

ФГБУ «ГНЦ РФ – Институт теоретической и экспериментальной физики» НИЦ «Курчатовский институт»

05-14

# Ю.Г. Абов, Ф.С. Джепаров, А.Д. Гулько, Д.В. Львов

# Магнитный резонанс и релаксация поляризованных бета-активных ядер. Современное состояние и ожидаемые перспективы

Yu.G. Abov, F.S. Dzheparov, A.D. Gulko, D.V.Lvov. App. Magn. Reson. v.45, 1205 (2014)

Москва 2014

# МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС И РЕЛАКСАЦИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ БЕТА-АКТИВНЫХ ЯДЕР. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ОЖИДАЕМЫЕ ПЕРСПЕКТИВЫ Препринт ИТЭФ 05–14

Ю.Г. Абов, Ф.С. Джепаров, А.Д. Гулько, Д.В. Львов.

M:2014 – 19 c.

Представлен обзор экспериментальных и теоретических исследований в магнитном резонансе и релаксации поляризованных бета-активных ядер (бета-ЯМР) начиная с изобретения метода после открытия несохранения четности. Рассмотрены основы метода и схемы установок на базе реактора и ускорителя. Основное внимание уделяется изучению радиационных дефектов, сопровождающих образование бета-активных ядер в кристаллах, многоспиновых резонансов и их применению для изучения дефектов и неупорядоченных систем, функций формы линии ЯМР и кросс-релаксации и случайных блужданий в неупорядоченных средах (магнитный аналог ферстеровского резонансного переноса энергии).

MAGNETIC RESONANCE AND RELAXATION OF POLARIZED BETA-ACTIVE NUCLEI. MODERN STATE AND VISIBLE TRENDS Preprint ITEP 05–14 Yu.G. Abov, F.S. Dzheparov, A.D.Gulko, D.V. Lvov. M:2014 – 19 p. A review of experimental and theoretical studies in magnetic resonance and relaxation of polarized beta-active nuclei (beta-NMR) is presented since invention of the method after discovery of parity nonconservation. Basics of the method and layouts of reactor- and accelerator-based installations are considered. Main attention is devoted to studies of radiation after-effects, multispin resonances and their application to study of defects and disordered systems, NMR and cross-relaxation line shapes,

and random walks in disordered media (magnetic analogy of Forster resonance energy transfer).

Список лит. – 81 наим.

#### 1. Введение

Метод магнитного резонанса и релаксации поляризованных бета-активных ядер (бета-ЯМР) был изобретен Ф.Л. Шапиро [1] вскоре после открытия несохранения четности в бета-распаде. С начала и до наших дней метод используется для измерения ядерных дипольных и квадрупольных моментов для ядерной физики и для изучения сверхтонких взаимодействий и различных эволюционных процессов в конденсированных средах (см. статьи и обзоры [2-19] и ссылки в них). Планируется создание новых установок в современных ускорительных центрах RIKEN (Япония) [20], FAIR (Германия) [21] и NSCL / FRIB (США) [22].

Метод использует угловое распределение излучения поляризованных бетаактивных ядер (бета-ядер)

$$w(\vartheta, t) = 1 + ap(t)\cos\vartheta, \quad \cos\vartheta = \mathbf{pk} / pk, \tag{1}$$

для изучения эволюции поляризации ядер  $\mathbf{p}(t) = \langle \mathbf{I}(t) \rangle$ . Здесь  $\mathbf{k}$  – импульс испущенного бета-ядром электрона,  $\mathbf{I}$  – спин бета-ядра, угловые скобки соответствуют стандартному квантово-статистическому усреднению, и ядерная константа  $a \sim 0.1$  не важна в последующем обсуждении, потому что не зависит от стандартных контролируемых воздействий, таких как внешние магнитные и электрические поля, температура и давление.

Современные установки используют бета-ядра, произведенные в (n,  $\gamma$ )реакциях на поляризованных тепловых нейтронах от ядерного реактора, или бета-ядра радиоактивных ионных пучков из ускорительных установок.

Схема бета-ЯМР-спектрометра ИТЭФ представлена на рис. 1 [14, 15, 18], где показаны основные элементы. Они обеспечивают

1) поляризацию нейтронов, отсутствие поляризационных потерь на пути нейтронов к образцу, формирование импульсов нейтронов и контролируемую инверсию направления поляризации нейтронов относительно ведущего магнитного поля, а также

2) определение поляризации бета-ядер через измерение асимметрии бетараспада

$$\varepsilon = (N_{+} - N_{-}) / (N_{+} + N_{-}), \qquad (2)$$

где N<sub>+</sub> и N<sub>-</sub> – числа электронов распада, испущенных вдоль и против направления ядерной поляризации.

Похожие элементы применялись и в первых установках [2-4].

Существующая установка ИТЭФ расположена на реакторе Московского инженерно-физического института (МИФИ). Ожидается, что новая установка будет размещена на высокопоточном реакторе ПИК в Гатчине, что даст возможность выполнения типичного измерения за несколько дней, в то время как на реакторах МИФИ и ИТЭФ на это требовались годы. Нейтронные бета-ЯМР установки позволяют проводить исследования в объеме образца, потому что типичные длины проникновения как тепловых нейтронов, так и излученных бета-частиц, достаточно велики для этого.



Рис. 1. Схема нейтронного β-ЯМР-спектрометра (ИТЭФ, Москва). Она включает узел для получения поляризованных нейтронов [(1, 3 и 6) – коллиматоры нейтронов, (2) – нейтронное зеркало-поляризатор, (4) – прерыватель пучка поляризованных нейтронов, (5) – спин-флиппер для изменения направления поляризации нейтронов на образце, (10) – зеркало-анализатор и (11) – нейтронный детектор] и узел для измерения асимметрии эмиссии электронов от распада бета ядер [(7) – электромагнит, (8) – исследуемый образец и (9) – сцинтилляционные счетчики-телескопы для регистрации электронов распада].

