

# ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И СПЕКТР ЧАСТОТ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД СТИГМАТИЧНОГО НЕПЛОСКОГО КОЛЬЦЕВОГО ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

П.В. Молчанов, И.И. Савельев, Ю.В. Стахмич  
Московский государственный институт электроники и математики  
E-mail: i.saveliev@gmail.com, y.stakhmich@live.ru

In article expressions for a spectrum of frequencies and spatial distribution of scalar amplitudes of a field of cross-section modes of nonplanar stigmatic resonator are received and plots of dependences of intensity of a field of the first cross-section modes from cross-section coordinates are resulted. The distinctive feature of these modes is a circular symmetry of the distribution of a field and dependence of frequencies of modes on a field angle of rotation in the resonator.

Исследованиям кольцевых неплоских резонаторов посвящено значительное число работ, например [1-3], однако в большинстве из них рассматриваются характеристики продольных мод. В настоящей работе получены выражения для спектра частот и распределения скалярных амплитуд поля поперечных мод стигматического резонатора. Для решения этой задачи использован метод *ABCD*-матриц, обобщённый на случай неплоского резонатора в работе [4].

Для простоты рассмотрим неплоский четырехзеркальный стигматический резонатор, действие одного из зеркал которого эквивалентно действию сферической линзы с фокусным расстоянием  $f = \frac{R}{2}$ , где  $R$  – радиус кривизны зеркала.

*ABCD*-матрицу полного обхода резонатора можно представить в виде:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (1),$$

где

$$A = (1 - L/f)S(-\Phi) \quad (2),$$

$$B = LS(-\Phi) \quad (3),$$

$$C = -(1/f)S(-\Phi) \quad (4),$$

$$D = S(-\Phi) \quad (5),$$

где  $\Phi$  – угол поворота изображения при полном обходе резонатора,  $L$  – длина резонатора,  $S(\Phi)$  - матрица поворота на угол  $\Phi$ ,  $\tilde{S}(\Phi)$  - транспонированная  $S(\Phi)$ ,

$$S(\Phi) = \begin{pmatrix} \cos \Phi & -\sin \Phi \\ \sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix} \quad (6).$$

Спектр частот резонатора можно получить, найдя собственные числа этой матрицы, а распределение поля можно построить, зная её собственные векторы.

Выражение для резонансных частот поперечных мод стигматического неплоского резонатора имеет вид:

$$\nu_{mn} = \frac{c}{2\pi L} \{2\pi l + (m+n+1)\Theta + (m-n \pm 1)\Phi\} \quad (7),$$

где  $L$  – периметр резонатора, м,  $\Phi$  - угол поворота изображения после полного обхода лучом резонатора, рад,  $l$  – целое число волн, укладываемых вдоль оси резонатора,  $c$  – скорость света, м/с,  $m, n$  – поперечные индексы мод,  $\Theta$  – характеристический угол.

Выражение для распределения поля поперечных мод резонатора выглядит следующим образом:

$$\psi_{mn} = \psi_{00} H_{mn}(t, \nu) \quad (8),$$

где  $\psi_{00}$  - функция распределения поля для моды ТЕМ<sub>00</sub>. Вид функции  $\psi_{00}$  для стигматического резонатора:

$$\psi_{00} = \frac{1+i}{2L} \exp\left(\frac{-k(x^2 + y^2)}{4f}(1 + i2f \sin \Theta)\right) \quad (9),$$

где  $k$  – волновое число,  $L$  – периметр резонатора, м,  $x, y$  – координаты точки на рассматриваемой плоскости, перпендикулярной направлению распространения луча,  $m, n$  – поперечные индексы мод,  $f$  – фокусное расстояние линзы, м,  $\Theta$  – характеристический угол,  $H_{mn}(t, \nu)$  - обобщенный двумерный полином Эрмита [5]:

$$H_{mn}(t, \nu) = t_1^m t_2^n - \left[ \frac{1}{2} \frac{m(m-1)}{1} \nu_{11} t_1^{m-2} t_2^n + \frac{mn}{1} \nu_{12} t_1^{m-1} t_2^{n-1} + \frac{1}{2} \frac{n(n-1)}{1} \nu_{22} t_1^m t_2^{n-2} \right] + \dots \quad (10).$$

Параметры полиномов Эрмита для стигматического резонатора:

$$t = 2k \sin \theta \begin{bmatrix} -y + ix \\ y + ix \end{bmatrix} \quad (11),$$

$$\nu = 4kL \sin \theta \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12).$$

На основе полученных выражений для функции распределения поля в резонаторе и спектра частот были проведены численные расчеты для случая плоского и неплоского стигматического резонатора.

