

Общий ядерный практикум

Лабораторная работа №11

Космическое излучение на уровне моря

Анохина А. М., Ильина Н. П., Подгрудков Д. А.,
Силаев А. А., Силаев А. А. (мл)

26 сентября 2016 г.

Аннотация

Данное пособие содержит описание задачи общего ядерного практикума.

Дано теоретическое введение, описаны экспериментальные методы, приведены сведения об используемой аппаратуре, приемы измерений и обработки результатов, в том числе, и спомощью специальных компьютерных программ. Тематика лабораторной работы связана с изучением свойств космического излучения, его взаимодействия со средой.

Источником излучения служит естественный фон космических лучей.

Предназначено для студентов физического факультета МГУ и слушателей факультета повышения квалификации.

Оглавление

1	Введение	2
1.1	История изучения космических лучей	2
1.2	Первичные космические лучи	6
1.2.1	Состав первичного космического излучения	6
1.2.2	Энергетический спектр первичного космического излучения	8
1.2.3	Источники космических лучей	10
1.3	Прохождение космических лучей через атмосферу Земли	13
2	Изучение лептонной компоненты космического излучения на уровне моря.	18
2.1	Изучение состава космических лучей	18
2.1.1	Старая установка	18
2.1.2	Новая установка	19
2.1.3	Принцип работы «телескопа»	21
2.2	Геометрический фактор установки	24
2.2.1	Что такое геометрический фактор	25
2.2.2	Определение геометрического фактора детектора	26
	Литература	30

Глава 1

Введение

Первичные космические лучи — это потоки атомных ядер высоких энергий, приходящих на Землю из просторов Вселенной. Более широкое понятие, первичное космическое излучение (ПКИ), включает в себя, помимо ядер, также электроны, нейтрино, γ -кванты высокой энергии и фотоны реликтового излучения. Вторичными космическими лучами принято называть вторичное излучение, возникшее в результате взаимодействия первичного космического излучения с ядрами атомов атмосферы Земли.

1.1 История изучения космических лучей

Впервые указание на возможность существования ионизирующего излучения внеземного происхождения было получено в начале XX века в опытах по изучению проводимости газов.

Вопрос о проводимости газов возник в конце XVIII века, когда в 1785 году Ш. Кулон представил свои доклады по электричеству и магнетизму [1–5]. В одном из них он описал эксперименты, показавшие, что изолированные наэлектризованные тела спонтанно разряжаются. Улучшение изоляции, просушка аппаратуры и помещения на данный процесс не влияли. Спустя полвека, в 1835 году, М. Фарадей, используя более качественную аппаратуру и аккуратнее поставив эксперимент, подтвердил результаты Ш. Кулона [6], а также показал, что уменьшение давления воздуха снижает его проводимость и, как следствие, скорость разрядки электроскопа. Таким образом, было установлено, что ионизация воздуха является причиной разрядки электроскопов. Однако вопрос о причине ионизации воздуха оставался открытым. Теории атмосферного электричества (ионы от

молний) не выдерживали экспериментальной проверки, изоляция электроскопа в клетке Фарадея не влияла на скорость его разрядки. Вскоре после открытия радиоактивности А. Беккерелем в 1896 году [7] исследователями было обнаружено, что электроскопы разряжаются быстрее вблизи радиоактивных материалов. Спонтанный электрический ток в газе был формально объяснён ионизацией, возникающей от естественной радиоактивности Земли. Однако излучение, вызывавшее ионизацию воздуха, оказалось настолько проникающим, что в ионизационных камерах, экранированных толстыми слоями свинца (в опытах Э. Резерфорда по измерению заряда и массы частиц альфа-излучения [8] толщина стенок свинцового ящика достигала 10 см) или иных материалов [9], всё равно наблюдался остаточный ток, чего не наблюдалось в случае с излучением радиоактивных материалов.

В 1909 году Т. Вульф разработал достаточно точный электрометр, способный по скорости разрядки измерять концентрацию однозарядных ионов (с точностью до единичных ионов в объёме электрометра). В том же году он провёл измерения уровня ионизации воздуха у основания и на верхней площадке Эйфелевой башни (на высоте около 300 м). Результаты его измерений, с одной стороны, подтверждали теорию земного происхождения ионизирующего излучения — концентрация ионов в воздухе упала с 6 ион/см³ до 3,5 ион/см³ [10]. С другой стороны, расчёты А. Ива, основанные на уже известной скорости поглощения γ -излучения, показывали, что концентрация ионов должна была падать вдвое на каждые 80 м воздуха, чего не наблюдалось. В декабре 1909 года А. Гокель с помощью усовершенствованных электрометров Т. Вульфа провёл измерения уровня ионизации воздуха на высоте 4,5 км. Несмотря на методические сложности первого эксперимента [11], повторные измерения в 1910 и 1911 году дали тот же результат — уровень ионизации воздуха на высоте превышает ожидаемый, если источником ионизации полагать радиоактивные элементы в земной коре. Все эти результаты заинтересовали В. Гесса, который методично проверил расчёты предшественников, уточнил коэффициенты поглощения γ -излучения А. Ива и не нашёл в них ошибок. В 1911–1912 годах им был проведён ряд экспериментов с ионизационными камерами на воздушных шарах. В. Гесс обнаружил, что скорость разрядки электроскопов растёт с высотой [12], в то время как ионизация,

вызванная радиоактивностью Земли, должна была бы, наоборот, падать с высотой. Результаты В. Гесса уже в 1913 году были полностью подтверждены независимыми экспериментами В. Кольхёрстера [13, 14]. В 1928 году в опытах В. Кольхёрстера и В. Боте, использовавших разработанный ими ранее метод совпадений [15], было показано, что излучение, вызывающее ионизацию воздуха, направлено сверху вниз [16].

В 1921–1925 годах американские физики Р. Милликен и Р. Отис, изучая поглощение космического излучения в атмосфере Земли в зависимости от высоты наблюдения, обнаружили, что в свинце это излучение поглощается так же, как и γ -излучение ядер [17]. Р. Милликен первым и назвал это излучение космическими лучами [18]. В 1925 году советские физики Л. А. Тувим и Л. В. Мысовский провели измерение скорости поглощения космического излучения в воде — оказалось, что это излучение поглощалось в десять раз слабее, чем γ -излучение ядер [19]. Эти экспериментальные результаты позже будут объяснены механизмом тормозного излучения заряженных частиц, законом поглощения γ -квантов в веществе и ионизационными потерями заряженных частиц.

Л. В. Мысовский и Л. А. Тувим обнаружили также, что интенсивность излучения зависит от барометрического давления, — открыли «барометрический эффект» [20]. Опыты Д. В. Скобельцына в 1927–1926 годах с камерой Вильсона, помещённой в постоянное магнитное поле, дали возможность «увидеть», за счёт ионизации, следы (треки) космических частиц и установить, что космические лучи состоят из заряженных частиц [21]. В своих экспериментах Д. В. Скобельцын наблюдал одновременный приход большого числа генетически связанных заряженных частиц, то есть ядерно-активный каскад, однако не придал этому большого значения [21]. Явление одновременного прихода на большую площадь большого числа генетически связанных заряженных частиц — широкие атмосферные ливни — было позже (в 1938 году) открыто и исследовано П. Оже [22].

В ряде экспериментов было обнаружено [17], что в космических лучах можно формально выделить две различные по своей проникающей способности компоненты. Оказалось, что есть частицы, поток которых сильно ослабляется уже 10 см свинца, — их называли мягкими, а остальные частицы, интенсивность кото-

рых после прохождения 10 см свинца оставалась практически постоянной, назвали жёсткими. Впоследствии было установлено, что мягкую компоненту составляют электроны и γ -кванты, а жёсткую — мюоны.

Дальнейшие опыты по изучению зависимости интенсивности излучения от высоты показали, что имеется максимум интенсивности космических частиц на высоте 20 км над уровнем моря [23]. На больших высотах интенсивность космических лучей несколько уменьшается, а затем, начиная с высоты примерно 60 км, становится постоянной.

Исследование космических лучей позволило сделать ряд принципиальных для физики микромира открытий. В 1932 году К. Андерсон открыл в космических лучах позитрон [24]. В 1937 году К. Андерсоном и С. Неддермейером были открыты мюоны и указан тип их распада [25]. В 1947 году были открыты π -мезоны [26]. В том же 1947 году в космических лучах были замечены [27] и к 1955 году окончательно «доказаны» К-мезоны и тяжелые нейтральные частицы — гипероны.

Квантовая характеристика «странность» впервые проявилась в опытах с космическими лучами. Результаты экспериментов по изучению космических лучей поставили вопрос о сохранении четности, обнаружили процессы множественной генерации частиц в нуклонных взаимодействиях, позволили определить эффективные сечения взаимодействия нуклонов высокой энергии.

Развитие ракетной и спутниковой техники привело к новому открытию — обнаружению радиационных поясов Земли (1958 г.; С. Н. Вернов и А. Е. Чудаков [28] и, независимо от них, Дж. Ван-Аллен [29]) — и позволило создать новые методы исследования галактического и межгалактического пространства.

