МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЬЦЕВЫХ ЛАЗЕРНЫХ РЕЗОНАТОРОВ С НЕПЛОСКИМ КОНТУРОМ И НЕИДЕАЛЬНЫМИ ЗЕРКАЛАМИ

В.В. Азарова, А.В.Голанов, И.И.Савельев, В.В.Фокин МИЭМ (ТУ); ФГУП НИИ «Полюс» им. М.Ф.Стельмаха azarovav@hotbox.ru

Analyzed the mathematical model of ring cavity modes polarization and spectral characteristics calculation. Compared the results of the numerical calculations and experimental measurements of the mirrors and the ring non-planar cavities characteristics. Shown that this calculation method may be applied for optimal completed of the laser cavities by the mirrors. So it may be applied for alignment and cavity selectivity testing technology for fundamental mode generation into the laser gyros sources.

1. Введение.

Объемные кольцевые оптические резонаторы, осевой контур которых не лежит в одной плоскости в последние годы находят все большее применение [1-3]. Эти применения делают необходимым рассмотрение влияния неидеальности зеркал, в частности фазовой анизотропии многослойных интерференционных диэлектрических покрытий, на поляризационные и спектральные характеристики собственных типов колебаний кольцевых оптических резонаторов с неплоским контуром.

В работе проведено численное моделирование многослойных отражающих покрытий с учетом возможных ошибок при напылении слоев и влияние этих ошибок на поляризацию собственных типов колебаний и спектр мод резонаторов. Моделируются возможности исправления характеристик зеркал путем дополнительного напыления слоев. При сравнении экспериментальных зависимостей и результатов численного моделирования анализируется влияние ошибок при напылении слоев зеркальных покрытий на характеристики кольцевых лазерных резонаторов с неплоским контуром.

2. Моделирование многослойных интерференционных покрытий с учетом ошибок напыления слоев.

Математическая модель расчета многослойных диэлектрических зеркал основывается на методе характеристических матриц Абелеса [4]. В основе описания пленочных систем этим методом лежит понятие матрицы слоя, имеющей вид для **ТЕ** поляризации (вектор **Е** перпендикулярен плоскости падения)

$$M_{j} = \begin{pmatrix} \cos \beta_{j} & -\frac{\iota}{p_{j}} \sin \beta_{j} \\ -\iota p_{j} \sin \beta_{j} & \cos \beta_{j} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где
$$eta_j = rac{2\pi}{\lambda} n_j h_j \cos\Theta_j$$
 , $p_j = n_j \cos\Theta_j$, $\Theta_j = \arccos\left(\sqrt{1 - rac{\sin^2\Theta_1}{n_j^2}}
ight)$,

 Θ_1 -угол падения на многослойник, λ - длина волны падающего света.

Для TM поляризации (вектор E параллелен плоскости падения) в матрице M_i значения p_i заменяются на q_i .

$$q_j = \frac{\cos\Theta_j}{n_i}$$

Важной особенностью матрицы M_j является то, что ее матричные элементы полностью определяются показателем преломления n_j и толщиной h_j j- того слоя и не зависят от параметров окружающей среды. Через Q_j обозначен угол преломления в j-том слое.

Многослойник зеркального покрытия конструируется по формуле: $A(HL)^N HG$, где H и L — четверть волновые слои с высоким и низким показателями преломления, а A и G — среда (обычно воздух) и подложка с показателями преломления n_1 и n_G , соответственно. Через элементы матрицы многослойника определяются коэффициенты отражения по амплитуде r_{TE} для света с **TE** поляризацией и r_{TM} для света с **TM** поляризацией.

света с **TE** поляризацией и
$$r_{\text{TM}}$$
 для света с **TM** поляризацией.
$$r_{\text{TE}} = \frac{\left(M_{11}p_1 - M_{22}p_G\right) + \left(M_{12}p_Gp_1 - M_{21}\right)}{\left(M_{11}p_1 + M_{22}p_G\right) + \left(M_{12}p_Gp_1 + M_{21}\right)} \text{ и } r_{\text{TM}} = \frac{\left(M_{11}q_1 - M_{22}q_G\right) + \left(M_{12}q_Gq_1 - M_{21}\right)}{\left(M_{11}q_1 + A_{22}q_G\right) + \left(M_{12}q_Gq_1 + M_{21}\right)}.$$

Коэффициенты отражения по интенсивности для **TE** и **TM** поляризаций определяются по формулам:

$$R_{TE} = r_{TE} r_{TE}^*;$$
 $R_{TM} = r_{TM} r_{TM}^*.$

Скачки фазы при отражении описываются выражениями:

$$\delta r_{TE} = arctg \left(\frac{\operatorname{Im} r_{TE}}{\operatorname{Re} r_{TE}} \right) \qquad \qquad \delta r_{TM} = arctg \left(\frac{\operatorname{Im} r_{TM}}{\operatorname{Re} r_{TM}} \right)$$

