

Общий ядерный практикум

Лабораторная работа №14(б)

Статистика регистрации частиц

Версия документа: 2, дата создания 11 октября 2014 г.

В работе изучаются статистические закономерности экспериментальных измерений в ядерной физике. С помощью счетчика частиц производится оценка характеристик стационарных потоков излучения и определяется точность сделанных оценок.

Содержание

1. Введение	2
1.1. Параметры распределений случайных величин	2
1.2. Математическое ожидание и дисперсия	3
1.3. Оценки	5
1.4. Гистограмма и эмпирическая функция распределения	5
1.5. Критерий согласия Колмогорова	7
1.6. Оценка среднего значения, среднеквадратичное отклонение и стандартная ошибка	7
2. Экспериментальная установка	8
3. Выполнение работы	9
3.1. Набор данных	9
3.1.1. Упражнение №1. Измерение фона.	9
3.1.2. Упражнение №2. Измерение активности неизвестного источника.	10
4. Обработка результатов	10
5. Контрольные вопросы и задачи	12
6. Литература для подготовки к работе	12
А. Принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера	12
Б. Свойства распределений случайных величин	15
Б.1. Биномиальное распределение	15
Б.2. Распределение Пуассона	16
Б.3. Нормальное распределение	17

В. Естественный радиационный фон	17
В.1. Космическое излучение	18
В.2. Радиоактивные изотопы естественного происхождения	18
В.2.1. Космогенные радионуклиды	18
В.3. Радионуклиды земного происхождения	18
В.3.1. Искусственные радионуклиды	19
Г. Использование счетчика импульсов	19

1. Введение

Экспериментальные измерения в ядерной физике и физике элементарных частиц значительно отличаются от классической физики. Объектом изучения этой области физики являются микроскопические квантовые частицы, конечные размеры которых составляют величину от 10^{-10} м (атомы) до 10^{-15} м (нуклоны). Масса наиболее тяжелой из известных элементарных частиц, t -кварка, составляет около $173 \text{ ГэВ}/c^2$, или приблизительно $3 \cdot 10^{-25}$ кг, а характерные энергии, которые имеют частицы в процессах ядерной физики, — несколько МэВ, т.е. десятитысячные доли нДж. Непосредственное измерение настолько небольших величин невозможно. Более того, в квантовой физике отсутствует классическое свойство детерминированности, т.е. все процессы и взаимодействия носят принципиально вероятностный характер. Это значит, что даже идеальный эксперимент по измерению величины, макроскопической по своему значению (например, времени жизни нейтрона $\tau_n \approx 900 \text{ с}$), может дать практически любой результат. Таким образом, результат эксперимента в ядерной физике и физике элементарных частиц является случайной величиной, а для извлечения данных из экспериментальных результатов должны применяться методы математической статистики.

С точки зрения статистики экспериментальное измерение какой-либо физической величины в самом общем случае описывается следующим образом. В рамках той или иной физической модели состояние физической системы характеризуется набором физических величин, которые имеют конкретное, строго определенное значение (*истинное значение*), которое, однако, стороннему наблюдателю неизвестно. Цель экспериментатора — определение истинного значения величин с требуемой точностью. Эксперимент представляет собой некоторое действие с исследуемой системой, результатом которого являются *измеренные значения* одной или нескольких наблюдаемых величин (не обязательно тех физических величин, которые требуется измерить, т.к. они могут и не быть экспериментально наблюдаемыми). Благодаря различным ошибкам измерений эти измеренные значения представляют собой случайные величины. На этапе обработки экспериментальных данных измеренные значения используются для получения *оценок* необходимых физических величин.

1.1. Параметры распределений случайных величин

Главной характеристикой случайной величины является *функция распределения* $F(x)$, которая для случайной величины X по определению равна вероятности того, что $X \leq x$, т.е.

$$F_X(x) = P(X \leq x). \quad (1)$$

В каждом состоянии системы функции распределения измеряемых величин строго заданы и зависят от истинных значений параметров системы:

$$F_X(x) = F_X(x|\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n) \equiv F_X(x|\boldsymbol{\vartheta}), \quad (2)$$

где ϑ_i — это параметры физической системы, а $\boldsymbol{\vartheta}$ — это вектор, сформированный из значений ϑ_i . В общем случае измеряемых в одном эксперименте величин X_j может быть несколько (например, одновременно измеряется длина, время и температура) и тогда один и тот же вектор параметров $\boldsymbol{\vartheta}$ определяет несколько функций распределения измеряемых величин X_j . Измеряемые величины X_j также могут быть записаны в виде вектора $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$, о котором теперь можно сказать, что это случайный вектор, описываемый *многомерной функцией распределения*:

$$F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\vartheta}) = \begin{pmatrix} F_{X_1}(x_1|\boldsymbol{\vartheta}) \\ F_{X_2}(x_2|\boldsymbol{\vartheta}) \\ \vdots \\ F_{X_m}(x_m|\boldsymbol{\vartheta}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(X_1 \leq x_1|\boldsymbol{\vartheta}) \\ P(X_2 \leq x_2|\boldsymbol{\vartheta}) \\ \vdots \\ P(X_m \leq x_m|\boldsymbol{\vartheta}) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В результате проведения эксперимента измеряется значение вектора \mathbf{X} , т.е. m измеряемых физических величин, зависящих от n параметров. Один и тот же эксперимент можно повторить несколько раз, в результате чего будет измерена совокупность значений случайного вектора \mathbf{X} : $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N = \{\mathbf{X}_i\}$ (в данном случае индекс уже соответствует не компонентам X_j , а номеру повторения эксперимента). Эта последовательность называется *выборкой* значений случайного вектора \mathbf{X} , и в конечном итоге цель эксперимента может быть сформулирована как получение оценки физических параметров $\boldsymbol{\vartheta}$ как некоторой функции τ от измеренной выборки $\{\mathbf{X}_i\}$:

$$\boldsymbol{\vartheta}^* = \tau(\{\mathbf{X}_i\}), \quad (4)$$

где значок «*» означает оценку истинного значения.

Приведенное описание соответствует общему случаю эксперимента, в котором измеряется значение m переменных, зависящих от n параметров. В данной задаче будет рассматриваться простейший одномерный случай, для которого $m = n = 1$. Векторы измерений и параметров \mathbf{X} и $\boldsymbol{\vartheta}$ при этом представляют собой скаляры X и ϑ .

1.2. Математическое ожидание и дисперсия

Оценка $\boldsymbol{\vartheta}^*$, будучи функцией от случайных величин, сама является случайной величиной и, следовательно, обладает своей функцией распределения и, кроме того, такими обычными характеристиками случайных величин, как математическое ожидание и дисперсия.

Для того, чтобы дать определение этих свойств, необходимо ввести понятие дискретных и непрерывных случайных величин. Случайная величина называется *дискретной*, если принимает значения из множества, элементы которого можно пронумеровать натуральными числами, т.е. возможные значения которой принадлежат счетному множеству. Примером дискретной случайной величины может быть величина, значение которой является целым числом (скажем, номер, выпавший на рулетке или сторона подброшенной монеты).

