

## Лекция 7: Лептон-нуклонное рассеяние и кварковая модель.

*”Познать истинную природу субстанции, отвлекаясь от вытекающих из нее действий, невозможно; но возможно познать ее существование, отмеченное теми действиями, которые вытекают из нее.”*

*(Ибн – Гебироль, ”О материи и форме”)*

На ранних этапах развития экспериментальной физики элементарных частиц предпочтение отдавалось изучению адронных (прежде всего – нуклон-нуклонных) процессов, так как эти процессы были наиболее информативны с точки зрения поиска новых адронов. Однако для исследования их *внутренней структуры* эти процессы не очень удобны – каждый из взаимодействующих адронов имеет зарядовый радиус  $\sim 10^{-13}$  см и сложный кварковый состав, так что мы будем наблюдать результат многих кварк-кварковых и кварк-глюонных взаимодействий одновременно. Поэтому гораздо удобнее извлекать информацию о строении адронов из данных по лептон-нуклонному рассеянию – лептоны ведут себя как практически бесструктурные точечные частицы, а используемые нами мишени состоят большей частью именно из нуклонов. Широкое распространение получило образное сравнение изучения структуры адронов в адрон-адронных столкновениях с изучением настройки рояля путем анализа звуков, возникающих при неупругих процессах типа ”рояль - мостовая” (после сбрасывания последнего с достаточно высокого этажа) или ”рояль - рояль” (на рояльном коллайдере); в этом смысле использование лептоного зондирования естественно сопоставить с применением метода последовательного возбуждения отдельных струн.

Рассмотрим рассеяние лептонов на нуклонах с рождением некоторого конечного адронного состояния ( $lN \rightarrow l'X$ ) в лабораторной системе (т.е. в системе покоя нуклона  $P^\mu = (M, 0)$ ) при энергиях налетающего лептона  $E \gg m_l$  – в этом случае кинематика процесса описывается практически одинаково для заряженных лептонов и нейтрино. Обозначим 4-импульсы начального и конечного лептонов состояний  $k^\mu = (E, \vec{k})$  и  $k'^\mu = (E', \vec{k}')$ , а конечного  $n$ -частичного адронного состояния

$$\sum_{i=1}^n P_i^\mu \equiv P_X^\mu \equiv (P + q)^\mu \equiv (M + \nu, \vec{q}).$$

Таким образом,  $q^\mu$  определяет потерю энергии и импульса лептоном:

$$q^0 = \nu = E - E', \quad \vec{q} = \vec{k} - \vec{k}',$$

причем величина  $\nu$ , совпадающая с  $q^0$  в лабораторной системе, в действительности является Лоренц-инвариантной кинематической переменной:  $\nu = P_\mu q^\mu / M$ . Удобно

использовать также переменную

$$q^2 \equiv q_\mu q^\mu = (E - E')^2 - (\vec{k} - \vec{k}')^2 = 2[m_l^2 - EE' - |\vec{k}||\vec{k}'|\cos\theta] \Big|_{E \gg m_l} \simeq \\ \simeq -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Дифференциальное сечение такого процесса после усреднения по начальным и суммирования по конечным спиновым состояниям частиц принимает вид

$$d\sigma = \frac{1}{2n_\lambda} \sum_{\sigma\sigma_i\lambda\lambda'} \frac{dJ^{(+)}}{j^{(-)}} = \tag{1} \\ = \frac{1}{v} \frac{1}{2M} \frac{1}{2E} \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3 2k'_0} \Pi \frac{d\vec{P}_i}{(2\pi)^3 2P_{0i}} \frac{1}{2n_\lambda} \sum_{\sigma\sigma_i\lambda\lambda'} |T|^2 (2\pi)^4 \delta^4(P + q - P_X).$$

Здесь  $n_\lambda$  – число спиновых степеней свободы начального лептона (2 для заряженного лептона, 1 для безмассового нейтрино),  $v$  – относительная скорость сталкивающихся частиц, а  $T$  – амплитуда рассеяния, вычисляемая в соответствии с правилами Фейнмана:

$$T = 4\pi\alpha \langle k'\lambda' | \hat{J}_l^\mu | k\lambda \rangle \cdot \Delta_{\mu\nu}(q) \cdot \langle X | \hat{J}_h^\nu | P\sigma \rangle \simeq \\ \simeq 4\pi\alpha \langle k'\lambda' | \hat{J}_l^\mu | k\lambda \rangle \cdot \langle X | \hat{J}_{h\mu} | P\sigma \rangle \Delta(q),$$