Физика космических лучей изучает широкий спектр вопросов:

- 1) проблемы собственно ядерной физики и физики элементарных частиц, сейчас уже в области сверхвысоких ($E_0 > 10^{15}$ эВ) энергий, поскольку появились ускорители, способные ускорять ядра атомов до энергии в несколько ТэВ/нуклон ($1 \text{ ТэВ} = 10^{12} \text{ эВ}$);

- 2) явления, связанные с взаимодействием космических лучей с межзвёздной средой, астрофизическими объектами, планетами, их атмосферами и магнитными полями;
- 3) процессы рождения космических лучей и их ускорения в космическом пространстве.

1.2 Первичные космические лучи

Как уже упоминалось, космические лучи представляют собой потоки частиц высокой энергии, в основном протонов, рождённых и ускоренных в объектах космического пространства. Интенсивность космических лучей с энергией выше 1 ГэВ, измеренная за пределами атмосферы Земли в период минимума солнечной активности, составляет $J \sim 0,23 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}$.

Энергия космических частиц заключена в широком диапазоне от 10^6 до 10^{21} эВ. Важнейшими характеристиками космического излучения являются его химический состав и энергетический спектр.

1.2.1 Состав первичного космического излучения

Изучение состава ядерной компоненты первичных космических лучей проводилось с помощью фотоэмульсий, сцинтилляционных и черенковских детекторов, установленных на самолётах и шарах-зондах, на спутниках и автоматических космических станциях. Оказалось, что ядерная компонента первичного излучения состоит на 90% из протонов, 7% приходится на альфа-частицы и 3% — на долю ядер с $Z > 2$. Следует иметь в виду, что состав первичных космических лучей сильно изменяется в зависимости от энергии.

Знание химического состава первичного излучения необходимо для решения вопроса о происхождении космических лучей. Космические лучи — это составная часть нашей Вселенной, и поэтому их химический состав должен соответствовать распространённости элементов во Вселенной. Любые аномалии в химическом составе космических лучей могут служить указанием на особенности рождения и распространения космических лучей в межзвёздном пространстве.

В космических лучах при исследовании поведения химического состава принято объединять ядра в определённые группы в зависимости от величины заряда Z . В таблице 1 приведены интенсивности различных групп ядер для энергии свыше 2,5 ТэВ/нуклон. В группу P входят протоны, дейтроны и ядра трития, а группу α составляют ядра гелия. Группа L (легкие ядра) объединяет ядра лития (Li), бериллия (Be) и бора (B); группа M (средние ядра) состоит из ядер углерода (C), азота (N), кислорода (O) и фтора (F). Группу тяжелых ядер (H) образуют ядра с $Z \geq 10$ и группу сверхтяжелых (VH) — ядра с $Z \geq 20$.

Сравнение распространённости элементов в космических лучах и во Вселенной (см. рис. 1) выявляет, во-первых, относительный избыток тяжелых ядер в космических лучах, что, возможно, связано с более эффективными процессами их образования. Во-вторых, в космических лучах наблюдается значительный избыток ядер группы L (Li, Be, B) — ядер весьма редких во Вселенной. Соотношение в первичном излучении чисел ядер групп L и M составляет $N_L/N_M = 0,30$, что в 10^6 раз больше соотношения чисел ядер этих групп в звёздном веществе.

Такой избыток ядер группы L в космическом излучении связан с тем, что при движении к Земле тяжёлые ядра (групп M, H и VH) взаимодействуют с межзвёздным веществом, фрагментируют (расщепляются) на более лёгкие ядра. Сопоставление соотношения N_L/N_M в космических лучах с вероятностью фрагментации тяжёлых ядер позволяет оценить возраст космических лучей (время их блуждания в космическом пространстве) — он составляет 10^8 лет. При этом оказывается, что космические лучи проходят толщину вещества около 5 г/см^2 .

Таблица 1. Химический состав первичного космического излучения в области энергии $E_0 \geq 2,5$ ТэВ/нуклон.

группа ядер	Z	Интенсивность, $\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}\text{ср}^{-1}$
P	1	1300 ± 100
α	2	94 ± 4
L	3–5	$2,0 \pm 0,3$
M	6–9	$6,7 \pm 0,3$
H	10–19	$2,0 \pm 0,3$
VH	≥ 20	$0,5 \pm 0,2$

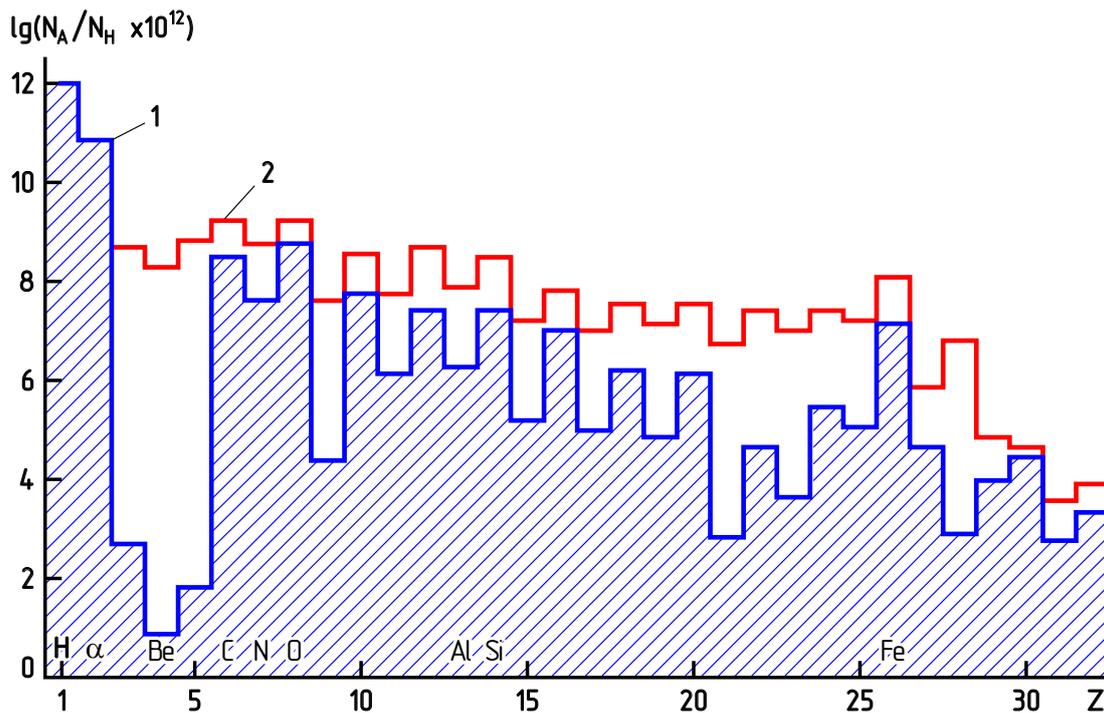


Рисунок 1. Распространённость химических элементов. 1 — Галактика; 2 — космические лучи (нормировано по содержанию водорода).

Количество электронов в первичном космическом излучении примерно в 100 раз меньше, чем протонов (хотя данный вопрос всё ещё обсуждается). Исследования, проведённые на спутниках и на Луне, показали, что химический состав первичного космического излучения в области малых энергий ($E_0 < 10^{12}$ эВ/нуклон) очень слабо меняется с энергией: доля ядер группы L и ядер с зарядом $17 < Z < 25$ растёт с увеличением энергии (при энергиях порядка нескольких ГэВ/нуклон). Однако по современным данным, в области высоких энергий состав первичных космических лучей сильно меняется от почти чистых протонов до почти чистых ядер железа и обратно.

1.2.2 Энергетический спектр первичного космического излучения

Как уже упоминалось, диапазон энергий первичных частиц, зарегистрированных в космических лучах, весьма велик: от 10^6 до 10^{21} эВ. Разнообразны и методы исследования зависимости интенсивности J космических лучей от их энергии E_0 . Вот лишь некоторые из этих методов:

- использование геомагнитных эффектов (энергии до десятков ГэВ);
- установка на спутниках ионизационных калориметров (интервал энергий от 10^{10} до 10^{15} эВ);
- изучение черенковской вспышки от электромагнитных каскадов, индуцированных первичными γ -квантами (от 10^9 до 10^{15} эВ);
- регистрация различных компонент (заряженная, отдельно мюонная, черенковская, радио и др.) широких атмосферных ливней (энергии 10^{15} – 10^{21} эВ);
- регистрация, при самых высоких энергиях, оптического излучения (излучение Вавилова-Черенкова и флуоресцентный свет) широких атмосферных ливней как наземными телескопами, так и системами космического базирования.

Проведённые эксперименты показали, что с ростом энергии интенсивность космических лучей резко уменьшается, а сам энергетический спектр космических лучей можно описать степенной функцией:

$$J(E_0)dE_0 = AE_0^{-\gamma}dE_0, \quad (1.1)$$

где $\gamma = 2,75$ (до энергии $\sim 10^{15}$ эВ). В интервале энергий $(1-3) \cdot 10^{15}$ эВ наблюдается изменение наклона спектра до значений $\gamma = 3,2$. В области энергий $E_0 \sim 10^{18}$ эВ, по некоторым данным, происходит новое изменение наклона спектра — возвращение к значению $\gamma = 2,7$ (см. рис. 2). Этот результат нуждается в уточнении.

Самые высокие зарегистрированные значения энергии частиц достигают $2 \cdot 10^{20}$ – 10^{21} эВ. Регистрация частиц, обладающих столь высокой энергией, вызывает повышенный интерес, поскольку существуют доказательства в пользу того, что в космических лучах не должно быть частиц таких высоких энергий.

