

## 8. Связанные состояния протона

Протоны и нейтроны могут образовывать связанные состояния — атомные ядра. Число протонов в ядре определяет атомный номер химического элемента. В настоящее время получены атомные ядра 118 химических элементов. Условно атомные ядра можно разделить на две группы.

- Стабильные и долгоживущие ( $T_{1/2} > 5 \cdot 10^8$  лет) атомные ядра. Всего их  $\approx 300$ .
- Радиоактивные ядра ( $T_{1/2} < 5 \cdot 10^8$  лет). В настоящее время известно  $\approx 3500$  радиоактивных ядер. Общее число радиоактивных ядер может быть  $\approx 7000$ .

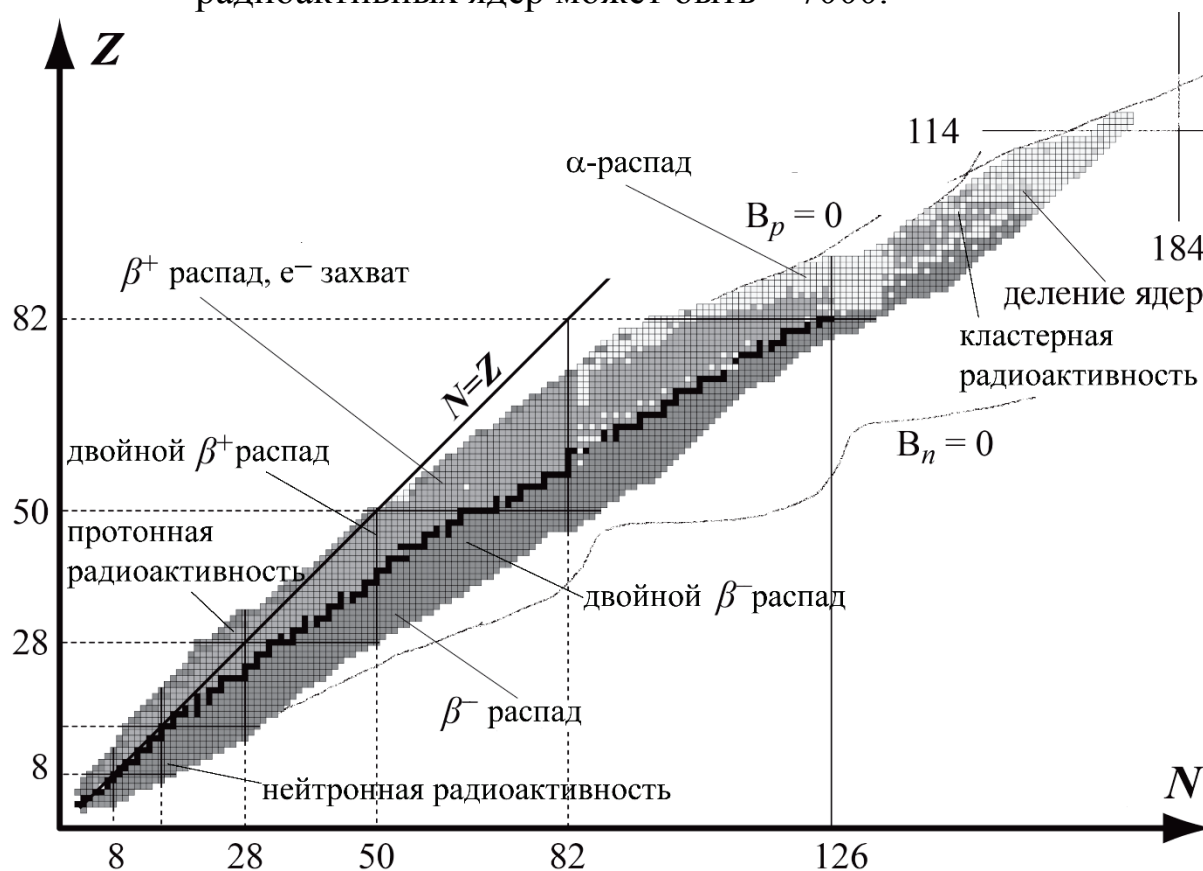


Рис. 8.1.  $N-Z$ -диаграмма атомных ядер.  
Типы радиоактивного распада ядер.

