

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

«СВОЙСТВА МАТЕРИИ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД И ЭФФЕКТИВНЫЕ
БАРИОН-БАРИОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ»

Выполнил студент
413 группы
Михеев Семен Алексеевич

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Третьякова Татьяна Юрьевна

Допущен к защите

Зав. кафедрой _____

МОСКВА

2020

Оглавление

Введение	2
1. Описание модели	5
1.1. Потенциал Скирма	5
1.2. Бесконечная ядерная материя	6
1.3. Нейтронные звёзды	10
2. Результаты	13
2.1. Ядерная материя	13
2.2. Энергия симметрии	16
2.3. Нейтронные звёзды	19
Выводы	25
Заключение	27
Список использованных источников	28
Приложение 1	30
Приложение 2	32

ВВЕДЕНИЕ

Нейтронные звезды – гидростатически равновесные звёзды, вещество которых состоит в основном из нейтронов. Среди нейтронных звёзд с надёжно измеренными массами большинство попадает в интервал от 1,3 до 1,5 масс Солнца. Теоретически же допустимы нейтронные звёзды с массами от 0,1 до примерно 2,16 солнечных масс.

Идея существования нейтронных звёзд, как объектов с очень высокой плотностью и маленькими радиусами была впервые предложена Бааде и Цвикки в 1934 году. Первые модели были созданы Оппенгеймером и Волковым, которые предположили, что вещество нейтронных звёзд должно состоять из идеального газа свободных нейтронов с высокой плотностью. Прорыв в наблюдении и изучении нейтронных звёзд произошёл, однако, лишь в 1967 году, после открытия пульсаров, которые сегодня интерпретируются как вращающиеся нейтронные звёзды [1]. На сегодняшний день открыто более 2500 нейтронных звёзд. Всего же в нашей галактике по разным оценкам могут находиться $10^8 - 10^9$ нейтронных звёзд. Самые крупные из известных нейтронных звёзд это Vela X-1 ($M = 1,88 \pm 0,13M_c$) [2], PSR J1614-2230 ($M = 1,97 \pm 0,04M_c$) [3], PSR J0348+0432 ($M = 2,01 \pm 0,04M_c$) [4] и открытая в 2019 году PSR J0740+6620 ($M = 2,14 \pm 0,2M_c$) [5].

В типичной нейтронной звезде можно выделить две основные качественно отличные области: ядро и оболочка. Ядро, в свою очередь, подразделяется на внешнее и внутреннее, а оболочка на твёрдую кору и жидкий океан. [1] Оболочки нейтронной звезды делятся на твёрдую кору, в которой атомные ядра составляют кристалл, и океан, представляющий собой кулоновскую жидкость. Кора подразделяется на внутреннюю, в которой ядра погружены в море свободных нейтронов и электронов, и внешнюю,

где свободных нейтронов нет. На границе оболочки с вакуумом может находиться газообразная плазменная атмосфера, а на границе коры с ядром - жидкокристаллическая мантия.

Внешнее ядро нейтронной звезды обычно имеет толщину порядка нескольких километров и плотность вещества в диапазоне $0.5\rho_0 < \rho < 2\rho_0$. О веществе внешнего ядра, составляющем большую долю массы типичной нейтронной звезды, существуют чёткие качественные представления: оно представляет собой сверхтекучую нейтронную жидкость с примесью сверхпроводящей протонной компоненты, а также электронов и мюонов, причём все составляющие сильно вырождены.

Внутреннее ядро занимает центральную область с $\rho > 2\rho_0$, радиус которой может доходить до нескольких километров. Состав и свойства вещества во внутреннем ядре нейтронной звезды неизвестны, так как результат их расчёта сильно зависит от используемого теоретического описания коллективных фундаментальных взаимодействий. Поэтому исследование нейтронных звёзд важно не только для астрофизики, но и для физики ядра и элементарных частиц. В данной работе изучается материя нейтронных звёзд и поведение различных её характеристик.

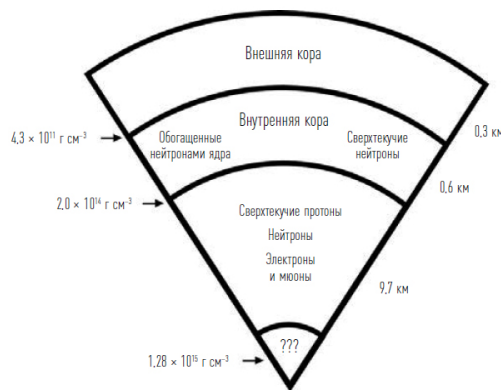


Рис. 1: Внутреннее строение нейтронной звезды [6]

Бесконечная ядерная материя является неплохим приближением для моделирования материи нейтронных звёзд. Для описания ядерной материи необходимо иметь эффективную модель описания нуклон-нуклонного взаимодействия. Существует два основных подхода к описанию N-N взаимодействия: реалистичное и феноменологическое [7].

Реалистичные теории являются наиболее фундаментальным способом описания взаимодействия и основываются на физических свойствах взаимодействия. К таким подходам можно отнести, например, уравнения Фаддеева, метод гиперсферических функций, no-core shell model и coupled-cluster approach. Несмотря на значительный прогресс этих подходов за последние десятилетия, их точность при описании свойств ядерной материи по-прежнему существенно ограничена (типичное значение для N-N взаимодействий - 5%). Кроме того, такие методы достаточно требовательны и не подходят для вычислений в крупных масштабах.

Феноменологические подходы основаны на анализе экспериментальных данных и построении моделей содержащих некоторое количество параметров. Например, модель жидкой капли является феноменологическим подходом к описанию ядер. Важное место занимают методы самосогласованного среднего поля. Эти методы направлены на моделирование эффективного взаимодействия и создание эффективных функционалов плотности энергии, что позволяет свести задачу многих тел к эффективной одночастичной задаче. При таком подходе модель будет включать в себя определённое количество параметров, которые подбираются феноменологически. Существует три основных метода подбора параметров: приближение релятивистского среднего поля, модель Гогни и взаимодействие Скирма (известен также, как метод Скирма-Хартри-Фока). В данной работе используется последний метод.

Отличительной особенностью взаимодействия Скирма является то, что оно построено с помощью дельта-сил, согласующихся со свойствами ядерных сил. Такой подход позволяет упростить решение системы уравнений в методе Хартри-Фока. При этом взаимодействие Скирма включает в себя множество параметров, которые подбираются исходя из экспериментальных данных об основных состояниях конечных ядер или точке насыщения ядерной материи. Поэтому возникает большое число различных параметризаций, которые могут кардинально по-разному вести себя при больших плотностях.

1. Описание модели

1.1. Потенциал Скирма

Стандартная форма потенциала эффективного взаимодействия Скирма выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}) & (1.1) \\
 &+ \frac{1}{2} t_1 (1 + x_1 P_\sigma) [\vec{P}'^2 \delta(\vec{r}) + \delta(\vec{r}) \vec{P}'^2] \\
 &+ t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \vec{P}' \delta(\vec{r}) \vec{P}' \\
 &+ \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) [\rho(\vec{R})]^\sigma \delta(\vec{r}) \\
 &+ i W_0 \vec{\sigma} [\vec{P}' \times \delta(\vec{r}) \vec{P}'] \\
 &= v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4,
 \end{aligned}$$

где $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, $\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$, $\vec{P} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$, \vec{P}' – комплексно сопряженный к \vec{P} оператор, действует налево, $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2$, $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)$ Слагаемое v_0 отвечает центральным силам, v_1 и v_2 – нелокальные члены, v_3 – член, зависящий от плотности, v_4 – спин-орбитальный член, в рассматриваемом случае равен нулю. Основываясь на этом потенциале, можно рассчитать другие необходимые нам характеристики материи. Вклад каждого слагаемого v_k в потенциальную энергию системы определяется выражением:

$$V_k = \frac{1}{2} \sum_{ij} \langle ij | V_k (1 - P_m P_\sigma P_\tau) | ij \rangle = \int H_k dr, \quad (1.2)$$

где множитель $(1 - P_m P_\sigma P_\tau)$ соответствует антисимметризации волновых функций, H_k – плотность энергии.