Лучшая современная бета-ЯМР установка для исследований конденсированных сред на базе ускорителя находится в ускорительном центре ISAC-TRIUMF, где создан пучок поляризованных бета-активных ядер с общим потоком около  $10^7 - 10^8$  с<sup>-1</sup> и с управляемой кинетической энергией  $E \sim 30$  кэВ [12,13]. Энергия оптимизирована для исследований поверхностных областей твердых тел. Как видно из рис.2, главное отличие в измерительном блоке, по сравнению с нейтронным бета-ЯМР, состоит в ориентации пучка бета-ядер вдоль поля спектрометра  $H_0$ , в то время как пучок нейтронов был направлен приблизительно в перпендикулярном направлении. Как следствие, пучок проходит через задний детектор (В) бета-частиц. Следует отметить также применение электростатических фокусирующих линз. Измеряемой величиной снова является асимметрия (2). Метод бета-ЯМР имеет следующие преимущества по сравнению со стандартным методом ЯМР: (I) высокая чувствительность, позволяющая выполнять измерения для  $N \sim 10^{6}$ – $10^{8}$  бета-активных ядер в образце; (II) чувствительность метода не зависит от внешнего магнитного поля, поэтому можно выполнять релаксационные исследования в произвольных полях, включая малые; (III) измерение релаксации не требует применения радиочастотных полей, что имеет важное значение при работе с металлическими образцами и образцами, помещенными в металлические контейнеры; и (IV) наличие у ряда βядер квадрупольных моментов при отсутствии их у ядер стабильных изотопов (например,  $^{20}$ F,  $^{108}$ Ag и  $^{110}$ Ag), что дает возможность измерения градиентов электрического поля на β-ядрах.



Рис. 2. Схема бета-ЯМР установки ISAC-TRIUMF [12].

Высокая чувствительность бета-ЯМР определяется высокой начальной поляризацией бета-ядер и высокой эффективностью в обнаружении испускаемых бета-частиц. В частности, начальное состояние бета-ядра, созданного в (n,γ)реакции, имеет вид [1, 14]

$$\rho_0 = \frac{1}{2I+1} \left( 1 + \frac{3\mathbf{P}_0 \mathbf{I}}{I(I+1)} \right), \quad \mathbf{P}_0 = \mathrm{Tr} \left( \mathbf{I} \rho_0 \right), \tag{3}$$

где  $|\mathbf{P}_0|$  близок к максимальному значению  $P_{0\text{max}} = (I+1)/3$ , определяемому неотрицательностью собственных значений  $\rho_0$ , тогда как в обычном ЯМР типичная термическая поляризация ядер  $P_{therm} \sim \omega_0 / T \le 10^{-5} P_0$  определяется ларморовской частотой  $\omega_0$  и температурой *T*.

Для удобства мы будем представлять угловое распределение бетаизлучения от ансамбля бета-активных ядер, возникших в момент t = 0, в виде

$$w(\vartheta, t) = 1 + \alpha P_0(t) p_n \cos \vartheta, \qquad (4)$$

где ядерная поляризация  $P_0(t)$  нормирована условием  $P_0(t = 0) = 1$  и  $p_n$  является проекцией нейтронной поляризации на статическое внешнее магнитное поле **H**<sub>0</sub>, направленное вдоль оси *z*.

В реальности при измерении асимметрии  $\varepsilon(t)$  используются нейтронные импульсы конечной продолжительности  $\tau_{irr}$  и конечное временное разрешение  $\Delta t$ . Поэтому асимметрия бета-излучения, измеренная за время  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$  равна

$$\varepsilon_{k} = \left( N_{\uparrow}^{k} - N_{\downarrow}^{k} \right) / \left( N_{\uparrow}^{k} + N_{\downarrow}^{k} \right), \tag{5}$$

где  $N_{\uparrow(\downarrow)}^k$  – это количество бета-частиц, попавших в счетчик за время  $\Delta t_k$  при поляризации нейтронов, направленной вдоль (против) поля **H**<sub>0</sub>. Если есть толь-ко один тип бета-ядер в образце, то

$$N^{k}_{\uparrow} + N^{k}_{\downarrow} = b_{1} \int_{-\infty}^{t_{k}} d\tau j_{n}(\tau) \int_{t_{k-1}}^{t_{k}} dt e^{-\lambda(t-\tau)} \mathcal{G}(t-\tau), \qquad (6)$$

$$N_{\uparrow}^{k} - N_{\downarrow}^{k} = b_{2} \int_{-\infty}^{t_{k}} d\tau j_{p}(\tau) \int_{t_{k-1}}^{t_{k}} dt e^{-\lambda(t-\tau)} P_{0}(t-\tau) \mathcal{G}(t-\tau),$$
(7)

где  $P_0(t)$  определено в (4),  $\mathcal{P}(t)$  – функция Хэвисайда,  $b_1$  и  $b_2$  – численные константы,  $j_n(\tau)$  – нейтронный поток на месте образца,  $j_p(\tau)$  – поток нейтронной поляризации, вызванный этим нейтронным потоком и  $\lambda$  – скорость бетараспада. Если производятся несколько видов бета-активных ядер, то используется очевидное обобщение этих формул (см, например, [18]).

#### 2. Радиационные повреждения

Типичные энергии гамма-квантов, испускаемых в  $(n,\gamma)$ -реакции, лежат в диапазоне между несколькими десятками кэВ и несколькими МэВ. В результате бета-активные ядра приобретают энергию отдачи около нескольких сотен электрон-вольт (как в случае ядра <sup>8</sup>Li) или получают ободранную электронную оболочку, если гамма-переходы имеют значительный коэффициент внутренней конверсии, как в случае ядер <sup>108</sup>Ag и <sup>110</sup>Ag. Характерная энергия, необходимая для формирования диамагнитного точечного дефекта типа вакансии или междоузлия, оценивается обычно в 25 эВ. Ядро, окруженное ионизированной электронной оболочкой, притягивает соседние электроны, и это может привести к сложной перестройке структуры вещества в непосредственной близости от этого ядра. В результате, производство бета-активных ядер в конденсированных средах всегда сопровождается образованием радиационных дефектов в непосредственной близости от ядер. В свою очередь, дефекты с помощью сверхтонких взаимодействий воздействуют на зависимость поляризации ядер от времени и других контролируемых параметров. Поэтому любое бета-ЯМР исследование должно начинаться с уточнения роли послераспадных эффектов. Например, исследования, выполненные группой ИТЭФ в период между 1970 и 1980 годами, показали, что послераспадные эффекты в кристаллах LiF проявляются при низкой температуре, но практически отсутствует при комнатной и более высоких температурах [6, 23 -25]. Вследствие этого стала возможной дальнейшая работа группы ИТЭФ по изучению коллективных эффектов в динамике ядерных спинов при комнатной температуре.

