

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КАТОДНОМ СЛОЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА

Г.Г. Бондаренко<sup>1</sup>, В.И. Кристья<sup>2</sup>, М.И. Супельняк<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Московский государственный институт электроники и математики (технический университет);* <sup>2</sup> *Калужский филиал Московского государственного университета им. Н.Э.Баумана*

E-mail: [bondarenko\\_gg@rambler.ru](mailto:bondarenko_gg@rambler.ru)

In the work it has been offered a self-coordinate model for calculation of both electrical field distribution and concentration of charge particles in cathode layer of glow discharge of gas-discharge devices. In the offered model a kinetic equation for fast electrons and equations of both slow electrons and ions transfer has been decided jointly with Poisson equation for electrical field.

Важнейшей характеристикой газоразрядных приборов (например, газовых лазеров) является их долговечность, которая в значительной степени определяется процессом распыления поверхности их электродов ионами, ускоряемыми электрическим полем в приэлектродном слое разряда. При плотностях разрядного тока, характерных для таких приборов, объемный заряд электронов и ионов оказывает существенное влияние на распределение электрического поля в межэлектродном промежутке, а следовательно и на их движение [1,2]. Поэтому при моделировании процессов переноса в приэлектродном слое разряда необходимо проводить самосогласованный расчет распределений поля и концентраций заряженных частиц. Наиболее простой является гидродинамическая модель, в которой описание переноса частиц проводится на основе уравнений их переноса, а величина коэффициента ионизации газа электронами определяется напряженностью электрического поля в данной точке [2,3]. Однако вследствие большого градиента электрического поля у поверхности катода энергетическое распределение электронов в катодном слое разряда является нелокальным, что приводит к существенной неточности вычисления коэффициента ионизации, т.е. гидродинамическая модель позволяет осуществить лишь качественное описание процессов переноса в разряде.

Более точное моделирование движения частиц в сильно неоднородном поле приэлектродного слоя разряда может быть выполнено на основе метода Монте-Карло, позволяющего проводить расчет траекторий отдельных заряженных частиц в плазме разряда. Однако этот метод связан с проведением больших объемов вычислений и требует больших затрат времени. Поэтому в работах [4,5] предложен гибридный метод моделирования, состоящий в том, что движение быстрых электронов с энергиями, достаточными для возбуждения и ионизации атомов рабочего газа, производится методом Монте-Карло, а движение медленных электронов и ионов осуществляется на основе уравнений их переноса. В [6,7] предложен метод нахождения энергетического распределения электронов в катодном слое разряда, основанный на численном решении одномерного кинетического уравнения для электронов, требующий

намного меньших затрат времени, чем метод Монте-Карло. Но в работах [6,7] распределение электрического поля предполагалось известным, т.е. полученное решение не может рассматриваться как самосогласованное.

В данной работе предложена самосогласованная модель, в которой кинетическое уравнение для быстрых электронов и уравнения переноса медленных электронов и ионов решаются совместно с уравнением Пуассона для электрического поля.

Расчет энергетического распределения быстрых электронов производится путем численного решения одномерного кинетического уравнения для функции распределения электронов методом, описанным в [7]. Найденная функция распределения используется для вычисления функций источников ионов и медленных электронов  $r_i$  и  $r_{es}$  и концентрации быстрых электронов  $n_{ef}$  в межэлектродном промежутке. После этого решается система уравнений переноса ионов и медленных электронов вместе с уравнением Пуассона для потенциала электрического поля

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial j_i}{\partial z} = r_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_{es}}{\partial t} + \frac{\partial j_{es}}{\partial z} = r_{es}, \quad (2)$$

$$j_i = \mu_i n_i E - D_i \frac{\partial n_i}{\partial z}, \quad (3)$$

$$j_{es} = -\mu_{es} n_{es} E - D_{es} \frac{\partial n_{es}}{\partial z}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i - n_{es} - n_{ef}), \quad (5)$$

где ось  $z$  считается направленной вдоль разрядного промежутка между плоскими электродами,  $n_i$  и  $n_{es}$  - концентрации ионов и медленных электронов,  $j_i$  и  $j_{es}$  - плотности их потоков,  $E$  - напряженность электрического поля,  $D_i$ ,  $D_{es}$  и  $\mu_i$ ,  $\mu_{es}$  - коэффициенты диффузии и подвижности ионов и электронов в газе,  $e$  - величина элементарного заряда,  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая постоянная.