Непрерывная случайная величина принимает значения из непрерывного множества. Случайное действительное число является примером непрерывной случайной величины.

Более наглядное, чем функция распределения, описание случайных величин дают *распределение вероятности* для дискретных целочисленных величин и *функция плотности вероятности* для непрерывных величин. Распределением вероятности дискретной величины называется функция $P(k)$, равная вероятности того, что дискретная случайная величина принимает значение k .

Функцией плотности вероятности непрерывной случайной величины X называется такая функция $p(x)$, что вероятность того, что значение X находится в интервале $(x, x + dx]$ равняется $P = p(x)dx$.

Математическое ожидание дискретной случайной величины K равно

$$\mathbf{E}[K] = \sum_i k_i P(k_i), \quad (5)$$

где индекс i соответствует всем возможным значениям случайной величины $K = k_i$.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины X , для которой задана функция плотности вероятности $p(x)$ равно

$$\mathbf{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx. \quad (6)$$

Часто вместо термина «математическое ожидание» употребляется термин «среднее значение». В мат. статистике это практически синонимы, но мы будем пользоваться понятием математического ожидания величины, поскольку оно явно указывает на ее случайность, в то время как среднее значение — это более общий термин, применяющийся и в других областях физики и математики.

В соответствии со свойствами интеграла математическое ожидание является линейной функцией случайных величин, т.е.

$$\mathbf{E}[\alpha X + \beta Y] = \alpha \mathbf{E}[X] + \beta \mathbf{E}[Y], \quad (7)$$

где X и Y — случайные величины, а α и β — постоянные множители.

Дисперсия случайной величины X по определению равна

$$\mathbf{D}[X] = \mathbf{E}[(X - \mathbf{E}[X])^2]. \quad (8)$$

Дисперсия является мерой неопределенности или разброса случайной величины вокруг среднего значения. Для этой же цели служит *стандартное (или среднеквадратичное) отклонение*, равное по определению

$$\sigma = \sqrt{\mathbf{D}[X]}. \quad (9)$$

Дисперсия суммы случайных величин равна сумме соответствующих дисперсий:

$$\mathbf{D} \left[\sum_{i=1}^K X_i \right] = \mathbf{D}[X_1] + \mathbf{D}[X_2] + \dots + \mathbf{D}[X_K], \quad (10)$$

а дисперсия произведения случайной величины и постоянного множителя равна

$$\mathbf{D}[\alpha X] = \alpha^2 \mathbf{D}[X]. \quad (11)$$

1.3. Оценки

Как было указано выше, оценкой параметра распределения случайной величины (или функции от этих параметров), называется любой способ определения его значения из выборки, полученной в результате измерения. Поскольку входные данные процесса оценивания являются случайными, то и сама оценка является случайной величиной, и следовательно может характеризоваться своей функцией распределения, математическим ожиданием и дисперсией.

Смещением оценки ϑ^* некоторой величины ϑ называется разность

$$b = \mathbf{E}[\vartheta] - \vartheta, \quad (12)$$

т.е. разница между математическим ожиданием оценки и истинным значением оцениваемой величины. Если смещение оценки равно $b = 0$, то такая оценка называется *несмещенной*. Очевидно, что если смещение оценки неизвестно, то несмещенная оценка является более предпочтительной.

Дисперсия оценки $\mathbf{D}[\vartheta^*]$ является характеристикой ее точности, наряду со *среднеквадратичной ошибкой* M :

$$M = \mathbf{E}[(\vartheta^* - \vartheta)^2] = \mathbf{D}[\vartheta^*] + b. \quad (13)$$

Число способов оценивания одной и той же величины может быть сколь угодно велико, но по понятным причинам на практике ищут оценку с минимальным смещением и дисперсией. Оценка с минимальной среднеквадратичной ошибкой называется *эффективной*.

1.4. Гистограмма и эмпирическая функция распределения

После того, как проведена серия экспериментов и измерена выборка $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ некоторой случайной величины X , может быть построена *эмпирическая функция распределения*, т.е. ступенчатая функция $\hat{F}(x)$, такая, что

$$\hat{F}(x) = \frac{\mathbf{N}(x_i \leq x)}{N}, \quad (14)$$

т.е. $\hat{F}(x)$ в каждой точке равна отношению числа элементов выборки, меньших или равных x , к общему числу элементов.

Пример. На рис. 1 показана эмпирическая функция распределения выборки, состоящей из $N = 100$ нормально распределенных случайных чисел, а также сама функция распределения, которой соответствуют эти числа. По мере увеличения объема выборки N эмпирическая функция распределения будет становиться все более гладкой и приближаться к «настоящей» функции распределения.

Для наглядного представления измеренных данных строятся гистограммы распределений. Для того, чтобы построить гистограмму, соответствующую измеренной выборке $\{x_i\}$, необходимо:

- 1) выбрать границы диапазона $[x_{\min}, x_{\max})$, в котором строится гистограмма;
- 2) выбрать число каналов гистограммы K , на которые разбивается диапазон $[x_{\min}, x_{\max}]$. Ширина каждого канала равна $\Delta x = (x_{\max} - x_{\min})/K$, а границы k -го канала соответствуют интервалу $[\Delta x (k - 1), \Delta x k)$;

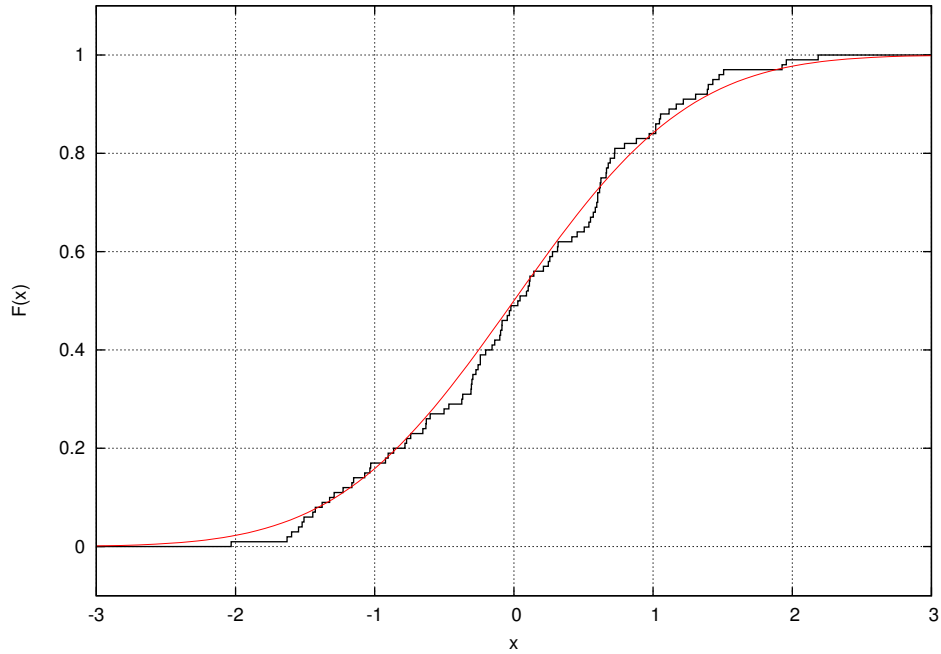


Рис. 1. Эмпирическая функция распределения выборки, состоящей из 100 нормально распределенных случайных чисел.