Рассмотрим типичные проявления радиационных дефектов, созданных бета-активными ядрами <sup>8</sup>Li с периодом полураспада  $T_{1/2} = 0,84$  с в кристаллах LiF.

Предположим, что короткие нейтронные импульсы длительностью  $\tau_{irr} \sim 0.2$  с падают на образец, и что между импульсами асимметрия  $\varepsilon(t)$  измеряется с временным разрешением  $\Delta t \approx 0.1$  с. Здесь время  $t \sim 1$  сек отсчитывается от конца нейтронного импульса. Наблюдаемая зависимость имеет форму

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \exp(-t/T_1), \tag{8}$$

где  $\varepsilon_0 = \varepsilon(0)$  и  $T_1$  зависят от температуры T и внешнего магнитного поля  $H_0$ . Наличие зависимости  $T_1(T,H_0)$  неудивительно с точки зрения стандартного магнитного резонанса, в то время как появление зависимости  $\varepsilon_0(T, H_0)$  является новым эффектом, который указывает на возникновение еще одного (быстрого) релаксационного процесса в системе на масштабе  $t \sim \tau_0 \ll \tau_{irr}$ . Рисунки 3 и 4 демонстрируют, что при комнатной температуре вся зависимость  $\varepsilon_0(T = 300K, H_0)$  определяется кросс-релаксацией <sup>8</sup>Li со стабильными ядрами <sup>6</sup>Li, <sup>19</sup>F и <sup>7</sup>Li. Значение  $\varepsilon_0(T, H_0 > 1 \text{ kG})$  не зависит от температуры и  $\varepsilon_0(T = 300K, H_0 = 100 \text{ G}) \approx \varepsilon_0(T, H_0 = 1 \text{ kG})$ . При комнатной температуре и  $H_0 > 3$ kG зависимость  $\varepsilon_0(T)$  достигает максимального значения  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{max} \approx 7.3\%$ . При меньших полях  $70 < H_0 < 800$  G для образцов с концентрацией <sup>6</sup>Li c = 0.3%значение  $\varepsilon_0$  почти то же, но если c = 3.2%, то мы видим  $\varepsilon_0 \le 6.3\%$ , что определяется быстрой частью кросс-релаксации <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li (этот процесс возникает вследствие случайного распределения <sup>6</sup>Li в кристалле, смотри ниже). Для  $H_0 <$ 70 G становится важной кросс-релаксация со спинами<sup>19</sup>F и <sup>7</sup>Li.

Кросс-релаксация в малых полях  $H_0 < 150$  G хорошо известна и впервые наблюдалась в LiF для стабильных ядер в работе [26], в то время как кросс-

релаксация <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li, вероятно, наблюдалась впервые при столь больших  $H_0$  в [23] и позже была подтверждена в работе [27]. Обычно измерение двухспиновой кросс-релаксации для стабильных ядер возможно в сравнительно небольших полях из-за большой разницы g-факторов ядер, участвующих в переходе, но для ядер <sup>6</sup>Li и <sup>8</sup>Li разность g-факторов  $\Delta g / g \approx 0,0057$  уникально мала.

Влияние радиационных повреждений проявляется как отклонение от этих кросс-релаксационных зависимостей в области  $H_0 \leq 200$  G при уменьшении температуры. Линии на рис. 3 и 4 представляют собой расчет влияния вакансий фтора от первой координационной сферы без (пунктирная кривая) и с (сплошная кривая) учетом их пространственного скачкообразного движения согласно теории, развитой в работе [28].



Рис. 3. Зависимость начальной асимметрии  $\varepsilon_0$  бета-ядра <sup>8</sup>Li в монокристалле LiF от внешнего магнитного поля **H**<sub>0</sub>||[100] [23, 6]. Темные кружки соответствуют комнатной температуре, открытые кружки – температуре азота, концентрация <sup>6</sup>Li c = 3.2%. Темные квадраты – c = 0.3%, T=300 K, см. текст.

Электрическое квадрупольное взаимодействие с вакансией, размещенной в **r**, имеет вид

$$H_{\mathcal{Q}}(\mathbf{r}) = \beta_{\mathcal{Q}}\left(\left(\mathbf{In}\right)^2 - I(I+1)/3\right), \quad \mathbf{n} = \mathbf{r}/r.$$
(9)

Здесь учтена кубическая симметрия кристалла. Было получено значение  $\beta_Q = \beta_{QF} = 2\pi \cdot 47(5)$  kHz, близкое к тому, что ожидалось для вакансий фтора, и вероятность образования вакансии в узле, ближайшем к бета-ядру, w = 1. Отжиг дефектов описывался законом Аррениуса для времени прыжка  $\tau = \tau_D \exp(h_D / T)$ с  $\tau_D = \tau_{DF} = 10^{-7.54(25)}$  сек и  $h_D = h_{DF} = 0.048(6)$  эВ. В данных условиях метод чувствителен к дефектам с временем жизни  $\tau \sim 1/\beta_{DF}$ .



Рис. 4. Зависимость начальной асимметрии  $\varepsilon_0$  бета-ядра <sup>8</sup>Li в монокристалле LiF от температуры во внешнем магнитном поле  $H_0 = 100$  G, направленном вдоль [100] [23, 6]. Концентрация <sup>6</sup>Li равна c = 3.2%.

Вообще говоря, магнитное сверхтонкое взаимодействие также может произвести аналогичную зависимость. Соответствующая теория была развита в работах [29 -31]. Но известная информация о константах сверхтонкого взаимодействия исключает, по-видимому, возможность объяснить результаты рис. 3 и 4 таким образом.

