

## 2. Несогласованность волнового и корпускулярного описаний прохождения света через призму Николя в рамках классической физики

Рассмотрим оптическую систему, состоящую из поляризатора, призмы Николя и двух ФЭУ, изображенную на рис. 4. Пусть оптическая ось поляризатора составляет угол  $\alpha$  с оптической осью призмы Николя. Обе эти оси лежат в двух параллельных плоскостях<sup>9</sup>, которые сами перпендикулярны плоскости рис. 4. Будем изучать прохождение линейно поляризованного света через николь в духе гипотезы корпускулярно-волнового дуализма Л. де Бройля. Для этого сначала дадим волновое описание этого процесса (параграф 2.1), а затем попытаемся понять, какие трудности возникают при корпускулярном рассмотрении прохождения света через Николь (параграф 2.2). Основная цель данного раздела состоит в том, чтобы на простом примере показать, что в рамках классической физики волновое и корпускулярное описания необходимы, но плохо совместимы друг с другом. Подчеркнем, что вывод о несогласованности между собой обоих описаний в классической физике выходит далеко за рамки рассматриваемого простого примера. Он является всеобщим и служит главным аргументом для создания новой теории — квантовой — взамен теории классической.

### 2.1. Волновое описание прохождения линейно поляризованного света через призму Николя

Пусть плоская монохроматическая волна частоты  $\omega$  распространяется вдоль оси  $z$  слева направо (см. рис. 4) и падает на поляризатор. Плоскость  $(x, y)$  поляризатора перпендикулярна направлению распространения волны. После прохождения поляризатора электрический вектор волны  $\vec{E}_i(t)$  лежит в плоскости

---

<sup>9</sup>На самом деле оптическая ось реальной призмы Николя направлена не совсем так, как предполагается в данном учебном пособии. Но это различие абсолютно не критично для тех идей, которые будут обсуждаться ниже.

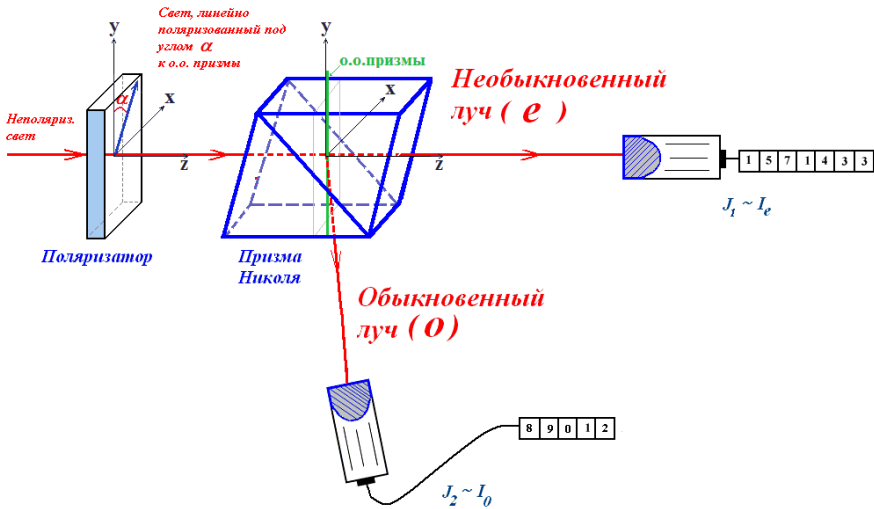


Рис. 4: Оптическая система, демонстрирующая несогласованность в рамках классической физики волнового и корпускулярного описаний прохождения линейно поляризованного света через призму Николя

$(x, y)$  и направлен под углом  $\alpha$  к оптической оси призмы Николя<sup>10</sup>, которая находится в плоскости  $(y, z)$ , параллельна оси  $y$  и перпендикулярна направлению распространения пучка (перпендикулярна оси  $z$ )<sup>11</sup>. Обозначим через  $E_i$  амплитуду вектора  $\vec{E}_i(t)$ . Разложим электрический вектор  $\vec{E}_i(t)$  по двум направлениям: параллельному и перпендикулярному оптической оси николя.

<sup>10</sup>Напомним, что поляризация волны совпадает с направлением электрического вектора.

