## Проявление ненуклонных степеней свободы в NN и Nd рассеянии при промежуточных энергиях (по материалам кандидатской диссертации)

М. Н. Платонова (НИИЯФ МГУ)

Научный семинар по ядерной физике НИИЯФ МГУ, 23 декабря 2014 г.

## Актуальность темы исследования

 Фундаментальная основа физики ядра и адронных процессов – Квантовая Хромодинамика (КХД)

#### $\Lambda_{\rm QCD} \sim 1 \ \Gamma$ эВ

• Непертурбативные методы:

Решение уравнений КХД на решетке (Lattice QCD)

воспроизводит спектры адронов и некоторые черты *NN*взаимодействия; не описывает базовое *NN*-притяжение; колоссальная сложность расчетов с физическими параметрами

- Статические свойства ядер и малонуклонные процессы при низких энергиях: достаточно нуклонных степеней свободы
- Когда нужно обращаться к КХД?
- Короткодействующие корреляции в ядрах
- Процессы при энергиях > 300 МэВ/нуклон

## Актуальность темы исследования

- Процессы типа Nd-рассеяния при малых переданных импульсах (< 300 МэВ/с): хорошее описание в терминах нуклонных степеней свободы.
- С ростом передачи импульса на передний план выходят *ненуклонные* (изобарные, мезонные, кварковые) степени свободы; описание процессов в этой области сталкивается с большими трудностями.
- Степень расхождения с экспериментом pacmem с увеличением энергии.
- Включение барионных резонансов Δ(1232) и др.: помогает лишь частично
- В области больших переданных импульсов (> 300 МэВ/с) проявляются короткодействующие механизмы NN-взаимодействия, связанные с кварковой структурой нуклонов.
- Те же короткодействующие механизмы должны проявляться в процессах неупругого NN-рассеяния (с рождением мезонов), которые всегда сопровождаются большими передачами импульса.



## Природа короткодействующих NN-сил

*r<sub>NN</sub>* > 1 Фм: *NN*-взаимодействие можно описать в терминах мезонного обмена между изолированными нуклонами; размер нуклонов эффективно учитывается вершинными формфакторами

ОВЕ модели ядерных сил; основные степени свободы — нуклоны, мезоны, нуклонные резонансы и изобары



*r<sub>NN</sub>* < 1 Фм: нуклоны перекрываются друг с другом → весьма вероятно образование единого шестикваркового (6q) мешка – *дибариона*, одетого единым мезонным полем;

такие механизмы не учитываются в ОВЕ-моделях, но предсказываются в КХД



# Указания на существование дибарионов (кварковые модели, эксперимент, фазовый анализ)

• 1964 – Первое предсказание дибарионных состояний на основе симметрии SU(6) (Dyson & Xuong);

6 нестранных дибарионов, в т.ч.  $D_{01}(1880)$  – дейтрон,  $D_{12}(2160)$ ,  $D_{03}(2350)$ 

- 1977 предсказание странного *H*-дибариона (Jaffe)
- 1977 обнаружение сигнала изоскалярного дибариона D<sub>03</sub> в γd → pn (Kamae et al.)
- 1978 Модель Наймегена (Mulders et al.); 1987 модель ИТЭФ (Кондратюк и др.): предсказание узких дибарионов, отвязанных от NN-канала (d' и др.)
- 1978, 1979 первые экспериментальные указания серии изовекторных дибарионов в упругом *pp*-рассеянии (Auer et al.)
- 1978,1979,1981,1993 обнаружение сигналов изовекторных дибарионов в PWA реакций  $pp \rightarrow pp, \pi^+d \rightarrow \pi^+d, pp \rightarrow \pi^+d$  (Hoshizaki, Arndt et al.)
- 2009,2011 открытие изоскалярного дибариона  $D_{03}(2380)$  в реакции  $pn \rightarrow d\pi^0 \pi^0$  (Adlarson et al. CELSIUS-WASA, WASA@COSY)
- 2011 предсказание *H*-дибариона в рамках LQCD
- 2013 предсказание дибарионов D<sub>12</sub>(2150) и D<sub>03</sub>(2370) на основе уравнений Фаддеева (Gal & Garcilazo)
- 2014 подтверждение резонанса  $D_{03}(2380)$  в упругом *пр*-рассеянии



6

#### Дибарионная модель

#### короткодействующих NN-сил

- Проявление кварковой структуры нуклонов в короткодействующем NNвзаимодействии может быть эффективно описано в терминах дибарионных степеней свободы
- Основной механизм *NN*-взаимодействия на малых и промежуточных расстояниях в *дибарионной модели ядерных сил* (Kukulin et al., 1998, 2001):



$$|D\rangle = \left|s^{6}[6] + \sigma(l_{\sigma} = 0, 2)\right\rangle$$

- З-4 базовых параметра (находятся из кварковых моделей); единые константы в мезон-нуклонных вершинах для 2N- и 3N-сил; нет противоречия между наличием отталкивающего кора в NN-системе и существованием теснокоррелированных NN-пар в ядрах
- Описаны эмпирические фазовые сдвиги упругого NN-рассеяния вплоть до энергий T<sub>N</sub> = 1 ГэВ, статические свойства дейтрона и 3N-ядер
- Не было описания процессов с большими передачами импульса

- Исследование процессов NN- и Nd-рассеяния при промежуточных энергиях (200 МэВ – 2 ГэВ) и больших переданных импульсах (> 300 МэВ/с) важно для получения новой информации о короткодействующих NN-корреляциях и тестирования нетрадиционных КХД-мотивированных механизмов.
- Хотя имеется много экспериментальных и теоретических указаний на существование компактных 6q-объектов (дибарионных резонансов) и важность их учета для описания короткодействующих NN-сил, роль дибарионных степеней свободы в процессах типа Nd → Nd, NN → dπ и т. д. была практически не исследована.

#### Цель диссертации

Выяснение роли ненуклонных (кварковых, дибарионных) степеней свободы в процессах упругого и неупругого рассеяния нуклонов промежуточных энергий ( $T_N \sim 1 \ \Gamma ext{3B}$ ) на нуклонах и ядрах дейтерия.

