

ОБМЕННЫЙ МЕХАНИЗМ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ В ПЛАЗМОИДЕ

В.И. Канавец¹, Ю.Д. Мозговой², С.А. Хриткин²

¹МГУ им. М.В. Ломоносова,

²Московский государственный институт электроники и математики
(технический университет)

E-mail: lmis@miem.edu.ru

Investigation of the exchange mechanism of interaction in electron-positron substance is produced within the limits of a large particles method of the classical theory and with use of macroscopic electron and positron wave functions of the quantum theory. It is shown that at an optimum spatial charge exchange process of electrons and positrons interaction in plasmoid is observed.

1. Моделирование процессов в электронно-позитронном веществе проводится в рамках предложенной в работе [1] схемы получения электронно-позитронных пар в результате воздействия мощного импульса гамма-квантов на газовую среду с плотностью частиц, соответствующей плотности атмосферного воздуха. Модельным газом является среда, состоящая из электронов и позитронов.

Моделирование процессов в электронно-позитронном веществе проводится в рамках метода крупных частиц классической теории и с использованием макроскопических волновых функций электронов и позитронов квантовой теории. Установление связи волновой модели квантовой теории и модели крупных частиц полезно, например, для понимания роли характерных расстояний (радиуса действия кулоновских сил R_0 в классической модели и длины волны де Бройля λ в квантовой задаче). В обычной модели крупных частиц (без учета начальных распределений частиц) сгущения зарядов имеют размеры порядка R_0 . В квантовой модели размеры сгущений определяются величиной $\lambda/4$.

Проводится совместное решение уравнений Шредингера и Пуассона для макроскопических волновых функций электронов и позитронов. Моделирование процессов проводится в несколько этапов. Сначала показывается возможность получения сгущений зарядов одного знака, затем рассматривается влияние сил пространственного заряда на взаимодействие сгущений разного знака.

Характер протекающих процессов зависит от величины параметра пространственного заряда. При оптимальном значении параметра пространственного заряда возникает обменный процесс, продолжающийся примерно половину периода обменных колебаний. В процессе взаимодействия возникают дополнительные области зарядов противоположного знака, происходит синхронизация колебаний в активной области. В системе быстро нарастает общее поле центрально-симметричных S – волн.

Для уточнения задачи следует отметить отличие электронно-позитронной среды от «холодной» бесстолкновительной плазмы. В частности, рассматриваются упорядоченные процессы, включая эффекты обмена, порядок которых сохраняется при наличии теплового движения. При образовании макроплазмоида важную роль играют коллективные динамические эффекты, в том числе формирующие динамические граничные условия.

2. В рамках применимости модели «холодной» бесстолкновительной двухкомпонентной плазмы, справедлив переход к упрощенным уравнениям для вырожденных (квантовых) и невырожденных (классических) носителей заряда. Прежде всего, компоненты плазмы описываются, как конденсат, с помощью макроскопических волновых функций с когерентной фазой

$$\Psi_{e,p}(\mathbf{R}, t) = \Psi_{e,p}(\mathbf{R}, t) \exp[iS_{e,p}(\mathbf{R}, t)].$$

В отличие от обычных задач теории, произведение $\Psi\Psi^* = |\Psi|^2$ относится не к плотности вероятности одной частицы, а к плотности частиц $n = |\Psi|^2$. При большом числе частиц фаза S и плотность n допускают одновременное измерение.

Установление связи волновой модели и модели крупных частиц полезно, например, для понимания роли характерных расстояний (радиуса действия кулоновских сил R_0 в классической модели и длины волны де Бройля λ в квантовой задаче). В обычной модели крупных частиц (без учета начальных распределений частиц по координате и скорости) сгущения зарядов имеют размеры порядка R_0 . В квантовой модели размеры сгущений определяются величиной длины волны λ .

Можно проследить далеко идущую аналогию волновых задач для медленно меняющихся величин с классическим подходом, основанным на использовании усложненных дискретных моделей потока, позволяющих проводить классическое статистическое описание системы. Пусть, например, крупных частиц модели достаточно много для дискретного описания начального импульсного пространственного распределения зарядов, аналогичного распределению для волновой задачи. Очевидно, что при решении модельной задачи во времени, также будет получено расплывание начальных импульсов заряда и сближение максимумов для частиц разного знака.

3. Пусть в начальный момент времени в системе имеются две группы электронов и позитронов, описываемые частично перекрывающимися волновыми функциями Ψ_e и Ψ_p . В двумерном приближении получаем две соприкасающиеся системы, характеризующиеся кольцевыми уровнями потенциала.

В литературе подробно рассмотрен одночастичный обменный механизм квантовых объектов, зависящий от спина. Двухчастичный обмен сводится к двум одночастичным обменам электронами и позитронами.