причем для фотона пропагатор  $\Delta_\gamma(q) = \frac{1}{q^2}$ , а для векторных бозонов будем использовать низкоэнергетическое приближение ( $E \ll M_W$ ), в котором  $\Delta_{W,Z}(q) \simeq -\frac{1}{M_{W,Z}^2}$ . Значение выражения  $4\pi\alpha$  равно произведению констант взаимодействия лептонного и нуклонного токов с частицей-переносчиком (например, для электрон-протонного рассеяния  $|\alpha| = \frac{e^2}{4\pi}$  есть постоянная тонкой структуры, для слабого взаимодействия заряженных токов  $\alpha\Delta(q) = -\frac{G}{4\pi\sqrt{2}}$  и т.д.). Инклюзивное сечение рассеяния получится, если просуммировать по всем возможным адронным конечным состояниям (с точки зрения эксперимента это означает регистрацию только вылетающего лептона):

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \alpha^2 \Delta^2(q) \frac{E'}{E} L^{\mu\nu} H_{\mu\nu}, \tag{2}$$

где лептонный тензор

$$L^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{n_\lambda} \sum_{\lambda\lambda'} (\langle k'\lambda' | \hat{J}_l^\mu(0) | k\lambda \rangle)^* \langle k'\lambda' | \hat{J}_l^\nu(0) | k\lambda \rangle$$

в случае электромагнитного рассеяния  $eN \rightarrow e'X$  равен

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\lambda'} \bar{u}(k, \lambda) \gamma^\mu u(k', \lambda') \bar{u}(k', \lambda') \gamma^\nu u(k, \lambda) = \frac{1}{2} \text{Tr}[k'_\alpha \gamma^\alpha \gamma^\mu k_\beta \gamma^\beta \gamma^\nu] = \\ = 2 k'_\alpha k_\beta [g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu} g^{\beta\mu}] = 2 [k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - k k' g^{\mu\nu}].$$

Аналогично для слабого рассеяния  $\nu_e(\bar{\nu}_e)N \rightarrow e(e^+)X$

$$L^{\mu\nu} = Tr[k'_\alpha \gamma^\alpha \gamma^\mu (1 - \gamma^5) k_\beta \gamma^\beta \gamma^\nu (1 - \gamma^5)] = 8 [k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu - k k' g^{\mu\nu} + i \varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} k'_\kappa k_\lambda].$$

Вся информация о реакции нуклона на лептонное зондирование содержится в адронном тензоре

$$H^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4M} \sum_\sigma \sum_X (\langle X | \hat{J}_h^\mu(0) | P\sigma \rangle)^* \langle X | \hat{J}_h^\nu(0) | P\sigma \rangle (2\pi)^3 \delta^4(P + q - P_X).$$

Здесь

$$\sum_X \equiv \sum_{\sigma_i} \int \Pi \frac{d\vec{P}_i}{(2\pi)^3 2P_{0i}}$$

и в силу произвольности конечного адронного состояния

$$\begin{aligned} H^{\mu\nu} &= \frac{1}{4M} \sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} \sum_X e^{i(P+q-P_X)x} \langle P\sigma | \hat{J}_h^{\mu+}(0) | X \rangle \langle X | \hat{J}_h^\nu(0) | P\sigma \rangle = \\ &= \frac{1}{4M} \sum_\sigma \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle P\sigma | \hat{J}_h^{\mu+}(x) \hat{J}_h^\nu(0) | P\sigma \rangle. \end{aligned}$$

Таким образом,  $H^{\mu\nu}$  – тензор второго ранга, зависящий от 4-векторных величин  $P$  и  $q$ , и поэтому он должен быть представим в виде

$$\begin{aligned} H^{\mu\nu} &= -W_1 g^{\mu\nu} + W_2 \frac{P^\mu P^\nu}{M^2} - iW_3 \varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} \frac{P_\kappa P_\lambda}{M^2} + W_4 \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} + \\ &+ W_5 \frac{P^\mu q^\nu + P^\nu q^\mu}{M^2} + iW_6 \frac{P^\mu q^\nu - P^\nu q^\mu}{M^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