- 3) для каждого канала k подсчитать число n_k элементов выборки $\{x_i\}$ попадающих в границы данного интервала;
- 4) построить гистограмму в виде графика, где каждому каналу соответствует столбец, высота которого равна $h_k = n_k$. Аналогичным образом вместо гистограммы можно построить *распределение частот*, если откладывать по оси Y величину $h_k = n_k / (N \Delta x)$, тогда каждый столбец гистограммы будет соответствовать не числу событий, а относительной частоте их выпадения.

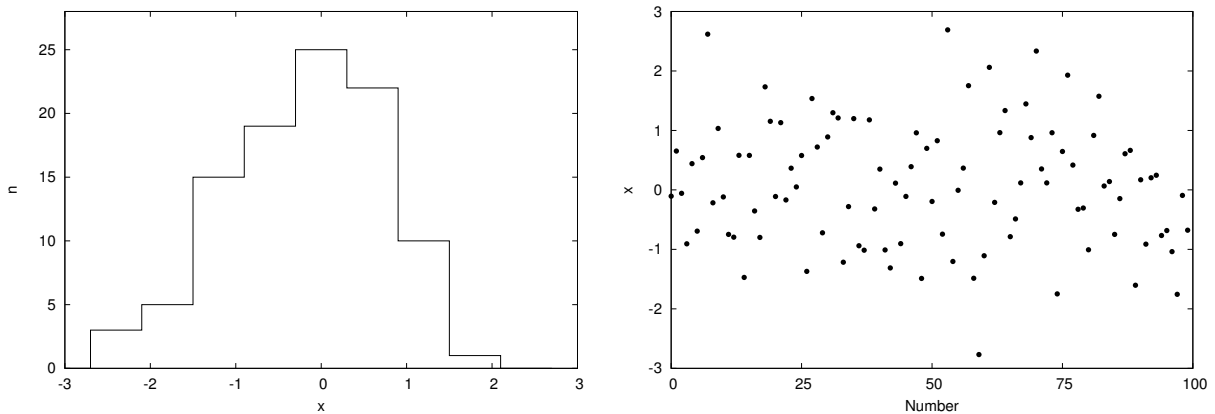


Рис. 2. Гистограмма, построенная по данным рис. 1. Слева: исходные точки в зависимости от номера измерения.

Пример гистограммы, соответствующей тем же случайным числам, что и на рис. 1, построенной в диапазоне $[-3, 3]$ с числом каналов $K = 10$, показан на рис. 2.

1.5. Критерий согласия Колмогорова

Сравнение эмпирических функций распределения двух случайных величин позволяет ответить на вопрос, совпадают ли законы распределения этих величин. При сравнении эмпирических распределений используется критерий Колмогорова-Смирнова. В соответствии с этим критерием принятие гипотезы об одинаковом распределении (однородности) двух выборок $\{x_i\}$, где $i = 1, 2, \dots, N$, и $\{x'_j\}$, где $j = 1, 2, \dots, N'$, производится следующим образом:

- 1) находятся эмпирические функции распределения $\hat{F}(x)$ и $\hat{F}'(x)$;
- 2) вычисляется точная верхняя грань $D = \sup_x |\hat{F}(x) - \hat{F}'(x)|$, т.е. максимальное отличие двух эмпирических распределений;
- 3) вычисляется значение статистики $t = \sqrt{\frac{NN'}{N+N'}} D$;
- 4) если величина t превышает значение K_α , то гипотеза однородности отвергается с уровнем доверия $1 - \alpha$, иначе гипотеза принимается (см. значения K_α в таблице).

Таблица 1. Уровни значимости критерия Колмогорова-Смирнова

$1 - \alpha$	K_α
0,5	0,82757
0,6	0,89476
0,7	0,97306
0,8	1,0727
0,9	1,2238
0,95	1,3581
0,99	1,6276
0,999	1,9495
0,9999	2,2253

1.6. Оценка среднего значения, среднеквадратичное отклонение и стандартная ошибка

Основная числовая величина, определяемая в задаче №14, — это интенсивность событий естественного радиационного фона, т.е. число частиц фона, регистрируемых детектором за единицу времени. Для того, чтобы ее найти, нужно вычислить среднее число частиц, регистрируемых за время измерения. Средним значением случайной величины является ее математическое ожидание, и из всего сказанного выше ясно, что наилучшим способом найти это значение будет *эффективная оценка математического ожидания*.

Отметим, что не существует общего выражения эффективной оценки для произвольных распределений, однако, для распределения Пуассона и нормального распределения, встречающихся в данной работе, эффективная оценка математического ожидания, вычисленная на основе измеренной выборки $\{x_i\}$, дается следующим выражением:

$$\mu^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (15)$$

(где N — объем выборки), т.е. эффективная оценка среднего в данном случае совпадает со *средним арифметическим* от выборки.

Помимо самой оценки среднего μ^* необходимо знать и ее точность, указав ее стандартное отклонение. Стандартное отклонение оценки среднего значения называется *стандартной ошибкой* и вычисляется по формуле

$$\sigma_\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{D}[X]}{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (16)$$

В соответствии с этой формулой, если известно точное значение дисперсии или стандартного отклонения случайной величины X , можно определить точное значение стандартной ошибки, а если известна оценка дисперсии или стандартного отклонения, то можно получить оценку стандартной ошибки.

Одним из часто применяемых способов оценки дисперсии на основе измеренной выборки $\{x_i\}$ является выражение

$$\mathbf{D}^*[X] = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mu^* - x_i)^2, \quad (17)$$

где μ^* вычисляется по формуле (15). В таком случае оценку стандартного отклонения можно найти по формуле¹

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mu^* - x_i)^2}. \quad (18)$$

Таким образом, мы приходим к распространенной формуле оценки стандартной ошибки среднего

$$\sigma_\mu^* = \frac{\sigma^*}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\mu^* - x_i)^2}{N(N-1)}}. \quad (19)$$

2. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки, используемой для выполнения работы, показана на рис. 3. В состав установки входят:

- 1) счетчик Гейгера-Мюллера, предназначенный для детектирования частиц ионизирующих излучений;
- 2) преобразователь высокого напряжения, который служит источником питания для счетчика Гейгера-Мюллера;
- 3) цифровой счетчик импульсов, предназначенный для регистрации импульсов напряжения на выходе счетчика Гейгера-Мюллера;
- 4) цифровой таймер, автоматически останавливающий счетчик импульсов через заданное время;

¹Это пример оценки, не являющейся эффективной: величина σ^* будет смещена относительно истинного значения стандартного отклонения. Множитель $(N-1)^{-1}$ в этой формуле, употребляемый вместо более очевидного значения N^{-1} , позволяет уменьшить смещение при малых объемах выборки N .

