

Лекции 1,2: Стандартная модель (основные выводы и возможности развития).

*”Все́му свое время, и время всякой вещи под небом ...
время разбрасывать камни и время собирать камни.”*

(Книга Экклесиаста, или Проповедника)

В предшествующих лекциях мы рассмотрели построение Стандартной Модели (СМ) – теории, описывающей три из четырех известных типов фундаментальных взаимодействий и участвующие в них частицы в терминах калибровочной квантовой теории поля с группой симметрии $SU(3)_c \otimes SU(2)_T \otimes U(1)_Y$, спонтанно нарушаемой за счет присутствия скалярного (Хиггсова) поля с ненулевым вакуумным средним до $SU(3)_c \otimes U(1)_e m$. Материальные поля включают три поколения фермионов, содержащих по 15 двухкомпонентных спинорных полей – бесцветные ($SU(3)$ - синглеты) лептоны и цветные триплеты кварков, причем левые компоненты спинорных полей объединены в изотопические дублеты

$$\begin{pmatrix} \nu_A \\ l_A \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} p_A^{r,y,g} \\ n_A^{r,y,g} \end{pmatrix}_L$$

(здесь A - индекс поколения: $l_A = e, \mu, \tau, \dots$, $p_A = u, c, t, \dots$, $n_A = d, s, b, \dots$), а правые – в изотопические синглеты

$$l_{AL}, \quad p_{AR}^{r,y,g}, \quad n_{AR}^{r,y,g}.$$

После спонтанного нарушения симметрии фермионы (кроме нейтрино) и три из четырех калибровочных бозонов группы $SU(2)_T \otimes U(1)_Y$ (кроме фотона) приобретают массу. Переносчики сильного взаимодействия – глюоны – остаются безмассовыми, т.к. цветовая симметрия не нарушена.

Напомним, что эмпирическую базу для создания СМ составили: симметрии, обнаруженные в спектре адронных состояний (позволившие построить кварковую модель адронов), полученные при изучении процессов глубоконеупругого рассеяния данные о партонной структуре нуклонов и закономерности протекания слабых процессов с заряженными токами. Какие же предсказания и выводы СМ удалось проверить после ее построения, которое в основном было завершено в начале семидесятых годов (в то время рассматривалось только два поколения фермионов)? Последовавшее вслед за этим десятилетие (1973 – 1983 гг.) оказалось необычайно плодотворным для экспериментальной физики элементарных частиц и по существу и превратило квантовую хромодинамику и модель Салама-Вайнберга-Глэшоу из рассматриваемых наряду с многими другими гипотез в ”Стандартную Модель”: на этот период пришлось открытие и изучение свойств тяжелых кваркониев, идентифицированных как связан-

ные состояния c - и b - кварков, открытие τ - лептона, обнаружение и исследование слабых процессов с нейтральными токами, многочисленные эксперименты, подтвердившие правильность предсказаний кварк-партоновой модели, наблюдение кварковых и глюонных ”струй” в высокоэнергетичных адронных процессах и, наконец, самым ярким подтверждением правильности СМ в электрослабом секторе стало открытие промежуточных векторных бозонов W^\pm и Z^0 с заранее предсказанными свойствами.

Такое предсказание оказалось возможным именно в рамках калибровочной спонтанно-нарушенной модели электрослабого взаимодействия. Действительно, с учетом знания низкоэнергетических констант взаимодействия G и e для вычисления масс векторных бозонов достаточно определить только один из свободных параметров СМ – угол Вайнберга:

$$M_W = \frac{e}{2^{5/4} \sqrt{G}} \frac{1}{\sin\theta_W}, \quad M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W},$$

а информацию о его величине можно извлечь из экспериментов, проводимых при низких ($E \ll M_W$) энергиях – как было показано в лекции I.9, константы взаимодействия слабых нейтральных токов зависят от θ_W :

$$L_{NC}^{eff} \simeq - \frac{g^2}{2\cos^2\theta_W M_Z^2} J_\mu^0 J^{0\mu} = -4 \frac{G}{\sqrt{2}} J_\mu^0 J^{0\mu},$$

$$J_\mu^0 = \sum_f [g_L^{(f)} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L + g_R^{(f)} \bar{f}_R \gamma_\mu f_R],$$

$$g_{L,R}^{(f)} = T_3(f_{L,R}) - Q(f_{L,R}) \sin^2\theta_W.$$

Отметим, что большая часть данных по нейтральным токам была получена в экспериментах по инклюзивному рассеянию нейтрино на нуклонной мишени. Рассмотрим такие процессы более подробно.