#### Конкретные задачи

- Разработка надежной модели *Nd*-рассеяния в области энергий  $T_N \sim 1 \ \Gamma$ эВ, адекватно учитывающей нуклонные степени свободы, как основы для последующего включения ненуклонных степеней свободы.
- Качественное рассмотрение возможных механизмов Nd-рассеяния под большими углами, включающих ненуклонные степени свободы и трехчастичные силы.
- Исследование относительной роли механизмов рождения промежуточных • барионных и дибарионных резонансов в процессах однопионного рождения типа  $pp \rightarrow d\pi^+$ .
- Построение модели двухпионного рождения в NN-соударениях на основе ٠ рождения промежуточных дибарионных механизма резонансов. Объяснение аномального усиления в сечении реакции  $pn \rightarrow d(\pi\pi)_0$  вблизи 2π-порога (АВС-эффекта).

### Основное содержание диссертации

- <u>Глава 1</u>. Роль нуклонных и ненуклонных степеней свободы в упругом *Nd*-рассеянии под малыми и большими углами
- Обобщенная дифракционная модель для *pd*-рассеяния под малыми углами
- Параметризация спиральных NN-амплитуд и дейтронных волновых функций
- Результаты расчетов и обсуждение. Сравнение с точной трехчастичной теорией и экспериментальными данными
- Качественное рассмотрение упругого *Nd*-рассеяния под большими углами: связь с неупругим *NN*-рассеянием
- Глава 2. Относительные вклады барионных и дибарионных возбуждений в реакции однопионного рождения NN → dπ
- Традиционное описание реакции *NN* → *d*π: проблемы и решения
- Включение промежуточных изовекторных дибарионных резонансов
- Проверка модели в упругом *NN* и *πd*-рассеянии
- <u>Глава 3</u>. Промежуточные дибарионные резонансы в реакциях двухпионного рождения и новая интерпретация ABC-эффекта
- Теоретическая модель изоскалярной реакции  $pn \rightarrow d(\pi\pi)_0$
- Результаты расчетов
- Параметры σ-мезона и восстановление киральной симметрии
- Сигналы изовекторных дибарионов в реакциях 2π-рождения в *pp*-соударениях
- Двухпионное рождение и спектроскопия дибарионов

#### <u>Глава 1</u>.

Роль нуклонных и ненуклонных степеней свободы в упругом *Nd*-рассеянии под малыми и большими углами

**Упругое рассеяние протона на дейтроне** – простейший пример столкновения адрона с ядром; исследование этого фундаментального процесса может дать важную информацию о *NN*-взаимодействии и структуре ядра.



- Точные трехчастичные уравнения (уравнения Фаддеева) могут эффективно применяться только до энергий *T<sub>p</sub>* ≈ 350 МэВ, где возможные переданные импульсы и проявление короткодействующих *NN*-корреляций еще относительно малы.
- Необходимо построить достаточно надежную модель pd-рассеяния при промежуточных энергиях ~ 1 ГэВ, учитывающую нуклонные степени свободы, как основу для последующего включения ненуклонных степеней свободы и связанных с ними трехчастичных сил.

## Дифракционная модель для упругого *pd*-рассеяния

 Сечение упругого pd-рассеяния под небольшими углами (дифракционный пик) хорошо описывается моделью Глаубера-Ситенко, учитывающей однократное и двукратное рассеяние падающего протона на нуклонах мишени:



 $F_{ii}(\mathbf{q}) = f_n(\mathbf{q}) S\left(\frac{1}{2}\mathbf{q}\right) + f_p(\mathbf{q}) S\left(\frac{1}{2}\mathbf{q}\right) + \frac{i}{2\pi k} \int S(\mathbf{q}') f_n\left(\frac{1}{2}\mathbf{q} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{1}{2}\mathbf{q} - \mathbf{q}'\right) d^2\mathbf{q}',$ 

 Было неясно, применима ли эта модель для описания поляризационных наблюдаемых, чувствительных к тонким деталям взаимодействия.



## Обобщение дифракционной модели Глаубера

- 1) Учет спиновой зависимости NN-амплитуд, D-волны дейтрона и процесса двойной перезарядки
- 2) Использование точных эмпирических NN-амплитуд и современных дейтронных волновых функций в качестве "входных данных"
- 3) Вывод явных аналитических формул связи Nd- и NNинвариантных амплитуд
- 4) Исследование точности и пределов применимости модели в широком интервале энергий:

- расчет дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых *pd*-рассеяния,

 сравнение результатов с точными трехчастичными расчетами и экспериментальными данными

#### Явные формулы связи Nd- и NN-амплитуд

#### Общая формула:

$$A_i = A_i^{(s)} + \frac{i}{2\pi^{3/2}} \int d^2 q' \left( 2\mathcal{A}_i^{(d)} - \mathcal{A}_i^{(c)} \right) + (n \leftrightarrow p), \quad i = 1..12.$$

#### Амплитуды однократного рассеяния

$A_1^{(s)}$	=	$(S_0 + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2) A_n$
$A_2^{(s)}$	=	$(S_0^{(0)} + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)}) C_n$
$A_3^{(s)}$	=	$-6 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n$
$A_4^{(s)}$	=	$-6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} C_n$
$A_5^{(s)}$	=	0
$A_6^{(s)}$	=	0
$A_7^{(s)}$	=	$(S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) B_n$
$A_8^{(s)}$	=	0
$A_9^{(s)}$	=	$(S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)}) C_n'$
$A_{10}^{(s)}$	=	$(S_0^{(0)} + 8^{-1/2} S_2^{(1)})(G_n - H_n)$
$A_{11}^{(s)}$	=	$(S_0^{(0)} - 2 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)}) (G_n + H_n)$
$A_{12}^{(s)}$	=	0

*A<sub>n</sub>*, *B<sub>n</sub>*, *C<sub>n</sub>*, *C'<sub>n</sub>*, *G<sub>n</sub>*, *H<sub>n</sub>* – инвариантные *NN*-амплитуды,

