

Проблема иерархии взаимодействий и чёрные дыры

О.И.Василенко

План

1. Проблема иерархий взаимодействий.
2. Гравитационное взаимодействие.
3. Решение проблемы иерархий.
4. Столкновение чёрных дыр.

Фундаментальные взаимодействия

1. Сильное.
2. Электромагнитное.
3. Слабое.
4. Гравитационное.

Слабое взаимодействие

$$M_{W_{\pm}, Z} \approx 100 \text{ ГэВ} , \quad M_{EW} \approx 1 \text{ ТэВ} .$$

Гравитационное взаимодействие

$$M_{Pl} = \sqrt{\frac{hc}{G}} \simeq 10^{19} \text{ ГэВ} .$$

Частица с такой массой имеет одинаковые радиус Шварцшильда и комптоновскую длину волны.

Проблема иерархии взаимодействий заключается в отсутствии объяснения столь большой разницы в интенсивностях гравитационного и остальных взаимодействий.

Гравитация

Проблема: отсутствует квантовая теория гравитации.

Квантование других полей

1. Квантовый осциллятор

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2) .$$

Замена наблюдаемых на операторы и установление перестановочных соотношений.

$$q \rightarrow \hat{q} = q , \quad p \rightarrow \hat{p} = -i \frac{\partial}{\partial q} , \quad [\hat{q}, \hat{p}] = i .$$

2. Квантование поля

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} + \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 .$$

$$\left[\varphi^{*-}(\tilde{\mathbf{k}}), \varphi^+(\tilde{\mathbf{q}}) \right] = \left[\varphi^-(\tilde{\mathbf{k}}), \varphi^{*+}(\tilde{\mathbf{q}}) \right] = \delta(\tilde{\mathbf{k}} - \tilde{\mathbf{q}}) .$$

3. Расходимости в матрице рассеяния.

$$\psi^I(\infty) = \mathbf{S} \psi^I(-\infty) .$$

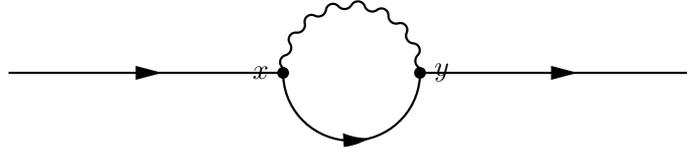


Рис. 1: Расходящаяся диаграмма второго порядка с двумя внешними электронными линиями.

4. Перенормировка.

- Квантовые поправки меняют "голые" значения заряда и массы электрона.
- Придание "голым" заряду и массе электрона бесконечных значений, компенсирующих расходимости в матрице рассеяния..
- Перенормируемые теории.

5. Гравитационное поле и перенормировка.

$$m(\mathbf{r}) = m_0 + \frac{e^2}{\mathbf{r}}, \quad \lim_{\mathbf{r} \rightarrow 0} m(\mathbf{r}) = \infty .$$

$$m(\mathbf{r}) = m_0 + \frac{e^2}{\mathbf{r}} - \frac{Gm_0^2}{\mathbf{r}} \quad \lim_{\mathbf{r} \rightarrow 0} m(\mathbf{r}) = \infty .$$

$$m(\mathbf{r}) = m_0 + \frac{e^2}{\mathbf{r}} - \frac{Gm(\mathbf{r})^2}{\mathbf{r}} .$$

Решение для $m(\mathbf{r})$ имеет вид

$$m(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{r}}{2G} + \frac{\mathbf{r}}{2G} \sqrt{1 + \frac{4G}{\mathbf{r}} \left(m_0 + \frac{e^2}{\mathbf{r}} \right)} .$$

В пределе $r \rightarrow 0$ получаем

$$m(r = 0) = \frac{e}{\sqrt{G}} .$$

Полученный результат обладает замечательными свойствами.

- (a) Предел является конечным. Универсальность гравитации привела к автоматической регуляризации предела.
- (b) Предел не зависит от величины голой массы m_0 .
- (c) Полученный результат принципиально непертурбативен. Если попытаться сначала разложить $m(r)$ по степеням константы G вокруг значения $G = 0$ и потом устремить r к нулю, то все члены разложения будут расходиться, хотя их сумма конечна.