На рис. 8.1 показана  $N-Z$  диаграмма атомных ядер. Каждому атомному ядру соответствует определённое положение на  $N-Z$  диаграмме. Стабильные и долгоживущие изотопы располагаются вблизи долины стабильности. Наиболее тяжелыми стабильными ядрами являются изотопы свинца ( $Z = 92$ ), висмута ( $Z = 93$ ). Для ядер долины стабильности характерно следующее соотношение между числом протонов  $Z$  и числом нейтронов  $N$

$$\frac{N}{Z} \approx 1 + 0,015(N + Z)^{2/3}.$$

Изотопы — атомные ядра, имеющие одинаковое число протонов  $Z$  и разное число нейтронов  $N$ . Известно 7 изотопов водорода. В таблице 8.1 приведены изотопы водорода. Два легких изотопа водорода  ${}^1\text{H}$  и дейтерий  ${}^2\text{H}$  являются стабильными изотопами. Их процентное содержание в естественной смеси изотопов составляет 98,945% и 0,015% соответственно. Тритий  ${}^3\text{H}$  распадается в результате  $\beta^-$ -распада



Период полураспада трития  ${}^3\text{H}$   $T_{1/2}({}^3\text{H}) = 12,32$  лет.

Более тяжелые изотопы водорода  ${}^4\text{H}$ – ${}^7\text{H}$  распадаются в результате сильного взаимодействия с испусканием нейтронов. Характерное время жизни этих изотопов  $10^{-22}$ – $10^{-27}$  секунд.

Таблица 8.1

### Изотопы водорода

Символ изотопа	Название	Z	N	Масса изотопа, МэВ	Спин J и четность P изотопа $J^P$	Период полураспада $T_{1/2}$ [Г, МэВ]. Процентное содержание в естественной смеси изотопов	Моды распада изотопа	Удельная энергия связи $\epsilon$ , МэВ	Энергия связи протона $E_p$ , МэВ	Энергия связи нейтрона $E_n$ , МэВ
${}^1\text{H}$	протон	1	0	938,27	1/2+	стабилен ( $> 6,6 \times 10^{33}$ лет) 99,985%				
${}^2\text{H}$	дейтерий	1	1	1875,61	1+	стабилен 0,015%		1,1	2,2	2,2
${}^3\text{H}$	тритий	1	2	2808,92	1/2+	12,32 лет	$\beta^-$	2,8	8,5	6,3
${}^4\text{H}$	квадий	1	3	3751,37	2-	$1,39 \times 10^{-22}$ с [4,6 МэВ]	n 100%	1,4	5,6	-2,9
${}^5\text{H}$	пентий	1	4	4689,85	(1/2+)	$1,1 \times 10^{-22}$ с [5,7 МэВ]	n 100%	1,3	6,7	1,1
${}^6\text{H}$	гексий	1	5	5630,35	2-	$2,90 \times 10^{-22}$ с [1,6 МэВ]	n 100%	1,0	5,7	-9,9
${}^7\text{H}$	септий	1	6	6569,05	1/2+	$2,3 \times 10^{-23}$ с [20 МэВ]	2n?	0,9	6,6	0,9

## Атом водорода

Атом водорода – связанная система, состоящая из положительно заряженного ядра – протона и отрицательного заряженного электрона. Размеры атома определяются размерами его электронной оболочки. Характерные размеры атомов  $\approx 10^{-8}$  см. Будем считать, что электрон — это заряженная частица, не имеющая внутренних квантовых чисел, находящаяся в кулоновском поле массивного протона. В этом случае потенциальная энергия электрона в кулоновском поле протона не зависит от направления радиуса–вектора, соединяющего электрон и протон, т. е. задача сферически-симметричная

$$U(r) = -\frac{e^2}{r}. \quad (8.1)$$

Возможные значения стационарных состояний электрона получаются при решении уравнения Шредингера с потенциалом (8.1). В сферических координатах стационарное уравнение Шредингера для частицы в центральном потенциале  $U(r)$  имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \right] + U(r)\psi = E\psi.$$

Связанные состояния электрона определяются соотношением

$$E_n = -2\pi \hbar c \frac{R}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ эВ}, \quad (8.2)$$

где  $n$  – главное квантовое число, определяющее энергии различных состояний электрона в атоме водорода ( $n = 1, 2, 3 \dots$ ),  $R$  – постоянная Ридберга ( $1.0974 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ).

Волновая функция, описывающая стационарные состояния атома водорода, имеет вид

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (8.3)$$

Радиальная волновая функция  $R_{nl}(r)$  является решением уравнения (8.4) с потенциалом (8.1).