#### Амплитуды двукратного рассеяния

$\mathcal{A}_1^{(d)}$	=	$\frac{1}{2} \left( S_0 + 4 \cdot 8^{-1/2} S_2 \right) A_n A_p$
		$+\frac{1}{2}S_0^{(0)} \Big(3B_n B_p + \big(C_n C_p - C'_n C'_p\big)(\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1) - 2G_n G_p - 2H_n H_p \big((\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)^2\big)\Big)$
$\mathcal{A}_2^{(d)}$	=	$4 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_1)$
		$+S_0^{(0)} \Big( A_n C_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - C'_n G_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_2) + C'_n H_p \big( (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)(\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)(\hat{q} \times \hat{q}_1) \big) \Big)$
$\mathcal{A}_3^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} \Big( C'_n C'_p (\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1) - B_n B_p \Big)$
		$+G_nG_p + H_nH_p((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)^2) + 2G_nH_p((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2))$
		$-3 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n A_p (\hat{q} \cdot \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_4^{(d)}$	=	$-4S_0^{(0)}C'_nH_p(\hat{q}\times\hat{q}_2)(\hat{q}\times\hat{q}_1)(\hat{q}\cdot\hat{q}_1) - 6\cdot 8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_p(\hat{q}\cdot\hat{q}_1)(\hat{q}\cdot\hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_5^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} \Big( C'_n C'_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - B_n B_p \Big)$
		$+G_nG_p + H_nH_p((\hat{q}_2\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}_2\times\hat{q}_1)^2) - 2G_nH_p((\hat{q}\cdot\hat{q}_1)^2 - (\hat{q}\times\hat{q}_1)^2))$
		$-3 \cdot 8^{-1/2} S_2 A_n A_p (\hat{q} \times \hat{q}')^2$
$\mathcal{A}_6^{(d)}$	=	$2S_0^{(0)} \Big( C'_n G_p - C'_n H_p \big( (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 \big) \big) (\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - 6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}')^2 $
$\mathcal{A}_7^{(d)}$	=	$\left(S_0^{(0)} + 8^{-1/2}S_2^{(1)}\right)A_nB_p$
$\mathcal{A}_8^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} \left( C'_n G_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_2) + C'_n H_p((\hat{q} \cdot \hat{q}_2) \left( (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 \right) - 2(\hat{q} \times \hat{q}_2) (\hat{q} \times \hat{q}_1))(\hat{q} \cdot \hat{q}_1) \right) \right)$
		$+6 \cdot 8^{-1/2} S_2^{(1)} A_n C_p(\hat{q} \times \hat{q}_1) (\hat{q} \times \hat{q}') (\hat{q} \cdot \hat{q}')$
$\mathcal{A}_{9}^{(d)}$	=	$8^{-1/2}S_2^{(1)}A_nC_p'((\hat{q}\cdot\hat{q}_1) - 3(\hat{q}_1\times\hat{q}')(\hat{q}\times\hat{q}'))$
		$+S_0^{(0)} \Big( A_n C_p'(\hat{q} \cdot \hat{q}_1) + C_n G_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_2) - C_n H_p \big( (\hat{q}_2 \cdot \hat{q}_1)(\hat{q} \cdot \hat{q}_1) - (\hat{q}_2 \times \hat{q}_1)(\hat{q} \times \hat{q}_1) \big) \Big)$
$\mathcal{A}_{10}^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} \left( C_n C_p'(\hat{q} \cdot \hat{q}_2) (\hat{q} \cdot \hat{q}_1) + A_n G_p - A_n H_p \left( (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 \right) \right)$
		$+8^{-1/2}S_{2}^{(1)}\Big(A_{n}G_{p}\big(1-3(\hat{q}\times\hat{q}')^{2}\big)-A_{n}H_{p}\big((\hat{q}\cdot\hat{q}_{1})^{2}-(\hat{q}\times\hat{q}_{1})^{2}-3(\hat{q}\times\hat{q}')\big((\hat{q}\cdot\hat{q}_{1})(\hat{q}_{1}\times\hat{q}')\big)$
		$-(\hat{q} \times \hat{q}_1)(\hat{q}_1 \cdot \hat{q}'))))$
$\mathcal{A}_{11}^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} \left( C_n C_p'(\hat{q} \times \hat{q}_2)(\hat{q} \times \hat{q}_1) + A_n G_p + A_n H_p \left( (\hat{q} \cdot \hat{q}_1)^2 - (\hat{q} \times \hat{q}_1)^2 \right) \right)$
		$+8^{-1/2}S_{2}^{(1)}\Big(A_{n}G_{p}\big(1-3(\hat{q}\cdot\hat{q}')^{2}\big)+A_{n}H_{p}\big((\hat{q}\cdot\hat{q}_{1})^{2}-(\hat{q}\times\hat{q}_{1})^{2}-3(\hat{q}\cdot\hat{q}')\big((\hat{q}\cdot\hat{q}_{1})(\hat{q}_{1}\cdot\hat{q}')$
		$-(\hat{q} \times \hat{q}_1)(\hat{q}_1 \times \hat{q}'))))$
$\mathcal{A}_{12}^{(d)}$	=	$S_0^{(0)} C'_n B_p(\hat{q} \cdot \hat{q}_2)$

16

## Сравнение с экспериментальными данными при энергии $T_p = 1 \ \Gamma$ эВ



расчет Дифракционная модель находится в хорошем согласии с экспериментом для

однократное

рассеяние

полный

всех наблюдаемых при |*t*| ≤ 0.4 ГэВ<sup>2</sup>. Двукратное

Двукратное рассеяние играет очень важную роль.

# Сравнение с точными трехчастичными расчетами при энергиях $T_p = 250-450$ МэВ



Результаты, полученные на основе обобщенной дифракционной модели, прекрасно согласуются с предсказаниями точной трехчастичной теории в области переданных импульсов |*t*| = *q*<sup>2</sup> ≤ 0.3-0.4 ГэВ<sup>2</sup>.

Вне этой области точная теория уже не описывает экспериментальные данные 🛁 здесь проявляются ненуклонные степени свободы и трехчастичные силы.

0,8

#### Качественное рассмотрение упругого *Nd*-рассеяния под большими углами

 Простейший механизм Nd-рассеяния под большими углами – однонуклонный обмен (ONE): недооценка сечения назад в 2-10 раз



- Одно- и многократные перерассеяния: очень малый вклад под большими углами
- Учет возбуждения промежуточной ∆изобары устраняет расхождение с экспериментом лишь частично





#### Что может предложить дибарионная модель?

• Механизм однонуклонного обмена чувствителен к высокоимпульсным компонентам д.в.ф.