6. Квантование гравитации.

- (a) Приближение слабого поля

$$ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j .$$

$$g_{ij} = \eta_{ij} + h_{ij} .$$

$$ds^2 = \eta_{ij}dx^i dx^j = dt^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 .$$

- (b) Расходимость диаграмм.

(с) Неперенормируемость гравитации.

7. Background.

(a) Background в квантовой теории гравитации, теориях поля и струн.

(b) Почему теория струн не является теорией "всего".

(с) Абсолютное пространство Ньютона и ведро с водой.

8. Петлевая теория гравитации.

Чёрные дыры

1. Метрика Шварцшильда

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 .$$

2. Почему чёрные дыры нечёрные. Излучение Хокинга.

3. Термодинамика чёрных дыр.

$$S = 4\pi M^2 , \quad T = \frac{1}{8\pi M} .$$

4. Аргумент в пользу квантовой гравитации.

"Нет" квантовой гравитации

1. AdS/CFT соответствие в теории струн.
2. Гравитация как классический предел субстрата.

Гравитация как энтропийная сила

1. Пример энтропийной силы — упругость полимерных молекул.

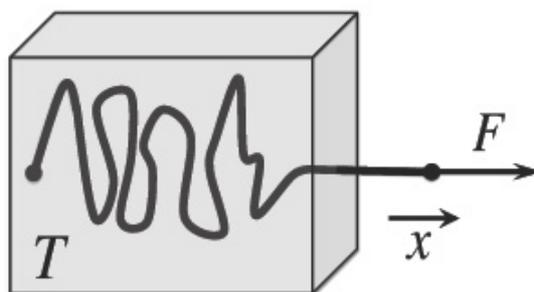


Рис. 2: Полимерная молекула в термостате.

$$S(E, x) = k \cdot \ln \Omega(E, x) .$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} , \quad \frac{F}{T} = \frac{\partial S}{\partial x} .$$

2. Голографический принцип. Информация содержится на дискретной поверхности (экране).

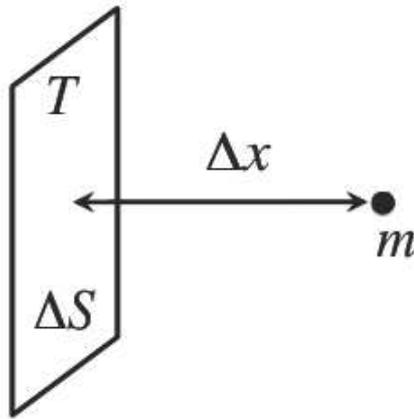


Рис. 3: Частица массы m , приближается к голографическому экрану со стороны, где пространство-время уже существует.

3. Сила и инерция.

$$\Delta S = 2\pi k , \quad \Delta x = \frac{\hbar}{mc} \quad \Rightarrow \quad \Delta S = 2\pi k \frac{mc}{\hbar} \Delta x .$$

Аналогия с осмосом сквозь полупроницаемую мембрану. Если мембрана обладает температурой T , то эффективная сила равна

$$F \Delta x = T \Delta S .$$

Эффект Унру (Unruh) (излучение Унру) — предсказываемый квантовой теорией поля эффект наблюдения теплового излучения в ускоряющейся системе отсчёта при отсутствии этого излучения в инерциальной системе отсчёта.

Температура наблюдаемого излучения Унру выражается той же формулой, что и температура излучения Хокинга, но зависит не от поверхностной гравитации, а от ускорения системы отсчета a .

$$T = \frac{\hbar a}{2\pi k c} .$$

Отсюда следует второй закон Ньютона

$$F = ma .$$

4. Гравитация Ньютона.

Точечная масса M в центре экрана-сферы радиусом R . Число битов экрана N

$$N = \frac{Ac^3}{G\hbar} , \quad A = 4\pi R^2 .$$

Энергия

$$E = \frac{1}{2}NkT = Mc^2 \Rightarrow T = \frac{GM\hbar}{2\pi k c} .$$

Сила

$$F = T \frac{\Delta S}{\Delta x} = 2\pi k T \frac{mc}{\hbar} = G \frac{Mm}{R^2} .$$

Решение проблемы иерархий

Основные предположения.