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{dr^2} [rR_{nl}(r)] + \left[ -\frac{e^2}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2Mr^2} \right] [rR_{nl}(r)] = E [rR_{nl}(r)]. \quad (8.4)$$

Состояния атома водорода описываются радиальным  $n$ , орбитальным  $l$  и магнитным  $m$  квантовыми числами. Между главным квантовым числом  $N$ , используемым в атомной спектроскопии, и квантовыми числами  $n$  и  $l$  существует связь:

$$N = n + l. \quad (8.5)$$

Квантовые числа  $n$  (или  $N$ ),  $l$  и  $m$  полностью характеризуют состояние электрона в атоме водорода в рассмотренной нами упрощенной модели. Состояние с  $N=1$  называется основным состоянием атома водорода. В этом состоянии система обладает наименьшей энергией. В атоме водорода энергия основного состояния  $E_1 = -13.6$  эВ. Состояния с  $N = 2, 3, \dots$  называются возбужденными состояниями. Энергия возбуждения  $E_{\text{возб}}$ , которую необходимо сообщить системе, чтобы она перешла из начального состояния  $N_i$  в конечное состояние  $N_f$ , определяется из соотношения

$$E_{\text{возб}} = 2\pi\hbar cR \left( \frac{1}{N_i^2} - \frac{1}{N_f^2} \right) = 13.6 \left( \frac{1}{N_i^2} - \frac{1}{N_f^2} \right) \text{эВ.} \quad (8.6)$$

Все состояния от  $N=1$  до  $N=\infty$  являются связанными состояниями, так как имеют отрицательные энергии. Когда энергия электрона становится положительной ( $E > 0$ ), система превращается в несвязанную и электрон становится свободным.

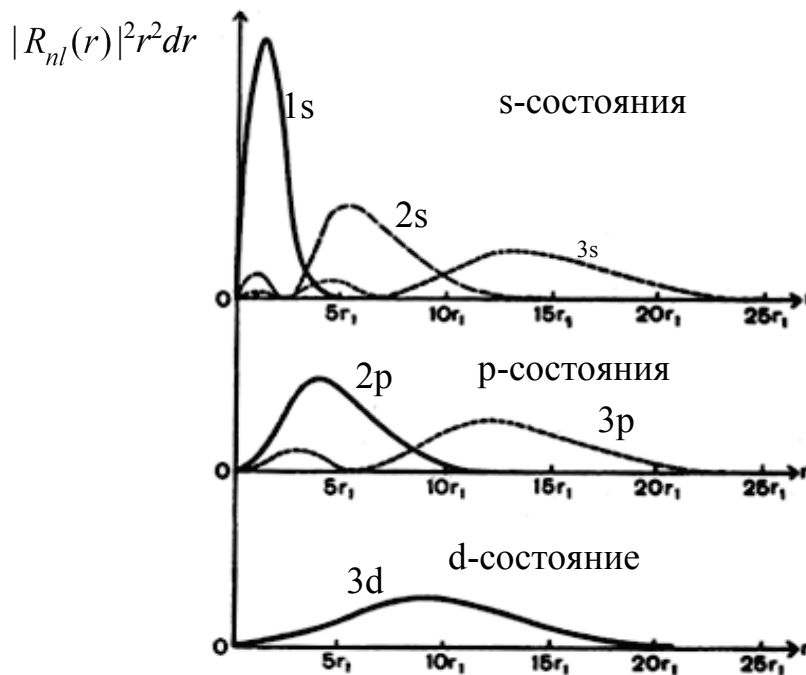


Рис. 8.2. Радиальное распределение вероятности  $|R_{nl}(r)|^2 r^2 dr$  нахождения электрона в кулоновском поле протона (атом водорода) в  $s, p$  и  $d$  состояниях. Расстояния даны в боровских радиусах  $r_1 = \hbar^2/m_e e^2 \approx 0.529 \cdot 10^{-8}$  см.