Дело в том, что наша Вселенная заполнена ионизованным и нейтральным газом, а также фоновым (реликтовым) излучением, возникшим на ранних стадиях развития Вселенной. Вселенная со временем расширяется, а излучение охлаждается, и к нашему времени реликтовое излучение имеет максимум интенсивности

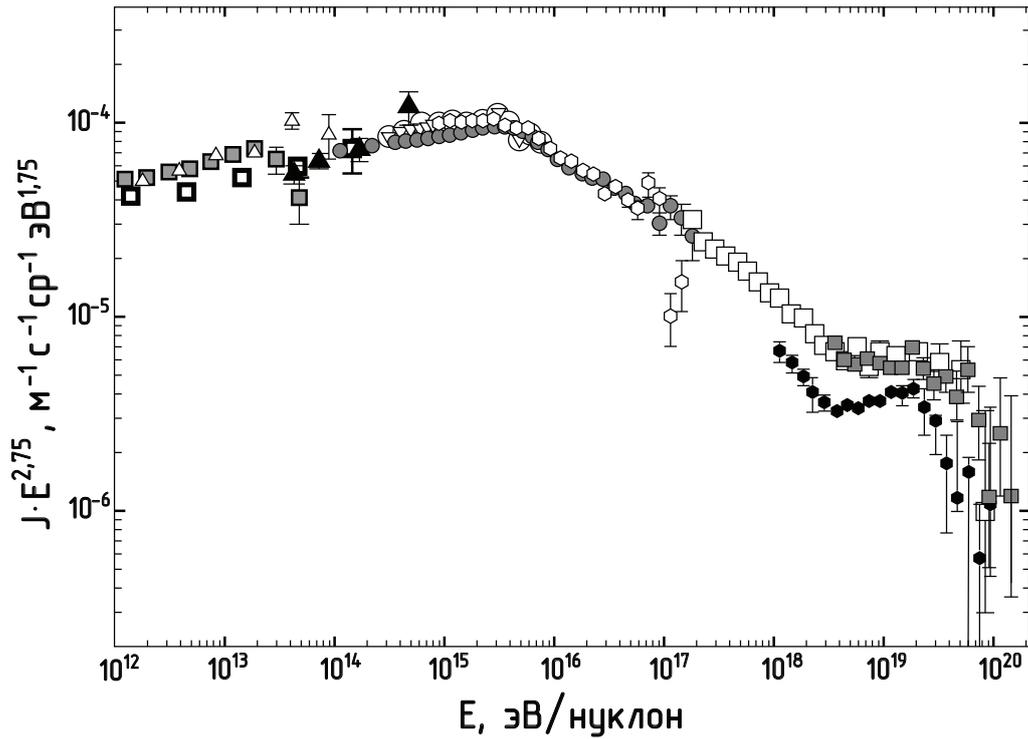


Рисунок 2. Экспериментальный энергетический спектр ПКИ в дифференциальной форме в широком интервале энергий (интенсивность умножена на $E_0^{2.75}$).

в микроволновом диапазоне (эффективная температура порядка 2,73 К). Плотность же его составляет $n \sim 400$ фотонов/см³.

К. Грейзен [30] и независимо от него Г. Т. Зацепин и В. А. Кузьмин [31] в 1966 г. предположили, что существование реликтового излучения должно привести к обрезанию спектра первичного излучения в области энергий больших 10^{20} эВ из-за процесса фоторождения пионов во взаимодействиях первичных протонов с реликтовыми фотонами. Однако во всех крупных экспериментах по регистрации ШАЛ наблюдаются события с энергией $E_0 > 10^{20}$ эВ [32–37]. Поэтому вопрос о существовании реликтового обрезания остается открытым.

1.2.3 Источники космических лучей

Окончательной теории происхождения космических лучей в настоящее время пока ещё нет. Любая модель, претендующая на эту роль, должна объяснить основные, установленные экспе-

риментально, характеристики первичных космических лучей, а именно:

- 1) форму энергетического спектра космических лучей;
- 2) химический состав космических лучей;
- 3) полную энергию космических лучей;
- 4) практически постоянную во времени интенсивность галактических космических лучей.

Одна из первых гипотез происхождения космических лучей была разработана В. Л. Гинзбургом (1953 г.) [38]. Посмотрим, какие космические объекты предлагает эта модель в качестве источников космических лучей.

Космические лучи заполняют Галактику — сферу радиусом $R \sim 5 \cdot 10^{22}$ см. Объем V такой сферы равен $V_R \sim 5 \cdot 10^{68}$ см³. Плотность энергии космических лучей принимается постоянной во времени и равной плотности космических лучей около Земли. Плотность энергии космических лучей составляет $W_C \sim 1$ эВ/см³ = $1,6 \cdot 10^{-12}$ эрг/см³. Тогда полная энергия $W_{к.л.}$ космических лучей в Галактике будет

$$W_{к.л.} = W_C \cdot V_R \sim 10^{56} \text{ эрг} \sim 10^{68} \text{ эВ.} \quad (1.2)$$

Как уже упоминалось, во время путешествия космических лучей от их источника к Земле они проходят путь $L \sim 5$ г/см². Отсюда можно оценить время T жизни космических лучей:

$$T = L/\rho c \sim 5/(10^{-26} \times 3 \cdot 10^{10}) \text{ с} \sim 1,5 \cdot 10^{16} \text{ с} \sim 5 \cdot 10^8 \text{ лет,} \quad (1.3)$$

где $\rho \sim 10^{-26}$ г/см³ — плотность межзвёздного вещества, c — скорость движения частиц (принимается равной скорости света). Теперь можно оценить мощность, которой обладают источники космических лучей:

$$P = W_{к.л.}/T \sim 10^{56} \text{ эрг}/10^{16} \text{ с} \sim 10^{40} \text{ эрг/с.} \quad (1.4)$$

Какие же из межзвёздных объектов могут обеспечить такую мощность? Можно рассмотреть в качестве источников космических лучей звёзды на примере Солнца. Мощность Солнца составляет $\sim 10^{33}$ эрг/с, но это полная мощность излучения звезды

во всех диапазонах и формах. Если звёзды являются источниками космических лучей (опуская всю несостоятельность данной гипотезы в части анизотропии, спектра и самопротиворечивой структуры магнитного поля Солнца), то в крайнем предельном случае все космические лучи, регистрируемые на Земле, должны приходиться напрямую от Солнца. Какое-либо гипотетическое удержание и накопление частиц космических лучей в околосолнечном пространстве должно уменьшить поток этих частиц от Солнца, необходимый для поддержания постоянной плотности этих частиц в околоземном пространстве. Равным образом требуемый поток уменьшится, если предположить наличие заметного вклада в поток космических лучей у Земли частиц от соседних звёзд. Таким образом, при оценке сверху можно полагать, что весь поток космических лучей, регистрируемый на Земле, генерируется Солнцем. По данным спутниковых экспериментов, полный поток космических лучей с кинетической энергией выше 0,5 ГэВ в околоземном пространстве составляет $0,3 \text{ частиц}^1 \text{см}^{-2} \text{ср}^{-1} \text{с}^{-1}$. Радиус орбиты Земли составляет $R_{\oplus} = 149,6 \cdot 10^{11} \text{ см}$. Площадь сферы с радиусом Земли, через которую должен идти поток частиц, составляет $4\pi R_{\oplus}^2 \sim 3 \cdot 10^{27} \text{ см}^2$. Т.е. полный поток частиц в полном телесном угле составит порядка 10^{28} частиц/с. Энергетический спектр космических лучей довольно крутой, поэтому основную часть потока составляют частицы с энергией около 1 ГэВ. Для оценки предположим, что средняя энергия частиц 10 ГэВ (завышенная оценка). Тогда Солнце излучает в частицах $\sim 10^{38} \text{ эВ/с} \sim 10^{26} \text{ эрг/с}$ (что естественно много меньше полной мощности звезды). Звёзд типа Солнца в Галактике $\sim 10^{11}$, следовательно, они могут обеспечить суммарную мощность лишь $\sim 10^{37} \text{ эрг/с}$, что много меньше требуемой. Конечно, в Галактике есть и более мощные, чем Солнце, звёзды, но и их суммарная мощность далека от требуемой.

В. Л. Гинзбург показал, что наиболее возможными источниками космических лучей могут быть вспышки сверхновых звёзд. Суммарная мощность космических лучей от сверхновых, по оценке, близка к 10^{49} эрг/с . Частота вспышек сверхновых звёзд — два раза в столетие. Теперь можно найти среднюю мощность $P_{\text{с.н}}$ сверхновых:

$$P_{\text{с.н}} = W_{\text{к.л.}}/T \sim 10^{40} \text{ эрг/с}. \quad (1.5)$$

Следовательно, вспышки сверхновых звёзд могут обеспечить постоянную интенсивность космических лучей. Подробное обоснование этой гипотезы изложено в [38].

1.3 Прохождение космических лучей через атмосферу Земли

Наша задача дать — качественную картину прохождения первичных космических лучей через земную атмосферу. Тем же, кого интересует подробная картина процессов, возникающих в атмосфере при прохождении через неё первичного излучения, предлагаем познакомиться с учебными пособиями [39–43].