Таким образом, мы можем записать выражение для плотности

энергии. Согласно [8] оно выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
H = & K + \frac{1}{4}t_0[(2 + x_0)n^2 - (2x_0 + 1)(n_p^2 + n_n^2)] \\
& + \frac{1}{24}t_3n^\sigma[(2 + x_3)n^2 - (2x_3 + 1)(n_p^2 + n_n^2)] \\
& + \frac{1}{8}[t_1(2 + x_1) + t_2(2 + x_2)]\tau n \\
& + \frac{1}{8}[t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)](\tau_p n_p + \tau_n n_n)
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь $n = n_n + n_p$ – барионная плотность материи, а $\tau = \tau_n + \tau_p$ – плотность кинетической энергии. $K = \left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\tau$ – член зависящий от кинетической энергии.

Всего существует более трёхсот различных параметризаций Скирма [9]. Все они ведут себя очень похоже при ядерных плотностях и хорошо описывают ядра вблизи долины стабильности, но имеют самое различное поведение в экстремальных областях. Именно поэтому крайне важно тестирование параметризаций при высоких плотностях.

1.2. Бесконечная ядерная материя

В работе исследуется бесконечная ядерная материя и различные её характеристики. Важным параметром ядерной материи является её протонная заселенность (Y_p). Y_p – это отношение числа протонов в материи к общему числу нуклонов. Также в дальнейшем будут использоваться и другие заселённости: нейтронная, электронная и мюонная (Y_n, Y_e и Y_μ соответственно). В зависимости от значения заселенностей можно рассматривать различные виды материи, например симметричную ($Y_p = 0.5$) и чисто нейтронную ($Y_p = 0$) материю. В этой работе в основном исследуется равновесная материя. Это материя, состоящая из протонов, нейтронов, мюонов и электронов, и находится в состоянии химического равновесия. Такая форма материи характеризуется следующими процессами.

$$n \iff p + e^- \iff p + \mu^-$$

Исходя из этого, состояние химического равновесия определяется следующей системой уравнений для химических потенциалов.

$$\begin{cases} \mu_p + \mu_e = \mu_n \\ \mu_\mu = \mu_e \end{cases} \quad (1.4)$$

Химические потенциалы здесь рассчитываются следующим образом:

$$\mu_p = \varepsilon(n, Y_p) + n \frac{\partial \varepsilon}{\partial n}(n, Y_p) + (1 - Y_p) \frac{\partial \varepsilon}{\partial Y_p}(n, Y_p) \quad (1.5)$$

$$\mu_n = \varepsilon(n, Y_p) + n \frac{\partial \varepsilon}{\partial n}(n, Y_p) - Y_p \frac{\partial \varepsilon}{\partial Y_p}(n, Y_p) \quad (1.6)$$

$$\mu_e = \sqrt{m_e^2 + (3\pi^2 Y_e n)^{2/3}} \quad (1.7)$$

$$\mu_\mu = \sqrt{m_\mu^2 + (3\pi^2 Y_\mu n)^{2/3}} \quad (1.8)$$

Учтём связи между фракциями различных составляющих: $Y_n = 1 - Y_p$, $Y_\mu = Y_p - Y_e$. Таким образом система уравнений для химических потенциалов имеет всего две неизвестные: Y_p и Y_e .

$$\begin{cases} \mu_p(Y_p) + \mu_e(Y_e) = \mu_n(Y_p) \\ \mu_\mu(Y_p, Y_e) = \mu_e(Y_e) \end{cases} \quad (1.9)$$

Выражение для энергии на нуклон, согласно [8] имеет вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon(Y_p, n) = \frac{E}{A} = \frac{H}{n} = & \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{2/3} n^{2/3} F_{5/3} \\ & + \frac{1}{8} t_0 n [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1)F_2] \\ & + \frac{1}{48} t_3 n^{\sigma+1} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1)F_2] \\ & + \frac{3}{40} \left(\frac{3\pi^2}{2}\right) n^{5/3} [[t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)]F_{5/3} \\ & + \frac{1}{2} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)]F_{8/3}], \end{aligned} \quad (1.10)$$

где

$$F_m(Y_p) = 2^{m-1}[Y_p^m + (1 - Y_p)^m]$$

Y_p – протонная заселённость, n – плотность материи, вычисляемая в fm^{-3} .
С помощью этого выражения можно рассчитать и остальные необходимые характеристики.

Энергия симметрии (a_s) и её производные (K, L_{sym}). Здесь n_0 – плотность насыщения:

$$a_s = \frac{1}{8} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Y_p^2} \Big|_{Y_p=1/2} \quad (1.11)$$

$$L = 3n_0 \left(\frac{\partial a_s}{\partial n} \right)_{n=n_0} \quad (1.12)$$

$$K_{sym} = 9n_0^2 \left(\frac{\partial^2 a_s}{\partial n^2} \right)_{n=n_0} \quad (1.13)$$

Экспериментальное значение плотности насыщения для тяжелых ядер:

$$n_0 = 0.16 \pm 0.005 fm^{-3}$$

Давление рассчитывается по следующей формуле:

$$p = n^2 \frac{d\varepsilon}{dn} \quad (1.14)$$

С учётом 1.10 это можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} p = & \frac{2}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} n^{5/3} F_{5/3} \\ & + \frac{1}{8} t_0 n^2 [2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1)F_2] \\ & + \frac{1}{48} t_3 (\sigma + 1) n^{\sigma+2} [2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1)F_2] \\ & + \frac{5}{40} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right) n^{8/3} [[t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2)] F_{5/3} \\ & + \frac{1}{2} [t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1)] F_{8/3}] \end{aligned} \quad (1.15)$$

Также можно рассчитать скорость звука в ядерной среде:

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{dp}{d\epsilon} = \frac{dp}{dn} \frac{dn}{d\epsilon}, \quad (1.16)$$

где $\epsilon = n(mc^2 + \varepsilon)$

И несжимаемость:

$$K = \frac{18p}{n} + 9n^2 \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial n^2} \quad (1.17)$$

Также, для дальнейших расчётов необходимо ввести плотность энергии:

$$\epsilon(n_e, n_p, n_n, n_\mu) = n_b \varepsilon + n_n m_n c^2 + n_p m_p c^2 + \epsilon_e(n_e) + \epsilon_\mu(n_\mu) \quad (1.18)$$

Здесь $n_b = n_n + n_p$, а ϵ_μ и ϵ_e – энергетические плотности мюонов и электронов соответственно. Они рассчитываются из следующих соображений [10]:

Число состояний для свободных электронов в единицу объема:

$$dn = \frac{d^3k}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi\hbar)^3} \quad (1.19)$$

Интегрируя это выражение от 0 до k_F (импульс Ферми) получим численную плотность электронов.

$$n_e = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{k_F} k^2 dk = \frac{k_F^3}{3\pi^2\hbar^3} \quad (1.20)$$

Дополнительная двойка в знаменателе здесь появляется из-за того, что на каждом энергетическом уровне электрон имеет два возможных направления спина. Из 1.20 получим значение импульса Ферми:

$$k_F = \hbar(3\pi^2 n_e)^{1/3} \quad (1.21)$$

Вклад электронов в энергетическую плотность с учётом их массы покоя

определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned}
\epsilon_e(k_F) &= \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{k_F} (k^2c^2 + m_e^2c^4)^{1/2} k^2 dk & (1.22) \\
&= \epsilon_0 \int_0^{k_F/m_e c} (u^2 + 1)^{1/2} u^2 du \\
&= \frac{\epsilon_0}{8} [(2x^3 + x)(1 + x^2)^{1/2} - \sinh^{-1}(x)]
\end{aligned}$$

Где $x = k_F/m_e c$, $\epsilon_0 = \frac{m_e^4 c^5}{\pi^2 \hbar^3}$

Плотность энергии для мюонов рассчитывается аналогично. Массовая плотность, которая будет применяться для расчёта массы звезды:

$$\rho(n) = \frac{\epsilon(n)}{c^2} \quad (1.23)$$

1.3. Нейтронные звёзды

При исследовании нейтронных звёзд будем использовать равновесную материю состоящую исключительно из нейтронов, протонов, электронов и мюонов. В данной модели не рассматривается появление гиперонов или кварков при больших плотностях.

