

Форм факторы псевдоскалярных мезонов из правил сумм КХД

МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет

Кафедра общей ядерной физики

Голикова Ирина

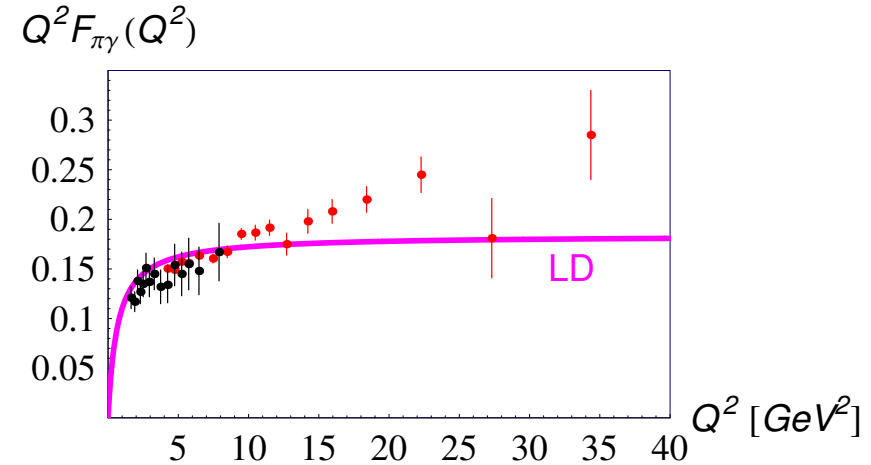
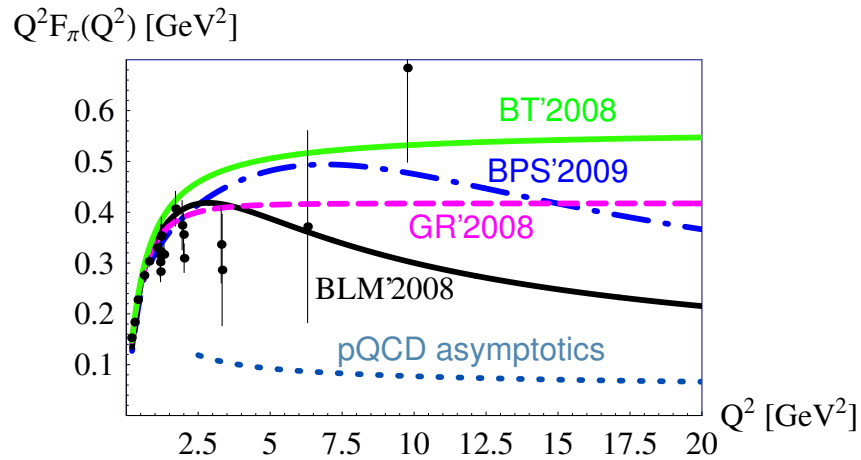
Мы изучаем $F_\pi(Q^2)$ и $F_{P\gamma}(Q^2)$, $P = (\pi_0, \eta, \eta')$ с использованием версии правил сумм КХД локальной дуальности (ЛД).

Чтобы оценить точность правила сумм ЛД, параллельно с КХД, мы рассматриваем потенциальную модель в квантовой механике: в этом случае точный форм фактор может быть вычислен из решения уравнения Шредингера. Затем точный форм фактор сравнивается с результатом, полученным методом правил сумм ЛД в квантовой механике. Таким образом проверяется точность метода.

Опыт квантовой механики говорит, что правило сумм ЛД должно давать хорошие предсказания для $F_\pi(Q^2)$ и $F_{P\gamma}(Q^2)$ в области $Q^2 \geq 5 - 6 \text{ GeV}^2$. Мы обсуждаем, насколько экспериментальные данные соответствуют этому описанию.

Мотивация

Теоретическое описание пионного форм фактора при $Q^2 \sim 5 - 50 \text{ GeV}^2$ в КХД - сложная задача. Для ее решения используется несколько версий метода правил сумм КХД.