Итак, на верхнюю границу атмосферы Земли после длительного путешествия приходят частицы первичного космического излучения. Им предстоит преодолеть до уровня моря (по вертикали) почти 1030 г/см^2 вещества, в то время как в космосе весь их путь составил $\sim 5 \text{ г/см}^2$.

На высотах порядка нескольких десятков километров от поверхности Земли первичные космические лучи взаимодействуют с ядрами атомов воздуха. В этих взаимодействиях рождаются различного рода частицы: пионы, каоны, гипероны и т.д. Как правило, одна из вторичных частиц, того же типа, что и первичная, получает в среднем около 50 % начальной энергии (так называемый эффект «лидирования»). Поэтому такая частица в состоянии ещё несколько раз провзаимодействовать в атмосфере. Первичный нуклон с энергией $E_0 > 10^{12}$ эВ может испытать до десятка таких последовательных столкновений с ядрами атомов воздуха. Генерированные в этих взаимодействиях заряженные пионы π^\pm , собственное время жизни которых $\tau \sim 2 \cdot 10^{-8}$ с, затем или распадаются, или могут сами провзаимодействовать с ядрами. Заряженные пионы распадаются на мюон соответствующего знака и нейтрино:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

Нейтральные пионы π^0 из-за малого времени их жизни $\tau \sim 10^{-16}$ с практически сразу распадаются на два γ -кванта, давая тем самым начало электронно-фотонной компоненте:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

Действительно, энергия, которую получает эта пара квантов, много больше массы покоя нейтрального пиона π^0 ($m_{\pi^0} \approx 135$ МэВ), и следовательно для таких γ -квантов наиболее вероятным процессом взаимодействия со средой будет образование электрон-позитронных пар e^+e^- . Электроны, в свою очередь, за счёт тормозного излучения на ядрах атомов воздуха, дают опять высокоэнергичные γ -кванты, которые опять дадут пару e^+e^- , и так далее. Этот процесс — электронно-фотонный или электромагнитный каскад — развивается в атмосфере до тех пор, пока средняя энергия частиц не упадёт ниже критической (81 МэВ для воздуха при нормальных условиях), после которой процессы потерь энергии (ионизация среды электронами и Комптон- и фотоэффекты для γ -квантов) и процессы поглощения частиц начинают преобладать над процессами рождения частиц.

Таким образом, в атмосфере развивается, во-первых, каскад из ядерно-активных частиц (пионы, каоны, нуклоны и т. д.) и, во-вторых, электронно-фотонный каскад за счёт процессов тормозного излучения и образования пар (см. рис. 3).

Так как размножение частиц в этих каскадах ограничивается процессами диссипации энергии, то для ядерных каскадов (пионы, каоны и др.) такими диссипационными процессами будут распады частиц, в результате которых вместо ядерно-активных частиц рождаются ядерно-пассивные (мюоны и нейтрино) или, как в случае распада нейтрального пиона или редких (менее 10^{-4}) распадов заряженных пионов напрямую в пару электрон-нейтрино, энергия перейдёт в электронно-фотонную компоненту. Например, для заряженных пионов можно показать, что распадный процесс станет преобладающим над процессом генерации, когда их энергия достигнет некоторой критической величины

$$E_{\text{кр}} = \frac{m_{\pi} c^2 \cdot h}{c\tau_0}, \quad (1.6)$$

где h — геометрическая длина среднего пробега частицы до взаимодействия, то есть среднее расстояние, проходимое частицей между двумя последовательными взаимодействиями. Данное выражение для $E_{\text{кр}}$ можно получить из условия равенства геометрической длины h среднему пробегу до распада $L_{\text{расп}}$:

$$L_{\text{расп}} = \frac{c\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.7)$$

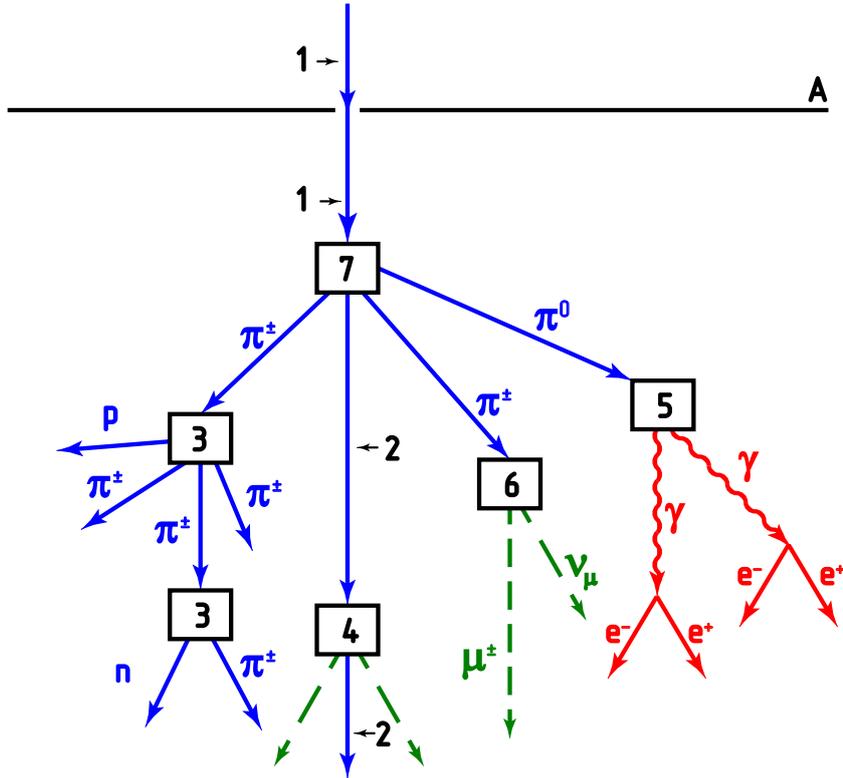


Рисунок 3. А — верхняя граница атмосферы, 1 — первичная частица (протон), 2 — вторичная лидирующая частица (нуклон), 3 — ядерные взаимодействия пионов, 4 — ядерные взаимодействия без образования релятивистских частиц, 5 — распад нейтрального пиона (возникновение электромагнитного каскада), 6 — распад заряженных пионов (возникновение мюонной компоненты), 7 — взаимодействие высокоэнергичных частиц с ядрами атомов воздуха.

где τ_0 — время жизни заряженного пиона ($\sim 2 \cdot 10^{-8}$ с) и m_π — масса заряженного пиона (~ 140 МэВ/с²). Приравнивая h к $L_{\text{расп}}$ и учитывая, что полная энергия пиона определяется выражением:

$$E = \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1.8)$$

получим искомое выражение для критической энергии:

$$E_{\text{кр}} = \frac{m_\pi c^2 \cdot h}{c\tau_0}. \quad (1.9)$$

Для воздуха при нормальных условиях длина пробега до взаимодействия h равна примерно 600 м, что даёт для критической энергии ядерного каскада значение $E_{\text{кр}} \sim 10^{10}$ эВ (у электромагнитного каскада, напомним, эта энергия равна 81 МэВ).

Как было указано выше, заряженные пионы распадаются на мюоны и нейтрино. Мюон — короткоживущий лептон (время жизни $\tau_\mu \simeq 2,2 \cdot 10^{-6}$ с), массой $m_\mu = 208 m_e = 105 \text{ МэВ}/c^2$, распадающийся на электрон, мюонное нейтрино и электронное антинейтрино:

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e, \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e.\end{aligned}$$

Максимальное количество мюонов в каскадах в атмосфере генерируется на высотах 10–20 км. Основными процессами, за счёт которых мюоны поглощаются в атмосфере, являются распад и ионизационные потери. Посмотрим, какое расстояние сможет пролететь, не распавшись, мюон, имеющий, например, энергию $E \sim 2 \cdot 10^9$ эВ, то есть найдем его распадный пробег. Время жизни такого мюона равно:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau_0 E}{m_\mu c^2}. \quad (1.10)$$

Тогда

$$L_{\text{расп}} = \tau \beta c = \frac{\tau_0 \beta c E}{m_\mu c^2}. \quad (1.11)$$

При энергии порядка 2 ГэВ для мюона $\beta \simeq 1$, что даёт $L_{\text{расп}}$ около 13 км. Таким образом, из области максимальной генерации мюонов до земли могут доходить лишь мюоны с энергией более $5 \cdot 10^9$ эВ.

На ионизацию в атмосфере мюоны теряют в среднем около $1,8 \text{ МэВ}/(\text{г} \cdot \text{см}^2)$. При ионизации примерно в 30% случаев выбитому электрону передаётся значительная энергия (10^3 – 10^4 эВ). Такие электроны называются δ -электронами и сами способны ионизировать среду.

Радиационные потери (потери на тормозное излучение) заряженных частиц обратно пропорциональны квадрату массы. Тогда, в сравнении с электронами, мюоны теряют на единице длины в 40 000 раз меньше энергии.

Таким образом, поток высокоэнергичных мюонов слабо поглощается в атмосфере. А так как ядерно-активные частицы быстро поглощаются в атмосфере, то на уровне моря вторичное космическое излучение состоит в основном из мюонов (жёсткая

компонента), электронов и фотонов (мягкая компонента). Интенсивность заряженных частиц на уровне моря имеет следующие значения (для вертикального потока) [44, 45]:

$$J_{\text{ж}} = 0,83 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}\text{ср}^{-1},$$

$$J_{\text{м}} = 0,31 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}\text{ср}^{-1}.$$

Следует отметить, что состав жёсткой компоненты на разных высотах в атмосфере неодинаков. На уровне моря жёсткая компонента состоит из мюонов, а на верхней границе атмосферы — из протонов и α -частиц.

