МАТРИЧНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА РАЗЪЮСТИРОВОК НЕПЛОСКИХ КОЛЬЦЕВЫХ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

О.В.Кордун, И.И. Савельев, Ю.В. Стахмич
Московский государственный институт электроники и математики
E-mail: i.saveliev@gmail.com, y.stakhmich@live.ru

In the article application of a method of ABCD-matrixes for calculation of spatial parameters of the misaligned nonplanar ring optical resonator is shown.

Неточное изготовление, разъюстировка в процессе работы отражающих и преломляющих элементов резонатора, введение в резонатор дополнительных оптических компонентов — все эти «возмущения» приводят к деформации его осевого контура и его уходу от оси элементов резонатора. Это вызывает рост дифракционных потерь, снижение мощности, появление невзаимности встречных направлении и ряд других нежелательных следствий.

Любая конкретная погрешность сказывается по-разному в различных резонаторах. В то же время различные погрешности, приводящие к одинаковым деформациям осевого контура, эквивалентны по величине вызываемого ими эффекта. Очевидно, что именно деформация однозначно определяет указанные эффекты. Анализ деформаций контура в зависимости от различных «возмущающих» моментов (в линейном приближении) составляет предмет настоящей работы.

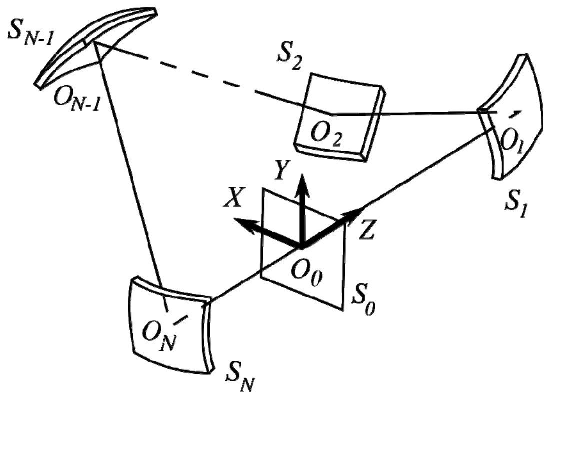

Рис. 1.

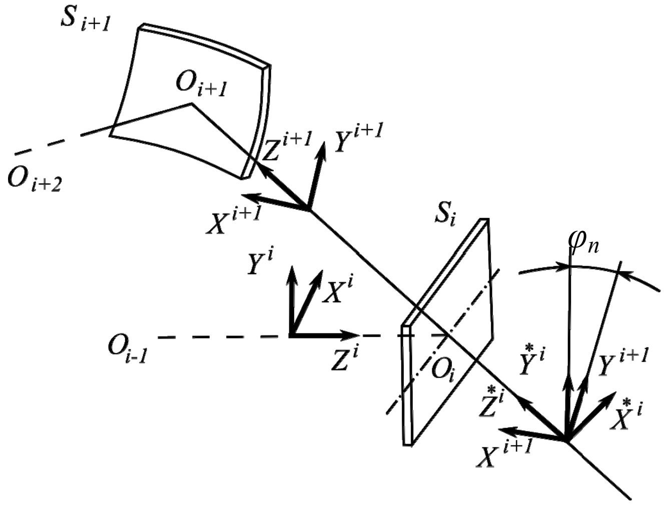

Рис. 2.

Рассмотрим кольцевой оптический резонатор, осевой контур которого образует пространственный N - угольник (рис. 1). Поскольку оптический контур резонатора имеет излом, то при отражении в зеркале S_i система координат $\{X^i, Y^i, Z^i\}$ i-го плеча (между зеркалами S_{i-1} и S_i) будет переходить в систему координат $i+1$-го плеча, повернутую относительно оси Z на угол φ_i разворота плоскостей падения зеркал S_i и S_{i+1} (рис. 2, звездочкой отмечены координаты «отраженной» системы).

Воспользуемся методом ABCD-матриц, подробно описанным в [1].

Пусть

$$\vec{R}_0 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \tag{1}$$

- лучевой вектор на опорной плоскости O_0 рассматриваемого резонатора, расположенной в непосредственной близости от зеркала S_1. Тогда можно записать [1]:

$$\vec{R}_1' = \hat{M}_{R1}\vec{R}_0 + \Delta_1 \qquad (2),$$

где

$$\hat{M}_{R1} = \hat{M}_{RP} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

или

$$\hat{M}_{R1} = \hat{M}_{RS} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{2}{R\cdot\cos\theta} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{2\cdot\cos\theta}{R} & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

- матрица плоского или сферического зеркала соответственно в зависимости от формы зеркала S_1 [1], Δ_1 - вектор ошибки для 1 зеркала, который представляет собой сдвиг выходного лучевого вектора при условии, что входной луч является осевым. Впервые вектор Δ был веден в работе [2] и, применительно к нашему представлению лучевых векторов, может быть записан в виде:

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta\alpha_1 \\ \Delta\beta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2\cdot\sin\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_{x_1}}\cdot\cos\theta & 0 & -\dfrac{1}{f_{x_1}}\cdot\sin\theta & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{f_{y_1}} & 0 & 2\cdot\cos\theta & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\xi_1 \\ \Delta\eta_1 \\ \Delta\varsigma_1 \\ \delta\xi_1 \\ \delta\eta_1 \\ \delta\varsigma_1 \end{pmatrix} \qquad (5).$$

Здесь Δ - линейное смещение зеркала, δ – поворот зеркала вокруг соответствующей оси (см. рис. 3), f_x и f_y – фокусы зеркала в плоскостях x и y, θ – угол падения луча на зеркало.