Для построения модели звезды будем использовать общую теорию относительности и сферически-симметричную метрику [1].

В наиболее сферически-симметричную метрику можно записать следующим образом:

$$ds^2 = -A(t, r)dt^2 + B(t, r)dr^2 + 2C(t, r)dtdr + D(t, r)d\Omega^2 \quad (1.24)$$

Введём новую радиальную переменную

$$r' = D^{1/2}(r, t) \quad (1.25)$$

Подставляя это в предыдущее выражение и опуская штрих получим:

$$ds^2 = -E(t, r)dt^2 + F(t, r)dr^2 + 2G(t, r)dtdr + r^2 d\Omega^2 \quad (1.26)$$

Введём ещё одну замену

$$dt' = H(t, r)[E(t, r)dt - G(t, r)dr] \quad (1.27)$$

Здесь $H(t)$ – такая функция, что dt' является полным дифференциалом. Такая замена позволяет обнулить коэффициент перед $dt dr$. Подставляя в выражение для ds и опуская штрих окончательно получим:

$$ds^2 = -e^{2\Phi} dt^2 + e^{2\lambda} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (1.28)$$

где Φ и λ – функции t и r .

Такая метрика может описывать гравитационное поле внутри звезды. Для звезды, находящейся в гидростатическом равновесии, можно считать, что Φ и λ не зависят от t . Будем считать вещество звезды идеальной жидкостью. Для нейтронных звёзд фактически всюду выполняется $\theta \ll E_f$. Поэтому всюду $s = 0$ и можно взять уравнение состояния в виде

$$P = P(\rho) \quad (1.29)$$

Введём новую метрическую функцию $m(r)$ следующим образом.

$$e^{2\lambda} = \left(1 - \frac{2Gm(r)}{rc^2}\right)^{-1} \quad (1.30)$$

Тогда уравнения Эйнштейна дадут нам уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{G[\rho(r) + P(r)/c^2][m(r) + (4\pi r^3 P(r)/c^2)]}{r^2 [1 - (2Gm(r)/rc^2)]} \quad (1.31)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (1.32)$$

Величина $m(r)$ может быть интерпретирована, как масса внутри сферы радиуса r , а полная масса звезды вычисляется как

$$M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho dr \quad (1.33)$$

Вкупе с уравнением состояния уравнение Оппенгеймера-Волкова полностью определяет структуру сферически симметричной равновесной

звезды. В качестве уравнения состояния будем использовать выражения для $P(n)$ и $\rho(n)$ (1.15,1.23)

Основной вклад в уравнение Оппенгеймера-Волкова можно вывести из простейших соображений Ньютоновской механики. Для сферически-симметричного распределения вещества масса определяется из выражения 1.3.. Будем считать что $\rho(r) \approx const$. Рассмотрим элемент звезды площадью dS и толщиной dr . Для достижения равновесия сила давления на него должна компенсировать силу гравитационного сжатия. Сила притяжения между $m(r)$ и $dm = \rho dS dr$ следующая.

$$F_g = \frac{Gm(r)}{r^2} dm = \frac{Gm(r)\rho dS}{r^2} dr \quad (1.34)$$

Разница давлений даёт вклад:

$$F_p = dS(P(r) - P(r + dr)) = dS dr \frac{dP}{dr} \quad (1.35)$$

Для достижения равновесия необходимо:

$$F_p = -F_g \quad (1.36)$$

$$dS dr \frac{dP}{dr} = \frac{-Gm(r)\rho dS}{r^2} dr \quad (1.37)$$

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-Gm(r)\rho}{r^2} \quad (1.38)$$

Выражение 1.38 отражает основной вклад в уравнение Оппенгеймера-Волкова.

В работе так же рассчитывается такая характеристика, как общее число барионов в звезде:

$$A = \int_0^R \frac{4\pi r^2 n dr}{(1 - (2Gm(r)/rc^2)^{1/2})} \quad (1.39)$$

2. Результаты

2.1. Ядерная материя

Одной из важнейших характеристик материи нейтронных звёзд является энергия симметрии. Она отражает тенденцию к стабильности ядер и материи с $N=Z$. В работе [11] было показано, что от поведения энергии симметрии с ростом плотности зависят свойства ядерной материи. Основываясь на поведении энергии симметрии разделим все исследуемые параметризации на две группы. На рисунке 2 представлены два качественно различных случая поведения энергии симметрии для параметризаций SkO [12] и SkX [13]. В одном случае энергия симметрии непрерывно возрастает с ростом плотности (слева), а в другом имеет максимум и убывает при больших значениях плотности (справа). На рисунке 3 представлены соответствующие им зависимости заселённости компонент барионной материи от её плотности. В первом случае для всех компонент материи, кроме нейтронной, наблюдается рост заселённости с ростом плотности, а во втором все эти компоненты имеют максимум, убывают после него и обращаются в ноль при больших плотностях. Данное поведение говорит о том, что, при определённом значении плотности, становится выгодным существование чисто нейтронной материи. Далее будем называть параметризации, которые ведут к непрерывному возрастанию a_s параметризациями первой группы, а те, что ведут к появлению максимума и убыванию a_s - параметризациями второй группы.

Эти зависимости показывают, что поведение энергии симметрии и заселённостей различных компонент взаимосвязаны. При росте энергии симметрии становится более выгодным образование симметричной материи, поэтому уменьшается нейтронная заселённость (Y_n) и

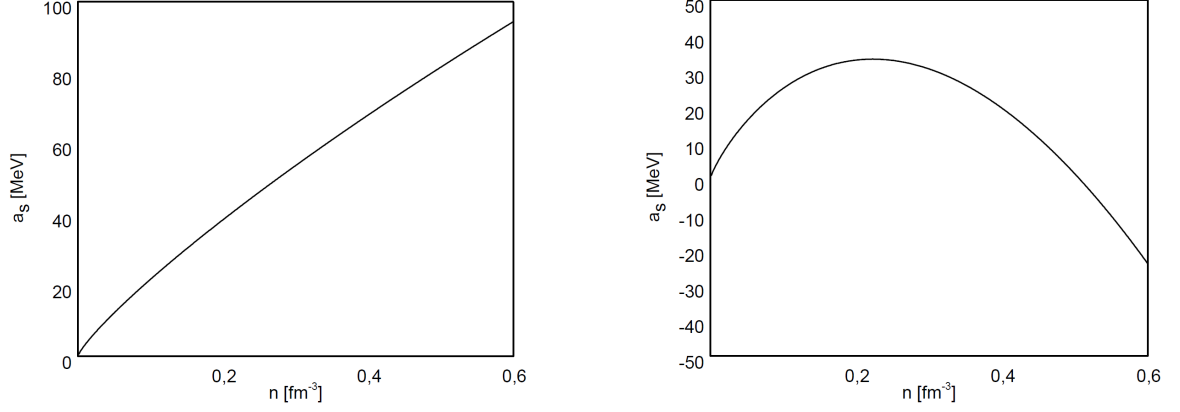


Рис. 2: Зависимость энергии симметрии a_s от плотности n для параметризаций SkO(а) и SkX(б)