При высоких энергиях первичной частицы ($E_0 > 10^{14}$ эВ) в атмосфере Земли число её вторичных потомков в ядерных и электронно-фотонных каскадах достигает 10^6 – 10^9 частиц. Это явление получило название широкого атмосферного ливня (ШАЛ). Частицы широкого атмосферного ливня регистрируются с помощью многочисленных и разнообразных детекторов, размещённых на площади в несколько квадратных километров. Измерение числа частиц разной природы в широком атмосферном ливне, их энергетических и пространственных характеристик позволяет получить информацию о характеристиках первичных частиц и их взаимодействиях.

Итак, наличие у Земли довольно толстого слоя атмосферы позволяет первичным космическим лучам испытать многократные взаимодействия и развиваться каскадным процессам, а также является причиной появления мюонов в широких атмосферных ливнях. Основными источниками вторичного излучения в атмосфере являются:

- 1) для мюонов — распад заряженных пионов;
- 2) для электронно-фотонной компоненты:
 - (а) распад нейтральных пионов с последующим образованием электронно-фотонного каскада;
 - (б) распад мюонов;
 - (с) образование δ -электронов мюонами.

Глава 2

Изучение лептонной компоненты космического излучения на уровне моря.

Известно, что космические лучи на уровне моря состоят в основном из лептонов – мюонов и электронов. Различия в свойствах электронов и мюонов хорошо видны при изучении поглощения этих частиц в плотных средах, например, в свинце. Впервые это наблюдал в своих экспериментах Б. Росси [46].

В предлагаемой лабораторной работе изучаются состав и интенсивность космического излучения на уровне моря, а также определяется время жизни мюонов по их угловому распределению. Первоначальный вариант данной лабораторной работы был предложен и осуществлён под руководством профессора Н. Л. Григорова [47].

В настоящее время проведена полная модернизация экспериментальной установки: заменены электронная часть (использованы современные микросхемы и цифровая индикация), а также высоковольтные и низковольтные блоки питания. Предусмотрена компьютерная обработка экспериментальных данных.

2.1 Изучение состава космических лучей

2.1.1 Старая установка

Схема данной установки изначально предложена Б. Росси [48]. Установка, предназначенная для изучения состава и интенсивности различных компонент вторичных космических лучей, состоит из трёх рядов газоразрядных счётчиков Гейгера-

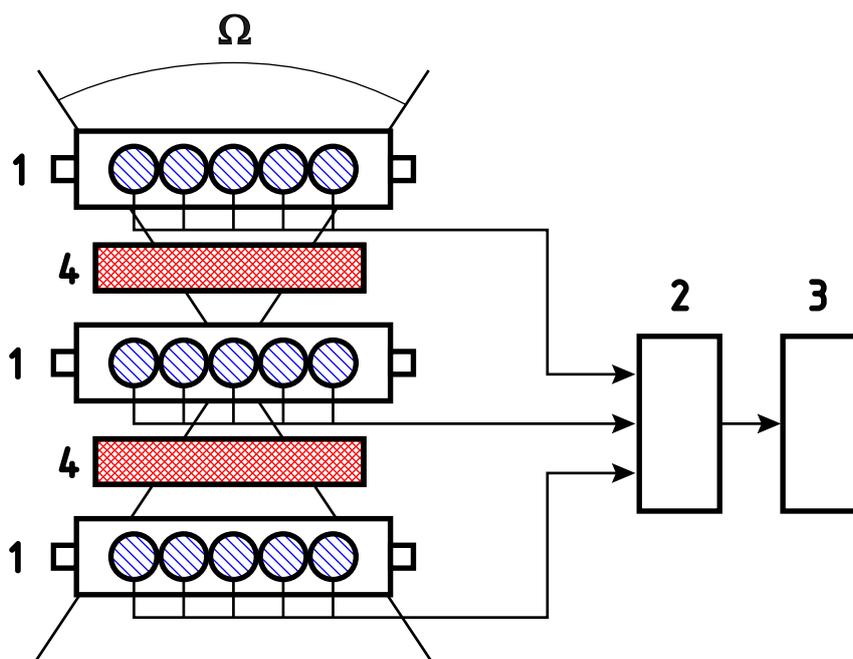


Рисунок 4. Схема установки: 1 — ряды счётчиков Гейгера; 2 — схема совпадений; 3 — счётное устройство и таймер; 4 — свинцовый фильтр.

Мюллера, собственно и являющихся детекторами излучения (см. рис. 4). В каждом ряду находится пять параллельно включенных счётчиков. Между рядами счётчиков можно размещать пластины свинцового фильтра. Установка регистрирует только такие события, когда одна и та же частица проходит через все три ряда счётчиков. Это осуществляется использованием специальной схемы — схемы тройных совпадений. Для этого каждый ряд счётчиков подключён к своему входу схемы совпадений. Схема совпадений срабатывает тогда и только тогда, когда все три ряда счётчиков одновременно фиксируют прохождение через себя частицы. Выходной импульс со схемы совпадений поступает для регистрации на счётное устройство, оснащённое таймером. Отсчёт времени ведётся в секундах.

2.1.2 Новая установка

Новая установка для изучения состава космических лучей состоит из двух сцинтилляционных детекторов, расположенных на расстоянии порядка 40 см друг от друга, набора свинцовых фильтров, блока электроники (включающего в себя

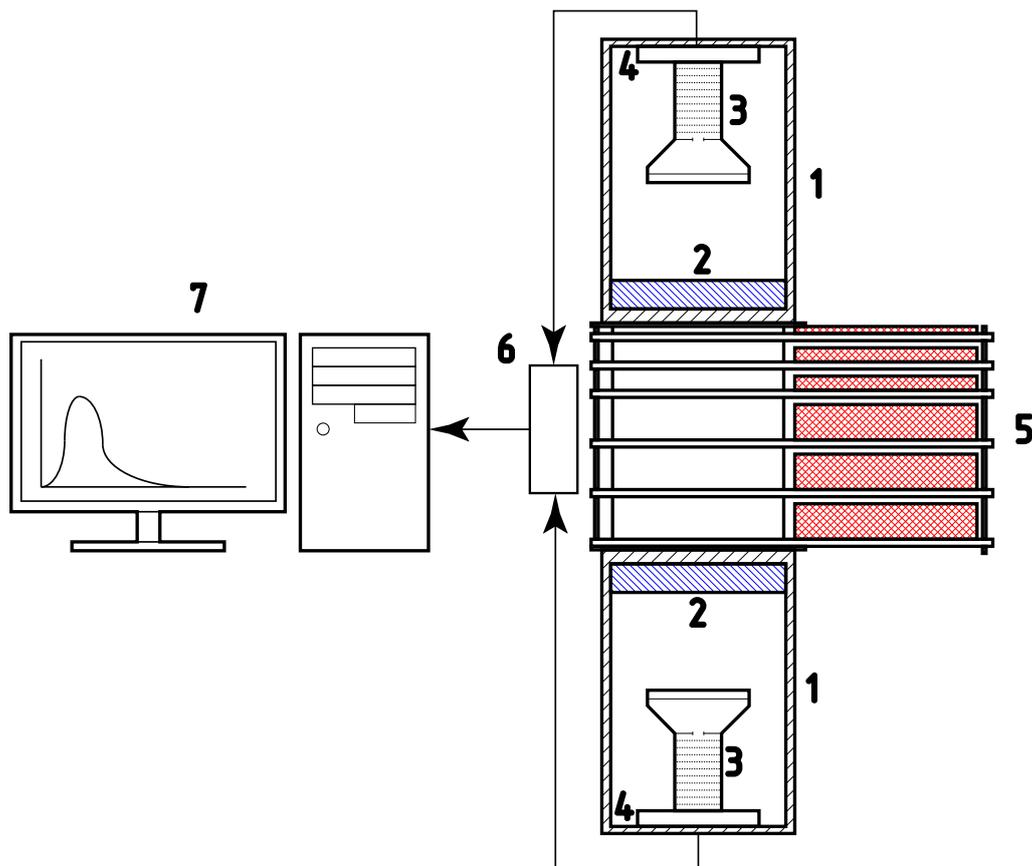


Рисунок 5. Схема установки: 1 — сцинтилляционный детектор; 2 — блок сцинтиллятора; 3 — ФЭУ; 4 — блок электроники ФЭУ; 5 — свинцовый фильтр; 6 — блок АЦП и схема совпадений; 7 — рабочая станция.

аналого-цифровой преобразователь и схемы совпадений) и рабочей станции (см. рис. 5). Сцинтилляционный детектор установки содержит в себе массивный блок пластикового сцинтиллятора размером $24,5 \times 24,5 \times 4,5$ см³, фотоэлектронный умножитель и блок электроники, обеспечивающий работу ФЭУ. Расположенные между детекторами свинцовые фильтры (набор пластин толщиной 1, 2 и 5 см) свободно перемещаются по направляющим и могут быть размещены между детекторами или в стороне от них. Вся установка может быть наклонена на угол вплоть до 90°, что позволяет изучать угловое распределение космических лучей.

