

# АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА ПОПЕРЕЧНЫХ МОД КОЛЬЦЕВОГО ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С НЕПЛОСКИМ ОСЕВЫМ КОНТУРОМ

М.А. Дурнешов, И.И. Савельев, Ю.В. Стахмич  
Московский государственный институт электроники и математики  
E-mail: i.saveliev@gmail.com, y.stakhmich@live.ru

In the article features of a spectrum of frequencies of modes of nonplanar ring resonators in view of non-ideal mirrors are considered

В статье [1] приведены результаты экспериментального исследования спектра частот поперечных мод в симметричном неплоском резонаторе с периметром  $L = 16$  см и углом разворота плоскостей падения соседних зеркал  $\varphi = 22,5^\circ$ . В настоящей работе предпринята попытка более полного теоретического рассмотрения спектра частот, распределения поля и поляризации поперечных мод в неплоском кольцевом оптическом резонаторе, в том числе и в зависимости от изменения его конфигурации на примере стигматического резонатора.

Согласно [2] мы можем представить поле в резонаторе в виде произведения вектора поляризации  $p(z)$  на скалярную функцию координат  $\varepsilon(x, z)$

$$E(x, z) = p(z)\varepsilon(x, z) \quad (1).$$

Для расчета спектров собственных частот резонатора воспользуемся, как и в [1], методом Джонса, однако произвольно поляризованную волну будем представлять в виде суммы двух циркулярно поляризованных волн. Это позволит сократить объем основных расчетных уравнений. Кроме того, в таком представлении связь параметров поляризации волны с компонентами вектора Джонса имеет наиболее простой вид. Базисными векторами такого представления являются:

$$z_{\pm} = \mp(x + iy)/\sqrt{2} \quad (2),$$

а вектор Джонса имеет вид

$$D^{\sim} = \begin{pmatrix} |D_+| e^{i\varphi_+} \\ |D_-| e^{i\varphi_-} \end{pmatrix} \quad (3)$$

или

$$D^{\sim} = D_+ z_+ + D_- z_- \quad (4).$$

Векторы Джонса в линейном и циркулярном представлениях связаны матрицей  $U$ :

$$U = \begin{pmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -i & -i \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (5).$$

Переход от линейного к циркулярному представлению:

$$M^{\sim} = U^{-1} \cdot M \cdot U \quad (6),$$

где  $M$  – матрица элемента резонатора в линейном представлении,  $M^{\sim}$  – матрица элемента резонатора в циркулярном представлении,

Матрица зеркала с амплитудной и фазовой анизотропией:

$$M_{k\delta.зерк.}^{\sim} = U^{-1} \cdot M_{k\delta.зерк.} \cdot U = e^{-p} \begin{pmatrix} sh\left(\frac{i\delta}{2} - k\right) & -ch\left(\frac{i\delta}{2} - k\right) \\ -ch\left(\frac{i\delta}{2} - k\right) & sh\left(\frac{i\delta}{2} - k\right) \end{pmatrix} \quad (7).$$

Матрицы перемещения луча и перехода от одной системы координат к другой:

$$T^{\sim} = U^{-1} \cdot T \cdot U = e^{ika} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8),$$

$$S(\varphi)^{\sim} = U^{-1} \cdot S(\varphi) \cdot U = \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \quad (9),$$

$$S(-\varphi)^{\sim} = U^{-1} \cdot S(-\varphi) \cdot U = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (10).$$

Общая матрица резонатора в циркулярном представлении записывается аналогично общей матрице резонатора в линейном представлении.

Нахождение собственных значений поляризационной матрицы в случае идеальных зеркал дает чисто круговую поляризацию, а фазовый сдвиг для каждой поляризации точно равен углу поворота изображения в резонаторе. Аргумент собственных чисел  $\lambda_p$  поляризационной матрицы определяет фазовый сдвиг моды соответствующей поляризации при обходе резонатора и вызываемый этим сдвигом сдвиг частоты моды.

Связь эллиптичности  $\varepsilon$  и азимута  $\alpha$  (угла между осью  $X$  и большой осью эллипса поляризации, рис. 2) с компонентами вектора Джонса в циркулярном представлении имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{|D_+| - |D_-|}{|D_+| + |D_-|} \quad (11),$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2} \quad (12).$$

Также эллиптичности и азимуты собственных колебаний можно выразить через элементы матрицы резонатора  $M_{\Sigma}^{\sim}$ , записанной в циркулярном представлении:

$$\varepsilon_1 = \frac{|D| - |m_{21}|}{|D| + |m_{21}|}, \varepsilon_2 = -\frac{|D| - |m_{12}|}{|D| + |m_{12}|} \quad (13),$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left[ \ln \left( \frac{\det M_{\Sigma}^{\sim}}{m_{21}} \right) \right], \alpha_2 = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left[ \ln \left( \frac{\det M_{\Sigma}^{\sim}}{m_{12}} \right) \right] \quad (14),$$

где

$$2D = m_{11} - m_{22} + \sqrt{(m_{11} - m_{22})^2 + 4m_{12}m_{21}} \quad (15),$$

причем выбирается та ветвь двузначной функции, для которой

$$|D| \geq \sqrt{m_{12} - m_{21}} \quad (16).$$

Такой выбор приводит к тому, что первое собственное значение всегда принадлежит колебанию с положительной эллиптичностью, т.е. классификация собственных колебаний связана со знаком эллиптичности. Это естественно для резонаторов с циркулярной анизотропией.

