_2}^{\lambda k} + 2\eta_{j_1j_2}^{\lambda k'} \eta_{j_1j_2}^{\lambda k} \\ & - \phi_{j_1k_2}^{\lambda k'} \phi_{j_1j_2}^{\lambda k} - \tilde{\phi}_{j_1k_2}^{\lambda k'} \tilde{\phi}_{j_1j_2}^{\lambda k} - 2\xi_{j_1j_2}^{\lambda'k'} \xi_{j_1j_2}^{\lambda k}) = \delta_{k'k}. \end{aligned}$$

Тепловой гамильтониан: тепловое приближение случайной фазы

В конечном итоге получается следующий тепловой гамильтониан

$$\mathcal{H}_{TQRP A} = \sum_{\lambda \mu k} \omega_{\lambda k}(T) (Q_{\lambda \mu k}^{\dagger} Q_{\lambda \mu k} - \tilde{Q}_{\lambda \mu k}^{\dagger} \tilde{Q}_{\lambda \mu k}).$$

Уравнение для энергий тепловых фононов $\omega_{\lambda i}$ (только для одной константы $\kappa_1^{(L, \lambda)} \neq 0$)

$$\frac{2\lambda + 1}{\kappa_1^{(L, \lambda)}} = \sum_{j_1 j_2} (f_{j_1 j_2}^{(L, \lambda)})^2 \left[\frac{(u_{j_1 j_2}^{(-)})^2 \varepsilon_{j_1 j_2}^{(+)} (1 - y_{j_1}^2 - y_{j_2}^2)}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^{(+)})^2 - \omega^2} - \frac{(v_{j_1 j_2}^{(+)})^2 \varepsilon_{j_1 j_2}^{(-)} (y_{j_1}^2 - y_{j_2}^2)}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^{(-)})^2 - \omega^2} \right]$$

и $\varepsilon_{j_1 j_2}^{(\pm)} = \varepsilon_{j_1} \pm \varepsilon_{j_2}$, $u_{j_1 j_2}^{(-)} = u_{j_1} v_{j_2} - v_{j_1} u_{j_2}$, $v_{j_1 j_2}^{(+)} = u_{j_1} u_{j_2} + v_{j_1} v_{j_2}$.

Фононные амплитуды $\psi_{j_1 j_2}^{\lambda i}$, $\tilde{\psi}_{j_1 j_2}^{\lambda i}$, $\eta_{j_1 j_2}^{\lambda i}$ и т.д. зависят и от квазичастичных и от фононных тепловых чисел заполнения.

Сечение $\nu - A$ рассеяния

Мы рассчитывали $\sigma_{\nu A}(E_\nu)$ формализме Walecka-Donnelly, учитывая и слабые полулептонные, и электромагнитные процессы и используя разложение оператора плотности соответствующего адронного тока по мультиполям. Для неупругого рассеяния нейтрино на ядре, вызванного нейтральным током дифференциальное сечение для перехода $i \rightarrow f$ имеет вид

$$\frac{d\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega} = \frac{2G^2}{\pi} \frac{(E_\nu - \omega_{if})^2 \cos^2 \frac{\Theta}{2}}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{\text{CL}}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_{\text{T}}^J \right\},$$

G – электрослабая константа связи; Θ – угол рассеяния, E_ν – энергия падающего нейтрино; ω_{if} – разность энергий начального и конечного состояний ядра.

Учитывался вклад всех мультипольных операторов: $\hat{M}_J$, $\hat{L}_J$, $\hat{J}_J^{\text{el}}$ и $\hat{J}_J^{\text{mag}}$ (т.е. зарядовой, продольной, и поперечных электрической и магнитной составляющих оператора 4-х тока).

Сечение $\nu - A$ рассеяния

Подробнее:

$$\sigma_{\text{CL}}^J = \left| \langle J_f \| \hat{M}_J + \frac{\omega_{if}}{q} \hat{L}_J \| J_i \rangle \right|^2$$

и

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{T}}^J = & \left(-\frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right) \left[|\langle J_f \| \hat{J}_J^{\text{mag}} \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \hat{J}_J^{\text{el}} \| J_i \rangle|^2 \right] \\ & - \tan \frac{\Theta}{2} \sqrt{-\frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\Theta}{2}} \left[2 \text{Re} \langle J_f \| \hat{J}_J^{\text{mag}} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{J}_J^{\text{el}} \| J_i \rangle^* \right]. \end{aligned}$$

$$q_\mu = (\omega_{if}, \vec{q}) \quad \left(q = |\vec{q}| = \sqrt{\omega_{if}^2 + 4E_\nu(E_\nu - \omega_{if}) \sin^2 \frac{\Theta}{2}} \right)$$

Как уже говорилось, при энергиях нейтрино $E_\nu \lesssim 15 \text{ MeV}$ оператор возбуждения сводится к $\vec{\sigma}\tau_0$ (возбуждает дипольные спин-флиповые зарядово-нейтральные состояния 1^+)

Ядерные матричные элементы

Предполагалось, что начальное состояние нагретого ядра — тепловой вакуум фононов, конечное — тепловой фонон (ядро возбуждается, нейтрино теряет энергию) или тепловой тильда-фонон (ядро теряет энергию, нейтрино приобретает энергию).

