Приложение 1. Центральность столкновения

В модели Глаубера *[R.Glauber, Interscience Publ., 315, 1959]* в работах польских физиков [*A.Bialas et al., Nucl. Phys. B 111, 461 (1976)*] была получена разумная оценка числа пар нуклонов, участвующих в столкновении, подтверждённая экспериментально.

В приближении абсолютно поглощающего ядра с резким краем вероятность взаимодействия пролетающего нуклона с ядром радиуса R_A

$$\frac{dP_A(\vec{b})}{db} = \frac{2\pi b}{\pi R_A^2}, \qquad (1)$$

где $\vec{b} = (b_x, b_y)$ – вектор прицельного параметра между центрами двух ядер в плоскости, перпендикулярной оси пучка z.

При полном сечении протон-нуклонного взаимодействия σ_{in} ядра A с размытым краем вероятность взаимодействия

$$\frac{dP_A(\vec{b})}{db} = \frac{2\pi b(1 - e^{\sigma_{in} A T(\vec{b})})}{\sigma_{in}(pA)}. \qquad (2)$$

Здесь в знаменателе стоит полное сечение неупругого взаимодействия протона с ядром A

$$\sigma_{in}(pA) = 2\pi \int b db(1 - e^{\sigma_{in} A T(\vec{b})}). \qquad (3)$$

Функция ядерной толщины

$$T(\vec{b}) = \int dz \rho(x, y, z) \qquad (4)$$

зависит от плотности ядра, задаваемой в форме Ферми-плотности

$$\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{1+e^{(r-R_A)/d}}. \qquad (5)$$

Перепишем формулу (2) в виде

$$\sigma_{in}(pA)\frac{d^2P_A(\vec{b})}{d^2b} = (1-e^{\sigma_{in}AT(\vec{b})}) \qquad (6)$$

и поясним физический смысл выражения $(1 - e^{-\sigma_{in}AT\,(b)})$. Здесь $e^{-\sigma_{in}AT\,(b)}$– вероятность протону с прицельным параметром b пролететь без взаимодействия, $(1 - e^{-\sigma_{in}AT\,(b)})$ – вероятность пролететь, взаимодействуя с толщиной ядра AT(b).

Полезно ввести вероятность **ν** неупругих взаимодействий нуклона (протона, нейтрона) при прохождении толщины ядра:

$$p_\nu(\vec{b}) = C_\nu^A[\sigma_{in}T(\vec{b})]^\nu(1-\sigma_{in}T(\vec{b}))^{A-\nu}. \qquad (7)$$

Сумма по всем неупругим столкновениям приводит к выражению

$$\sum_{\nu=1}^{A} p_\nu(\vec{b}) = 1-(1-\sigma_{in}T(\vec{b})^A)|_{A>>1} \approx 1-e^{\sigma_{in}AT(\vec{b})}. \qquad (8)$$

Зная вероятность ν взаимодействий, получим среднее число неупругих столкновений нуклона с ядром A (число бинарных столкновений) N^A_{coll} при заданном прицельном параметре:

$$< N_{coll}^A(\vec{b}) = \frac{\sigma_{in}AT(\vec{b}}{1-e^{-\sigma_{in}AT(\vec{b})}}. \qquad (9)$$

Для тяжёлых ядер знаменатель $(1 - e^{-\sigma_{in}AT\,(b)})$ в области b < R_A близок к единице и его для простоты часто опускают. Тогда

$$< N_{coll}^A(\vec{b}) \approx \sigma_{in}AT(\vec{b}). \qquad (10)$$

Для двух сталкивающихся ядер с числом нуклонов A и B вводится функция перекрытия двух ядер

$$T_{AB}(\vec{b}) = \int d^2 s T_A(\vec{s}) T_B(\vec{b} - \vec{s}), \qquad (11)$$

с которой вероятность неупругого ядро-ядерного взаимодействия равна

$$\sigma_{in}(AB) \frac{d^2 P_{AB}(\vec{b})}{d^2 b} = (1 - e^{\sigma_{in} ABT_{AB}(\vec{b})}). \qquad (12)$$

По аналогии с формулой (10) среднее число бинарных нуклонных столкновений для ядер A и B определяется выражением

$$< N_{coll}^{AB}(\vec{b}) > \approx \sigma_{in} ABT_{AB}(\vec{b}). \qquad (13)$$

Для столкновения двух ядер вводится ещё одно понятие «число участвующих (раненых) нуклонов» N_{part} . Назовём условно ядро B налетающим. Его нуклоны с прицельным параметром s^B пролетают через ядро A с вероятностью взаимодействия $(1 - e^{-\sigma_{in} AT_A(\vec{s}^B)})$. Но не все из них будут «ранены» нуклонами ядра A. Их число пропорционально $BT_A(\vec{s}^B)$. Поэтому среднее число участвующих нуклонов ядра B

$$< N_{part}^{B}(\vec{b}) > = \int d^2 \vec{s}^B BT_B(\vec{s}^B)(1 - e^{\sigma_{in} AT_A(\vec{b} - \vec{s}^B)}). \qquad (14)$$

Ясно, что это число меньше, чем число нуклонов $< N_{coll}^{B}(\vec{b}) \geq \sigma_{in} BT(\vec{b})$, испытавших неупругое столкновение в ядре B.