Блок электроники установки содержит в себе аналого-цифровой преобразователь (АЦП), преобразующий ток с анода ФЭУ в цифровой сигнал, схему совпадений, позволяющую выделять сигналы только от частиц, прошедших через оба детектора, буфер

данных и блок сопряжения, передающий оцифрованные сигналы на рабочую станцию.

2.1.3 Принцип работы «телескопа»

Расположение счётчиков и требование их одновременного срабатывания во всех трёх рядах на старой установке или обоих детекторов на новой установке (схема совпадений) выделяет в пространстве определённый телесный угол Ω (см. рис. 4). Регистрируются только те заряженные частицы, которые прошли внутри телесного угла Ω . Такую установку называют телескопом.

Скорость счёта частиц I телескопом при фиксированном потоке частиц J определяется площадью детекторов S (чем больше, тем больше скорость счёта) и тем телесным углом Ω , в котором регистрируются частицы. Таким образом, скорость счёта определяется соотношением:

$$I = JS\Omega, \quad (2.1)$$

где $S\Omega$ — произведение регистрирующей площади на телесный угол, «просматриваемый» установкой, называемое геометрическим фактором установки.

У большинства реальных установок не вся площадь детектора регистрирует частицы из полного телесного угла, просматриваемого установкой. Частицы, влетающие под большими углами, должны попасть на небольшой участок с краю верхнего детектора, чтобы зацепить участок нижнего, или, иными словами, должны попасть в небольшую область в центре среднего детектора (см. рис. 4). Таким образом, геометрический фактор установки k имеет смысл произведения эффективной площади $S^{\text{эфф}}$ (отнюдь не равной площади детектора) на эффективный телесный угол $\Omega^{\text{эфф}}$. Сам же геометрический фактор определяется интегралом:

$$k = \int_S \Omega dS. \quad (2.2)$$

Для данной геометрии установки это выражение преобразуется в:

$$k = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b \frac{d \, dx_1 dy_1 dx_2 dy_2}{\left((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + d^2 \right)^{3/2}}, \quad (2.3)$$

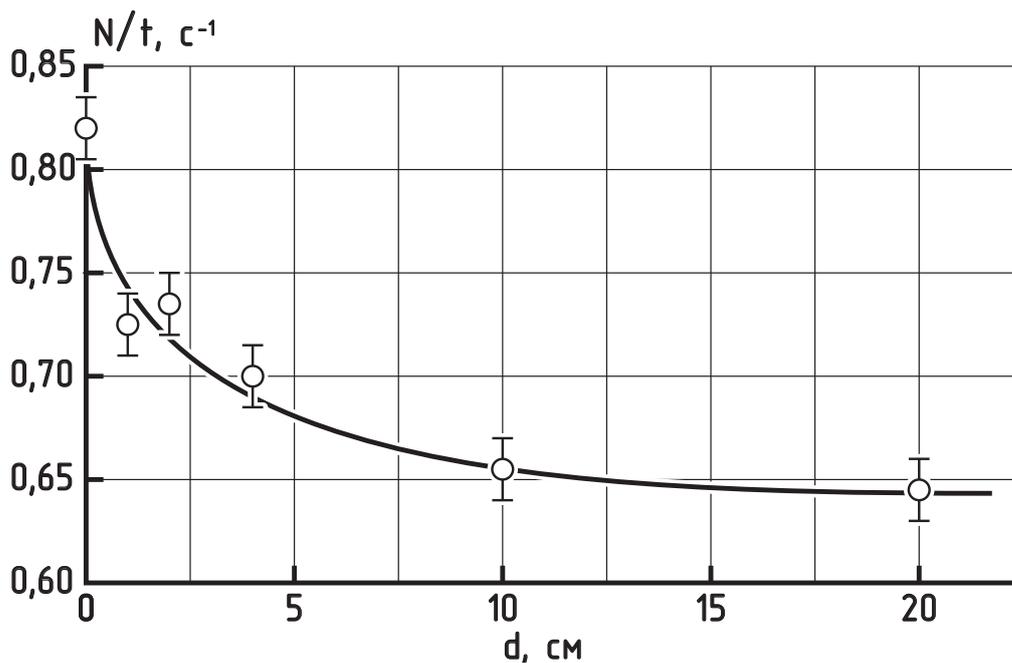


Рисунок 6. Кривая поглощения частиц космических лучей в свинце.

где a и b — длина и ширина ряда счётчиков, а d — расстояние между центрами крайних рядов счётчиков. Данный интеграл проще всего взять численно. Подробно о том, что такое геометрический фактор и как его вычислить, смотри упражнение 2.2.

В данном же упражнении с помощью телескопа нужно получить кривую поглощения, то есть зависимость скорости счёта частиц вторичного космического излучения I от толщины фильтра x , в данном случае, свинца (см. рис. 6).

По изменению потока частиц в зависимости от толщины свинца можно видеть, что космическое излучение на уровне моря состоит из двух компонент: мягкой, которая быстро поглощается свинцом, и жёсткой, которая проходит практически без поглощения 20 см свинца. Как уже упоминалось выше, мягкая компонента состоит из электронов и фотонов, которые быстро поглощаются свинцом, жёсткая компонента состоит из мюонов. По современным, представлениям электроны и мюоны относятся к одному классу частиц — лептонам, которые не участвуют в сильных взаимодействиях и являются бесструктурными, точечными частицами. Взаимодействия заряженных лептонов с веществом происходят только за счёт электромагнитных процессов: у электронов высокой энергии это тормозное излучение, у

мюонов высокой энергии — ионизационное поглощение.

Порядок работы.

Все измерения следует проводить с 3% статистической точностью (относительная ошибка $\delta = 1/\sqrt{N}$, где N – число измерений).

Включение и выключение набора статистики и таймера производится одним тумблером.

1. Включить сетевое питание «сеть».
2. Измерить общую скорость счёта мюонов и электронов космического излучения без свинцового фильтра. При достижении требуемой статистики остановить набор. Записать зарегистрированное число отсчётов N и время набора t (в секундах).
3. Кнопкой «сброс» установить режим для следующего набора статистики.
4. Поставить поочередно свинцовые фильтры толщиной 1, 2, 4, 5, 7, 10, 15 и 20 см и измерить соответствующее число частиц и время набора. Данные занести в таблицу 2.

Таблица 2. Оформление результатов первого упражнения.

№	Толщина фильтра		Количество отсчётов, N	Время t , с	Скорость счёта $I = N/t$, с ⁻¹
	см	г/см ²			
1	0				
2	1				
3	2				
4	4				
5	5				
6	7				
7	10				
8	15				
9	20				

Обработка результатов.

1. Построить график зависимости скорости счёта частиц от толщины фильтра x , измеренной в г/см²:

$$x[\text{г/см}^2] = x[\text{см}] \cdot \rho[\text{г/см}^3]$$

(плотность свинца ρ_{Pb} равна $11,34 \text{ г/см}^3$).

2. Определить скорость счёта мюонов J_μ (число частиц в секунду) и электронов J_e (число частиц в секунду) путём фитирования экспериментальных данных теоретической кривой:

$$J(x) = J_e e^{(-x/x_0)} + J_\mu. \quad (2.4)$$

3. Рассчитать геометрический фактор установки k .
4. Определить абсолютные значения общей интенсивности космического излучения на уровне моря J_0 , а также мюонной J_μ и электронной J_e компонент и их отношение. Абсолютная интенсивность связана со скоростью счёта установки соотношением:

$$J = I/k. \quad (2.5)$$

5. Сравнить полученные значения J_e и J_μ с имеющимися в литературе экспериментальными данными (см. также п. 1.3 настоящего описания).
6. Проанализировать форму кривой поглощения с точки зрения характера взаимодействия электронов и мюонов в свинце.

Обработка экспериментальных данных (пп.1–3) может быть выполнена с помощью подготовленных программ в помещении практикума.

2.2 Геометрический фактор установки

В любом эксперименте всегда возникает вопрос чувствительности установки к исследуемому явлению. В случае регистрации потоков частиц всегда встаёт вопрос, какую часть потока регистрирует данная установка.

Геометрический фактор установки, формально, произведение эффективной площади детектора на эффективный угол регистрации, определяется размерами и положением её детекторов. Таким образом, изменение положения детекторов или их размера влияет на геометрический фактор. Так, для данной установки сближение детекторов приводит к увеличению геометрического фактора за счёт увеличения угла, в котором регистрируются частицы.

Формально придвинуть друг к другу детекторы нельзя, однако можно исключить из схемы совпадений верхний или нижний детектор (его сигналы перестанут иметь значение).

2.2.1 Что такое геометрический фактор

При измерении потока частиц (потоков чего-либо вообще, а также в ряде других задач) реальная установка всегда показывает лишь скорость счёта, то есть количество частиц, прошедших через детектор за единицу времени. Так как на вдвое большего размера установку будет попадать за единицу времени вдвое больше частиц, то установка будет показывать вдвое большую скорость счёта. При этом встаёт вопрос об определении реальной физической величины, характеризующей этот поток и не зависящей от выбранной установки или метода измерения.

Для перехода от скорости счёта установки к реальному потоку частиц необходимо знать геометрический фактор установки.

Геометрическим фактором установки называется величина, связывающая между собой поток частиц, проходящих через детектор, со скоростью счёта установки.

