

## Лекция 11: Элементарные частицы и Вселенная.

”...Космос не составляет всей Вселенной, но лишь некоторую, небольшую часть Вселенной, остальная же часть ее представляет собой неупорядоченную материю.”

(Эмпедокл, ”О природе вещей”)

Замечательная связь между явлениями микроскопических и астрономических масштабов становится все более ощутимой по мере продвижения в области все меньших и все больших расстояний. Пожалуй, наиболее яркое ее проявление состоит в том, что свойства физического мира в целом (”Вселенной”), размеры которого заведомо превышают радиус наблюдаемой его части  $R \sim 10^{28} \text{ см}$ , в значительной мере определяются поведением элементарных частиц на расстояниях порядка масштаба ТВО ( $l_{GU} \sim 10^{-29} \text{ см}$ ) и меньших (вплоть до планковского масштаба  $l_{Pl} \sim 10^{-33} \text{ см}$ ). Еще не так давно вопросы о строении, эволюции Вселенной и о причинах, по которым она устроена именно так, как устроена представлялись в значительной мере метафизическими – их обсуждение почти не связывалось с физикой фундаментальных взаимодействий, несмотря на то, что уже вскоре после возникновения общей теории относительности были исследованы свойства *моделей Фридмана*, описывающих эволюцию однородной и изотропной Вселенной с метрикой пространства-времени

$$ds^2 \equiv g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = dt^2 - a^2(t) \cdot \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d^2\Omega \right]. \quad (1)$$

В этом выражении  $a(t)$  – масштабный фактор, а величина  $k$  принимает значения  $+1$ ,  $-1$  или  $0$  соответственно для *замкнутой*, *открытой* или *плоской* Вселенной. Эти названия отвечают глобальным (топологическим) свойствам моделей: трехмерная пространственная часть метрики при  $k = 0$  описывает плоское евклидово пространство, при  $k = \pm 1$  она является индуцированной метрикой трехмерной сферы  $S^3$  или трехмерного гиперболоида  $G^3$ , вложенных в вспомогательное четырехмерное плоское евклидово пространство. Если вещество во Вселенной описывать тензором энергии-импульса идеальной жидкости с плотностью  $\rho$  и давлением  $p$ :

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu},$$

то ее эволюция будет описываться уравнениями Гильберта-Эйнштейна

$$\begin{cases} \ddot{a} = -\frac{4\pi}{3} G (\rho + 3p) a \\ \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3} G \rho \end{cases} \quad (2)$$

с учетом уравнения состояния, связывающего давление с плотностью. Отметим основные выводы, полученные на основе анализа уравнений (2).

1. Для разумных классических уравнений состояния, когда  $\rho + 3p > 0$ , в решениях всегда присутствует точка *начальной космологической сингулярности*, принимаемая за  $t_s \equiv 0$ , в которой  $a(t_s) = 0$ ,  $\rho(t_s) = \infty$ , причем в окрестности  $t_s$   $G\rho \gg 1/a^2$ , и слагаемым с  $k$  во втором уравнении (2) можно пренебречь. Таким образом, в окрестности "начала времен" эволюция однородной изотропной Вселенной одинакова для всех трех типов модели.
2. При тех же условиях поведение масштабного фактора в ходе эволюции зависит от типа модели: в открытой и плоской Вселенной  $a$  неограниченно монотонно растет, а в замкнутой растет только до определенного момента времени, затем убывает и обращается в 0 при конечном значении  $t = t_c$ . Таким образом, замкнутая Вселенная имеет, в отличие от плоской или открытой, конечное время жизни между двумя сингулярными состояниями.
3. Тип модели определяет соотношение между плотностью вещества и величиной  $H \equiv \dot{a}/a$ , называемой *постоянной Хаббла* (которая, вообще говоря, постоянной не является): плотность плоской Вселенной в состоянии с заданным  $H$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3H^2 M_{Pl}^2}{8\pi}$$

играет роль "*критической плотности*" – так как

$$1 + \frac{k}{H^2 a^2} = \frac{\rho}{\rho_c} ,$$

значения  $\Omega \equiv \rho/\rho_c < 1$  соответствуют открытой Вселенной, а  $\Omega > 1$  – замкнутой. Заметим, что в силу (2) степень отличия Вселенной от плоской однозначно связана со скоростью изменения масштабного фактора: для  $k \neq 0$

$$|\Omega - 1| = \left| \frac{\rho - \rho_c}{\rho_c} \right| = \left| \frac{a^2}{\dot{a}^2} \cdot \frac{k}{a^2} \right| = \dot{a}^{-2} , \quad (3)$$

т.е.  $|\Omega - 1|$  быстро нарастает в любой неплоской Вселенной на стадии расширения.

В качестве иллюстрации рассмотрим эволюцию замкнутой Вселенной, заполненной ультрарелятивистским газом (уравнение состояния  $p = \frac{1}{3}\rho$ ). Следующий из (2) закон сохранения

$$\dot{\rho} a^3 + 3(\rho + p) a^2 \dot{a} = 0 \quad (4)$$

в этом случае приводит к соотношению

$$\rho = C \cdot a^{-4},$$

после подстановки которого в (2) получается легко интегрируемое уравнение

$$a \dot{a} = \sqrt{\left(\frac{t_c}{2}\right)^2 - ka^2}, \quad t_c^2 \equiv \frac{32\pi}{3} G C.$$

Его решение, отвечающее начальному условию  $a(0) = 0$ , имеет вид:

$$a(t) = \sqrt{t(t_c - kt)},$$

и при этом

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi G} \cdot \frac{t_c^2}{t^2(t_c - kt)^2}.$$

Заметим, что плотности энергии и энтропии ультрарелятивистского газа, состоящего из бозонов (соответствующее число степеней свободы обозначим  $N_B$ ) и фермионов ( $N_F$ ), связаны с температурой  $T$  соотношениями