В качестве граничных условий могут быть использованы нулевые значения концентраций ионов и медленных электронов на электродах  $n_i = 0$ ,  $n_{es} = 0$ , а также значения потенциала электрического поля  $\varphi = 0$  на катоде и  $\varphi = U$  на аноде.

Для построения разностной схемы межэлектродный промежуток длины  $d$  разбивается на  $n$  отрезков длины  $\Delta z = d/n$ , т.е. строится сетка с узлами в точках  $z_m = m \Delta z$ , где  $m = 0, \dots, n$  - номер узла. Значения концентраций  $n_i$ ,  $n_{es}$  и потенциала  $\varphi$  задаются в узлах, а потоков  $j_i$ ,  $j_{es}$  и напряженности электрического поля  $E$  - в серединах отрезков. Разностная схема для уравнений переноса (1) и (2) строится с использованием экспоненциальной схемы, описанной в [4,5].

В частности, на  $k+1$  шаге по времени уравнение (1), описывающее перенос ионов в узле  $m$  сетки может быть представлено в виде

$$\frac{(\Delta n_i)_m^{k+1}}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial j_i}{\partial z} \right)_m^{k+1} + \left( \frac{\partial j_i}{\partial z} \right)_m^k \right] = (r_i)_m, \quad (6)$$

где  $(\Delta n_i)_m^{k+1}$  - изменение концентрации ионов в этом узле сетки на данном шаге.

С учетом зависимостей

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial j_i}{\partial z} \right)_m^{k+1} &= \frac{(j_i)_{m+1/2}^{k+1} - (j_i)_{m-1/2}^{k+1}}{\Delta z}, & \left( \frac{\partial j_i}{\partial z} \right)_m^k &= \frac{(j_i)_{m+1/2}^k - (j_i)_{m-1/2}^k}{\Delta z}, \\ (j_i)_{m+1/2}^{k+1} &= (j_i)_{m+1/2}^k + (\Delta j_i)_{m+1/2}^{k+1}, & (j_i)_{m-1/2}^{k+1} &= (j_i)_{m-1/2}^k + (\Delta j_i)_{m-1/2}^{k+1} \end{aligned}$$

его можно записать в виде

$$\frac{(\Delta n_i)_m^{k+1}}{\Delta t} + \frac{1}{2 \cdot \Delta z} \left( (\Delta j_i)_{m+1/2}^{k+1} - (\Delta j_i)_{m-1/2}^{k+1} \right) = (r_i)_m - \frac{1}{\Delta z} \left( (j_i)_{m+1/2}^k - (j_i)_{m-1/2}^k \right). \quad (7)$$

Из выражения для плотности потока ионов (3)

$$j_i = a n_i - b \frac{\partial n_i}{\partial z}, \quad (8)$$

где  $a = \mu_i(E)E$ ,  $b = D_i$ , используя экспоненциальный метод [4,5], в котором предполагается, что поток частиц сохраняет величину на каждом частичном отрезке, можно получить выражение для плотности потока в середине отрезка

$$(j_i)_{m+1/2}^{k+1} = a_{m+1/2}^{k+1} \frac{(n_i)_{m+1}^{k+1} - \exp(\alpha_{m+1/2}^{k+1}) (n_i)_m^{k+1}}{1 - \exp(\alpha_{m+1/2}^{k+1})}, \quad (9)$$

где  $\alpha_{m+1/2}^{k+1} = (a/b)_{m+1/2}^{k+1} \Delta z$ .