До сих пор не было получено согласованных результатов относительно поведения форм фактора в этой области; и существует сильное несоответствие между результатами различных версий правил сумм КХД.

Наша цель – оценить точность метода правил сумм КХД и получить предсказания для $F_\pi(Q^2)$ и $F_{P\gamma}(Q^2)$, $P = (\pi^0, \eta, \eta')$ форм факторов с использованием этого метода.

Экспериментальное изучение пионного форм фактора в нижней части области $Q = 3 - 8 \text{ GeV}^2$ станет возможным вследствие усовершенствования JLab в течение нескольких следующих лет.

Модель ЛД

Базовый объект для вычислений в методе правил сумм – корреляционная функция:

$\langle 0|T j_\alpha^5 j_\mu j_\beta^5|0\rangle$ – для упругого, $\langle 0|T j_\mu^5 j_\alpha j_\beta|0\rangle$ – для $\pi \rightarrow \gamma\gamma^*$ форм факторов

j_α^5, j_β^5 – интерполирующий аксиальный ток пиона: $\langle \Omega|j_{5\alpha}(0)|\pi(p)\rangle = i\pi_\alpha f_\pi j_\mu$ электромагнитный ток.

Вместо функций Грина в пространстве Минковского удобно использовать операторы эволюции в Евклидовом пространстве, которые возникают после преобразования Бореля. Выполняем преобразование Бореля $p_1^2 \rightarrow \frac{\tau}{2}, p_2^2 \rightarrow \frac{\tau}{2}$

В КХД этот коррелятор может быть вычислен с помощью операторного разложения. Затем применяется предположение о кварк-адронной дуальности.

Вклад возбужденных состояний дуален области высоких энергий пертурбативных диаграмм

Используя это предположение, в киральном пределе исчезающих кварковых масс, правило сумм принимает вид:

$$f_\pi^2 F_\pi(Q^2) = \int_0^{s_{\text{eff}}(\tau, Q^2)} ds_1 \int_0^{s_{\text{eff}}(\tau, Q^2)} ds_2 e^{-\frac{(s_1+s_2)\tau}{2}} \Delta_{\text{pert}}(s_1, s_2, Q^2) + \frac{\langle \alpha_s G^2 \rangle}{24\pi} \tau + \frac{4\pi\alpha_s \langle \bar{q}q \rangle^2}{81} (13 + Q^2\tau)\tau^2 + \dots$$

Δ_{pert} - двойные спектральные плотности трехточечных диаграмм теории возмущений.

Мы хотим изучать форм фактор при больших Q . Форм фактор связанного состояния должен убывать с ростом Q . Но степенные поправки в правой части - полиномы по Q и поэтому они растут с Q . Т.о. это выражение напрямую не может быть использовано при больших Q . Чтобы использовать правило сумм при больших Q существует несколько возможностей. Одна из них - положить $\tau = 0$.

Предел ЛД $\tau \rightarrow 0$. Тогда все степенные поправки исчезают.

$$F_\pi(Q^2) = \frac{1}{f_\pi} \int_0^{s_{\text{eff}}(Q^2)} ds_1 \int_0^{s_{\text{eff}}(Q^2)} ds_2 \Delta_{\text{pert}}^{(VAV)}(s_1, s_2, Q^2).$$

Для переходного форм фактора:

$$F_{\pi\gamma}(Q^2) = \frac{1}{f_\pi} \int_0^{s_{\text{eff}}(Q^2)} \Delta_{\text{pert}}^{(AVV)}(s, Q^2) ds, \quad s_{\text{eff}}(Q^2 \rightarrow \infty) \rightarrow 4\pi^2 f_\pi^2.$$

Асимптотические значения форм факторов и свойства спектральных плотностей

- $F_\pi(0) = 1,$
- $F_{\pi\gamma}(0) = \frac{1}{2\pi^2 f_\pi}$

- $F_\pi(\infty) = \frac{8\pi\alpha_s f_\pi^2}{Q^2},$
- $F_{\pi\gamma}(\infty) = \frac{\sqrt{2} f_\pi}{Q^2}$