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} N(T) T^4,$$

$$s = \frac{2\pi^2}{45} N(T) T^3$$

(где  $N \equiv N_B + \frac{7}{8}N_F$ ). Поскольку в реалистичных моделях элементарных частиц  $N(T)$  растет при увеличении температуры существенно медленнее  $T^4$ , то температура Вселенной, заполненной ультрарелятивистским газом, при расширении убывает почти обратно пропорционально масштабному параметру:

$$N(T) T^4 = \frac{45}{16\pi^3 G} \cdot \frac{t_c^2}{a^4} \Rightarrow T \sim \frac{1}{a},$$

а полная энтропия почти постоянна:  $S \sim sa^3 \simeq const$ . На ранних стадиях эволюции (в окрестности  $t = 0$ ) независимо от  $k$

$$a \sim \sqrt{t}, \quad \rho \sim \frac{1}{t^2}, \quad T \sim \frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Поскольку при повышении температуры вещество становится ультрарелятивистской плазмой, то вполне естественно выглядит предположение, что ранняя Вселенная находилась в состоянии с очень высокими плотностью и температурой, которые изменялись в соответствии с полученными формулами. Основанная на этом предположении модель *горячей Вселенной* стала особенно популярной после открытия предсказанного ею *реликтового излучения* – остывшего в процессе расширения до

температуры  $T_\gamma^{rel} \simeq 2.7K$  фотонного газа. В этой модели вблизи момента космологической сингулярности – ”Большого Взрыва” – характерные энергии частиц становятся очень велики, и состояние ее вещества определяется закономерностями фундаментальных взаимодействий на сверхмалых расстояниях. Поэтому с точки зрения физики элементарных частиц наблюдаемую Вселенную можно рассматривать как результат своеобразного ”эксперимента”, и изучение ее структуры может позволить производить отбор допустимых моделей частиц и их взаимодействий.

Открытая или плоская Вселенная существует неограниченно долго, а время жизни замкнутой Вселенной конечно и связано с интегральными значениями массы и энтропии. Например, для  $N \equiv 1$

$$t_c = \left( \frac{32}{45\pi^2} \right)^{\frac{1}{6}} \frac{S^{\frac{2}{3}}}{M_{Pl}} \sim 10^{-43} c \cdot S^{\frac{2}{3}} .$$

Аналогичным образом можно получить оценку

$$t_c \sim 10^{-43} c \cdot \frac{M}{M_{Pl}} .$$

(где  $M$  – полная масса). Видно, что продолжительное существование замкнутая Вселенная может иметь лишь при  $M \gg M_{Pl}$  и  $S \gg 1$ .

Данные современных наблюдений (”разбегание” галактик, космологическое красное смещение) свидетельствуют, что наша Вселенная находится в состоянии расширения, но не позволяют однозначно идентифицировать ее тип: современное значение параметра  $\Omega$  лежит в пределах

$$0.1 \leq \Omega \leq 2 ,$$

и в этом смысле наблюдаемая Вселенная не сильно отличается от плоской. Так как эта ”плоскостность” поддерживается уже в течении достаточно долгого времени, было бы естественно считать, что  $\Omega \equiv 1$ , но в этом случае придется предположить существование ”темной” (неизлучающей) материи с плотностью, существенно превышающей плотность видимого вещества. Отчасти это предположение подтверждается при наблюдении за относительным движением галактик в галактических скоплениях: их массы действительно оказываются выше, чем суммарные массы светящегося вещества в них. Величина постоянной Хаббла оценивается как

$$H \simeq \frac{h}{3 \cdot 10^{17} c} \simeq h \cdot 10^{-10} \text{ лет}^{-1} , \quad 0.5 \leq h \leq 1 ,$$

что позволяет оценить время, прошедшее с момента Большого Взрыва: для плоской (или почти плоской) Вселенной с уравнением состояния вещества  $p = \alpha \rho$

$$a \sim t^{\frac{2}{3(1+\alpha)}} \Rightarrow t \simeq \frac{2}{3(1+\alpha)} H^{-1} . \quad (5)$$

Эффективное значение  $\alpha$  должно находиться между 0 (пылевидная "холодная" материя) и  $\frac{1}{3}$  (ультррелятивистский газ), и поэтому

$$t \sim 10^{10} \text{ лет} .$$

Модель горячей Вселенной позволяет нам построить довольно стройную картину развития мира от Большого Взрыва до наших дней и в принципе не противоречит данным наблюдений. Вместе с тем необходимо отметить существование целого ряда вопросов, ответ на которые нельзя дать, исходя только из "внутренней" логики этой модели, например:

1. Что происходило в первые  $10^{-43}c$  после Большого Взрыва? Соотношения, описывающие классическую эволюцию Вселенной, не могут быть применимы в окрестности космологической сингулярности – ясно, что при приближении характерных энергий частиц и пространственно-временных масштабов событий к планковским значениям существенную роль в динамике физических процессов должны играть квантово-гравитационные эффекты. Отсутствие последовательной квантовой теории гравитации сильно затрудняет анализ поведения Вселенной с возрастом  $t < t_{Pl} \sim 10^{-43}c$ . Тем не менее нужно учитывать, что именно протекающие на этой стадии процессы создают начальное состояние для последующей эволюции в соответствии с (2). Это весьма важно, потому что, как будет видно из дальнейшего, это начальное состояние должно было обладать очень специфическим устройством.