• Расчеты с использованием д.в.ф. дибарионной модели (ср. с д.в.ф. CD-Bonn):



 Усиление высокоимпульсных компонент д.в.ф. при учете дибарионного механизма приводит к резкому увеличению вклада механизма ONE.
 Но этого недостаточно для устранения расхождений с данными.

#### Что может предложить дибарионная модель?

Дейтронная волновая функция имеет
 2 компоненты – NN и дибарионную (D)

$$\Psi_{d} = \begin{pmatrix} \Psi_{NN} \\ \Psi_{6q+\sigma} \end{pmatrix}$$



Может дать существенный вклад в *Nd*-рассеяние, однако вклад под большими углами подавлен вершинным формфактором

• Более вероятный процесс – сочетание трехчастичной силы с однонуклонным обменом в начальном (или конечном) состоянии



Возможно дополнительное усиление за счет образования промежуточных дибарионных резонансов

# Упругое *Nd*-рассеяние под большими углами и трехчастичные силы

#### Традиционный механизм:



Учет стандартной 3*N*-силы — 2π-обмена с возбуждением промежуточной изобары Δ(1232) — недостаточно для устранения расхождений с экспериментом

Новый механизм,

возникающий в дибарионной модели:



Новая трехчастичная сила – мезонный обмен между нуклоном и дибарионной компонентой дейтрона;

дополнительное усиление за счет рождения промежуточных *дибарионных резонансов* 

# Упругое *Nd*-рассеяние под большими углами и трехчастичные силы

#### Традиционный механизм:



Учет стандартной 3*N*-силы – 2π-обмена с возбуждением промежуточной изобары Δ(1232) – недостаточно для устранения расхождений с экспериментом

Новый механизм,

возникающий в дибарионной модели:



Новая трехчастичная сила — мезонный обмен между нуклоном и дибарионной компонентой дейтрона;

дополнительное усиление за счет рождения промежуточных *дибарионных резонансов* 

Оба эти механизма включают в качестве подпроцесса *неупругое NNрассеяние с рождением мезонов (NN → dπ, NN → dππ* и т. д.) и могут быть исследованы в таких процессах.

## В итоге,

показана применимость и высокая степень точности обобщенной дифракционной модели, включающей только нуклонные степени свободы, для сечений и ряда спиновых наблюдаемых *pd*-рассеяния в широком интервале промежуточных энергий при небольших переданных импульсах (|*q*<sup>2</sup>| ≤ 0.35 ГэВ<sup>2</sup>).

При более высоких передачах импульса основную роль играют короткодействующие механизмы, описание которых требует выхода за рамки традиционной (мезон-обменной) картины *NN*-взаимодействия. Исследование этих механизмов целесообразно проводить в более простых процессах, сопровождающихся большими передачами импульса, типа *NN* → *dπ*, *NN* → *dππ*, и т. д.

#### <u>Глава 2</u>.

Относительные вклады барионных и дибарионных возбуждений в реакции однопионного рождения *NN* → *d*π

### Описание реакции $pp \leftrightarrow d\pi^+$

- Переданные импульсы > 360 МэВ/с
- Возбуждение промежуточной изобары Δ(1232)
   качественное объяснение данных при энергиях
   *T<sub>p</sub>* = 400-800 МэВ (Mandelstam, 1958)
- Феноменологические модели (Weise et al., 1977; Grein et al., 1984 и др.); метод связанных каналов (Niskanen, 1979)
- Наиболее последовательное описание на основе уравнений Фаддеева для системы πNN с учетом Δ(1232) (Mizutani et al., 1981-1990)



- Сильная зависимость от off-shell свойств π*N*-амплитуды!
- Полуколичественное описание сечений; проблемы в описании поляризационных наблюдаемых

#### Изовекторные дибарионы в реакции $pp \leftrightarrow d\pi^+$

- Данные по упругому  $\vec{p} + \vec{p}$  рассеянию: первые экспериментальные указания серии дибарионных резонансов с  $I = 1 {}^{1}D_{2}(2150), {}^{3}F_{3}(2240), {}^{1}G_{4}(2430)$  и т. д. (Auer et al., 1979).
- Анализ парциально-волновых амплитуд (PWA)  $pp \leftrightarrow \pi^+ d$ : резонансное поведение основных амплитуд  ${}^1D_2P$ ,  ${}^3F_3D$ ,  ${}^1G_4F$ (Hiroshige et al., 1982; Arndt et al., 1993 и др.); NΔ-порог: 2170 МэВ Резонансы или псевдорезонансы (промежуточные NΔ-состояния)?



- Попытка явного учета дибарионных степеней свободы в реакции pp → dπ<sup>+</sup> (Като & Watari, 1979) – подгонка параметров 6 гипотетических дибарионных резонансов под экспериментальные наблюдаемые; сложно сделать однозначные выводы.
- Необходим более последовательный анализ относительных вкладов барионных и дибарионных резонансов

### Традиционное описание реакции $pp \rightarrow d\pi^+$

**ONE** (однонуклонный обмен) +  $N\Delta$  (промежуточное состояние N+ $\Delta$ )



Основная проблема – выбор параметров короткодействующего обрезания в вершинах  $\pi NN$  и  $\pi N\Delta$ !



#### Результаты расчетов: зависимость от Л



- При выборе мягких параметров обрезания в вершинах (в согласии с данными по упругому π*N*-рассеянию) традиционные механизмы дают только 40-50% парциального (<sup>1</sup>D<sub>2</sub>P) и полного сечений реакции *pp* → *d*π<sup>+</sup>.
- Увеличение параметра обрезания в вершине F<sub>πNΔ</sub>: разумное описание сечений, но с заметной сдвижкой по энергии; более существенные расхождения в спиновых наблюдаемых.
- Другой путь учет промежуточных дибарионных резонансов.