- Векторное тождество Уорда при $Q^2 = 0$ связывает 3-точечную и 2-точечную функции.
- Факторизация при $Q^2 \rightarrow \infty$: $1/Q^2$

Положим:

$$s_{\text{eff}}(Q^2 = 0) = \frac{4\pi^2 f_\pi^2}{1 + \alpha_s/\pi} \quad s_{\text{eff}}(Q^2 \rightarrow \infty) = 4\pi^2 f_\pi^2,$$

тогда форм фактор, полученный из правила сумм ЛД удовлетворяет правильному условию нормировки при $Q^2 = 0$ и воспроизводит асимптотическое поведение в соответствии с факторизационной теоремой для форм фактора при $Q^2 \rightarrow \infty$.

Эти два значения мало отличаются друг от друга. Построим интерполяционную функцию $s_{\text{eff}}(Q^2)$ для всех Q^2 .

Модель локальной дуальности для адронных форм факторов:

- а. Основана на дисперсионном 3-точечном правиле сумм при $\tau = 0$ (т.е. при бесконечно большом параметре борелевской массы). В этом случае все степенные поправки равны нулю и детали непертурбативной динамики скрыты в единственной величине – эффективном пороге континуума $s_{\text{eff}}(Q^2)$.
- б. Использует приближение для $s_{\text{eff}}(Q^2) = 4\pi^2 f_\pi^2$ для всех Q^2 . Это приближение работает при больших Q^2 . Вопрос состоит в том, для каких именно?

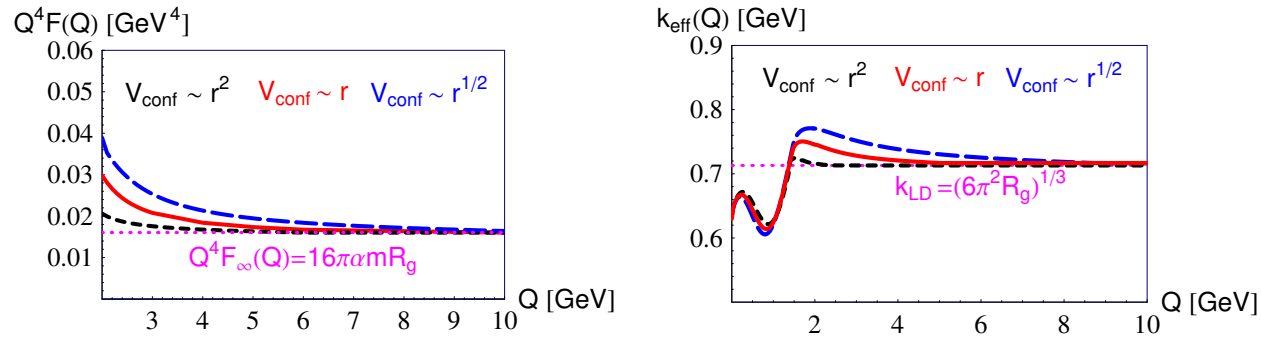
Модель ЛД для эффективного порога континуума - это модель, которая не учитывает детали динамики конфайнмента. Единственное свойство, которым должна обладать теория, чтобы для нее можно было построить эту модель - это факторизация жестких форм факторов.