в котором лоренц-инвариантные величины  $W_i = W_i(\nu, q^2)$  обычно называют структурными функциями нуклона. Свойства нуклонного тока находят свое отражение в ограничениях, накладываемых на возможный вид структурных функций. Например, электромагнитный ток является сохраняющимся:  $\partial_\mu \hat{J}_{em}^\mu = 0$ , поэтому  $q_m u \langle P\sigma | \hat{J}_{em}^\mu | X \rangle = 0$ , поэтому

$$q_m u H_{em}^{\mu\nu} = q_\nu H_{em}^{\mu\nu} = 0.$$

Это соотношение оставляет в (3) только две независимые структурные функции

$$H_{em}^{\mu\nu} = -W_1 \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + W_2 \frac{1}{M^2} \left( P^\mu - \frac{Pq}{q^2} q^\mu \right) \left( P^\nu - \frac{Pq}{q^2} q^\nu \right),$$

и поэтому дифференциальное сечение рассеяния записывается как

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} [2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2}].$$

Структурные функции нуклона при рассеянии нейтрино или антинейтрино также должны удовлетворять ограничениям, порождаемым коммутационными соотношениями алгебры токов. В качестве примера рассмотрим 00-компонеты соответствующих адронных тензоров:

$$\begin{aligned}
H_{00}^{(\nu)} &= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle P\sigma | \hat{J}_{h0}^+(x) \hat{J}_{h0}(0) | P\sigma \rangle, \\
H_{00}^{(\bar{\nu})} &= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle P\sigma | \hat{J}_{h0}(x) \hat{J}_{h0}^+(0) | P\sigma \rangle = \\
&= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle P\sigma | \hat{J}_{h0}(0) \hat{J}_{h0}^+(-x) | P\sigma \rangle = \\
&= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{-iqx} \langle P\sigma | \hat{J}_{h0}(0) \hat{J}_{h0}^+(x) | P\sigma \rangle.
\end{aligned}$$

Заметим, что энергия конечного адронного состояния, содержащего по крайней мере один барион, не может быть меньше массы нуклона, и поэтому эти выражения отличны от нуля только при  $q^0 > 0$ . Значит, величина  $H(P, q)$ , определяемая равенством

$$H(P, q) = \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle P\sigma | [\hat{J}_{h0}^+(x), \hat{J}_{h0}(0)] | P\sigma \rangle$$

совпадает с  $H_{00}^{(\nu)}(P, q)$  при  $q^0 > 0$  и с  $-H_{00}^{(\bar{\nu})}(P, -q)$  при  $q^0 < 0$  и удовлетворяет соотношению

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} H(P, q) dq^0 &= \int_0^{+\infty} [H_{00}^{(\nu)}(P, q) - H_{00}^{(\bar{\nu})}(P, q)] dq^0 = \\
&= \frac{1}{4M} \sum_{\sigma} \int d\vec{r} e^{-iq\vec{r}} \langle P\sigma | [\hat{J}_{h0}^+(0, \vec{r}), \hat{J}_{h0}(0, 0)] | P\sigma \rangle.
\end{aligned} \tag{4}$$

Присутствующий в этом выражении одновременный коммутатор компонент токов можно вычислить, разлагая адронный ток на аксиальные и векторные токи  $\hat{J}_V^{a\mu} = \bar{\Psi} \gamma^{\mu} \hat{t}^a \Psi$ ,  $\hat{J}_A^{a\mu} = \bar{\Psi} \gamma^{\mu} \gamma^5 \hat{t}^a \Psi$  ароматической группы симметрии и используя соотношения соответствующей алгебры токов. Пренебрегая вкладом процессов с участием тяжелых кварков, имеем

$$\begin{aligned}
\hat{J}_h^{\mu} &= \bar{u} \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) d^{(C)} = \\
[\hat{J}_V^{1\mu} + i\hat{J}_V^{2\mu} - \hat{J}_A^{1\mu} - i\hat{J}_A^{2\mu}] \cos\theta_C &+ [\hat{J}_V^{4\mu} + i\hat{J}_V^{5\mu} - \hat{J}_A^{4\mu} - i\hat{J}_A^{5\mu}] \sin\theta_C,
\end{aligned}$$