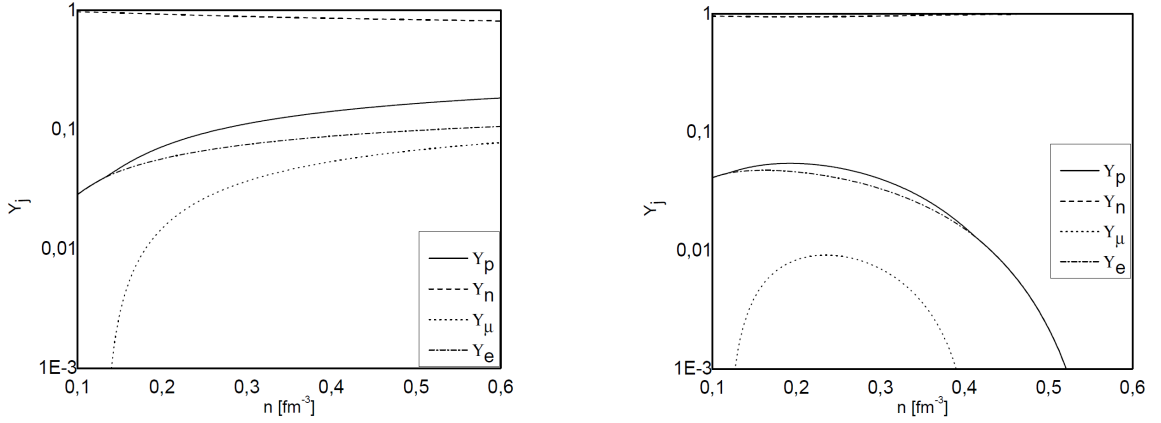


Рис. 3: Зависимость заселённостей Y от плотности n для параметризаций SkO(а) и SkX(б)

увеличивается протонная (Y_p). С уменьшением энергии симметрии, напротив, существование симметричной материи становится менее выгодным, и протонная и нейтронная компоненты начинают расходиться в разные стороны (Y_n растёт, а Y_p убывает).

Рассмотрим поведение других характеристик ядерной материи. На рисунке 4 представлена зависимость энергии на нуклон от плотностей для двух параметризаций из разных групп. Энергия рассчитана для трёх типов материи: равновесной (BEM), симметричной (SNM) и чисто нейтронной (PNM). Для параметризаций первой группы энергия для симметричной и равновесной материи возрастают со схожей скоростью.

Для параметризаций второй группы энергия равновесной материи сходится с энергией чисто нейтронной материи (что говорит о том, что в этот момент равновесная материя становится чисто нейтронной). При этом энергия симметричной материи возрастает быстрее и при высоких плотностях более выгодно образование чисто нейтронной материи.

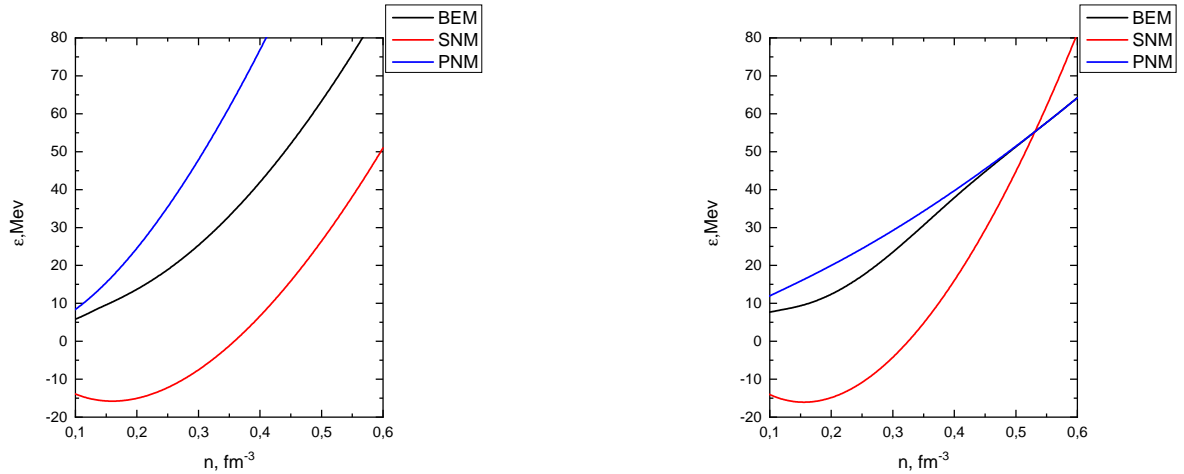


Рис. 4: Зависимость энергии на нуклон ε от плотности n для параметризаций SkO(а) и SkX(б)

На рисунке 5 представлены зависимости химпотенциалов различных фракций от плотности.

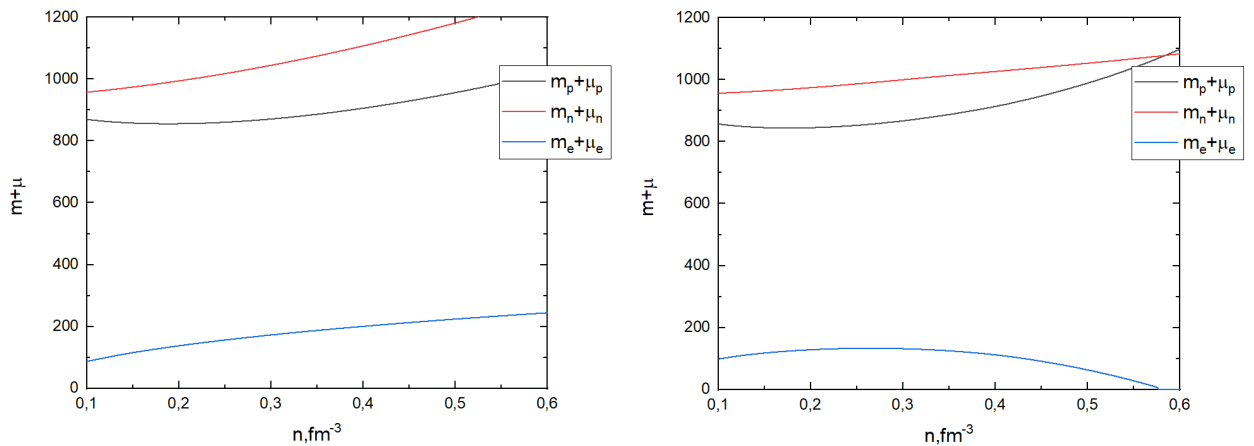


Рис. 5: Зависимость химических потенциалов μ от плотности n для параметризаций SkO(а) и SkX(б)

2.2. Энергия симметрии

В данной работе были протестированы различные параметризации Скирма (второй группы) и рассмотрены корреляции между поведением энергии симметрии и поведением характеристик материи нейтронных звёзд при больших плотностях. В частности, исследуются корреляции между точками обращения в ноль энергии симметрии и точками обнуления протонной заселённости барионной материи (для тех случаев, когда такое обнуление происходит при плотностях, лежащих в диапазоне плотностей, реализуемых в нейтронных звёздах), а также точками достижения максимума энергии симметрии и максимума протонной заселённости. Для оценки степени корреляций используется коэффициент корреляции Пирсона.

$$r_{XY} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2 \sum(Y - \bar{Y})^2}} \quad (2.1)$$

Параметризации второй группы, вообще говоря, редко используются для изучения и моделирования нейтронных звёзд, поскольку считаются менее подходящими для этих целей и менее физичными, чем параметризации первой группы. Поэтому помимо поиска корреляций мы планируем выяснить, возможно ли использование параметризаций второй группы для описания нейтронных звёзд.

В ходе работы было протестировано 59 различных параметризаций второй группы.

На рисунке 6 представлены корреляции между плотностями, при которых a_s и Y_p обращаются в ноль. По оси ординат – плотность (n), по оси абсцисс – различные параметризации Скирма (то есть каждая точка на оси X соответствует отдельной параметризации). Можно видеть, что корреляции между этими плотностями действительно существуют. Коэффициент корреляций для этих величин $r_0 = 0,9523$. Это значение показывает, что эти величины коррелирует достаточно хорошо. Более того, энергия симметрии всегда обнуляется раньше, чем Y_p . Это можно объяснить тем, что достижение нуля энергией симметрии ведёт к тому,

что выгодным становится образование материи, состоящей только из одной компоненты (в данном случае – из нейтронов).