Использование нейтрино для исследования структуры элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий удобно по многим причинам: они участвуют только в слабом взаимодействии, имеют малую длину волны и всегда поляризованы. Единственный ”недостаток” нейтринного зондирования – малая величина сечения. Впрочем, при $E_\nu \ll M_W$ сечения линейно растут с ростом энергии, и при $E_\nu \sim 1 \text{ ГэВ}$ и использовании массивных ($M \sim 1 - 10^3 \text{ т}$) мишеней можно достаточно быстро набрать большое число событий. Пучки нейтрино высокой энергии формируются за счет лептонных и полулептонных распадов в пучках пионов и каонов, рожденных в мишени протонного ускорителя. Пучки мезонов, отсортированные и сфокусированные желаемым образом, направляются в распадный туннель, заканчивающийся фильтром – толстым слоем поглотителя, задерживающего уцелевшие адроны. Нейтрино, прошедшие через фильтр, направляются на детектор, в котором регистри-

руются заряженные частицы, появившиеся в результате взаимодействия нейтрино с нуклонами рабочего вещества детектора. При изучении реакций νN - рассеяния за счет нейтральных токов дополнительную проблему составляет то, что динамические характеристики начального нейтрино могут быть известны весьма приблизительно, а конечное нейтринное состояние вообще не фиксируется: вся экспериментальная информация – это характеристики конечного адронного состояния. Поэтому параллельно проводится регистрация событий неупругого рассеяния за счет заряженных токов ($\nu_l N \rightarrow l X$), позволяющих провести калибровку нейтринного пучка, т.е. восстановить распределение налетающих нейтрино по импульсам.

Проводя вычисления аналогично тому, как это делалось при рассмотрении глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния в лекции I.7, получим для процессов $\nu(\bar{\nu})N \rightarrow \nu'(\bar{\nu}')X$

$$\frac{d^2\sigma^{\nu,\bar{\nu}}}{d\Omega dE'} = \frac{G^2}{2\pi^2} E'^2 \left[2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) W_1^{\nu,\bar{\nu}} + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) W_2^{\nu,\bar{\nu}} \mp \frac{E+E'}{M}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) W_3^{\nu,\bar{\nu}} \right].$$

Здесь W_i – структурные функции, определяющие вид ”адронного тензора”

$$\begin{aligned} H_{\alpha\beta} &\equiv \frac{1}{4M} \int \frac{d^4x}{2\pi} e^{iqx} \langle p, \sigma | [J_\beta^{(h)}(x), J_\alpha^{(h)+}(0)] | p, \sigma \rangle \equiv \\ &\equiv -W_1 g_{\alpha\beta} + W_2 \frac{P_\alpha P_\beta}{M^2} - iW_3 \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{P^\gamma q^\delta}{M^2} + \dots \end{aligned}$$

(отброшенные слагаемые не дают вклада в сечение). Структурные функции зависят от инвариантных переменных $\nu \equiv Pq/M$ (равная $E - E'$ в ЛС) и q^2 и обладают свойством скейлинга: при $|q^2| \rightarrow \infty$, $x \equiv -q^2/2M\nu = const$

$$M W_1(q^2, \nu) \rightarrow F_1(x)$$

$$\nu W_2(q^2, \nu) \rightarrow F_2(x)$$

$$\nu W_3(q^2, \nu) \rightarrow F_3(x).$$

Удобно ввести безразмерную переменную $y \equiv \nu/E$ и спиральные скейлинговые функции $F_S \equiv \frac{1}{x}F_2 - 2F_1$, $F_{L,R} \equiv F_1 \mp \frac{1}{2}F_3$. Тогда выражения для дифференциальных сечений запишутся в виде

$$\frac{d^2\sigma^\nu}{dx dy} = \frac{G^2 M E x}{\pi} \left[(1-y) F_S^{(\nu)} + F_L^\nu + (1-y)^2 F_R^{(\nu)} \right],$$

$$\frac{d^2\sigma^{\bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{G^2 M E x}{\pi} \left[(1-y) F_S^{(\bar{\nu})} + F_L^{\bar{\nu}} + (1-y)^2 F_R^{(\bar{\nu})} \right].$$