Для расчетов были использованы следующие параметры: расстояние между зеркалами резонатора  $a = 0.04$  м, фокусное расстояние линзы  $f = 1.2$  м, длина волны  $\lambda = 0.63 \cdot 10^{-6}$  м, интервалы декартовых координат на плоскости, перпендикулярной направлению распространения луча  $x = [-0.002; 0.002]$ ,  $y = [-0.002; 0.002]$

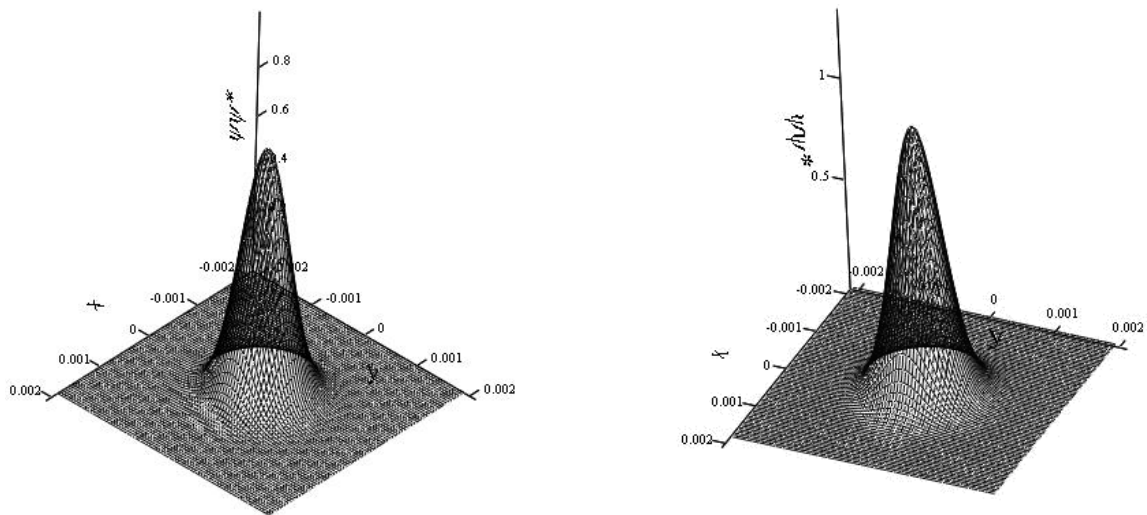


Рис. 1. График распределения интенсивности поля для  $TEM_{00}$  (слева - для плоского резонатора, справа - для неплоского резонатора).

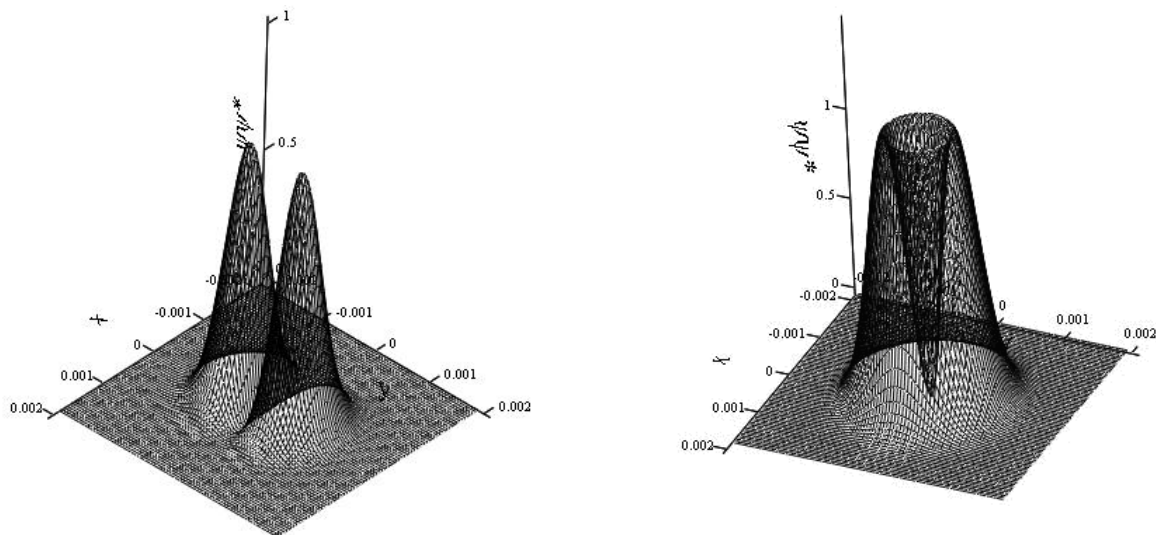


Рис. 2. График распределения интенсивности поля для  $TEM_{01}$  (слева - для плоского резонатора, справа - для неплоского резонатора).