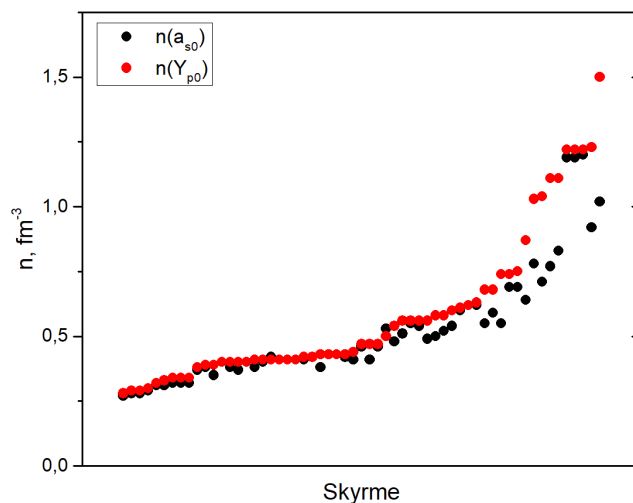


Рис. 6: Корреляции между плотностями обращения в ноль a_s (чёрным) и Y_p (красным)

На рисунке 7 представлены аналогичные корреляции для плотностей, при которых достигается максимум a_s и Y_p . Коэффициент корреляции здесь $r_{max} = 0,9699$. Помимо того, что здесь также наблюдаются сильные корреляции, можно заметить, что, в отличие от предыдущего случая, сперва максимума достигает Y_p , и только после этого – a_s . Это, вероятнее всего, объясняется наличием в материи электронов. В какой-то момент становится энергетически невыгодным образование новых электронов и, соответственно, новых протонов. Поэтому протонная заселенность (как и электронная) начинает убывать, и уже это ведёт к убыванию энергии симметрии.

На рисунке 8 представлены энергия симметрии в точке насыщения a_{s0} и её первая производная (L). Здесь можно видеть, что в отличие от самой энергии симметрии, которая лежит в очень узком диапазоне, значение L достаточно сильно разнится для исследуемых параметризаций (от -50 до 80 МэВ). Данные величины также коррелируют с упомянутыми свойствами энергии симметрии, но эти корреляции носят более слабый

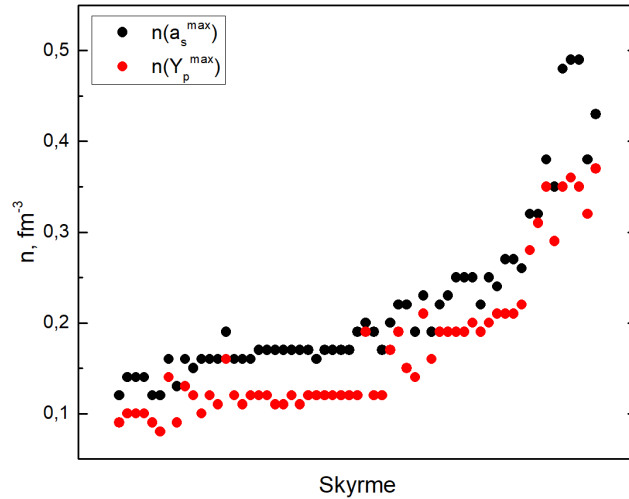


Рис. 7: Корреляции между плотностями достижения максимума a_s (чёрным) и Y_p (красным)

характер. Так между L плотностью, при которой a_s обращается в ноль – $r = 0,778$, а a_{s0} коррелирует с максимальным значением энергии симметрии с коэффициентом $r = 0,745$. Корреляций между поведением энергии симметрии и другими свойствами материи обнаружено не было, коэффициент корреляций для них не превышает 0,5.

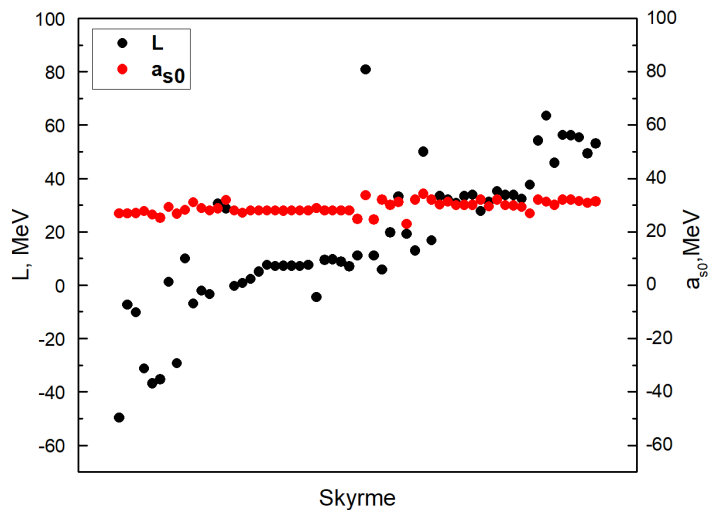


Рис. 8: Энергия симметрии в точке насыщения (a_{s0}) и её первая производная (L)

Однако мы хотим исследовать не просто материю, но материю нейтронных

звёзд и сами нейтронные звёзды. Это значит, что на такие параметры, как энергия симметрии и её производные, могут быть наложены некоторые ограничения. В работе [14] представлены такие ограничения для a_s и L . С их помощью построена прямоугольная область на рисунке 9 В эту область попадают 8 параметризаций второй группы: SKRA, SKT1, SKT2, SKT3, SKT4, SKM, SKM*, SIV, SII. Это значит, что данные параметризации потенциально могут быть пригодны для изучения нейтронных звёзд.

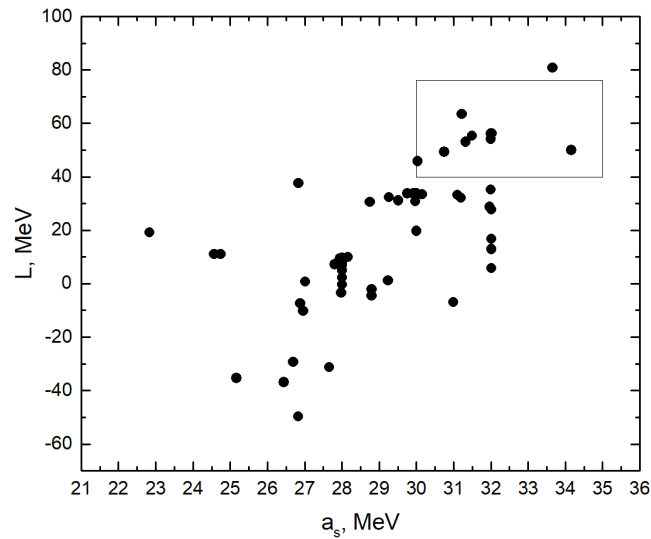


Рис. 9: Ограничения для L и a_s

2.3. Нейтронные звезды

С помощью решения уравнения Оппенгеймера-Волкова 1.31,1.33 была построена модель, связывающая массу и радиус нейтронной звезды с другими её характеристикам, известными из уравнения состояния 1.15,1.23. Для решения уравнения Оппенгеймера-Волкова необходимо установить начальное приближение - плотность материи в центре звезды (далее в тексте центральная плотность (n_c)). В данной работе были проведены вычисления для диапазона центральных плотностей от 0.1 fm^{-3} до 1.5 fm^{-3} .

Рассмотрим поведение различных характеристик звезды в зависимости от расстояния до её центра на примере параметризации Sly230a [8] (она относится к первой группе параметризаций).

На рисунке 10 изображена зависимость массы, находящейся внутри сферы радиуса r внутри звезды от величины этого радиуса для двух центральных плотностей (1 и 0.5 fm^{-3}). Данный рисунок иллюстрирует распределение массы в нейтронной звезде. Зависимость прерывается, когда достигается край нейтронной звезды. Важнейшим следствием ОТО является существование максимальной достижимой массы M_{max} , соответствующей максимальной центральной плотности $n_c = n_{max}$ и максимальному числу барионов A_{max}

Критерием достижения края звезды является обнуление давления.