1. Существует n дополнительных измерений размером R .
2. Фундаментальной шкалой всех взаимодействий является $M_{\text{Pl}(4+n)} \approx m_{\text{EW}} \approx 10^3 \text{ ГэВ}$.
3. Гравитация распространяется во всех измерениях.
4. Поля материи и остальные взаимодействия ограничены на 4-х бране.

Массы Планка

1. Закон тяготения при $r \ll R$.

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_{\text{Pl}(4+n)}^{n+2}} \frac{1}{r^{n+1}} .$$

2. Закон тяготения при $r \gg R$.

$$V(r) \sim \frac{m_1 m_2}{M_{\text{Pl}(4+n)}^{n+2}} \frac{1}{R^n r} \sim \frac{m_1 m_2}{M_{\text{Pl}(4)}^2} \frac{1}{r} .$$

3. Связь между массами Планка

$$M_{\text{Pl}(4)}^2 \sim M_{\text{Pl}(4+n)}^{n+2} R^n .$$

4. Фундаментальная масса Планка

$$M_{\text{Pl}(4+n)}^{n+2} \approx m_{\text{EW}} \approx 10^3 \text{ ГэВ} ,$$
$$M_{\text{Pl}(4)} \simeq 10^{19} \text{ ГэВ} .$$

Шкала расстояний

1. Размер дополнительных измерений.

$$R \approx 10^{\frac{30}{n}-17} \text{ см} \times \left(\frac{1 \text{ ТэВ}}{m_{EW}} \right) .$$

2. При $n = 1$ $R \approx 10^{13}$ см.

3. При $n = 2$ $R \approx 10$ мк ÷ 1 мм.

Столкновение частиц

1. При энергиях > 1 ТэВ столкновение частиц происходит в многомерном пространстве, где действует только гравитация.
2. Частицы рассматриваются как чёрные дыры.
3. В результате столкновения образуется чёрная дыра, которая испаряется.

Столкновение ультрарелятивистских чёрных дыр

Две частицы движутся навстречу друг другу в направлении оси z с прицельным параметром b и поперечными координатами $x^1 = \pm b/2, x^2 = 0$.

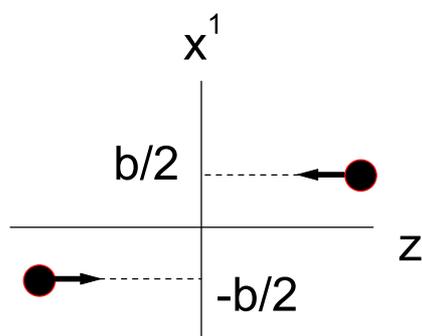


Рис. 4: Столкновение частиц.

Чёрная дыра описывается метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2 ,$$

переходящей при ультравысоких энергиях в метрику ударной волны Айчельбурга-Сексла

$$ds^2 = -dudv + d(x^i)^2 + \Phi(x^i)\delta(u)du^2 , \\ u = t - z, \quad v = t + z .$$

Ловушечная поверхность

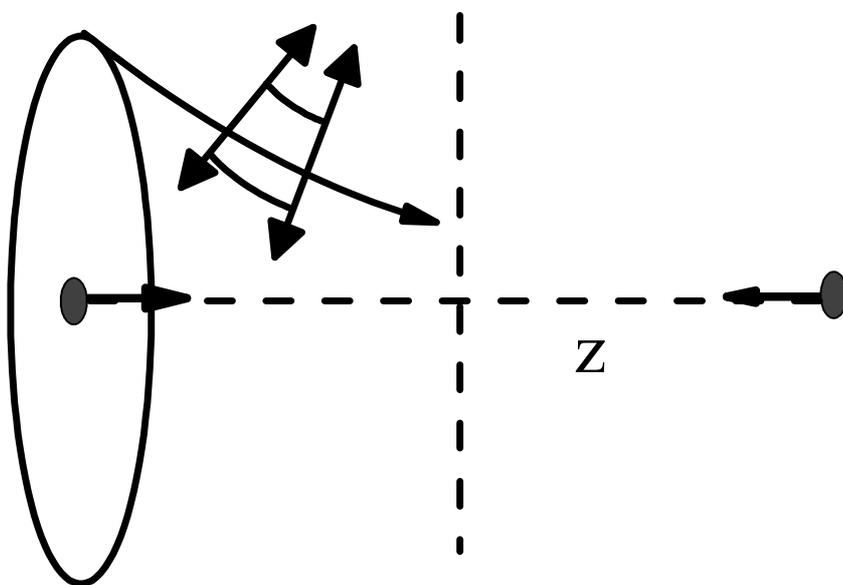


Рис. 5: Ловушечная поверхность в метрике Минковского.