2. Почему Вселенная такая большая? Анализ изменения свойств Вселенной "вспять" от наблюдаемого современного состояния к планковским временам показывает, что при  $t \sim t_{Pl}$  температура  $T \sim M_{Pl} \sim 10^{19} \text{ ГэВ}$ , однако в соответствии с предположением о почти изэнтропичном характере эволюции  $Ta \simeq const$ , и

$$a |_{t \sim t_{Pl}} > \frac{10^{-13} \text{ ГэВ}}{10^{19} \text{ ГэВ}} 10^{28} \text{ см} \sim 10^{-4} \text{ см} \sim 10^{29} l_{Pl} !$$

( $10^{28} \text{ см}$  – радиус наблюдаемой части современной Вселенной). Почему же при  $t \sim t_{Pl}$  ее размеры так сильно превосходят  $l_{Pl}$ ? Как естественным образом объяснить появление столь неестественно большого множителя  $10^{29}$ ? К тому же, поскольку плотность энергии и энтропии имеют планковский масштаб, полная масса и полная энтропия также оказываются чрезвычайно велики по сравнению с "естественными" значениями: действительно, только для наблюдаемой части современной Вселенной

$$M \sim 10^{55} \text{ г} \sim 10^{61} M_{Pl} , \quad S \sim 10^{87} .$$

Особенно это существенно для замкнутого мира – при меньших значениях полной массы и энтропии время жизни замкнутой Вселенной не может превышать  $10^{10}$  лет.

3. Почему Вселенная так похожа на плоскую? Как отмечалось выше, в процессе эволюции Вселенной отличие параметра  $\Omega$  от 1 должно довольно быстро нарастать. Между тем даже сейчас, спустя  $10^{10}$  лет после ”начала времен”,  $\Omega$  все еще близко к 1. Если описывать вещество уравнением состояния  $p = \alpha\rho$ , то в соответствии с (3) и (5)

$$|\Omega - 1| = \dot{a}^{-2} \sim t^{\frac{2}{3} \frac{1+3\alpha}{1+\alpha}}.$$

Это означает, что для обеспечения современного значения  $0.1 \leq \Omega \leq 2$  в начале классической эволюции (при  $t = t_{Pl}$ ) плотность должна была быть близка к критической с фантастической точностью  $\Omega = 1 \pm 10^{-55}$ . Представляется совершенно невероятным, чтобы это произошло случайно, поэтому на ”планковской” стадии должен существовать механизм обеспечения плоскостности.

4. Почему Вселенная такая однородная и изотропная? Несмотря на наличие неоднородностей в распределении вещества, современный мир выглядит замечательно однородным и изотропным при усреднении этих распределений в пределах областей с размерами, существенно превышающими размеры галактик. Это тем более удивительно, если учесть, что в быстро расширяющейся ранней Вселенной многие ее области должны были оказаться причинно-несвязанными. В частности, при  $t \sim t_{Pl}$  размер причинно-связанной области был порядка  $l_{Pl}$ , и поэтому область, превратившаяся к настоящему моменту времени в наблюдаемую часть Вселенной, состояла из  $(a/l_{Pl})^3 \sim 10^{87}$  независимых областей. Вероятность случайной подгонки начальных условий расширения в каждой из областей исчезающе мала, и опять необходимо требовать обеспечения этой подгонки от квантово-гравитационных процессов. С другой стороны, масштаб имеющихся неоднородностей (галактик, звездных систем) необычайно стабилен, что дает основания предполагать наличие также и механизма генерации небольших изначальных неоднородностей с вполне определенным спектром.

5. Почему во Вселенной так много вещества и так мало антивещества? Симметричность большинства физических законов относительно операции зарядового сопряжения превращает наблюдаемое явное преобладание материи над анти-

материей в проблему *барионной асимметрии*, требующую отдельного объяснения.

Отметим, что именно обсуждение последней из перечисленных проблем впервые позволило установить тесную связь между физикой элементарных частиц и космологией. Действительно, именно в свойствах частиц были обнаружены явные указания на существование процессов, нарушающих зарядовую и пространственную симметрию мира. Описание этих свойств удалось построить на базе калибровочных спонтанно-нарушенных теорий поля, в которых обычно нарушение симметрии обеспечивалось присутствием скалярных полей с ненулевым вакуумным средним. Рассмотрим поведение таких полевых систем при повышении температуры. Свободная энергия, при  $T = 0$  совпадающая с эффективным потенциалом

$$V(\phi) = -\frac{\mu^2}{2} \phi^2 + \frac{\lambda}{4} \phi^4, \quad (6)$$

при ненулевой температуре получает приращение, которое в случае больших  $T$  можно вычислить по известной из статистической физики формуле для ультрарелятивистского газа скалярных частиц массы  $m = m_{ef} \equiv \sqrt{3\lambda\phi^2 - \mu^2}$ :

$$F(\phi, T) \simeq V(\phi) - \frac{\pi^2}{90} T^4 + \frac{m^2}{24} T^2 = F_0(T) + \left( \frac{\lambda T^2}{8} - \frac{\mu^2}{2} \right) \phi^2 + \frac{\lambda}{4} \phi^4$$

(зависящее от массы слагаемое выписано с точностью до членов  $\sim m/T$ ). Нетрудно заметить, что при  $T > T_c = 2\mu/\sqrt{\lambda}$  минимум свободной энергии соответствует ненарушенной симметрии ( $\phi = 0$ ). При этом "критическая" температура  $T_c$  оказывается порядка энергетического масштаба нарушения (т.е. порядка масс, приобретаемых калибровочными бозонами). Таким образом, в горячей ранней Вселенной все симметрии фундаментальных взаимодействий были ненарушенными, и лишь в процессе остывания при расширении происходили – по достижении соответствующих критических температур – фазовые переходы с перестройкой вакуумного состояния квантовых полей, связанной с выпадением конденсата поля  $\phi$  и нарушением симметрий. Тип фазового перехода определяется видом эффективного потенциала модели и зависимостью температурных поправок от массы скалярного поля. В общем случае возможны как переходы второго (с плавной перестройкой вакуума), так и первого рода (когда система может задерживаться в метастабильном состоянии, и переход осуществляется путем скачкообразного расширения областей стабильной фазы).