Модель может быть проверена в квантовой механике для случая потенциала, содержащего кулоновскую часть и конфайнмент

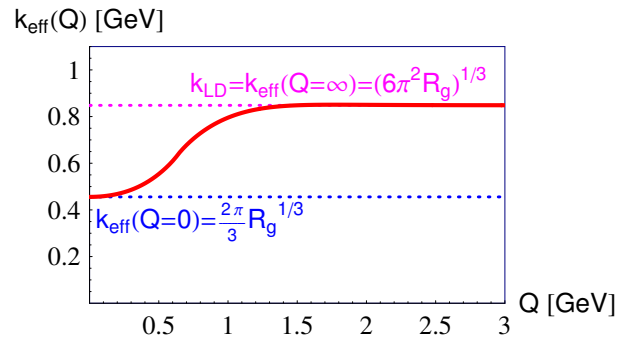
- Как и в КХД, форм фактор удовлетворяет факторизационной теореме; спектральные плотности вычисляются из диаграмм нерелятивистской теории поля.
- Точный форм фактор может быть вычислен из решения уравнения Шредингера. Сравнивая его с форм фактором, полученным в приближении ЛД, оценивается точность модели.

Упругий и переходный форм факторы в потенциальной модели в квантовой механике

Результаты для упругого форм фактора в потенциальной модели в случае потенциала, представляющего собой сумму кулоновского потенциала и нескольких потенциалов конфайнмента: потенциала гармонического осциллятора, линейного потенциала и $r^{1/2}$ - потенциала.



На левом рисунке приведены точные форм факторы для этих потенциалов, на правом - соответствующие эквивалентные эффективные пороги.

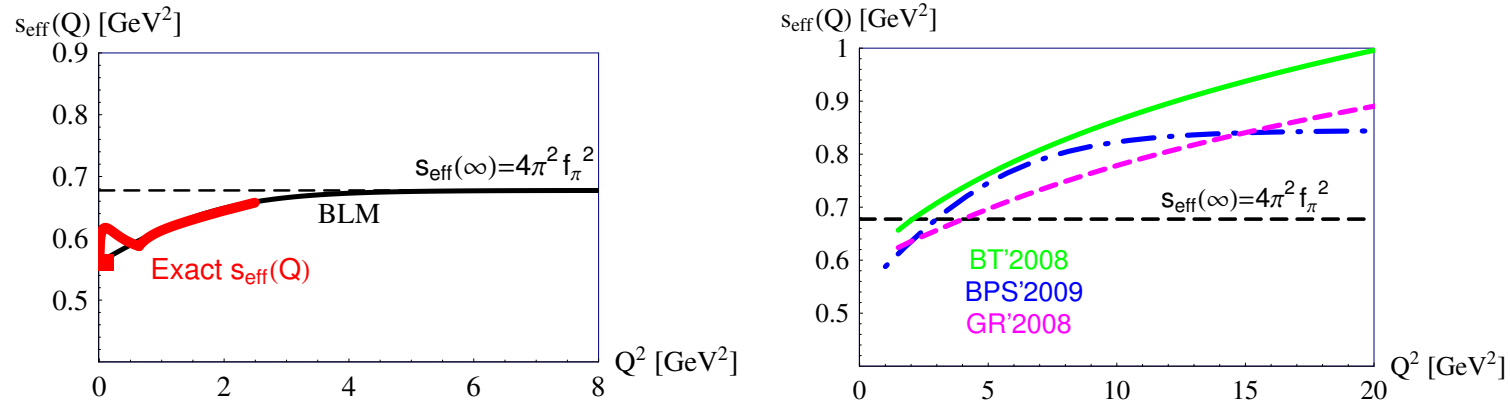


Точный эффективный порог, полученный для потенциала гармонического осциллятора для $\langle AVV \rangle$ коррелятора и переходного форм фактора.

Независимо от вида потенциала конфайнмента, точность модели ЛД растет с ростом Q , начиная уже с $Q \simeq 2 - 3$ GeV.

Упругий форм фактор в КХД

Результаты для упругого пионного форм фактора в КХД:



На левом рисунке приведен эквивалентный порог для экспериментальных данных и наша версия модели ЛД (т.е. наша интерполяционная формула для эффективного порога). Эти результаты означали бы, что точность ЛД растет с ростом Q^2 .