<sup>11</sup>Все остальные рисунки «мысленных экспериментов» в данном учебном пособии для упрощения будут строиться только в плоскости  $(y, z)$ .

Тогда

$$\vec{E}_i(t) = \begin{pmatrix} E_{\parallel}(t) \\ E_{\perp}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha \\ E_i \sin \alpha \end{pmatrix} e^{i\omega t}.$$

Интенсивность начального пучка определяется по формуле<sup>12</sup>

$$\begin{aligned} I_i &= \left| \vec{E}_i(t) \right|^2 = \vec{E}_i^\dagger(t) \vec{E}_i(t) = e^{-i\omega t} \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha & E_i \sin \alpha \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha \\ E_i \sin \alpha \end{pmatrix} e^{i\omega t} = E_i^2. \end{aligned}$$

После прохождения призмы линейно поляризованный пучок света расщепляется на необыкновенную ( $e$ ) и обыкновенную ( $o$ ) компоненты. Поскольку поляризация света в необыкновенном пучке совпадает с направлением оптической оси призмы, то в плоскости  $(x, y)$  электрический вектор  $\vec{E}_e(t)$  необыкновенного луча должен иметь следующие компоненты:

$$\vec{E}_e(t) = \begin{pmatrix} E_{\parallel}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\omega t} = \hat{\mathcal{I}}_e \vec{E}_i(t),$$

где мы ввели матрицу

$$\hat{\mathcal{I}}_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

которая преобразует электрический вектор падающего на призму линейно поляризованного света в электрический вектор необыкновенного луча. Назовем матрицу  $\hat{\mathcal{I}}_e$  **матрицей необыкновенного луча**.

**Задача.** Найти выражение для электрического вектора  $\vec{E}_o(t)$  обыкновенного луча и показать, что **матрица обыкновенного луча**  $\hat{\mathcal{I}}_o$  может быть записана

---

<sup>12</sup>Символ «†» обозначает операцию **эрмитова сопряжения**, которая является комбинацией операций комплексного сопряжения и транспонирования.

в виде:

$$\hat{\mathcal{L}}_o = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Векторы  $\vec{E}_i(t)$ ,  $\vec{E}_e(t)$  и  $\vec{E}_o(t)$  можно рассматривать как векторы в двумерном гильбертовом пространстве. Тогда матрицы  $\hat{\mathcal{L}}_e$  и  $\hat{\mathcal{L}}_o$  должны быть операторами в этом пространстве.

**Задача.** Найти явный вид единичного оператора (который естественно обозначить как  $\hat{1}$ ) в рассматриваемом гильбертовом пространстве.

**Задача.** Проверить, что матрицы  $\hat{\mathcal{L}}_e$  и  $\hat{\mathcal{L}}_o$  обладают свойствами эрмитовых операторов. Каковы собственные векторы и собственные значения для этих матриц?

Кроме того, непосредственной проверкой можно убедиться, что матрицы  $\hat{\mathcal{L}}_e$  и  $\hat{\mathcal{L}}_o$  обладают свойствами проекционных операторов. Матрица  $\hat{\mathcal{L}}_e$  проецирует любой вектор на вектор  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  с некоторым коэффициентом. Например, вектор  $\vec{E}_i(t)$  проецируется на вектор  $\vec{E}_e(t) = E_i \cos \alpha e^{i\omega t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Матрица  $\hat{\mathcal{L}}_o$  проецирует любой вектор на направление единичного вектора  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**Задача.** Без вычислений найти значение коммутатора  $[\hat{\mathcal{L}}_e, \hat{\mathcal{L}}_o]$ .