Фазовая анизотропия зеркала- Δ определяется как: $\Delta = \delta r_{TM} - \delta r_{TE}$, Матрица зеркала косого падения в линейном представлении имеет вид:

$$Z = \begin{pmatrix} |r_{TM}| \exp i\frac{\Delta}{2} & 0\\ 0 & -|r_{TE}| \exp(-i\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix}$$
 (2)

Численное моделирование на основе данной математической модели позволяет рассчитать оптимальное число слоев напыления для получения заданных коэффициентов отражения и пропускания на рабочей длине волны и их спектральную зависимость при идеальных четвертьволновых слоях и с учетом ошибок напыления. Результаты численных расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. В качестве примера на рис.1 приведены результаты численного расчета в среде "Mathcad" характеристик зеркального покрытия, напыленного с ошибками толщины слоев. Из рисунка видно, что ошибки напыления по-разному влияют на характеристики зеркала в зависимости от номера слоя. Путем моделирования дополнительных слоев удается парировать ошибки напыления в технологическом процессе производства зеркал.

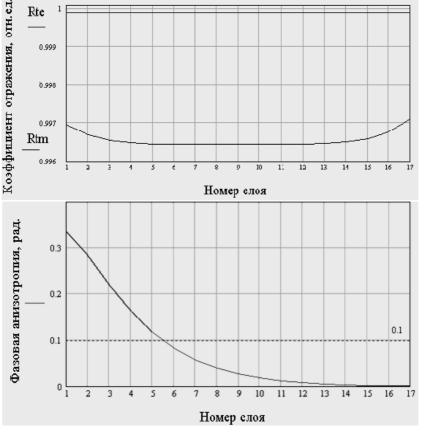
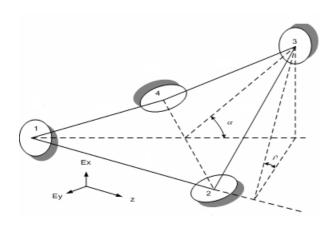


Рис.1. Результаты численного расчета коэффициентов отражения и фазовой анизотропии17-слойного зеркала TiO_2 - SiO_2 с ошибкой толщин четвертьволновых слоев на $\lambda/10$ ($\lambda=632$ нм), последовательно на каждом слое.

Расчеты и эксперименты показывают, что для улучшения характеристик зеркал, напыленных с ошибками необходимо на верхний слой напылить слой, устраняющий ошибку и еще один слой, такой чтобы величина верхнего слоя была равна четвертьволновому слою. После "допыления" характеристики зеркал значительно улучшаются и приближаются к значениям зеркал без ошибки напыления слоев.



3. Расчет поляризационных и спектральных характеристик резонаторов.

Рис.2 Схема кольцевого резонатора с неплоским контуром. α и ρ –углы излома контура и поворота изображения при отражении от зеркал.

Расчет спектров собственных частот кольцевых резонаторов с неплоским контуром (рис.2), проводился с использованием матриц Джонса на основе поляризационного уравнения [1,2,5].

$$\mathbf{M} \cdot \vec{E} = \gamma \cdot \vec{E} \,, \tag{3}$$

где $M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$ - матрица, описывающая воздействие всех элементов

резонатора на световую волну, совершающую круговой обход резонатора; \vec{E} - электрический вектор световой волны; γ - собственные значения матрицы M.

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\text{SpM} \pm \sqrt{(\text{SpM})^2 - 4\text{DetM}} \right], \qquad \left| E_x / E_y \right|_{1,2} = M_{12} / (\gamma_{1,2} - M_{11}).$$

Для резонаторов с неплоским контуром подкоренное выражение всегда отрицательно $\left[(\mathrm{SpM})^2 - 4\mathrm{DetM} \right] < 0$, что означает наличие разности сдвига фаз и, соответственно, разности частот между модами с разными состояниями поляризации (из-за знаков плюс и минус перед корнем).

В отсутствие невзаимных эффектов матрицы полного обхода "холодных" резонаторов с неплоским контуром с идеальными зеркалами для направлений обхода по часовой стрелке M^{cw} и против часовой стрелки M^{cw} одинаковы и имеют вид:

$$M^{ccw} = M^{cw} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_{\Sigma}) & -\sin(\rho_{\Sigma}) \\ \sin(\rho_{\Sigma}) & \cos(\rho_{\Sigma}) \end{bmatrix} = S(\rho_{\Sigma}),$$

где ρ_{Σ} - полный угол поворота изображения световой волны при круговом обходе резонатора. Из уравнений получим $\gamma_{,1,2} = \exp(\pm i \rho_{\Sigma})$, и $\left|E_x / E_y\right|_{1,2} = \exp(\pm i \pi / 2) = \pm i$. Таким образом, для резонаторов с неплоским контуром собственные типы колебаний имеют правую и левую круговые поляризации независимо от угла излома резонатора, а сдвиг по фазе между волнами с правой и левой круговыми поляризациями равен удвоенному углу поворота системы координат при полном обходе резонатора $2\rho_{\Sigma}$.