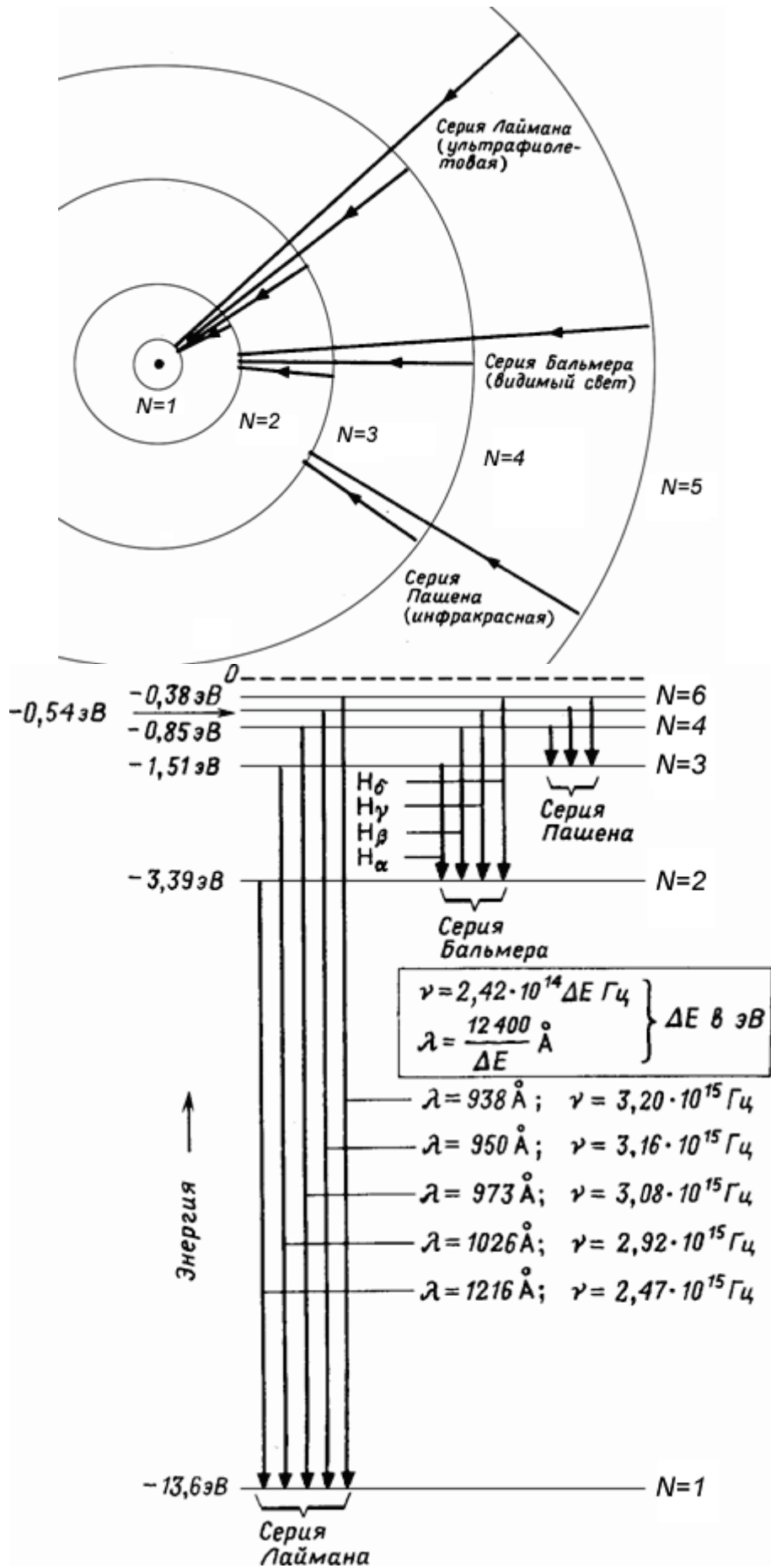


Рис. 8.3. Орбиты модели атома Бора. Схема уровней атома водорода.

Переходы из состояний  $N = 2, 3, \dots \infty$  в состояние  $N = 1$  образуют *серии Лаймана*. Переходы из состояния  $N = 3, 4, \dots \infty$  в состояние  $N = 2$  – *серии Бальмера*. Переходы между состояниями с отрицательной энергией ( $E < 0$ ) приводят к образованию дискретного спектра.

Важной особенностью любой сферически симметричной системы является совпадение энергий некоторых состояний. Это явление носит название вырождения. Его характер зависит от конкретного вида потенциала  $U(r)$ . В центральном потенциале энергия не зависит от квантового числа  $m$ . Поскольку  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$ , то для каждого орбитального момента  $l$  имеется  $2l + 1$  значений  $m$ . Все эти значения отвечают одной и той же энергии. Таким образом, число различных (в данном случае по  $m$ ) квантовых уровней с совпадающей энергией, т.е. кратность вырождения, также равно  $2l + 1$ . Обычно возникает дополнительное вырождение, обусловленное определенными комбинациями  $n$  и  $l$ .