Интенсивность  $I_e$  необыкновенного луча по определению равна

$$\begin{aligned} I_e &= \left| \vec{E}_e(t) \right|^2 = \vec{E}_e^\dagger(t) \vec{E}_e(t) = \\ &= e^{-i\omega t} \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha, & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\omega t} = I_i \cos^2 \alpha. \end{aligned}$$

Интенсивность  $I_e$  можно вычислить другим способом. Именно:

$$I_e = \vec{E}_e^\dagger(t) \vec{E}_e(t) = \vec{E}_i^\dagger(t) \hat{\mathcal{L}}_e^\dagger \hat{\mathcal{L}}_e \vec{E}_i(t) = \vec{E}_i^\dagger(t) \hat{\mathcal{L}}_e^2 \vec{E}_i(t) = \vec{E}_i^\dagger(t) \hat{\mathcal{L}}_e \vec{E}_i(t).$$

При переходе к предпоследнему равенству было использовано, что  $\hat{\mathcal{I}}_e$  — эрмитова матрица, то есть  $\hat{\mathcal{I}}_e^\dagger = \hat{\mathcal{I}}_e$ . А для получения последнего равенства — одно из свойств проекционного оператора:  $\hat{\mathcal{I}}_e^2 = \hat{\mathcal{I}}_e$ . Таким образом,

$$I_e = \vec{E}_i^\dagger(t) \hat{\mathcal{I}}_e \vec{E}_i(t) \equiv \langle \mathcal{I}_e \rangle_{\vec{E}_i(t)}. \quad (3)$$

Последним равенством мы ввели более короткую запись вычисления интенсивности, которая по форме совпадает с определением среднего значения от оператора  $\hat{A}$  по вектору  $|\psi\rangle$ . Это не случайно. Во-первых, если векторы  $|\psi\rangle$  гильбертова пространства явно реализовать в виде столбцов, а операторы — в виде матриц, то формула (3) в точности реализует вычисление среднего от оператора  $\hat{\mathcal{I}}_e$  по состоянию  $\vec{E}_i(t)$ . Во-вторых, в такой записи наиболее очевидна связь между классическим волновым и квантовомеханическим описаниями прохождения линейно поляризованного света через призму Николя. Квантовомеханическое описание будет дано в разделе 8.

**Задача.** Прямым вычислением проверить, что  $I_e = \langle \mathcal{I}_e \rangle_{\vec{E}_i(t)} = I_i \cos^2 \alpha$ .

**Задача.** Показать, что интенсивность обыкновенного луча

$$I_o = \langle \mathcal{I}_o \rangle_{\vec{E}_i(t)} = I_i \sin^2 \alpha. \quad (4)$$

**Задача.** Проверить, что закон сохранения энергии, который для данной задачи имеет вид  $I_i = I_e + I_o$  (почему?), требует, чтобы  $\hat{1} = \hat{\mathcal{I}}_e + \hat{\mathcal{I}}_o$ .

## 2.2. Попытка корпускулярного описания прохождения линейно поляризованного света через призму Николя

В предыдущем параграфе мы провели волновое описание прохождения пучка линейно поляризованного света через призму Николя, то есть дали объяснение нашего «мысленного эксперимента» с точки зрения классической электродинамики. Это описание не содержит явных логических противоречий. Однако волновое описание справедливо, только если интенсивность  $I_i$  падающе-

го на призму пучка, интенсивность  $I_e$  необыкновенного луча и интенсивность  $I_o$  обыкновенного луча достаточно велики. Что будет, если уменьшать, например, величину  $I_i$ ?

Сначала токи обоих ФЭУ станут уменьшаться пропорционально интенсивностям  $I_e$  и  $I_o$ , тем не менее оставаясь достаточно гладкими функциями времени. Затем значения токов начнут испытывать статистические флуктуации. И наконец, при достижении какой-то интенсивности  $I_i$  токи ФЭУ перестанут быть непрерывными величинами, а превратятся в последовательности импульсов. Это означает, что эксперимент на рис. 4 перешел в корпускулярный режим, когда ФЭУ регистрируют отдельные попадающие на них частицы (кванты) света. Такая ситуация не должна удивлять, поскольку из экспериментов по изучению закономерностей фотоэффекта, эффекта Комптона, спектра излучения абсолютно черного тела и многих других более современных опытов, которые были проведены, например, в квантовой оптике, следует, что пучки света можно рассматривать не только как волны, но и как объекты, состоящие из частиц — корпускул — фотонов.

**Задача.** Пусть  $\tau$  — характерное время срабатывания ФЭУ. Оценить, при каких значениях интенсивностей обыкновенного и необыкновенного лучей ФЭУ начнут чувствовать корпускулярную природу света.