Параметры *D*<sub>12</sub> взяты из анализа данных по упругому *pp*- и *πd*-рассеянию и из анализа структуры дибарионов

Включение дибарионных резонансов позволяет улучшить описание данных.
 Для описания полного сечения в широком интервале энергий нужно учесть возбуждение двух изовекторных резонансов: D<sub>12</sub>(2150) [<sup>1</sup>D<sub>2</sub>] и D<sup>-</sup><sub>13</sub>(2240) [<sup>3</sup>F<sub>3</sub>].

#### Сигналы изовекторных дибарионов в реакции $pp \to pp + \pi^0 \pi^0$



#### Выводы

- В случаях, когда дибарионный резонанс лежит вблизи порога возбуждения системы двух барионов В+В\* и имеет близкую ширину, вклад s-канального быть резонансного механизма может сымитирован t-канальным псевдорезонансным механизмом при увеличении параметров короткодействующего обрезания; при этом многие тонкие черты описать не удается.
- При выборе мягких параметров обрезания в мезон-обменных вершинах, в которые согласуются с данными по упругому *пN*-рассеянию, для описания наблюдаемых реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$  необходим учет дополнительных короткодействующих механизмов, таких, как рождение промежуточных дибарионных резонансов.
- Сечение реакции двухпионного рождения  $pp \to d(\pi\pi)_0$  также можно описать на основе дибарионных механизмов с реалистическими параметрами.
- Важно найти такие реакции, в которых дибарионные резонансы ٠ проявляются более четко и не могут быть "замаскированы" стандартными мезон-обменными механизмами, даже при подгонке параметров.
- В следующей главе будет рассмотрено двухпионное рождение в pnсоударениях с этой точки зрения.

<u>Глава 3</u>.

Промежуточные дибарионные резонансы в реакциях двухпионного рождения и новая интерпретация АВС-эффекта

### Что такое АВС-эффект?

A. Abashian, N.E. Booth, K.M. Crowe, PRL 5, 258 (1960); 7, 35 (1961): Инклюзивный эксперимент  $pd \rightarrow {}^{3}\text{He}X, T_{p} = 0.743 \text{ GeV}$ Обнаружено аномальное усиление сигнала вблизи порога двухпионного рождения.



Традиционный механизм 2π-рождения и АВС-эффекта – *t*-канальное возбуждение и последующий распад промежуточной системы ΔΔ (Risser & Shuster, 1973): частичное описание старых инклюзивных данных; противоречие с новыми эксклюзивными данными. 34

# Новые эксперименты коллаборации WASA@COSY

Первые эксклюзивные эксперименты с очень высокой статистикой в полной 4 $\pi$ -геометрии  $p + d \rightarrow p_{\text{spectator}} + d + \pi^0 \pi^0$  @  $T_n = 1.0 - 1.4 \text{ GeV}$ 

 $d\pi^0\pi^0$ 

Экспериментальные данные ясно показали образование изоскалярного дибарионного резонанса  $D_{03}$  0.5 с параметрами:



#### Дибарионная модель реакции $pn \to d + (\pi \pi)_0$

- Модель реакции *pn* → *d* + (ππ)<sub>0</sub>, предложенная в диссертации, предполагает, что основной вклад в сечение реакции при энергиях *T<sub>p</sub>* = 1.0–1.4 ГэВ, соответствующих рождению дибариона *D*<sub>03</sub> (2380), дают две интерферирующие моды распада этого дибариона:
  - (*a*) эмиссия пионной пары из промежуточного скалярного о-мезона,
  - (b) последовательная эмиссия двух пионов через образование

промежуточного изовекторного дибариона  $D_{12}$  (2150).



- Резонансы  $D_{12}$  и  $D_{03}$  рассматриваются как возбужденные состояния дейтронного дибариона  $D_{01}$ . Прямая аналогия с нуклонными резонансами  $N^*$ .
- Тогда АВС-эффект обусловлен рождением  $\sigma$ -мезона в процессе  $D_{03} \rightarrow D_{01} + \sigma$ .

#### Спектры инвариантных масс при *E* = 2.38 ГэВ



• Experiment (PRL'11) • Phase space • - -  $D_{03} \rightarrow \sigma + d$ • · · · ·  $D_{03} \rightarrow \pi + D_{12}$ • Full calculation

- Каждый из двух механизмов распада дибариона D<sub>03</sub> дает резонансное усиление в соответствующем спектре инвариантных масс
- Вклад о-моды весьма мал, но необходим для формирования АВС-пика

#### Энергетические распределения



#### Свойства о-мезона

Скалярный о-мезон – самый легкий резонанс в КХД с квантовыми числами вакуума  $O(0^+)$ ; сильно связан с киральным конденсатом; имеет сложную структуру (возможно, гибридную  $qq\overline{qq} + 2g$ ) и необычные свойства

В ππ-рассеянии – очень широкий резонанс (Caprini et al., 2006):

 $m_{\sigma} \simeq 440 \text{ MeV}, \quad \Gamma_{\sigma} \simeq 540 \text{ MeV}$ 

Из описания АВС-пика в  $2\pi$ -рождении:

 $m_{\sigma} \simeq 300 \text{ MeV}, \quad \Gamma_{\sigma} \simeq 100 \text{ MeV}$ 

Уменьшение массы и ширины о-мезона – признак частичного восстановления киральной симметрии!

#### Восстановление киральной симметрии (ВКС)

- <u>Два основных явления непертурбативной КХД</u>:
   конфайнмент (невылетание кварков)
   нарушение киральной симметрии (физические массы адронов)
- Частичное ВКС происходит
- в изолированных сильно возбужденных адронах (Glozman et al.)
- в ядерной материи при высокой плотности и/или температуре (Kunihiro et al., Volkov et al. и др.)
   <sup>0,8</sup>
- Повышение  $E^*$ ,  $\rho$ ,  $T \rightarrow q\overline{q} >$  рост  $E_q \rightarrow$  сокращение

ВКС проявляется в уменьшении массы скалярного  $\sigma$ -мезона и ширины распада  $\sigma \to \pi\pi$ 



## Восстановление киральной симметрии (ВКС)

- Дибарион *D*<sub>03</sub> (2380):
  - высокая плотность ( $r(D_{03}) \approx 0.8 \; \Phi_{
    m M}$ )
  - большая энергия возбуждения ( $E^* \approx 500 \text{ M} 
    m sB$ )

В нем должно происходить частичное ВКС.