В зависимости от угла излома контура резонатора и, соответственно, от величины ρ_{Σ} сдвиг резонансных частот резонатора с левой и правой круговой поляризацией меняется, то есть видоизменяется спектр резонатора. Меняя угол неплоскостности α , можно получить резонатор с требуемым спектром частот.

Таким образом, неплоский контур резонатора в общем случае выполняет две функции. Во-первых, он обеспечивает формирование волн с круговой поляризацией, во-вторых, снимается вырождение по частотам. Таким образом, обеспечивается взаимное расщепление частот волн с разными (левой и правой) круговыми поляризациями. В плоском контуре такое расщепление исчезает, даже если и сформированы каким-либо образом волны с круговыми поляризациями. В результате обобщенной собственной модой резонатора с контуром будут четыре волны, причем неплоским распространяются вдоль контура резонатора по часовой стрелке (CW), а две других – против часовой стрелки (ССW). Волны каждой из этих пар имеют разные круговые поляризации – левую и правую и соответственно разные частоты (это так называемое "взаимное" расщепление). Для резонаторов с идеальными зеркалами частоты встречных волн попарно (с одинаковыми направлениями вращения поляризации) совпадают, в результате чего каждая пара встречных волн покоящегося резонатора (CW и CCW) имеет совпадающие частоты и совпадающие направления круговой поляризации (одна пара – обе левые, другая – обе правые круговые поляризации).

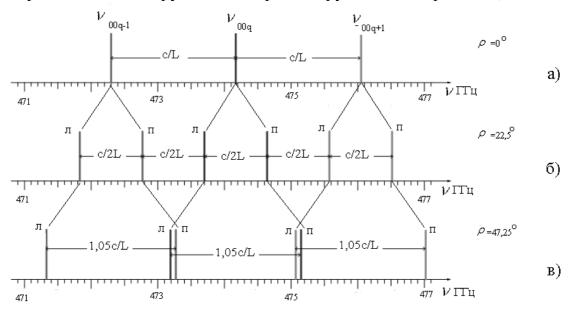


Рис.3. Спектры собственных частот кольцевых резонаторов с периметром L=16см в зависимости от угла поворота изображения световой волны зеркалом ρ в случае плоского контура (a) и неплоского контура с разными углами излома (б), (в). π , π – обозначения левой и правой круговых поляризаций волн.

3.1.Учет поперечной структуры поля и фазовой анизотропии зеркал.

Для расчета спектра мод и поляризационных характеристик резонаторов с учетом неидеальности зеркал матрица в (3), описывающая воздействие всех элементов резонатора на световую волну рассчитывается с учетом матриц реальных зеркал косого падения (2). Спектр собственных частот продольных и поперечных мод симметричных резонаторов определяется выражением, полученным на основании рассмотрения, проведенного в работе [5]:

$$V_{mnqp} = \frac{c}{L} \left(q + (m+n+2) \frac{\alpha_s}{4\pi} + (m-n+2) \frac{\arg \gamma_P}{4\pi} \right), \tag{4}$$

где m,n,q — индексы поперечных и продольных мод с учетом индекса поляризации p, arg γ_P - набег фазы при полном обходе резонатора, с учётом фазовой анизотропии зеркал резонатора, α_s — набег фазы при полном обходе резонатора, с учётом его сферичности с эффективным радиусом R и углом падения излучения на зеркала - θ .

$$\alpha_s = \arccos\sqrt{\left(1 - \frac{L}{R}\sec\theta\right)\left(1 - \frac{L}{R}\cos\theta\right)}$$

Путем сравнения численных расчетов по описанным математическим моделям с результатами экспериментальных измерений спектров собственных типов колебаний были сделаны следующие выводы:

- В резонаторах с неплоским контуром снимается вырождение по поляризации. Частотное расстояние между модами с правой и левой круговой поляризациями зависит от угла излома контура.
- Ошибка напыления одного из зеркал в резонаторе не влияет на собственные значения матрицы резонатора и соответственно на спектр мод резонатора.
- Наличие фазовой анизотропии на 2-х и более зеркалах в резонаторе приводит к изменению спектра мод, причем величина расщепления спектра зависит не только от величины ошибки напыления, но и от порядкового номера зеркала с ошибкой в резонаторе.