На правом рисунке приведены эквивалентные пороги для других теоретических предсказаний. Очевидно, эти результаты указывают на то, что точность модели ЛД падает с ростом Q^2 даже при столь больших Q^2 , как $Q^2 = 20$ GeV². Отметим, что это противоречит нашим анализам, проведенным в квантовой механике.

В недалеком будущем JLab ожидается получить точные данные в области переданных импульсов до $Q^2 = 8$ GeV². Эти данные должны решить указанные противоречия.

$\eta, \eta' \rightarrow \gamma \gamma^*$ переходный форм фактор

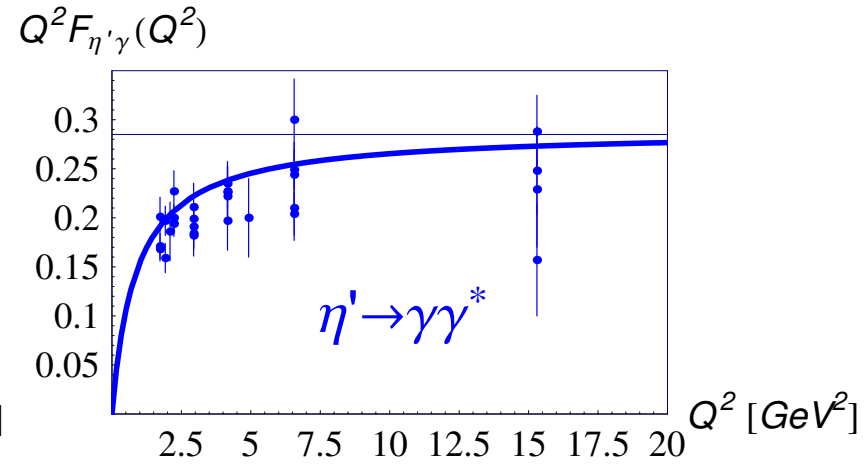
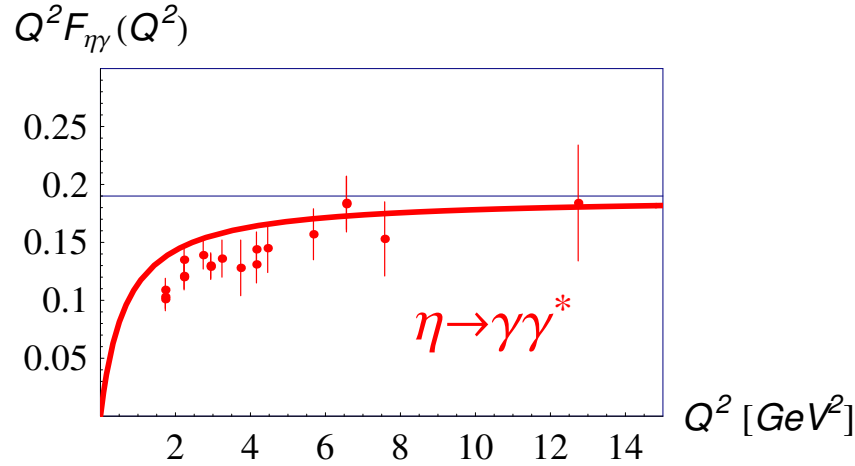
Стандартная схема смешивания $\eta - \eta'$, предложенная Фельдманом и модель ЛД для нестранной и $s\bar{s}$ - компонент

$$F_{\eta\gamma} = \cos(\phi)F_{n\gamma} - \sin(\phi)F_{s\gamma}, \quad F_{\eta'\gamma} = \sin(\phi)F_{n\gamma} + \cos(\phi)F_{s\gamma}, \quad \phi \simeq 38^\circ$$

с $n \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}u + \bar{d}d)$ и $s \rightarrow \bar{s}s$.

$$F_{n\gamma}(Q^2) = \frac{1}{f_n} \int_0^{s_{\text{eff}}^{(n)}(Q^2)} \Delta_n(s, Q^2) ds, \quad F_{s\gamma}(Q^2) = \frac{1}{f_s} \int_0^{s_{\text{eff}}^{(s)}(Q^2)} \Delta_s(s, Q^2) ds,$$