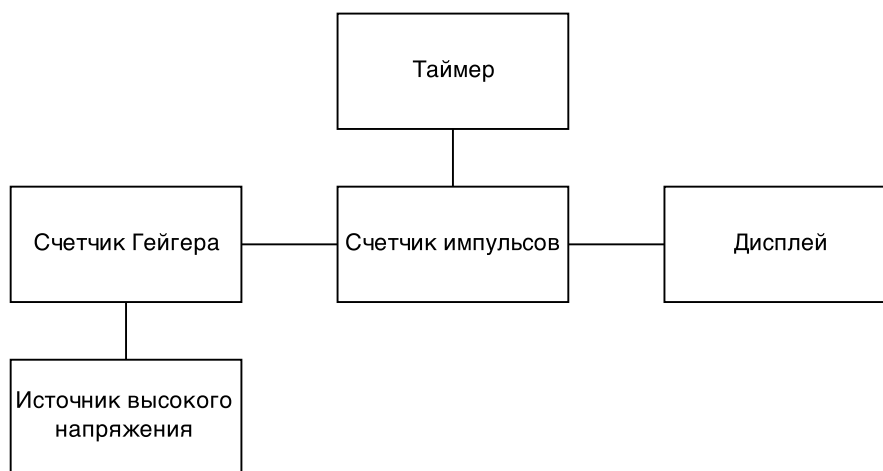


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

- 5) электронный дисплей с клавиатурой, предназначенный для вывода результатов и управления прибором.

Все элементы экспериментальной установки смонтированы внутри пластмассового корпуса. Счетчик Гейгера расположен диагонально вдоль верхней крышки.

Внимание! В схеме включения счетчика Гейгера используется высоковольтный источник напряжения, поэтому с прибором следует обращаться очень аккуратно. Категорически запрещается разбирать или нарушать целостность корпуса прибора.

3. Выполнение работы

В каждом упражнении с помощью счетчика импульсов измеряется число частиц радиационного фона, зарегистрированных за фиксированное время. Результаты измерений в каждом упражнении заносятся в таблицу:

Упражнение № ____

Длительность измерения $\Delta t =$ ____, число измерений $N =$ ____.

№ измерения	Число импульсов
1	
2	
...	
100	

3.1. Набор данных

3.1.1. Упражнение №1. Измерение фона.

- 1) Выбрать длительность одного измерения Δt в диапазоне 30—40 с.
- 2) Ввести выбранное значение Δt в таймер измерительной установки в соответствии с инструкцией по использованию прибора.
- 3) Произвести $N = 100$ измерений числа частиц, зарегистрированных прибором за время Δt .
- 4) Полученные результаты занести в таблицу.

3.1.2. Упражнение №2. Измерение активности неизвестного источника.

- 1) Поместить неизвестный источник на верхнюю крышку прибора.
- 2) Установить ту же длительность измерения Δt , что и в упражнении №1.
- 3) Произвести $N = 100$ измерений числа частиц, зарегистрированных прибором за время Δt . Результаты занести в таблицу.

Внимание! Запрещается менять положение источника на детекторе во время всей серии измерений!

4. Обработка результатов

Обработка результатов двух упражнений производится совместно.

- 1) Для каждой из измеренных серий рассчитываются оценки среднего значения числа отсчетов μ^* по формуле (15) и стандартной ошибки среднего (19).

Оценка стандартной ошибки может быть получена и другим образом: оценить дисперсию распределения Пуассона можно из полученного среднего значения (см. приложение), что дает возможность найти стандартную ошибку по формуле (16). Поскольку в первом случае оценка стандартной ошибки не зависит от распределения, а во втором явно предполагается, что величина подчиняется распределению Пуассона, то из сравнения двух оценок стандартной ошибки можно сделать вывод о том, соответствует ли наблюдаемое распределение закону Пуассона.

Также необходимо найти среднюю *скорость счета* и ее погрешность по формуле

$$I = \frac{\mu}{\Delta t}. \quad (20)$$

- 2) Результаты измерений в двух упражнениях изображаются в виде гистограмм распределения частот. Для удобства сравнения гистограммы обеих серий измерений строятся на одном листе друг над другом, с одинаковыми пределами и масштабом по оси X и с одинаковой шириной канала Δx . При построении гистограмм исходные значения частот сначала заносятся в тетрадь в виде таблицы.
- 3) На одном графике с каждой гистограммой изображаются: точками — теоретические значения вероятностей распределения Пуассона с параметром $\mu = \mu^*$, сплошной кривой — нормальное распределение с параметрами $\mu = \mu^*$, $\sigma = \sqrt{\mu^*}$.
- 4) Строятся эмпирические функции распределений выборок обоих упражнений и с помощью критерия Колмогорова проверяется однородность двух выборок. Для этого результаты заносятся в таблицу следующего вида:

Таблица. Эмпирические функции распределения

x	$N(x_i \leq x)$		$\hat{F}(x)$		$ \hat{F}(x) - \hat{F}'(x) $
	Упр. №1	Упр. №2	Упр. №1	Упр. №2	
x_{\min}					
$x_{\min} + 1$					
...					
x_{\max}					

Здесь x_{\min} и x_{\max} — это, соответственно, максимальное и минимальное число импульсов, зарегистрированных в обоих упражнениях, $N(x_i \leq x)$ означает число измерений в которых число зарегистрированных импульсов не превышало x , а $\hat{F}(x)$ — эмпирическая функция распределения, рассчитанная по формуле (14).

Затем находится максимальное значение модуля разности эмпирических распределений и рассчитывается значение статистики t . Если t превышает значение K_α при заданном уровне доверия $1 - \alpha$, то гипотеза однородности распределений отвергается, и делается вывод, что распределения в первом и втором упражнениях отличаются, т.е. неизвестный источник является радиоактивным.

Полученные эмпирические функции распределения следует изобразить графически на одном графике. Поскольку число точек по оси X велико, рекомендуется строить график на компьютере. Если график строится вручную, то достаточно наносить точки через каждые 3—5 значений.

- 5) Если результатом проверки однородности выборок стал вывод о том, что источник является радиоактивным, то нужно определить скорость счета событий от источника, пользуясь формулой $I_{\text{полн}} = I_{\text{фон}} + I_{\text{ист}}$.

Зная массу источника, процентное содержание изотопа ^{40}K в природном калии $\nu = 0,012\%$, период полураспада $T_{1/2}(^{40}\text{K}) = 1,248 \cdot 10^9$ лет, процентное содержания калия в калийном удобрении, используемом в качестве источника, необходимо оценить вероятность регистрации β -распадов изотопа ^{40}K детектором. При этом следует считать, что детектор закрывает 10% полного телесного угла, в который вылетают продукты распада.

- 6) Если проверка показала отсутствие радиоактивного изотопа в образце, то измерения из второго упражнения используются для уточнения значения скорости счета фоновых частиц.