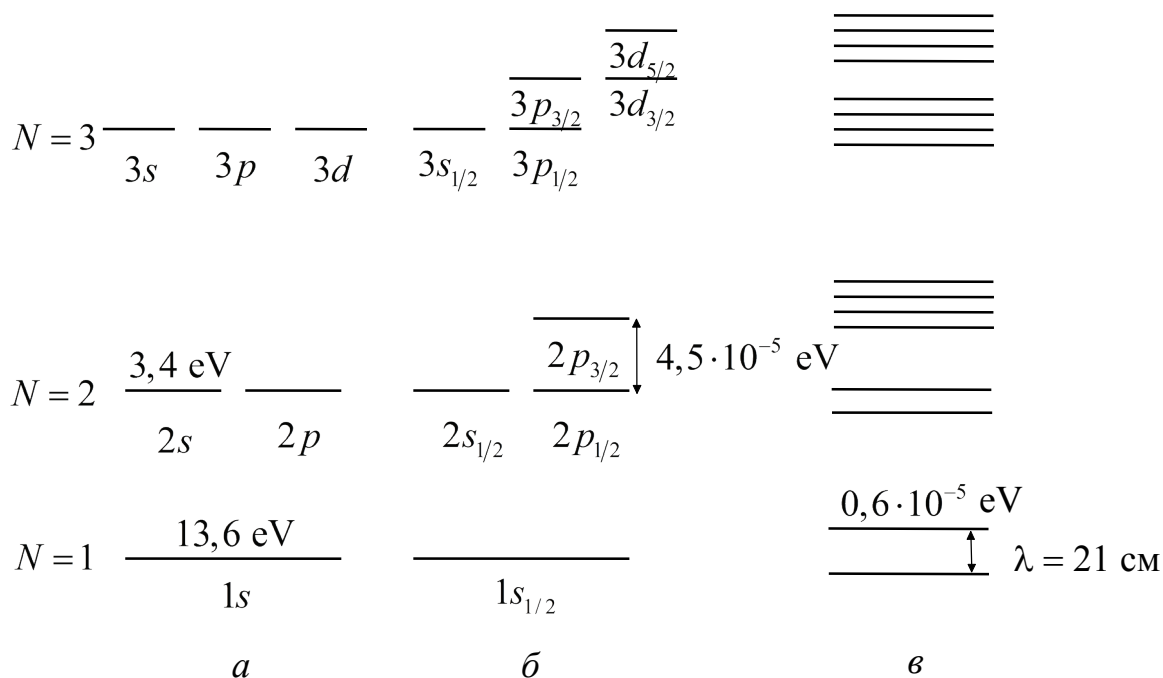


Рис 8.4. Схема уровней атома водорода:

- $a$  – без учёта спина электрона и спина ядра,
  - $б$  – тонкое расщепление уровней, учитывающее спин электрона ,
  - $в$  – сверхтонкое расщепление уровней, учитывающее взаимодействие магнитного момента электрона с магнитным моментом ядра.
- Положения уровней и величины их расщеплений даны не в масштабе.

Уровни энергии электрона в атоме обозначают указанием квантовых чисел  $N$  и  $l$ . Так, при  $N = 1$  имеется одно состояние  $1s$ ; при  $N = 2$  имеется два состояния  $2s$  и  $2p$ ; при  $N = 3$  есть состояния  $3s$ ,  $3p$ ,  $3d$  и т.д.

До сих пор мы считали, что спин электрона равен нулю. Учтем теперь, что электрон имеет спин  $s = 1/2$ . Полный момент количества движения  $\vec{J}$  электрона будет определяться векторной суммой орбитального  $\vec{L}$  и спинового  $\vec{S}$  моментов  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ .

При заданном значении орбитального момента  $l$  в атоме водорода возможно два состояния, различающихся значениями полного момента  $j = l + s = l + 1/2 = 3/2$  и  $j = l - s = l - 1/2 = 1/2$ . Эти два значения различаются взаимными ориентациями орбитального и спинового векторов. Энергии электрона в состояниях  $l + 1/2$  и  $l - 1/2$  в кулоновском поле протона несколько отличаются, и вырождение по энергии этих состояний снимается. Это дополнительное взаимодействие носит название спин-орбитального  $ls$ -взаимодействия. С учетом снятия вырождения спектр низколежащих состояний атома водорода обогащается (тонкое расщепление уровней энергий). Вместо двух низших уровней водорода без учета спин-орбитального расщепления (основного  $1s$  и первого возбужденного  $2s2p$  (рис. 8.4, а)) с учетом этого расщепления их становится четыре (рис. 8.4, б). Квантовые характеристики этих уровней приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