Обменное взаимодействие обладает свойством насыщения. В системе большого числа N тождественных частиц энергия обменного взаимодействия пропорциональна числу частиц N . Две частицы, например, два электрона с антипараллельными спинами, не могут присоединить к себе третью частицу. В обменное взаимодействие вступают не все пары, а лишь те, которые находятся на близком расстоянии. Поэтому и полное число частиц, связанных обменным взаимодействием, равно числу пар, построенных из частиц, находящихся в близких состояниях. Вывод о том, что обменное взаимодействие имеет свойство насыщения, не зависит от наличия спина в операторе взаимодействия. По-видимому, обменные эффекты определяют также электронно-позитронное коллективное взаимодействие компенсированных пар. Эффект насыщения позволяет нам рассматривать коллективное обменное взаимодействие на примере двух групп взаимодействующих зарядов.

4. Уравнение Дирака в нерелятивистском приближении переходит в уравнение Шредингера для двух макроскопических одночастичных волновых функций электронов и позитронов, связанных кулоновским взаимодействием.

Для описания коллективных процессов в электронно-позитронно-ионной бесстолкновительной плазме, согласно общей методике [31], вводятся макроскопические одночастичные волновые функции электронов и позитронов с выделенными амплитудами и фазами

$$\Psi_e(x, y, z, t), \Psi_p(x, y, z, t), \Psi_{e,p} = |\Psi_{e,p}| \exp(iS_{e,p}),$$

связанные с плотностью заряда выражениями

$$|\Psi_e|^2 = n_e, \quad |\Psi_p|^2 = n_p.$$

Введение таких функций означает, что в физически малом объеме V_Φ все однотипные частицы (электроны, позитроны или ионы) ведут себя упорядочено и одинаково как тождественные частицы без близких (парных, тройных и других дискретных) взаимодействий.

Во всех случаях важна тесная связь плотностей заряда и потенциала $\Phi(x, y, z, t)$ в уравнении Пуассона

$$\Delta\Phi = \frac{|e|}{\varepsilon} (|\Psi_e|^2 - |\Psi_p|^2).$$

Уравнения Шредингера для волновых функций имеют вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_e}{\partial t} = H_e \Psi_e, \quad H_e = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_e,$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_p}{\partial t} = H_p \Psi_p, \quad H_p = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_p,$$

где U_e, U_p, U_i – потенциальные энергии электронов, позитронов (заряд $Z|e|$) в кулоновском поле с потенциалом $\Phi(x, y, z, t)$,

$$U_e = -|e| \Phi, \quad U_p = |e| \Phi.$$

В уравнения Шредингера и Пуассона входят плотности частиц (электронов и позитронов). В процессе взаимодействия плотности могут меняться в широких пределах. Необходимо только так поставить задачу, чтобы все время выполнялось условие наличия большого числа частиц в системе. При $\Phi \rightarrow 0$ совершается переход к свободному полю.

В рамках полевого подхода в уравнение Дирака, также как и в уравнение Шредингера, вводятся связанные между собой одночастичные волновые функции электронов и позитронов, полусумма которых при условии компенсации заряда совпадает с двухчастичной волновой функцией теории Дирака. Плотности частиц также суммируются. Такое предположение следует из эффекта насыщения при обменном взаимодействии тождественных частиц. Уравнение Дирака рассматривается как уравнение электронно-позитронного поля с двухчастичной макроскопической волновой функцией Ψ . При получении уравнения Шредингера записывается нерелятивистская функция Гамильтона для частицы во внешнем потенциальном поле.

Уточнение основных понятий необходимо для связи с задачами нелинейной микроволновой электроники, где положительные заряды непосредственно входят в теорию и вместе с электронами формируют статическое и динамическое провисания потенциала. Появление позитронов в области взаимодействия всегда конкретизируется с учетом классического и квантового механизмов изменения числа пар электрон-позитрон. Действие этих механизмов в макроскопическом приближении учитывается на стадии расчетов амплитуд и фаз волновых функций с учетом

равенства плотностей квадратам амплитуд. Во всех случаях, частиц в выделенных областях должно быть много, чтобы принцип неопределенности не влиял на представление квадрата модуля волновой функции в качестве плотности частиц. В приближении бесстолкновительной плазмы уравнение Шредингера рассматривается как уравнение для плотности частиц и усредненной фазы системы, находящейся в макроскопическом квантовом состоянии. При большом числе частиц усреднение реализуется в каждой ячейке дискретной модели.

5. Дискретная модель электронно-позитронной среды. Для моделирования введем трехмерную сетку с ячейками номера ijk в виде кубов со сторонами d . Ячейки содержат заряды электронов и позитронов

$$Q_{ijk} = (\rho_e + \rho_p)_{ijk} d^3 = -|e| (|\Psi_e|^2 - |\Psi_p|^2)_{ijk} d^3.$$

При проведении расчетов можно полагать, что заряд $Q_{i,j,k}$ равномерно размазан по ячейке вокруг узла с номером ijk . В то же время, заряды ячеек могут пульсировать во времени и в пространстве.