При сдаче работы необходимо представить:

- 1) таблицы экспериментальных измерений;
- 2) гистограммы частот событий с наложенными теоретическими расчетами;

Требования к оформлению графиков: графики должны быть построены на миллиметровой бумаге или распечатаны в специализированном ПО на компьютере. Небрежно подготовленные, построенные без использования линейки и карандаша графики **приниматься не будут**. Запрещается сдавать графики на тетрадных листах в клетку.

- 3) среднее число импульсов и скорость счета в каждом упражнении;
- 4) сравнение оценок стандартной ошибки, полученных двумя способами;
- 5) графики эмпирических распределений и результат проверки гипотезы о наличии радиоактивного источника во втором упражнении;
- 6) скорость счета событий от источника и оценку вероятности регистрации его распадов (если он есть) или уточненное значение скорости счета фоновых частиц;
- 7) вывод, сделанный в результате проведения работы.

5. Контрольные вопросы и задачи

- 1) Вывести закон радиоактивного распада.
- 2) В каких единицах измеряется активность?
- 3) Как связаны между собой период полураспада $T_{1/2}$ и постоянная распада λ ?
- 4) Чем отличается стандартная ошибка среднего от стандартного отклонения?

6. Литература для подготовки к работе

- 1) Б.С. Ишханов, И.М. Капитонов, Н.П. Юдин, *Частицы и атомные ядра*, (М., УРСС, 2007).
Гл. 7: §§1, 2, 3, 5; гл. 10: §12; прил. I.
- 2) И.М. Капитонов, *Введение в физику ядра и частиц*, (М., УРСС, 200х).

А. Принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера

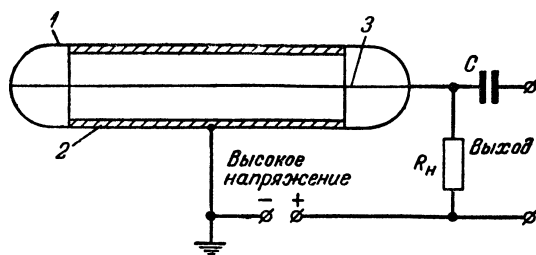


Рис. 4. Газоразрядный счетчик, его устройство и типичная схема его включения. 1 — стеклянный баллон; 2 — металлический цилиндр (катод); 3 — нить (анод).

Счетчик Гейгера относится к обширной группе газонаполненных детекторов, которые благодаря хорошей чувствительности к излучениям разных видов, относительной простоте и дешевизне являются широко распространенными приборами регистрации излучений. Такой детектор представляет собой заполненную газом среду, в объеме которой расположены два электрода. На электроды подается постоянное напряжение. Рабочее напряжение, подаваемое на счетчик, зависит от давления газа, которое для различных режимов работы детектора может меняться в широких пределах.

Регистрация частиц происходит следующим образом. Быстрая частица, попадая внутрь счетчика, вызывает ионизацию газа. Электроны, тяжелые положительные и отрицательные ионы, образованные ионизирующей частицей, двигаясь в электрическом поле, испытывают многократные столкновения, упругие и неупругие, с молекулами газа. Средняя скорость направленного движения электронов и ионов пропорциональна напряженности электрического поля и обратно пропорциональна давлению газа. Возникающий ток обусловлен в основном электронами, так как их подвижность на три порядка выше, чем подвижность тяжелых ионов. Импульс напряжения на сопротивлении R_n усиливается и подается на регистрирующую аппаратуру.

На рис. 5 показана зависимость амплитуды импульса напряжения на выходе газонаполненного детектора от напряжения на его электродах (предполагается, что постоянная

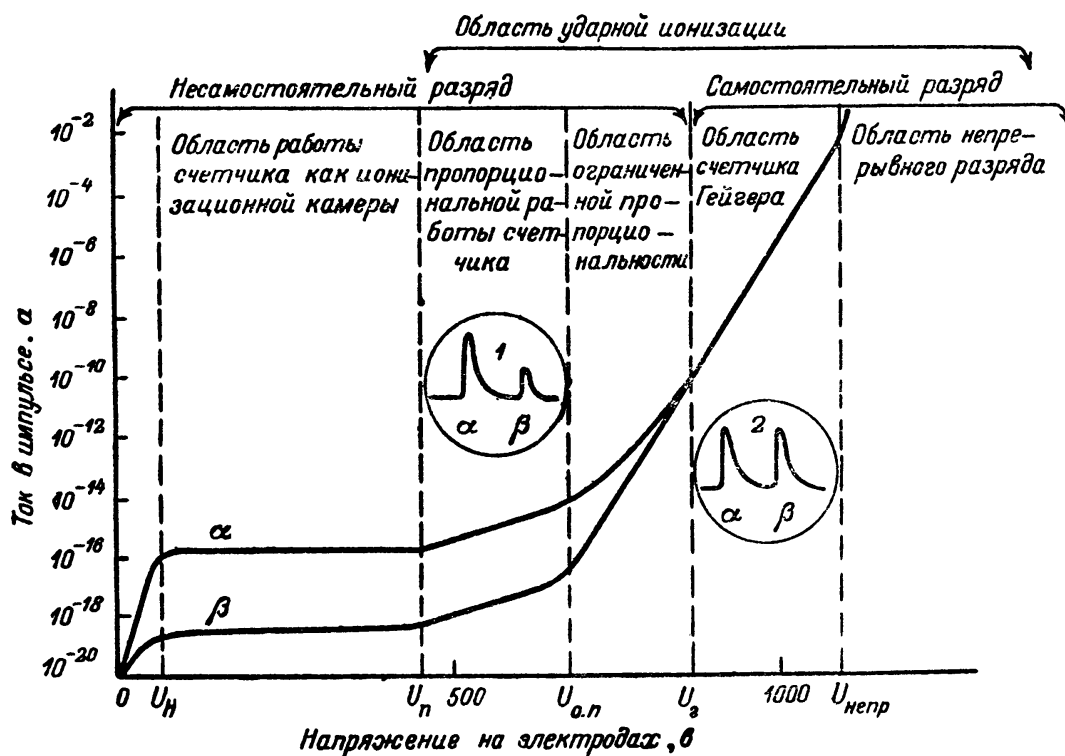


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика типичного газоразрядного счетчика при различных режимах работы. Схематично показана форма импульсов от α - и β -распадов.

времени $\tau = R_n C$ много больше времени собирания заряда в детекторе). Кривые α и β относятся к случаям различной начальной ионизации, большей для кривой α . Эти кривые называют вольт-амперной характеристикой счетчика. Каждую кривую можно разделить на характерные участки.

На участке I происходят два конкурирующих процесса: собирание зарядов на электродах и рекомбинация ионов в газовом объеме. При повышении напряжения скорость ионов увеличивается, что уменьшает вероятность рекомбинации.

На участке II практически все заряды, образованные в детекторе, собираются на электродах. Этот участок кривой называют областью насыщения. Детекторы, работающие в этой области, называются *ионизационными камерами*.