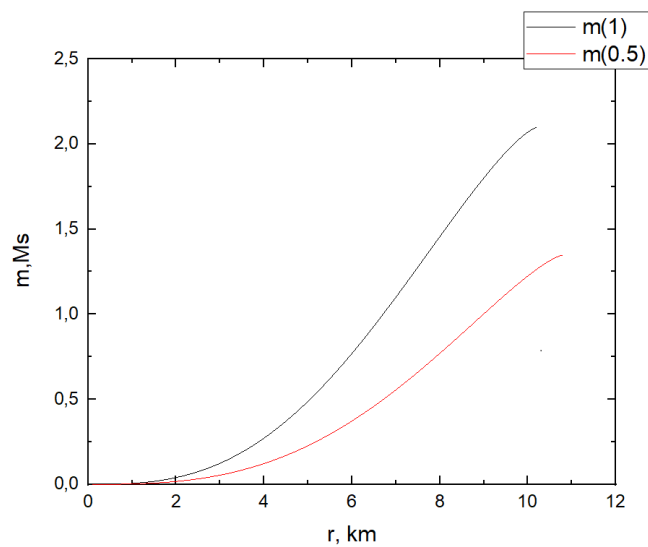


Рис. 10: Зависимость внутренней массы (m) от радиуса (r) для разных центральных плотностей

Зависимость давления от радиуса представлена на рисунке 11. При большей центральной плотности давление быстрее достигает нуля. Это лучше проиллюстрировано на следующем рисунке.

На рисунке 12 представлена зависимость плотности внутри звезды от радиуса. Эта зависимость чётко показывает, что при большей центральной плотности край звезды достигается раньше. В реальности, скорее всего, не происходит настолько резкого падения плотности. Это связано с наличием коры у нейтронной звезды, для которой необходимо вводить отдельное уравнение состояния. В данной работе мы хотим, в том числе, проверить насколько сильно отсутствие этого приближения влияет на описание максимальной массы и нейтронной звезды в целом.

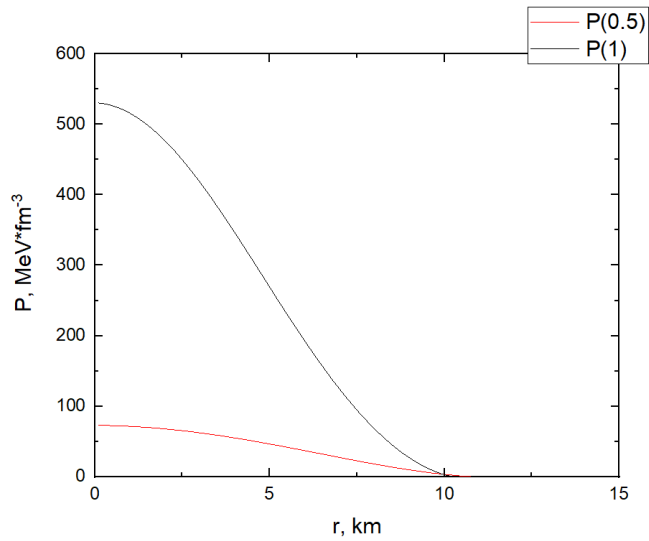


Рис. 11: Зависимость давления (P) от радиуса (r) для разных центральных плотностей

Перейдём теперь к таким характеристикам, как полная масса (M) и

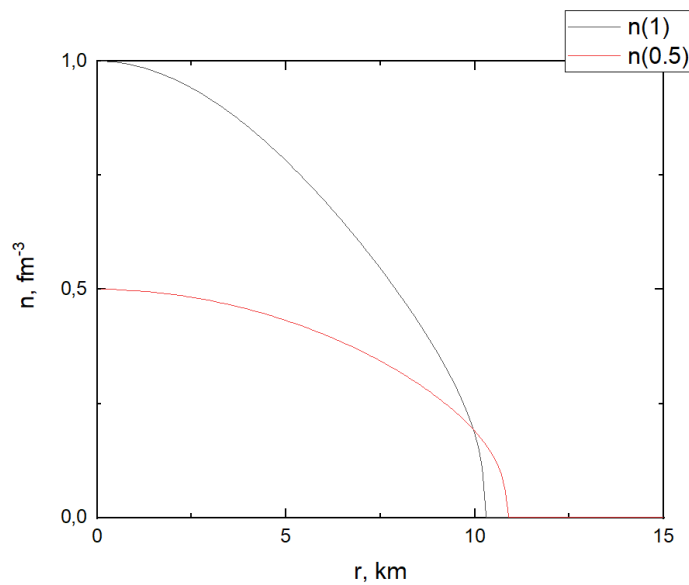


Рис. 12: Зависимость барионной плотности (n) от радиуса (r) для разных центральных плотностей

радиус звезды (R). Были рассчитаны полные массы звёзд для диапазона плотностей от 0.1 до 1.5 fm^{-3} . На рисунке 13 изображена зависимость массы от центральной плотности для следующих параметризаций: SkO [12], SkI1, SkI3 [15], Sly4 [16] (все из первой группы параметризаций), SkM* [17], SkX [13], SKRA [18] и SkT1 [19] (все из второй группы параметризаций). Параметризации первой группы достигают максимальной массы при меньших центральных плотностях, чем параметризации второй группы.

При этом максимальные массы для параметризаций второй группы значительно меньше, чем для первой. Некоторые параметризации и вовсе не достигают "канонической" массы нейтронной звезды в 1.4 солнечных масс (например SkX). Стоит однако отметить, что параметризации, которые были ранее выделены нами как пригодные для описания нейтронных звёзд (на рисунке 13 это SkM*,SKRA и SkT1) прогнозируют более высокую M_{max} , чем остальные параметризации второй группы и удовлетворяют условию $M_{max} > 1.4M_s$. Это является свидетельством того, что их можно использовать для описания нейтронных звёзд.

Перейдём к описанию зависимостей между массой и радиусом звезды.

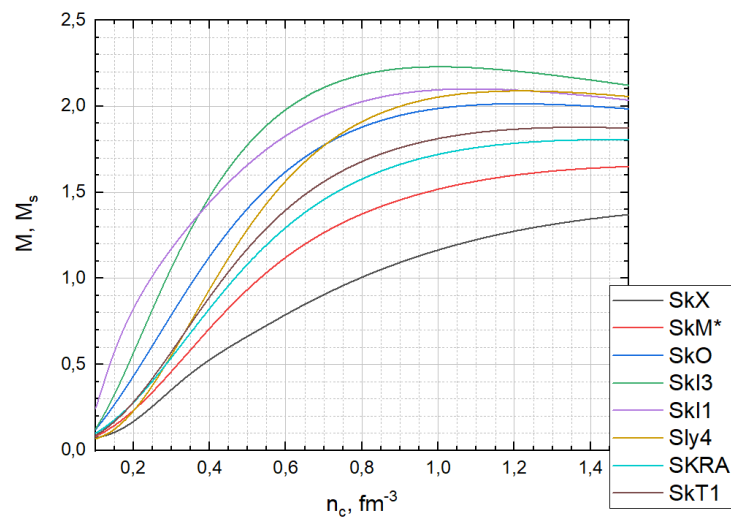


Рис. 13: Зависимость массы звезды от центральной плотности для разных параметризаций

На рисунке 14 представлены зависимости массы нейтронной звезды от радиуса, рассчитанные полностью на основе используемого в этой работе уравнения состояния (модель Скирма). Из вида этих зависимостей очевидно, что модель Скирма не способна полностью описывать строение нейтронных звёзд во всём диапазоне плотностей.

Чтобы объяснить это, сравним полученные зависимости с аналогичными зависимостями из работы [11] (рис. 15). При сравнении видно, что максимальная масса нейтронной звезды описывается в нашей модели вполне адекватно. Расхождение возникает далее, то есть при меньших центральных плотностях. Это связано с отсутствием в данной работе приближения для описания коры нейтронной звезды и отдельного

уравнения состояния для области малых плотностей. Возможным вариантом уравнения состояния для малых плотностей является уравнение Бэйма-Петика [20], которое и использовалось в работе [11].