**Квантовые характеристики электрона в низших состояниях атома водорода**

$N$	$l$	$s$	$j = l \pm s$	обозначение уровней
1	0	1/2	1/2	$1s_{1/2}$
2	0	1/2	1/2	$2s_{1/2}$
	1	1/2	1/2, 3/2	$2p_{1/2}, 2p_{3/2}$
3	0	1/2	1/2	$3s_{1/2}$
	1	1/2	1/2, 3/2	$3p_{1/2}, 3p_{3/2}$
	2	1/2	3/2, 5/2	$3d_{1/2}, 3d_{3/2}$

Величину тонкого расщепления уровней  $\Delta E$  получим из соотношения

$$\Delta E = 2\pi\hbar cR \frac{\alpha^2}{N^3} \frac{1}{(j+1/2)(j+3/2)}.$$

Для уровней  $3p_{1/2}, 3p_{3/2}$   $N = 3$ ,  $j = 1/2$ ,  $\Delta E = 1.3 \cdot 10^{-5}$  эВ.

Из точного решения релятивистского уравнения Дирака для электрона со спином  $s = 1/2$  получается следующая зависимость энергии уровней атома водорода от квантовых чисел  $N$  и  $j$

$$E_{Nj} = 2\pi\hbar cR \left[ \frac{1}{N^2} - \frac{\alpha^2}{N^3} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4N} \right) \right], \quad (8.7)$$

где  $\alpha = 1/137$  — постоянная тонкой структуры. Поправка в  $E_{Nj}$  не зависит от квантового числа  $l$ . Поэтому энергии состояний с одинаковыми  $j$  и разными  $l$  должны быть равны. Величина тонкого расщепления уровней при данном  $N$ :

$$\delta E_{j+1,j} = 2\pi\hbar cR \frac{\alpha^2}{N^3} \frac{1}{(j+1/2)(j+3/2)} = 7.2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{эВ}}{N^3 (j+1/2)(j+3/2)}.$$

Величина расщепления уровня с  $N = 2$  составляет  $\approx 4,5 \cdot 10^{-5}$  эВ.

Учтем теперь, что ядро атома водорода — протон — также имеет собственный момент — спин  $s = 1/2$ . Это тоже изменяет взаимодействие электрона с протоном, так как возникает дополнительное взаимодействие магнитного момента протона, вызванного наличием у него спина, с магнитным полем электрона. Величина этого взаимодействия зависит от взаимной ориентации спинового момента протона и полного момента электрона. Таким образом, возникает еще один тип расщепления уровней атома, называемого *сверхтонким*, так как его величина существенно меньше тонкого расщепления. Сверхтонкое расщепление наблюдается уже для основного состояния ( $N = 1$ ,  $l = 0$ ). Переход между двумя подуровнями сверхтонкого расщепления основного состояния водорода приводит к излучению с длиной волны  $\lambda = 21$  см (частота излучения 1420 МГц). С помощью этого излучения обычно регистрируется межзвездный водород во Вселенной.

Существует ещё один вид расщепления уровней атома водорода, который сыграл историческую роль в становлении квантовой электродинамики, — расщепление уровней  $2s_{1/2}$  и  $2p_{1/2}$ , называемое лэмбовским сдвигом. Это расщепление, впервые наблюдавшееся У. Лэмбом в 1947 г., обусловлено взаимодействием электрона с вакуумом и доказывает, что электрон окружен облаком виртуальных фотонов и  $e^-e^+$ -пар (рис. 8.5, 8.6).