При дальнейшем увеличении напряжения электроны, созданные в результате первичной ионизации, ускоряются полем настолько, что становятся способными при столкновении с нейтральными атомами газа ионизировать их, т.е. создавать некоторое число вторичных ионов. Происходит *газовое усиление*. При этом амплитуда импульса сначала растет пропорционально первичной ионизации — это пропорциональная область. В этой области III работают так называемые *пропорциональные счетчики*.

Область работы пропорциональных счетчиков затем сменяется областью ограниченной пропорциональности IV.

Наконец, на участке V газовое усиление возрастает настолько, что собираемый заряд не зависит от первичной ионизации. Это так называемая область Гейгера. Однако разряд, как и в предыдущих областях, остается вынужденным, т.е. начинается после прохождения ионизирующей частицы.

Дальнейшее увеличение напряжения приводит к непрерывному самостоятельному разряду (область VI), поэтому эта область для регистрации частиц не используется.

В счетчике Гейгера газовое усиление настолько велико, что в нем происходит насыще-

ние вторичной ионизации. Вблизи порога этой области условия, необходимые для ударной ионизации, возникают только около нити (например, в цилиндрических счетчиках при $V = 1000$ В напряженность поля E у катода равна сотням В/см, а вблизи нити — $20000 \div 40000$ В/см). С увеличением напряжения область ударной ионизации увеличивается, а ионизация вследствие вторичных процессов (электронных и фотонных) быстро нарастает. В результате возникает электронная лавина.

Таким образом, в счетчике происходит пробой, разряд переходит в самостоятельный и охватывает всю газовую область счетчика. Возникают большие импульсы напряжения на аноде, величина которых не зависит от первичной ионизации. Достаточно образования хотя бы одной пары ионов, чтобы развился разряд, охватывающий весь объем счетчика. В области Гейгера коэффициент газового усиления достигает 10^{10} , а величина импульса напряжения — нескольких вольт или даже десятков вольт.

Геометрическая форма детектора выбирается, исходя из условий его работы. Цилиндрический счетчик состоит из металлической или металлизированной изнутри стеклянной трубки и тонкой металлической нити, натянутой по оси цилиндра. Нить служит анодом, трубка — катодом. Торцовый счетчик имеет входное окошко в торце корпуса. Обычно счетчики используют для регистрации частиц с коротким пробегом, поэтому окно счетчика изготавливают из тонкой пленки.

В качестве наполняющих газов в большинстве случаев используют специальные газовые смеси (например, $Ag + HCl + HBr$) с добавками, ускоряющими гашение разряда для повышения быстродействия детектора.

Счетчики Гейгера обладают высокой чувствительностью к ионизирующему излучению. Однако они не способны дифференцировать различные виды излучений, различать их энергии, поэтому они используются как детекторы интенсивности излучения. Этому способствует следующая важная особенность работы прибора. При достижении порога области Гейгера начинается плато счетной характеристики, где число зарегистрированных импульсов практически не зависит от напряжения (каждая ионизирующая частица, попадающая в объем счета, образует лавину). При дальнейшем увеличении напряжения счетчик переходит в режим спонтанного разряда.

Рабочее напряжение счетчика выбирают на середине плато. Пороговое напряжение, положение и протяженность плато являются индивидуальными характеристиками счетчика и должны определяться экспериментально. Обычно рабочее напряжение составляет от нескольких сотен до тысячи вольт.

Счетчики Гейгера отличаются относительной простотой и надежностью, высокой эффективностью. Чувствительность счетчика к падающему излучению зависит также от проникающей способности частиц. Естественно, что будут зарегистрированы только те частицы, которые попадут в рабочий объем счетчика (следовательно, толщина стенки или окошка счетчика не должна превышать свободного пробега частицы в материале стенки счетчика). Если частицы, проникающие в рабочий объем, образуют хотя бы пару ионов, они будут зарегистрированы практически со 100%-ной вероятностью.

Однако для восстановления чувствительности прибора после каждого акта регистрации необходимо очистить газовый объем от тяжелых ионов, подвижность которых невелика. В течение этого времени прибор не способен регистрировать другие частицы. Это так называемое мертвое время счетчика. Мертвое время счетчиков Гейгера относительно велико — 10^{-4} — 10^{-3} сек., и разрешающая способность этого прибора не превосходит несколько тысяч частиц в сек.

Кроме того, эти счетчики малочувствительны к γ -излучению. Регистрация γ -квантов происходит только в результате образования вторичных заряженных частиц, которые вследствие малой эффективности взаимодействия γ -излучения с веществом выбивают-

ся лишь в стенках газонаполненного детектора, которые изготавливаются из материала с большим атомным номером (стенки γ -счетчика нецелесообразно изготавливать толще длины пробега вторичных электронов и позитронов в материале стенки). Обычно эффективность счетчиков регистрации γ -квантов составляет всего 1—2%.

Если в объем детектора ввести вещество с большим нейтронным сечением, то за счет продуктов происходящей при этом ядерной реакции захвата возможна регистрация нейтронов. Для регистрации медленных нейтронов часто используются детекторы, наполненные трехфтористым бором. В этом случае ионизирующими частицами являются α -частицы, образующиеся с большой вероятностью в реакции $^{10}\text{B}(n,\alpha)$. Быстрые нейтроны регистрируются с помощью детекторов, наполненных водородом, или со стенками из водородсодержащего материала. В этом случае возникновение разряда обусловлено протонами отдачи, попадающими в газовый объем детектора.

Б. Свойства распределений случайных величин

Б.1. Биномиальное распределение

Рассмотрим последовательность элементарных экспериментов, результатом каждого из которых является одно из двух событий «1» и «2» (например, выпадение «орла» или «решки» при подбрасывании монетки). Пусть вероятность одного из событий p , тогда вероятность второго $q = 1 - p$. Предположим, что эксперимент повторяется N раз, и рассмотрим случайную величину k —число экспериментов, результатом которых является событие «1». Данная последовательность экспериментов называется *схемой Бернулли*. Найдем закон, которому подчиняется величина k , т.е. распределение вероятности $P(k)$.

Сразу очевидно, что вероятность k выпадений события «1» должна быть пропорциональна p^k .

Также вероятность $P(k)$ должна учитывать то, что в остальных $N - k$ экспериментах результатом было событие «2» (иначе описываемый исход серии экспериментов будет включать в себя и $k + 1$, и $k + 2$ выпадений события и т.д.), что можно выразить множителем $(1 - p)^{N-k}$.

Наконец, последний множитель связан с тем, что произведение $p^k(1 - p)^{N-k}$ равняется вероятности только одного конкретного исхода схемы испытаний Бернулли. Например, событие «1» произошло только в первых k экспериментах, или в k экспериментах, начиная со второго, и т.д. Вероятность каждого из этих исходов по отдельности равна $p^k(1 - p)^{N-k}$, но, поскольку в каждом число нужных событий равно k , необходимо просуммировать все эти вероятности, т.е. домножить произведение на число возможных комбинаций k исходов из N возможных. Это число называется биномиальным коэффициентом и обозначается C_k^N :

$$C_k^N = \frac{N!}{k!(N - k)!}. \quad (21)$$

Для вероятности получить k событий «1» в серии из N экспериментов мы получаем

$$P(k) = C_k^N p^k (1 - p)^{N-k}. \quad (22)$$

Это распределение называется *биномиальным распределением*. Биномиальное распределение является дискретным, а его математическое ожидание и дисперсия равны, соответственно:

$$\mathbf{E}[k] = Np, \quad \mathbf{D}[k] = Np(1 - p). \quad (23)$$

Б.2. Распределение Пуассона

Рассмотрим процесс радиоактивного распада ядер, заключенных в некоторый объем. Полное число ядер в начальный момент времени равно N . Требуется определить, какое число ядер распадется за время t .