и с учетом значений структурных констант группы  $SU(3)$  получим

$$\begin{aligned}
[\hat{J}_{h0}^+(0, \vec{r}), \hat{J}_{h0}(0, 0)] &= \delta(\vec{r}) \{ (\hat{J}_{A0}^3(0) - \hat{J}_{V0}^3(0)) (4\cos^2\theta_C + 2\sin^2\theta_C) + \\
&+ 2\sqrt{3}\sin^2\theta_C (\hat{J}_{A0}^8(0) - \hat{J}_{V0}^8(0)) + 4\sin\theta_C \cos\theta_C (\hat{J}_{A0}^6(0) - \hat{J}_{V0}^6(0)) \}.
\end{aligned}$$

Так как генератор  $\hat{t}^3$  совпадает с оператором третьей компоненты изотопического спина  $\hat{I}_3$ ,  $\hat{t}^8$  связан с оператором гиперзаряда ( $\hat{t}^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{Y}$ ), а матричные элементы между нуклонными состояниями от операторов токов, изменяющих стронность, равны нулю, то после подстановки этих соотношений в (4) и усреднения по спиновым состояниям (при котором зануляются также и вклады от всех аксиальных токов) получаем соотношение

$$\int_0^{+\infty} [H_{00}^{(\nu)}(P, q) - H_{00}^{(\bar{\nu})}(P, q)] dq^0 = -\frac{P_0}{M} [2 \langle I_3 \rangle (2\cos^2\theta_C + \sin^2\theta_C) + 3 \langle Y \rangle \sin^2\theta_C]$$

в котором  $\langle I_3 \rangle$  и  $\langle Y \rangle$  есть средние значения проекции изоспина и гиперзаряда нуклонных состояний мишени. Это выражение не является лоренц-инвариантным – оно записано в лабораторной системе и изменит свой вид при переходе в другую систему отсчета. Можно выбрать последнюю так, чтобы оно записывалось наиболее простым образом. Это достигается переходом в систему "бесконечного импульса", в которой  $|\vec{P}| \rightarrow \infty$ ,  $\vec{P} \cdot \vec{q} \equiv 0$ , и, следовательно,  $P_0 \simeq |\vec{P}|$ ,  $\nu = \frac{P_0 q^0}{M} \simeq \frac{q^0}{M} |\vec{P}|$ ,  $q^2 \simeq (\frac{M\nu}{|\vec{P}|})^2 - \vec{q}^2 \simeq -\vec{q}^2$ . При этом в главном порядке по  $|\vec{P}|$  (3) принимает вид

$$H_{00}(P, q) \simeq \left(\frac{|\vec{P}|}{M}\right)^2 W_2(q^2, \nu)$$

и в итоге мы приходим к *правилу сумм Адлера*

$$\int_0^{+\infty} [W_2^{(\bar{\nu})}(q^2, \nu) - W_2^{(\nu)}(q^2, \nu)] d\nu = 2 \langle I_3 \rangle (2\cos^2\theta_C + \sin^2\theta_C) + 3 \langle Y \rangle \sin^2\theta_C.$$

Отметим, что это соотношение записано только через лоренц-инвариантные величины и поэтому пригодно для любой системы отсчета.

Важной особенностью структурных функций является существенная зависимость их поведения в пределе "глубоко неупругого рассеяния" – при  $-q^2, \nu \rightarrow \infty$  от характера распределения заряда внутри нуклона мишени. В самом деле, если заряд внутри нуклона распределен "почти" однородно (т.е. без заметных особенностей), то эффективный заряд, взаимодействующий в первом порядке теории возмущений с частицей-переносчиком, при больших  $q^2$  должен быть порядка  $\lambda^3 \sim |\vec{q}|^{-3}$ , и тогда дифференциальное сечение (2) (и, следовательно, структурные функции в (3)) должны быстро убывать при  $-q^2 \rightarrow \infty$ . Если же внутри нуклона присутствуют точечные образования – "партоны", то в этом случае заряд, участвующий во взаимодействии, остается неизменным при любом  $q^2$  и к тому же вклад каждого подобного образования в адронный тензор содержит (после интегрирования по его конечному импульсу