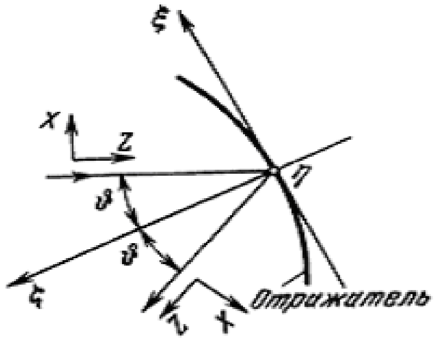

Рис 3. К введению системы координат ξ, η, ζ для определения смещений и поворотов отражателя

После отражения от зеркала лучевой вектор $\vec{R}_1$ необходимо умножить на матрицу поворота луча

$$\hat{S}(\varphi)_1 = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 \\ 0 & 0 & -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

и матрицу его перемещения [1]

$$\hat{M}_{T1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (7).$$

Получим:

$$\vec{R}_1 = \hat{M}_{T1}\hat{S}(\varphi)_1\vec{R}_1' \qquad (8).$$

Подставим (2) в (8):

$$\vec{R}_1 = \hat{M}_{T1}\hat{S}(\varphi)_1\hat{M}_{R1}\vec{R}_1' + \hat{M}_{T1}\hat{S}(\varphi)_1\Delta_1 \qquad (9).$$

По аналогии для следующих зеркал:

$$\vec{R}_2' = \hat{M}_{R2}\vec{R}_1 + \Delta_2 \qquad (10),$$

$$\begin{aligned} \vec{R}_2 = {} & \hat{M}_{T2}\hat{S}(\varphi)_2\hat{M}_{R2}\hat{M}_{T1}\hat{S}(\varphi)_1\hat{M}_{R1}\vec{R}_1' + \\ & + \hat{M}_{T2}\hat{S}(\varphi)_2\hat{M}_{R2}\hat{M}_{T1}\hat{S}(\varphi)_1\Delta_1 + \hat{M}_{T2}\hat{S}(\varphi)_2\Delta_2 \end{aligned} \qquad (11),$$

$$\vec{R}_3' = \hat{M}_{R3}\vec{R}_2 + \Delta_3 \qquad (12)$$

и т.д. Проведя аналогичные преобразования и обобщив выражения для N зеркал, получим:

$$\vec{R}_N = \sum_{i=0}^{N}\left(\left(\prod_{j=i}^{N} A_j\right)\cdot G_i\right) \qquad (13),$$

где

$$G_i = \begin{cases} \vec{R}_0' & при\, i = 0, \\ \hat{M}_{R_i}^{-1}\cdot\Delta_i & при\, i > 0 \end{cases} \qquad (14),$$

$$A_j = \begin{cases} E & при\ j = 0, \\ \hat{M}_{T_j} \hat{S}(\varphi)_j \hat{M}_{R_j} & при\, i > 0 \end{cases} \quad (15),$$

$$\prod_{j=i}^{N} A_j = A_N \cdot A_{N-1} \cdot \ldots \cdot A_i \quad (16),$$

или, в рекуррентном виде:

$$\vec{R}'_i = \hat{M}_{Ti} \hat{S}(\varphi)_i \left(\hat{M}_{Ri} \vec{R}'_{i-1} + \Delta_i \right) \quad (17).$$

Учитывая, что осевой луч в лазерном резонаторе самосопряжен, можно утверждать, что

$$\vec{R}_N = \vec{R}_0 \quad (18).$$

Исходя из этого можно записать:

$$\vec{R}_0 = \left(\sum_{i=1}^{N} \left(\left(\prod_{j=i}^{N} A_j \right) \cdot G_i \right) \right) \left(E - \prod_{i=1}^{N} A_j \right)^{-1} \quad (19),$$

где:

$$\prod_{j=i}^{N} A_j = A_N \cdot A_{N-1} \cdot \ldots \cdot A_i \quad (20),$$

$$\prod_{i=1}^{N} A_i = A_N \cdot A_{N-1} \cdot \ldots \cdot A_1 \quad (21).$$

Выводы

- Найдено явное выражение в матричном виде для лучевого вектора разъюстированного резонатора с произвольным оптическим контуром.

1. И.И.Савельев, Ю.В.Стахмич Обобщение метода ABCD – матриц на случай неплоского кольцевого оптического резонатора // Труды IX Межвузовской научной школы молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине» / под ред. профессора Б.С. Ишханова и Л.С. Новикова / МГУ. – 2008. – С. 79 – 83.
2. Е.Ф.Ищенко Открытые оптические резонаторы. - М.: Советское радио, 1980. – 208 с.