Спектр собственных частот:

$$\nu_{mnp} = \frac{c}{L} \left[ q + (m+n+1) \frac{\Theta}{2\pi} + (m-n) \frac{\Phi}{2\pi} + \frac{\Gamma_p}{2\pi} \right] \quad (17),$$

где  $m, n$  – индексы мод,  $\Theta = \arccos(1 - L/2f)$  – характеристический угол,  $q$  – целое число волн, укладывающихся вдоль оси резонатора,  $\Phi$  – угол поворота изображения,  $L$  – периметр резонатора,  $f$  – фокусное расстояние,  $\Gamma_p$  – аргумент собственных значений поляризационной матрицы.

В случае неплоского резонатора  $\Gamma_p$  можно представить в виде:

$$\Gamma_p = p \cdot \Phi + \gamma_p \quad (18),$$

где  $p = \pm 1$  – индекс поляризации,  $\gamma_p$  – фазовый сдвиг, обусловленный поляризационной анизотропией зеркал.

Соседние поперечные моды с разной поляризацией (например  $TEM_{01+}$  и  $TEM_{10-}$ ) оказываются вырожденными по частоте вне зависимости от угла поворота изображения в резонаторе. Вырождение может сниматься только за счет поляризационной анизотропии зеркал.

В случае, когда угол поворота зеркал друг относительно друга равен  $22,5^\circ$ , вырождение присутствует даже в случае астигматического резонатора.

Функция распределения поля поперечных мод:

$$\psi_{mn} = \psi_{00} H_{mn}(t_1, t_2, \nu) \quad (19).$$

Были получены зависимости спектра от геометрических параметров резонатора, в частности представленные на рисунках 1 и 2.

Как видно из рис. 1, амплитудная анизотропия также может приводить к снятию вырождения, однако величина вызванного ей расщепления на 4-5 порядков меньше, поэтому ее можно не принимать во внимание. Также стоит отметить, что вырождение снимается только когда есть асимметрия поляризационной анизотропии.

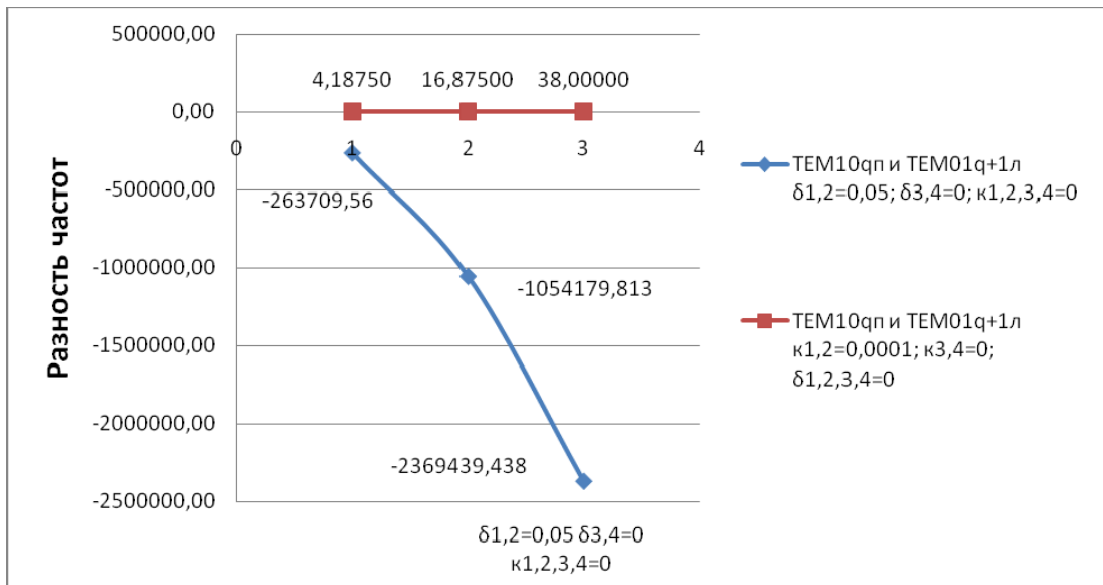


Рис. 1. Зависимость спектра мод от увеличения значения амплитудной и фазовой анизотропии на зеркалах резонатора.