Так как  $E = -\frac{d\varphi}{dz}$ , то  $E_{i+1/2}^{k+1} = -\frac{\varphi_{i+1}^{k+1} - \varphi_i^{k+1}}{\Delta z}$ , и с учетом (9) соотношение (8) можно

представить в виде:

$$\begin{aligned} &-C_1 \Delta \varphi_{m-1}^{k+1} + C_2 \Delta \varphi_m^{k+1} - C_3 \Delta \varphi_{m+1}^{k+1} - \\ &-C_4 (\Delta n_i)_{m-1}^{k+1} + C_5 (\Delta n_i)_m^{k+1} + C_6 (\Delta n_i)_{m+1}^{k+1} = f, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Delta \varphi_m^{k+1} = \varphi_m^{k+1} - \varphi_m^k$  - изменение электрического потенциала в  $m$  - узле сетки на  $k+1$  шаге по времени, а коэффициенты  $C_1 - C_6$  и  $f$  зависят только от значений переменных на предыдущем  $k$  - шаге по времени.

Из уравнений (2) и (4) аналогично может быть получено соотношение и для изменения концентрации медленных электронов  $(\Delta n_{es})_m^{k+1}$  в узлах сетки на  $k+1$  шаге

$$\begin{aligned} &-D_1 \Delta \varphi_{m-1}^{k+1} + D_2 \Delta \varphi_m^{k+1} - D_3 \Delta \varphi_{m+1}^{k+1} - \\ &-D_4 (\Delta n_{es})_{m-1}^{k+1} + D_5 (\Delta n_{es})_m^{k+1} + D_6 (\Delta n_{es})_{m+1}^{k+1} = h, \end{aligned} \quad (11)$$

где коэффициенты  $D_1 - D_6$  и  $h$  зависят только от значений переменных на предыдущем  $k$  - шаге по времени.

Уравнение Пуассона (5), представленное в форме

$$\left( \frac{d^2 \varphi}{dz^2} \right)^k + \left( \frac{d^2 \Delta \varphi}{dz^2} \right)^{k+1} = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_i + \Delta n_i - n_{es} - \Delta n_{es} - n_{ef}), \quad (12)$$

с учетом того, что  $\left(\frac{d^2\varphi}{dz^2}\right)_m^{k+1} = \frac{\varphi_{m+1}^{k+1} - 2\varphi_m^{k+1} + \varphi_{m-1}^{k+1}}{(\Delta z)^2}$ , для  $m$  - го узла сетки принимает

ВИД

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_{m+1}^k - 2\varphi_m^k + \varphi_{m-1}^k}{(\Delta z)^2} + \frac{\Delta\varphi_{m+1}^{k+1} - 2\Delta\varphi_m^{k+1} + \Delta\varphi_{m-1}^{k+1}}{(\Delta z)^2} = \\ = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_i - n_{es} - n_{ef})_m^k - \frac{e}{\varepsilon_0}(\Delta n_i - \Delta n_{es})_m^{k+1} \end{aligned} \quad (13)$$

ИЛИ

$$\Delta\varphi_{m-1}^{k+1} - 2\Delta\varphi_m^{k+1} + \Delta\varphi_{m+1}^{k+1} + \frac{e(\Delta z)^2}{\varepsilon_0}(\Delta n_i)_m^{k+1} - \frac{e(\Delta z)^2}{\varepsilon_0}(\Delta n_{es})_m^{k+1} = g_m^k \quad (14)$$

где

$$g_m^k = -\left(\varphi_{m+1}^k - 2\varphi_m^k + \varphi_{m-1}^k\right) - \frac{e(\Delta z)^2}{\varepsilon_0}(n_i - n_{es} - n_{ef})_m^k.$$

В результате на каждом шаге по времени получается три линейных уравнения (10), (11) и (14) для приращений концентраций ионов и медленных электронов, а также потенциала электрического поля в каждом внутреннем узле сетки, т.е. для разрядного промежутка получается система линейных уравнений порядка  $3n-3$ , которая решается методом Зейделя [8].