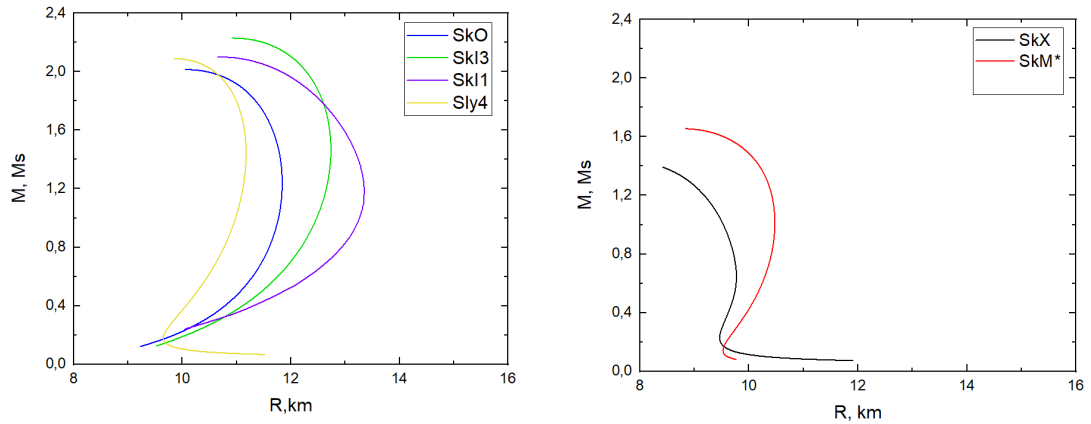


Рис. 14: Зависимости массы нейтронной звезды от радиуса для параметризаций первой (слева) и второй (справа) групп

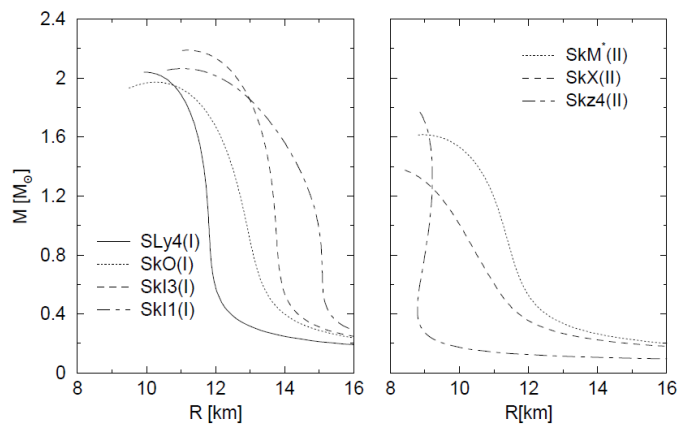


Рис. 15: Зависимости массы от радиуса в работе [11]

В будущем планируется добавить данное приближение в эту модель. При очень больших плотностях тоже нецелесообразно ограничиваться только моделью Скирма, так как этот подход является нерелятивистским и может приводить к нефизичным результатам при большой плотности [9]. Также необходимо добавить в модель описание гиперонов, которые должны образовываться при больших плотностях.

В таблицах 1 и 2 показано сравнение результатов из данной работы и аналогичных результатов из работ [8] и [11]. Сравниваются такие характеристики нейтронных звёзд, как максимальная масса M_{max} и

соответствующие ей максимальная центральная плотность $n_c = n_{max}$, радиус R_{max} и число барионов A_{max} . Также сравниваются центральная плотность, радиус и число барионов, при которых звезда достигает "канонической" массы в $1.4 M_c$ ($n_{1.4}, R_{1.4}, A_{1.4}$).

Таблица 1: Характеристики нейтронной звезды максимальной массы для различных параметризаций взаимодействия Скирма. Столбцам 1 соответствуют результаты из данной работы, столбцам 2 – результаты из работы [8], столбцам 3 – результаты из работы [11]. Приведены барионная плотность n_{max} (фм^{-3}), масса звезды M_{max} (в массах Солнца), радиус звезды R_{max} (км) и число барионов A_{max} (10^{57}).

Skyrme	n_{max}			M_{max}			R_{max}		A_{max}	
	1	2	3	1	2	3	1	2	1	2
Sly230a	1,15	1,15	1,15	2,13	2,1	2,08	10,13	10,25	3,03	2,99
Sly230b	1,22	1,21	–	2,09	2,05	–	9,85	9,99	2,97	2,91
SkO	1,21	–	1,19	2,01	–	1,97	10,06	–	2,8	–
Sly10	1,23	–	1,17	2,09	–	2,04	9,75	–	2,98	–

Таблица 2: Характеристики нейтронной звезды с массой $M = 1.4M_s$ для различных параметризаций взаимодействия Скирма. Столбцам 1 соответствуют результаты из данной работы, столбцам 2 – результаты из работы [8], столбцам 3 – результаты из работы [11]. Приведены барионная плотность $n_{1.4}$ (фм^{-3}), радиус звезды $R_{1.4}$ (км) и число барионов $A_{1.4}$ (10^{57}).

Skyrme	$n_{1.4}$			$R_{1.4}$			$A_{1.4}$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Sly230a	0,51	0,51	0,52	11,28	11,8	11,78	1,86	1,85	1,88
Sly230b	0,54	0,54	–	11,18	11,7	–	1,86	1,85	–
SkO	0,5	–	0,5	11,8	–	12,46	1,85	–	1,86
Sly10	0,56	–	0,56	11,04	–	11,48	1,87	–	1,85

Эти результаты показывают, что несмотря на то, что модель Скирма плохо описывает материю нейтронных звёзд при низких плотностях, она неплохо подходит для расчёта такой важной характеристики, как максимальная масса звезды.

ВЫВОДЫ

1. Существует большое разнообразие параметризаций Скирма схоже описывающих стабильные ядра, но показывающих совершенно разное поведение при больших плотностях.
2. Основываясь на поведении энергии симметрии эти параметризации можно разделить на группы. Параметризации первой группы характеризуются постоянным возрастанием энергии симметрии и заселённостей всех фракций материи кроме протонной. Для параметризаций второй группы характерно наличие максимума у энергии симметрии и последующее её убывание. При высоких плотностях это приводит к превращению равновесной материи в чисто нейтронную.

По итогам изучения параметризаций второй группы можно сделать следующие выводы.

3. Наблюдаются корреляции между плотностями обнуления энергии симметрии и протонной заселённости материи нейтронной звезды с коэффициентом $r_0 = 0,9523$. Также наблюдаются корреляции между плотностями достижения максимума энергией симметрии и протонной заселённостью. Коэффициент этих корреляций – $r_{max} = 0,9699$. Корреляций энергии симметрии с другими характеристиками нейтронных звёзд и ядерной материи обнаружено не было.
4. Среди параметризаций второй группы имеются те, которые могут быть использованы для моделирования и изучения нейтронных звёзд, поскольку соответствуют необходимым ограничениям на энергию симметрии и её первую производную. Мы получили, что в этой группе разумными являются следующие наборы параметров: SKRA, SKT1,

SKT2, SKT3, SKT4, SKM, SKM*, SIV, SII.

По итогам изучения построенной модели нейтронных звёзд можно сделать следующие выводы.