Тогда σ-мезон, испускаемый дибарионом, будет иметь меньшую массу и ширину в сравнении со свободным σ-мезоном (рождающимся в ππрассеянии).

#### Именно это показывает эксперимент в области АВС-пика.

 Согласно дибарионной модели ядерных сил, явление ВКС играет ключевую роль в NN-взаимодействии на коротких расстояниях.
 ABC-эффект можно рассматривать как первое экспериментальное подтверждение этого предсказания.

## Заключение

- Показано, что учет рождения промежуточных дибарионных резонансов позволяет согласованно описать широкий круг процессов, сопровождающихся большими передачами импульса и не имеющих объяснения в рамках традиционных мезон-обменных моделей.
- Можно предположить, что дибарионные резонансы это не просто "мультикварковая экзотика", но проявление фундаментальных свойств непертурбативной КХД, которые определяют взаимодействие нуклонов на малых расстояниях и короткодействующие корреляции в ядрах.

## Основные результаты

- 1) Впервые выполнено обобщение дифракционной модели Глаубера-Ситенко для рассеяния быстрых адронов на ядрах с учетом спиновой (и изоспиновой) структуры входных адрон-нуклонных амплитуд и волновой функции ядрамишени.
- Получены явные аналитические формулы связи спин-зависящих инвариантных Nd- и NN-амплитуд.
- Выполнено сравнение предсказаний дифракционной модели для поляризационных наблюдаемых в задаче упругого pd-рассеяния с результатами точных трехчастичных расчетов при промежуточных энергиях.
- Продемонстрирована высокая точность обобщенной дифракционной модели в широком интервале энергий для Nd-рассеяния в переднюю полусферу углов.
- 2) Предложен нетрадиционный механизм Nd-рассеяния под большими углами, включающий трехчастичное взаимодействие с рождением промежуточного дибарионного резонанса. Показана связь этого механизма с процессами неупругого NN-рассеяния (NN → dπ, NN → dππ и т. д.) и возможность его исследования в таких процессах.

## Основные результаты

- 3) Исследована относительная роль стандартных мезон-обменных механизмов, в том числе, с возбуждением промежуточной Δ-изобары, и механизмов возбуждения изовекторных дибарионных резонансов в реакции однопионного рождения  $NN \rightarrow d\pi$ .
- Данное исследование выполнено впервые для отдельных парциальных волн реакции и без ad hoc подгонки параметров дибарионных резонансов.
- Показано, что включение механизмов рождения промежуточных дибарионов позволяет значительно улучшить описание процесса *NN*  $\rightarrow$  *d*π при условии выбора мягких параметров короткодействующего обрезания в вершинах πNN и  $\pi N\Delta$ , согласующихся с данными по упругому  $\pi N$ -рассеянию.
- 4) Впервые указана возможность исследования изовекторных дибарионов в двухпионного Предложено рождения в рр-соударениях. реакциях альтернативное описание реакции *pp*  $\rightarrow$  *pp* $\pi\pi$  в терминах промежуточных дибарионов.
- 5) На основе дибарионной модели NN-взаимодействия предложена новая количественная интерпретация околопорогового усиления (АВС-эффекта) в реакциях двухпионного рождения  $np \rightarrow d\pi\pi$ ,  $pd \rightarrow {}^{3}$ Не $\pi\pi$  и др., открытого экспериментально более 50 лет назад и до сих пор не получившего признанного теоретического объяснения.
- Впервые показано, что АВС-эффект можно рассматривать как прямое экспериментальное подтверждение восстановления киральной симметрии в адронных соударениях при промежуточных энергиях. 44

#### Теоретическая и практическая значимость

- Предложенная интерпретация АВС-эффекта открывает новые возможности фундаментального явления исследования восстановления киральной симметрии и свойств легких скалярных мезонов в NN- и Nd-соударениях при промежуточных энергиях ~ 1 ГэВ.
- Дибарионный механизм для реакций одно- и двухпионного рождения, ٠ развитый в диссертации, дает новую теоретическую основу для описания процессов рождения мезонов. (До сих пор базовые механизмы таких процессов включали в себя только псевдорезонансы, обусловленные возбуждением отдельных барионов.)
- Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для ٠ дальнейших расчетов адронных и ядерных процессов при промежуточных энергиях, а также для интерпретации существующих и предсказания новых экспериментальных данных (WASA@COSY, HADES и др.).
- Формализм обобщенной дифракционной модели в настоящее время активно ٠ используется учеными из ОИЯИ и Исследовательского центра Юлиха для расчетов спиновых наблюдаемых рассеяния антипротонов на дейтерии. Эти расчеты очень важны для новой экспериментальной программы FAIR (Дармштадт), предполагающей использование поляризованных антипротонных пучков.

## Публикации

- 9 статей в рецензируемых научных журналах,
   в т. ч. 2 в Тор 25% (Phys. Rev. C)
- 1 статья в трудах конференций
- 12 тезисов докладов

## Список опубликованных статей

- Platonova M.N. and Kukulin V.I. Refined Glauber model versus Faddeev calculations and experimental data for pd spin observables. // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. P. 014004 (1-13).
- Платонова М.Н., Кукулин В.И. Описание спин-зависящих наблюдаемых в упругом pd-рассеянии на основе обобщенной дифракционной модели. // Ядерная физика. 2010. Т. 73. № 1. С. 90-110.
- 3. Платонова М.Н. Развитие обобщенной дифракционной модели для упругого pd-рассеяния при промежуточных энергиях. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 11. С. 1650-1656.
- 4. Платонова М.Н., Кукулин В.И. О возможности восстановления nn и np спиральных амплитуд на основе p+d и n+d данных рассеяния при промежуточных энергиях. // Изв. РАН. Сер. физ. 2011. Т. 75. № 4. С. 551-555.
- Platonova M.N., Kukulin V.I. Quark degrees of freedom in the deuteron and their testing in nucleon-deuteron scattering. // J. Phys. Conf. Ser. 2012. V. 381. P. 012110 (1-6).