В рамках партонной модели скейлинговые структурные функции определяются функциями кварковых распределений в адроне. Пренебрегая вкладом тяжелых кварков

и учитывая вид констант взаимодействия киральных компонент кварковых полей с Z^0 - бозоном

$$g_{L,R}^q = T_3(q_{L,R}) - Q(q_{L,R}) \sin^2\theta_W$$

получим для рассеяния нейтрино за счет нейтральных токов

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy} = & \frac{2G^2 MEx}{\pi} \{ (1-y)^2 [(g_L^u)^2 \bar{u} + (g_R^u)^2 u + (g_L^d)^2 (\bar{d} + \bar{s}) + (g_R^d)^2 (d + s)] + \\ & + [(g_L^u)^2 u + (g_R^u)^2 \bar{u} + (g_L^d)^2 (d + s) + (g_R^d)^2 (\bar{d} + \bar{s})] \}, \end{aligned}$$

а для перехода к случаю антинейтрино надо произвести замену $q \leftrightarrow \bar{q}$. Заметим, что в случае рассеяния на изоскалярной (т.е. составленной из равного количества нейтронов и протонов) мишени в разности нейтринного и антинейтринного сечений вклад морских кварков полностью сокращается, и

$$\begin{aligned} \Delta_{NC}^{\nu\bar{\nu}} & \equiv \frac{d^2\sigma^\nu}{dxdy} - \frac{d^2\sigma^{\bar{\nu}}}{dxdy} = \\ & = \frac{G^2 MEx}{\pi} q_v \cdot [(g_L^u)^2 + (g_L^d)^2 - (g_R^u)^2 - (g_R^d)^2] [1 - (1-y)^2] \end{aligned}$$

($q_v = u_v = d_v$ описывает распределение по импульсам валентных кварков в "усредненном" нуклоне). Сравнивая это выражение с аналогичным, получаемым для заряженных кварков

$$\Delta_{CC}^{\nu\bar{\nu}} = \frac{G^2 MEx}{\pi} q_v \cdot [1 - (1-y)^2],$$

получим соотношение *Пашоса – Вольфенштейна*

$$\frac{\Delta_{NC}^{\nu\bar{\nu}}}{\Delta_{CC}^{\nu\bar{\nu}}} = (g_L^u)^2 + (g_L^d)^2 - (g_R^u)^2 - (g_R^d)^2 = \frac{1}{2} - \sin^2\theta_W,$$

которое в рамках стандартной модели должно быть справедливо независимо от вида кварковых распределений в нуклоне и было использовано для определения $\sin^2\theta_W$. В частности, экспериментальные данные коллаборации CHARM (ЦЕРН - Гамбург - Амстердам - Рим - Москва) соответствуют

$$\sin^2\theta_W \simeq 0.230 \pm 0.023. \quad (1)$$

Пренебрегая влиянием морских кварков и эффектами, связанными с нарушением скейлинга, можно получить целый ряд соотношений и для полных сечений, которые также были использованы для определения констант взаимодействия кварков с нейтральными токами. При этом было бы весьма интересно изучать вклады в рассеяние от кварков разных ароматов *по отдельности*, однако это весьма затруднительно, так как в каждом акте соударения может родиться множество адронов, часть из

которых действительно связана с кварком, испытавшим взаимодействие с нейтрино (их называют "токовыми фрагментами"), а другие представляют из себя "осколки" оставшегося нуклона или целого ядра, вовлеченные в реакцию за счет сильного взаимодействия в конечном состоянии ("фрагменты мишени"). Для их разделения обычно рассматривают распределение адронов ливня по $z \equiv E_h/(M + \nu) \simeq E_h/\nu$. В рамках предположения, что нейтрино передает энергию ν только одному из кварков мишени, естественно ожидать больших значений z для токовых фрагментов и малых – для фрагментов мишени. В экспериментах по глубоконеупругому рассеянию принято (на основании обобщения эмпирического материала) считать, что токовые фрагменты отвечают $z > 0.2$. По суммарным значениям квантовых чисел адронов в этой области можно судить о том, с каким кварком (u или d) провзаимодействовало нейтрино.

Более простой – с точки зрения теоретика – способ определения θ_W состоит в изучении вклада нейтральных токов в чисто лептонных процессах: νe - рассеянии и e^+e^- - аннигиляции в мюоны. Конечно, набор статистики νe - взаимодействий представляет определенную проблему из-за чрезвычайной малости сечения, а вклад от Z^0 - бозона в процесс электрон-позитронной аннигиляции приходится выделять на фоне значительно более существенного электромагнитного канала, однако экспериментаторам все же удалось преодолеть эти трудности и получить значения констант $g_{L,R}^{e,\mu}$. Все они достаточно хорошо согласуются со значением угла Вайнберга из (1).

Весьма характерной особенностью мира элементарных частиц является нарушение некоторых дискретных симметрий (см. лекцию I.2). Нарушение зеркальной симметрии в слабом взаимодействии обеспечивается различным статусом левых и правых киральных компонент фермионов. А каким образом возникает CP - нарушение, обнаруженное в динамике систем нейтральных каонов и почему оно оказывается столь малым? Для ответа на этот вопрос следует рассмотреть в рамках СМ переходы $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, в которых изменение странности $|\Delta S| = 2$. Основной вклад в амплитуду таких процессов дают диаграммы с обменом двумя W - бозонами

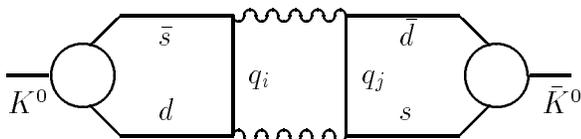


Рис. 1a

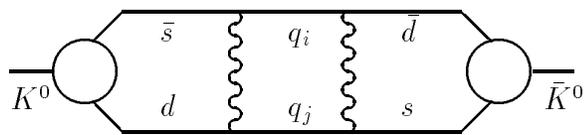


Рис. 1b

Вершины взаимодействий токовых кварков с калибровочными бозонами содержат соответствующие элементы унитарной матрицы смешивания ККМ (U_{ij}). В системе

покоя K - мезона импульсы, текущие по "внешним" линиям кварковой части диаграммы, можно считать малыми, и в этом случае импульсы всех линий петли будут примерно равны. Амплитуда кваркового перехода $\bar{s}d \rightarrow s\bar{d}$ определяются интегрированием по импульсу петли, причем обе диаграммы рис.1 дают одинаковые вклады:

$$T = -i 2 \frac{g^4}{4} \sum_{i,j} \xi_i \xi_j \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left(\frac{-i}{k^2 - M_W^2} \right)^2 [\bar{d}_L \gamma^\mu D_i(k) \gamma^\nu s_L] [\bar{d}_L \gamma_\nu D_j(k) \gamma_\mu s_L],$$

После приведения произведений трех γ - матриц и вычисления интегралов выражение для амплитуды приводится к виду

$$T = - \frac{G^2 M_W^2}{\pi^2} \left(\sum_{ij} C^{ij} \xi_i \xi_j \right) [\bar{d}_L \gamma^\mu s_L] [\bar{d}_L \gamma_\mu u s_L], \quad (2)$$

$$C^{ij} \equiv \frac{I_i - I_j}{x_i - x_j}, \quad I_i \equiv \frac{1}{1 - x_i} + \frac{x_i^2 \ln x_i}{(1 - x_i)^2}, \quad x_i \equiv \left(\frac{m_i}{M_W} \right)^2.$$

CP - нечетные эффекты в системе нейтральных каонов определяются именно величиной недиагонального матричного элемента эффективного гамильтониана $H_{K\bar{K}}$ (см. лекцию I.2), который с учетом амплитуд переходов $K \rightarrow \bar{s}d$, $\bar{d}s \rightarrow \bar{K}$, выражающихся через константу каонного распада $f_K \simeq 117 M\text{ЭВ}$

$$\langle K | [\bar{d}(1 - \gamma^5) \gamma^\mu s] [\bar{d}(1 - \gamma^5) \gamma_\mu u s] | \bar{K} \rangle \simeq m_K f_K^2$$

равен

$$H_{K\bar{K}} \simeq \frac{G^2 M_W^2 m_K f_K^2}{16\pi^2} \left(\sum_{ij} C^{ij} \xi_i \xi_j \right) \quad (3)$$

(дополнительный множитель $\frac{1}{4}$ учитывает тот факт, что при переходе от эффективного гамильтониана к амплитуде (2) необходимо выполнить $4 = 2! \cdot 2!$ виковских спариваний). На первый взгляд, CP - нарушение оказывается слишком сильным, т.к. $H_{K\bar{K}} \sim G^2$, но на самом деле (3) демонстрирует связь малости этого нарушения с подавлением меняющих ароматы нейтральных токов в механизме ГИМ. Действительно, малость амплитуд соответствующих переходов обеспечивается требованием унитарности матрицы КKM

$$\sum_i \xi_i = \sum_i U_{is} U_{id}^* = 0,$$

которое одновременно обеспечивает малость величины $\lambda \equiv \sum C^{ij} \xi_i \xi_j$ при малых $x_{i,j}$:

$$\begin{aligned} C^{ij}|_{x_{i,j} \ll 1} &\simeq 1 + (x_i + x_j) + \frac{x_i^2 \ln x_i - x_j^2 \ln x_j}{x_i - x_j} + o(x) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lambda|_{x \ll 1} \simeq \sum_i \xi_i^2 x_i + \sum_{i \neq j} \xi_i \xi_j \frac{x_i x_j \ln(x_i/x_j)}{x_i - x_j}. \end{aligned}$$

В этих выражениях $i, j = u, c, t, \dots etc.$. Вклад u - кварка мал из-за малой величины m_u , а вклад $t, \dots etc.$ – из-за малости углов смешивания, поэтому основной вклад в λ дает c - кварк. Для оценки можно положить

$$\lambda \simeq \xi_c^2 x_c = \sin^2 \theta_C \cos^2 \theta_C \left(\frac{m_c}{M_W} \right)^2,$$

(θ_C - угол Кабибо) и очевидно, что это очень малая величина. Любопытно, что на практике именно из анализа наблюдаемой величины CP - нарушения Гайяр и Ли еще до открытия мезона со скрытым очарованием (J/ψ - частицы) предсказали значение массы c - кварка.

В лекции I.2 подчеркивалась идеологическая и методологическая связь рассмотрения нарушения симметрии комбинированной инверсии и введения в теорию нейтринных масс. Не будем отступать от этого и сейчас, хотя в СМ нейтрино оказались безмассовыми. Это связано с отсутствием в фермионном секторе теории правого нейтрино (по этой причине не могут возникнуть дираковские массовые члены у нейтринного поля) и с отсутствием в скалярном секторе полей, для которых можно построить калибровочно-инвариантные юкавовские взаимодействия с билинейной конструкцией из левых лептонных дублетов (не могут возникнуть и майорановские массовые члены типа $m_L \bar{\nu}_L^c \nu_L$). Следовательно, для обеспечения массивности нейтрино надо расширить набор фундаментальных частиц. Простейший способ – ввести правое нейтрино (нейтральный изотопический синглет) и юкавовское взаимодействие с полем Хиггса $f^{(\nu)} \bar{l}_L \nu_R \Phi^*$, которое после спонтанного нарушения симметрии приведет к появлению у нейтрино дираковской массы $m_D = f^{(\nu)} v / \sqrt{2}$. Однако в этом случае малость массы нейтрино "неестественна" – она попросту постулируется путем выбора нужного значения $f^{(\nu)}$. Можно ли такой неестественности избежать? Для этого было предложено несколько различных подходов. Во-первых, малая масса может появиться как результат радиационных поправок к нейтринному пропагатору в теории, где в нулевом порядке $m_\nu = 0$ и есть правое нейтрино, взаимодействующее с калибровочными бозонами (т.е. оно не должно быть синглетом по отношению к калибровочной группе! – часто для этого в теорию вводится целый класс новых – "зеркальных" – фермионов, слабо взаимодействующих с наблюдаемыми частицами). Во-вторых, она может быть результатом интерференции массовых слагаемых различной природы – например, если наряду со СНС за счет поля Φ , приводящим к "естественному" значению $m_D \sim m_e$ в теории присутствует СНС более широкой, чем $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, калибровочной группы при значительно больших энергиях, которое приведет к возникновению майорановского слагаемого $m_R \bar{\nu}_R^c \nu_R$ (это допустимо, когда ν_R – синглет