В соответствии с моделями фундаментальных взаимодействий можно выделить следующие этапы развития ранней Вселенной:  $t < t^{(1)} \sim 10^{-43}c$  соответствует "эре квантовой гравитации", которая заканчивается при остывании до  $T_c^{(1)} \sim 10^{19} \text{ ГэВ}$ ,

при которой происходит первый фазовый переход (компактификация лишних измерений, вымораживание высокоэнергетических степеней свободы струн или еще что-нибудь в этом роде); затем наступает "эра Великого Объединения", во время которой не было существенных различий между переносчиками разных взаимодействий и поддерживалось динамическое равновесие между свободно переходящими друг в друга кварками и лептонами вплоть до  $t^{(2)} \sim 10^{-35}c$ , когда температура падает до  $T_c^{(2)} \sim 10^{15} \text{ ГэВ}$  – происходит еще один фазовый переход, и симметрия взаимодействий понижается до соответствующей Стандартной Модели ( $G_{GU} \rightarrow G_{SM}$ ), в результате чего происходит разделение сильных и электрослабых взаимодействий и разделение кварковых и лептонных состояний материальных полей; затем – при  $t = t^{(3)} \sim 10^{-10}c$ ,  $T = T_c^{(3)} \sim 10^2 \text{ ГэВ}$  – происходит спонтанное нарушение модели Салама-Вайнберга и разделение слабых и электромагнитных взаимодействий, а при  $t > t^{(4)} \sim 10^{-8}c$ ,  $T < T_c^{(4)} \sim 10^2 \text{ МэВ}$  – адронизация вещества. В итоге уже к окончанию первой секунды эволюции Вселенной физика элементарных частиц приобретает современный вид, и дальнейшее построение знакомого нам мира происходит на иных структурных уровнях (нуклеосинтез, синтез атомов и молекул, образование галактик, звездных систем и т.д.).

Замечательно, что в рамках этой картины можно дать естественное объяснение барионной асимметрии мира. Для этого необходимо более тщательно рассмотреть второй из указанных фазовых переходов. Почти во всех реалистичных вариантах ТВО присутствуют калибровочные бозоны  $X$ , взаимодействующие как с дикварковыми, так и с лептокварковыми токами (это, в частности, приводит к возможности распада протона). При  $T > T_c^{(2)}$  материя представляла из себя смесь частиц, содержащая в равных пропорциях кварки  $q$  и антикварки  $\bar{q}$ , бозоны  $X$  и  $\bar{X}$ . При достаточно большой скорости расширения Вселенной динамика такой системы носит неравновесный характер: после фазового перехода бозоны  $X$  приобретают массу  $\sim 10^{15} \text{ ГэВ}$ , и процессы их рождения подавляются – остается лишь остаток ранее существовавших  $X$  и  $\bar{X}$ , распадающихся на кварки и лептоны. Барионный заряд конечного состояния различен для разных мод распада:  $X \rightarrow \bar{l}\bar{q}$  (обозначим его ширину за  $\Gamma_1$ ) соответствует  $B_f^{(1)} = -\frac{1}{3}$ ,  $X \rightarrow qq$  ( $\Gamma_2$ ) –  $B_f^{(2)} = +\frac{2}{3}$ ,  $\bar{X} \rightarrow lq$  ( $\bar{\Gamma}_1$ ) –  $B_f^{(1)} = +\frac{1}{3}$ ,  $\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}$  ( $\bar{\Gamma}_2$ ) –  $B_f^{(2)} = -\frac{2}{3}$ . Заметим, что СРТ - инвариантность теории требует равенства полных ширин распада частицы и античастицы, и поэтому

$$\Gamma_1 + \bar{\Gamma}_1 = \Gamma_2 + \bar{\Gamma}_2 \equiv \Gamma.$$

Однако при наличии С- и CP - нарушения возможно, чтобы  $\Gamma_{1,2} \neq \bar{\Gamma}_{1,2}$  (так действи-



тельно оказывается во многих ТВО при учете петлевых диаграмм высших порядков – например, в минимальной  $SU(5)$  - модели неравенство возникает только при учете диаграмм десятого порядка, поэтому различие  $\Delta\Gamma \equiv \Gamma_2 - \bar{\Gamma}_2 = \bar{\Gamma}_1 - \Gamma_1$  очень мало). Поэтому после распадов массивных бозонов ТВО в веществе появляется небольшой избыток кварков (по сравнению с антикварками) – возникает барионная асимметрия

$$\delta \sim \frac{\Gamma_1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \Gamma_2 \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) + \bar{\Gamma}_1 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) + \bar{\Gamma}_2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)}{\Gamma} = \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} .$$

Впоследствии почти все кварки и антикварки аннигилировали с образованием фотонов, а из избыточных кварков образовались барионы, составляющие ”обычное” вещество современной Вселенной. Поэтому средняя плотность реликтовых фотонов во Вселенной должна быть существенно выше средней плотности барионов. На самом деле

$$\frac{n_B}{n_\gamma} \sim 10^{-9} ,$$

и необходимо потребовать, чтобы генерируемая в неравновесных распадах  $X$  - бозонов барионная асимметрия была по крайней мере не меньше этой величины:

$$\delta \geq 10^{-9} \Rightarrow \Delta\Gamma \geq 10^{-9} \cdot \Gamma .$$

Такой тест на правильное предсказание  $n_B/n_\gamma$  оказывается довольно жестким – например, в минимальной  $SU(5)$  - модели получается величина на несколько порядков меньше требуемой. Вместе с тем делать на этом основании какие-либо окончательные выводы все-таки преждевременно: в ряде работ были предложены некоторые модификации Стандартной Модели, в которых процессы, приводящие к образованию барионной асимметрии, могут происходить и при более низких температурах. Общим для всех моделей является тесная связь таких процессов с нарушением комбинированной (CP) симметрии.