$\vec{p}'$ )  $\frac{1}{2p'_0} \delta(p'_0 - p_0 - q_0)$ , которую при больших значениях переданного импульса, пренебрегая массами покоя лептона и партона и используя закон сохранения импульса, можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2p'_0} \delta(p'_0 - p_0 - q_0) &= \Theta(p'_0) \delta(p_0'^2 - (p_0 + q_0)^2) = \\ &= \Theta(p'_0) \delta(p'^2 - (p + q)^2) \simeq \Theta(p_0 + q_0) \delta(q^2 + 2M\nu). \end{aligned}$$

Таким образом, кинематические переменные  $q^2$  и  $\nu$  в этом случае не являются независимыми, и структурные функции будут зависеть только от одной переменной, в качестве которых удобно выбрать остающуюся конечной ”скейлинговую” переменную  $x \equiv -q^2/2M\nu$  ( $0 \leq x \leq 1$ ). Именно такое поведение структурных функций – *бьеркеновский скейлинг* наблюдается экспериментально при  $-q^2 > 2(\Gamma \varepsilon B)^2$ . Соответственно величины

$$F_i(x) = \lim_{-q^2 \rightarrow \infty} W_i(q^2, \nu)$$

называют скейлинговыми структурными функциями.

Мы приходим к выводу, что поведение инклюзивных сечений процессов глубоко-неупругого лептон - нуклонного рассеяния свидетельствует о наличии внутри нуклонов составляющих частиц очень малого радиуса. Естественно отождествить эти составляющие с кварками. При этом надо иметь в виду, что, как показывает анализ массовых соотношений Гелл-Манна - Окубо, значительная часть массы нуклона сосредоточена в конденсате кварк-антикварковых пар (в так называемых ”морских” кварках и антикварках), который окружает три кварка, составляющих нуклон в соответствии с кварковой моделью (их называют ”валентными” или ”конституентными”). С учетом этого обстоятельства изучим более подробно связь скейлинга со структурой нуклона в рамках партонной модели, согласно которой нуклон при глубоко-неупругом взаимодействии с лептонным током ведет себя как система независимых точечных партонов со спином  $\frac{1}{2}$  – т.е. мы считаем, что на малых расстояниях сильным взаимодействием кварков можно пренебречь (!), и оно сказывается существенно лишь на протекании последующих процессов ”адронизации” конечного состояния партонной системы и не влияет на величину инклюзивного сечения. Будем проводить вычисления в системе бесконечного импульса нуклона  $|\vec{P}| \rightarrow \infty$ , что позволит пренебречь поперечными по отношению к  $\vec{P}$  составляющими импульсов относительно движения партонов и считать, что каждый из них переносит часть полного импульса:  $\vec{p} = \xi \vec{P}$  ( $0 \leq \xi \leq 1$ ). Тогда вклад каждого партона в адронный тензор

электромагнитного рассеяния

$$\begin{aligned}
Q^{\mu\nu}(\xi) &= \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3 2p'_0} \langle \xi P \sigma | \hat{J}_h^\mu(0) | p' \sigma' \rangle \langle p' \sigma' | \hat{J}_h^\nu(0) | \xi P \sigma \rangle \cdot \\
&\quad \cdot (2\pi)^3 \delta^4(\xi P + q - p') = \\
&= \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{1}{2p'_0} \delta(p'_0 - \xi P_0 - q_0) \bar{u} \gamma^\mu u' \bar{u}' \gamma^\nu u.
\end{aligned}$$

Пренебрегая массой партона и используя описанное выше преобразование  $\delta$ - функции, запишем

$$\begin{aligned}
Q^{\mu\nu}(\xi) &= \frac{1}{4\xi M} \Theta(\xi P_0 + q_0) \delta(q^2 + 2M\nu\xi) \xi P_\alpha (\xi P + q)_\beta \cdot Tr[\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu] = \\
&= \delta(\xi - x) \left[ \frac{\xi}{\nu} \frac{P^\mu P^\nu}{M^2} - \frac{1}{2M} g^{\mu\nu} + \dots \right].
\end{aligned}$$

(в случае электромагнитного рассеяния есть лишь две независимые структурные функции, так что остальные слагаемые не несут новой информации). Если  $f(\xi)$  – функция распределения партонов, то

$$H^{\mu\nu} = \int_0^1 f(\xi) Q^{\mu\nu}(\xi) d\xi = \frac{x f(x)}{\nu} \frac{P^\mu P^\nu}{M^2} - \frac{f(x)}{2M} g^{\mu\nu} + \dots$$