**Задача.** Найти по порядку величины, на каком расстоянии от лампы накаливания мощностью 40 Вт начнут проявляться корпускулярные свойства излучаемого ею света. Сами сделайте разумные предположения о спектре излучения лампы. Все недостающие для решения задачи числа найдите в справочниках или в сети Интернет.

Логично предположить, что каждый фотон, прошедший поляризатор, обладает поляризацией, которая имеет векторную природу<sup>13</sup> по аналогии с электрическим вектором  $\vec{E}_i$  и направлена под углом  $\alpha$  к оптической оси призмы Николя. Вектор поляризации, очевидно, можно разложить параллельно и пер-

---

<sup>13</sup>Забегая вперед, скажем, что с точки зрения квантовой теории такое предположение является правильным.

пендикулярно оптической оси призмы. Обозначим через  $N_i$ ,  $N_e$  и  $N_o$  числа фотонов в падающем, необыкновенном и обыкновенном пучках соответственно. Известно, что интенсивность светового пучка прямо пропорциональна числу фотонов в пучке, то есть  $I = \kappa N$ . Для фотонов данной частоты коэффициент пропорциональности  $\kappa$  должен оставаться постоянным. Тогда, чтобы воспроизвести экспериментальные формулы для интенсивностей необыкновенного  $I_e = I_i \cos^2 \alpha$  и обыкновенного  $I_o = I_i \sin^2 \alpha$  лучей, мы должны потребовать, чтобы  $N_e = N_i \cos^2 \alpha$  и  $N_o = N_i \sin^2 \alpha$ . Однако если множители  $\cos^2 \alpha$  и  $\sin^2 \alpha$  в волновом описании возникают естественным путем, то в корпускулярном подходе физический смысл этих множителей нуждается в специальном обосновании.

Наиболее естественное объяснение состоит в том, что  $\cos^2 \alpha$  и  $\sin^2 \alpha$  — это вероятности, с которыми призма Николя каждый падающий на нее поляризованный фотон относит к классу необыкновенных или обыкновенных частиц. Но такая естественная трактовка вступает в противоречие с детерминистической парадигмой классической физики, где вероятность трактуется только как мера нашего незнания реальной физической природы рассматриваемого явления. Тем более что с увеличением числа фотонов, то есть при переходе к интенсивным пучкам, когда в игру вступает волновой подход, вероятности, вообще говоря, перестают быть нужными для описания прохождения света через николю. А формулы (3) и (4) для вычисления интенсивностей необыкновенного и обыкновенного лучей как среднего по состоянию  $\vec{E}_i(t)$  возникают скорее как вычислительный прием, а не как результат, имеющий глубокую физическую природу.

Попробуем подойти к вопросу описания интенсивностей необыкновенного и обыкновенного лучей в корпускулярном подходе несколько иначе, рассматривая понятие вероятности не как фундаментальное свойство поляризованных фотонов, а как следствие «логичных детерминистических предположений», которые близки по духу классической физике. Действительно, экспериментальные выражения для интенсивностей необыкновенного и обыкновен-

ного лучей можно *попытаться* объяснить, если предположить, что в пучке фотонов, падающих на призму Николя, имеется  $N_e = N_i \cos^2 \alpha$  необыкновенных фотонов и  $N_o = N_i \sin^2 \alpha$  обыкновенных фотонов, которые были *приготовлены самим поляризатором*<sup>14</sup>. Поскольку до измерения, которое производит призма Николя, мы не знаем, какой конкретно фотон в пучке необыкновенный, а какой — обыкновенный, то можно ввести **частотное определение вероятности** появления/измерения  $w_e$  для необыкновенного и  $w_o$  — для обыкновенного фотонов по формулам:

$$w_e(\alpha) = \frac{N_e}{N_i} = \frac{I_e}{I_i} = \cos^2 \alpha;$$

$$w_o(\alpha) = \frac{N_o}{N_i} = \frac{I_o}{I_i} = \sin^2 \alpha.$$

Это кажущееся столь логичным объяснение мгновенно рухнет, если в схеме на рис. 4 повернуть призму Николя так, чтобы ее оптическая ось образовывала угол  $\beta \neq \alpha$  с оптической осью поляризатора. В волновом и корпускулярном подходах с описанием поляризации как вектора получим, что интенсивности необыкновенного и обыкновенного лучей станут равными  $I_e = I_i \cos^2 \beta$  и  $I_o = I_i \sin^2 \beta$ . Это заключение полностью согласуется с экспериментальным результатом. В корпускулярном описании с заранее подготовленными «скалярными» фотонами двух типов приходится предполагать, что поляризатор каким-то мистическим образом должен был «узнать» о повороте оптической оси призмы и начать выдавать фотоны двух новых сортов, поляризованных параллельно и перпендикулярно новому направлению оптической оси призмы Николя.

---

<sup>14</sup>Далее для простоты будем полагать, что  $N_e = N_i \cos^2 \alpha \gg 1$  и  $N_o = N_i \sin^2 \alpha \gg 1$ . Это позволит исключить ненужные для понимания основной идеи рассуждения о статистических флуктуациях. Для интенсивных пучков наше предположение выполняется естественным образом. А для пучков, которые состоят из небольшого числа фотонов, мы просто увеличим время набора статистики.

Для любознательных читателей, которые привыкли докапываться до сути, заметим, что сделав предположение о числе фотонов с разной ориентацией относительно оптической оси призмы, мы перешли от векторного описания поляризации к скалярному.



Ситуация становится еще более абсурдной, если учесть, что согласно теории относительности максимальная скорость передачи сигналов не может превышать скорость света в вакууме, которую мы обозначим через  $c$ . Тогда фотоны с «новой правильной поляризацией» могут начать взаимодействовать с призмой Николя не раньше, чем через промежуток времени  $\tau = 2\ell/c$ , где  $\ell$  — расстояние между поляризатором и николем. До этого с призмой Николя должны взаимодействовать фотоны «старой неправильной поляризации», которые были сформированы поляризатором еще до поворота оптической оси призмы. Следовательно, в течение времени порядка  $\tau$  можно ожидать, что  $I_e \neq I_i \cos^2 \beta$  и  $I_o \neq I_i \sin^2 \beta$ . Однако эксперименты ничего подобного не показывают. Интенсивности необыкновенного и обыкновенного лучей в любой момент времени зависят только от угла между оптическими осями поляризатора и призмы и не проявляют никакого, даже кратковременного отклонения от законов  $\cos^2$  и  $\sin^2$  при вращении оси призмы или поляризатора<sup>15</sup>. Промежуток времени  $\tau$  может быть уменьшен вдвое, если *абсолютно спекулятивно* предположить, что николю и поляризатор могут неведомым науке способом обмениваться информацией со скоростью, многократно превышающей скорость света (естественно, подобная, с позволения сказать, «гипотеза» противоречит многократно проверенным на эксперименте утверждениям теории относительности). Но фотоны, летящие от поляризатора к призме Николя, скорость света превысить не могут!

Для усугубления противоречий можно воспользоваться идеей **«отложенного выбора»**, которую впервые предложил Джон Арчибальд Уилер [14]. Применительно к эксперименту рис. 4 эта идея может быть сформулирована следующим образом. Выберем расстояние  $\ell$  достаточно большим. Каждый промежуток времени  $\Delta t \ll \tau/2$  будем произвольным образом менять положе-

---

<sup>15</sup>Иными словами, интенсивность не проявляет инерционности, которая неминуемо возникает при непосредственном обмене информацией между призмой и поляризатором. Чтобы лучше почувствовать влияние инерционности, решите следующую **задачу**: оцените отношение максимально возможных скоростей лунохода и марсохода, считая, что обоими аппаратами управляет оператор с Земли.

ние призмы относительно анализатора<sup>16</sup>. Тогда оптическая ось призмы, очевидно, будет произвольным образом менять свое положение относительно оптической оси поляризатора. И на призму *всегда* будут попадать фотоны только «старой неправильной поляризации», поскольку фотоны «новой правильной поляризации» не успевают долететь до призмы за время  $\Delta t$ . То есть корпускулярный подход предсказывает, что при помощи идеи «отложенного выбора» можно нарушить законы  $\cos^2$  и  $\sin^2$  на сколь угодно большое время. Как уже говорилось выше, эксперименты противоречат подобному предсказанию<sup>17</sup>.