Величина $\omega_{if} = \omega_{\lambda i}$, т.е. совпадает с энергией теплового фонона.

Вероятности переходов вычисляются следующим образом

Возбуждение: $\Phi(\omega_{\lambda i}) = |\langle Q_{\lambda i} \| D \| 0(T); ph \rangle|^2$

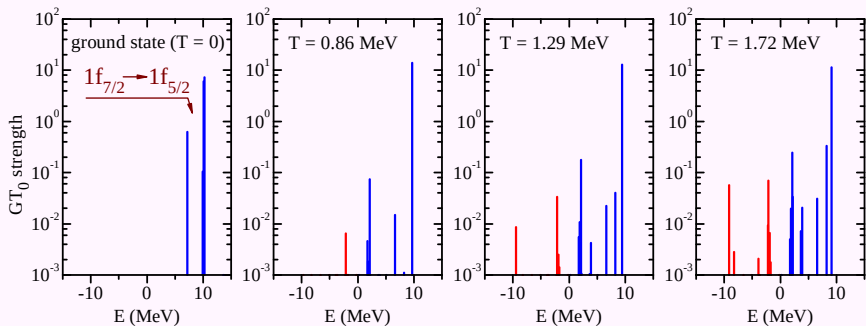
Девозбуждение: $\tilde{\Phi}(-\omega_{\lambda i}) = |\langle \tilde{Q}_{\lambda i} \| D \| 0(T); ph \rangle|^2$

Сечение неупругого $\nu - A$ рассеяния таким образом можно разделить на две части:

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu A}(E_\nu) &= \sigma_{\nu A}^d(E_\nu) + \sigma_{\nu A}^{up}(E_\nu) \\ &= \frac{G_F^2}{\pi} \sum_i (E_\nu - \omega_{\lambda i})^2 \Phi_{\lambda i} + \frac{G_F^2}{\pi} \sum_i (E_\nu + \omega_{\lambda i})^2 \tilde{\Phi}_{\lambda i}.\end{aligned}$$

Влияние температуры на распределение силы GT_0 переходов

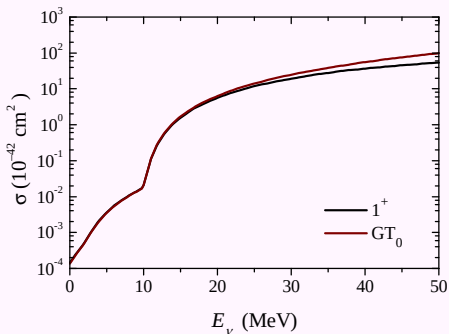
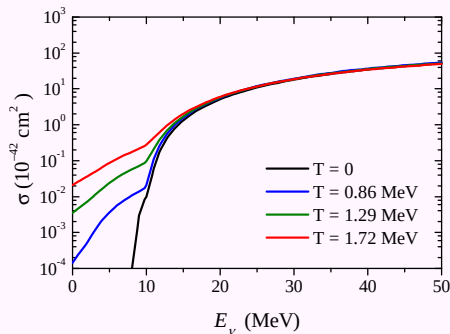
Распределение силы GT_0 переходов в ^{54}Fe при разных T