Измерения ЯМР спектров <sup>8</sup>Li в LiF [24, 25, 6] выявили влияние радиационных повреждений, но в области чувствительности этого метода на временном масштабе  $t \sim 1/\lambda$  наблюдались вакансии Li с вероятностью обнаружения в ближайшей позиции w = 0.20(2), с соответствующей константой квадрупольного взаимодействия  $\beta_Q = \beta_{QL} = 2\pi \cdot 11.7(4)$  kHz и параметрами отжига  $\tau_D = \tau_{DL} = 10^{-1.4(4)}$  s и  $h_D = h_{DL} = 0.030(6)$  эВ.

Следует отметить, что определение параметров отжига не является однозначным, потому что существенные данные сосредоточены в узких температурных областях, причем на рис. 4 все изменение заключено в области 100-200 К, тогда как в [24, 25] – в области 40-150 К. При *T* > 200 К спектры ЯМР не дают никаких признаков неоднородного уширения за счет дефектов кристаллической решетки.

Похожие исследования были проведены для многих кристаллов как кубической, так и не кубической симметрии. Радиационные повреждения, полученные в  $(n,\gamma)$ -реакциях, были обнаружены во всех кубических кристаллах. Например, они существуют в металлическом литии [27], галогенидах серебра [32, 33], в щелочно-земельных фторидах [34, 35], где они могут быть стабильны до комнатной температуры, и во многих других соединениях.

Ситуация с ускорительным бета-ЯМР схожа, но энергия падающего пучка бета-ядер может быть значительно больше, чем энергия отдачи в (n, $\gamma$ )реакцийВажная информация содержится в обзорах по полупроводникам [36, 37]. Многие исследования радиационных дефектов, производимых бетаядрами с малой энергией ~ 30 кэВ, концентрируются вокруг определения положения бета-ядер в кристаллической решетке: реализуется ли оно как замещение или как междоузлие, и как соотношение между этими позициями зависит от температуры? См., например, [12, 19]. Ясное объяснение отсутствия проявлений радиационных дефектов при этой энергии в соответствующих исследованиях вероятно отсутствует.

## 3. Многоспиновые и многоквантовые переходы

Применение сильных радиочастотных полей важно для многих целей. Оно полезно, например, для сужения ЯМР и формы линии кросс-релаксации [7], для детектирования диамагнитных дефектов в кристалле [38, 39] и для точного измерения квадрупольных взаимодействий и моментов [40]. Сильные поля производят много новых эффектов в деполяризации бета-ядер по сравнению с исследованиями стандартного резонанса на ларморовской частоте  $\omega = \omega_I$ . Простейший из них состоит в генерации запрещенных резонансов на частотах  $\omega$  подчиняющихся соотношению

$$n\omega = \sum_{i=1}^{N} n_j \omega_{lj}, \tag{10}$$

где *n* и  $n_j$  – целые числа,  $\omega_{lj}$  – ларморовская частота для спинов типа *j*, *N* – число сортов спинов, участвующих в переходе, и *n* – «число квантов». Типичные ЯМР измерения выполнялись в переменных полях, которые являются классическими с очень высокой точностью, и известное движение спина в классических вращающихся радиочастотных (РЧ) полях формирует правильную основу описания ЯМР и ЭПР [41]. Поэтому термин «многоквантовый» представляет собой устоявшееся (и, строго говоря, неверное) сокращение для обозначения переходов с | *n* | > 1.

Обстоятельное изучение многоспиновых и многоквантовых переходов было выполнено в ИТЭФ. Оно включало:

а) наблюдение двух- и трех-спиновых резонансов [42];

б) построение полного описания резонансов на основе общей коммутаторной теории возмущений, которая является общей для классической и квантовой статистической механики [42-44];

в) наблюдение и описание трансформации трехспинового резонанса

 $\omega = \omega_F - \omega_L - \omega_I$ 

в несколько резонансов, когда сильное РЧ поле с частотой  $\omega_F$  и сильное сканирующее РЧ поле с частотой  $\omega \approx \omega_L$  приложены к монокристаллу LiF [45,46], здесь  $\omega_F$ ,  $\omega_L$  и  $\omega_I$  – ларморовские частоты ядер <sup>19</sup>F, <sup>7</sup>Li и <sup>8</sup>Li соответственно; г) применение вышеуказанного эффекта для сужения формы линии кросс-релаксации с целью ускорения делокализации спиновой поляризации в модельной неупорядоченной системе <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li [47, 7];

д) наблюдение и описание неаналитической зависимости эффективной скорости деполяризации бета-ядер <sup>8</sup>Li от интенсивности двух-спинового резонанса  $\omega = \omega_I + \omega_s$  в неупорядоченной системе <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li, здесь  $\omega_s$  – ларморовская частота для <sup>6</sup>Li [48, 49, 7];

е) применение резонанса  $\omega = 2\omega_i$  для обнаружения и изучения процесса создания дислокаций в монокристалле LiF [50, 38].

## 4. Избранные задачи спиновой динамики

Форма линии ЯМР и ее преобразование Фурье – сигнал свободной индукции (ССИ) принадлежат к основным концепциям физики магнитного резонанса и связанных областей физики [41, 51]. Поэтому одной из опорных точек в спиновой динамике является точное измерение [52] ССИ в кубическом монокристалле CaF<sub>2</sub> в пределах трех порядков его уменьшения со временем. Многие теоретические исследования направлены на объяснение этого результата из первых принципов, см., например, работы [51, 53-55] и ссылки в них. Эта задача является модельным примером проблемы многих тел без упрощающего малого параметра. Другой базовый результат был установлен измерением и теоретическим объяснением формы линии ЯМР ядра <sup>8</sup>Li в монокристалле LiF [56, 57, 10] в пределах 4-5 порядков ее уменьшения с частотой. Эти результаты были обобщены для описания функции формы кросс-релаксации <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li [10, 58] и формы линии ЯМР в магниторазбавленных спиновых системах [55, 59], подобных <sup>29</sup>Si в кремнии.