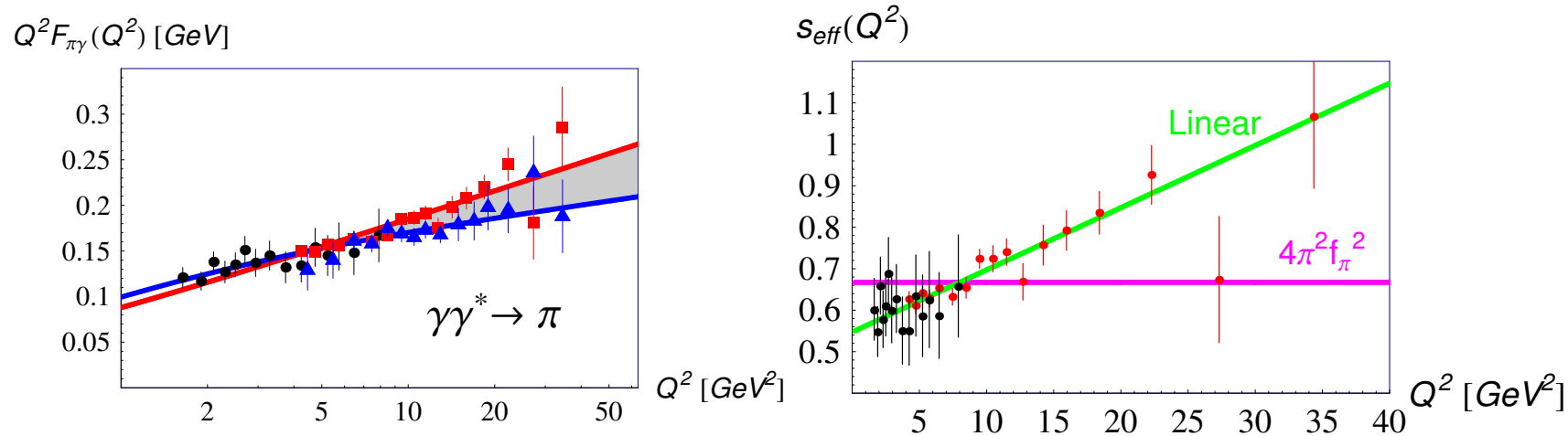
Два различных эффективных порога: $s_{\text{eff}}^{(n)} = 4\pi^2 f_n^2$, $s_{\text{eff}}^{(s)} = 4\pi^2 f_s^2$, $f_n \simeq 1.07f_\pi$, $f_s \simeq 1.36f_\pi$.



Нет несоответствия между моделью ЛД и экспериментальными данными.

$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma^*$ переходный форм фактор

Для переходного пионного форм фактора наблюдается сильное несоответствие с данными BaBar. Но наблюдается соответствие с недавними данными Belle.



На правом рисунке приведены эквивалентные пороги для данных BaBar. Они могут быть легко аппроксимированы линейно растущей функцией.

Это означает, что в противоположность (1) случаям η и η' и (2) результатам, полученным в квантовой механике, нарушение ЛД растет с ростом Q даже в области столь больших переданных импульсов, как $Q^2 \simeq 40 \text{ GeV}^2$!

Почему нестранные компоненты в η , η' и π^0 должны вести себя настолько по-разному?