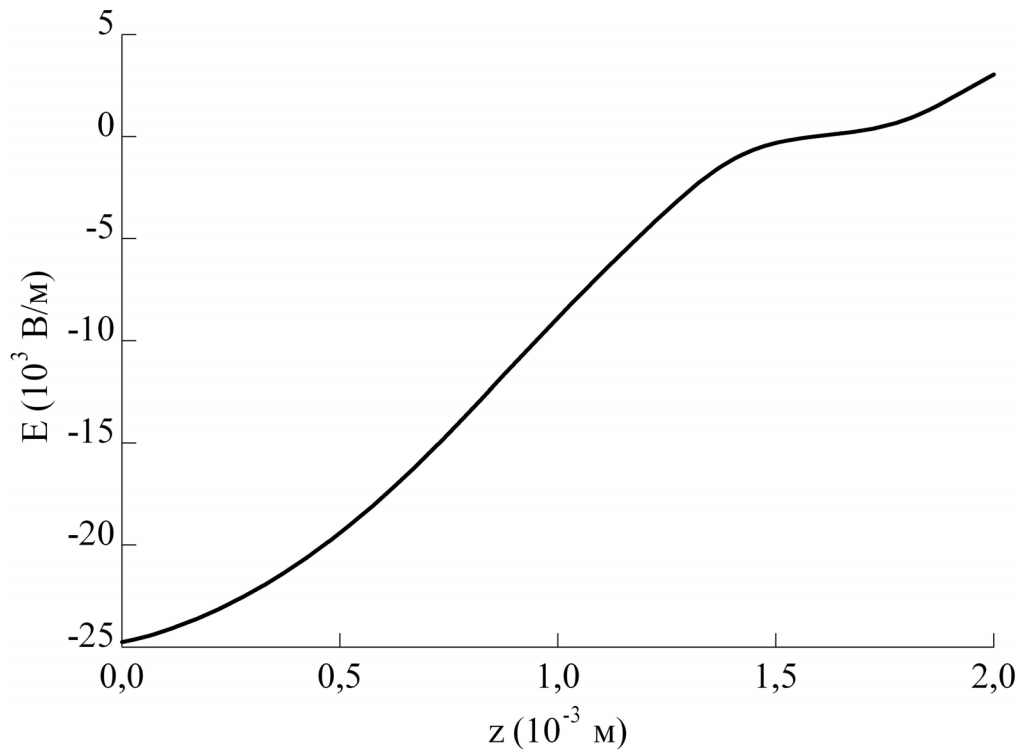


Рис. 1. Распределение напряженности электрического поля в разрядном промежутке

После достижения стационарного распределения электрического поля снова решаются кинетическое уравнение для функции распределения электронов и система уравнений вида (10), (11) и (14) с новыми источниками  $r_i$  и  $r_{es}$  до выхода на стационарный режим. Данный процесс повторяется до достижения

самосогласованных стационарных распределений электрического поля и концентраций электронов и ионов в разрядном промежутке, что требует нескольких минут вычислений.

Рассчитанное описанным методом распределение электрического поля в аргоне при давлении  $p=133$  Па, температуре  $T=300$  К, напряжении  $U=200$  В, длине разрядного промежутка  $d=0,02$  м и числе его разбиений  $n=40$  приведено на Рис. 1. Из рисунка видно, что в стационарном тлеющем разряде вблизи катода образуется слой с большой напряженностью поля, ускоряющего ионы в направлении катода. Это согласуется с результатами, полученными с использованием метода Монте-Карло, требующего намного больших затрат времени.

1. Д.Актон, Д.Свифт. Газоразрядные лампы с холодным катодом. М.: Энергия, 1965.
2. В.Л. Грановский. Электрический ток в газе. М.: Наука, 1971.
3. Ю.П. Райзер. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
4. A.Fiala, L.C., Pitchford, J.P.Boeuf // Phys. Rev. E. 1994. V.49. N 6. P.5607.
5. A. Bogaerts, R.Gijbels // J. Appl. Phys. 1995. V.78. N 4. P.2233.
6. T.C. Paulick // J. Appl. Phys. 1990. V.67. N 6. P.2774.
7. В.И. Кристя // ТВТ. 1996. Т.34. N 2. С.197.
8. А.А. Самарский, Е.С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.