Случайные блуждания в неупорядоченных средах (СБНС) принадлежат к современным сложным проблемам статистической механики, см., например, статьи [60, 61] и ссылки в них. СБНС с дипольными скоростями переходов образуют очень важный класс в связи с их большой ролью в оптических исследованиях конденсированных сред и в биофизике (ферстеровский резонансный перенос энергии), а также в магнитном резонансе (ядерная релаксация через

парамагнитные примеси и динамическая поляризация ядер). С другой стороны они образуют важную отрасль математической физики, связанную с неперенормируемой теорией (супер)поля [61-63], и любой успех в этой области имеет большое значение для всей физики, поскольку существующие приложения теорий поля ограничены, в основном, перенормируемым классом.

Простейший и, следовательно, наиболее фундаментальный пример СБНС с дипольными скоростями переходов описывается уравнением переноса

$$\frac{\partial}{\partial t}p_{i0} = -\sum_{j=1}^{N} \left( w_{ji}p_{i0} - w_{ij}p_{j0} \right) - \sum_{j=1}^{N_a} v_{ji}p_{i0}, \quad p_{i0}(t=0) = \delta_{i0}, \quad (11)$$

где  $p_{i0}$  – вероятность найти возбуждение на *i*-м примесном центре (доноре), расположенном в  $\mathbf{r}_i$ , если вначале возбуждение находилось на 0-м доноре,  $w_{ij} \sim |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^{-6} = r_{ij}^{-6}$  – скорость переноса между донорами,  $v_{ij} \sim r_{ji}^{-6}$  – скорость захвата возбуждения акцептором, расположенным в  $\mathbf{r}_j$ , а N и  $N_A$  – полное число доноров и акцепторов соответственно. Здесь предполагается, что положения доноров и акцепторов не изменяются со временем. Задача в том, чтобы найти решение (11), усредненное по случайным распределениям доноров и акцепторов в образце, и связать его с наблюдаемыми величинами. Если переходы имеют электрическую дипольную природу, то мы имеем ферстеровский резонансный перенос энергии [64]. Электрические мультипольные переходы также существуют, но они довольно редки. Если переходы вызваны магнитным дипольным взаимодействием, то уравнения (10) описывают перенос спиновой поляризации, например, они используются для объяснения релаксации ядерных спинов (доноров) через парамагнитные примеси (акцепторы) [65, 41, 66, 67].

Далее мы обсудим перенос ядерной поляризации в отсутствие электронных парамагнитных примесей. Для аналитического анализа удобно переписать (11) в представлении чисел заполнения [68] как

$$\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{P}_{xy} = -\sum_{z} \left( n_{z} w_{zx} \widetilde{P}_{xy} - n_{x} w_{xz} \widetilde{P}_{zy} \right), \quad \widetilde{P}_{xy} \left( t = 0 \right) = \frac{n_{x}}{c} \delta_{xy}.$$
(12)

Здесь  $\widetilde{P}_{xy}(t)$  – пропагатор, он представляет поляризацию узла решетки **x**, если сначала поляризация была локализована в узле **y**,  $w_{zx} = w_{ji} (\mathbf{r}_j = \mathbf{z}, \mathbf{r}_i = \mathbf{x}), n_x - \mathbf{w}_{ji} = \mathbf{x}$ число заполнения, которое принимает значение  $n_x=0$  (1), если узел **x** (не) занят донором, и среднее значение  $\langle n_x \rangle_c = c$ , причем числа заполнения различных узлов независимы, например,  $\langle n_x n_y \rangle_c = c \delta_{xy} + c^2 (1 - \delta_{xy})$ . Наблюдаемой величиной является усредненный пропагатор  $P_{xy}(t) = \langle \widetilde{P}_{xy}(t) \rangle_c$ . Нормировка в начальном условии (12) дает естественное соотношение  $P_{yy}(t) = \langle p_{00}(t) \rangle_c$ . Здесь и ниже предполагается трансляционная инвариантность в среднем. Эквивалентность уравнений (11)(12)становится учтем, И очевидной, если ΜЫ

что  $\tilde{P}_{xy}(t) = n_x \tilde{P}_{xy}(t)$ , следовательно для пустых узлов (12) выполнено автоматически, в то время как для занятых узлов оно отличается от (11) только порядком нумерации.

Система <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li работает как превосходный объект для изучения СБНС с дипольными скоростями переходов с 1976 года, когда она было открыта в работе [23]. Уравнения (12) были предложены для объяснения результатов [23] в [68]. Их точность довольно высока, и порядок соответствующих ошибок не превышают одного процента [69]. Автокоррелятор  $P_{00}(t) = \langle p_{00}(t) \rangle_c$  является непосредственно наблюдаемой величиной для этой модельной системы через измерение асимметрии бета-распада  $\varepsilon(t)$  (см. (2) и (5)), что дает уникальные результаты для спиновой динамики и теории СБНС. Зависимость  $P_{00}(t)$  от магнитного поля  $H_0$  дает информацию для проверки теории в области, недоступной в экспериментах по ферстеровскому резонансному переносу энергии. Одновременно она дает уникальную информацию о функции формы кроссрелаксации и связанных проблемах спиновой динамики.

Главная проблема в теоретическом анализе состоит в отсутствии аналитического решения в пределе больших времен для малых  $c \ll 1$ : является ли поведение диффузионным, т.е.  $P_{00}(t \to \infty) \sim t^{-3/2}$  или нет? Отметим, что положительный ответ существует для некоторых близких математических моделей [63]. Анализ малых и промежуточных времен был выполнен на основе разложения наблюдаемых величин по степеням концентрации c [70], которое в действительности является разложением по степеням ( $\beta t$ )<sup>1/2</sup>. Здесь  $\beta \sim c^2$  – так называемая ферстеровская константа, которая характеризует естественный временной масштаб процесса и определяется соотношением

$$Q(t) = \left\langle \exp\left(-\sum_{j=1}^{N} w_{ji}t\right)\right\rangle_{c} = \exp\left(-\left(\beta t\right)^{1/2}\right),\tag{13}$$

которое выполняется в пределе малых концентраций, когда  $c \rightarrow 0$ , но  $\beta t$  конечно (континуальное приближение (КП)). Неаналитическая зависимость от времени в (13) прямо связана с упомянутыми выше расходимостями в теоретико-полевых представлениях решения задачи. Реальный прогресс в теоретическом изучении асимптотики был получен при численном моделировании [71-73], которое показало ее диффузионность. Обзоры [61, 74, 75] содержат более детальное обсуждение теоретических проблем и применения полученных результатов к другим задачам спиновой динамики в неупорядоченных средах.