Результаты

1. Рассмотрена квантово-механическая потенциальная модель для случая потенциала, который представляет собой сумму кулоновского взаимодействия и потенциала конфайнмента. В данной модели вычислены разложения трехточечных функций Грина по степеням взаимодействия до порядка α_s , включительно и во всех порядках по потенциалу конфайнмента; построены дисперсионные правила сумм для форм факторов. Численно решены уравнения Шредингера и получены форм факторы для различных потенциалов конфайнмента.
2. Показано, что эффективный порог континуума в правилах сумм для форм факторов – один из ключевых параметров метода дисперсионных правил сумм – зависит от Q^2 . Асимптотическое значение эффективного порога при $Q \rightarrow \infty$ фиксируется факторизационными теоремами; однако, при малых Q^2 величина эффективного порога довольно сильно отличается от его асимптотического значения. Показано, что эффективный порог не является универсальной величиной, а зависит от типа рассматриваемого форм фактора (отличается для упругого и переходного) и конкретного вида потенциала конфайнмента.
3. В потенциальной модели изучен предел ЛД в дисперсионных правилах сумм для форм факторов. В этом пределе все эффекты конфайнмента "спрятаны" в зависящем от Q^2 эффективном пороге. Приближение (или модель) ЛД возникает, когда мы полагаем эффективный порог равным его асимптотическому значению для всех Q^2 : $s_{\text{eff}}(Q^2) = s_{\text{eff}}(\infty)$. Используя точно решаемую потенциальную модель, показано, что точность модели ЛД улучшается с ростом Q^2 в области $Q^2 > 4 - 6 \text{ GeV}^2$, независимо от конкретного вида потенциала конфайнмента.
4. Исследован упругий пионный форм фактор в КХД. Из имеющихся экспериментальных данных, вычислен точный эффективный порог при малых $Q^2 < 4 \text{ GeV}^2$. На основе установленных общих свойств эффективного порога и данных при малых Q^2 предсказано, что эффективный порог для упругого форм фактора пиона будет достигнут уже в области $Q^2 \sim 6 - 8 \text{ GeV}^2$. Данное предсказание будет проверено в эксперименте JLab. Подтверждение нашего предсказания будет означать, что мы имеем надежное теоретическое описание пионного форм фактора в области $Q^2 > 6 - 8 \text{ GeV}^2$ вплоть до асимптотически больших значений.
5. Изучены переходные форм факторы $F_{P\gamma}$ псевдоскалярных мезонов в КХД. Проверено, что приближение ЛД согласуется с имеющимися данными по форм факторам η , η' , и η_c -мезонов в широком диапазоне переданных импульсов. Показано, что данные коллаборации BaBar по переходному форм фактору пиона противоречат как данным по η , η' -мезонам, так и общим свойствам переходных форм факторов, установленным в квантовой механике. В отличие от данных BaBar, более поздние результаты Belle находятся в согласии как с теоретической картиной переходных форм факторов, так и с данными по форм факторам других легких псевдоскаляров.
6. Показано, что правила сумм КХД в пределе ЛД являются эффективным теоретическим методом для изучения адронных форм факторов в широкой области переданных импульсов.

Публикации по материалам диссертации

Статьи в журналах:

- 1) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Elastic and Transition form Factors of Light Pseudoscalar Mesons from QCD Sum Rules Physics of Atomic Nuclei, 76, 326-340 (2013).
- 2) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Accuracy of the pion elastic form factor extracted from a local-duality sum rule Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 39, 055007 (2012).
- 3) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Pion elastic and (π^0, η, η') - \rightarrow gamma gamma* transition form factors in a broad range of momentum transfers Physical Review D 85, 036006 (2012).

Доклады на конференциях:

- 4) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "A puzzle of the pion-photon transition form factor - resolved? Published in PoS Confinement X (2012) 114
- 5) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Meson-Photon Transition Form Factors" Published in AIP Conf.Proc. 1492 (2012) 127-133
- 6) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Pion Elastic Form Factor in a Rather Broad Range of Momentum Transfers from Local-Duality QCD Sum Rule Published in eConf C110613 (2011) 265
- 7) Balakireva I., Lucha W., Melikhov D., "Pion Elastic and pi-gamma Transition Form Factors at Large Momentum Transfers Published in PoS EPS-HEP2011 (2011) 305
- 8) Balakireva I., "How accurate is the local-duality model for the pion elastic form factor?" Published in PoS QFTHEP2010 (2010) 059