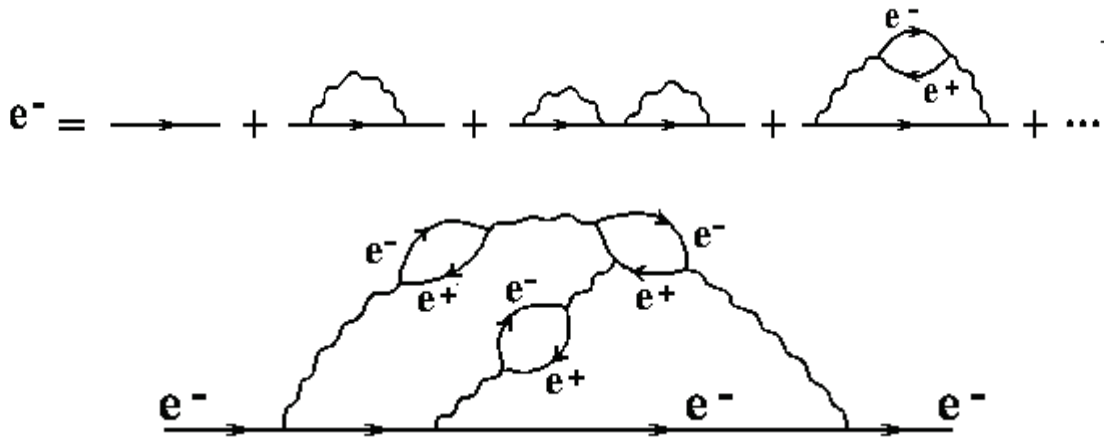


Рис. 8.5. Диаграммы, описывающие распространение свободного электрона.

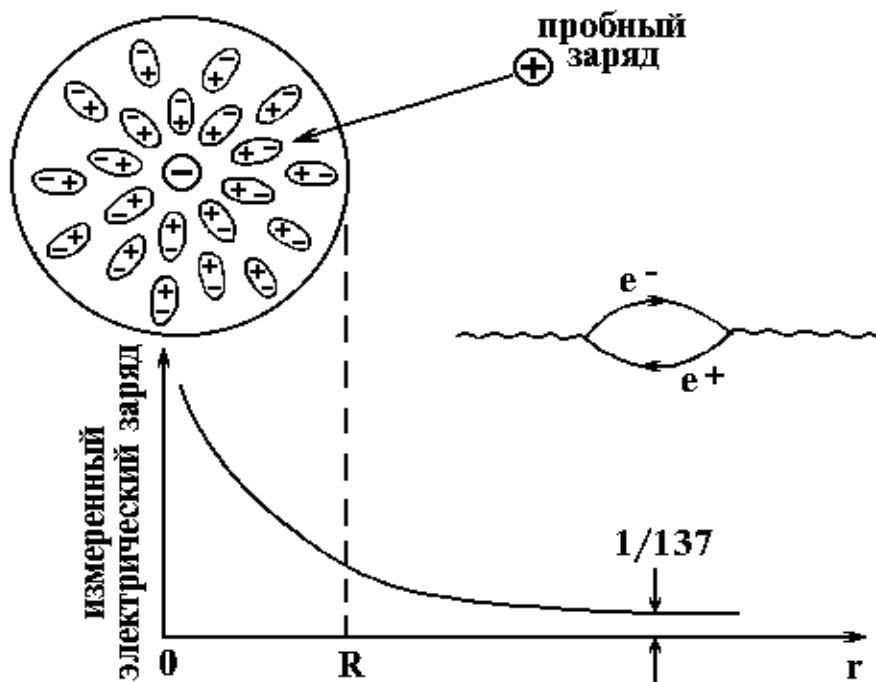


Рис. 8.6. Экранировка электрического заряда в КЭД

В КЭД электрон может на короткое время и на малых расстояниях породить виртуальные фотоны, а через них  $e^-e^+$ -пары. Поэтому свободный электрон должен изображаться не одиночной линией, отвечающей голому (дираковскому) электрону, а бесконечной суммой усложняющихся диаграмм (рис. 8.5).

Электрон как бы «одет в шубу» из виртуальных  $e^-e^+$ -пар и фотонов. Так как позитроны притягиваются к «родительскому» электрону, они располагаются ближе к нему, чем виртуальные электроны, испытывающие отталкивание. Т.е. электрон окружён облаком виртуальных зарядов, которое поляризовано так, что

положительные заряды располагаются ближе к электрону (рис. 3.33). Это эквивалентно экранированию отрицательного заряда в диэлектрической среде. Роль такой среды в данном случае выполняет вакуум КЭД.

Доказательства того, что электрон окружён облаком виртуальных фотонов и  $e^-e^+$ -пар было получено в прецизионных измерениях спектра атома водорода, выполненного У. Лэмбом, и магнитного момента электрона, осуществлённых П. Кашем в 1947 г. Наблюдавшийся в эксперименте сдвиг по энергии уровней атома водорода (*лэмбовский сдвиг*) и небольшое (на 0.1%) увеличение магнитного момента электрона по сравнению с магнетонам Бора полностью подтвердили расчёты в рамках КЭД, учитывающие виртуальные процессы, приводящие к *поляризации вакуума*.