СМ) с $m_R \gg m_D$. Такая возможность реализуется в Теориях Великого Объединения (ТВО), основанных (в отличие от СМ) на простой калибровочной группе. В-третьих, можно просто не вводить правое нейтрино, но расширить скалярный сектор теории – ввести новые легкие скаляры с ненулевым полевым вакуумным средним (они тоже могут появляться в теориях с более широкой исходной группой симметрии – например, как псевдоголдстоуновские бозоны). Так как билинейная комбинация $\bar{l}_L^c l_L$ преобразуется по представлению $(1,-2)+(3,-2)$ группы $SU(2) \otimes U(1)$, то для записи калибровочно-инвариантного юкавовского взаимодействия подойдут либо изотопический триплет полей Хиггса с $Y = 2$, либо заряженный изотопический синглет ($Y = 2, Q = +1$). В любом случае после СНС возникнет левая майорановская масса нейтрино, малость которой связана с малостью массового параметра в эффективном потенциале самодействия нового хиггсовского поля.

В заключение отметим все же, что проверка экспериментальных предсказаний СМ не всегда проходит гладко. Например, в последние годы много внимания уделяется проблеме ”экзотических” адронов – бесцветных связанных состояний кварк-глюонных систем, отличающихся от стандартных (qqq) и $(\bar{q}q)$. Это могут быть, например, системы (qqg) или $(\bar{q}qqq)$. Конечно, такие конфигурации могут быть (и по видимому являются) крайне нестабильными, но они обязаны появляться в соответствии с принципами СМ. Между тем наиболее серьезным и по сути единственным успехом на этом пути остается регистрация в ИФВЭ (Протвино) мезонов, идентифицированных как состояния *глюбола* – связанной системы из одних глюонов (ввиду неабелевости КХД переносчики взаимодействия обладают самодействием). Вычисления, проводимые в рамках КХД ”на решетке” позволяют предсказать характеристики низших состояний (qqg) , однако их экспериментальный поиск не привел пока к успеху, несмотря на весьма обширную статистику реакций, в которых они должны были бы рождаться.

Задачи к лекции 1:

1. Дифференциальное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ с учетом слабых нейтральных токов имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \frac{\pi\alpha^2}{2E_{\text{ЦМ}}^2} [A (1 + \cos^2\theta) + B \cos\theta].$$

Определить значения A и B в СМ, найти величину асимметрии ”вперед - назад”

$$\Delta \equiv \left(\int_0^{\pi/2} d\sigma - \int_{\pi/2}^{\pi} d\sigma \right) / \sigma.$$

2. В рамках СМ связать матричный элемент U_{bc} матрицы ККМ с массой и шириной распада b -кварка ($b \rightarrow c + \dots$).
3. С помощью эффективного гамильтониана системы нейтральных каонов и соотношений, полученных в лекции 2 (1-й семестр) вычислить Δm – разность масс долгоживущей и короткоживущей компонент каонного поля. Считать, что θ_2 и θ_3 в матрице ККМ пренебрежимо малы.
4. В рамках тех же предположений вычислить $|\varepsilon|$ - параметр нарушения CP - инвариантности.
5. При введении в СМ правого нейтрино (нейтрального синглета по слабому изоспину) после спонтанного нарушения симметрии можно получить массовые слагаемые вида :

$$L_m = m_D \bar{\nu}_L \nu_R + m_R \bar{\nu}_R^c \nu_R + h.c..$$

Предполагая, что $m_D/m_R \equiv \epsilon \sim 10^{-15}$, найти собственные значения массовой матрицы и состояния нейтринного поля с определенной массой.