В рамках семиточечной схемы, уравнение Пуассона для скалярного потенциала Φ в трехмерном виде записывается в следующей форме

$$(\Phi_{i+1,j,k} + \Phi_{i,j+1,k} + \Phi_{i,j,k+1} - 6\Phi_{i,j,k} + \Phi_{i-1,j,k} + \Phi_{i,j-1,k} + \Phi_{i,j,k-1}) = q_{i,j,k} = \frac{1}{\varepsilon d} Q_{i,j,k}.$$

Уравнение упрощается при двумерном движении в плоскости (x,y) ($d / dz = 0$) и двумерном изменении заряда и потенциала $\Phi_{i,j,k+1} = \Phi_{i,j,k-1} = \Phi_{i,j,k}$

$$(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i,j+1} - 4\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j-1}) = q_{ijk} = q_{ijk+1} = q_{ijk-1},$$

$$q_{i,j,k} = \frac{1}{\varepsilon d} Q_{i,j,k}.$$

В двумерной (поверхностной) дискретной модели уравнение Пуассона имеет вид

$$(\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i,j+1} - 4\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j} + \Phi_{i,j-1}) = q_{ij},$$

$$q_{i,j} = \frac{1}{\varepsilon d} Q_{i,j}, \quad Q_{ij} = (\rho_e + \rho_p)_{i,j} d^2 = -|e| \left(|\Psi_e|^2 - |\Psi_p|^2 \right)_{i,j} d^2.$$

В одномерной модели получаем соотношения

$$(\Phi_{i+1} - 4\Phi_i + \Phi_{i-1}) = q_i,$$

$$q_i = \frac{1}{\varepsilon d} Q_i, \quad Q_i = (\rho_e + \rho_p)_i d = -|e| \left(|\Psi_e|^2 - |\Psi_p|^2 \right)_i d.$$

Во всех случаях, частиц в выделенных областях должно быть много, чтобы принцип неопределенности не влиял на представление квадрата модуля волновой функции в качестве плотности частиц.

В приближении бесстолкновительной плазмы уравнение Шредингера рассматривается как уравнение для плотности частиц и усредненной фазы системы, находящейся в макроскопическом квантовом состоянии. При большом числе частиц усреднение реализуется в каждой ячейке дискретной модели.

6. Нелинейное самосогласованное взаимодействие и обмен зарядами. В уравнении Шредингера кулоновские силы являются внешними по отношению к волновым функциям электронов, позитронов или ионов. Однако, при реализации самосогласованного механизма кулоновские поля находятся на каждом шаге интегрирования, и кулоновские силы играют большую роль в формировании волнового поля электронно-позитронной среды, в том числе в получении режима компенсации макроскопического кулоновского поля.

Приведем некоторые результаты вычислительного моделирования. При оптимальных параметрах пространственного заряда процесс в двухмерном приближении выглядит следующим образом. До начала взаимодействия имеются два частично перекрывающихся круговых распределения заряда разного знака, $\Phi > 0$ для e^+ ; $\Phi < 0$ для e^- .

Кулоновское поле в центре области перекрытия зарядов характеризуется наибольшей плотностью линий уровней потенциала $\Phi = \text{const}$. Вблизи максимума градиента возникают встречные потоки зарядов разного знака. Они приводят к появлению минимумов плотности заряда, областей нулевого потенциала и к возникновению дополнительных групп заряда. Новые области растут, старые отмирают. Процесс замены знака заряда происходит за время, близкое к половине периода обменных колебаний.

В уравнении Шредингера кулоновские силы являются внешними по отношению к волновым функциям электронов, позитронов или ионов. Однако, при реализации самосогласованного механизма кулоновские поля находятся на каждом шаге интегрирования, и кулоновские силы играют большую роль в формировании волнового поля электронно-позитронной среды. Взаимодействие носит характер двухчастичного обмена между электронами и позитронами. Характер протекающих процессов зависит от величины параметра пространственного заряда.

При оптимальном значении параметра пространственного заряда возникает обменный процесс, продолжающийся примерно половину периода обменных колебаний. В процессе взаимодействия возникают дополнительные области зарядов противоположного знака, происходит синхронизация колебаний в активной области. В системе быстро нарастает общее поле центрально-симметричных S – волн. Действие этого поля приводит к быстрой компенсации кулоновского поля, потенциал кулоновского поля стремится к нулю во всей области взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.И.Канавец*. Электронно-позитронное вещество: от позитрония до сверхжидкости и шаровой молнии. М.: Изд-во «Педагогическое общество России». 2009.
2. *С.П.Бугаев, В.И.Канавец, В.И.Кошелев, В.А.Черепенин*. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск: Наука. 1991.
3. *В.И.Канавец, Ю.Д.Мозговой, А.И.Слепков*. Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах. М. МГУ. 1993.
4. *В.Е.Фортон*. Экстремальные состояния вещества на земле и в космосе. М.: Наука. 2008.
5. *А.Ф.Александров, А.А.Рухадзе*. Лекции по электродинамике плазмopodobных сред (неравновесные среды). М.: МГУ. 2002.