Построение объяснения барионной асимметрии мира на основе соединения модели горячей Вселенной и ТВО привлекло внимание к возможности ”космологического тестирования” моделей элементарных частиц. В качестве еще одного примера его эффективности рассмотрим ограничения, которое наблюдаемое значение параметра  $\Omega$  накладывает на массы стабильных слабо взаимодействующих массивных частиц (например, массивных нейтрино). Само по себе присутствие в теории таких частиц довольно логично с точки зрения описания эволюции Вселенной – они могут составлять темную материю, но плотность их массы не должна быть слишком большой ( $\Omega < 2 \Rightarrow \rho < 4h^2 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3$ ), и поэтому они не могут иметь большую массу. В самом деле, аналогично реликтовому фотонному излучению, должен существовать и

газ реликтовых нейтрино. Ввиду более слабого взаимодействия с другими частицами, эффективный энергообмен для них должен был прекратиться при более высокой плотности, чем у фотонов, и поэтому к настоящему моменту нейтринный газ остыл до более низкой температуры, чем фотонный – оценки на основе СМ дают

$$T_\nu^{(rel)} \simeq 1.9 K .$$

Плотность числа частиц в нейтринном излучении с такой температурой определяется соотношением

$$n_\nu \simeq \frac{9}{5\pi^2} T_\nu^{(rel)3} \simeq 110 \text{ см}^{-3} ,$$

и тогда вклад реликтовых нейтрино в темную массу Вселенной

$$\rho_\nu \simeq \sum_i n_{\nu_i} m_i \simeq 2 \cdot 10^{-31} \text{ э/см}^3 \cdot \sum_i \frac{m_i}{1\text{эВ}}$$

(где суммирование ведется по всем стабильным нейтринным состояниям с определенной массой). С учетом ограничения на  $\rho$  отсюда можно получить, что

$$\sum_i m_i < 100 \text{ эВ} .$$

Таким образом, в наблюдаемой Вселенной не могут существовать стабильные нейтрино с массами, большими, чем несколько десятков эВ.

Для полноты картины следует отметить, что учет закономерностей физики элементарных частиц в космологии, помимо очевидных успехов, принес и новые проблемы. В частности, довольно сложно оказалось объяснить ”необычайно низкую” плотность энергии вакуума после всех фазовых переходов, каждый из которых сопровождался ее весьма значительным изменением. В самом деле, эти изменения определялись поведением эффективного потенциала самодействия скалярных полей: для потенциала типа (6)

$$\Delta V = V(0) - V(\langle \phi \rangle_{vac}) = \frac{\lambda}{4} \left( \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \right)^4 \sim \lambda M^4 \sim \lambda \left( \frac{M}{M_{Pl}} \right)^4 \cdot 10^{94} \text{ э/см}^3$$

(где масштаб нарушения  $M$  по порядку величины соответствует массе, приобретаемой тяжелыми калибровочными бозонами). Например, в  $SU(5)$ - модели Великого Объединения  $\Delta V_{GU} \sim 10^{80} \text{ э/см}^3$ , в Стандартной Модели при нарушении симметрии слабых и электромагнитных взаимодействий  $\Delta V_{SM} \sim 10^{25} \text{ э/см}^3$ , а при адронизации вещества  $\Delta V_h \sim 10^{14} \text{ э/см}^3$ . Между тем в настоящую эпоху, после всех этих грандиозных изменений, ”естественное” значение плотности энергии вакуума не должно существенно превышать современного значения критической плотности

$$|V(\langle \phi \rangle_{vac})| \leq \rho_c \sim 10^{-29} \text{ э/см}^3 ,$$

так как значительное отличие радикально изменило бы характер эволюции Вселенной. Можно сказать, что с космологической точки зрения предпочтительны именно те теории в физике элементарных частиц, в которых существует механизм зануления энергии вакуума – таким свойством обладают некоторые суперсимметричные и не-локальные модели (см. лекцию II.9).

Кроме того, если физика процессов в ранней Вселенной соответствует какой-либо объединительной модели, то, помимо CP - нарушения и связанной с ней барионной асимметрии, должны существовать и другие проявления этого в современном мире. Например, многие ТВО содержат возможность образования полевых конфигураций с нетривиальной топологией и при температурах порядка  $10^{15} K$  могли эффективно рождаться связанные с ними объекты. Поэтому после фазового перехода с нарушением симметрии ТВО должен был сохраниться некоторый остаток таких объектов, количество которых – в силу сохранения топологического заряда – далее убывало бы только за счет аннигиляции, и их должно быть достаточно много и в современную эпоху. Хуже всего в этом смысле обстоит дело с реликтовыми магнитными монополями – моделирование процессов их рождения и аннигиляции в большинстве теорий приводит к неприемлемо большому их количеству (обычно получающаяся распространенность монополей близка по порядку величины к распространенности барионов!). Другая серьезная проблема – возможность образования ”вакуумных доменов” – областей, в которых спонтанное нарушение симметрии привело к ”скатыванию” системы взаимодействующих фундаментальных полей к топологически неэквивалентным вакуумным состояниям (этот процесс похож на образование доменной структуры при остывании ферромагнетика, когда возникает множество областей с разным направлением вектора спонтанной намагниченности). На границе доменов возникает область с ненарушенной симметрией, плотность энергии которой по отношению к вакууму оказывается очень велика, так что даже наличие одной такой реликтовой ”доменной стенки” в наблюдаемой части Вселенной привело бы к совершенно недопустимым с точки зрения соответствия эмпирическим данным последствиям. С другой стороны, нельзя просто считать, что вся наблюдаемая часть Вселенной находится в пределах одного домена, ибо – как было показано выше – на ранних этапах эволюции она должна была состоять из очень большого числа причинно-несвязанных областей, и надо найти механизм синхронизации фазовых переходов с нарушением симметрии в этих областях. Аналогичным образом многие суперсимметричные теории предсказывают неприемлемо большие концентрации реликтовых гравитино и слабодействующих скалярных частиц, и поэтому возникает ощущение, что в

ранней Вселенной должны действовать какие-то процессы, приводящие к значительному понижению концентрации вообще всех экзотических реликтовых объектов.