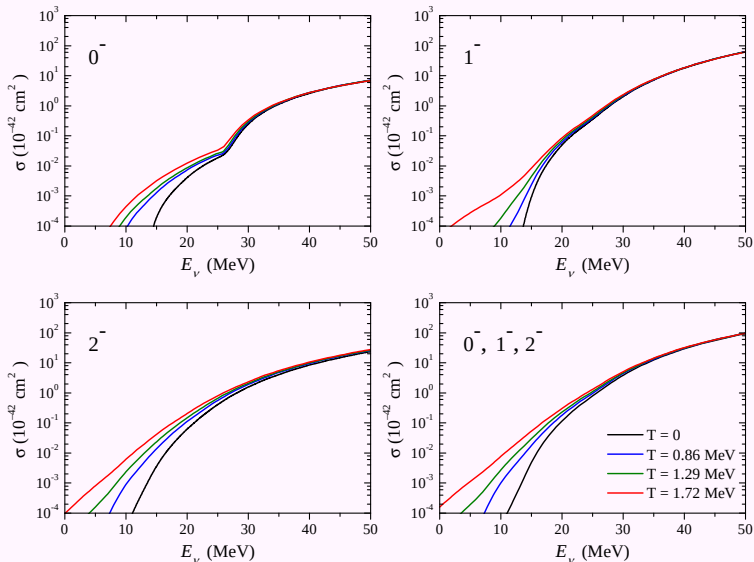
$T = 0.86$ МэВ температура перед началом коллапса в звезде $15M_{\odot}$; $T = 1.29$ MeV - температура в фазе захвата нейтрино веществом кора, $T = 1.72$ MeV — температура, когда нейтрино термализуются.

Неупругое рассеяние нейтрино на ядрах при $T \neq 0$

Сечение неупругого рассеяния нейтрино на ^{54}Fe как функция энергии нейтрино E_ν при разных температурах (показан вклад переходов только на 1^+ уровни).

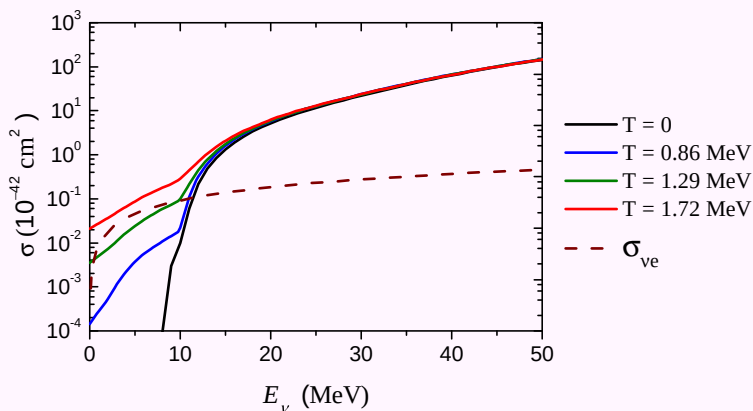


Неупругое рассеяние нейтрино на ядрах при $T \neq 0$



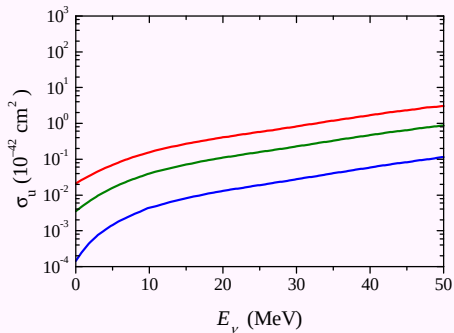
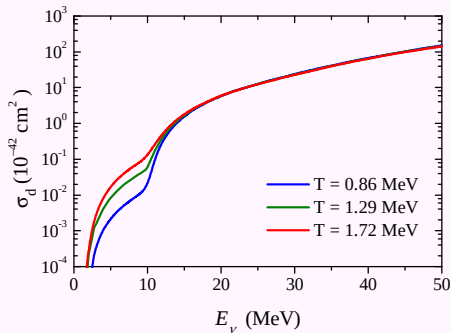
Вклад переходов первого порядка запрета в неупругое сечение $\sigma_{\nu A}$ на ^{54}Fe при разных T

Неупругое рассеяние нейтрино на ядрах при $T \neq 0$



Суммарное сечение неупругого $\nu - A$ рассеяния на ^{54}Fe при разных T
 $\sigma_{\nu e}(E_\nu) \approx \frac{G_F m_e}{\pi} E_\nu$ — сечение неупругого рассеяния нейтрино на электроне

Неупругое рассеяние нейтрино на ядрах при $T \neq 0$



Вклад переходов с возбуждением ядра $\sigma_d(E_\nu)$ (левый рисунок) и де-возбуждением ядра $\sigma_u(E_\nu)$ (правый рисунок) в сечение неупругого рассеяния нейтрино на ^{54}Fe при разных температурах T .

- Результаты расчетов сечения неупругого $\nu - A$ рассеяния в условиях начинающегося коллапса массивной звезды, выполненные в LSSM *K. Langanke, G. Martinez-Pinedo and collaborators* и ТПСФ согласуются не только качественно, но и количественно.
- Для нуклидов с $A > 60 - 70$ и энергий $E_\nu \gtrsim 20$ МэВ предсказания теплового ПСФ более надежны (нет ограничений на размер конфигурационного пространства). Кроме того, эти расчеты гораздо проще с технической точки зрения.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !