

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«Нуклонные корреляции и характеристики  
трансфермиевых элементов»**

Выполнил студент  
413 группы  
Симонов Макар Валерьевич

---

Научный руководитель:  
с. н. с., к. ф.-м. н.  
Третьякова Татьяна Юрьевна

---

Допущена к защите  
Зав. кафедрой  
проф. Б.С. Ишханов \_\_\_\_\_

Москва  
2020

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>1 Нуклонные корреляции</b>	<b>4</b>
1.1 Используемые массовые соотношения . . . . .	4
1.2 Анализ массовых соотношений . . . . .	7
<b>2 Теоретические подходы к определению массы ядра</b>	<b>19</b>
2.1 Глобальные подходы . . . . .	19
2.1.1 Микроскопические подходы . . . . .	20
2.1.2 Макро-микроскопические подходы . . . . .	22
2.2 Локальные подходы . . . . .	23
2.2.1 Систематические тренды . . . . .	23
2.2.2 Метод локальных массовых соотношений . . . . .	26
<b>3 Сверхтяжелые элементы</b>	<b>29</b>
3.1 Эксперименты по синтезу сверхтяжелых элементов . . . . .	29
3.1.1 Исторические методы . . . . .	29
3.1.2 Современные методы и перспективы . . . . .	30
3.2 Физические свойства . . . . .	31
<b>4 Применение массовых соотношений в области сверхтяжелых элементов</b>	<b>33</b>
4.1 Методика расчета в области SHE . . . . .	33
4.1.1 Остаточное <i>np</i> -взаимодействие. 101–106 элементы . . . . .	33
4.1.2 Диагональные и линейные соотношения. 107–110 элементы . . . . .	35
4.2 Результаты . . . . .	37
4.2.1 Удельная энергия связи . . . . .	37
4.2.2 Энергия $\alpha$ -распада . . . . .	38
4.2.3 Период полураспада по $\alpha$ -каналу . . . . .	40
<b>Выводы</b>	<b>43</b>
<b>Заключение</b>	<b>44</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>44</b>

# Введение

Физика микромира начала активно развиваться в конце XIX века. В то же время начала разрабатываться квантовая механика, законами которой описывается поведение микрочастиц, было открыто явление радиоактивности, проложившее дорогу исследованиям в области физики ядра и высоких энергий. Однако нерешенные проблемы еще остаются. К примеру, фундаментальные законы взаимодействия электрически заряженных частиц хорошо изучены, но абсолютно точно рассчитать электронную конфигурацию атома мы не в состоянии. Невозможно вывести все химические свойства атомов из положений квантовой электродинамики. Опыт и эмпирические правила позволяют описывать свойства веществ и продолжать разрабатывать теории на менее глубоком, но не менее содержательном химическом уровне.

С 30-х гг. XX века, когда было установлено, что ядро состоит из протонов и нейтронов, наши знания о нуклонном сердце атома заметно возросли: был уточнен характер ядерного взаимодействия, появилось представление о ядерных оболочках, деформациях ядра, уточняются описания различных мод возбуждения, механизмы распада и т.д. Наряду с развитием теории совершенствовались экспериментальные техники. На сегодняшний день имеется возможность синтезировать весьма необычные объекты: ядра с большим нейтронным избытком, к примеру, ярко выраженное гало-ядро  ${}^8\text{He}$ ,  ${}^{11}\text{Li}$  [1] и другие относительно устойчивые  ${}^{58}\text{Ca}$ ,  ${}^{132}\text{Ag}$ ,  ${}^{216}\text{Hg}$ ,  ${}^{247}\text{Pu}$  [2]; гиперядра, которые позволяют сравнивать взаимодействия барионов со странностью и без нее, например,  ${}^3_{\Lambda}\text{H}$  и  ${}^3_1\text{H}$  [3]; ядра *сверхтяжелых, или трансфермиевых, элементов (SHE)* от  ${}^{245}_{101}\text{Md}$  до  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ , которые позволяют судить о пределах существования нуклидов и электронной структуре сверхтяжелых атомов [4].

Несмотря на стремительное развитие науки, описание свойств ядер и ядерных реакций – более трудная задача, чем описание химических соединений. Во-первых, точный вид ядерного потенциала трудно поддается определению. Во-вторых, если использовать реалистичные потенциалы, то квантовомеханический расчет требует выполнения огромного объема вычислений [5]. Точно решить задачу на собственные значения оператора энергии, по-видимому, невозможно, поэтому ученые по-прежнему ищут различные способы расчета энергии основного состояния ядра.

Масса ядра  $m$  – одна из базовых характеристик ядра. Установлено, что масса отличается от суммарной массы составляющих его нуклонов. Это различие называют энергией связи ядра. Общая зависимость энергии связи от числа протонов и нейтронов известна, однако остаточное взаимодействие не до конца изучено. Остаточное взаимодействие связано с *нуклонными корреляциями* и проявляется в эффектах спаривания нуклонов и четно-нечетном расслоении массовой поверхности  $m(N, Z)$ .

По-прежнему *актуальной задачей* является разработка методов, которые не требуют больших вычислительных мощностей и позволяют с хорошей точностью рассчитать энергию связи ядра. Один из таких – метод *локальных массовых соотношений (ЛМС)*. Массовая поверхность  $m(N, Z)$  считается непрерывной, поэтому учет ее локального поведения позволяет связывать массы ядер в некоторые простые алгебраические соотношения и предсказывать неизвестные массы одних нуклидов на основе известных масс других нуклидов.

*Цель* данной работы – изучить возможность применения метода ЛМС в области сверхтяжелых элементов. Решаются следующие *задачи*: изучение нуклонных корреляций, которые могут быть выражены с помощью массовых соотношений; поиск массовых соотношений, которые позволяют рассчитывать энергию связи изотопов сверхтяжелых элементов; применение метода ЛМС для расчета энергий связи и оценки энергии  $\alpha$ -распада и периода полураспада по  $\alpha$ -каналу в области сверхтяжелых элементов.

Работа состоит из введения, основной части (главы 1–4), выводов и заключения. В обзорной части (главы 1–3) освещена связь нуклонных корреляций и массовых соотношений (глава 1), описаны основные теоретические подходы к описанию массы ядра (глава 2); в главе 3 кратко обрисовано текущее состояние исследований в области сверхтяжелых элементов. В главе 4 описаны методика и результаты применения метода локальных массовых соотношений для сверхтяжелых элементов. Заключительная часть содержит основные результаты работы.

# 1 Нуклонные корреляции

Атомное ядро состоит из  $A$  нуклонов —  $Z$  протонов ( $p$ ) и  $N$  нейтронов ( $n$ ). Уже более века перед учеными стоит задача полного описания свойств ядра, если известно лишь его протонное и нейтронное число. Сложность описания ядерной системы состоит в том, что количество нуклонов в ядре — от 1 до 294 — не столь велико, чтобы описывать ядро чисто термодинамическими методами. С другой стороны, массовое число не так мало, чтобы решать задачу о распределении масс, зарядов и импульсов напрямую, тем более что потенциал межнуклонного NN-взаимодействия трудно поддается математической формализации.

Корреляции, или взаимозависимости, между частицами зависят от энергии  $E$  или расстояния  $r$ , характерных для процессов взаимодействия этих частиц. На самом глубоком уровне — при энергиях  $E \gtrsim 0,1 - 0,2$  ГэВ и расстояниях  $r < 1$  фм — поведение кварков, из которых состоят адроны, описывается сильным взаимодействием. На таких масштабах проявляются эффекты квантовой хромодинамики (КХД). К примеру, решеточные расчеты в КХД позволяют определить вклады кваркового конденсата, энергии кварков, напряженность глюонного поля и аномальной части в массу протона [6], объясняя большое различие между суммой масс отдельных кварков и массой протона. На границе этой энергетической области возникают нуклонные резонансы: при энергиях  $E$  до 200–300 МэВ еще проявляются внутринуклонные степени свободы [7].

При переходе к меньшим энергиям и большим расстояниям мы входим в область собственно ядерных взаимодействий. На расстояниях  $r \sim 1 - 5$  фм NN-взаимодействие можно описать в рамках обмена виртуальными скалярными и векторными мезонами. Это область так называемых *короткодействующих (short-range) корреляций*, когда рассматривается локальное поведение нуклонов.

Расстояниях порядка радиуса ядра  $r \gtrsim 5 - 10$  фм - область *дальнодействующих (long-range) корреляций*: рассматривается глобальное поведение ядерной материи. На таких масштабах проявляются эффекты жидкой капли [8]. Коллективные возбуждения и образование гало в нейтрон-избыточных — результат дальнодействующих корреляций [9].

Стоит отметить, что деление по расстояниям и энергиям носит условный характер: макроскопическая модель жидкой капли не может объяснить оболочечные магические числа, а теория мезонного обмена без учета кварковых степеней свободы плохо описывает процессы с большой передачей импульса [10]. Однако всякая модель имеет границы применимости, поэтому необходимо для каждого случая искать наиболее точные приближения, если текущее состояние науки не позволяет описать все свойства физических объектов и явлений на основе фундаментальных законов.

В нашей работе будут рассматриваться нуклонные корреляции, влияющие на энергию связи и массу ядра. Эти корреляции могут быть выражены через математические соотношения, связывающие энергии связи нескольких ядер. Различные массовые соотношения позволяют исследовать поведение поверхности энергии связи нуклидов  $B(N, Z)$ .

## 1.1 Используемые массовые соотношения

Массовых соотношений предложено значительное количество (см. раздел 2.2.2). Мы будем рассматривать две группы соотношений: энергии отделения и соотношения, связанные с остаточным взаимодействием. Энергии отделения показывают, как ведет себя массовая поверхность при росте  $Z, N, A$  в общем. Вторая группа соотношений отражает остаточные эффекты протон-нейтронного спаривания и четности-нечетности ядер по

нуклонным числам  $N$  и  $Z$ . Нас будет интересовать, насколько регулярно и предсказуемо поведение массовых характеристик, как в них проявляются оболочечные и парные корреляции. Ведется поиск наиболее гладких зависимостей, чтобы использовать найденные закономерности для предсказаний в области сверхтяжелых элементов.

Дадим определение локальным массовым соотношениям, которые будут рассматриваться в нашей работе. Такие ЛМС, как энергии отделения 2-х протонов  $S_{pp}$  и 2-х нейтронов  $S_{nn}$ , энергия отделения  $\alpha$ -частицы  $S_\alpha$  включают в себя ядра одинаковых четностей по  $Z$ , по  $N$ :

$$S_{pp}(N, Z) = B(N, Z) - B(N, Z - 2) \quad (1)$$

$$S_{nn}(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 2, Z) \quad (2)$$

$$S_\alpha(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 2, Z - 2) - B(2, 2) \quad (3)$$

Энергии отделения нейтрона  $S_n$ , протона  $S_p$  и дейтрона  $S_d$  включают в себя ядра разной четности и выражаются через энергии связи следующим образом:

$$S_p(N, Z) = B(N, Z) - B(N, Z - 1) \quad (4)$$

$$S_n(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z) \quad (5)$$

$$S_d(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z - 1) - B(1, 1) \quad (6)$$

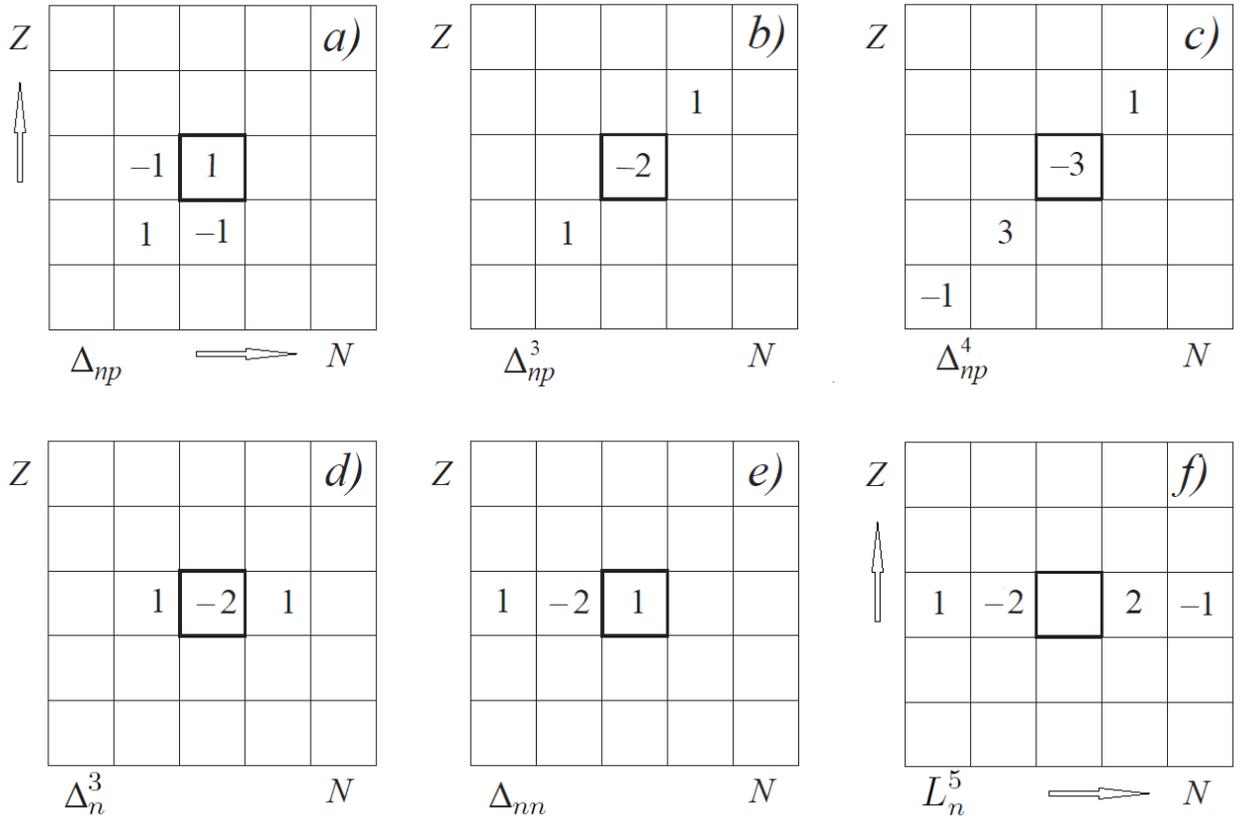


Рис. 1: Диаграммы для различных ЛМС. Диаграмма изображает участок карты изотопов, на этом участке отмечено, какие именно ядра входят в то или иное соотношение. Числа в клетках совпадают с коэффициентами в формулах (7–12) (в (8–12) дробный множитель не учитывается). Выделенная ячейка соответствует ядру  $(N, Z)$ , для которого вычисляется характеристика

Введем соотношения, отражающие нуклонные корреляции. Остаточное нейтрон-протонное взаимодействие ( $np$ -взаимодействие) определяется по формуле:

$$\begin{aligned}\Delta_{np}(N, Z) &= S_{np}(N, Z) - [S_p(N-1, Z) + S_n(N, Z-1)] = \\ &= B(N, Z) + B(N-1, Z-1) - B(N, Z-1) - B(N-1, Z)\end{aligned}\quad (7)$$

и отражает остаточную связь нейтрона и протона, завершающих нуклонную оболочку ядра. Характеристику  $\Delta_{np}$  иллюстрирует рис. 1, (а).

Характеристики  $\Delta_{np}^3$  и  $\Delta_{np}^4$  (рис. 1, (b,c)) связаны с поведением энергии отделения дейтрона при изменении  $N$  и  $Z$ .  $\Delta_{np}^3$  отражает расщепление массовой поверхности между четно-четными и нечетно-нечетными ядрами, учитывая  $np$ - и  $pp$ -спаривание. Выражение для  $\Delta_{np}^4$  усредняет  $\Delta_{np}^3$  для двух соседних ядер  $(N, Z)$  и  $(N-1, Z-1)$ . Они называются также «диагональными», поскольку включают 3 или 4 ядра, лежащие на диагонали карты изотопов. Верхний числовой индекс <sup>3,4</sup> означает количество энергий связи ядер, входящих в формулу, а множитель  $(-1)^{N+1}$  добавлен, чтобы характеристика была преимущественно одного знака:

$$\begin{aligned}\Delta_{np}^3(N, Z) &= \frac{(-1)^{N+1}}{2}(S_{np}(N+1, Z+1) - S_{np}(N, Z)) = \\ &= \frac{(-1)^{N+1}}{2}(B(N+1, Z+1) - 2B(N, Z) + B(N-1, Z-1))\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{np}^4(N, Z) &= \frac{(-1)^{N+1}}{4}(S_{np}(N+1, Z+1) - 2S_{np}(N, Z) + S_{np}(N-1, Z-1)) = \\ &= \frac{(-1)^{N+1}}{4}(B(N+1, Z+1) - 3B(N, Z) + 3B(N-1, Z-1) - B(N-2, Z-2))\end{aligned}\quad (9)$$

Рассматриваются также соотношения типа  $\Delta_n^3$  и  $\Delta_{nn}$  (аналогичные соотношения можно построить и для протонов), отвечающие расщеплению массовой поверхности на четную и нечетную по  $A$  подповерхности (рис. 1, (d,e)):

$$\begin{aligned}\Delta_n^3(N, Z) &= (-1)^{N+1}(S_n(N+1, Z) - S_n(N, Z)) = \\ &= (-1)^{N+1}(B(N+1, Z) - 2B(N, Z) + B(N-1, Z))\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\Delta_{nn}(N, Z) &= (-1)^N(S_n(N, Z) - S_n(N-1, Z)) = \\ &= (-1)^N(B(N, Z) - 2B(N-1, Z) + B(N-2, Z))\end{aligned}\quad (11)$$

Еще один тип линейного соотношения  $L_n^5$  (рис. 1, (f)),  $L_p^5$ :

$$L_n^5(N, Z) = B(Z, N-2) - 2B(Z, N-1) + 2B(Z, N+1) - B(Z, N+2)\quad (12)$$

$$L_p^5(N, Z) = B(N, Z-2) - 2B(N, Z-1) + 2B(N, Z+1) - B(N, Z+2)\quad (13)$$

## 1.2 Анализ массовых соотношений

Рассмотрим в этом разделе поведение массовых соотношений на разных диапазонах ядер, чтобы выявить тенденции в их поведении при переходах с одной оболочки на другую и при увеличении масс ядер. При таком исследовании можно будет понять, какие ядерные корреляции отражаются в этих соотношениях и какие из соотношений следует выбрать для получения предсказаний масс в области SHE.

Чтобы описать поведение поверхности энергии связи в первом приближении, мы используем выражение для энергии связи с оболочечной поправкой из работы [11], опирающуюся на модель сеньорити [12, 13]. В этой работе было предложено рассматривать энергию связи ядра в пределах одной оболочки в следующем приближении. Пусть ядро имеет  $n$  нейтронов и  $p$  протонов сверх магического кора с зарядом  $Z_0$  и нейтронным числом  $N_0$ . Тогда его энергия связи линейно зависит от одночастичных энергий протонов  $\varepsilon_p$  и нейтронов  $\varepsilon_n$  в центральном поле ядра. Энергия взаимодействия нуклонов на одной внешней незавершенной оболочке включает в себя два члена: энергию спаривания  $\pi$ , соответствующую состоянию с суммарным спином 0, и остаточную часть взаимодействия с силой  $d$ ; нижние индексы  $p$  и  $n$  означают протонную и нейтронную оболочки. Взаимодействие между протонами и нейтронами оценивается не зависящим от спинов нуклонов параметром  $I_0$ . Дополнительную спаривательную поправку  $\delta$  для нечетно-нечетных ядер включает слагаемое  $I'$ , связанное со спином ядра. При таком подходе выражение для энергии связи можно записать таким образом:

$$B(N, Z) = B(N_0 + n, Z_0 + p) = B(N_0, Z_0) + n\varepsilon_n + p\varepsilon_p + \\ + \frac{1}{2}n\pi_n + \frac{1}{2}p\pi_p + \frac{1}{2}n(n-1)d_n + \frac{1}{2}p(p-1)d_p + \\ + npI_0 - \delta(n, p), \quad (14)$$

где  $\delta(n, p)$  - спаривательная поправка, принимающая 4 значения в зависимости от четности  $n$  и  $p$  ( $e$  - even, т.е. «четный»,  $o$  - odd, т.е. «нечетный»):

$$\delta(n, p) = \begin{cases} 0 & \text{если } n, p = e, e \\ \frac{1}{2}\pi_p & \text{если } n, p = e, o \\ \frac{1}{2}\pi_n & \text{если } n, p = o, e \\ \frac{1}{2}\pi_p + \frac{1}{2}\pi_n - I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (15)$$

Отметим, что формула (14) симметрична относительно замены протонов на нейтроны. Величины  $\pi$ ,  $d$ ,  $I_0$ ,  $I'$  предполагаются постоянными в пределах одной оболочки или медленно меняющимися с массовым числом  $A$ . Как показано в [11], оценить параметры модели можно с помощью усреднения на экспериментальных значениях масс и энергий распадов, если считать эти параметры константами в пределах каждой оболочки или, с целью достичь большей точности, в промежутках между субмагическими числами, предсказываемыми различными моделями (например, [14]). Табл. 1 демонстрирует получаемые в описанном выше подходе значения параметров. Среднее отклонение изменяется в пределах от 0,455 МэВ до 0,143 МэВ при движении от средних ядер к тяжелым.

Одночастичная энергия  $\varepsilon$  — дискретная величина, однако в тяжелых ядрах плотность нуклонных уровней высока и увеличивается с ростом  $A$ , а значит,  $\varepsilon$  медленно уменьшается с ростом  $A$ . Влияние эффектов подоболочек сравнимо с расстоянием между одночастичными уровнями, кроме того, в тяжелых ядрах велико смешивание подоболочек. Следовательно, другой вариант оценки параметров  $\pi$ ,  $d$ ,  $I_0$ ,  $I'$  заключается в их приближении степенной зависимостью  $C \cdot A^{-\gamma}$ , где  $C$  и  $\gamma$  - коэффициенты аппроксимации [15].  $\gamma$  как свободный коэффициент оказывается близок к значениям 1/3,

Таблица 1: Параметры в различных областях по  $Z$  и  $N$  [11]

Region		Parameters (MeV)								Mean Devi-	Number of
$Z$	$N$	$\varepsilon_n$	$\varepsilon_p$	$\pi_n$	$\pi_p$	$d_n$	$d_p$	$I^0$	$I'$	ation (MeV)	data treated
21—28	21—28	8.686	3.738	3.269	3.816	-0.331	-0.795	0.732	0.672	0.455	58
21—28	29—40	5.077	9.907	2.844	3.296	-0.514	-0.836	0.624	0.375	0.325	61
29—40	29—40	9.421	1.968	3.564	2.920	-0.445	-0.934	0.642	0.611	0.273	62
29—40	41—50	4.839	8.871	3.344	3.260	-0.240	-0.736	0.511	0.566	0.304	95
29—40	51—82	2.069	17.115	1.514	2.623	-0.225	-1.028	0.427	0.199	0.202	26
41—50	51—82	6.817	5.240	2.452	2.975	-0.207	-0.501	0.351	0.309	0.266	86
51—64	51—82	7.400	4.160	2.238	2.295	-0.153	-0.521	0.299	-0.011	0.221	92
51—64	83—126	2.918	9.149	2.053	2.441	-0.086	-0.477	0.300	0.163	0.339	57
65—82	83—126	8.160	1.740	1.673	1.832	-0.205	-0.655	0.361	0.307	0.318	88
> 82	127—140	3.975	3.781	1.569	1.884	-0.102	-0.433	0.317	0.203	0.173	178
> 82	> 140	3.409	8.933	1.071	1.438	-0.173	-0.496	0.245	-0.083	0.143	144

2/3, 1. Указанные значения могут быть осмыслены как проявление дальнедействующих корреляций в рамках жидкокапельной модели ядра: их можно связать с поверхностной энергией и объемной энергией или радиусом ядра, поэтому коэффициент  $\gamma$  можно зафиксировать. Значения коэффициентов  $C$  в степенных аппроксимациях параметров указаны в табл. 2.

 Таблица 2: Коэффициент  $C$  (в МэВ) в аппроксимациях оболочечных параметров [15]

Параметр и вид аппроксимации	Для протонов	Для нейтронов
$\pi = C/A^{1/3}$	$11,48 \pm 0,06$	$10,22 \pm 0,06$
$d = C/A$	$-56,7 \pm 0,6$	$-23,0 \pm 0,3$
$I_0 = C/A$		$-41,9 \pm 0,3$
$I' = C/A^{2/3}$		$7,04 \pm 0,08$

Массовые соотношения в области SHE следует выбирать из следующих соображений: во-первых, формула должна включать в себя небольшое количество энергий связи, поскольку в области SHE массив экспериментальных данных сильно ограничен, и во-вторых, должна быть достаточно гладкой, чтобы можно было аппроксимировать рассматриваемое соотношение. Примерный характер поведения массовой характеристики предсказывает приведенная выше оболочечная модель. Массовые соотношения называют еще «разностными», поскольку они включают в себя разности энергий связи нескольких ядер, отражая связи нуклонов, завершающих нуклонные оболочки ядер, и исключая из рассмотрения цельный магический кор. Рассмотрим приведенные выше ЛМС в свете оболочечной модели на экспериментальных данных и возможность их применения для предсказания масс нуклидов.

Начнем с характеристик, отражающих общее поведение массовой поверхности. Энергии отделения одного протона, нейтрона и дейтрона принимают вид:

$$S_p(N_0 + n, Z_0 + p) = \varepsilon_p + \frac{1}{2}\pi_p + (p - 1)d_p + nI_0 + \begin{cases} \frac{1}{2}\pi_p & \text{если } n, p = e, e \\ -\frac{1}{2}\pi_p & \text{если } n, p = e, o \\ \frac{1}{2}\pi_p - I' & \text{если } n, p = o, e \\ -\frac{1}{2}\pi_p + I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (16)$$

$$S_n(N_0 + n, Z_0 + p) = \varepsilon_n + \frac{1}{2}\pi_n + (n - 1)d_n + pI_0 + \begin{cases} \frac{1}{2}\pi_n & \text{если } n, p = e, e \\ -\frac{1}{2}\pi_n & \text{если } n, p = e, o \\ \frac{1}{2}\pi_n - I' & \text{если } n, p = o, e \\ -\frac{1}{2}\pi_n + I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (17)$$

$$S_d(N_0 + n, Z_0 + p) = \varepsilon_n + \varepsilon_n + \frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) + (n - 1)d_n + (p - 1)d_p +$$

$$+ (p + n - 1)I_0 + \begin{cases} \frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) - I' & \text{если } n, p = e, e \\ \frac{1}{2}(\pi_n - \pi_p) & \text{если } n, p = e, o \\ -\frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) + I' & \text{если } n, p = o, e \\ -\frac{1}{2}(\pi_n - \pi_p) & \text{если } n, p = o, o \end{cases} - 28, 296 \text{ МэВ} \quad (18)$$

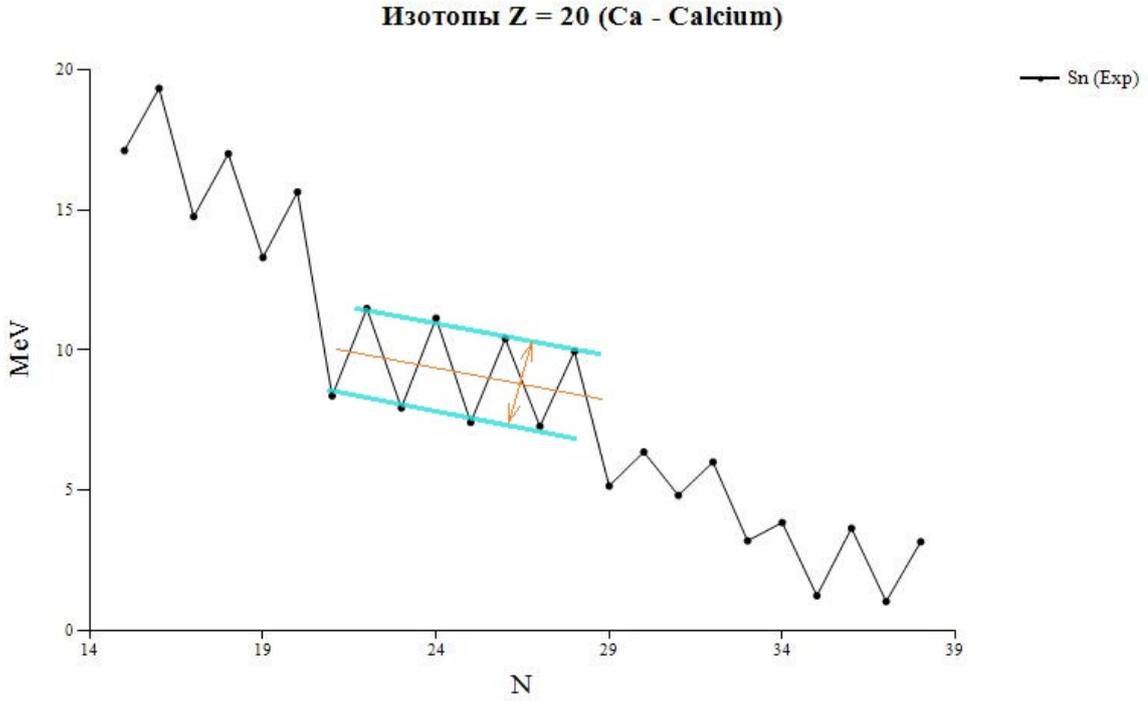


Рис. 2: Оболочечные и спаривательные эффекты для энергии отделения нейтрона

Как видно из приведенных формул (16-18), в энергиях отделения протона, нейтрона и дейтрона будут проявляться все оболочечные и спаривательные эффекты. Рассмотрим для примера поведение энергий отделения  $S_p$ ,  $S_n$ ,  $S_d$  на линии с  $Z = 20$ . На рис. 2 представлена зависимость энергии отделения нейтрона  $S_n$  от числа нейтронов<sup>1</sup> для линии изотопов  ${}_{20}\text{Ca}$ . Энергия отделения нейтрона  $S_n$  для линии изотопов изменяется скачкообразно с явной зависимостью от заполняющихся подоболочек: видны несколько пилообразных ломаных с разным наклоном и четным количеством принадлежащих им изотопов. За наклон «пилы» отвечает параметр  $d_n$ , за ее расположение (высоту) отвечает одночастичная энергия  $\varepsilon_n$ , которая сильно меняется при переходе к новой оболочке при  $N = 20$  и  $N = 28$ . Спаривательная поправка  $\pm I'/2$  относительно средней линии «пилы» (см. формулу (17) для  $p = e$ ) приводит к четно-нечетным скачкам: чтобы отделить нейтрон от нечетного по  $N$  ядра, нужно затратить на 1–3 МэВ больше энергии, чем для отделения нейтрона от четного ядра.

Для энергии отделения протона  $S_p$  соответствии с формулой (16) в целом наблюдается рост с увеличением  $N$ . Энергия отделения дейтрона  $S_d$  будет равна сумме энергий отделения  $S_p$  и  $S_n$ , если не учитывать остаточное  $np$ -взаимодействие (см. рис. 3). Определяют такое поведение энергии отделения дейтрона  $S_d$  согласно (18) параметры  $d_n$  (от

<sup>1</sup>Все рисунки в этом разделе выполнены в программе нашей научной группы MaReL [16]

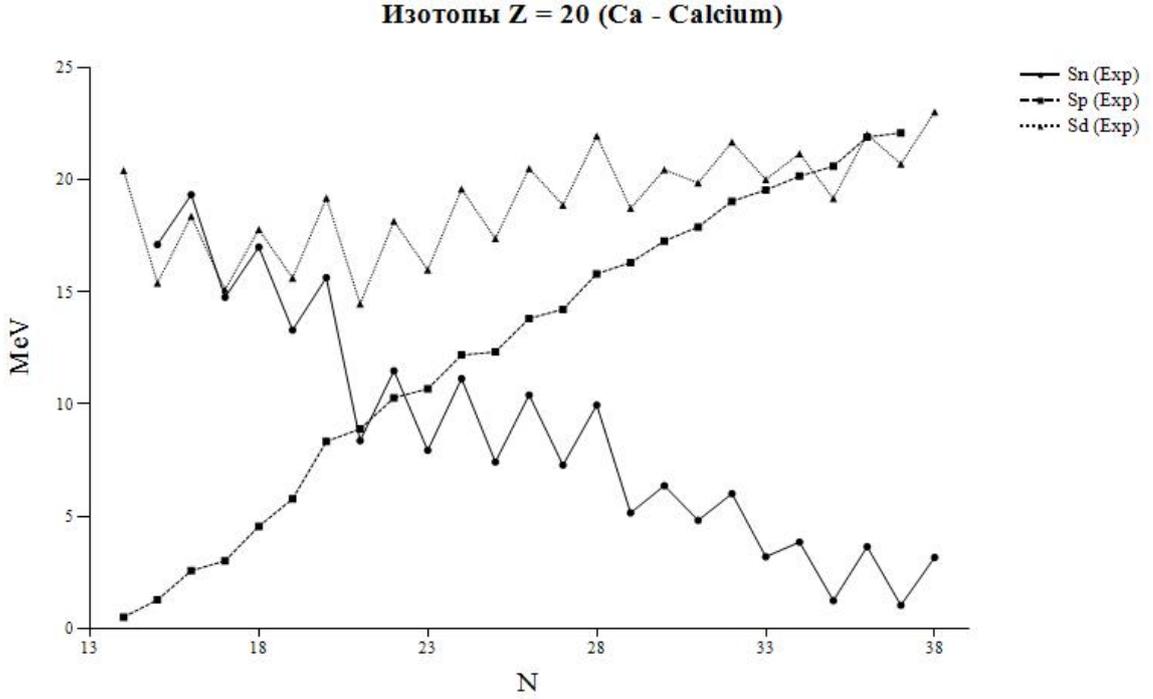


Рис. 3: Энергии отделения нейтрона, протона и дейтрона на линии изотопов  $Z = 20$

$S_n$ ) и  $I_0$  (от  $S_p$ ,  $I_0 < 0$ ). Если рассмотреть энергии отделения на линии изотонов, то картина будет зеркальной: энергия отделения протона  $S_p$  станет скачкообразной, энергия отделения нейтрона  $S_n$  будет монотонно расти с ростом  $Z$ . Таким образом, энергии отделения  $S_p$  и  $S_n$  в силу своей значительной чувствительности к оболочечным эффектам не могут быть аппроксимированы простыми зависимостями и использованы для предсказаний.

Рассмотрим теперь энергии отделения пар частиц: 2-х протонов  $S_{pp}$ , 2-х нейтронов  $S_{nn}$ . Оболочечная модель дает:

$$S_{pp}(N_0 + n, Z_0 + p) = 2\varepsilon_p + \pi_p + (2p - 3)d_p + 2nI_0 \quad (19)$$

$$S_{nn}(N_0 + n, Z_0 + p) = 2\varepsilon_n + \pi_n + (2n - 3)d_n + 2pI_0 \quad (20)$$

Как видно из приведенных выше формул, в энергии отделения пар частиц не входят спаривательные поправки  $\delta$ . Кроме того, их поведение на линиях изотопов и изотонов будет линейно. На рис. 4 представлена зависимость энергии отделения 2-протонов и 2-х нейтронов от числа нейтронов для линии изотопов  ${}_{20}\text{Ca}$ . Энергия отделения  $S_{pp}$  обнаруживает линейный рост пропорционально  $N$  (см. формулу (19)), скачок в районе  $N = 18 - 20$  связан с максимумом энергии Вигнера (см. формулу 37) при  $N = Z$ : от ядра  ${}^{40}\text{Ca}$  трудно оторвать 2 протона не только в силу его особой устойчивости из-за магичности, но в силу симметрии между протонами и нейтронами. Резкий рост энергии отделения  $S_{pp}$  при  $N = Z$  наблюдается для всех цепочек изотопов в области средних ядер.

Что касается энергии отделения  $S_{nn}$ , то эта характеристика, согласно выражению (20), откликается на подоболочечные изменения  $\varepsilon_n$  и  $d_n$ , что ясно видно на рис. 4. Таким образом, энергии отделения  $S_{pp}$  и  $S_{nn}$  можно аппроксимировать линейной функцией в пределах одной оболочки на линиях  $Z = \text{const}$  и  $N = \text{const}$  соответственно.

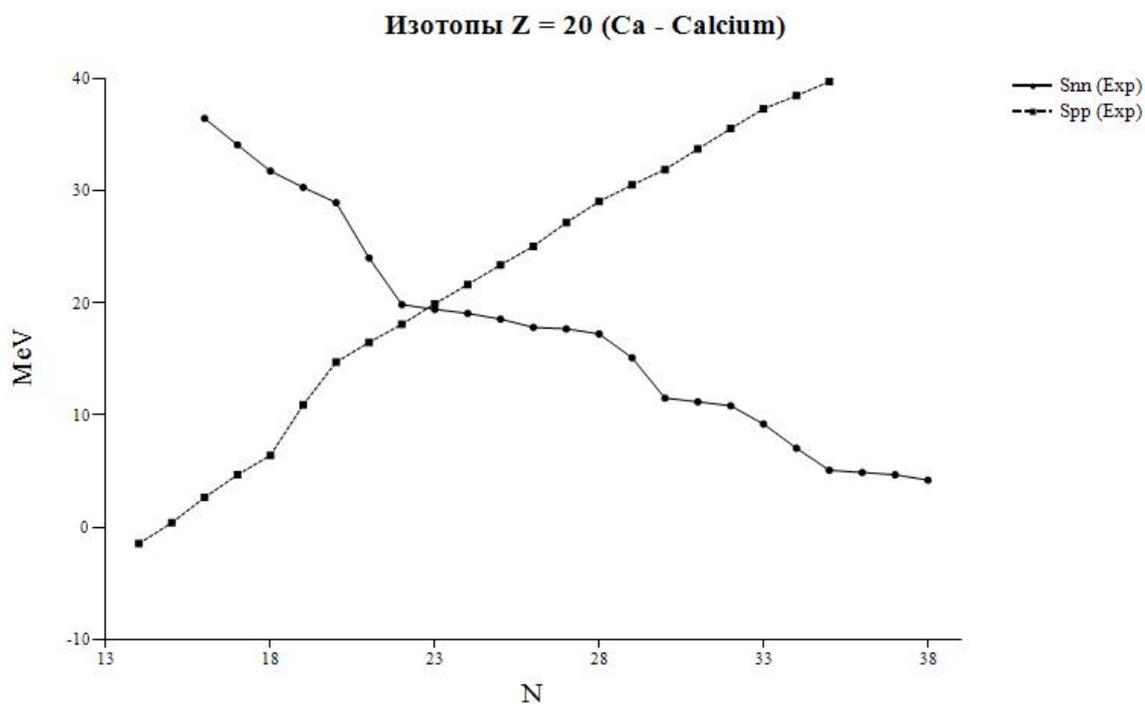


Рис. 4: Оболочечные эффекты для энергии отделения 2-х протонов, 2-х нейтронов

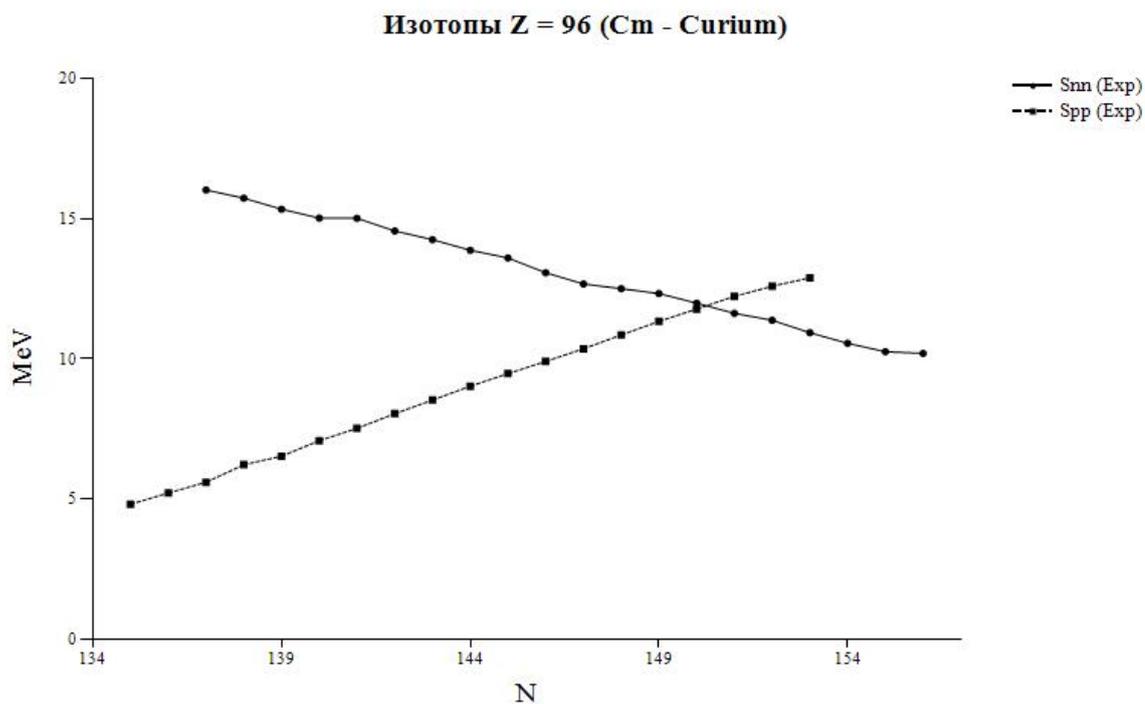


Рис. 5: Сглаживание оболочечных эффектов для тяжелых ядер на примере  ${}_{96}\text{Cm}$

Кроме того, в ядрах SHE нуклонные энергетические уровни сильно сближаются и вероятность оказаться в состоянии с более высокой энергией для нуклона становится значимой по сравнению со средними и легкими ядрами, где подобными эффектами можно пренебречь. Как следствие, зависимость  $S_{nn}$  от  $N$  на линиях изотопов становится практически линейной в отличие от ступенеобразной для легких ядер (см. рис. 5). Стоит

учесть, что в области SHE цепочки изотопов включают около десятка ядер, поэтому линейный прогноз позволит с хорошей точностью предсказать локальное поведение массовой поверхности.

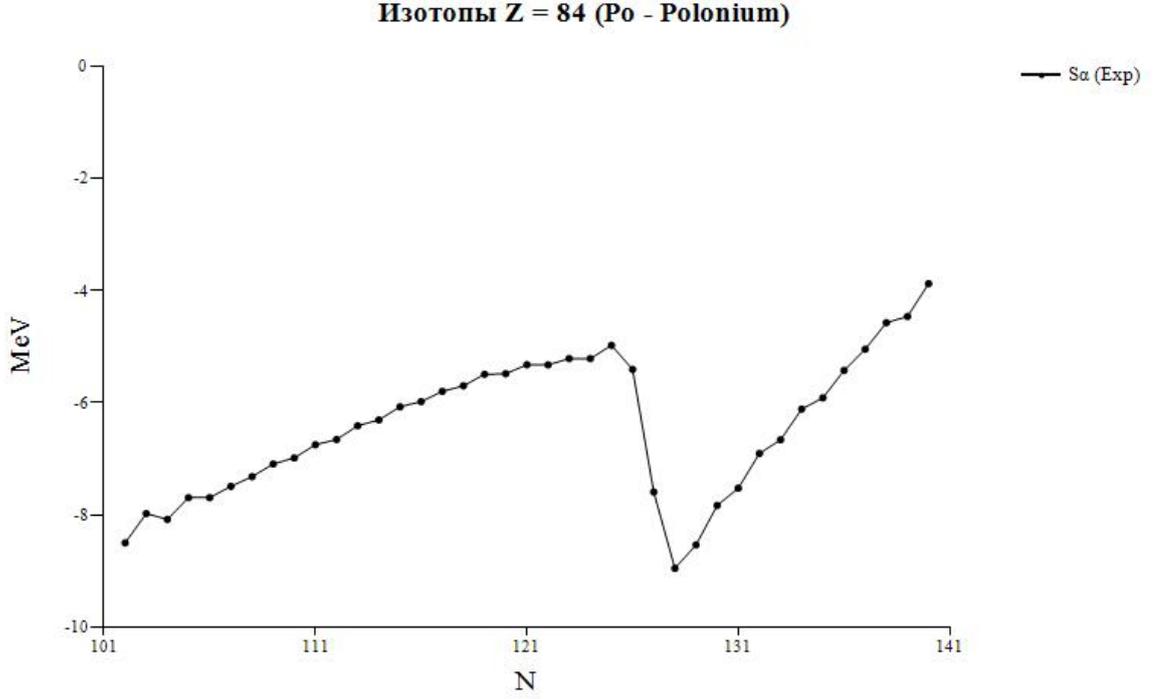


Рис. 6: Влияние оболочек на энергию отделения  $\alpha$ -частицы

Энергия отделения  $\alpha$ -частицы в оболочечной модели принимает вид:

$$S_\alpha(N_0 + n, Z_0 + p) = 2(\varepsilon_n + \varepsilon_p) + \pi_n + \pi_p + (2n - 3)d_n + (2p - 3)d_p + 2(p + n - 2)I_0 - 28,296 \text{ МэВ} \quad (21)$$

Поскольку дочернее и материнское ядро имеют одинаковые четности по  $Z$  и  $N$ , то спаривательный член равен 0. Однако энергия отделения  $\alpha$ -частицы зависит от одночастичных энергий нуклонов  $\varepsilon$ , что требует глобального подхода с расчетом оболочечных эффектов и приводит к невозможности простой аппроксимации этой характеристики. На рис. 6 представлена зависимость энергии отделения  $\alpha$ -частицы  $S_\alpha$  от числа нейтронов для линии изотопов  ${}_{84}\text{Po}$ . В районе магического числа  $N = 126$  наблюдается резкий скачок массовой характеристики, кроме того, значительно меняется скорость изменения  $S_\alpha$  с ростом  $N$ .

Далее рассмотрим соотношения, которые отражают нуклонные корреляции, возникающие из-за остаточного взаимодействия. Для характеристики  $\Delta_n^3$  (10), описывающей расщепление массовой поверхности по четности массового числа  $A$ , получаем:

$$\Delta_n^3(N_0 + n, Z_0 + p) = \begin{cases} -d_n + \pi_n & \text{если } n, p = e, e \\ d_n + \pi_n & \text{если } n, p = o, e \\ -d_n + \pi_n - 2I' & \text{если } n, p = e, o \\ d_n + \pi_n - 2I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (22)$$

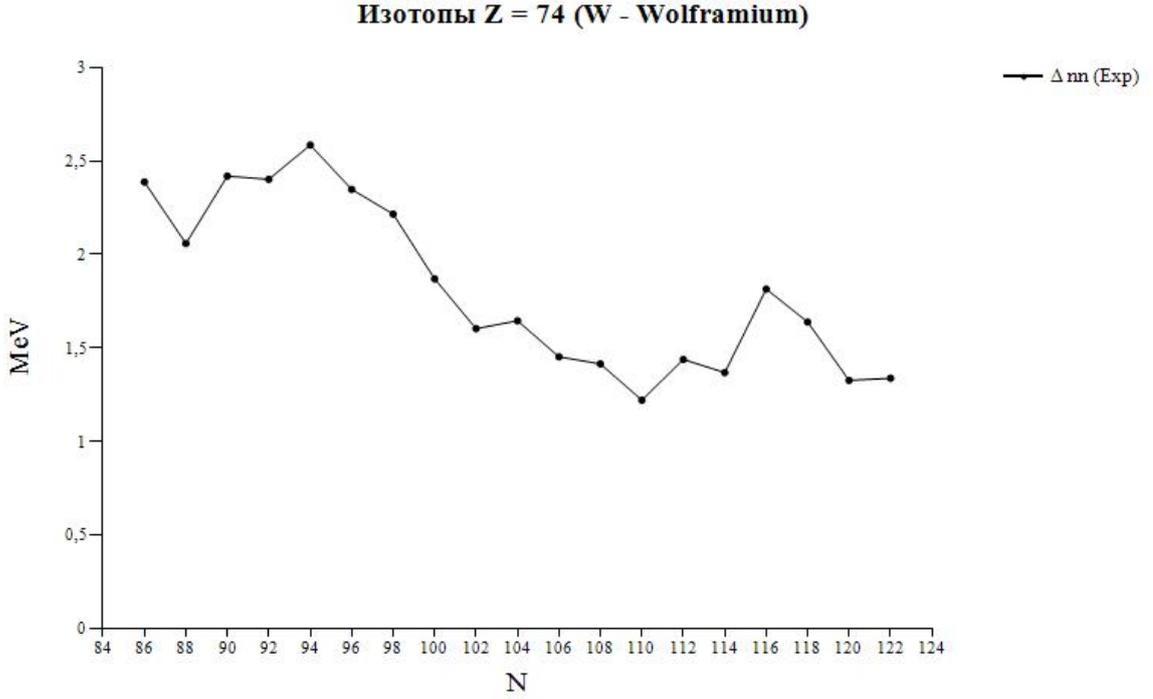


Рис. 7: Характеристика  $\Delta_{nn}$  на линии изотопов W. Изображены изотопы с четным  $N$

Характеристика  $\Delta_{nn}$  (11) описывает то же расщепление:

$$\Delta_{nn}(N_0 + n, Z_0 + p) = \begin{cases} d_n + \pi_n & \text{если } n, p = e, e \\ -d_n + \pi_n & \text{если } n, p = o, e \\ d_n + \pi_n - 2I' & \text{если } n, p = e, o \\ -d_n + \pi_n - 2I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (23)$$

Как видно из формул (22, 23),  $\Delta_n^3$  и  $\Delta_{nn}$  эквивалентны со сдвигом на одно ядро:

$$\Delta_{nn}(N + 1, Z) = \Delta_n^3(N, Z)$$

Характеристика  $\Delta_{nn}$  имеет нерегулярное поведение, даже если рассматривать ее в пределах одной оболочки и разделять нуклиды по четности чисел  $Z$  и  $N$ . Рис. 7 демонстрирует указанную нерегулярность: разность между наибольшим и наименьшим значением на линии изотопов вольфрама W составляет 1,5 МэВ.

Перейдем к массовой формуле, соответствующей остаточному  $np$ -взаимодействию. Остаточную связь протона и нейтрона отражает соотношение  $\Delta_{np}$  (7):

$$\Delta_{np}(N_0 + n, Z_0 + p) = I_0 + \begin{cases} I' & \text{если } A = e: n, p = e, e \text{ или } o, o \\ -I' & \text{если } A = o: n, p = e, o \text{ или } o, e \end{cases} \quad (24)$$

Это соотношение исключают одночастичные энергии  $\varepsilon_n$  и  $\varepsilon_p$ . Как видно из формулы (24), знак спаривательной поправки меняется в зависимости от четности массового числа  $A$ , поэтому для аппроксимации целесообразно разделить ядра на 2 группы по  $A$ . Для четных  $A$  значение  $\Delta_{np} > 0$ , поскольку для нечетных  $A$  значение  $\Delta_{np} \approx 0$ . Приведем пример, как может выглядеть  $\Delta_{np}$  на линиях ядер с  $A = const$  для тяжелых элементов. На рис. 8 представлена зависимость  $\Delta_{np}$  от  $Z$  для четного массового числа  $A = 240$ : характеристика отклоняется от среднего значения (оранжевая линия) на  $\pm 140$  кэВ. Рис. 9 представляет аналогичную зависимость  $\Delta_{np}$  от  $Z$  для нечетного массового

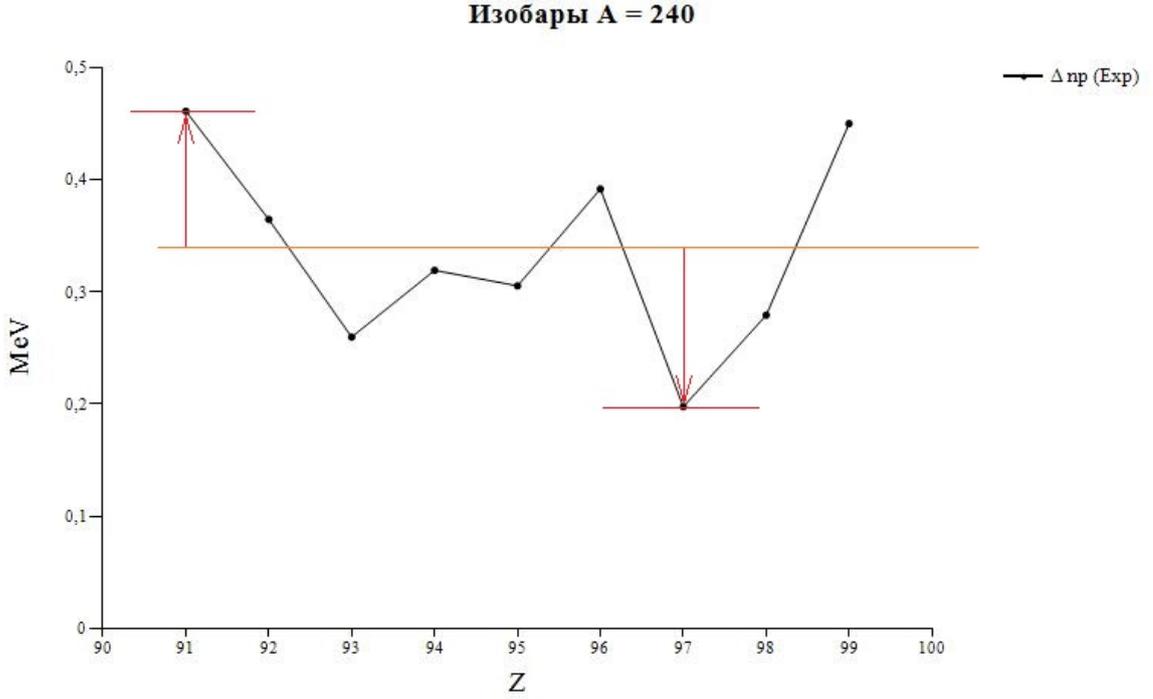


Рис. 8: Характеристика  $\Delta_{np}$  для четной изобары

числа  $A = 245$ : отклонение от среднего значения (оранжевая линия) составляет около  $\pm 200$  кэВ. Рассматривая  $\Delta_{np}$  на массиве экспериментальных масс, мы пришли к выводу, при  $A > 200$  среднее значение характеристики для нечетных по  $A$  ядер на различных линиях-изобарах почти не изменяется, для четных по  $A$  ядер - медленно убывает с ростом  $A$ . С помощью аппроксимации данной характеристики можно получать оценки энергий связи нуклидов. Более подробно соотношение  $\Delta_{np}$  будет рассмотрено в разделе 4.1.1.

Перейдем к диагональным соотношениям. Соотношение  $\Delta_{np}^3$  (8) в оболочечной модели будет выглядеть как

$$\begin{aligned} \Delta_{np}^3(N_0 + n, Z_0 + p) &= \\ &= \frac{(-1)^{N+1}}{2} \left( d_n + d_p + 2I_0 + \begin{cases} -(\pi_n + \pi_p) + 2I' & \text{если } n, p = e, e \\ (\pi_p - \pi_n) & \text{если } n, p = e, o \\ (\pi_n - \pi_p) & \text{если } n, p = o, e \\ (\pi_n - \pi_p) - 2I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \right) = \\ &= \begin{cases} -\frac{1}{2}(d_n + d_p) - I_0 + \frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) - I' & \text{если } n, p = e, e \\ -\frac{1}{2}(d_n + d_p) - I_0 + \frac{1}{2}(\pi_n - \pi_p) & \text{если } n, p = e, o \\ \frac{1}{2}(d_n + d_p) + I_0 + \frac{1}{2}(\pi_n - \pi_p) & \text{если } n, p = o, e \\ \frac{1}{2}(d_n + d_p) + I_0 + \frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) - I' & \text{если } n, p = o, o \end{cases} \quad (25) \end{aligned}$$

Соотношение  $\Delta_{np}^4$  (9), являющееся усреднением  $\Delta_{np}^3$  на 2-х соседних ядрах, примет простой вид:

$$\Delta_{np}^4(N_0 + n, Z_0 + p) = \begin{cases} \frac{1}{2}(\pi_n + \pi_p) - I' & \text{если } A = e: n, p = e, e \text{ или } o, o \\ \frac{1}{2}(\pi_n - \pi_p) & \text{если } A = o: n, p = e, o \text{ или } o, e \end{cases} \quad (26)$$

Как видно из формулы (26),  $\Delta_{np}^4$ , будучи разделенной на четные и нечетные  $A$ , принимает только одно значение, которое является практически константой. Насколько эта

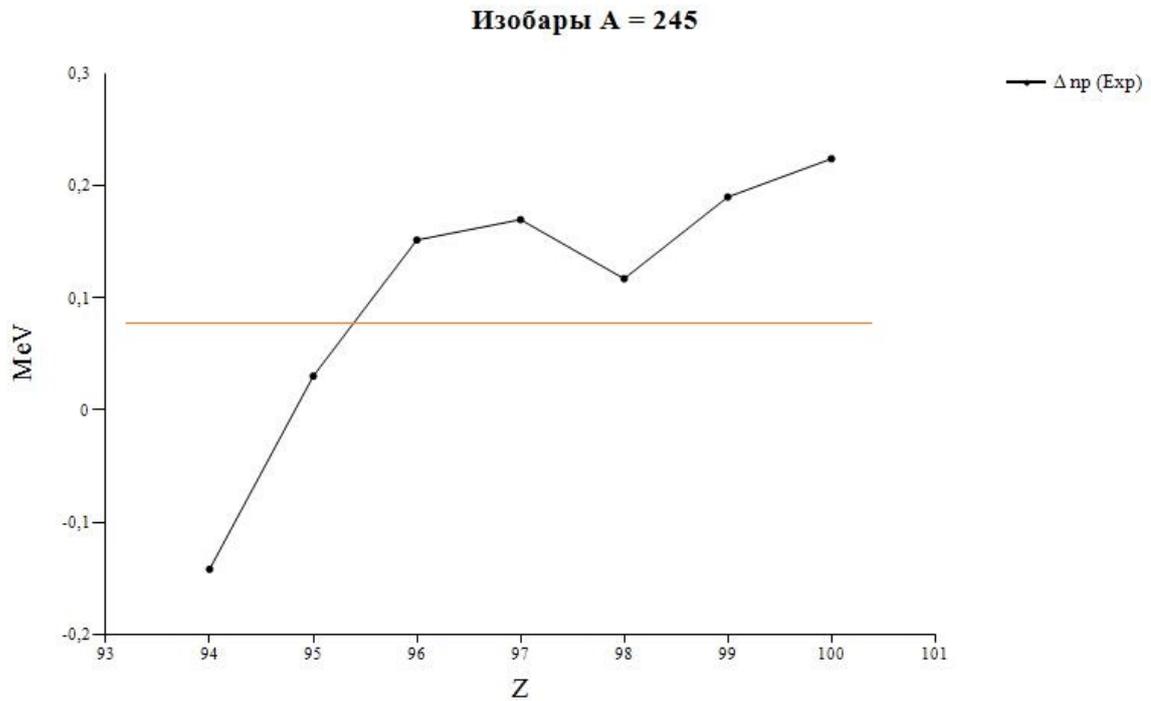


Рис. 9: Характеристика  $\Delta_{np}$  для нечетной изобары

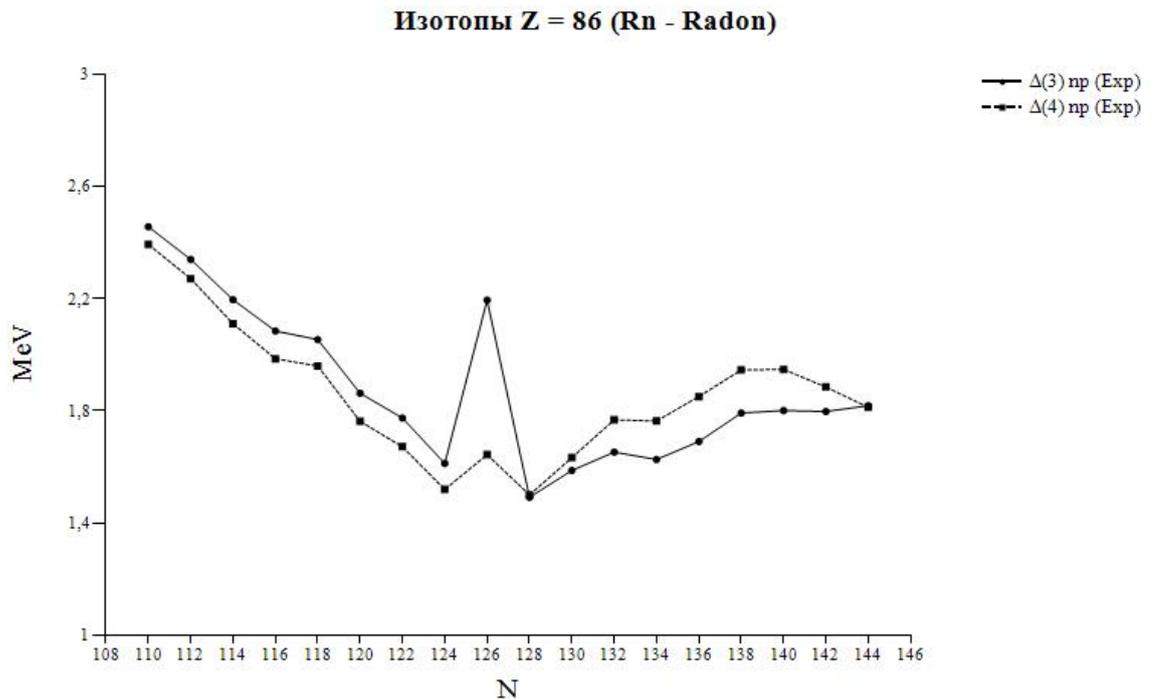


Рис. 10: Характеристики  $\Delta_{np}^3$  и  $\Delta_{np}^4$  на линии изотопов при четном  $A$

«константа» постоянна, позволяет судить рис. 10 для четных  $A$  и рис. 11 для нечетных  $A$ . На рис. 10, 11 представлена зависимость  $\Delta_{np}^3$  и  $\Delta_{np}^4$  от  $N$  для изотопов  ${}_{86}\text{Rn}$ . Так же, как и в случае  $\Delta_{np}$ , для нечетных  $A$  диагональные характеристики колеблются около 0 с размахом меньше или около 0,2 МэВ. Небольшая величина колебаний связана с тем, что для нечетных  $A$   $\Delta_{np}^3$  отражает расслоение массовой поверхности между четно-

### Изотопы $Z = 86$ (Rn - Radon)

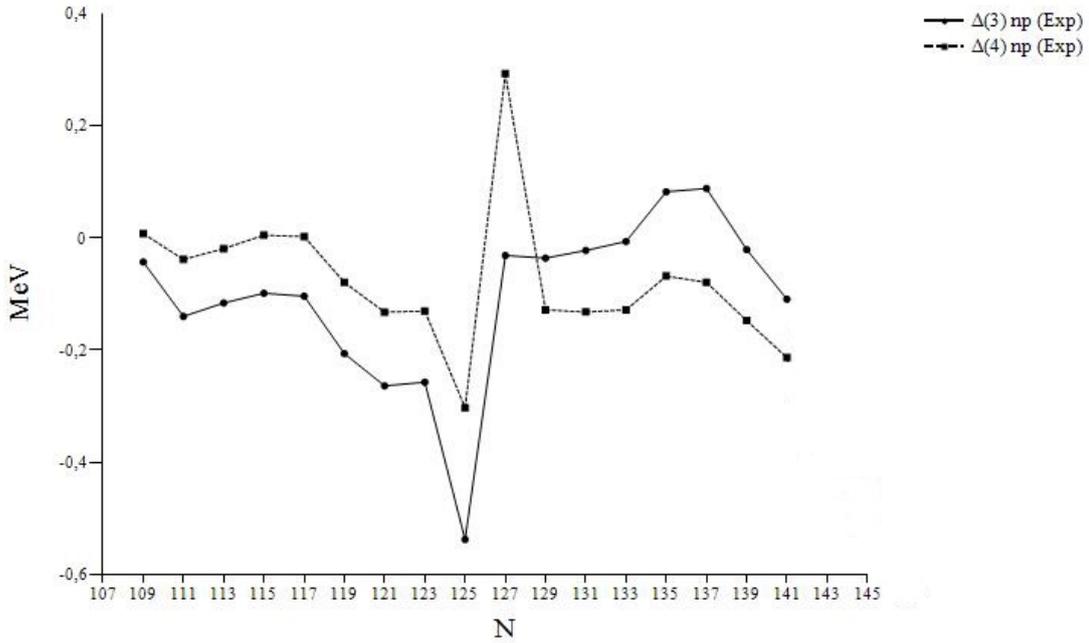


Рис. 11: Характеристики  $\Delta_{np}^3$  и  $\Delta_{np}^4$  на линии изотопов при нечетном  $A$

нечетными и нечетно-четными ядрами. Значительные отклонения от нуля — 0,5 МэВ и более — наблюдаются, если соотношение объединяет ядра, у которых внешние нуклоны лежат на разных оболочках.  $\Delta_{np}^4$  при четном  $A$  менее чувствительна к смене оболочек и имеет более гладкий характер, чем  $\Delta_{np}^3$  (рис. 10). Отметим, что  $\Delta_{np}^3$  и  $\Delta_{np}^4$  при четном  $A$  лежит в пределах 1–3 МэВ, поскольку отражают расщепление массовой поверхности на четно-четные и нечетно-нечетные листы. Обычно такое расщепление и называют просто «расщеплением массовой поверхности», или EOS-эффekten (Even-Odd Straggaring).

Рассмотрим наконец еще 2 соотношения, являющиеся индикаторами точности для оболочечной модели. Линейные характеристики  $L_n^5$  и  $L_p^5$  в оболочечной модели равны 0:

$$L_n^5(N_0 + n, Z_0 + p) = 0 \quad (27)$$

$$L_p^5(N_0 + n, Z_0 + p) = 0 \quad (28)$$

На рис. 12 приведена зависимость  $L_n^5$  от  $N$  на линии изотопов  ${}_{74}\text{W}$ . Вольфрам  ${}_{74}\text{W}$  выбран, поскольку его изотопы лежат в области между магическими числами  $N = 82$  и  $N = 126$ . По этой причине  $L_n^5$  не включает нуклиды с разных оболочек, и величина ее скачков значительно меньше 1 МэВ — масштаба одночастичных энергий  $\epsilon$ . Небольшие немотонности зависимостей параметров от  $N$  или  $Z$  приводят к тому, что  $L_n^5$  равна 0 с точностью порядка 200 кэВ. Стоит отметить, что значения  $L_n^5$  весьма компактно группируются вокруг нуля (в пределах  $\pm 400$  кэВ) практически на всем массиве ядер за исключением зон, где происходит переход между оболочками (рис. 13).

Итак, на экспериментальных данных было рассмотрено большое количество ЛМС, связывающих энергии связи соседних ядер. Анализ показал, что наиболее гладким поведением обладают энергии отделения  $S_{pp}$ ,  $S_{nn}$ . Также предсказуемым поведением, несмотря на небольшие колебания, обладают характеристики  $\Delta_{np}$  (отражает остаточное взаимодействие протонов и нейтронов) и  $\Delta_{np}^3$  (отражает расслоение массовой поверхности). В разделах 4.1 и 4.2 будет показано, насколько выбранные соотношения пригодны

### Изотопы $Z = 74$ (W - Wolframium)

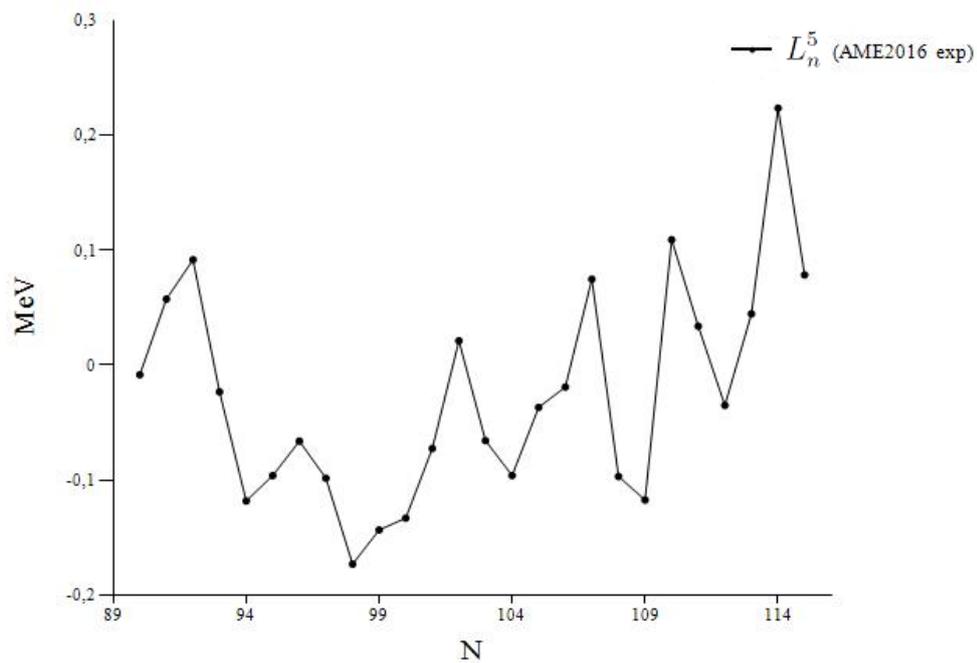


Рис. 12: Характеристика  $L_n^5$  на линии изотопов вольфрама отражает точность оболочечной модели

### Построить всё (A)

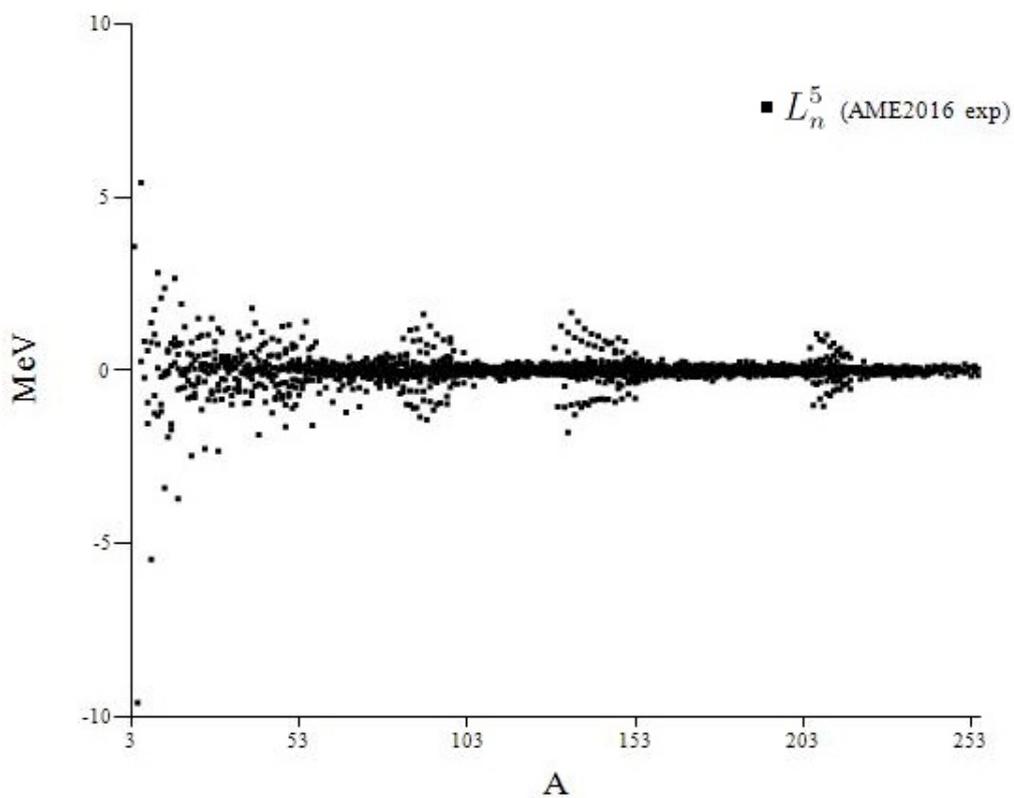


Рис. 13: Характеристика  $L_n^5$  для всех известных ядер

для расчетов характеристик SHE. Перейдем к следующей главе, которая посвящена теоретическим подходам к определению масс ядер как непосредственно, так и на основе данных по соседним ядрам.

## 2 Теоретические подходы к определению массы ядра

Масса является одной из основных характеристик ядра наряду с его зарядом, радиусом и спином. Как показывают эксперименты, масса ядра оказывается меньше суммы масс составляющих его нуклонов, поэтому оказывается удобным рассматривать вместо массы ядра его энергию связи  $B$ :

$$B(N, Z) = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m(N, Z)) \cdot c^2, \quad (29)$$

где  $m_p$ ,  $m_n$  и  $m$  – массы протона, нейтрона и ядра соответственно. В контексте данной работы мы будем часто употреблять термины «масса» и «энергия связи» как синонимы, поскольку эти величины связаны соотношением (29).

Физика занимается созданием моделей реальных объектов и разработкой теории, объясняющей свойства изучаемых объектов и процессы, происходящие с ними. Теория должна описывать имеющиеся экспериментальные данные и обладать предсказательной способностью. Ядро – сложная система, и потому единой теории, с высокой точностью описывающей массы почти 3,5 тысяч ядер, еще не было создано. В течение последних 85 лет было предложено большое количество моделей, общая классификация будет изложена далее. Условно теоретические подходы к описанию энергии связи ядра можно разделить на глобальные и локальные. Начнем с глобальных подходов, которые исторически были первыми.

### 2.1 Глобальные подходы

Глобальные массовые формулы позволяют вычислять массу любого связанного ядра напрямую, в качестве входных данных принимая заряд ядра  $Z$ , количество нейтронов  $N$  и, в некоторых подходах, деформацию ядра. Параметризация в глобальных массовых формулах находится фитированием на массиве экспериментально измеренных масс. Глобальные подходы могут быть использованы для построения моделей бесконечной ядерной материи, которые способны описывать свойства таких астрофизических объектов, как нейтронные звезды [17].

Самая первая массовая формула была предложена Вайцеккером в соответствии с капельной моделью ядра [18]. Полная ядерная энергия  $E = -B$  была разделена на составляющие: на объемную энергию, поверхностную энергию, кулоновскую энергию с некоторыми коэффициентами, некоторые из которых зависели от  $Z$  и  $N$ ; была также учтена энергия симметрии, которую можно рассматривать в рамках модели ферми-газа. В оригинальной работе предлагалось установить значение коэффициентов на основе межнуклонного взаимодействия. Однако подобный расчет оказался слишком сложным, и впоследствии коэффициенты определялись на основе эмпирических данных. Бете предложил в [19] более простое выражение для энергии, которое мы сейчас называем формулой Бете-Вайцеккера. Это выражение можно записать в виде

$$B = a_{vol}A - a_{surf}A^{2/3} - a_{coul}\frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym}\frac{(N - Z)^2}{A} \quad (30)$$

Здесь  $a_{vol}$ ,  $a_{surf}$ ,  $a_{coul}$ ,  $a_{sym}$  есть коэффициенты при объемной, поверхностной, кулоновской энергии и энергии симметрии. Было замечено, что четно-четные ядра обладают большей энергией связи по сравнению с нечетными ядрами, и в формулу Бете-Вайцеккера был добавлен спаривательный член  $a_{pair}$ :

$$a_{pair} = A^{-3/4} \begin{cases} +\delta & \text{для четно-четных ядер} \\ -\delta & \text{для нечетно-нечетных ядер} \\ 0 & \text{для остальных} \end{cases} \quad (31)$$

Степенная зависимость от массового числа  $A$  выбирается из соображений лучшего соответствия экспериментальным данным. В некоторых работах [20] предлагается  $a_{pair} \sim A^{-3/4}$ , как в формуле (31), в других [21, 22] используется  $a_{pair} \sim A^{-1/2}$ , в третьих показывается, что наилучшей будет  $a_{pair} \sim A^{-1/3}$  [23].

Как известно, наименее точно формула Бете-Вайцеккера описывает ядра с особыми числами протонов и нейтронов, которые впоследствии были названы «магическими» и стали ярчайшим примером проявления оболочечных эффектов в ядре. Идеи, предложенные Вайцеккером, легли в основу многих моделей, разработанных позднее, в том числе ставшую стандартной для теоретиков и экспериментаторов модели FRDM (см. раздел 2.1.2). Формула Бете-Вайцеккера стала классической, и до сих пор появляются ее новые параметризации. К примеру, в работе [24] приводится параметризация на обновленном массиве экспериментальных данных AME16 [25]. В работе [26] предлагается представить коэффициенты  $a_{vol}, a_{surf}, a_{coul}, a_{sym}, \delta$  и показатели степени массового числа в виде набора определенных функций от  $Z, N$  и некоторых неизвестных констант и получить уточненный вид формулы Бете-Вайцеккера.

Формула Вайцеккера была первым шагом на пути к полному описанию ядерной материи. Позднее разработанные глобальные подходы можно разделить на 2 группы: микроскопические, которые в некотором приближении решают квантовомеханическую задачу об энергии основного состояния ядра, и макро-микроскопические, которые учитывают как дальнедействующие эффекты типа «жидкой капли», так и эффекты внутренней структуры ядра. Начнем с фундаментальных микроскопических подходов.

### 2.1.1 Микроскопические подходы

С 50-х годов развиваются подходы, основанные на решении нерелятивистского уравнения Шредингера для ядерной системы:

$$H\Psi = E\Psi \quad (32)$$

с гамильтонианом, включающим потенциалы 2- и 3-частичного нуклонного взаимодействия:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_N} \sum_i \nabla_i^2 + \sum_{i>j} V_{ij} + \sum_{i>j>k} V_{ijk} \quad (33)$$

Трудность подобного подхода состоит в поиске выражения для потенциалов межнуклонного взаимодействия. Даже если использовать эффективное взаимодействие и какие-либо базисные функции или раскладывать матрицу гамильтониан по модельным базисным состояниям, то задача будет исключительно трудоемкой с точки зрения вычислений [17]. Более того, хотя межнуклонное взаимодействие принято описывать как взаимодействие между отдельными нуклонами, с появлением квантовой хромодинамики встал вопрос о том, насколько нуклоны в ядре сохраняют свою индивидуальность. Ответить на вопрос о распределении сил в многонуклонной системе чрезвычайно сложно, поэтому предложено большое количество модельных потенциалов для лучшего качественного и количественного описания ядерного взаимодействия [27].

Фундаментальные подходы представляют большой интерес, так как они пытаются разрешить основную проблему ядерной теории: как описать систему нуклонов в терминах реальных сил. Хотя применимость прямых подходов ограничена, расчеты для легких ядер демонстрируют их потенциальные возможности: с их помощью могут быть рассчитаны спектры возбужденных состояний, радиусы, квадрупольные моменты, объяснены периоды полураспада и сечения реакций ядер с нуклонами. Например, вариационные методы в *no-core shell model* с базисными функциями гармонического осциллятора позволяют рассчитать массы ядер с  $A < 9$ , если учитывать 3-частичное

взаимодействие [28]. В работе [29], где в качестве реалистичного потенциала выбран Аргоннский потенциал, методом Монте-Карло вычислены энергии основного и низколежащих состояний ядер с  $A = 9, 10$ .

Фундаментальный метод служит качественным ориентиром для построения других феноменологических моделей. Однако его применение его весьма ограничено, и поэтому большое распространение получили приближенные методы. Основным приближенным микроскопическим методом является *метод среднего поля*.

Метод среднего поля, или метод Хартри-Фока, – это вариационный метод с пробной волновой функцией, имеющей форму определителя Слэтера  $\Phi = \det \phi_i(x_i)$ , который состоит из антисимметричных одночастичных волновых функций  $\phi_i(x_i)$ . Поскольку при любом выборе одночастичных функций  $\phi_i$  значение энергии  $E_{HF} = \langle \Phi | H | \Phi \rangle$  будет выше точного значения  $E$  из (32), точный гамильтониан  $H$  следует заменить на эффективный  $H^{eff}$  с заменой реальных потенциалов на эффективные  $v_{ij}^{eff}$ :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_N} \sum_i \nabla_i^2 + \sum_{i>j} v_{ij}^{eff} \quad (34)$$

Один из способов определить  $v_{ij}^{eff}$  – оптимизировать ожидаемое значение энергии  $E_{HF}$  с помощью фитирования на всех экспериментальных значениях  $E$  [17]:

$$E_{HF} = \langle \Phi | H^{eff} | \Phi \rangle = \int d^3\mathbf{x} \mathcal{E}(\mathbf{x}), \quad (35)$$

где  $\mathcal{E}(\mathbf{x})$  – функционал плотности энергии.

Энергия  $E_{HF}$  как функционал минимизируется по произвольным вариациям в неизвестных одночастичных функциях  $\phi_i(x_i)$ , которые затем принимаются в качестве собственных решений уравнения Хартри-Фока – вида одночастичного уравнение Шрёдингера:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m_N} \nabla^2 + U \right) \phi_i = \epsilon_i \phi_i, \quad (36)$$

где  $U$  – одночастичное поле, которое, вообще говоря, деформировано и зависит от спина частиц, но в конечном итоге определяется эффективным взаимодействием. Это поле прямо зависит от одночастичных функций и, как только решения  $\phi_i(x_i)$  найдены,  $E_{HF}$  может быть рассчитана. Эффективное ядерное взаимодействие в отличие от кулоновского взаимодействия обладает свойством насыщения, поэтому удельная энергия связи будет конечной. Подобный подход приводит к автоматическому учету многочастичных эффектов.

Подходящей формой эффективного потенциала является параметризация Скирма (*метод Skyrme-Hartree-Fock, SHF*). Задача решается в терминах локального взаимодействия и нуклонной плотности [30]. Расширенные параметризации Скирма, которые учитывают деформацию ядра, трехчастичное взаимодействие, поправки на симметрию  $N = Z$ , позволяют предсказать свойства практически всех нуклидов [31]. С помощью метода Хартри-Фока можно рассчитывать массы и другие свойства (плотность, деформации, величину барьера деления и т.п.): в работе [32] приводится расчет масс ядер между протонной и нейтронной границами существования; с обновлением массива эмпирических данных по массам производятся уточненные расчеты с помощью потенциала Скирма, например, в работе [33] среднеквадратичное отклонение  $\sigma$  не превышает 0,55 МэВ. К настоящему времени предложено 240 различных параметризаций потенциала Скирма. 16 из них правильно описывают макроскопические свойства ядра и распределение плотности в нем, и только 5 достаточно универсальны, чтобы соответствовать

наблюдаемым свойствам нейтронных звезд [34], которые являются массивным сгустком ядерной материи.

В *релятивистском методе среднего поля (RMF)* нуклоны представлены дираковскими спинорами, а мезоны, являющиеся переносчиками нуклонных взаимодействий, учитываются в явном виде. Основная роль мезонов в RMF заключается в создании среднего поля, явных выражений для NN-взаимодействия нет. Параметры мезонного обмена определяются путем подгонки непосредственно к свойствам конечных ядер. В этом смысле метод среднего поля напоминает нерелятивистский метод Хартри-Фока. Еще одно сходство заключается в том, в RMF будут учтены дальнедействующие и короткодействующие корреляции, приводящие к учету оболочечной структуры и эффектов жидкой капли. Преимущество метода RMF перед нерелятивистским методом Хартри-Фока состоит в сохранении инвариантности Лоренца, которая разрешает спонтанное возникновение спин-орбитальных взаимодействий в среднем поле. Метод RMF в настоящее время описывает все ядра в целом хуже ( $\sigma > 2$  МэВ), чем метод Хартри-Фока, однако в некоторых отдельных областях карты изотопов точность может быть гораздо выше (например, для тяжелых ядер  $95 < Z < 100$   $\sigma \sim 0,6$  МэВ) [35].

Микроскопический подход является мощным инструментом моделирования структуры и свойств конечной и бесконечной ядерной материи. Хотя микроскопические методы не всегда обладают достаточной полнотой и точностью, хочется верить, что дальнейшее развитие вычислительных устройств приведет к преодолению технических трудностей и позволит всесторонне описать ядро во всей его сложности.

Перейдем к обсуждению наиболее успешных модельно-ориентированных подходов, в которых ядро рассматривается как единое целое, но в то же время приняты во внимание особенности его внутренней структуры.

### 2.1.2 Макро-микроскопические подходы

Первая попытка скорректировать массовую формулу в модели жидкой капли (30) с помощью учета микроскопических эффектов была сделана в 1966 году Майерсом и Святецким [36]. Эффекты оболочечной структуры проявлялись в том, что положение уровней одночастичного спектра отклонялось от положения уровней в равномерном спектре. Уровни объединялись в группы, и было предложено их простое алгебраическое описание. Оболочечная поправка рассчитывалась как разность энергии уровней оболочечной модели и жидкокапельной (статистической) модели ферми-газа. Кроме того, было выдвинуто предположение, что одночастичный спектр должен стремиться к однородности с увеличением деформации ядра. Для повышения качества предсказаний помимо оболочечной поправки был введен вигнеровский член, который связан с особой устойчивостью ядер  $N = Z$ :

$$E_{Wigner} = V_W \exp\left(-\lambda \frac{|N - Z|}{A}\right) \quad (37)$$

Здесь параметр  $V_W$  отрицателен и  $\lambda \ll 1$ . Член назван «вигнеровским», поскольку теория мультиплетов Вигнера, основанная на  $SU(4)$  спин-изоспиновой симметрии предсказывает острый хребет на поверхности энергии связи для ядер с  $N = Z$  [37]. Более прямое описание возможно дать с точки зрения нейтрон-протонного спаривания, вклад которого быстро ослабевает при удалении  $N$  от  $Z$  [38].

Следующим крупным продвижением стала теорема Струтинского, которая предсказывает двугорбый барьер деления и объясняет стабильность тяжелых элементов, например Am [39]. Теорема скорректировала представления о макроскопической части энергии связи. Стало ясно, что предположение, сделанное Майерсом и Святецким об

исчезновении эффектов оболочки при больших деформациях, было неверным. Майерс и Святецкий показали, как метод Струтинского можно применить для обобщения предложенной ими процедуры алгебраической группировки [40].

На основе вышеприведенных рассуждений была создана модель *FRDM (Finite Range Droplet Model)* [41]. Полная энергия ядра в этой модели зависит не только от заряда ядра и числа нейтронов, но и от формы ядерной системы:

$$E(N, Z, shape) = E_{macro}(N, Z, shape) + E_{micro}(N, Z, shape) \quad (38)$$

Макроскопическая часть, помимо стандартных членов формулы Бете-Вайзеккера, включает вигнеровский член, поправки на сжимаемость ядерной жидкости, зарядовую асимметрию и форм-фактор протона. Нейтроны и протоны внутри ядра были разделены введением отдельных сферических распределений. Отдельные члены имеют форму произведения некоторых степеней  $A, Z, N, (N - Z)$  с параметрами, определяемыми с помощью подгонки к экспериментальным массам. Формула (38) может быть приведена к виду (30), однако некоторые коэффициенты в таком рассмотрении уже не будут константами, а приобретут зависимость от аргументов  $Z$  и  $N$ . В более поздних модификациях была учтена деформация ядер.

Для того чтобы получить микроскопические оболочечные поправки, решается уравнение Шредингера (36) в для одночастичных состояний, что необходимо для реализации теоремы Струтинского. Потенциал представляется в виде:

$$U = U_1 + U_{sl} + U_{coul} \quad (39)$$

Первый член представляет независимую от спина часть эффективного ядерного взаимодействия, второе отвечает спин-орбитальному полю, последний член отражает кулоновское поле. Поля действуют в пределах объема ядерной капли.

Всего в модели FRDM 10 независимых параметров, которые должны быть определены с помощью массива экспериментальных масс. В современной модели FRDM [42] ошибка составляет 0,56 МэВ для 2194 ядер от  $^{16}\text{O}$  до  $^{264}_{108}\text{Hs}$ , а для области  $N > 64 - 0,35$  МэВ, что делает модель сравнимой по точности с микроскопическими методами. Модель сохраняет свою точность при удалении от линии стабильности.

## 2.2 Локальные подходы

Кроме глобальных подходов применяют локальные методы расчета массы ядра. Методы называют локальными, поскольку для получения оценок масс используются значения масс для близлежащих ядер.

### 2.2.1 Систематические тренды

Крупнейшая систематика атомных масс AME (Atomic Mass Evaluation, последняя компиляция относится к 2016 году – AME16 [25] представляет собой таблицу значений атомных масс для всех известных ядер (по состоянию на октябрь 2016 г.). Таблица построена на основе экспериментально определенных массовых характеристик – энергий реакций типа  $(n, \gamma)$ ,  $(n, \alpha)$ ,  $(n, p)$ , электронного захвата и  $\alpha$ -,  $\beta$ -распадов.

Основная идея AME16 состоит в том, что если все атомные массы представить в виде 3-мерного графика  $M(N, Z)$ , то они образуют поверхность. Если разделять ядра по четности  $N$  и  $Z$ , то, как показывают экспериментальные данные, массовая поверхность  $M(N, Z)$  расслаивается на 4 достаточно гладких, идущих параллельно листа (рис. 14). Расстояние между листами (величины  $\Delta_{nn}, \Delta_{pp}, \Delta_{np}$ ) меняется очень медленно и плавно с изменением  $Z$  и  $N$ , сами листы меняются плавно, но достаточно интенсивно с  $Z$

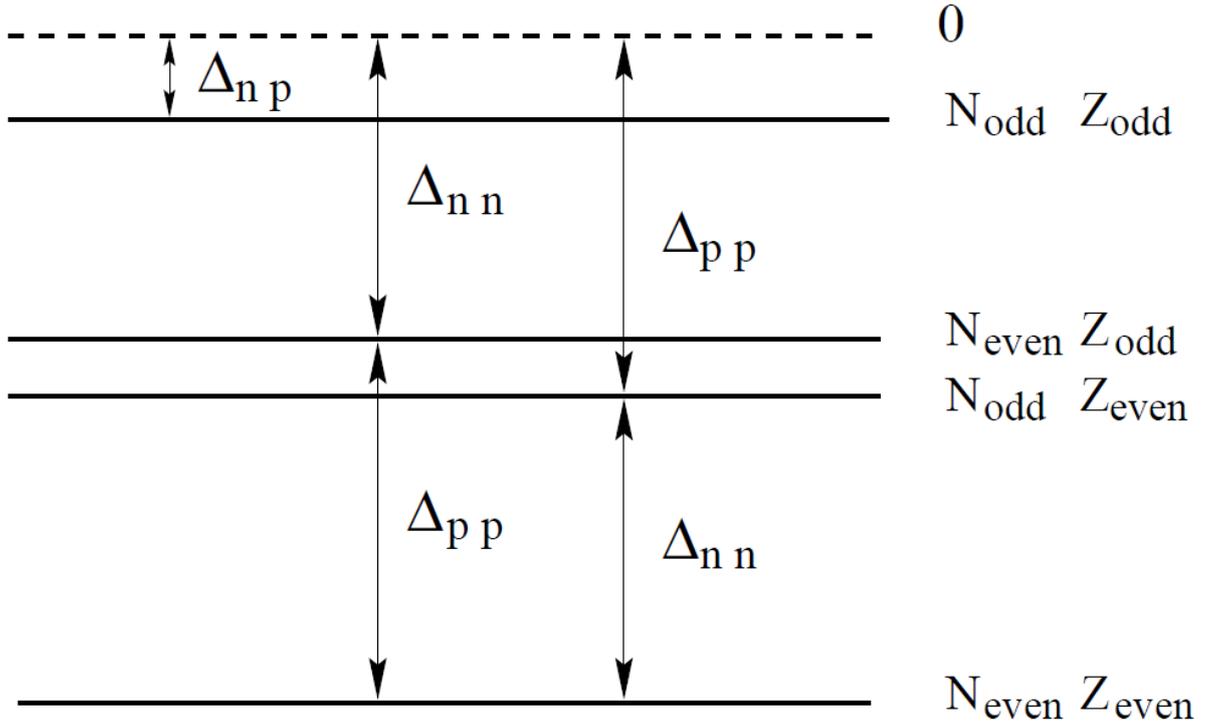


Рис. 14: 4 листа массовой поверхности. Гипотетическая поверхность нулевой энергии соответствует отсутствию спаривания между внешними нуклонами [25]

и  $N$ . Как отмечено в [25], первые и вторые производные массы по  $Z$  и  $N$ , отвечающие за наклон и кривизну поверхности, практически всегда гладкие. Производные имеют разрывы, когда происходят значительные изменения в структуре ядра (завершение оболочек и подоболочек), форме ядра (сплюснутость сменяется вытянутостью), а также на линии  $N = Z$ . В целом, гладкость массовой поверхности позволяет использовать локальные тренды ее поведения для того, чтобы оценивать массы нуклидов.

Данные по реакциям приводят к наличию большого количества связей между массами. АМЕ служит скоординированной сетью, способной проверить, насколько новое значение массы может изменить множество связанных масс. Построение массовой поверхности производится следующим образом. Сначала собираются все доступные экспериментальные данные по реакциям и распадам, что предполагает тщательный анализ литературы: поиск оригинальных источников, оценку или переоценку точности экспериментальных процедур и аппроксимаций. Все данные рассматриваются критически: новые данные сравниваются с результатами более ранних работ и модельными оценками.

Одно и то же ядро может входить в большое число соотношений. Данные по реакциям представляют собой многократно переопределенную коррелированную систему соотношений между массами. Чтобы уменьшить переопределенность, проводится усреднение для реакций, включающих одни и те же ядра, например, можно усреднить разности масс  ${}^9\text{Be}(p, d){}^8\text{Be}$ ,  ${}^9\text{Be}(d, t){}^8\text{Be}$  методом наименьших квадратов с попутной оценкой отклонения. На этом и последующих этапах данным с большими отклонениями от среднего или значительными погрешностями придается меньшее значение; в крайнем случае они могут быть отброшены. Если 2 ядра связаны очень длинной цепочкой соотношений (более 10), то такая связь может не учитываться. Таким образом весь массив данных сводится к примерно 800 массам и 1500 связывающим соотношениям [43].

Все данные формализуются в виде переопределенной системы  $S$  линейных уравнений с  $Q$  данными:

$$\sum_{s=1}^S k_i^s M_s = q_i \pm dq_i, \quad (40)$$

где  $q_i \pm dq_i$  – энергия реакции с погрешностью,  $M_s$  – искомые массы,  $k_i^s$  – целочисленные коэффициенты,  $i = 1, \dots, Q$ . К примеру, реакция типа  $A(a, b)B$  будет записана как

$$M_A + M_a - M_b - M_B = q_i \pm dq_i. \quad (41)$$

Система уравнений решается методом наименьших квадратов с использованием матрицы «*flow-of-information*», которая позволяет отследить влияние каждого элемента входных данных  $q_i$  на полученные значения атомных масс.

Для того чтобы оценить тенденции поведения листов массовой поверхности и получить оценки для неизвестных масс, используются 2 типа соотношений. Первые, называемые «*производными*» («*derivatives*»), связывают массы 2-х близлежащих нуклидов. Визуально поведение поверхности лучше всего отражают энергия отделения 2-х протонов  $S_{pp}$  и 2-х нейтронов  $S_{nn}$ , а также энергия  $\alpha$ -распада ( $-S_\alpha$ ). Вторые, называемые «*разностными*» («*subtracting simple functions*»), представляют собой разность между модельной функцией и массовой поверхностью  $M(N, Z)$ . В качестве модельных функций авторы выбирают [44, 45]. Указанные соотношения рассматриваются как зависимости от  $N$  или  $Z$  на изолиниях  $Z, N, N - Z, N - 2Z, A = const$ . Оценки для неизвестных масс получают так, чтобы все графики зависимостей были как можно более гладкими, быть может, за исключением случаев завершения оболочки или сильной ядерной деформации. В дополнение к требованию одновременной регулярности всех зависимостей учитываются данные по энергиям реакции в тех областях, где эти данные известны. Для улучшения оценок используются различные корректировки, к примеру, эффект Томаса-Эрмана и свойства зарядовой симметрии, спектров и изобарических мультиплетов в протон-избыточной области.

Таким образом, систематические тренды на массовой поверхности позволяют уточнить экспериментальные значения атомных масс и сделать оценку для неизвестных масс. Если данные из разных источников дают значительно отличающиеся результаты или заметно отклоняются от массовой поверхности, то это веский повод проверить экспериментальные результаты. Нерегулярность поведения листов массовой поверхности, кроме того, может свидетельствовать о новых физических эффектах.

*Замечание.* Нас в первую очередь интересует энергия связи ядра, поэтому укажем способ рассчитать ее из данных, указанных в АМЕ16. В систематике АМЕ приведены атомные массы  $M$ , которые связаны с массой ядра  $m$  следующим образом:

$$M(N, Z)c^2 = m(N, Z)c^2 + Z \cdot m_e c^2 - B_{el}(Z), \quad (42)$$

где  $m_e$  – масса электрона,  $B_{el}(Z)$  – общая энергия связи электронов в атоме. В АМЕ приводится энергия связи  $B^{AME}$ , выраженная через массу атома водорода  $M_H$ .  $B^{AME}$  отличается от энергии связи нуклонов в ядре  $B(N, Z)$ , определенной в (29):

$$B^{AME}(N, Z) = (N \cdot m_n + Z \cdot M_H - M(N, Z))c^2 = B(N, Z) - Z \cdot B_{el}(Z = 1) + B_{el}(Z) \quad (43)$$

Энергия связи электрона в атоме водорода  $B_{el}(Z = 1) = 13,6$  эВ. В более тяжелых ядрах энергия связи электронов может достигать 700 кэВ ( $Z=92$ ) и даже около 1 МэВ для сверхтяжелых элементов.  $B_{el}$  может быть вычислена по формуле [17], в эВ:

$$B_{el}(Z) = 14,4381 \cdot Z^{2,39} + 1,55468 \cdot 10^{-6} \cdot Z^{5,35} \quad (44)$$

### 2.2.2 Метод локальных массовых соотношений

Метод локальных массовых соотношений (ЛМС) состоит в поиске массовых соотношений, которые либо плавно зависят от  $A, N, Z$ , либо вовсе равны константе. Листы массовой поверхности непрерывны  $m(N, Z)$ , поэтому создание таких соотношений возможно. Метод локальных массовых соотношений позволяет учитывать локальное поведение листов массовой поверхности  $m(N, Z)$  и предсказывать массы ядер с использованием построенных алгебраических соотношений.

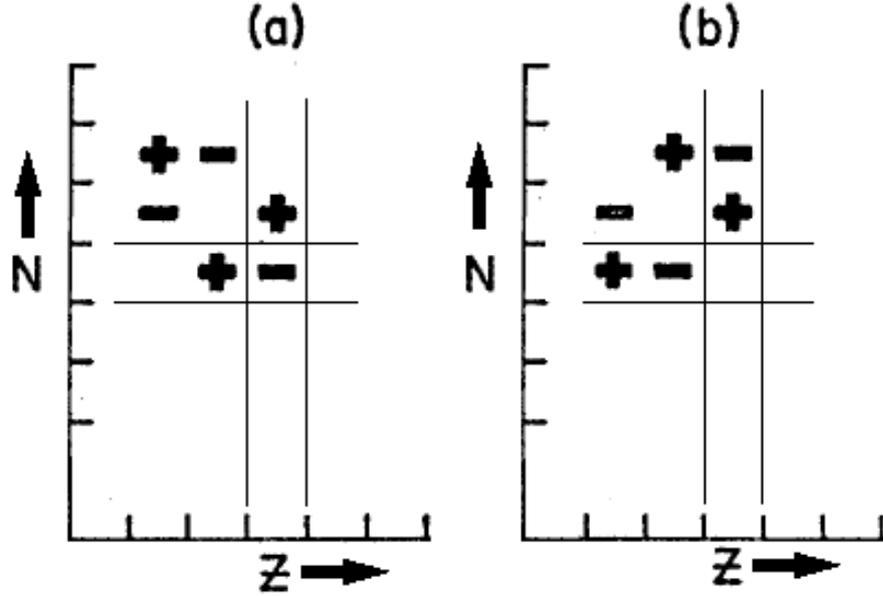


Рис. 15: Соотношения Гарви-Келсона на NZ-диаграмме: а) – поперечное, б) – продольное [47]

**Формулы Гарви-Келсона** Одними из первых были предложены соотношения Гарви-Келсона [46], которые включают в себя массы 6 близко расположенных на NZ-диаграмме нуклидов:

$$m(N+2, Z-2) - m(N, Z) + m(N, Z-1) - m(N+1, Z-2) + m(N+1, Z) - m(N+2, Z-1) = 0 \quad (45)$$

$$m(N, Z-2) - m(N+2, Z) + m(N+2, Z-1) - m(N+1, Z-2) + m(N+1, Z) - m(N, Z-1) = 0 \quad (46)$$

Рис. 15 поясняет формулы Гарви-Келсона: изображен участок карты NZ-диаграммы, где отмечены ядра, связанные в соотношениях а) и б), согласно их знакам. Формулы базируются на модели независимых частиц в самосогласованном поле и сконструированы так, чтобы сумма проекций изоспинов включенных в формулу ядер была равна 0. Предполагается, что одночастичные уровни и энергии взаимодействия лежащих на этих уровнях нуклонов медленно меняются с ростом  $A$ . Стоит отметить, что соотношения (45,46) представляют собой разность величин  $\Delta_{np}(N, Z)$  и  $\Delta_{np}(N+1, Z-1)$  или  $\Delta_{np}(N+1, Z+1)$  и равенство нулю этой разности легко видеть из формулы (24).

Предсказательная способность соотношений Гарви-Келсона достаточно велика: стандартное отклонение значений массы, полученное из 5 экспериментальных значений, от экспериментальных значений составляет 0,16–0,27 МэВ/с<sup>2</sup> для данных 1964 г. [47]. Таким образом, метод локальных массовых соотношений характеризуется хорошей точностью (для удельной энергии связи стандартное отклонение составляет от 60 до 300 кэВ [17]) и простотой расчетов. Однако если энергия перестает медленно и плавно расти, как например в области легких ядер, или мы отходим далеко от массива экспериментальных данных, то качество предсказаний с использованием массовых соотношений заметно ухудшается.

**Другие массовые соотношения** Соотношения Гарви-Келсона представляют собой такие линейные комбинации энергий связи изотопов, значение которых приблизительно равно нулю, то есть они не требуют дополнительной аппроксимации. Однако данные соотношения приводят к сильным искажениям значений масс ядер в области протонного либо нейтронного избытка. В связи с этим было предложено использовать для построения массовых соотношений величину эффективного  $np$ -взаимодействия [48]. В этой работе было показано, что эффективное  $np$ -взаимодействие должно зависеть от массового числа, а массовое соотношение, выражающее это остаточное взаимодействие, может быть использовано для предсказания масс ядер.

В предыдущих работах нами были подробно рассмотрены различные массовые характеристики для оценки  $np$ -спаривания [49, 15] и было показано, что эти характеристики в целом имеют более гладкое предсказуемое поведение с изменением массового числа  $A$ . Наиболее подходящей для обсуждаемых целей является соотношение, вытекающее из определения энергии  $np$ -спаривания  $\Delta_{np}(N, Z)$  [50] как разности энергии отделения  $np$ -пары и суммы энергий отделения нейтрона и протона (7). Зная  $\Delta_{np}(N, Z)$  и любые три энергии связи из используемых в формуле (7), можно получить четвертую, неизвестную энергию связи. Для этого необходима аппроксимация величины  $\Delta_{np}(N, Z)$ . В работе [51] была предложена аппроксимация в виде суммы двух слагаемых:

$$\Delta_{np}^{approx}(N, Z) = \overline{\Delta_{np}(A)} - \Delta_{sh}(N, Z) \quad (47)$$

Здесь  $\overline{\Delta_{np}(A)}$  – основное слагаемое, гладко зависящее от массового числа  $A$ ,  $\Delta_{sh}$  – оболочечная поправка, зависящая от характера заполнения последней оболочки нейтронами  $N$  и протонами  $Z$ . В работе [51] на основе фитирования экспериментальных значений компиляции масс атомных ядер АМЕ2003 были получены коэффициенты в зависимостях обоих слагаемых от массового числа  $A$ . Проведенное нами в [52] тестирование аппроксимации  $\Delta_{np}^{approx}(N, Z)$  работы [51] на новом массиве данных АМЕ2016 для ядер с  $A > 200$  показало, с одной стороны, хорошую точность и устойчивость полученных результатов, с другой стороны продемонстрировало несущественность полученной оболочечной поправки для нуклидов с  $Z > 82$ , тем более что для сверхтяжелых элементов ( $Z > 100$ ) оболочечная структура недостаточно исследована. Расчеты масс 341 ядра в диапазоне ядра  $A > 200$ , полученные как с учетом оболочечной поправки, так и без её учета, показали, что вклад поправки, зависящий от спина внешних нуклонов не превышает 30 эВ на нуклон. О дальнейшей разработке и применении метода ЛМС в области SHE сказано в разделе 4.1.

Работа [21], развивая идеи Гарви и Келсона, описывает большое количество ЛМС. Многие ЛМС отражают периодические изменения энергии связи ядра при изменении нуклонного состава. ЛМС позволяют исследовать зависимость энергии спаривания от  $N, Z$  и  $A$  и эффект дополнительного связывание в нечетных ядрах при  $N = Z$ .

Поскольку наша задача состояла в применении метода ЛМС в области SHE, стоит особо отметить массовые соотношения, связанные с  $\alpha$ -распадом. Как один из наиболее

важных каналов распада для нестабильных ядер,  $\alpha$ -распад постоянно изучается с момента его открытия. Велика его роль в исследованиях структуры ядра. Время жизни тяжелых ядер – одна из важнейших для эксперимента характеристик – очень чувствительно к энергии  $\alpha$ -распада (см. раздел 4.2).

Энергии  $\alpha$ -распада можно вычислить 2-мя путями: либо через энергии связи материнского и дочернего ядер, как в нашей работе (см. раздел 4.2), либо построив массовые соотношения, напрямую связывающие энергии  $\alpha$ -распада  $Q$  соседних ядер. В работе [53] было предложено использовать для оценки  $Q_\alpha$  соотношение, подобное соотношению для остаточного  $np$ -взаимодействия  $\Delta_{np}$  (7):

$$Q(N + 1, Z) + Q(N, Z + 1) - Q(N, Z) - Q(N + 1, Z + 1) \approx 0 \quad (48)$$

Подобный подход оказывается очень удобным: среднеквадратичное отклонение на ядрах с  $A \geq 200$  составляет 156 кэВ. В области SHE экспериментально измерено больше значений энергии  $\alpha$ -распада, чем энергий связи, поэтому соотношение очень удобно в использовании.

### 3 Сверхтяжелые элементы

Сверхтяжелыми, или трансфермиевыми, элементами (Super Heavy Elements, SHE) называют элементы с зарядом  $Z > 100$ . На рис. 16 представлены все известные по состоянию на 2020 г. изотопы SHE. Опишем в следующих разделах основные этапы развития экспериментальной методики и перспективы изучения SHE.

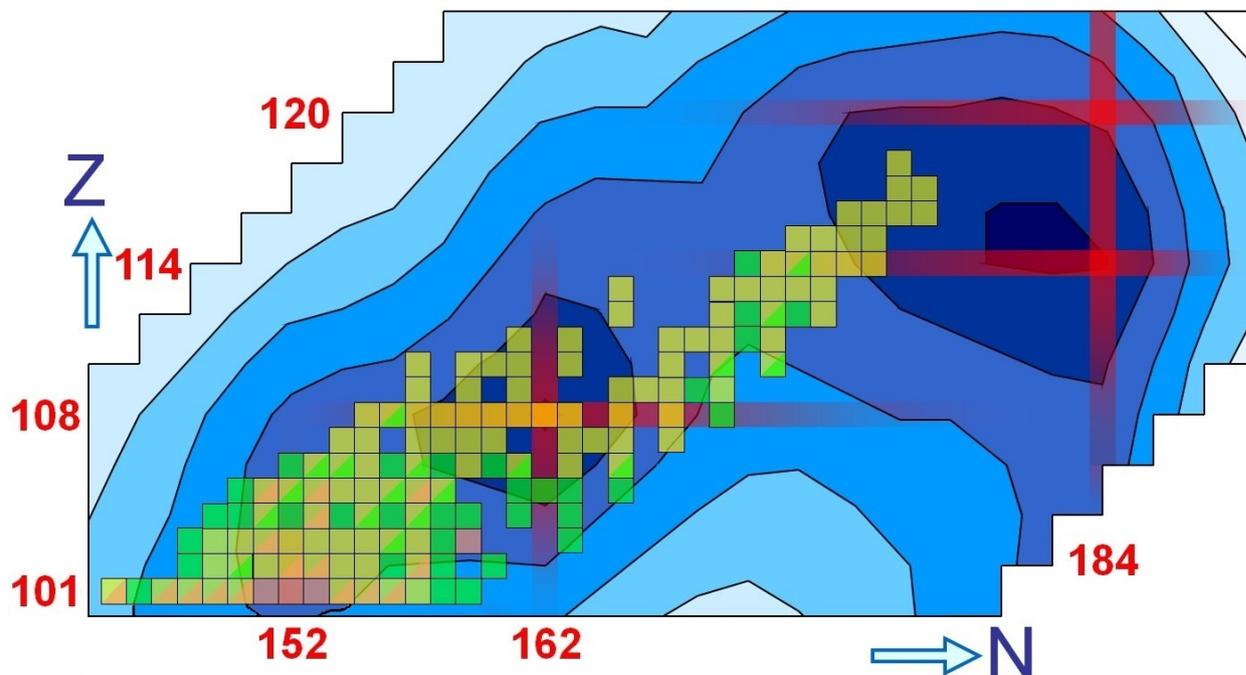


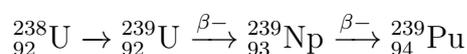
Рис. 16: Регион сверхтяжелых элементов на  $NZ$ -диаграмме [54]

#### 3.1 Эксперименты по синтезу сверхтяжелых элементов

Самым тяжелым стабильным элементом считается изотоп  ${}_{83}^{209}\text{Bi}$ , расположенный вблизи дважды магического ядра  ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ . Если двигаться к более тяжелым ядрам, то изредка находятся изотопы период полураспада которых превышает тысячу лет ( ${}^{232}\text{Th}$ ,  ${}^{235,238}\text{U}$ ,  ${}^{244}\text{Pu}$ , [2]). Из этих относительно стабильных только изотопы урана и тория встречаются в природе в достаточном количестве, чтобы их можно было использовать для синтеза элементов с порядковыми номерами  $Z > 92$ . Путь к сверхтяжелым элементам начинался с реакций захвата нейтронов.

##### 3.1.1 Исторические методы

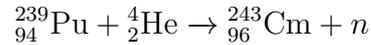
В ядерных реакторах в ходе цепной реакции распада урана создаются интенсивные пучки нейтронов, так что некоторые из ядер могут захватить несколько нейтронов. Ядра с нейтронным избытком испытывают  $\beta^-$ -распад, приходя к более устойчивой нуклонной конфигурации [55]. Так, химические элементы с  $Z = 93, 94$  и были получены в результате облучения нейтронами урана  ${}^{238}\text{U}$  с последующим распадом в нептуний и плутоний [56]:



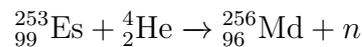
Также в ядерном реакторе были синтезированы изотопы элементов  $Z = 95, 96$  [57]. С помощью последовательного захвата нейтронов в реакторе можно получить нуклиды

вплоть до  ${}_{99}\text{Es}$ , который является  $\alpha$ -излучателем. В условиях неуправляемой реакции при термоядерном взрыве (испытание «Майк» на атолле Enewetak в 1952 году) был получен изотоп  ${}^{255}\text{Fm}$  с зарядом  $Z = 100$  [58]. Дальнейший синтез невозможен, поскольку получаемые в реакциях последовательного захвата нейтронов изотопы имеют небольшое время жизни. Кроме того, для тяжелых изотопов с ростом  $A$  в среднем повышается вероятность спонтанного деления или  $\alpha$ -распада.

Синтез ядер тяжелее урана может происходить не только в реакциях нейтронного захвата, но и в реакциях с частицами тяжелее нейтрона – дейтерием и  $\alpha$ -частицами:



Синтез на легких ионах  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{14}\text{N}$  позволил найти новые пути синтеза  ${}_{98}\text{Cm}$ . Новый 101-й элемент, названный в честь создателя периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева, был синтезирован в реакции эйнштейния с  $\alpha$ -частицей в 1955 г. [59]:



В первой серии экспериментов было получено всего 17 ядер 101-го элемента, а скорость синтеза составляла около 1 ядра в час. Такая маленькая продуктивность, характерная для всех реакция синтеза SHE, связана с неустойчивостью ядер мишени относительно распада и их малым количеством. Указанные факторы приводят к чрезвычайно малому выходу и усложнению идентификации полученных элементов [55].

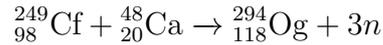
При слиянии ядер мишени даже с лёгкими ионами, такими как гелий  ${}^4\text{He}$  и углерод  ${}^{12}\text{C}$ , тяжёлые ядра «нагреваются» до энергии 20–40 МэВ, вследствие чего метод получил название «горячего синтеза» [60]. Чем больше атомный номер ядра-снаряда, тем большую энергию ему необходимо сообщать для преодоления электрических сил. Взаимодействие ионов с ядрами приводит к перестройке внутренней структуры ядра-мишени. Ядро может обладать большим угловым моментом (до  $80h$ ) и быть гипердеформированным – соотношение осей может достигать 1:3 [61]. Переход в основное состояние происходит посредством испускания нейтронов и гамма-лучей. Однако нагретое тяжёлое ядро лишь в 1% случаев может испускать нейтрон: в основном оно делится на два осколка, т. к. энергия ядра существенно выше высоты его барьера деления. Обычно нагретое до энергии около 40 МэВ ядро «охлаждается» с испарением 4 или 5 нейтронов, вследствие чего вероятность выживания будет всего  $10^{-8} - 10^{-10}$ . Тем не менее, в реакциях с легкими ионами He, C, N, O были синтезированы элементы с 101 по 106.

### 3.1.2 Современные методы и перспективы

В 1974 году был открыт метод *холодного слияния*, который позволил продвинуться дальше в область с  $Z > 106$ . В этих реакциях в качестве мишенного материала используются магические ядра стабильных изотопов –  ${}_{83}^{209}\text{Bi}$  или  ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ , которые бомбардируются ионами тяжелее аргона –  ${}_{28}^{62}\text{Ni}$ ,  ${}_{26}^{54}\text{Fe}$  и другими. В процессе слияния высокая энергия связи нуклонов в магическом ядре-мишени приводит к поглощению части энергии при перестройке двух взаимодействующих ядер, что приводит к понижению энергии возбуждения до 12–20 МэВ. Реакции холодного слияния массивных ядер позволила синтезировать 6 новых элементов от 107 до 112.

Последние успехи в области синтеза связаны с использованием дважды магического ядра  ${}_{20}^{48}\text{Ca}$ . В качестве мишеней использовать искусственные элементы: плутоний  ${}^{94}\text{Pu}$ , америций  ${}^{95}\text{Am}$  или кюрий  ${}^{96}\text{Cm}$ . Магическая структура  ${}_{20}^{48}\text{Ca}$  позволяет снизить энергия возбуждения полученных сверхтяжёлых ядер до 30–35 МэВ. Их переход в основное

состояние сопровождается эмиссией трёх нейтронов и  $\gamma$ -лучей, к примеру:



Развитие экспериментальной техники в последние годы и, прежде всего, получение интенсивных пучков ионов  ${}_{20}^{48}\text{Ca}$  на ускорителях нового поколения, позволили увеличить чувствительность эксперимента почти в 1000 раз. Эти достижения были использованы в новой попытке синтеза сверхтяжёлых элементов. Так, в ОИЯИ с помощью данного метода удалось синтезировать многие изотопы с  $Z = 112\text{--}118$  [62]. Продуктивность реакций с  ${}_{20}^{48}\text{Ca}$  зачастую более высокая: одна месячная серия экспериментов по синтезу 115-го элемента, при распаде которого образуется изотоп 113-го элемента [63], по числу зарегистрированных событий превзошла 9-летний эксперимент по холодному синтезу 113-го элемента в реакции  ${}^{70}\text{Zn} + {}^{209}\text{Bi}$  в RIKEN [64],

Попытки синтезировать элементы с номерами  $Z > 118$  уже проводились, есть основания полагать, что некоторые из них были успешны [65] (GSI), но требуют подтверждения в других лабораториях. Экспериментальный выход в реакциях по синтезу SHE по-прежнему чрезвычайно мал: сечение реакций  $\sigma < 100$  фб [66]. Для изучения химических и физических свойств требуется повысить светимость пучков. С этой целью создана установка *SHE-factory*. На этой установке, запущенной в 2019 г., планируется синтезировать новые изотопы известных SHE в реакциях с тяжелыми ионами  ${}^{50}\text{Ti}$ ,  ${}^{54}\text{Cr}$ , провести исследования по ядерной спектроскопии и точно измерить массы SHE. Реакции с ионами  ${}^{50}\text{Ti}$  рассматриваются как способ синтезировать изотопы с  $Z = 119, 120$  [67].

## 3.2 Физические свойства

Распределение нуклонной плотности и спинов нуклонов содержат основную информацию об объемных свойствах ядер. Однако прямое определение распределений протонов и нейтронов в сверхтяжелых ядрах практически недоступно из-за их очень короткого времени жизни (методы лазерной спектроскопии позволяют определить среднеквадратичный радиус и квадрупольный момент только для нобелия) [68]. Теоретические разработки предсказывают необычное распределение плотности в ядре: нуклоны могут формировать кольцевые, тороидальные и пузырьковые структуры. К примеру, предполагают, что для изотопов Og характерно снижение плотности протонов в центре ядра [69]. Этот эффект объясняется сильным кулоновским отталкиванием в SHE.

Как показывают расчеты, положение одночастичных уровней в сверхтяжелых ядрах оказывается сильно зависящим от моделей. Во-первых, плотность уровней одночастичных состояний велика, и небольшие изменения модельных параметров приводят к значительному изменению расстояний между уровнями и их порядком. Во-вторых, на оболочечную структуру сверхтяжелых ядер влияет кулоновское взаимодействие: для протонов это может приводить к преимущественному заселению верхних уровней и исчезновению разрывов между оболочками. Существующие ядерные модели среднего поля не имеют спектроскопического качества и дают разные предсказания о порядке уровней, однако большинство из них сходятся на том, что стабилизирующие эффект оболочек будет наблюдаться в области ядер при  $N \approx 172 - 184$  и  $Z \approx 112 - 126$  [70, 71]. Эту зону относительно устойчивых элементов называют «островом стабильности», который отмечен на рис. 16 темно-синим цветом в правой верхней части. Деформации тоже оказывают влияние на стабильность ядер: переход от сплюснутой к сферической форме ядра может обуславливать повышенную устойчивость сферических ядер с числом  $N \sim 184$  [72].

Одной из основных мод распада в области SHE является  $\alpha$ -распад. Цепочки  $\alpha$ -распадов используются для идентификации синтезированных элементов. Расчет среднего времени жизни при  $\alpha$ -распаде основывается на оценке проницаемости барьера деления через энергию  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$ . Эмпирически связь логарифма периода полураспада по  $\alpha$ -каналу с  $Q_\alpha$  была установлена еще Гейгером и Неттолом в 1911 г [73]. Г. Гамов [74] и независимо от него Герни и Кондон [75] предложили рассматривать процесс  $\alpha$ -распада как туннелирование  $\alpha$ -частицы сквозь потенциальный барьер в поле ядра. Практически все расчеты проводятся по формулам, представляющим собой модификации закона Гейгера-Неттола. По этой причине результаты расчетов в разных работах согласуются между собой, но не всегда достаточно хорошо сходятся с экспериментальными значениями [68]. На значения энергии  $\alpha$ -распада оказывает влияние форма ядра, а также перестройка внутренней структуры ядра. Для нуклидов с нечетным  $N$  период полураспада может быть значительно увеличен из-за изменений в конфигурации ядра [72]. Большой разрыв в значениях энергии  $\alpha$ -распада между Hs и Ds может быть связан с закрытием нейтронной подболочки вокруг  $N \sim 164$  [76].

Для SHE помимо канала  $\alpha$ -распада характерно спонтанное деление (*spontaneous fission, SF*). Синтезированный нуклид либо сам делится, либо после испускания нескольких  $\alpha$ -частиц расщепляется на 2 крупных осколка. Точное моделирование процесса спонтанного деления затруднено, поскольку деление ядер – квантовомеханический процесс коллективного движения нуклонов. Периоды полураспада спонтанного деления в тяжелых и сверхтяжелых элементах охватывают диапазон в более чем 35 порядков [77]. Предполагается, что внутренний барьер деления у SHE меньше, чем у актинидов, а внешний барьер будет низким или вовсе не будет существовать из-за кулоновского отталкивания. Время жизни относительно спонтанного деления обычно рассчитывается путем оценки вероятности туннелирования через многомерную поверхность потенциальной энергии [78]. В этом контексте предсказание времени жизни SF зависит от таких факторов, как точка нулевой энергии и число степеней свободы в коллективном движении. Также на деление оказывает влияние ядерное спаривание [68].

Стоит отметить, что для некоторых сверхтяжелых изотопов характерен кластерный распад [79], который для ядер  $Z \geq 118$  может составить конкуренцию и спонтанному делению и  $\alpha$ -распаду [80].

Как было сказано выше, массы ядер определены только для малого числа изотопов SHE – в основном для самых легких из них, с 101 по 106 элементы. Метод локальных массовых соотношений в области SHE позволяет получать оценки для массы и энергии  $\alpha$ -распада SHE. Полученные оценки используются для прогнозирования свойств нуклидов и настройки устройств, предназначенных для регистрации синтезированных изотопов.

## 4 Применение массовых соотношений в области сверхтяжелых элементов

Метод локальных массовых соотношений (ЛМС) в области сверхтяжелых ядер может успешно применяться для получения оценок энергии связи, энергии  $\alpha$ -распада и периода полураспада по  $\alpha$ -каналу.

### 4.1 Методика расчета в области SHE

Для того чтобы применять метод ЛМС, необходимо выбрать массовое соотношение, связывающее энергии связи нескольких изотопов. Выбранное соотношение должно быть достаточно гладким, поскольку нужно найти для него аппроксимацию. Оно может иметь значение примерно постоянное или медленно меняющееся с ростом  $A$ ,  $Z$  или  $N$ . Для массового соотношения предлагается аналитическая зависимость с 1–3 свободными параметрами, обычно в виде экспоненты, степенной или линейной функции; параметры определяются подгонкой к экспериментальным данным, затем оценивается качество аппроксимации - вычисляется стандартное отклонение.

Массовые соотношения рассматриваются на линиях изотопов, изотонов, изобар, линиях  $N - Z = const$ . Для достижения большей гладкости массив ядер может быть разбит на подмассивы по четности  $A$ ,  $Z$  или  $N$  - так можно избежать четно-нечетных колебаний. Иногда, чтобы еще лучше учесть локальное поведение массовой поверхности, аппроксимация делается не на всех ядрах, а только на ядрах в пределах одной оболочки или для каждой изолинии в отдельности. Кроме того, удобно выбирать локальные соотношения, объединяющие энергии связи 3-4 нуклидов, поскольку в области SHE массы известны меньше, чем у 20% изотопов. Полученные аппроксимации можно использовать для интерполяции, заполняя «дыры» на  $NZ$ -диаграмме, и экстраполяции в область неизвестных изотопов.

#### 4.1.1 Остаточное $np$ -взаимодействие. 101–106 элементы

Для получения оценок энергии связи было выбрано гладкое соотношение  $\Delta_{np}$  (7) для остаточного  $np$ -взаимодействия, включающее в себя энергии связи 4 ядер. Для  $\Delta_{np}$  была предложена следующая аппроксимация:

$$\Delta_{np}^{approx}(A) = C_1 + C_2 A^\gamma \quad (49)$$

В работе [15] была показана особая чувствительность выбранной характеристики к четности массового числа  $A$ . Для нечетных значений  $A$ , согласно оболочечной модели [11],  $\Delta_{np} \approx 0$  (см. раздел 1.2) и величина  $\Delta_{np}$  фактически не зависит от  $A$ . Степенная зависимость  $\Delta_{np}$  для четных по  $A$  ядер не столь очевидна, однако ее принято описывать как  $\Delta_{np} \sim A^{-1}$  [21]. Соответственно в данном случае основной вклад дает коэффициент  $C_2$  при степенной зависимости, а значение параметра  $C_1$  близко к нулю. Таким образом, значения  $\Delta_{np}^{approx}(A)$  разделяются на две ветви, для каждой из которых была определена отдельная зависимость от  $A$  (см. рис. 17). Коэффициенты аппроксимации (приведены в табл. 3), были получены для ядер  $A \geq 180$  за исключением области около магических чисел  $Z = 81, 82, 83$ ,  $N = 125, 126, 127$  на основе экспериментальных данных из АМЕ2016 [25].

Зная энергии связи 3-х ядер, можно получить оценку для энергии связи 4-го ядра:

$$B(N, Z) = B(N, Z - 1) + B(N - 1, Z) - B(N - 1, Z - 1) + \Delta_{np}^{approx}(N + Z) \quad (50)$$

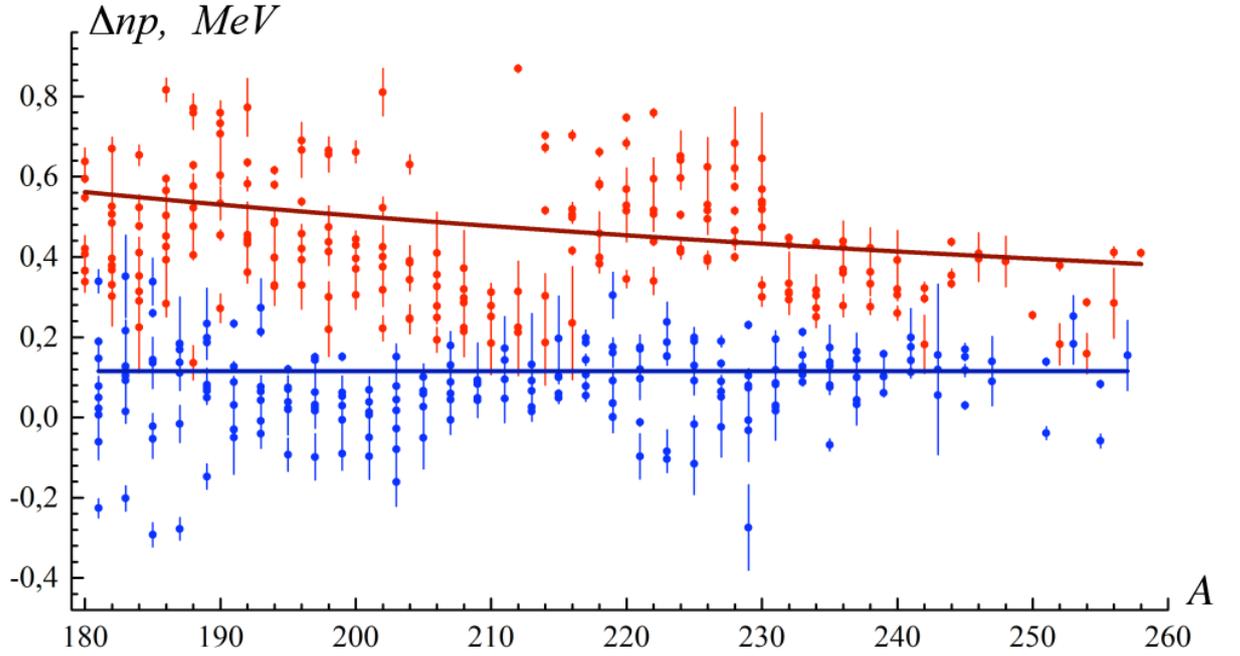


Рис. 17:  $\Delta_{np}$  (точки) и  $\Delta_{np}^{approx}$  (кривые) для ядер с  $A > 200$ . Красным цветом обозначены четные  $A$ , синим — нечетные  $A$ .

Таблица 3: Значения коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  в  $\Delta_{np}^{approx}(A)$  для  $A \geq 180$  и соответствующие значения среднеквадратичных отклонений  $\sqrt{\sigma^2}$ .

	$C_1$ , кэВ	$C_2$ , кэВ	$\gamma$	$\sqrt{\sigma^2}$ , кэВ
$A$ — четные	$-0,03 \pm 0,08$	$107 \pm 17$	1	153
$A$ — нечетные	$0,116 \pm 0,005$	—	—	111

Формула имеет 4 варианта записи: любую из 4-х энергий связи можно выразить через 3 другие. Расчет начинают с экспериментального массива данных, применяя один из вариантов формулы (50) для получения оценок энергии связи. Если для искомого изотопа известны все восемь энергий связи соседних ядер, то существует четыре способа определения неизвестной энергии связи. В таком случае определяется 4 расчетных значения  $B(N, Z)$  и вычисляется их среднее арифметическое. Если данных недостаточно, аналогично используются 3, 2 или только 1 расчетное значение. На втором шаге вычисляются новые значения энергий связи с использованием оценок первого шага и, если есть, экспериментальных данных. Таким образом, энергии связи соседних ядер рассчитываются последовательно, начиная с той области, где имеются данные. Итерационная процедура — вычисления ведутся до 10 шагов — позволяет предсказывать энергию связи изотопов на  $NZ$ -диаграмме как для пропусков внутри экспериментального массива данных, так и вне его (см. рис. 18).

С помощью аппроксимации  $\Delta_{np}^{approx}$  были получены оценки энергии связи для изотопов элементов с  $Z = 101 - 106$ . С помощью соотношения для остаточного  $np$ -взаимодействия  $\Delta_{np}$  удастся получить оценку энергии связи для ядер только до  $Z = 106$   $N = 157$ . Формула объединяет 4 ядра в «квадрат» на  $NZ$ -диаграмме, и, начиная с экспериментальных значений, по «квадратам» можно дойти только до указанного нуклида.

В разделе 4.2 представлены результаты расчетов удельной энергии связи (4.2.1),

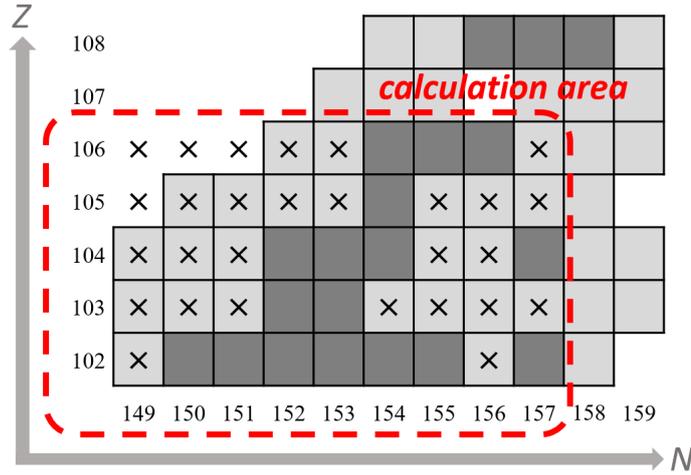


Рис. 18: Темно-серые клетки — ядра с известными массами, кресты (×) — ядра с рассчитываемыми значения масс

энергии  $\alpha$ -распада (4.2.2), оценки для которой получены на основе оценок энергии связи дочернего и материнского ядер, а также периода полураспада по  $\alpha$ -каналу (4.2.3). Периоды полураспада вычислены на основе формулы Вайолы-Сиборга.

#### 4.1.2 Диагональные и линейные соотношения. 107–110 элементы

Соотношение для остаточного  $np$ -взаимодействия  $\Delta_{np}$ , включающее в себя энергии связи 4 ядер (7), имеет большую предсказательную способность: с его помощью нетрудно получать оценки энергий связи для любых ядер с  $Z \leq 106$   $N \leq 157$ . Описанная выше процедура работает очень хорошо в тех областях  $NZ$ -диаграммы, где достаточно экспериментальных данных.  $\Delta_{np}$  позволяет определять, какие нуклиды находятся на границах существования. Особенно хорошей точности можно достичь в области средних ядер  $A \gtrsim 100$ –200 [81].

Для того чтобы получать предсказания энергии связи в регионе SHE для элементов с  $Z > 106$  необходимо было найти другие массовые соотношения, гладкие и включающие в себя малое число ядер. С этой целью рассматривались энергии отделения двух протонов  $S_{pp}$  (формула (1)) и двух нейтронов  $S_{nn}$  (формула (2)), а также диагональная характеристика  $\Delta_{np}^3$  (формула (8)).

Таблица 4: Константа аппроксимации  $\Delta_{np}^3 = -const$  на изолиниях  $N - Z = 49, 51, 53, 55$

	$(-1) \times \Delta_{np}^3$ , МэВ	Сркв. отклонение $\sigma$ , МэВ
Все нечетные $A$	$0,150 \pm 0,011$	0,115
49	$0,114 \pm 0,025$	0,117
N-Z	51	$0,15 \pm 0,03$
	53	$0,197 \pm 0,029$
	55	$0,2 \pm 0,03$

Диагональная характеристика  $\Delta_{np}^3$  делится по четности массового числа  $A$  на две ветви (см. рис. 10, 11). Была выбрана ветвь с нечетным  $A$ , т.к. в этом случае  $\Delta_{np}^3 \approx 0$ . Диагональное соотношение было аппроксимировано константой для на изолиниях  $N - Z = 49, 51, 53, 55$  и для всех нечетных  $A$  в для нуклидов с  $Z > 83, N > 127$  (см.