Оказалось, что эти процессы могут быть связаны с самим спонтанным нарушением симметрии : возникающий при этом вакуумный конденсат скалярных полей  $\phi_0$  дает вклад в плотность энергии вакуума, которая – наряду с энергией материи – входит в уравнение Гильберта-Эйнштейна, определяющее метрику пространства-времени

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G [T_{\mu\nu}^{(m)} + T_{\mu\nu}^{(vac)}] = 8\pi G [T_{\mu\nu}^{(m)} + g_{\mu\nu} V(\phi_0)] .$$

Нетрудно заметить, что структура вакуумного вклада в тензор энергии-импульса ( $\sim g_{\mu\nu} \Rightarrow T_{ii}^{(vac)} = -T_{00}^{(vac)}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ) соответствует уравнению состояния  $p = -\rho$ . Поэтому, если на каком-то этапе эволюции почти вся энергия Вселенной существовала в виде энергии вакуумного конденсата, то, в соответствии с (4),  $\dot{\rho} \simeq 0$  и тогда величина

$$\tilde{H} \equiv \sqrt{\frac{8\pi}{3} G\rho}$$

в процессе эволюции такой Вселенной меняется адиабатически медленно:

$$\dot{\tilde{H}} \ll \tilde{H}^2 ,$$

что в соответствии с (2)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \tilde{H}^2$$

обеспечивает при  $t \gg \tilde{H}^{-1}$  (и, как нетрудно заметить,  $a \gg \tilde{H}^{-1}$ ) почти экспоненциальный характер расширения

$$a(t) \simeq a_0 \cdot e^{\tilde{H}t} \quad \left( \frac{\dot{a}}{a} \equiv H \simeq \tilde{H} \right) . \quad (7)$$

Экспоненциально расширяющийся мир с геометрией типа (1), (7) был описан де Ситтером еще до создания моделей Фридмана, и поэтому отрезок эволюции, на котором Вселенная состояла в основном из вакуумных конденсатов и изменение ее масштабного фактора определялось (7), называют стадией квазидеситтеровского раздувания или *инфляционной* стадией. Замечательной особенностью мира де Ситтера является наличие в нем горизонта событий: наблюдатель, расположенный в некоторой его точке, может за все время последующей эволюции получить информацию лишь из точек пространства, которые в заданный момент времени находились на расстоянии

$$R_h(t_0) = a(t_0) \int_{t_0}^{\infty} \frac{dt}{a(t)} = \tilde{H}^{-1}$$

от него. Поэтому, если даже *до* раздувания во Вселенной присутствовали существенные неоднородности или экзотические реликтовые частицы, на инфляционной стадии они за время порядка  $\tilde{H}^{-1}$  выйдут за горизонт событий и *после* окончания раздувания Вселенная в пределах области, доступной наблюдению, окажется в высокой степени однородной и изотропной и не будет содержать экзотические реликтовые объекты – в настоящий момент мы можем наблюдать только те из них, которые были рождены на постинфляционных стадиях эволюции Вселенной. Кроме того, резкое увеличение масштабного параметра приведет к уменьшению роли слагаемого с  $k$  в (2), т.е. свойства наблюдаемого мира при раздувании экспоненциально быстро приближаются к свойствам плоской Вселенной Фридмана – ясно, что любая криволинейная гиперповерхность при масштабном увеличении локально (в пределах области, ограниченной горизонтом событий  $\sim \tilde{H}^{-1}$ ) становится похожей на плоскость.

Таким образом, используя идею о существовании полей с ненулевым вакуумным средним и рассматривая состояние Вселенной в некоторый момент времени как ”вакуумоподобное” (в котором большая часть энергии запасена в виде вакуумного конденсата скалярного поля), можно решить многие из перечисленных выше проблем космологических моделей. Однако сценарий инфляции очень в значительной степени зависит от свойств используемой модели взаимодействия квантовых полей, определяющих тип фазовых переходов при выпадении вакуумных конденсатов, скорость рождения частиц при ”колебаниях” квазиклассического конденсатного поля  $\langle \phi \rangle$  вблизи минимума потенциала, генерацию длинноволновых колебаний поля  $\langle \phi \rangle$  и многие другие существенные черты протекающих в раздувающейся Вселенной физических процессов. Но именно эти процессы и должны привести к возникновению окружающего нас мира, и это вполне естественное требование оказывается в действительности очень жестким, так как накладывает сильные ограничения на значения параметров, описывающих взаимодействия элементарных частиц при энергиях, приближающихся к планковским. В этом смысле часто говорят о существовании ”космологического теста” для теорий в физике элементарных частиц – далеко не все теории способны без не вполне естественных модификаций его пройти.

В качестве примера рассмотрим сценарий *хаотического раздувания* Вселенной, заполненной только скалярным полем  $\phi$  с потенциалом самодействия в виде полинома четвертой степени (6). В этом случае для достаточно больших значений поля  $\phi \sim M_{Pl}$

$$V(\phi) \simeq \frac{\lambda}{4} \phi^4 .$$

При этом константу самодействия будем считать малой:  $\lambda \ll 1$ . Как будет эво-

люционировать область с размерами  $\sim l_{Pl}$ , в которой в некоторый момент времени оказались выполнены условия квазиклассичности и распределение поля  $\phi$  оказалось достаточно однородным:

$$(\partial_\mu \phi)^2 \ll V(\phi), \quad |\partial_\mu \partial_\nu \phi| \ll V'(\phi), \quad (8)$$

при  $t > t_0$ ? В этом случае метрика пространства-времени в этой области может описываться выражением (1) и изменение масштабного фактора и скалярного поля описывается уравнениями

$$\begin{cases} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{(\vec{\partial}\phi)^2}{2} + V(\phi)\right) \\ D^\mu D_\mu \phi = \ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} - \frac{1}{a^2}\Delta\phi = -V'(\phi). \end{cases} \quad (9)$$

Для расширяющейся Вселенной в области больших  $a \gg l_{Pl}$  с учетом (8) эти уравнения (после подстановки  $\dot{a}/a \equiv H$ ,  $G = M_{Pl}^{-2}$ ) принимают вид:

$$\begin{cases} H^2 = \frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} V(\phi) \\ 3H\dot{\phi} = -V'(\phi), \end{cases}$$