Традиционно предполагается, что эффективность регистрации частиц, попавших в детектор, очень близка к 1. То есть если частица, которая заведомо удовлетворяет условиям регистрации детектором (нужные углы пролёта, достаточная энергия, заряд и пр.), попала в детектор, то она почти наверняка регистрируется. Однако стоит помнить, что это не всегда так — частица, формально удовлетворяющая критериям регистрации, регистрируется с некоторой вероятностью, отличной от 1. Например, вероятность регистрации γ -кванта комптоновским телескопом редко бывает выше 10%. Тогда под геометрическим фактором установки понимается *эффективный геометрический фактор установки*, который при этом может зависеть от типа и энергии частицы.

Так как геометрический фактор связывает между собой скорость счёта установки [с^{-1}] и дифференциальный поток частиц [$\text{с}^{-1} \text{см}^{-2} \text{ср}^{-1}$], то его размерность [$\text{см}^2 \text{ср}^{-1}$], иными словами «некоторый» угол, на «некоторую» площадь.

2.2.2 Определение геометрического фактора детектора

Для определения геометрического фактора установки применяется ряд методов: прямое измерение скорости счёта установки под заранее известным потоком частиц, численный расчёт геометрии детектора в предположении 100%-эффективности регистрации, полное моделирование отклика детектора в потоке частиц.

В данной задаче практикума установка регистрирует все частицы, попадающие в детектор (вероятность прохождения мюона через ряд счётчиков без их срабатывания крайне низка). Таким образом, возможен простой обсчёт геометрии детектора, без необходимости моделировать процессы взаимодействия частиц внутри детектора. В таком случае геометрический фактор установки определяется интегралом (2.2):

$$k = \int_S \Omega dS, \quad (2.6)$$

где S — площадь, занимаемая детектором; dS — элементарная площадка в детекторе; Ω — телесный угол, в котором регистрируются падающие на выбранную площадку dS частицы.

Однако данный интеграл предполагает некий плоский детектор, в котором можно выделить единственную чувствительную плоскость, на которой в свою очередь выделяется площадь S . В общем случае это не так — детекторы могут иметь существенно более сложную геометрию. В таком случае интеграл (2.6) можно переписать в виде:

$$k = \int_{\Omega} S d\Omega, \quad (2.7)$$

где Ω — полный телесный угол; S — площадь детектора, на которой регистрируются частицы, падающие из элемента телесного угла $d\Omega$. То есть вместо рассмотрения некоторой плоскости в детекторе, рассматривается однородный, изотропный поток частиц, падающий на детектор. Тогда для этого потока площадь S имеет смысл проекции чувствительной области детектора на плоскость, перпендикулярную потоку.

В рамках данной задачи практикума для нахождения геометрического фактора установки (являющейся телескопом) можно воспользоваться как выражением (2.6), так и выражением (2.7).

В первом случае возьмём как основную плоскость нижнего детектора и разобьём её на элементарные площадки $dS_1 = dx_1 dy_1$. Тогда интеграл (2.6) можно будет записать как:

$$k = \int_0^a \int_0^b \Omega dx_1 dy_1, \quad (2.8)$$

где a и b — размеры чувствительной части нижнего детектора. Т.к. установка работает в режиме совпадений, то из всех частиц, падающих на площадку $dx_1 dy_1$, будут регистрироваться только те частицы, которые прошли через верхний детектор. Телесный угол Ω , под которым виден верхний детектор с каждой конкретной площадки $dx dy$, неодинаков для краёв и центра нижнего детектора. Для нахождения этого угла разобьём верхний детектор на площадки $dx_2 dy_2$, каждая из которых видна из точки (x_1, y_1) нижнего детектора под телесным углом:

$$d\Omega = \frac{dx_2 dy_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{d}{r_{12}}, \quad (2.9)$$

где d — расстояние между рядами счётчиков. Второй множитель в выражении представляет собой косинус угла между вектором \mathbf{r}_{12} и нормалью к поверхности. При этом \mathbf{r}_{12} будет определяться выражением:

$$r_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + d^2}. \quad (2.10)$$

Тогда интеграл (2.8) примет вид:

$$k = \int_0^a \int_0^b \int_0^a \int_0^b \frac{d}{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + d^2)^{3/2}} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2. \quad (2.11)$$

Первообразная подинтегральной функции не может быть найдена аналитически в конечном виде, и этот интеграл берётся численно. Подынтегральное выражение меняется плавно с изменением аргументов, поэтому с достаточной точностью этот интеграл можно взять на сетке с шагом в 1 мм.

Второй подход к нахождению геометрического фактора — поиск площади, на которой регистрируются частицы, упавшие на детектор из телесного угла $d\Omega$. На рисунке 7 для потока частиц,

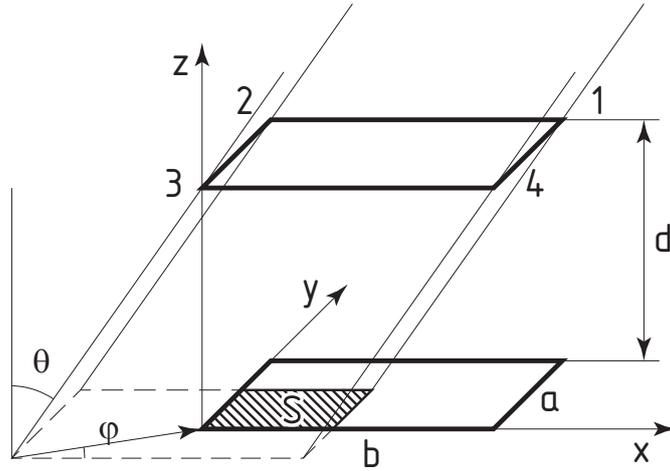


Рисунок 7. Проекция верхней чувствительной плоскости детектора на нижнюю плоскость.

падающих на детектор под углами $(\theta; \phi)$, приведена площадь S , на которой эти частицы регистрируются. Для нахождения этой площади спроецируем верхний детектор на нижний. В зависимости от угла ϕ внутри площади нижнего детектора будут оказываться разные углы верхнего детектора. При $0 \leq \phi < \pi/2$ в площадь нижнего детектора проецируется первый угол детектора, при $\pi/2 \leq \phi < \pi$ — второй и так далее. При этом в силу симметрии геометрии детектора весь интеграл распадается по углу ϕ на 4 равные части:

$$k = \int_{\Omega} S d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_\phi} S \sin(\theta) d\theta d\phi = 4 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\theta_\phi} S \sin(\theta) d\theta d\phi, \quad (2.12)$$

где θ_ϕ — предел интегрирования по θ , зависящий от выбранного угла ϕ .

Для упрощения решения задачи в данном случае, как и в предыдущем, удобнее перейти к декартовой системе координат с нулём отсчёта в одном из углов нижнего детектора (см. рис. 7). Тогда площадь S в зависимости от углов θ и ϕ будет определяться выражением:

$$S = (a - d \sin(\phi) \operatorname{tg}(\theta)) (b - d \cos(\phi) \operatorname{tg}(\theta)). \quad (2.13)$$

При этом естественны ограничения на углы θ и ϕ :

$$\begin{aligned}\sin(\phi) \operatorname{tg}(\theta) &< a/d, \\ \cos(\phi) \operatorname{tg}(\theta) &< b/d,\end{aligned}\tag{2.14}$$

так как только при таких ограничениях на углы перекрываются проекции верхнего и нижнего детекторов, а значит возможна регистрация частиц обоими детекторами. Из этих ограничений вытекают пределы интегрирования θ_ϕ :

$$\theta_\phi = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{d \sin(\phi)}\right), & \text{при } \phi < \operatorname{arctg}(a/b) \\ \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{d \cos(\phi)}\right), & \text{при } \phi \geq \operatorname{arctg}(a/b).\end{cases}\tag{2.15}$$

Подстановка этих пределов, а так же выражения (2.13) в интеграл (2.12) позволяет получить довольно громоздкое выражение для геометрического фактора. Однако в указанном двойном интеграле возможно взять в элементарных функциях только первый интеграл по θ , второй интеграл по ϕ в элементарных функциях не берётся. Стоит отметить, что полученное в итоге промежуточного интегрирования выражение будет легко браться численно за существенно меньшее число операций и времени, с существенно большей точностью, нежели интеграл (2.11).

Литература

1. de Coulomb C. A. Première Memoire sur l'Electricite et le Magnetism. Second Memoire sur l'Electricite et le Magnetism. Troisième Memoire sur l'Electricite et le Magnetism. // Histoire de l'Académie Royal des Sciences. 1785. P. 569–638. URL: <http://books.google.ru/books?id=by5EAAAACAAJ&pg=PA569>.
2. de Coulomb C. A. Quatrième Memoire sur l'Electricite et le Magnetism // Histoire de l'Académie Royal des Sciences. 1786. P. 67–77. URL: <http://books.google.ru/books?id=5hAVAAAAQAAJ&pg=RA1-PA67>.
3. de Coulomb C. A. Cinquième Memoire sur l'Electricite et le Magnetism // Histoire de l'Académie Royale de Sciences. 1787. P. 421–467. URL: <http://books.google.ru/books?id=0uIEAAAAQAAJ&pg=PA421>.
4. de Coulomb C. A. Sixième Memoire sur l'Electricite et le Magnetism // Histoire de l'Académie Royale de Sciences. 1788. P. 617–705. URL: <http://books.google.ru/books?id=my5EAAAACAAJ&pg=PA619>.
5. de Coulomb C. A. Septième Memoire sur l'Electricite et le Magnetism // Histoire de l'Académie Royale de Sciences. 1789. P. 455–505. URL: <http://books.google.ru/books?id=XhEVAAAAQAAJ&pg=PA455>.
6. Faraday M. Experimental researches in electricity by Michael Faraday. J. M. Dent, 1922. URL: ia802606.us.archive.org/28/items/experimentalrese00faraiala/experimentalrese
7. Bequerel H. Sur les radiations invisibles emises par les corps phosphorescents // Comptes Rendus. 1896. Vol. 122. P. 501–503.