Переход к асимптотике происходит при  $\beta t \sim 50$ , поэтому главная трудность в экспериментальных исследованиях заключается в необходимости работать на временах, которые приблизительно в 10 раз превосходят период полураспада <sup>8</sup>Li даже при концентрации c = 10%. Это значение c не очень мало,

и зависимость  $w_{ij}$  от  $\mathbf{r}_{ij}$  более сложная, чем в КП, так как локальные поля окружающих спинов становятся коррелированными. Необходимая теория соответствующей функции формы кросс-релаксации была построена в [10] и [76].

Решенные задачи и полученные результаты описаны в [77, 7, 78, 11, 79-81, 15, 18]. Заметим, что тепловые прыжки ядер становятся важными в процессе, когда время прыжкового смещения на среднее расстояние  $r_a = r_0 c^{-1/3}$  приближается к  $\beta^{-1}$  [77, 7], что реализуется в LiF при температуре  $T \approx 500$  K. Этот эффект дает новый метод обнаружения движений с частотой прыжков ~ 1/сек.



Рис. 5. Влияние делокализации поляризации в неупорядоченной модельной системе <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li на наблюдаемые зависимости асимметрии  $\varepsilon(t, H_0)$  бета-распада <sup>8</sup>Li. Приведены результаты для кристалла LiF с концентрацией <sup>6</sup>Li c = 0.1006(4) и  $\beta = 12.04(5)$  сек<sup>-1</sup> [18]. На рисунке показаны зависимости  $\varepsilon(t)$  для полей  $H_0 = 200$ , 691 и 1200 G (снизу вверх). Соответствующие значения  $\chi^2 / n = 99/64$ , 96/64 и 92/64; а значения подгоночных параметров c = 10.10(4)% и  $\varepsilon_0 = 10.62(6)\%$ , c = 9.97(6)% и  $\varepsilon_0 = 11.56(8)\%$ , и c = 10.09(6)% и  $\varepsilon_0 = 10.82(5)\%$ .

Результаты последнего и наиболее детального эксперимента [18], выполненного при комнатной температуре, не содержат противоречий с развитой теорией в зависимости от времени до  $\beta t < 70$  и при магнитных полях  $H_0 = 200$ , 700, и 1200 G. Заметим, что для  $H_0 = 200$  G функция формы кросс-релаксации <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li очень близка к значению при  $H_0 = 0$ , в то время как при  $H_0 = 1200$  G эволюция в 10 раз медленнее. Главные результаты для c = 10% показаны на рис. 5, где теоретические кривые не имеют подгоночных параметров, связанных с теориями СБНС и кросс-релаксации. Только начальная асимметрия  $\varepsilon_0$  и концентрация c ядер <sup>6</sup>Li использовались при подгонке, причем в обработке было учтено и независимо измеренное значение c. Заметим, что экспериментальная точность при  $t = 2 \div 3$  сек. на рис. 5 превосходит теоретическую (см. детали в [18]). Облучение образцов поляризованными нейтронами выполнялось во временном интервале 0 - 2.5 сек., после чего облучение прекращалось. Это объясняет излом на зависимости асимметрии от времени.

В работе [18] также выполнено сравнение бета-ЯМР исследования с оптическими экспериментами по наблюдению ферстеровского резонансного переноса.

### 5. Ожидаемые перспективы

Бета-ЯМР работает сейчас как мощный физический метод в области ядерной физики, физики конденсированных сред и материаловедения. Наш обзор охватывает лишь небольшую часть всех полученных результатов. Будущие исследования будут использовать установки с потоком нейтронов и бета-ядер, которые превышает на два порядка значения, примененные в абсолютном большинстве цитируемых статей. Поэтому новые исследования принесут много новых высококачественных результатов. Мы надеемся, в первую очередь, что многие старые проблемы, связанные с радиационными повреждениями, будут уточнены, что проблема СБНС получит данные высокой точности для изучения ее асимптотики, и бета-ЯМР станет обычным методом для исследования поверхностей. Мы ожидаем также, что одно из важных направлений будущих бета-ЯМР исследований будет состоять в исследовании реакции материалов, содержащих различные дефекты, на новые дефекты, произведенные при внедрении бета-ядер в вещество.

# Литература

- 1. F.L. Shapiro.: Usp. Fiz. Nauk 65, 133 (1958).
- 2. D. Connor.: Phys. Rev. Lett. 3, 429 (1959).
- 3. Y.G. Abov, O.N. Yermakov, A.D. Gulko, et al.: Nucl. Phys. 34, 505 (1962).
- 4. H. Ackermann, P. Heitjans, and H.-J. Stöckmann.: Top. Curr. Phys. **31**, 291 (1983).
- 5. H. Ackermann, P. Heitjans, and H.-J. Stöckmann.: Hyp. Int. **24-26**,395 (1985).
- 6. Yu.G. Abov, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, and S. S. Trostin: Beta-NMR Spectroscopy. In "Some Problems of Present Nuclear Physics", Ed. by I.S. Shapiro (Nauka, Moscow, 1989), p. 193-213 (in Russian).

7. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A.D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin, and V.E. Shestopal.: Sov. Phys. JETP **72**, 534 (1991).

8. P. Heitjans, W. Faber, and A. Schirmer.: J. Non-Cryst. Solids **131-133**, 1053 (1991).

9. Y. Nojiri, S. Momota, T. Yanagisawa, M.-B. Tanaka, M. Fukuda, K. Matsuta and T. Minamisono.: Hyp. Int. **78**, 567 (1993).

10. Yu.G. Abov, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: Phys. Part. Nucl. 26, 692 (1995).

11. F. Dzheparov, A. Gul'ko, P. Heitjans, D. L'vov, A. Schirmer, V. Shestopal, S. Stepanov, S. Trostin.: Physica B **297**, 288 (2001).