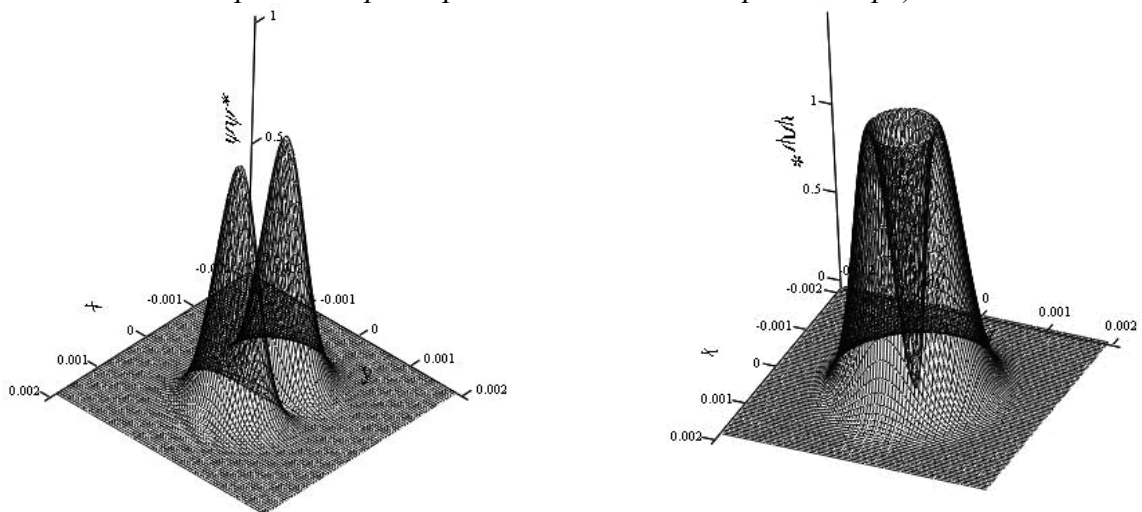


Рис. 3. График распределения интенсивности поля для  $TEM_{10}$  (слева - для плоского резонатора, справа - для неплоского резонатора).

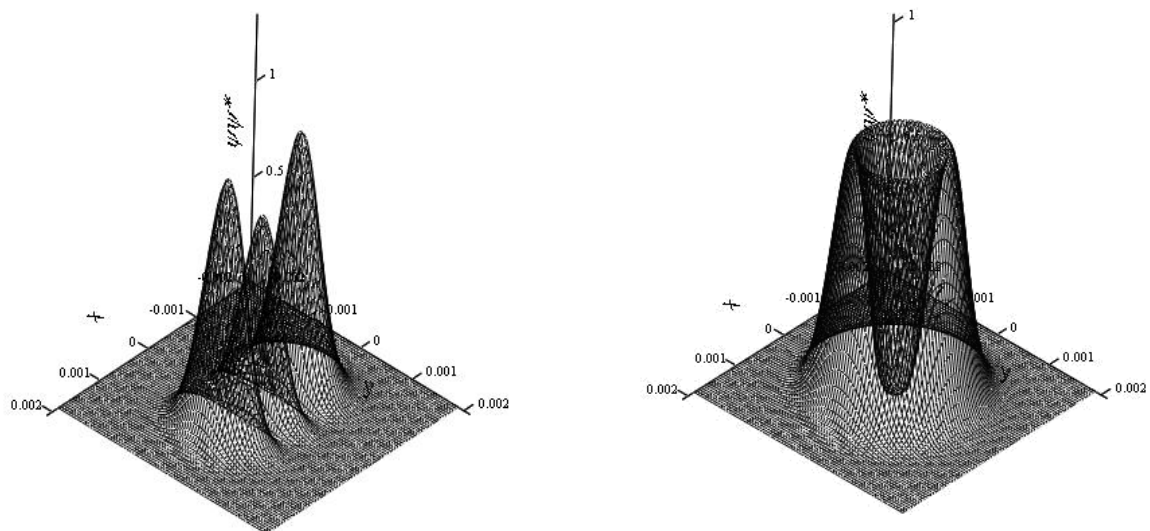


Рис. 4. График распределения интенсивности поля для  $TEM_{20}$  (слева - для плоского резонатора, справа - для неплоского резонатора).