В соответствии с *законом радиоактивного распада* распад каждого отдельного ядра является вероятностным процессом— к моменту времени t ядро может распасться или не распасться, причем вероятность распада определяется *периодом полураспада* $T_{1/2}$:

$$p = 1 - e^{-t \frac{\ln 2}{T_{1/2}}} = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (24)$$

где $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ — *постоянная распада*. Таким образом, задача представляет собой пример схемы Бернулли: каждое из N ядер за время наблюдения независимо друг от друга либо распадается с вероятностью p , либо не распадается с вероятностью $q = 1 - p$. Из предыдущего раздела известно, что в таком случае полное число распадов k должно описываться биномиальным распределением. Однако, этот случай позволяет произвести важное упрощение. Полное число ядер в макроскопическом объеме очень велико, в то время, как периоды полураспада природных радиоактивных изотопов велики ($T_{1/2} \gg t$, т.е. $\lambda t \ll 1$), и, следовательно, число распадов за конечное время наблюдения мало ($N \gg k$). Тогда

$$\begin{aligned} P(k) &= C_k^N p^k q^{N-k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} \cdot (1 - e^{-\lambda t})^k \cdot e^{-(N-k)\lambda t} \approx \\ &\approx \frac{N^k (N-k)!}{k!(N-k)!} \cdot (\lambda t)^k \cdot e^{-N\lambda t} = \frac{N^k}{k!} e^{-N\lambda t} (\lambda t)^k = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!}, \end{aligned} \quad (25)$$

где введено обозначение $\mu = N\lambda t$. Распределение (25) называется *распределением Пуассона*. Характерный вид распределения Пуассона при значениях параметра $\mu = 0,5, 3, 10$ показан на рис. 6.

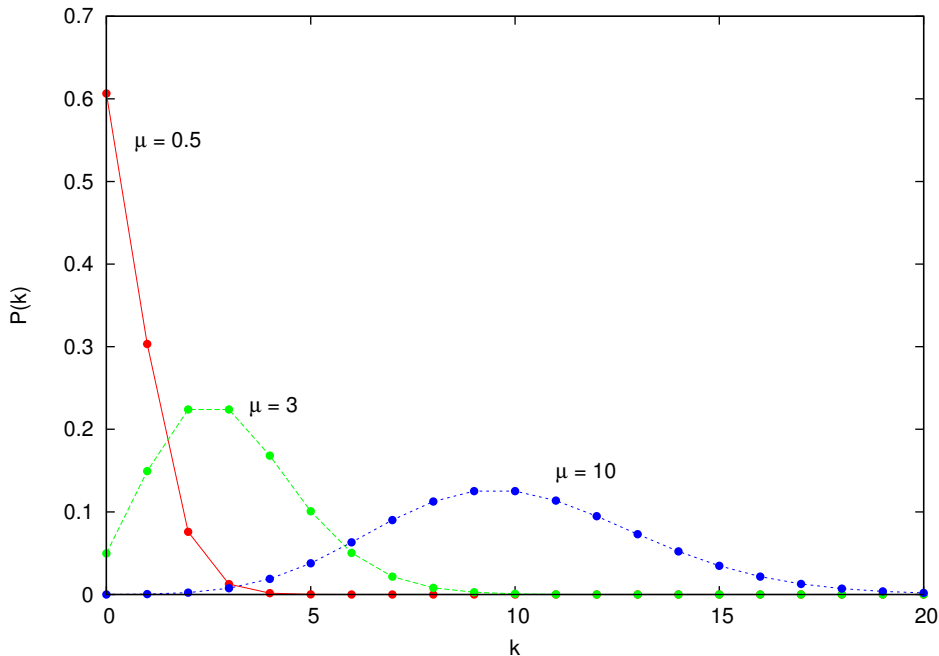


Рис. 6. Распределение Пуассона при различных значениях параметра μ .

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной в соответствии с законом Пуассона, равны

$$\mathbf{E}[k] = \mu, \quad \mathbf{D}[k] = \mu. \quad (26)$$

Среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{\mu}. \quad (27)$$

Б.3. Нормальное распределение

Из рис. 6 видно, что с увеличением μ распределение Пуассона становится все более симметричным, а дискретность точек становится практически незаметной. Начиная с достаточно больших μ , значения $P(k)$ могут быть с хорошей точностью аппроксимированы нормальным распределением:

$$P(k) \approx N[\mu, \sqrt{\mu}](k), \quad (28)$$

где

$$N[\mu, \sigma](x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (29)$$

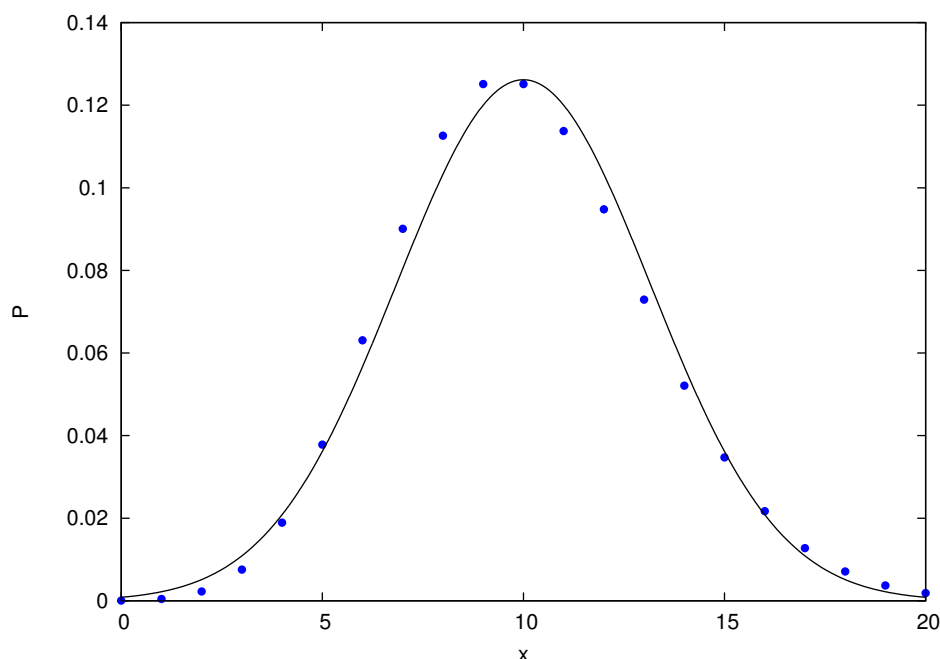


Рис. 7. Функция плотности вероятности нормального распределения $N[\mu, \sigma](x)$ с параметрами $\mu = 10, \sigma = \sqrt{10}$. Точками показано распределение Пуассона с $\mu = 10$.