## Список опубликованных статей

- 6. Platonova M.N. and Kukulin V.I. ABC effect as a signal of chiral symmetry restoration in hadronic collisions. // Phys. Rev. C. 2013. V. 87. P. 025202 (1-5).
- Кукулин В.И., Платонова М.Н. Короткодействующие компоненты ядерных сил: эксперимент против мифологии. // Ядерная физика. 2013. Т. 76. № 12. С. 1549-1565
- 8. Platonova M.N. New interpretation of the ABC effect in two-pion production in NN collisions. // Few-Body Syst. 2014. V. 55 P. 791-794.
- 9. Kukulin V.I. and Platonova M.N. Chiral symmetry restoration in σ-meson production in hadronic processes. // EPJ Web Conf. 2014. V. 73. P. 05005 (1-5).

### Доклады на конференциях

- 1. LIX Международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра "ЯДРО 2009" (Чебоксары, Июнь 2009).
- 2. LX Международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра "ЯДРО 2010" (Санкт-Петербург, Июль 2010).
- 3. The Rutherford Centennial Conference on Nuclear Physics (Manchester, UK, August 2011).
- 4. LXII Международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра "ЯДРО 2012" (Воронеж, Июнь 2012).
- 5. Mini-workshop on two-pion production in the HADES and WASA experiments (IPN Orsay, France, April 2013).
- 6. The 22nd European Conference on Few-Body Problems in Physics "EFB 22" (Cracow, Poland, September 2013).
- 7. The 13th International Conference on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon "MENU 2013" (Rome, Italy, October 2013).
- 8. XII Всероссийская Конференция "Молодые ученые России" (Москва, Апрель 2014).

## Спасибо за внимание!

$\mathcal{D}$	$I(J^P)$	$^{2S+1}L_J(NN)$	$M_D^{\exp}, \Gamma$ эВ	$\Gamma_D$ , МэВ	$M_D^{\mathrm{SU}(6)},$ ГэВ
$\mathcal{D}_{01}(d)$	$0(1^+)$	${}^{3}S_{1}$	1.88	0	1.88
$\mathcal{D}_{03}\left(d^{*} ight)$	$0(3^+)$	${}^{3}D_{3}$	$\simeq 2.38$	$\simeq 70$	2.35
$\mathcal{D}_{10}$	$1(0^{+})$	$^1S_0$	1.88	0-0.5	1.88
$\mathcal{D}_{12}$	$1(2^{+})$	${}^{1}D_{2}$	$\simeq 2.15$	$\simeq 120$	2.16
$\mathcal{D}_{13}^-$	$1(3^{-})$	${}^{3}F_{3}$	$\simeq 2.24$	100-150	—
$\mathcal{D}_{14}$	$1(4^{+})$	${}^{1}G_{4}$	$\simeq 2.43$	$\simeq 150$	_
$\mathcal{D}_{15}^-$	$1(5^{-})$	${}^{3}H_{5}$	$\simeq 2.70$	$\simeq 200$	—
$\mathcal{D}_{21}$	$2(1^+)$	_	$\simeq 2.16$	?	2.16
$\mathcal{D}_{30}$	$3(0^+)$	_	?	?	2.35

#### Параметры известных дибарионных резонансов

#### Обобщенная

#### дифракционная модель



Исходные формулы:  $M(\mathbf{q}) = M^{(s)}(\mathbf{q}) + M^{(d)}(\mathbf{q}) + M^{(ex)}(\mathbf{q}),$ 

$$M^{(s)} = \int d^{3}r e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}/2} \Psi_{d}(\mathbf{r}) \Big( M_{n}(\mathbf{q}) + M_{p}(\mathbf{q}) \Big) \Psi_{d}(\mathbf{r}),$$

$$M^{(d)} = \frac{i}{4\pi^{3/2}} \int d^{2}q' \int d^{3}r e^{i\mathbf{q}'\mathbf{r}} \Psi_{d}(\mathbf{r}) \Big( M_{n}(\mathbf{q}_{2}) M_{p}(\mathbf{q}_{1}) + M_{p}(\mathbf{q}_{1}) M_{n}(\mathbf{q}_{2}) \Big) \Psi_{d}(\mathbf{r}),$$

$$M^{(ex)} = -\frac{i}{4\pi^{3/2}} \int d^{2}q' \int d^{3}r e^{i\mathbf{q}'\mathbf{r}} \Psi_{d}(\mathbf{r}) \Big( M_{n}(\mathbf{q}_{2}) - M_{p}(\mathbf{q}_{2}) \Big) \Big( M_{n}(\mathbf{q}_{1}) - M_{p}(\mathbf{q}_{1}) \Big) \Psi_{d}(\mathbf{r}).$$

$$\mathbf{q}_{1} = \mathbf{q}/2 - \mathbf{q}', \ \mathbf{q}_{2} = \mathbf{q}/2 + \mathbf{q}'$$
52

#### Разложение полной *pd*-амплитуды по инвариантым амплитудам:

$$M[\mathbf{p}, \mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{S}] = (A_1 + A_2 \,\boldsymbol{\sigma} \hat{n}) + (A_3 + A_4 \,\boldsymbol{\sigma} \hat{n}) (\mathbf{S} \hat{q})^2 + (A_5 + A_6 \,\boldsymbol{\sigma} \hat{n}) (\mathbf{S} \hat{n})^2 + A_7 (\boldsymbol{\sigma} \hat{k}) (\mathbf{S} \hat{k}) + A_8 \,\boldsymbol{\sigma} \hat{q} ((\mathbf{S} \hat{q}) (\mathbf{S} \hat{n}) + (\mathbf{S} \hat{n}) (\mathbf{S} \hat{q})) + (A_9 + A_{10} \,\boldsymbol{\sigma} \hat{n}) \mathbf{S} \hat{n} + A_{11} (\boldsymbol{\sigma} \hat{q}) (\mathbf{S} \hat{q}) + A_{12} \,\boldsymbol{\sigma} \hat{k} ((\mathbf{S} \hat{k}) (\mathbf{S} \hat{n}) + (\mathbf{S} \hat{n}) (\mathbf{S} \hat{k})),$$