Аналогично, число раненых нуклонов в ядре A

$$< N_{part}^{A}(\vec{b}) >= \int d^2\vec{s}^{\,A} A T_A(\vec{s}^{\,A})(1 - e^{\sigma_{in} B T_B(\vec{b}-\vec{s}^{\,A})}) . \quad (15)$$

Число пар раненых нуклонов при столкновении ядер A и B

$$< N_{part}^{AB}(\vec{b}) >= \frac{< N_{part}^{A}(\vec{b}) > + < N_{part}^{B}(\vec{b}) >}{2} . \quad (16)$$

Напомним, что в выражениях (13 – 15) был опущен знаменатель по аналогии с (10), который необходимо учитывать при анализе A-зависимости интегральных по *b* чисел столкновений. В этом случае для одинаковых ядер A = B числа участвующих нуклонов пропорциональны:

$$< N_{coll}^{AA} > \propto \frac{A^2}{A^{2/3}} = A^{4/3} , \quad (17)$$

$$< N_{part}^{AA} > \propto \frac{AA^{2/3}}{A^{2/3}} = A . \quad (18)$$

Значения $< N_{coll}(\vec{b}) >$ и $< N_{part}(\vec{b}) >$ приведены на рис. 1.

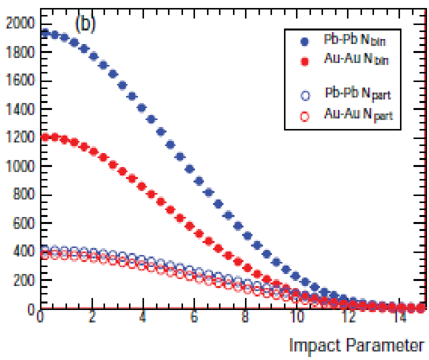

Рис. 1. Значения $< N_{coll}(\vec{b}) >$ для PbPb и AuAu (две верхние кривые) и $< N_{part}(\vec{b}) >$ (две нижние кривые) [R. Snelling, arXiv:1102.3010].

Заметим, что фактор типа $(1-e^{\sigma_{in}AT_A(\vec{b}-\vec{s}^B)})$ в формуле (14) учитывает возможность нуклону ядра В взаимодействовать во втором и последующих столкновениях с той же силой интенсивности с нуклонами ядра А, что и в первом столкновении, но с меньшей вероятностью. Если же наблюдается процесс, в котором этот нуклон теряет свою способность рождать частицы (процессы с жёстким взаимодействием), то можно таким фактором пренебречь. В этом случае число раненых нуклонов совпадает с числом бинарных столкновений $< N^B_{part}(\vec{b}) > \; = \; < N^B_{coll}(\vec{b}) >$ и для двух ядер

$$< N^{AB}_{part}(\vec{b}) > = < N^{AB}_{coll}(\vec{b}) > . \qquad (19)$$

Предполагается, что в некоторых случаях следует учитывать оба типа столкновений (мягкие и жёсткие). Тогда число рождённых частиц пропорционально числу частиц в pp-столкновениях:

$$\frac{dN^{AB}}{d\vec{p}d\eta} = \frac{dN^{pp}}{d\vec{p}d\eta}[(1-x(s)) < N^A_{part}(\vec{b}) > + x(s) < N^B_{part}(\vec{b}) >], \quad (20)$$

причём их соотношение может меняться в зависимости от энергии. Доля *x(s)* учитывает вклад жёстких процессов.

Одним из первых тестов проявления КГП в ядро-ядерных столкновениях был тест на сравнение с протон-протонным столкновениям в импульсном спектре числа заряженных частиц. С этой целью измерялось отношение множественности частиц в АА- и pp-соударениях. Ясно, что в столкновениях ядер число взаимодействующих нуклонов N_{part} сильно зависит от прицельного параметра и только в периферических взаимодействиях это отношение близко к единице. Поэтому искомое отношение делится на N_{part}. Для двух одинаковых ядер

$$R_{AA} = \frac{1}{< N_{part} >} \frac{dN^{AA} / d\vec{p} d\eta}{dN^{pp} / d\vec{p} d\eta}. \qquad (21)$$

Часто используется понятие центральности столкновения. Процентная центральность столкновения ***c*** определяется как доля неупругого сечения $\Delta\sigma_{in}(b_1–b_2)$ к полному неупругому (геометрическому) сечению σ_{in} при $b = (0–b_{max})$, что экспериментально соответствует доле числа измеренных событий к полному числу в процентах(см. рис. 2).

$$c = \frac{\Delta\sigma_{in}}{\sigma_{in}} = \frac{\Delta N_{event}}{N_{event}}. \qquad (22)$$

С хорошей точностью центральность ***c*** зависит от прицельного параметра ***b*** как $\boldsymbol{c = \pi b^2 / \pi(R_A + R_B)^2}$. В приближении резкого края ядер центральность ***c*** меняется в интервале **(**0 – 1), т.е. ***c*** = (0 – 100) %. Из-за размытости края ядер самых периферических столкновений нужен численный расчёт в модели Глаубера (рис. 2).

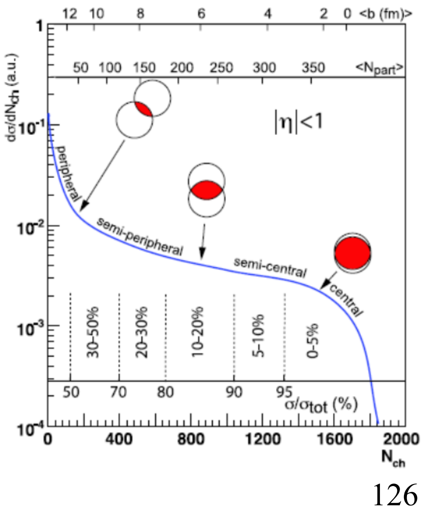

Рис. 2. Определение центральности столкновения по распределению множественности событий для PbPb-столкновений при $\sqrt{s_{NN}}$ = *2.76 ТэВ*.