8. Rutherford E., Geiger H. The Charge and Nature of the α -Particle // Royal Society of London Proceedings Series A. 1908. AUG. Vol. 81. P. 162–173.
9. Rutherford E. Radio-activity of Ordinary Materials // Nature. 1903. APR. Vol. 67. P. 511–512.
10. Wulf T. On the radiation of high penetrating power that exists in the atmosphere // Physikalische Zeitschrift. 1909. Vol. 1, no. 152-157. P. 124.
11. Gockel A. Lufterlektrische Beobachtungen bei einer Ballonfahrt // Physikalische Zeitschrift. 1910. Vol. 11. P. 280–282.
12. Hess V. F. Über Beobachtungen der durchdringenden Strahlung bei sieben Freiballonfahrten // Physikalische Zeitschrift. 1912. Vol. 13. P. 1084–1091.
13. Kolhörster W. Messungen der durchdringenden Strahlung im Freiballon in größeren Höhen // Physikalische Zeitschrift. 1913. Vol. 14. P. 1153–1156.
14. Kolhörster W. Über eine Neukonstruktion des Apparates zur Messung der durchdringenden Strahlung nach Wulf und die damit bisher gewonnenen Ergebnisse // Physikalische Zeitschrift. 1913. Vol. 14. P. 1066–1069.
15. Bothe W., Geiger H. Über das Wesen des Comptoneffekts; ein experimenteller Beitrag zur Theorie der Strahlung // Zeitschrift für Physik. 1925. Vol. 32, no. 1. P. 639–663. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01331702>.
16. Kolhörster W. Eine neue Methode zur Richtungsbestimmung von Gamma-Strahlen // Naturwissenschaften. 1928. DEC. Vol. 16. P. 1044–1045.
17. Millikan R., Otis R. High Frequency Rays of Cosmic Origin II. Mountain Peak and Airplane Observations // Physical Review. 1926. JUN. Vol. 27. P. 645–658.
18. Millikan R. A. High Frequency Rays of Cosmic Origin // Science. 1925. NOV. Vol. 62. P. 445–448. URL: <http://www.sciencemag.org/content/62/1612/445.full.pdf>.

19. Myssowsky L., Tuwim L. Versuche über die Absorption der Höhenstrahlung im Wasser // Zeitschrift für Physik. 1926. Vol. 35, no. 4. P. 299–303. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01380300>.
20. Myssowsky L., Tuwim L. Unregelmäßige Intensitätsschwankungen der Höhenstrahlung in geringer Seehöhe // Zeitschrift für Physik. 1926. Vol. 39, no. 2-3. P. 146–150. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01321981>.
21. Skobelzyn D. Über eine neue Art sehr schneller β -Strahlen // Zeitschrift für Physik. 1929. Vol. 54, no. 9-10. P. 686–702.
22. Auger P., Maze R., Grivet-Meyer T. Grandes gerbes cosmiques atmosphériques contenant des corpuscules ultrapénétrants // Comptes Rendus l'Académie des Sciences Paris. 1938. Vol. 206. P. 1721. URL: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3158p/f1721.image.langEN>.
23. High Energy Cosmic-Ray Observation at Concorde Level / J. N. Capdevielle, T. Fujinaga, M. Ichimura et al. // International Cosmic Ray Conference. 1987. Vol. 5. P. 182–184.
24. Anderson C. D. The positive electron // Physical Review. 1933. Vol. 43, no. 6. P. 491–494.
25. Neddermeyer S. H., Anderson C. D. Cosmic-ray particles of intermediate mass // Physical Review. 1938. Vol. 54, no. 1. P. 88.
26. Occhialini G. P. S., Powell C. F. Nuclear Disintegrations Produced by Slow Charged Particles of Small Mass // Nature. 1947. FEB. Vol. 159. P. 186–190. URL: <http://www.nature.com/nature/journal/v159/n4032/pdf/159186a0.pdf>.
27. Rochester G. D., Butler C. C. Evidence for the Existence of New Unstable Elementary Particles // Nature. 1947. DEC. Vol. 160. P. 855–857. URL: <http://www.nature.com/physics/looking-back/rochester/rochester.pdf>.
28. Измерение космического излучения на искусственном спутнике Земли / С.Н. Вернов, Н.Л. Григоров, Ю.И. Логачев и др. // Доклады АН СССР. 1958. май. Т. 120, № 6. С. 1231–1233.

29. Allen J A Van. Observation of high intensity radiation by satellites 1958 Alpha and Gamma // *Journal of Jet Propulsion*. 1958. Т. 28, № 9. С. 588–592.
30. Greisen K. End to the Cosmic-Ray Spectrum? // *Physical Review Letters*. 1966. APR. Vol. 16. P. 748–750. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.16.748>.
31. Зацепин Г. Т., Кузьмин В. А. О верхней границе спектра космических лучей // *Письма в ЖЭТФ*. 1966. Т. 4. С. 114–117.
32. Linsley J. Evidence for a Primary Cosmic-Ray Particle with Energy 10^{20} eV // *Physical Review Letters*. 1963. Feb. Vol. 10. P. 146–148. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.10.146>.
33. Detection of a cosmic ray with measured energy well beyond the expected spectral cutoff due to cosmic microwave radiation / D. J. Bird, S. C. Corbato, H. Y. Dai et al. // *Astrophysical Journal*, Part 1. 1995. MAR. Vol. 441, no. 1. P. 144–150.
34. Sokolsky. Final Results from the High resolution Fly’s Eye (HiRes) Experiment // *Nuclear Physics B — Proceedings Supplements*. 2011. Vol. 212. P. 74–78. *Proceedings of the Cosmic Ray International Seminars (CRIS 2010) 100 years of Cosmic Ray Physics: from pioneering experiments to physics in space*. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920563211000430>.
35. The Pierre Auger Collaboration. Correlation of the Highest-Energy Cosmic Rays with Nearby Extragalactic Objects // *Science*. 2007. Vol. 318, no. 5852. P. 938–943. URL: <http://www.sciencemag.org/content/318/5852/938.abstract>.
36. Glushkov A. V., Pravdin M. I., Sabourov A. V. Revision of the energy calibration of the Yakutsk extensive air shower array // *Physical Review D*. 2014. jul. Vol. 90, no. 1. P. 012005.
37. The energy spectrum of cosmic rays at the highest energies / B. R. Dawson, I. C. Mariş, M. Roth et al. // *European Physical Journal Web of Conferences*. Vol. 53 of *European Physical Journal Web of Conferences*. 2013. JUN. P. 1005.

38. Гинзбург В. Л. Происхождение космических лучей и радио-астрономия // Успехи физических наук. 1953. Т. 51, № 11. С. 343–392. URL: <http://ufn.ru/ru/articles/1953/11/b/>.
39. Мурзин В. С. Введение в физику космических лучей. 3 изд. Москва: Атомиздат, 1988.
40. Калмыков Н. Н. Космические лучи сверхвысоких энергий // Цикл лекций по проблемам физики космических лучей высоких и сверхвысоких энергий. Издательство Московского университета Москва, 2001. С. 5–52.
41. Ракобольская И. В., Калмыков Н. Н., Свертилов С. И. Введение в физику космических лучей. Конспект лекций, часть 1. УНЦ ДО Москва, 2003.
42. Ракобольская И. В., Калмыков Н. Н. Введение в физику космических лучей. Конспект лекций, часть III. Москва: Издательство Московского университета, 2004.
43. Мурзин В. С. Астрофизика космических лучей. Классический университетский учебник. 4 изд. Москва: Университетская книга, 2013. URL: <https://www.google.ru/books?id=hdrSAAAAQBAJ&lpg=PA5&lr&hl=ru&pg=>
44. Greisen K. The Intensities of the Hard and Soft Components of Cosmic Rays as Functions of Altitude and Zenith Angle // Phys. Rev. 1942. Mar. Vol. 61. P. 212–221. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.61.212>.
45. Rossi B. Interpretation of Cosmic-Ray Phenomena // Rev. Mod. Phys. 1948. Jul. Vol. 20. P. 537–583. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.20.537>.
46. Росси Б. Б. Космические лучи. 2 изд. Москва: Атомиздат, 1966.
47. Григоров Н. Л. Состав и свойства космического излучения на уровне моря // Космические лучи, практикум по ядерной физике. Москва: Физматгиз, 1962. С. 5–12.
48. Rossi B. Method of Registering Multiple Simultaneous Impulses of Several Geiger's Counters. //

Nature. 1930. APR. Vol. 125. P. 636. URL:
<http://www.nature.com/nature/journal/v125/n3156/pdf/125636a0.pdf>.