Спиновая структура *NN*-амплитуд:

$$M_{i}[\mathbf{p}, \mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}_{i}] = A_{i} + C_{i}\boldsymbol{\sigma}\hat{n} + C_{i}'\boldsymbol{\sigma}_{i}\hat{n} + B_{i}(\boldsymbol{\sigma}\hat{k})(\boldsymbol{\sigma}_{i}\hat{k}) + (G_{i} + H_{i})(\boldsymbol{\sigma}\hat{q})(\boldsymbol{\sigma}_{i}\hat{q}) + (G_{i} - H_{i})(\boldsymbol{\sigma}\hat{n})(\boldsymbol{\sigma}_{i}\hat{n}), \quad i = n, p$$

Структура волновой функции и формфактора дейтрона:

$$\Psi_d[\mathbf{r};\boldsymbol{\sigma}_n,\boldsymbol{\sigma}_p] = \frac{1}{\sqrt{4\pi r}} \left( u(r) + \frac{1}{2\sqrt{2}} w(r) S_{12}[\hat{r};\boldsymbol{\sigma}_n,\boldsymbol{\sigma}_p] \right),$$

Формфактор (полный):  

$$S[\mathbf{q}; \boldsymbol{\sigma}_{n}, \boldsymbol{\sigma}_{p}] = \int d^{3}r e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} |\Psi_{d}[\mathbf{r}; \boldsymbol{\sigma}_{n}, \boldsymbol{\sigma}_{p}]|^{2}$$

$$= S_{0}(q) - \frac{1}{2\sqrt{2}} S_{2}(q) S_{12}[\hat{q}; \boldsymbol{\sigma}_{n}, \boldsymbol{\sigma}_{p}],$$

$$rge \quad S_{12}[\hat{n}; \mathbf{v}_{1}, \mathbf{v}_{2}] = 3(\mathbf{v}_{1}\hat{n})(\mathbf{v}_{2}\hat{n}) - (\mathbf{v}_{1}\mathbf{v}_{2}).$$
монопольный:  

$$S_{0}(q) = S_{0}^{(0)}(q) = \int_{0}^{\infty} dr u^{2}(r) j_{0}(qr),$$

$$S_{0}^{(2)}(q) = \int_{0}^{\infty} dr w^{2}(r) j_{0}(qr),$$

$$S_{12}^{(2)}(q) = 2\int_{0}^{\infty} dr u(r) w(r) j_{2}(qr),$$

$$S_{2}^{(1)}(q) = 2\int_{0}^{\infty} dr u(r) w(r) j_{2}(qr),$$

$$S_{2}^{(2)}(q) = -2^{-1/2} \int_{0}^{\infty} dr w^{2}(r) j_{2}(qr)_{53}$$

#### Связь упругого *Nd*-рассеяния под большими углами с неупругим *NN*-рассеянием



### Открытие и первые интерпретации АВС-эффекта

T. Risser & M.D. Shuster, Phys. Lett. **B43**, 68 (1973):
 <u>t-канальная ΔΔ-модель</u>



- Предсказывает <u>два пика</u> в спектре двух пионов:
   при малых и больших инвариантных массах M<sub>ππ</sub> –
   ABC- и "DEF"-эффекты
- Качественное описание инклюзивных данных

$$\mathcal{M}_{\lambda_p,\lambda_n,\lambda_d} = \frac{\sum\limits_{\lambda_3} \mathcal{M}_{\lambda_p,\lambda_n,\lambda_3}^{(D_{03})} \left[ \mathcal{M}_{\lambda_3,\lambda_d}^{(\sigma)} + \mathcal{M}_{\lambda_3,\lambda_d}^{(D_{12})} \right]}{s - M_{D_{03}}^2 + i\sqrt{s}\Gamma_{D_{03}}(s)}$$

$$\mathcal{M}_{\lambda_{p},\lambda_{n},\lambda_{3}}^{(D_{03})} = \sqrt{5}p^{2}F_{pn\to D_{03}}C_{1\lambda_{3}20}^{3\lambda_{3}}C_{\frac{1}{2}\lambda_{p}\frac{1}{2}\lambda_{n}}^{1\lambda_{3}}$$
$$\mathcal{M}_{\lambda_{3},\lambda_{d}}^{(\sigma)} = \frac{F_{D_{03}\to d\sigma}F_{\sigma\to\pi\pi}}{M_{\pi\pi}^{2}-m_{\sigma}^{2}+iM_{\pi\pi}\Gamma_{D_{03}}(M_{\pi\pi}^{2})}C_{1\lambda_{d}2\mu}^{3\lambda_{3}}\mathcal{Y}_{2\mu}(\mathbf{p}_{d},\mathbf{p}_{d}),$$
$$\mathcal{M}_{\lambda_{3},\lambda_{d}}^{(D_{12})} = \sqrt{\frac{6}{5}}\frac{F_{D_{03}\to D_{12}\pi_{1}}F_{D_{12}\to d\pi_{2}}}{M_{d\pi_{2}}^{2}-M_{D_{12}}^{2}+iM_{d\pi_{2}}\Gamma_{D_{12}}(M_{d\pi_{2}}^{2})}C_{1\lambda_{d}2\mu}^{3\lambda_{3}}\mathcal{Y}_{2\mu}(\mathbf{p}_{\pi_{1}},\mathbf{p}_{d\pi_{2}}) + (\pi_{1}\leftrightarrow\pi_{2})}$$

$$F_{R \to ab}(p_{ab}) = M_{ab} \sqrt{\frac{8\pi \Gamma_{R \to ab}^{(l)}(p_{ab})}{(p_{ab})^{2l+1}}} \qquad \Gamma_{R \to ab}^{(l)}(p) = \Gamma_{R \to ab}^{(l)} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{2l+1} \left(\frac{(p_0)^2 + \Lambda_{ab}^2}{p^2 + \Lambda_{ab}^2}\right)^{l+1}$$

$$\frac{d\sigma}{dM_{bc}} = \frac{1}{(4\pi)^5 ps} \iint p_a p_{bc} d\Omega_a d\Omega_{bc} \,\overline{|\mathcal{M}(\mathbf{p}_a, \mathbf{p}_{bc})|^2}$$