Таким образом, структурные функции нуклона в партонной модели действительно зависят только от скейлинговой переменной  $x$ :

$$\begin{aligned}
MW_1(q^2, \nu) &= F_1(x) = \frac{1}{2} f(x), \\
\nu W_2(q^2, \nu) &= F_2(x) = x f(x),
\end{aligned}$$

и к тому же  $F_i(x)$  связаны с функцией партонного распределения. Отметим, что использование дираковского выражения для партонного тока привело к образованию связи между скейлинговыми структурными функциями – соотношению Каллана – Гросса:

$$F_2(x) = 2x F_1(x),$$

которое довольно хорошо согласуется с экспериментальными данными – этот факт можно рассматривать как подтверждение того, что партоны, взаимодействующие с фотонами, имеют спин  $\frac{1}{2}$  (например, в случае скалярных партонов ток был бы обязательно пропорционален импульсу, и выражении для  $Q^{\mu\nu}$  отсутствовало бы слагаемое с  $g^{\mu\nu}$ , т.е. должно было быть  $F_1(x) \equiv 0$ ).

Естественно поставить вопрос: насколько определяемый экспериментально вид партонного распределения согласуется с кварковой моделью? Если пренебречь сильным взаимодействием кварков, то ясно, что каждый из валентных кварков должен

нести примерно по  $\frac{1}{3}$  общего импульса, и  $f(\xi)$  должна иметь вид узкого пика, сосредоточенного вблизи  $x = \frac{1}{3}$ . Однако нам надо учесть и вклад морских кварков в  $f(\xi)$  – поскольку вероятность флуктуаций уменьшается по мере увеличения их величины, то соответствующая добавка к функции распределения должна быть существенна в области малых  $\xi$ . Кроме того, сильное взаимодействие должно приводить к интенсивному обмену импульсом между морскими и валентными кварками, т.е. к ”сглаживанию” функции распределения. Эти рассуждения качественно согласуются с наблюдаемым поведением  $2F_1(x)$ .

В рамках партонной модели можно, исходя из информации о кварковом строении нуклона, получить целый ряд соотношений между скейлинговыми структурными функциями. Например, вводя распределение кварков заданного типа  $q_N(\xi)$  ( $u_p(\xi)$  – распределение  $u$ -кварков в протоне,  $\bar{d}_n(\xi)$  – распределение  $d$ -антикварков в нейтроне и т.д.) и учитывая, что в электромагнитных процессах дифференциальное сечение взаимодействия с точечной частицей пропорционально квадрату ее электрического заряда, можно записать партонное распределение (которое ”видит” фотон) в нуклонах как

$$f_N(\xi) = \frac{4}{9} [u_N(\xi) + \bar{u}_N(\xi)] + \frac{1}{9} [d_N(\xi) + \bar{d}_N(\xi)] + \frac{1}{9} [s_N(\xi) + \bar{s}_N(\xi)]$$

(вкладом тяжелых кварков пренебрегаем). Вид кварковых распределений должен обеспечивать правильные значения квантовых чисел (изоспина, странности, электрического и барионного заряда) нуклона. Кроме того, учитывая высокую точность изотопической симметрии (неизменность свойств нуклона по отношению к сильному взаимодействию при замене  $I_3 \leftrightarrow -I_3$ ), можно считать, что

$$d_n(\xi) \simeq u_p(\xi) \equiv u(\xi), \quad \bar{d}_n(\xi) \simeq \bar{u}_p(\xi) \equiv \bar{u}(\xi),$$

$$u_n(\xi) \simeq d_p(\xi) \equiv d(\xi), \quad \bar{u}_n(\xi) \simeq \bar{d}_p(\xi) \equiv \bar{d}(\xi),$$

$$s_n(\xi) \simeq \bar{s}_n(\xi) \simeq \bar{s}_p(\xi) \simeq s_p(\xi) \equiv s(\xi),$$

и тогда

$$F_1^{ep}(x) = \frac{1}{2} f_p(x) = \frac{2}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{18} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} s(x),$$

$$F_1^{en}(x) = \frac{1}{2} f_n(x) = \frac{2}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{18} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} s(x),$$