5. Модель Скирма пригодна для описания материи нейтронных звёзд лишь на определённом диапазоне плотностей. При малых плотностях необходимо вводить приближение для описания коры нейтронной звезды, поскольку его отсутствие сильно влияет на итоговый результат. При больших плотностях, скорее всего, должны появляться гипероны и необходимо вводить способ их описания.
6. Несмотря на вышеуказанные недостатки модель Скирма неплохо справляется с описанием максимальной массы нейтронной звезды и бесконечной ядерной материи. Полученные результаты для максимальной массы и соответствующих ей центральной плотности и числа барионов совпадают с приемлемой точностью с результатами из работ [8] и [11].
7. В отличие от многих других параметризаций второй группы, параметризации, отобранные нами в качестве разумных, показывают более реалистичные результаты при описании массы нейтронной звезды, и максимальная масса для них превосходит "каноническую" массу нейтронной звезды в 1.4 массы Солнца. Для большинства других параметризаций второй группы масса в 1.4 массы Солнца не достигается. Это свидетельствует о том, что выбранные нами параметризации действительно являются разумными при описании нейтронных звёзд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследовалась равновесная ядерная материя, состоящая из нейтронов, протонов, электронов и мюонов, а также звёзды из этой материи. Для построения модели нейтронной звезды использовалась модель Скирма и уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова. Были рассчитаны следующие характеристики материи: энергия на нуклон, давление, химические потенциалы, энергия симметрии и её производные. Также были рассчитаны массы, радиусы и число барионов для нейтронных звёзд.

Были выделены две группы параметризаций в зависимости от поведения энергии симметрии. Исследованы корреляции энергии симметрии и других свойств ядерной материи. Изучается эффективность описания нейтронных звёзд при помощи модели Скирма.

В дальнейшем планируется улучшить модель, добавив в неё приближение для коры нейтронной звезды (предположительно уравнение Бейма-Петика). Также планируется добавить в модель описание гиперонов и их взаимодействия с барионами.

Результаты работы были представлены на универсиаде "Ломоносов 2020" и на конференции "Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине".

Автор выражает благодарность Т. Ю. Третьяковой за прекрасное осуществление научного руководства, Д. Е. Ланскому за полезные консультации и обсуждения, а также Лилии Имашевой за помощь в реализации программы для расчётов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шапиро С. Л., Тьюколски С. А. Чёрные дыры, белые карлики и нейтронные звёзды / Пер. с англ. под ред. Я. А. Смородинского. — М.: Мир, 1985. — Т. 1—2.
2. Quaintrell, H. et al. “The Mass of the Neutron Star in Vela X-1 and Tidally Induced Non-Radial Oscillations in GP Vel.” *Astronomy Astrophysics* 401.1 (2003): 313–323. Crossref. Web.
3. Demorest, P., Pennucci, T., Ransom, S. et al. A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. *Nature* 467, 1081–1083 (2010).
4. Ryan S. Lynch et al 2013 *ApJ* 763 81
5. Cromartie, H.T., Fonseca, E., Ransom, S.M. et al. Relativistic Shapiro delay measurements of an extremely massive millisecond pulsar. *Nat Astron* 4, 72–76 (2020).
6. Сергей Попов, Суперобъекты, 2016
7. Stone, J.R., and P.-G. Reinhard. “The Skyrme Interaction in Finite Nuclei and Nuclear Matter.” *Progress in Particle and Nuclear Physics* 58.2 (2007): 587–657.
8. Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R. *Nucl.Phys. A* 627 (1997) 710-746
9. M.Dutra et al, *PRC* 85(2012) 035201
10. Richard R. Silbar and Sanjay Reddy, *American Journal of Physics* 72, 892 (2004)
11. J. R. Stone, J. C. Miller, R. Koncewicz, P. D. Stevenson, M. R. Strayer, *Phys. Rev C* 68, 034324 (2003)

12. P.-G. Reinhard, D.J. Dean, W. Nazarewicz, J. Dobaczewski, J.A. Maruhnand, and M.R. Strayer, Phys. Rev. C 60, 014316 (1999)
13. B.A. Brown, Phys. Rev. C 58, 220 (1998)
14. J. R. Stone, P. D. Stevenson, Phys. Rev C 85 035201 (2012)
15. P.-G. Reinhard and H. Flocard, Nucl. Phys. A584, 467(1995).
16. E. Chabanat, Ph. D. thesis, Lyon, 1995.
17. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakansson, Nucl. Phys. A386, 79 (1982).
18. M. Rashdan, Mod. Phys. Lett. A 15, 1287 (2000).
19. F. Tondeur, M. Brack, M. Farine, and J.M. Pearson, Nucl. Phys. A420, 297 (1984).
20. G. Baym, C. Pethick, and P. Sutherland, Astrophys. J. 170, 299 (1971).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Алгоритм расчета уравнения состояния.

Для расчёта уравнения состояния равновесной материи необходимо получить значения заселённостей для каждого значения плотности, поскольку остальные характеристики, такие как давление, энергия на нуклон и химические потенциалы являются функциями плотности и заселённостей (1.15,1.5,1.10). Процесс расчёта уравнения состояния делится на два этапа: до появления мюонов и после.

1. До появления мюонов из системы 1.9 необходимо обеспечить выполнение только первого условия. Перепишем его чуть в другом виде:

$$\mu_p(Y_p, n) + \mu_e(Y_e, n) - \mu_n(Y_p, n) = 0 \quad (2.2)$$

Так как без мюонов выполняется $Y_e = Y_p$ это уравнение включает в себя только одну переменную, Y_p . Таким образом последовательно двигаясь по плотности с шагом в 0.001 fm^{-3} , на каждом шаге решается уравнение 2.2 и находится соответствующее значение Y_p . Решение этого уравнение реализуется при помощи стандартного библиотечного метода `zeroIn`, предназначенного для поиска нулей функции. Достижение точки появления мюонов определяется условием достижения химпотенциалом электрона массы мюона.

$$\mu_e = m_m \quad (2.3)$$

2. После появления мюонов в системе 1.9 играют роль оба уравнения и необходимо решать систему из двух уравнений с двумя переменными.

Второе уравнение системы можно записать в виде

$$\mu_e(Y_e, n) - \mu_\mu(Y_e, Y_p, n) \quad (2.4)$$

Для решения этой системы используется метод деления отрезка пополам. В качестве изначального отрезка взят отрезок по Y_p от 10^{-6} до 0.5. Так как метод деления отрезка пополам предполагает постепенное сужение отрезка, на котором находится корень, на каждом шаге этого метода мы имеем фиксированное значение Y_p на краях и в середине отрезка. Таким образом уравнение 2.4 становится уравнением одной переменной и решается с помощью уже упомянутой функции `zeroIn`. Резюмируя вышесказанное, решение системы сводится к решению уравнения 2.2 относительно Y_p методом деления отрезка пополам, где значение Y_e в каждой точке находится путем решения уравнения 2.4 с помощью метода `zeroIn`.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Алгоритм расчета TOV

Уравнение Оппенгеймера-Волкова (1.31) решается следующим образом.

1. Выбирается начальное приближение для центральной плотности. Исходя из этого по формулам 1.15 и 1.3. находятся начальные значения для массы и давления. Начальное значение r соответствует шагу по r .
2. Решается уравнение 1.31 относительно давления методом Рунге-Кутты. Классический метод Рунге-Кутты для уравнения $y' = f(x, y)$ заключается в следующем:

Рассчитываются выражения

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}\right)k_1$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}\right)k_2$$

$$k_2 = f(x_n + h, y_n + hk_3)$$

где h - это шаг. Значение y_{n+1} определяется как

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

В нашем случае роль y выполняет P , роль x - r , а роль $f(x, y)$ - правая часть уравнения TOV. Таким образом после решения этого уравнения мы получим значение давление при $r = r + h$.

3. Значение барионной плотности при $r = r + h$ находится из массива значений P и соответствующих им значений n , сформированного при

расчете уравнения состояния. Массовая плотность рассчитывается по формуле 1.23.

4. На каждом шаге методом средних считается промежуточное значение $m(r)$ из интеграла 1.33.
5. С новыми значениями m, ρ и r повторяются пункты 2-4. Цикл прерывается после обнуления давления, что свидетельствует о достижении края звезды. Соответствующие m и r являются массой и радиусом нейтронной звезды.

Для поиска максимальных массы и радиуса цикл 1-5 повторяется для большого диапазона центральных плотностей (от 0.1 до 1.5 fm^{-3})