откуда

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^2 &= \frac{M_{Pl}^2}{24\pi} \cdot \frac{V'^2}{V} = \frac{\lambda M_{Pl}^2}{6\pi} \phi^2, \\ H &= \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{3}} \frac{\phi^2}{M_{Pl}}. \end{aligned}$$

Поэтому при  $\phi \gg M_{Pl}/\sqrt{\pi}$  поле и постоянная Хаббла изменяются адиабатически медленно

$$\frac{|\dot{\phi}|}{\phi}, \quad \frac{\dot{H}}{H} \ll H,$$

и Вселенная расширяется почти по экспоненциальному закону

$$a(t) \simeq l_{Pl} \cdot e^{Ht}.$$

Причину этого нетрудно понять – при этих условиях  $\dot{\phi}^2/2 \ll V(\phi)$ , и практически вся энергия поля определяется ”вакуумным” вкладом  $V(\phi)$ . В ходе раздувания поле  $\phi$  убывает:

$$\phi(t) = \phi_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} M_{Pl}(t-t_0)} \quad (10)$$

(здесь  $\phi_0$  – значение поля в начале инфляционной стадии), и в некоторый момент времени  $t_f$  (при достижении  $\phi_f \sim M_{Pl}/\sqrt{\pi}$ ) величина  $H$  начинает быстро убывать и раздувание прекращается. Полная степень увеличения Вселенной за время инфляции

$$K_{0f} \equiv \frac{a_f}{a_0} = \exp\left\{\frac{\pi}{M_{Pl}^2} (\phi_0^2 - \phi_f^2)\right\} \simeq \exp\left\{\frac{\pi}{M_{Pl}^2} \phi_0^2\right\} \quad (11)$$

практически однозначно определяется значением  $\phi_0 \gg M_{Pl}/\sqrt{\pi}$ , при котором эволюция поля становится квазиклассической и описывается уравнениями (9). При  $\phi > \phi_0$  существенную роль играют квантовые флуктуации поля, которые в рамках квазиклассического подхода естественно рассматривать как быстрые (коротковолновые) осцилляции малой амплитуды на фоне убывания классической составляющей поля (10). Оказывается, что в экспоненциально раздувающейся Вселенной де Ситтера такие колебания испытывают параметрическое усиление, сопровождающееся экспоненциальным увеличением длины волны. Действительно, амплитуда колебаний изменяется адиабатически медленно, а длина волны увеличивается в соответствии с увеличением масштабного фактора. При этом пока  $k \equiv 2\pi/\lambda \gg H$  слагаемым, содержащим  $H\dot{\phi}$ , в (9) можно пренебречь, и генерируемые колебания ведут себя практически как незатухающие, но при  $k < H$  роль этого слагаемого велика – за счет сильного ”трения” осцилляции прекращаются и распределение поля  $\phi$  ”застывает”. Таким образом, квантовые флуктуации в ходе раздувания превращаются в статические неоднородности с длиной волны порядка радиуса горизонта событий  $H^{-1}$ . В дальнейшем амплитуда этих неоднородностей уже практически не изменяется, но они продолжают испытывать инфляционное ”растяжение”, превращаясь в *крупномасштабные неоднородности* в наблюдаемой части Вселенной. Так как характерное время, в течении которого происходит превращение квантовых флуктуаций в квазиклассические неоднородности  $\delta t \sim H^{-1}$ , то их амплитуда

$$\delta\phi_q \sim \frac{1}{2\pi\delta t} \sim \frac{H(\phi)}{2\pi} \simeq \sqrt{\frac{\lambda}{6\pi}} \frac{\phi^2}{M_{Pl}}.$$

Замечательно, что образующийся в результате ”белый” спектр неоднородностей (из-за адиабатически медленного изменения  $H$  их амплитуда почти не зависит от длины волны во всем диапазоне от  $H^{-1}(\phi_f)$  до послеинфляционных размеров рассматриваемой области) очень удачно соответствует наблюдаемым неоднородностям распределения вещества в окружающем нас мире. Численные оценки в рамках описанного сценария приводят к значению степени неоднородности

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 10^2 \cdot \sqrt{\lambda},$$

а в теории образования галактик требуется обеспечить

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 10^{-5} \div 10^{-4}.$$

Таким образом, в сценарии хаотического раздувания при учете квантовых флуктуаций на инфляционной стадии удастся корректно описать крупномасштабную струк-

туру наблюдаемой части Вселенной, если положить

$$\lambda \sim 10^{-14} \div 10^{-12} .$$

Роль квантовых флуктуаций в динамике поля  $\phi$  определяется соотношением  $\delta\phi_q$  и изменения поля за то же время  $\delta t \sim H^{-1}$  в ходе классической эволюции (10)

$$\delta\phi_c \sim \dot{\phi}_c \delta t \sim \frac{M_{Pl}^2}{2\pi\phi} .$$

Нетрудно заметить, что

$$\frac{|\delta\phi_q|}{|\delta\phi_c|} \sim \sqrt{\frac{2\pi\lambda}{3}} \frac{\phi^3}{M_{Pl}^3} ,$$

и поэтому квантовые флуктуации перестают оказывать существенное влияние на изменение поля при

$$\phi \ll \frac{M_{Pl}}{\lambda^{1/6}} .$$

Именно области с таким значением поля подвержены квазидеситтеровскому раздуванию, и в (11) положим

$$\phi_0 \sim \frac{M_{Pl}}{\lambda^{1/6}\sqrt{\pi}} \Rightarrow K_{of} \sim \exp\{\lambda^{-1/3}\} \sim 10^{4300} \div 10^{20000} !$$

В этом случае в результате раздувания одного планковского домена с размером  $l_{Pl} \sim 10^{-33}$  см возникает область, по размерам на тысячи порядков (!) превышающая наблюдаемую область Вселенной. Тогда не должно вызывать удивление то, что мы видим мир таким плоским, однородным, изотропным и большим – он составляет лишь ничтожно малую часть Космоса, рожденного из одной причинно-связанной планковской области.