На рис. 7 показано сравнение нормального распределения и распределения Пуассона для случая $\mu = 10$.

Математическое ожидание и дисперсия нормального распределения равны, соответственно,

$$\mathbf{E}[x] = \mu, \quad \mathbf{D}[x] = \sigma^2. \quad (30)$$

В. Естественный радиационный фон

Составлено на основе учебного пособия «Радиация», О. И. Василенко и др., М., Изд-во Московского университета, 1996.

Избежать облучения ионизирующим излучением невозможно. Жизнь на Земле возникла и продолжает развиваться в условиях постоянного облучения. Радиационный фон Земли складывается из трех компонентов:

- 1) космическое излучение;
- 2) излучение от рассеянных в земной коре, воздухе и других объектах внешней среды природных радионуклидов;
- 3) излучение от искусственных (техногенных) радионуклидов.

В.1. Космическое излучение

Главным источником космического излучения (КЛ) являются астрофизические ядерные процессы в звездах. КЛ подразделяются на космические лучи солнечного (СКЛ) и галактического происхождения (ГКЛ). СКЛ и ГКЛ имеют одинаковый состав, но отличаются по своим энергетическим спектрам. До того, как попасть в атмосферу Земли, космические лучи состоят из ускоренных заряженных частиц, прежде всего ядер от $A = 1$ до $A \approx 50 \div 60$, т.е. от протонов (95% от всех частиц) до ядер железа и никеля ($\approx 10^{-3}\%$). Но при распространении в атмосфере частицы *первичных КЛ* вступают во взаимодействие с веществом атмосферы и в результате до земной поверхности доходят лишь *вторичные космические лучи*, т.е. продукты этих взаимодействий. В результате на уровне моря излучение состоит почти полностью из мюонов (подавляющая часть) и нейтронов. Поглощенная мощность дозы космического излучения в воздухе на уровне моря равна 32 нГр/час и формируется в основном мюонами. Для нейтронов на уровне моря мощность поглощенной дозы составляет 0.8 нГр/час и мощность эквивалентной дозы составляет 2.4 нЗв/час. За счет космического излучения большинство населения получает дозу, равную около 0.35 мЗв в год.

Космическому внешнему облучению подвергается вся поверхность Земли. Однако облучение это неравномерно. Интенсивность космического излучения зависит от солнечной активности, географического положения объекта и возрастает с высотой над уровнем моря. Наиболее интенсивно оно на Северном и Южном полюсах, менее интенсивно в экваториальных областях. Причина этого — магнитное поле Земли, отклоняющее заряженные частицы космического излучения.

В.2. Радиоактивные изотопы естественного происхождения

В.2.1. Космогенные радионуклиды

В результате ядерных реакций, идущих в атмосфере (а частично и в литосфере) под влиянием космических лучей, образуются радиоактивные ядра — космогенные радионуклиды. Основными изотопами этого типа являются ^3H , ^7Be , ^{14}C и ^{22}Na . В основном эти ядра имеют сравнительно небольшие периоды полураспада (например, 53 дня у ^7Be или 2,6 лет у ^{22}Na), поэтому, несмотря на малое содержание в окружающей среде, они имеют значительную активность. Суммарный вклад космогенных радионуклидов в индивидуальную дозу составляет около 15 мкЗв/год.

В.3. Радионуклиды земного происхождения

В настоящее время на Земле сохранилось 23 долгоживущих радиоактивных элемента от ^{40}K до ^{238}U с периодами полураспада от 10^7 лет и выше. В результате их распадов постоянно образуются еще около 40 радиоактивных изотопов с более короткими периодами полураспада. Средняя эффективная эквивалентная доза внешнего облучения, которую человек получает за год от земных источников, составляет около 0.35 мЗв, т.е.

чуть больше средней индивидуальной дозы, обусловленной облучением из-за космического фона на уровне моря.

Однако уровень земной радиации неодинаков в различных районах. Так, например, в 200 км к северу от Сан-Паулу (Бразилия) есть небольшая возвышенность, где уровень радиации в 800 раз превосходит средний и достигает 260 мЗв в год. На юго-западе Индии 70 000 человек живут на узкой прибрежной полосе, вдоль которой тянутся пески, богатые торием. Эта группа лиц получает в среднем 3.8 мЗв в год на человека. Как показали исследования, во Франции, ФРГ, Италии, Японии и США около 95% населения живут в местах с дозой облучения от 0.3 до 0.6 мЗв в год. Около 3% получает в среднем 1 мЗв в год и около 1.5% более 1.4 мЗв в год.

В зависимости от концентрации изотопов ^{40}K , ^{226}Ra и ^{232}Th в различных строительных материалах мощность дозы в домах изменяется от $4 \cdot 10^{-8}$ до $12 \cdot 10^{-8}$ Гр/ч. В среднем в кирпичных, каменных и бетонных зданиях мощность дозы в 2-3 раза выше, чем в деревянных.

Дополнительно к внешнему облучению в среднем около 1.35 мЗв/год человек получает от внутреннего облучения за счет естественных радионуклидов, поступающих в организм через органы дыхания и пищеварения. Наибольший вклад дают не имеющий вкуса и запаха тяжелый газ радон и продукты его распада.

В.3.1. Искусственные радионуклиды

Источником искусственных радионуклидов являются отходы ядерной энергетики и продукты ядерных взрывов. В среднем эффективная эквивалентная доза от этого компонента радиационного фона составляет 0.01 мЗв/год (искусственный радиационный фон за исключением медицинских рентгеновских исследований).

Г. Использование счетчика импульсов

Положение переключателя	Режим счетчика
1	Счет в течение заданного времени
Среднее положение	Непрерывный счет
2	Пауза

Чтобы установить время измерения:

- 1) Включите тумблер в режим «1».
- 2) Нажмите кнопку «Прог» один раз.
- 3) После того как на табло загорится «U1» нажмите кнопку «Прог» еще раз.
- 4) Установите измеряемый промежуток времени кнопками « >> » меняя регистр и меняя цифры. Формат экрана: <часы>.<минуты>.<секунды>.<сотые>
- 5) Для сохранения результата нажмите кнопку «Прог». На табло появится «U1».
- 6) Для выхода из режима программирования нажмите кнопку « >> ». Когда появится «out», выйдите из режима программирования, нажав кнопку «Прог».
- 7) Измерение.

- 8) Нажмите кнопку «сброс» — счетчик импульсов начнет отсчитывать промежуток времени, который вы задали в режиме программирования.
- 9) Когда загорится зеленая лампочка на приборе, перепишите значение счетчика импульсов.

ЗАПРЕЩАЕТСЯ:

1. В режиме программирования менять значения, отличные от U1
2. Нажимать кнопку «Прог» несколько раз подряд и долго ее держать