12. G.D. Morris, W.A. MacFarlane, K.H. Chow, Z. Salman, D.J. Arseneau, S. Daviel, A. Hatakeyama, S.R. Kreitzman, C.D. P. Levy, R. Poutissou, R.H. Heffner, J.E. Elenewski, L.H. Greene, and R. F. Kiefl.: Phys. Rev. Lett. **93**, 157601 (2004).

13. R.F. Kiefl, K.H. Chow, W.A. MacFarlane G.D. Morris, C.D.P. Levy, Z. Salman.: Nucl. Phys. News 15, 26 (2005).

14. Yu.G. Abov, A. D. Gul'ko, and F. S. Dzheparov.: Phys. At. Nucl. 69, 1701 (2006).

15. F.S. Dzheparov, A.D. Gulko, O.N. Ermakov, A.A. Lyubarev, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: Appl. Magn. Reson. **35**, 411 (2009).

16. K. Minamisono, K. Matsuta, T. Minamisono, C.D.P. Levy, T. Nagatomo, M. Ogura, T. Sumikama, J.A. Behr, K.P. Jackson, M. Mihara, M. Fukuda.: Nucl. Intsr. Meth. A **616**, 45 (2010).

17. K. Matsuta, T. Minamisono, M. Mihara, M. Fukuda, Shengyun Zhu, Y. Masuda, K. Hatanaka, Daqing Yuan, Yongnan Zheng, Yi Zuo, Ping Fang, Dongmei Zhou, T. Ohtsubo, T. Izumikawa, S. Momota, D. Nishimura, R. Matsumiya, A. Kitagawa, S. Sato, M. Kanazawa, M. Torikoshi, T. Nagatomo, Y. Nojiri, T. Suzuki, Xizhen Zhang, J.R. Alonso, T.J.M. Symons, S. Kawasaki, S.C. Jeong, Y. Watanabe, K. Minamisono.: Hyp. Int. 220, 21 (2013).

18. Yu.G. Abov, A.D. Gulko, F.S. Dzheparov, O.N. Ermakov, D.V. Lvov, and A. A. Lyubarev.: Phys. At. Nucl. 77, 682 (2014).

19. G.D. Morris.: Hyp. Int. 225, 173 (2014).

20. H. En'yo.: Prospect of Riken RI Beam Factory for Coming 5 Years. Pp. 441-448 in "Exotic Nuclei: EXON-2012 - Proceedings of the International Symposium". Eds Penionzhkevich Yu E & Sobolev Yu G. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013. ISBN #9789814508865.

21. A. Herlert.: EPJ Web of Conferences 71, 00054 (2014).

22. A. Gade, K. Gelbke, T. Glasmacher.: Nucl. Phys. News 24, 28 (2014).

23. M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A.D. Gulko, F.S. Dzheparov, I.G. Ivanter, S.S. Trostin.: Depolarization of nuclei <sup>8</sup>Li produced in reaction <sup>7</sup>Li(n,  $\gamma$ )<sup>8</sup>Li on thermal

polarized neutrons. Preprint No. ITEF-150 (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, 1976).

24. M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin.: JETP Lett. **27**, 453 (1978).

25. M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin.: Nuclear magnetic resonance of  $\beta$ -active nuclei <sup>8</sup>Li and point defects, produced in  $(n,\gamma)$ -reaction in LiF crystal. Preprint No ITEF-138 (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, 1978).

26. P.S. Pershan.: Phys. Rev. 117, 109 (1960).

27. F. Fujara, H.-J. Stöckmann, H. Ackermann, W. Buttler, K. Dörr, H. Grupp, P. Heitjans, G.Kiese, A. Körblein.: Z. Phys. B **37**, 151 (1980).

28. F.S. Dzheparov, I.G. Ivanter.: A theory of vacancy mechanism of depolarization of recoil nuclei. Preprint No. ITEF-81 (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, 1975).

29. F.S. Dzheparov, I.G. Ivanter.: On the theory of relaxation of moments of meso-atomic and beta-active nuclei of paramagnetic ions and atoms. Preprint No. ITEF-79 (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, 1974).
30. F.S. Dzheparov, I.G. Ivanter.: Integral perturbation factors for angular correlation of irradiation of paramagnetic ions in longitudinal magnetic field. Preprint No. ITEF-108 (Institute for Theoretical and Experimental Physics, Moscow, 19745).

31. F.S. Dzheparov, I.G. Ivanter.: Sov. J. Nucl. Phys. 23, 280 (1976).

32. A.D. Gul'ko, S.S. Trostin, A. Khudoklin.: Sov. Phys. JETP 25, 998 (1967).

33. K. Dörr, H.-J. Stöckmann, H. Ackermann, B. Bader, W. Buttler, P Freilander, H Grupp, P Heitjans, G. Kiese.: J. Phys. C 15, 4437 (1982).

34. H.-J. Stöckmann, D. Dubbers, M. Grupp, H Grupp, H. Ackermann, P. Heitjans.: Z. Phys. B **30**, 19 (1978).

35. W. Buttler, H.-J. Stöckmann, H.Ackermann, K. Dörr, F. Fujara, H Grupp, P. Heitjans, G. Kiese, A. Korblein.: Z. Phys. B 45, 273 (1982).

36. B. Ittermann, H. Ackermann, E. Diehl, B. Fischer, H.-P. Frank, H.-J. Stöckmann.: Hyp. Int. **79**, 591 (1993).

37. B. Ittermann, M. Füllgrabe, M. Heemeier, F. Kroll, F. Mai, K. Marbach, P. Meier, D. Peters, G. Welker, W. Geithner, S. Kappertz, S. Wilbert, R. Neugart, P. Lievens, U. Georg, M. Keim and the ISOLDE Collaboration.: Hyp. Int. **129**, 423 (2000).

38. Yu.G. Abov, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.S. Stepanov, S.S. Trostin.: Phys. At. Nucl. **65**, 1999 (2002).