и поэтому

$$R_1^{pn} \equiv \frac{F_1^{ep}(x)}{F_1^{en}(x)} = \frac{4[u(x) + \bar{u}(x)] + [d(x) + \bar{d}(x)] + 2s(x)}{[u(x) + \bar{u}(x)] + 4[d(x) + \bar{d}(x)] + 2s(x)} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq R_1^{pn} \leq 4.$$

С другой стороны, каждое из кварковых распределений складывается из распределений для валентных ( $q_v$ ) и морских ( $q_s$ ) кварков, причем в протоне есть два валентных  $u$ -кварка и один валентный  $d$ -кварк, что позволяет записать  $d_v(\xi) = \frac{1}{2} u_v(\xi)$  (остальные  $q_v \equiv 0$ ), а все  $q_s(\xi) = s(\xi)$ , что приводит к выражению

$$F_1^{ep}(x) = \frac{1}{4} u_v(x) + \frac{2}{3} s(x),$$

$$F_1^{en}(x) = \frac{1}{6} u_v(x) + \frac{2}{3} s(x).$$

Так как  $s(x)$  существенно отлично от нуля только при малых  $x$ , а  $u_v(x)$  — только при  $x \simeq \frac{1}{3}$ , то отношение  $R_1^{pn} \simeq 1$  при  $x \simeq 0$  и  $R_1^{pn} \simeq \frac{3}{2}$  при  $x \sim 1$ . Отметим также, что распределение валентных  $u$ -кварков в протоне с помощью этих соотношений может быть выражено через экспериментально измеримые скейлиновые структурные функции:

$$u_v(x) = 12 [F_1^{ep} - F_1^{en}].$$

Все эти соотношения находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными по лептон-нуклонному рассеянию в области скейлинга.

В заключение рассмотрим еще одно важное следствие партонной модели. Предположим, что весь импульс нуклона переносится партонами — фермионами, участвующими в электромагнитном взаимодействии. Тогда

$$\int_0^1 \sum_q [q(\xi) + \bar{q}(\xi)] \xi d\xi = 1.$$

Пренебрегая вкладом морских кварков (их вклад в функции распределения существенен лишь при малых  $\xi$ ), получаем

$$\int_0^1 [u_v(\xi) + d_v(\xi)] \xi d\xi = 1.$$

Подинтегральное выражение можно записать через скейлиновые структурные функции

$$F_2^{ep}(x) = x f_p(x) \simeq \frac{4}{9} x u_v(x) + \frac{1}{9} x d_v(x),$$

$$F_2^{en}(x) = x f_n(x) \simeq \frac{4}{9} x d_v(x) + \frac{1}{9} x u_v(x),$$

и в результате получается *импульсное правило сумм*

$$\int_0^1 [F_2^{ep}(x) + F_2^{en}(x)] dx = \frac{5}{9}.$$

Сравнение с экспериментом обнаруживает весьма значительное расхождение: вместо  $\frac{5}{9}$  получается 0.28, и можно сделать вывод, что значительная часть импульса нуклона переносится электрически нейтральными составляющими. Аналогичные вычисления для нейтрино-нуклонных скейлинговых структурных функций показывают, что эти составляющие не участвуют и в слабом взаимодействии. Этот результат косвенным образом подтверждает существование в нуклонах помимо кварк-антикваркового еще и глюонного конденсата – ”облака” частиц-переносчиков сильного взаимодействия.

### Задачи к лекциям 7,8:

1. Проверить формулу разложения заряженного адронного слабого тока ниже порога рождения очарованных частиц по нетеровским токам киральной симметрии  $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$  и вычислить  $[\hat{J}_h^{0+}(t, \vec{r}), \hat{J}_h^0(t, \vec{r})]$ .
2. В рамках партонной модели получить скейлинговый предел ( $-q^2, \nu \rightarrow \infty, x = const$ ) правила сумм Адлера.
3. Считая, что функции распределения  $s$  и  $\bar{s}$  кварков в нуклонах совпадают ( $s_p(x) = \bar{s}_p(x) = s_n(x) = \bar{s}_n(x) \equiv s(x)$ ), выразить  $s(x)$  через скейлинговые структурные функции  $F_2^{ep}, F_2^{en}, F_2^{\nu p}, F_2^{\nu n}$ .
4. В рамках партонной модели доказать правило сумм Гросса - Льюеллина Смита:  
$$\int_0^1 dx [F_3^{\nu p}(x) + F_3^{\nu n}(x)] = -6.$$