В качестве примера сравнения расчетных и экспериментальных значений, на рис.4. приведены спектры мод симметричного кольцевого резонатора с углом излома $\alpha \approx 11^\circ$ и длиной периметра $L \approx 16$ см. Экспериментальные результаты получены методом измерения, описанным в работе (б). Между частотами двух основных мод с правой и левой круговой поляризацией находятся поперечные моды TEM_{10qn} и $TEM_{01(q+1)n}$, вырожденные по частоте в случае идеальных зеркал. При наличии фазовой анизотропии зеркал вырождение снимается. Величина частотного расщепления зависит от величины фазовой анизотропии и номера зеркала, напыленного с ошибкой.

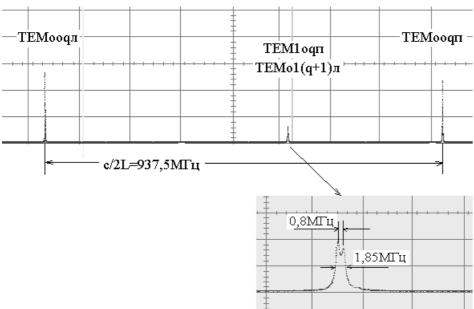


Рис.4. Экспериментально измеренный спектр мод кольцевого лазера с неплоским контуром (ρ =22,5°) с L=16см. Для поперечных мод TEM_{10qn} и $TEM_{01(q+1)n}$ наблюдается снятие вырождения по поляризации на величину 0,8 МГц при фазовых ошибках зеркал равных Δ (на 1-м зеркале)=0,08рад., Δ (на 2-м зеркале) = -0,08рад. и Δ ≈0 (на 3-м и 4-м зеркалах), R≈2м. Результаты расчета подтверждают экспериментальные данные с точностью до ошибки измерения. (Суммарная ошибка измерений не более 10%).

Таким образом, наличие фазовой анизотропии зеркал приводит к уширению и даже раздвоению резонансного пика пропускания поперечных мод. Это в свою очередь может привести к ошибочному определению уровня селективности лазерных резонаторов и ошибках при юстировке и сборке резонаторов.

4. Выводы. Проведенные в работе математическое моделирование и численные расчеты параметров многослойных интерференционных покрытий лазерных зеркал и характеристик кольцевых лазерных резонаторов с неплоским контуром c учетом неидеальности зеркал подтверждены экспериментальными результатами. Получены зависимости коэффициентов отражения и пропускания зеркал от длины волны и числа слоев при идеальном многослойного покрытия. Проведены оценки и получены напылении зависимости фазовой анизотропии зеркал и изменения коэффициентов отражения и пропускания при учете ошибок напыления отдельных слоев. Численно промоделирован способ компенсации фазовой анизотропии зеркала путем напыления верхнего слоя расчетной толщины. Проведен расчет спектра собственных типов колебаний кольцевых резонаторов с неплоским контуром в зависимости от углов неплоскостности. Показано, что наличие фазовой анизотропии зеркал приводит к снятию вырождения по частоте поперечных мод с индексами ТЕМ₀₁ и ТЕМ₁₀ при определенных соотношениях фазовой анизотропии на разных зеркалах.

Заключение. В работе проанализирована математическая модель расчета поляризационных и спектральных характеристик собственных типов колебаний кольцевых оптических резонаторов с неплоским контуром. Путем сравнения результатов численных расчетов и экспериментальных измерений, показано, что она может быть использована для оптимального подбора зеркал при сборке лазерных резонаторов, а также в технологическом процессе сборки и контроля селективности резонаторов для обеспечения генерации на основной поперечной моде в лазерных гироскопических датчиках.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (грант РФФИ 07-02-13662).

- 1. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., МельниковА.В., Назаренко М.М., Тихменев Н.В., Зеемановские лазерные гироскопы. Состояние и перспективы развития.// Гироскопия и навигация, №4 (19), с.7-16, 1997.
- 2. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. Кольцевые газовые лазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии. // Квантовая электроника, 30, №2, 2000.
- 3. Отчет по НИЭР «Феникс-1». Разработка модернизированного типоряда лазерных гироскопических датчиков 2-го поколения и трехосных лазерных гироскопов на их основе на базе модернизации существующих и разработки новых технологий и метрологий.//ИК-Е78931, 2006г.
- 4. М.Борн и Э.Вольф, «Основы оптики», «Наука», М. 1970.
- 5. Савельев И.И., Хромых А.М. Продольные моды объемного кольцевого резонатора. // Квантовая электроника, 3,№7, 1976.
- 6. Азарова В. В., Ефремова Н. А. Комплексный метод измерения потерь и усиления в активных и пассивных кольцевых лазерных резонаторах. // Квантовая электроника, т. **32**, № 3, с. 239-242, 2002.