Таким образом, проведенный анализ показывает противоречивость корпускулярного описания эксперимента рис. 4, которое основывается только на представлениях классической физики и заставляет начать поиски новой теории, которая бы непротиворечивым образом объединила в себе элементы волнового и корпускулярного описаний взаимодействия микросистем с измерительными приборами в духе корпускулярно-волнового дуализма. Согласно гипотезе де Бройля такая теория должна описывать не только поведение фотонов, но также электронов, протонов, нейтронов и прочих известных микрочастиц, а также составленных из этих частиц микрообъектов — атомов и молекул.

Для этого новая теория должна найти общие понятия и принципы в волновом и корпускулярном описаниях поведения микросистем.

---

<sup>16</sup>Принципиально важно, что меняется положение николя, а не анализатора!

<sup>17</sup>В этом месте читатель, обладающий большой фантазией, может предложить целый ряд «нетрадиционных объяснений». Например, поляризатор обладает способностью читать информацию из будущего, а потому заранее имеет возможность корректировать поляризации фотонов-корпускул. Или можно порассуждать о том, какими предшествовавшими во Вселенной процессами обусловлен на первый взгляд случайный поворот оси призмы. И получится ли, зная информацию об этих процессах, заранее предсказать величину угла поворота? А еще можно нафантазировать никак не обнаруживающего себя бога, который «играет в кости», а результат такой игры по неведомым нам причинам преподносит физикам как результат квантовых измерений. И нет этим фантазиям числа.

Однако авторы данной книги вслед за философом-неопозитивистом К. Поппером [15] считают научными только те объяснения и гипотезы, которые позволяют предложить критический эксперимент по их опровержению (в русских переводах для этого используется не очень удачный термин «фальсифицируемость»). Приведенные выше «нетривиальные объяснения» таких экспериментов не допускают, поэтому подобные фантазии лежат за пределами науки. И авторы больше не будут тратить время на какое-либо их обсуждение или опровержение.

1. В обоих подходах мы изучали только те величины, которые непосредственно измеряются макроприборами. Для системы рис. 4 это были интенсивности световых пучков. *Все, что невозможно измерить, не должно фигурировать в новой квантовой теории.* Именно этим принципом руководствовался при создании квантовой механики величайший немецкий физик-теоретик В. Гейзенберг<sup>18</sup>.
2. И в волновом, и в корпускулярном подходе мы использовали *понятие вероятности*. При волновом описании мы формально записали интенсивность как среднее значение (3), а среднее значение без труда определяется в терминах вероятности. В корпускулярном подходе понятие вероятности сначала возникло при попытке описания работы призмы Николя по разделению падающих фотонов на необыкновенный и обыкновенный, а потом как частотное определение среднего при неудачной попытке «объяснения» вероятностного отбора в классической парадигме.

Однако нас ждет еще длительный путь, чтобы от общих концепций и понятий прийти к математически стройной и логически последовательной квантовой теории микромира.

---

<sup>18</sup>В создании квантовой теории приняли участие сотни талантливейших физиков XX века. Имена некоторых уже появлялись на страницах этого учебного пособия, а других — еще обязательно появятся. Однако именно Вернер Гейзенберг в конце 1924 года получил самые первые результаты в рамках современной квантовой механики. За это он был удостоен Нобелевской премии по физике 1932 года. Два других физика, внесшие решающий вклад в создание фундамента квантовой механики (Э. Шредингер и П. Дирак), разделили между собой Нобелевскую премию 1933 года. П. Дирак и В. Гейзенберг стали одними из самых молодых лауреатов Нобелевской премии по физике за всю ее историю.

Хотя им, а возможно, уже и никому не повторить достижения 17-летней Малалы Юсуфзаи из Пакистана, которая получила Нобелевскую премию мира в 2014 году «за ... борьбу против подавления детей и молодых людей и за право всех детей на образование». С 11 лет молодая девушка, рискуя жизнью, борется за право своих сверстниц на образование в исламских странах. А на дворе меж тем XXI век.