## Протоний

При столкновении медленного антипротона с атомом водорода происходит образование атома, состоящего из протона и антипротона. Такой атом называется протоний. Протоний представляет собой водородоподобный атом, отличающийся от атома водорода тем, что вместо электрона в нем находится антипротон. В этом случае приведенная масса протония  $M(p\bar{p})$  равна

$$M(p\bar{p}) = \frac{M(p)}{1 + \frac{M(\bar{p})}{M(p)}} = \frac{M(p)}{2},$$

где  $M(p)$  — масса протона.

Характеристики протония можно получить из характеристик атома водорода, учтя приведенную массу протония.

Радиус боровской орбиты протония  $R$

$$R(p\bar{p}) = \frac{\hbar}{M(p\bar{p}) \cdot c} \frac{n^2}{\alpha} = 0,576 \cdot 10^{-11} n^2 \text{ см} = \frac{1}{918} R(H)$$

в  $\approx 920$  раз меньше радиуса атома водорода  $R(H)$ .

Энергия возбужденных состояний протония  $E(p\bar{p})$

$$E(p\bar{p}) = -M(p\bar{p})c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2} = \frac{M(p)}{2m_e} \frac{Ry}{n^2} = -\frac{12,47}{n^2} \text{ кэВ},$$

$Ry = 13,60569253 \text{ эВ}$  — постоянная Ридберга. Энергия связи основного состояния атома протония  $n = 1$  составляет  $-12,47 \text{ кэВ}$ .

## Соединения водорода с кислородом и углеродом

Водород является одним из наиболее распространенных химических элементов. Его масса составляет  $\approx 1\%$  массы атмосферы, гидросферы и литосферы Земли. Основная масса водорода находится в связанном состоянии. Так, например, водород составляет  $\approx 11\%$  массы воды. Соединения водорода и углерода входят в состав всех живых организмов, входят в состав нефти и различных природных газов. Атом водорода может либо отдавать свой единственный электрон с образованием положительного иона (протон), либо присоединять один электрон, переходя в отрицательный ион водорода.

Расположение атомов в молекуле воды показано на рис. 8.7.

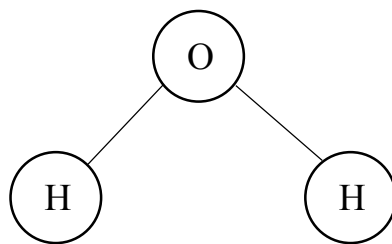


Рис. 8.7. Расположение атомов кислорода O и водорода H в молекуле воды.

Оба атома водорода в молекуле воды расположены по одну сторону от атома кислорода. Расстояние между атомами кислорода и водорода 97 нм.

Кроме воды известно другое соединение водорода с кислородом – перекись водорода (рис. 8.8).

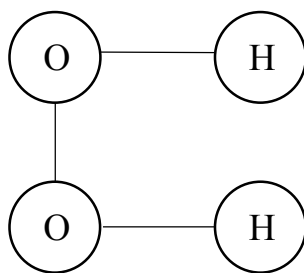


Рис. 8.8. Расположение атомов кислорода O и водорода H в молекуле перекиси водорода.

Углерод не является самым распространенным химическим элементом. Из общего числа атомов земной коры содержание углерода составляет 0,14%. Однако в настоящее время известно свыше четырех миллионов соединений углерода. Многообразие соединений углерода по сравнению с другими элементами обусловлено особенностями атомов углерода. Важнейшая — способность к образованию прочных связей атомов углерода друг с другом. На рис. 8.9 показана схема образования углеродной цепи.

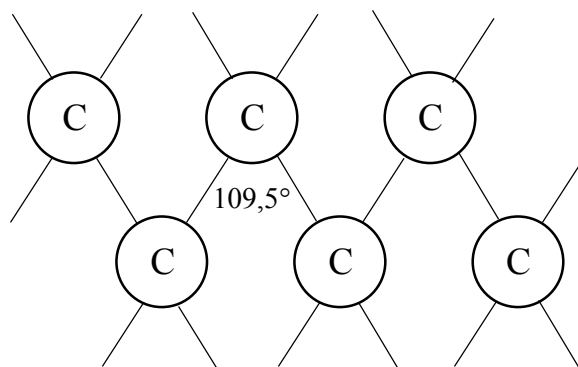


Рис. 8.9. Цепочка углеродных соединений.

Для кислорода известно только два водородных соединения  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{H}_2\text{O}_2$ , в то время как в случае углерода, кроме метана  $\text{CH}_4$ , могут быть получены этан  $\text{C}_2\text{H}_6$ , пропан  $\text{C}_3\text{H}_8$ , бутан  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  и др.