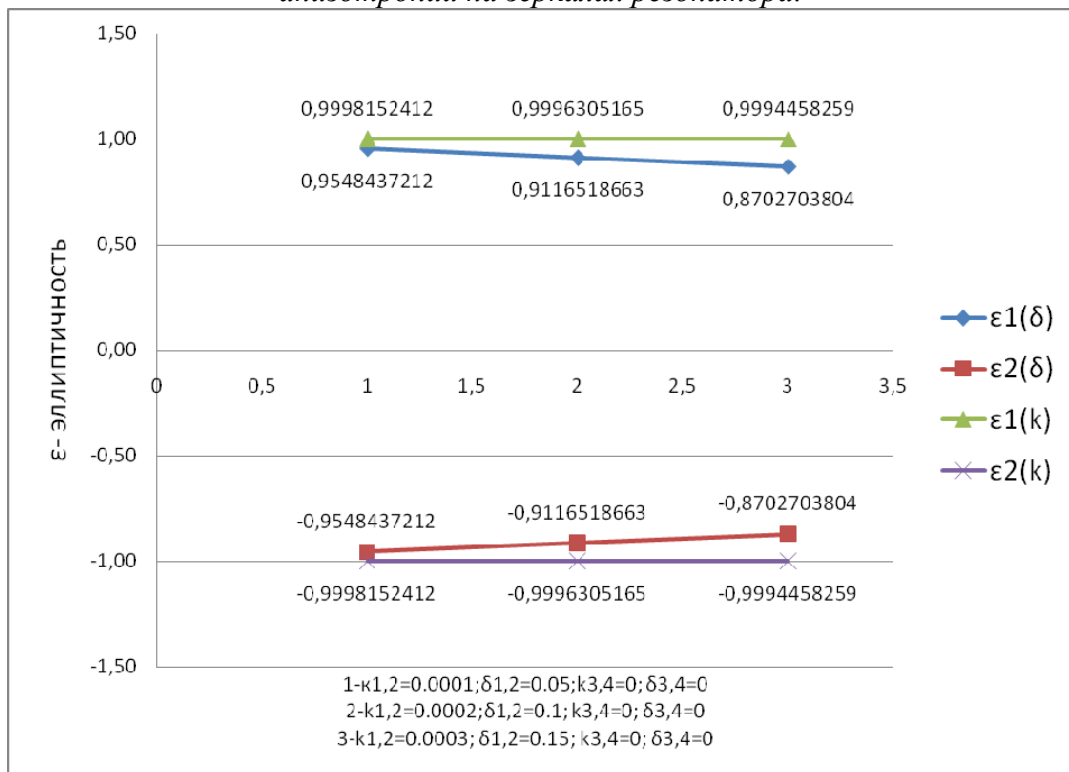


Рис. 2. Зависимость эллиптичности мод от фазовой и амплитудной анизотропии.

Как видно из рис. 2, при наличии фазовой поляризационной анизотропии зеркал поляризация волн становится заметно отличной от круговой, в то время как амплитудная анизотропия практически не влияет на эллиптичность поляризации.

Неплоскостность приводит к существенному уменьшению влияния астигматизма при больших радиусах зеркал. При угле  $\varphi = 22,5^\circ$  для  $R = 4$  м характеристический угол  $\Theta$  в стигматическом и астигматическом [1] резонаторе отличается всего на 6%, при этом характер спектра полностью сохраняется, в то время как в плоском резонаторе, при прочих равных параметрах, это отличие составило бы 12%, а вырождение мод 01 и 10 в астигматическом резонаторе было бы снято.

## Выводы

- В резонаторах с неплоским контуром снимается вырождение по поляризации. Частотное расстояние между модами с правой и левой круговой поляризациями зависит от угла излома контура.
  - Ошибка напыления одного из зеркал в резонаторе не влияет на собственные значения матрицы резонатора и соответственно на спектр мод резонатора.
  - Наличие фазовой анизотропии на 2-х и более зеркалах в резонаторе приводит к изменению спектра мод, причем величина расщепления спектра зависит не только от величины ошибки напыления, но и от порядкового номера зеркала с ошибкой в резонаторе
  - Неплоскостность резонатора приводит к существенному уменьшению астигматизма зеркал на спектр резонатора, поэтому для больших радиусов кривизны при оценках расстояния между поперечными модами можно считать резонатор стигматическим.
1. В.В.Азарова, А.В.Голанов, И.И.Савельев, В.В.Фокин Моделирование кольцевых лазерных резонаторов с неплоским контуром и неидеальными зеркалами. //Труды IX Межвузовской научной школы молодых учёных и специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине» / под ред. профессора Б.С. Ишханова и Л.С. Новикова / М., НИИЯФ МГУ. – 2008. – С. 102 – 109.
  2. И.И.Савельев, А.М.Хромых Продольные моды объемного кольцевого резонатора // Квантовая электроника. – 1976. - Т. 3, выпуск 7. - С. 1517- 1526.