В соответствии с проведенными рассуждениями представляется возможным следующий сценарий образования нашего мира:

1. Изначальным состоянием Вселенной является планковский континуум, в котором плотность энергии и кривизна пространства-времени

$$(\partial_\mu\phi)^2 , V(\phi) , R^2 \sim M_{Pl}^4$$

(заметим, что эти значения отвечают плотности массы  $\rho \sim 10^{94}$  г/см<sup>3</sup>). В этом состоянии квазиклассическое описание полей и пространства-времени невозможно из-за существенных квантовых флуктуаций метрики и даже топологии. По этой причине в таком мире не существует точки начальной космологической сингулярности: будущий мир зарождается в "изначальной флуктуации" –



с ненулевой вероятностью может произойти выделение планковского домена, в котором кривизна  $R$  оказалась чуть меньше планковской, геометрические свойства пространства стали ”почти” классическими (в частности, у него появилась определенная размерность и сигнатура) и к тому же оказались выполнены условия (8), и он начинает раздуваться. Метрика пространства при этом быстро становится похожей на метрику мира де Ситтера, а поле  $\phi$  испытывает сильные вакуумные флуктуации, поскольку

$$V(\phi) \simeq \frac{\lambda}{4} \phi^4 \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \phi \sim \frac{M_{Pl}}{\lambda^{1/4}} \gg \phi_0 .$$

Поэтому  $\delta\phi_q \gg \delta\phi_c$  и изменение поля в основном определяется именно флуктуациями, и тогда по прошествии времени  $\Delta t$  раздувшийся в  $\exp(H\Delta t)$  раз исходный домен можно разбить на  $\exp(3H\Delta t)$  планковских доменов, в половине из которых поле увеличится, а не уменьшится. Далее в каждом из доменов процесс повторится, причем в доменах с большим  $\phi$  он идет быстрее ( $H \sim \phi^2$ ), так что в значительной части доменов поле вырастет настолько, что они вернутся в состояние планковского континуума – последний таким образом постоянно ”воспроизводится”.

2. Те из доменов, поле в которых за счет флуктуаций уменьшится до величины порядка  $\phi_0 \sim M_{Pl}/\lambda^{1/6}$ , вступают на путь квазиклассического раздувания, в результате которого из них образуются огромные по размерам области пространства, одной из которых и является наш Космос. Ясно, что подобные миры должны во множестве постоянно порождаться планковским континуумом, в котором сосредоточена значительная часть материи Вселенной. Раздувание заканчивается, когда  $\phi \sim \phi_f \sim M_{Pl}$ . В соответствии с (10) длительность инфляционной стадии

$$\tau_{inf} = t_f - t_0 \simeq M_{Pl}^{-1} \sqrt{\frac{\pi}{6\lambda}} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right) \sim 10^{-36} \div 10^{-35} c.$$

На этой стадии за счет ”растяжения” коротковолновых квантовых флуктуаций поля  $\phi$  формируются крупномасштабные неоднородности распределения вещества.

3. После окончания инфляции основным процессом, определяющим эволюцию Вселенной, становится ”скатывание” поля  $\phi$  в состояние с минимумом энергии – вакуум, отвечающий нарушению симметрии исходной единой теории взаимодействий. Энергия его передается другим полям, с которыми оно взаимодей-

ствуется – происходит интенсивное рождение частиц и их столкновения, в результате которых на фоне ”вакуумного” конденсата скалярных полей образуется газ ультрарелятивистских частиц с температурой  $T_h$ , максимальное значение которой можно определить, исходя из условия, что вся энергия поля  $\phi$  передается частицам:

$$\frac{\pi^2}{30} N(T) T^4 \simeq V \left( \frac{M_{Pl}}{\sqrt{\pi}} \right).$$

Считая  $N \sim 10^3$ , получим

$$T_h^{max} \sim 0.1 M_{Pl} \lambda^{1/4} \sim (3 \div 10) \cdot 10^{14} \text{ ГэВ},$$

и Космос приобретает черты горячей Вселенной Фридмана с температурой в области энергий Великого Объединения, свободной от монополей и других экзотических объектов, для рождения которых требовались более высокие температуры.

4. Дальнейшее расширение и остывание Космоса происходит в соответствии с описанной выше моделью горячей Вселенной, и после нескольких фазовых переходов с нарушением симметрий взаимодействия и выпадением новых вакуумных конденсатов мы должны получить мир с наблюдаемыми физическими характеристиками.

Заметим, что предложенный сценарий весьма требователен по отношению к теориям элементарных частиц и их взаимодействий. С одной стороны, константа самодействия скалярных полей  $\lambda$  должна быть достаточно мала для обеспечения наблюдаемой степени неоднородности в распределении вещества. С другой – кривизна потенциала  $V(\phi)$  вблизи минимума, отвечающего ненулевому вакуумному среднему, определяет частоту колебаний поля и она должна быть достаточно большой для эффективного рождения частиц и разогрева. Например, в случае потенциала в виде полинома четвертой степени с минимумом в окрестности  $M_{Pl}$

$$\omega \sim \sqrt{\left. \frac{d^2 V}{d\phi^2} \right|_{\phi \sim M_{Pl}}} \sim \sqrt{\lambda} M_{Pl} \sim 10^{12} \div 10^{13} \text{ ГэВ},$$

и  $T_h$  оказывается не выше этого значения. В этом случае барионную асимметрию мира нельзя объяснить зарядовой асимметрией распадов остатка  $X$ - бозонов после прохождения температуры Великого Объединения. Поэтому построить ”естественную” теорию, обеспечивающую и нужные значения  $\lambda$ , и барионную асимметрию оказалось не так просто. В значительной степени под влиянием таких ”космологических”

аргументов начиная с конца 80-х годов активизировались попытки построения модификаций Стандартной Модели, в которых процессы с нарушением закона сохранения барионного числа могли бы с достаточной для образования наблюдаемой асимметрии эффективностью идти и при  $T \sim 10^2 \text{ ГэВ}$ .

В заключение рассмотрения основных черт "квантовополевой" космологии отметим...;