полученные значения 4). Эти линии выбраны, поскольку они связывают экспериментальные значения для элементов 106, 108 и 110. С помощью найденных зависимостей было получено 7 опорных массовых точек в области  $Z > 106$  и  $N > 157$ : на линии  $N - Z = 49$  –  ${}_{107}\text{Bh}_{156}$ ,  ${}_{109}\text{Mt}_{158}$ , на линии  $N - Z = 51$  –  ${}_{107}\text{Bh}_{158}$ ,  ${}_{108}\text{Hs}_{159}$ , на линии  $N - Z = 53$  –  ${}_{106}\text{Sg}_{159}$ ,  ${}_{107}\text{Bh}_{160}$ , на линии  $N - Z = 55$  –  ${}_{104}\text{Rf}_{160}$ . Массы остальных ядер с  $Z = 107 - 110$  оценивались по вариациям формулы (50). Однако, как показали результаты сравнения с результатами других экспериментов, данная характеристика дает неудовлетворительные предсказания для удельной энергии связи (рис. 21) и энергии  $\alpha$ -распада (рис. 24). На графике удельной энергии связи имеется излом при  $N = 159$ , а энергия  $\alpha$ -распада для  $Z = 110$  имеет неправдоподобно высокое значение. Несмотря на небольшое стандартное отклонение в 0,11 МэВ, колебания  $\Delta_{np}^3$  относительно среднего значения и большое количество шагов (7-15) приводят к плохому качеству предсказаний.

Энергии отделения двух протонов и двух нейтронов  $S_{pp}$  и  $S_{nn}$  позволяют получать гораздо более точные оценки. Эти величины, будучи рассмотрены на линиях изотопов ( $S_{nn}(N)$ ) и изотонов ( $S_{pp}(Z)$ ), ведут себя линейным образом (рис. 19).

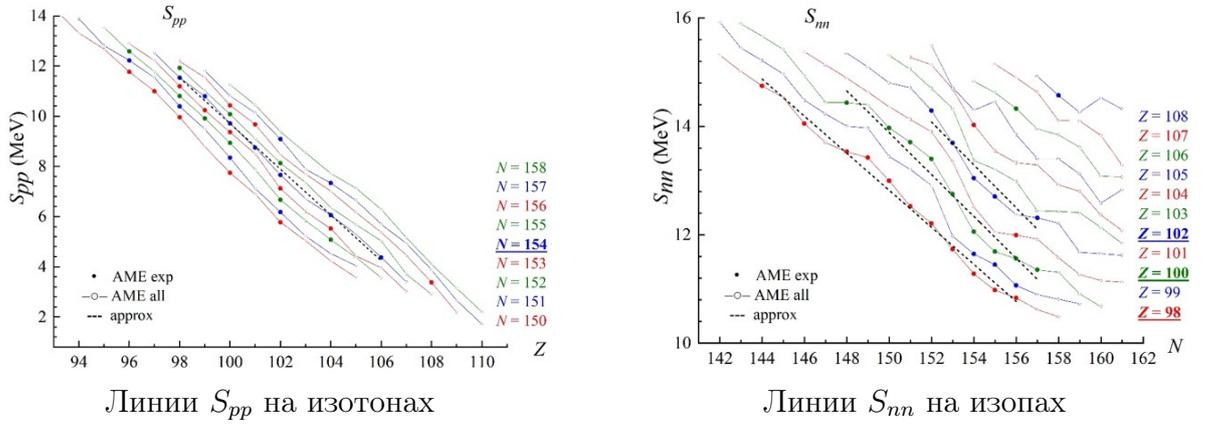


Рис. 19: Линейность энергий отделения 2-х нуклонов

Таблица 5: Параметры  $a$  и  $b$  аппроксимаций  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$  и  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$

Соотношение	a	b
$S_{pp}$	$-0,910 \pm 0,021$	$100,7 \pm 2,1$
$S_{nn}$	$-0,39 \pm 0,03$	$72 \pm 4$

Для получения 8 значений энергий связи за пределами прямоугольника  $Z \leq 106$   $N \leq 157$  были выбраны 2 линии с достаточным числом ядер для аппроксимации: линия  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$ , получены оценки для ядер с  $Z = 107-110$ ; линия  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$ , получены оценки для ядер с  $N = 158-161$ . Параметры линейной аппроксимации:

$$\begin{aligned} S_{pp}(Z) &= a \cdot Z + b \\ S_{nn}(N) &= a \cdot N + b \end{aligned} \quad (51)$$

приведены в табл. 5. Далее применялось соотношение  $\Delta_{np}$  по формуле (50), чтобы рассчитать энергии связи остальных ядер с  $Z = 107 - 110$  (о процедуре расчета см. раздел 4.1). Ограничения метода связаны с тем, что линии изотопов и изотонов уводят от диагонали известных ядер, где есть небольшое число экспериментальных данных. Большое количество шагов (до 15) может немного ухудшить качество предсказаний. Результаты расчетов для нуклидов в области  $Z = 107 - 110$  приведены в следующем разделе 4.2.

## 4.2 Результаты

### 4.2.1 Удельная энергия связи

В этом разделе представлены результаты расчетов для удельной энергии связи:

$$\varepsilon(N, Z) = \frac{B(N, Z)}{N + Z} \quad (52)$$

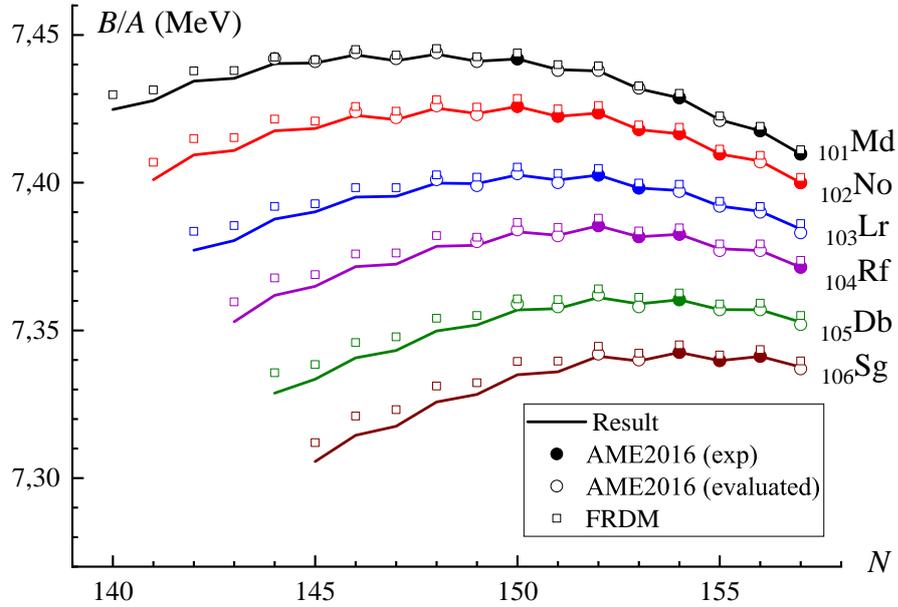


Рис. 20: Удельная энергия связи для изотопов  $Z = 101 - 106$

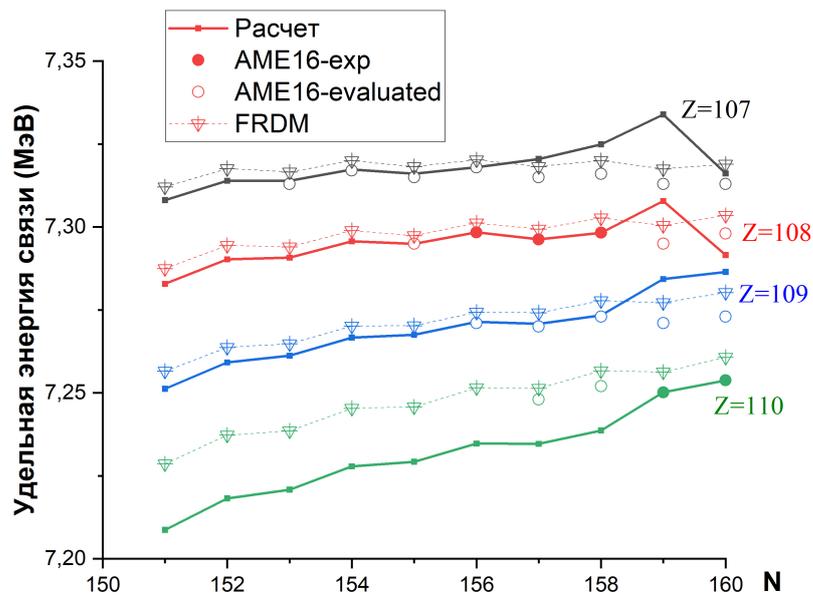


Рис. 21: Удельная энергия связи для изотопов  $Z = 107 - 110$  через  $\Delta_{np}^3$

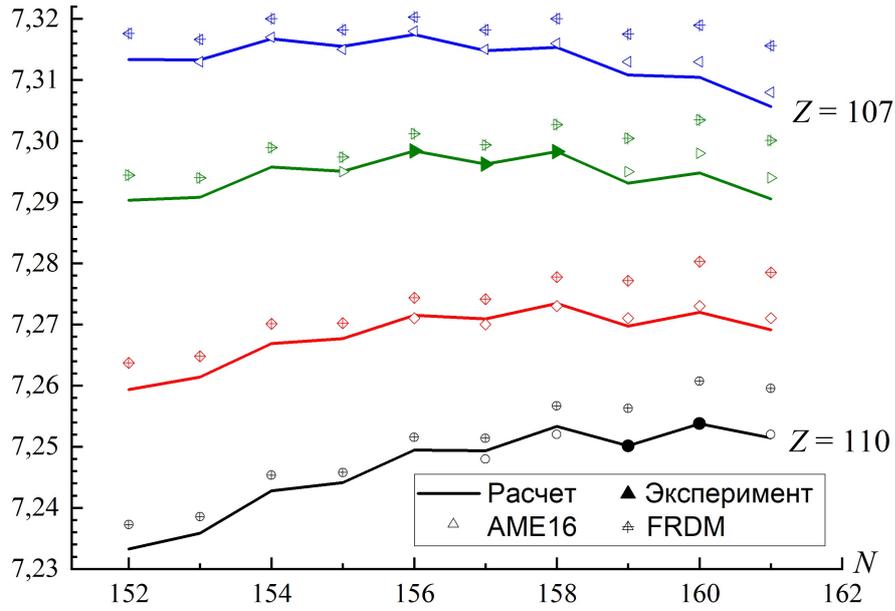


Рис. 22: Удельная энергия связи для изотопов  $Z = 107 - 110$  через энергии отделения  $S_{pp}, S_{nn}$

На настоящее время экспериментально получено около 150 изотопов в области трансфермиевых элементов, однако, согласно АМЕ2016 [25], экспериментально значения масс определены только для 22 из них. На рис. 20 представлены результаты расчетов удельных энергий связи  $\epsilon$  для изотопов  $Z = 101 - 106$ . Для нуклидов с известными экспериментальными массами указаны экспериментальные значения. Полученные результаты для энергий связи находятся в хорошем соответствии с оценками АМЕ2016 и расчетами в модели жидкой капли конечного радиуса FRDM [42] вблизи экспериментально изученных ядер.

На рис. 22 представлены результаты расчетов удельных энергий связи  $\epsilon$  для изотопов  $Z = 107 - 110$  и сравнение с оценками АМЕ2016 [25] и расчетами в модели жидкой капли конечного радиуса FRDM [42]. Закрашенные маркеры соответствуют нуклидам с известными экспериментальными массами. Полученные результаты для энергий связи находятся в хорошем соответствии с оценками АМЕ2016 и слегка расходятся с расчетами в модели жидкой капли конечного радиуса FRDM. Расчеты удельной энергии связи демонстрируют наличие локального максимума в области экспериментальных точек (5 закрашенных маркеров), который смещается в область ядер с большим числом нейтронов, что неудивительно: известно, что наиболее устойчивые ядра имеют определенное соотношение  $N/Z$ , которое в области SHE достигает значений 1,5.

#### 4.2.2 Энергия $\alpha$ -распада

Энергия  $\alpha$ -распада определяется с использованием расчетных энергий связи и для начального, и для конечного ядер:

$$Q_{\alpha}(N, Z) = B(N - 2, Z - 2) + B(2, 2) - B(N, Z) \quad (53)$$

Результаты расчетов для  $Z = 101 - 106$  приведены на рис. 23. Для данной характеристики объем экспериментальной информации больше: в систематике АМЕ2016 приведены данные для 28 изотопов. Поскольку в оценке энергии связи присутствуют экспериментальные данные по соседним изотопам, эффективно особенности структуры ядер в данной области учитываются верно.

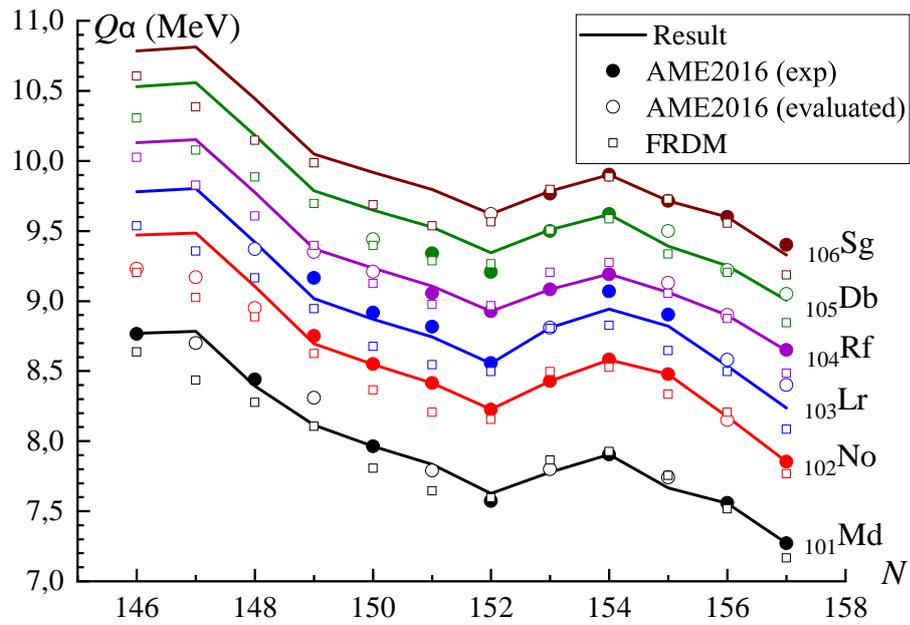


Рис. 23: Энергия  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  для изотопов  $Z = 101 - 106$

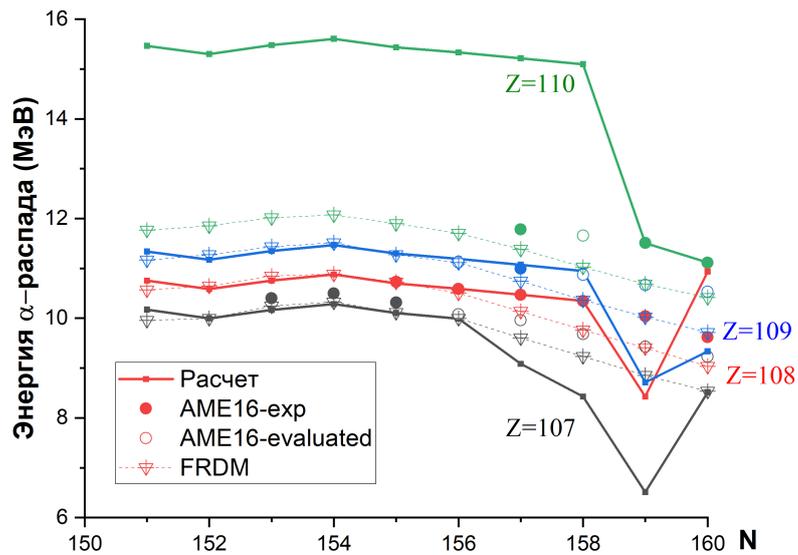


Рис. 24: Энергия  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  для изотопов  $Z = 107 - 110$  через  $\Delta_{np}^3$

Расчеты энергии  $\alpha$ -распада для ядер с  $Z = 107 - 110$  приведены на рис. 25. Сравнение с экспериментальными данными (закрашенные маркеры), что наши предсказания не везде верно отражают тенденции изменения энергии  $\alpha$ -распада. Наблюдается маленький пик при  $N=159$ , не вполне соответствующий экспериментальным точкам. Его появление может быть связано с тем, что экстраполируемые значения энергии связи с линии  $S_{pp}(Z)$  при  $N = 154$ , линии  $S_{nn}(N)$  при  $Z = 100$  и экспериментальные значения энергии связи для ядер с  $Z = 106$  и  $108$  вступают в противоречие. Наши предсказания и оценки модели FRDM для  $N = 154$  наводят на мысль, что здесь присутствует локальный максимум в энергии  $\alpha$ -распада, однако предсказания и экспериментальные

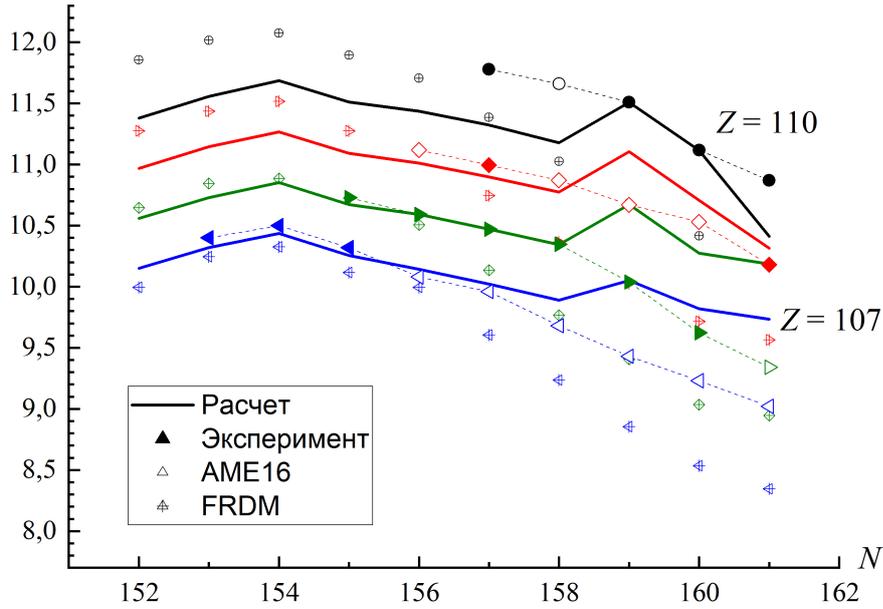


Рис. 25: Энергия  $\alpha$ -распада  $Q_\alpha$  для изотопов  $Z = 107 - 110$  через энергии отделения  $S_{pp}, S_{nn}$

точки из AME16, возможно, свидетельствуют либо о его отсутствии для  $Z = 109, 110$ , либо о его значительном поднятии, т.е. о заметном увеличении энергии  $\alpha$ -распада.

#### 4.2.3 Период полураспада по $\alpha$ -каналу

На основе известной энергии  $\alpha$ -распада может быть получена оценка для времени жизни сверхтяжелого нуклида. Такой подход базируется на известном законе Гейгера-Неттола (см. раздел 3.2). Позднее было предложено большое количество формул с дополнительным учетом зависимости периода полураспада ядра от заряда, массового числа, фактора изоспиновой асимметрии и т.д.

Нашей целью был поиск наиболее точной формулы для области  $Z > 82$ , где лежат SHE. Мы исключили из рассмотрения соотношения, включающие центробежный барьер и угловой момент вылетающей  $\alpha$ -частицы (например [82]), поскольку в области SHE определение спинов распадающихся и образующихся в результате  $\alpha$ -распада нуклидов затруднено: неочевиден порядок заполнения ядерных оболочек. С точки зрения эксперимента, спин в области SHE достоверно известен в основном у четно-четных ядер ( $J^p = 0^+$ ), для изотопов элементов  ${}_{101}Md$   ${}_{102}No$  имеются указания на спин ядер. Для остальных нуклидов ядерная спектроскопия еще не позволяет определить спин [83].

Стандартной методикой определения периода полураспада является использование эмпирического соотношения Вайоллы-Сиборга [84]:

$$\lg T_{1/2}^\alpha = \frac{(cZ + d)}{\sqrt{Q_\alpha}} + (fZ + e) + h_{log}. \quad (54)$$

На массиве экспериментальных значений  $Q_\alpha$  для ядер 102-106 элементов [25] были протестированы различные параметризации формулы (54) (VS1 [85], VS2 [86], VS3 [87]), а также другие предложенные в литературе выражения (соотношения Ройера [88], Пархоменко-Собичевского (PS) [87] и Акгаву-Роенагу (AP) [89]). В табл. 6 приведены среднеквадратичные отклонения  $\sigma$  для расчетных значений логарифма периода полураспада  $\lg T_\alpha$ . Как видно, современные соотношения воспроизводят экспериментальные

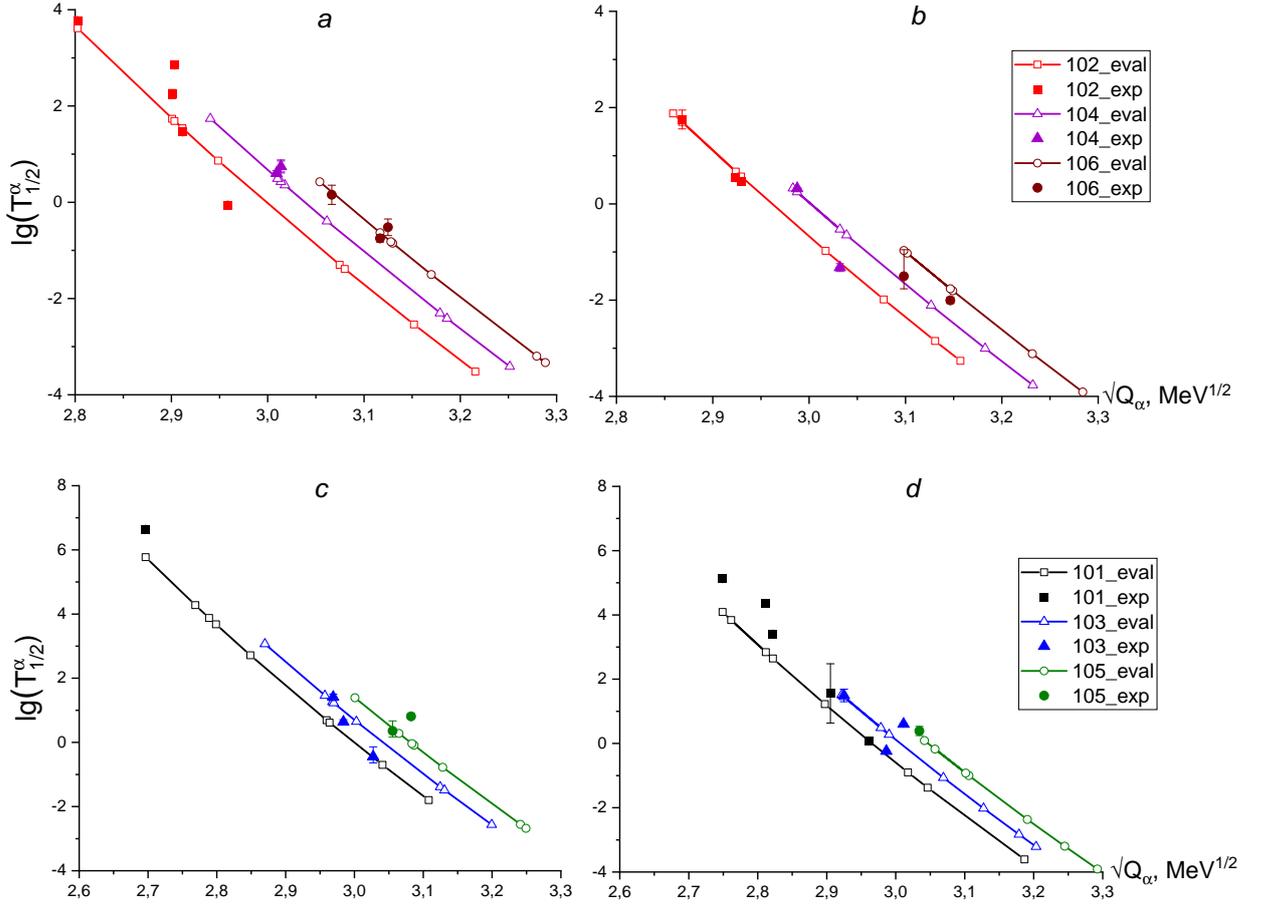


Рис. 26: Десятичный логарифм периода полураспада в зависимости от корня из энергии  $\alpha$ -распада для изотопов с различными  $Z$  и  $N$ : а — четно-нечетных, б — четно-четных, с — нечетно-нечетных и д — нечетно-четных. Сплошные линии и белые точки соответствуют результатам данной работы.