39. S. Indris, P. Heitjans, J. Hattendorf, W.-D. Zeitz, T. Bredow.: Phys. Rev. B **75**, 024502, 2007.

40. D. Dubbers, K. Dörr, H. Ackermann, F. Fujara, H. Grupp, M. Grupp, P. Heitjans, A. Körblein, H.-J. Stöckmann.: Z. Phys. A **282**, 243 (1977). 41. A. Abragam.: The Principles of Nuclear Magnetism. Clarendon Press, Oxford 1961.

42. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, A. D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin, S.P. Borovlev, V.M. Garochkin.: JETP Lett. **35**, 424 (1982).

43. F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov.: On the theory of multi-spin magnetic resonance with participation of polarized  $\beta$ -active nuclei. Preprint No. ITEF-139, (Institute for Theoretical and Experimental Physics), Moscow, 1982.

44. F.S. Dzheparov.: Magnetic Resonance in Solids. Electronic Journal 14, 12201, 2012.

45. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. **47**, 2299 (1983).

46. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Two-frequency nuclear magnetic resonance in spin system of LiF crystal, containing polarized short-living beta-active nuclei <sup>8</sup>Li. Preprint No ITEF-66, (Institute for Theoretical and Experimental Physics), Moscow, 1984.

47. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. **52**, 460 (1988).

48. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. **50**, 2354 (1986).

49. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Two-spin beta-NMR spectroscopy, resonance at double Larmor frequency and cross-relaxation in disordered spin system <sup>8</sup>Li-<sup>6</sup>Li in LiF. Preprint No ITEF-111, (Institute for Theoretical and Experimental Physics), Moscow, 1985.

50. M.I. Bulgakov, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, V.E. Shestopal, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: Hyp. Int. **60**, 940 (1990).

51. A. Abragam, M. Goldman.: Nuclear Magnetism: Order and Disorder. Clarendon, Oxford, 1982.

52. M. Engelsberg, I.J. Lowe, Phys. Rev. B10, 822 (1974).

53. V.E. Zobov, M.A. Popov.: J. Exp. Theor. Phys. 100, 75 (2005).

54. V.L. Bodneva and A.A. Lundin,.: Exp. Theor. Phys. 108, 992 (2009).

55. F.S. Dzheparov, D.V. Lvov, M.A. Veretennikov.: JETP Letters **98**, 484 (2013).

56. M.I. Bulgakov, A.D. Gul'ko, Yu.A. Oratovskii, S.S. Trostin.:Sov. Phys. JETP **34**, 356 (1971).

57. M.I. Bulgakov, A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: JETP Lett. **58**, 592 (1993).

58. F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov.: Hyp. Int. C1, 609 (1996).

59. F.S.Dzheparov, D.V.Lvov, M.A.Veretennikov.: Phase relaxation in magnetically diluted crystals. Pp.18-25 in "Actual Problems of magnetic resonance and its applications. XVI International Youth Scientific School". Program, Lecture Notes, Proceedings. Kazan 2013.

- 60. J.-Ph. Bouchaud, A. Georges.: Phys. Rep. 185, 127 (1990).
- 61. F.S. Dzheparov.: J. Phys. Conf. Ser. 324, 012004, 2011.
- 62. F.S. Dzheparov, V.E. Shestopal.: Soviet Physics Journal 30, 509 (1987).
- 63. F.S. Dzheparov, V.E. Shestopal.: Theor. Math. Phys. 94, 496 (1993).
- 64. V.M. Agranovich, M.D. Galanin.: Electronic Excitation Energy Transfer in
- Condensed Matter (North-Holland, Amsterdam, New York, 1983).
- 65. G. Khutsishvili.: Sov. Phys. Usp. 8, 743 (1965).
- 66. V.A. Atsarkin.: Sov. Phys. Usp. 21, 725 (1978).
- 67. F.S. Dzheparov, J.-F. Jacquinot, S.V. Stepanov.: Phys. At. Nucl. 65, 2052 (2002).
- 68. F.S. Dzheparov, A.A. Lundin.: Sov. Phys. JETP 48, 514 (1978).
- 69. F.S. Dzheparov.: Sov. Phys. JETP 72, 546 (1991).
- 70. F.S. Dzheparov, V.S. Smelov, V.E. Shestopal.: JETP Lett. 32, 43 (1980).
- 71. F.S. Dzheparov, D.V. L'vov, K.N. Nechaev, V.E. Shestopal.: JETP Lett. **62**, 662 (1995).
- 72. F.S. Dzheparov, D.V. L'vov, V.E. Shestopal.: J. Exp. Theor. Phys. 87, 1179 (1998).
- 73. F.S. Dzheparov.: JETP Lett. 82, 521 (2005).
- 74. F.S. Dzheparov.: J. Supercond. Novel Magn. 20, 161 (2007).
- 75. F.S. Dzheparov.: Spin Dynamics in Disordered Solids. Pp. 8588-8897 in Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Ed. By R.A.Meyers (Springer, 2009).
- 76. F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov.: Hyp. Int. C 1, 609 (1996).
- 77. Yu.G. Abov, M.I. Bulgakov, S.P. Borovlev, A. D. Gul'ko, V.M. Garochkin, F.S. Dzheparov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin, V.E. Shestopal.: Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. 52, 1699 (1988).
- 78. F.S. Dzheparov, A.D. Gul'ko, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: Hyp. Int. C 1, 581 (1996).
- 79. A.D. Gul'ko, O.N. Ermakov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin,.: Inzh. Fiz., No. 2, 94 (2007).
- A.D. Gul'ko, O.N. Ermakov, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: J. Supercond. Novel Magn. 20, 169 (2007).
- A.D. Gul'ko, F.S. Dzheparov, O.N. Ermakov, A.A. Lyubarev, S.V. Stepanov, S.S. Trostin.: J. Surf. Invest.: X-Ray, Synchrotron and Neutron Tech. 2, 856 (2008).

Подписано к печати 21.08.14 г. Формат 60х90 1/16 Усл. печ.л. 1,25 Уч.-изд. л. 0,9 Тираж 75 экз. Заказ 5 Индекс 3646

Отпечатано в ИТЭФ, 117218, Москва, Б.Черемушкинская, 25