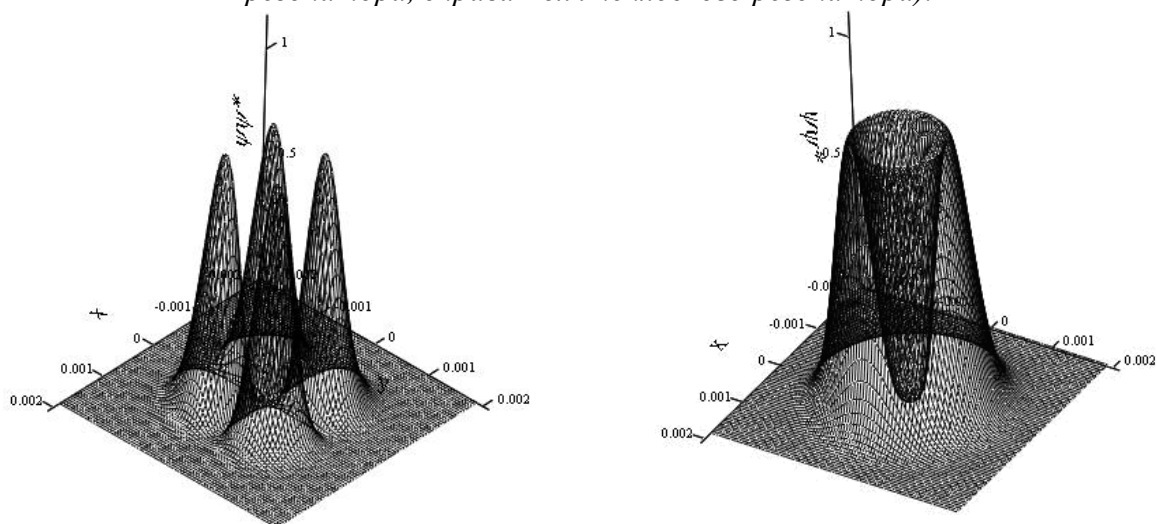


Рис. 5. График распределения интенсивности поля для  $TEM_{11}$  (слева - для плоского резонатора, справа - для неплоского резонатора).

## Выводы

- Получены обобщенные выражения для функции распределения поля поперечных мод резонатора и соответствующих компонент спектра частот для стигматического резонатора.
- Проведены численные расчеты характеристик мод  $TEM_{00}$ ,  $TEM_{01}$ ,  $TEM_{10}$ ,  $TEM_{20}$ ,  $TEM_{11}$  стигматического резонатора.
- Для стигматического резонатора распределение интенсивности поля не зависит от угла поворота изображения.
- Отличительной особенностью неплоских стигматических резонаторов является круговая симметрия распределения интенсивности поля.
- В спектре частот поперечных мод можно выделить две составляющие: первая обусловлена фокусирующим действием элементов резонатора, а другая часть обусловлена фазовым набегом, связанным с поворотом изображения вокруг оси стигматического резонатора.

1. М.М.Попов Резонаторы для лазеров с развёрнутыми направлениями главных кривизн. Метод параболического уравнения // Оптика и спектроскопия. – 1968. - Т. 25, №2.
2. J.A.Arnaud Nonorthogonal Optical Waveguides and Resonators // The Bell Technical Journal. – 1970. – Vol. 49, № 11. - P. 2311 - 2348.
3. И.И.Савельев, А.М.Хромых Продольные моды объемного кольцевого резонатора // Квантовая электроника. – 1976. - Т. 3, выпуск 7. - С. 1517- 1526.
4. И.И.Савельев, Ю.В.Стахмич Обобщение метода ABCD – матриц на случай неплоского кольцевого оптического резонатора // Труды IX Межвузовской научной школы молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине» / под ред. профессора Б.С. Ишханова и Л.С. Новикова / МГУ. – 2008. – С. 79 – 83.
5. Г.Корн, Т.Корн Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с. англ. – М.: Наука, 1974. – 832 с.