данные с весьма близкой точностью. На основе приведенных результатов для дальнейших расчетов мы использовали параметризацию VS3 [87], где  $c = 1,3892$ ,  $d = 13,862$ ,  $f = -0,1086$  и  $e = -41,458$ , фактор  $h_{log}$  равен 0, 0,437, 0,641 и 1,024 для четно-четных, четно-нечетных (четных по  $Z$ ), нечетно-четных и нечетно-нечетных ядер соответственно.

Таблица 6: Среднее значения отклонений расчетных и экспериментальных расчетных значений  $\lg T_\alpha$  для ядер  $102 < Z < 106$ .

Соотношение	VS1	VS2	VS3	Ro	AP	PS
Ref.	[85]	[86]	[87]	[88]	[89]	[87]
$\sigma$	0,997	1,122	0,979	0,986	0,995	0,997

На рис. 26 представлены расчетные зависимости  $\lg T_{1/2}^\alpha(\sqrt{Q_\alpha})$  в сравнении с экспериментальными данными [2]. Поскольку расчеты выполнены с использованием соотношения (54), все полученные значения принадлежат гладким кривым, в то время как экспериментальные данные имеют значительные отклонения от данной систематики. Соотношение Виолы-Сиборга точнее описывает данные по ядрам с четным  $A$  (рис. 26

в, с), соответственно можно ожидать, что для четных изотопов предсказания будут более надежными.

## Выводы

На основе современной систематики масс ядер АМЕ2016 предложена аппроксимация массовых соотношений для остаточного  $np$ -взаимодействия и с ее использованием рассчитаны энергии связи в области сверхтяжелых ядер  $Z = 101 - 110$ . Сравнение с экспериментальными данными в области известных масс ядер показало, что среднеквадратичное отклонение предсказанных энергий связи для изотопов  $Z = 101 - 106$  составляет около 0,15 МэВ, что превышает точность большинства существующих методов оценки масс атомных ядер. Для изотопов  $Z = 107 - 110$  согласие с экспериментом наблюдается на том же уровне точности, однако заметно значительное расхождение с результатами расчетов в других моделях, когда предсказания делаются для нуклидов, расположенных достаточно далеко от нуклидов с известными массами. Полученные значения энергий связи были использованы для оценки характеристик  $\alpha$ -распада. Результаты предсказаний  $Q_\alpha$  находятся в хорошем соответствии с экспериментальными точками для ядер с  $Z = 101 - 106$ . При  $Z > 107$  расхождения иногда достигают 0,8 МэВ.

С целью оценки периода полураспада по  $\alpha$ -каналу были рассмотрены различные варианты параметризаций Виолы-Сиборга и получены оценки  $T_{1/2}^\alpha$  для неизвестных изотопов трансурановых элементов  $Z = 102 - 106$ . Результаты расчетов периода полураспада по  $\alpha$ -каналу совпадают с результатами эксперимента в пределах 1,5 порядка.

## Заключение

Изучение большого числа массовых соотношений позволяет выделить те из них, что отражают спаривательные и оболочечные корреляции. Свойство массовых соотношений следовать локальному поведению листов массовой поверхности позволяет применять метод локальных массовых соотношений, чтобы получать оценки для энергий связи, энергии  $\alpha$ -распада и периода полураспада по  $\alpha$ -каналу в области сверхтяжелых элементов.

В работе были рассмотрены следующие массовые соотношения: энергии отделения  $S_{pp}, S_{nn}, S_d, S_\alpha$ , остаточное протон-нейтронное взаимодействие  $\Delta_{np}$ , характеристики расщепления массовой поверхности  $\Delta_{np}^3, \Delta_{nn}$ . Анализ соотношений в оболочечной модели и на экспериментальных данных показал, что наиболее регулярным поведением обладают соотношения  $S_{pp}, S_{nn}, \Delta_{np}, \Delta_{np}^3$ . Поведение этих характеристик было изучено в области трансфермиевых элементов, были предложены их аппроксимации. Показано, что соотношения  $S_{pp}, S_{nn}, \Delta_{np}$  могут использоваться для расчета массовых характеристик в области SHE.

- Аппроксимации соотношения  $\Delta_{np}$  позволяет делать предсказания в областях с небольшим количеством неизвестных ядер.
- Энергии отделения  $S_{pp}, S_{nn}$  в области SHE на линиях изотонов и изотопов соответственно ведут себя линейно, что позволяет делать предсказания вдали от массива экспериментальных данных.
- Для характеристики расщепления  $\Delta_{np}^3$  колебания на изолиниях оказываются критическими и не позволяют получать предсказания для SHE.

Положительной стороной метода локальных массовых соотношений является простота вычислений при высокой точности в тех областях NZ-диаграммы, где имеется небольшой недостаток эмпирических данных. Отрицательная сторона метода — быстрое увеличение погрешности предсказаний с ростом количества итераций, что может приводить к неадекватным результатам при значительном удалении от массива экспериментальных данных. Для повышения точности прогнозов следует применять сразу несколько массовых соотношений, в том числе не использованные, но предложенные линейные массовые соотношения  $\Delta_{np}^4, L_n^5$  и  $L_p^5$ , а также соотношения, включающие энергии  $\alpha$ -распада. Стоит рассмотреть возможность использовать другие аппроксимации ЛМС и введение корректирующих поправок.

**Благодарность** Автор выражает благодарность Е.В. Владимировой за помощь в проведении расчетов и Д.Е. Ланскому за полезные обсуждения.

Работа поддержана стипендией фонда «БАЗИС» по теоретической физике для студентов старших курсов физического факультета МГУ в 2019–2020 учебном году.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] *H.-W. Hammer et al.* Effective field theory description of halo nuclei // J. Phys. G: Nuclear and Particle Physics, 2017. **44**, 10, p. 103002.
- [2] База данных NuDat 2.8, NNDC, BNL // [www.nndc.bnl.gov/nudat2](http://www.nndc.bnl.gov/nudat2)
- [3] *B. Povh.* Hypernuclei // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1978. **28**, pp. 1–32.
- [4] *Yu. Ts. Oganessian et al.* Superheavy nuclei: from predictions to discovery // Phys. Scr., 2017. **92**, p. 023003.
- [5] *Н.Н. Колесников.* Массы ядер и массовые формулы // [nuclphys.sinp.msu.ru/mf](http://nuclphys.sinp.msu.ru/mf)
- [6] *Yi-Bo Yang et al.* Proton Mass Decomposition from the QCD Energy Momentum Tensor // Phys. Rev. Lett., 2018. **121**, p. 212001.
- [7] *Н.Г. Гончарова.* Рассеяние электронов на ядрах и нуклонах // [nuclphys.sinp.msu.ru/esc](http://nuclphys.sinp.msu.ru/esc)
- [8] *Н.Г. Гончарова.* 12 лекций по физике атомного ядра // [nuclphys.sinp.msu.ru/nucmodl](http://nuclphys.sinp.msu.ru/nucmodl)
- [9] *S. Stevens et al.* Probing short-range correlations in asymmetric nuclei with quasi-free pair knockout reactions // Phys. Lett. B, 2018. **777**, pp. 374–380.
- [10] *В.И. Кукулин.* Современные модели ядерных сил и роль дибарионных резонансов // [nuclphys.sinp.msu.ru/nf](http://nuclphys.sinp.msu.ru/nf)
- [11] *N. Zeldes.* Nuclear energies and the shell model // Nuclear Physics, 1958. **7**, p. 27.
- [12] *G. Racah* // Phys. Rev., 1943. **63**, p. 367.
- [13] *C. Schwartz and A. de Shalit* // Phys. Rev., 1954. **94**, p. 1257.
- [14] *O. Haxel, J. H.D. Jensen, and H.E. Suess* // Phys. Rev, 1949. **75**, p. 1766.
- [15] *B.S. Ishkhanov et al.* // Chin. Phys. C, 2019. **43**, p. 014104.
- [16] MaRel (Mass Relations) – программа для расчёта и визуализации массовых разностных характеристик на массивах экспериментальных или модельных значений масс атомных ядер. Описание программы см. *Е.В. Владимирова и др.*, Что мы можем узнать о свойствах атомного ядра из таблицы масс атомных ядер? Научный и образовательный аспекты. // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та., 2018. **3**.
- [17] *D. Lunney, J. M. Pearson, C. Thibault.* Recent trends in the determination of nuclear masses // Rev. Mod. Phys., 2003. **75**, 3, pp. 1021-1082.
- [18] *C.F. von Weizsäcker* // Z. Physik, 1935. **96**, p. 431.
- [19] *H.A. Bethe, R.F. Bacher* // Rev. Mod. Phys., 1936. **8**, p. 165.
- [20] *M. Deutsch and C. Goodman.* The Science and Engineering of Nuclear Power. // Cambridge, Mass.: MIT Press, 1948.
- [21] *A.S. Jensen, P.G. Hansen, B. Jonson.* New mass relations and two- and four-nucleon correlation // Nuclear Physics A, 1984. **431**, p. 393–418.

- [22] *P. Roy Chowdhury, D.N. Basu.* Nuclear Matter Properties with the Revaluated Coefficients of Liquid Drop Model // *Acta Phys. Polonica B*, 2006. **37**, 6, pp. 1833–1846.
- [23] *P. Vogel, B. Jonson, and P.G. Hansen.* *Phys. Lett. B*, 1984. **139**, p. 227
- [24] *D. Benzaid et al.* Bethe–Weizsäcker semiempirical mass formula coefficients 2019 update based on AME2016 // *Nuclear Science and Techniques*, 2020. **31**, 9.
- [25] *W.J. Huang et al.* The Ame2016 atomic mass evaluation // *Chin. Phys. C*, 2017. **41**, 3, p. 030002.
- [26] *S.Cht. Mavrodiev.* Numerical Generalization of Bethe–Weizsacker Mass Formula // *Nuclear Theory*, 2016. **35**, pp. 288–298.
- [27] *M. Naghdi.* Nucleon–Nucleon Interaction: A Typical/Concise Review // *Physics of Particles and Nuclei*, 2014. **45**, 5, pp. 924–971.
- [28] *Petr Navrátil et al.* Recent developments in no-core shell-model calculations // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2009. **36**, p. 083101.
- [29] *Steven C. Pieper, K. Varga, and R. B. Wiringa.* Quantum Monte Carlo calculations of  $A = 9, 10$  nuclei // *Phys. Rev. C*, 2002. **66**, p. 044310.
- [30] *D. Vautherin, D. Brink* // *Phys. Rev. C*, 1972. **5**, p. 626.
- [31] *S. Goriely, F. Tondeur, J.M. Pearson* // *Atom. Data and Nucl. Data Tables*, 2001. **77**, p. 311.
- [32] *M. Samyn, S. Goriely, J.M. Pearson.* Further explorations of Skyrme–Hartree–Fock–Bogoliubov mass formulas: I: Role of density dependence in pairing force // *Nuclear Physics A*, 2003. **725**, pp. 69–81.
- [33] *S. Goriely, N. Chamel, and J. M. Pearson.* Further explorations of Skyrme–Hartree–Fock–Bogoliubov mass formulas. XIII. The 2012 atomic mass evaluation and the symmetry coefficient // *Phys. Rev. C*, 2013. **88**, p. 024308.
- [34] *M. Dutra et al.* Skyrme interaction and nuclear matter constraints // *Phys. Rev. C*, 2012. **85**, 3, p. 035201.
- [35] *Lisheng Geng, Hiroshi Toki, Jie Meng.* Masses, Deformations and Charge Radii–Nuclear Ground-State Properties in the Relativistic Mean Field Model // *Progress of Theoretical Physics*, 2005. **113**, 4, pp. 785–800.
- [36] *W. D. Myers, and W. J. Swiatecki* // *Nucl. Phys.*, 1966. **81**, 1.
- [37] *E. Wigner* // *Phys. Rev.*, 1937. **51**, p. 106.
- [38] *W. Satula et al.* // *Phys. Lett. B*, 1997. **407**, p. 103.
- [39] *V. M. Strutinsky* // *Nucl. Phys. A*, 1968. **122**, 1.
- [40] *W. D. Myers, and W. J. Swiatecki* // *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 1982. **32**, p. 309.
- [41] *P. Möller, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, J. Treiner.* Nuclear Mass Formula with a Finite-Range Droplet Model and a Folded-Yukawa Single-Particle Potential // *At. Nucl. Data Tables*, 1988. **39**, pp. 225–233.

- [42] *Möller P. et al.* Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM(2012) // *At. Data and Nucl. Data Tabl.* 2016. **109–110**, pp. 1–204.
- [43] *G. Audi.* Evaluation of Atomic Masses // *Hyperfine Interactions*, 2001. **132**, 7. [Лекция G. Audi o AME16: amdc.impcas.ac.cn/masstable/ha1.pdf](#)
- [44] *J. Duflo and A. P. Zuker* // *Phys. Rev. C*, 1995. **52**, p. 23.
- [45] *H. V. Groot, E. R. Hilf, and K. Takahashi* // *At. Nucl. Data Tables*, 1976. **17**, p. 418.
- [46] *I. Kelson and G. T. Garvey.* New nuclidic mass relationships // *Phys. Rev. Lett.*, 1966. **16**, 5, p. 197.
- [47] *G.T. Garvey et al.* Set of Nuclear-Mass relation and a Resultant Mass Table // *Rev. Mod. Phys.*, 1969. **41**, 4.
- [48] *J. Jänecke and H. Berens* // *Phys. Rev. C*, 1974. **9**, p. 1276.
- [49] *B.S. Ishkhanov, S.V. Sidorov, T.Yu. Tretyakova* // *Bull. of the RAS: Physics*, 2018. **82**, 6, pp. 601–607.
- [50] *V.A. Kravtsov* // *Sov. Phys. JETP.*, 1959. **36**, 9, p. 871.
- [51] *H. Jiang et al.* // *Phys. Rev. C*, 2012. **C 85**, p. 054303.
- [52] *Е. В. Владимирова, Б. С. Ишханов, М. В. Симонов, Т. Ю. Третьякова.* Оценка характеристик альфа-распада сверхтяжелых элементов  $Z = 102 - 106$  на основе локальных массовых соотношений // *Ученые записки физического факультета Московского Университета*, 2019. **2**, с. 1920103.
- [53] *M. Bao et al.* Simple relations for  $\alpha$ -decay energies of neighboring nuclei // *Phys. Rev. C*, 2014. **90**, p. 024314.
- [54] Nuclide chart, TASCA Research Program // [www-win.gsi.de/tasca](http://www-win.gsi.de/tasca)
- [55] *Б.С. Ишханов, Т.Ю. Третьякова.* Путь к сверхтяжелым элементам // *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, 2017. **3**.
- [56] *E. McMillan, P.H. Abelson* // *Phys. Rev.*, 1940. **57**, p. 1185.
- [57] *G.T. Seaborg, R.A. James, L.O. Morgan.* The new element americium (atomic number 95) // *National Nuclear Energy Series. Plutonium Project Record.* **14B**, paper 22.1. — New York: McGraw-Hill Book Company, 1949.
- [58] *A. Ghiorso et al.* // *Phys. Rev.*, 1955. **99**, p. 1048.
- [59] *L. Phillips et al.* // *Phys. Rev. Lett.*, 1958. **1**, p. 215.
- [60] *Ю.Ц. Оганесян.* О сверхтяжелых элементах // [wwwnew.jinr.ru](http://wwwnew.jinr.ru)
- [61] *Ю.Ц. Оганесян, Ю.Э. Пенюонжквич.* 150 лет со дня открытия Д.И. Менделеевым периодической системы химических элементов // *Вестник международной академии наук. Физико-технические, химические, точные науки*, 2019. **1**.
- [62] *Yu. Ts. Oganessian and V. K. Utyonkov.* Superheavy nuclei from  $^{48}\text{Ca}$ -induced reaction // *Nucl. Phys. A*, 2015. **944**, pp. 62–98.

- [63] *N.J. Stoyer et al.* Chemical Identification of a Long-Lived Isotope of Dubnium, a Descendant of Element 115 // *Nuclear Physics A*, 2007. **787**, pp. 388–395.
- [64] *K. Morita et al.* New Result in the Production and Decay of an Isotope,  $^{278}113$ , of the 113th Element // *J. Phys. Soc. Jpn.*, 2012. **81**, p. 103201.
- [65] *S. Hoffman et al.* Review of even element super-heavy nuclei and search for element 120 // *Eur. Phys. J. A*, 2016. **52**, 180.
- [66] *A.B. Карпов.* Сверхтяжелые элементы в Дубне: настоящее и будущее // Доклад на XIII Международном научном семинаре памяти профессора В.П. Саранцева «Проблемы коллайдеров и ускорителей заряженных частиц» (Алушта, 3–8 сентября 2019 г.).
- [67] *Yu. Ts. Oganessian, S. N. Dmitriev, and V. K. Utyonkov.* Project of Priority Experiments at SHE Factory // *Proceedings of the 9th International Symposium on Exotic Nuclei (EXON 2018)*, 2019. pp. 431–436
- [68] *S.A. Guiliani et al.* Colloquium: Superheavy elements: Oganesson and beyond // *Rev. Mod. Phys.*, 2019. **91**, p. 011001
- [69] *B. Schuetrumpf, W. Nazarewicz, and P.-G. Reinhard* Central depression in nucleonic densities: Trend analysis in the nuclear density functional theory approach // *Phys. Rev. C*, 2017. **96**, p. 024306.
- [70] *S. Ćwiok et al.* Shell structure of the superheavy elements // *Nuclear Physics A*, 1996. **611**, 2–3, pp. 211–246.
- [71] *S. E. Agbemava et al.* Covariant density functional theory: Reexamining the structure of superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*, 2015. **92**, p. 054310.
- [72] *S. Ćwiok et al.* Structure of odd-N superheavy elements // *Phys. Rev. Lett.*, 1999. **83**, pp. 1108–1111.
- [73] *H. Geiger and J. M. Nuttall* // *Philos. Mag.*, 1911. **22**, p. 613.
- [74] *G. Gamow* // *Z. Phys.*, 1928. **51**, p. 204.
- [75] *R. W. Gurney and E.U. Condon* // *Nature*, 1928. **122**, p. 439.
- [76] *P. Möller and J. R. Nix.* Stability of heavy and superheavy elements // *J. Phys. G*, 1994. **20**, p. 1681.
- [77] *H. J. Krappe and K. Pomorski.* *Theory of Nuclear Fission* // New York: Springer, 2012.
- [78] *M. Brack et al.* Funny hills: The shell-correction approach to nuclear shell effects and its applications to the fission process // *Rev. Mod. Phys.*, 1972. **44**, p. 320.
- [79] *M. G. Itkis et al.* Fusion and fission of heavy and superheavy nuclei (experiment) // *Nucl. Phys. A*, 2015. **944**, pp. 204–237.
- [80] *D. N. Poenaru, H. Stöcker, R. A. Gherghescu.* Cluster and alpha decay of superheavy nuclei // *The European Physical Journal A*, 2018. **54**, 2.

- [81] *E.V. Vladimirova et al.* Local mass relation for binding energies evaluation // Book of abstracts LXIX International Conference "Nucleus-2019"(JINR, Dubna, Russia, 1–5 July 2019), p. 205.
- [82] *V.Yu. Denisov and A.A. Khudenko* // Phys. Rev. C, 2009. **79**, p. 054614.
- [83] *Jagdish K. Tuli.* Nuclear Wallet Cards // NNDC, 2011. [www.nndc.bnl.gov/wallet](http://www.nndc.bnl.gov/wallet)
- [84] *V. E. Viola and G. T. Seaborg* // J. Inorg and Nucl. Chem. 1966. **28**, p. 741.
- [85] *T. K. Dong and Z. Z. Ren* // Eur. Phys. J. A, 2005. **26**, p. 69–72.
- [86] *S. Cwiok, S. Hofmann and W. Nazarewicz* // Nucl. Phys. A, 1994. **573**, p. 356.
- [87] *A. Parkhomenko and A. Sobiczewski* // Acta Phys. Pol. B, 2005. **36**, p. 3095.
- [88] *G. Royer* // Nucl. Phys. A, 2010. **848**, pp. 279–291.
- [89] *D.T. Akrawy and D.N. Poenaru* // J. Phys. G, Nucl. Part. Phys., 2017. **44**, 10.