Уравнение ловушечной поверхности

Уравнение

$$(1 + f_{x_2}^2) f_{x_1 x_1} + (1 + f_{x_1}^2) f_{x_2 x_2} - 2f_{x_1} f_{x_2} f_{x_1 x_2} = 0 .$$

Граничное условие

$$\cosh[k(x^1 \mp x_b)] = e^{k(b/2 - x_b)} \cos(kx^2) .$$

Анзац

$$\cosh [k (x^1 - x_m(kz))] = p(kz) \cos (kx^2) .$$

Редуцированная система

$$\begin{aligned} x_m'' (p^2 - 1) - 2x_m' p p' &= 0 , \\ \left(p'' - p (1 + x_m'^2) \right) (p^2 - 1) - 2p p'^2 &= 0 . \end{aligned}$$

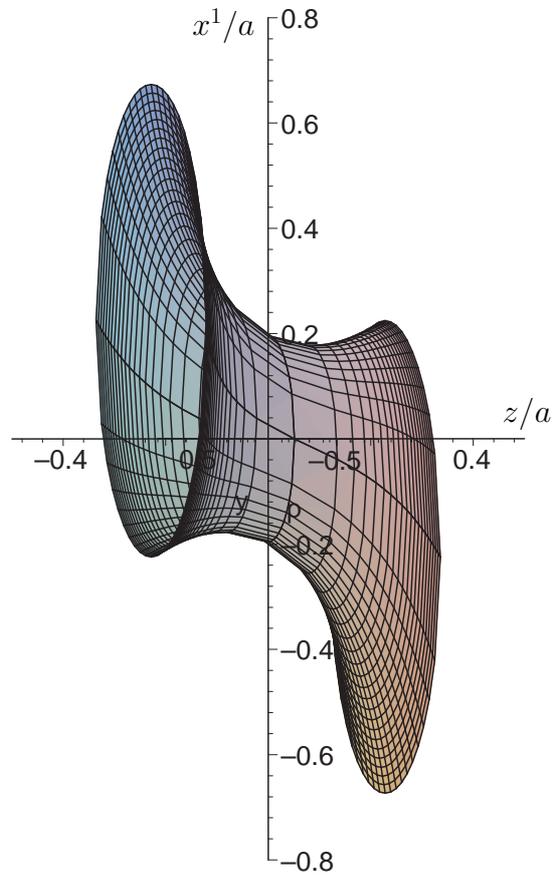


Рис. 6: Ловушечная поверхность при $b = b_{\max} = 0.8045a$ в момент её появления при $T = T_{\min}(b_{\max}) = 0.228a$.

Таблица 1: Значения E/M_{EW} , необходимые для генерации чёрной дыры как функция n .

n	E/M_{EW}
2	8.0
3	9.5
4	10.4
5	10.9
6	11.1
7	11.2

Сечение

$$\sigma \propto \pi r_H^2 \sim \frac{1}{M_{EW}^2} \left(\frac{E}{M_{EW}} \right)^{2/(n+1)} .$$

При $D = 4 + n = 10$ сечение рождения чёрной дыры массой $M_{BH} = 5$ ТэВ равно $\sigma \sim 10^5$ fb. Скорость их рождения на LHC составит (чёрная дыра)/сек.

Если $M_{BH} = 10$ ТэВ, то $\sigma \sim 10$ fb.

Таблица 2: Радиус Шварцшильда r_H и температура T_H чёрной дыры массы $M_{BH} = 5 \text{ ТэВ}$.

n	r_H (10^{-4} fm)	T_H (GeV)
1	4.06	77
2	2.63	179
3	2.22	282
4	2.07	379
5	2.00	470
6	1.99	593
7	1.99	629