ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ИСПАРЕННЫХ АТОМОВ В РАЗРЯДНОЙ КОЛБЕ ДУГОВОЙ РТУТНОЙ ЛАМПЫ

Г.Г. Бондаренко[1,2], В.И. Кристя[3], В.В. Прасицкий[4], А.В.Тай[4], М.Р. Фишер[3]
[1] Научно-исследовательский институт перспективных материалов и технологий Московского государственного института электроники и математики (технического университета); [2] Московский государственный институт электроники и математики (технический университет); [3]Калужский филиал МГТУ им.Н.Э.Баумана;[4]ООО «Эколюм-Восход»
E-mail: bondarenko_gg@rambler.ru

Долговечность дуговых осветительных ламп существенно зависит от стабильности эмиссионных свойств их электродов [1-4]. В настоящее время в таких лампах применяются электроды, состоящие из вольфрамового керна, на который напрессована в виде цилиндра спеченная масса из смеси порошков вольфрама и эмиссионного вещества, содержащего оксиды щелочноземельных металлов [4]. В процессе работы лампы разряд горит на торец керна и спеченная масса нагревается до температуры порядка 1500 К, при которой происходит испарение атомов эмиссионного вещества с поверхности спеченной массы и их перенос в объеме разрядной колбы. Часть из них осаждается на торце керна электрода, что снижает работу выхода его поверхности и приводит к уменьшению рабочей температуры. Напыление же эмиссионного вещества на стенку разрядной колбы ухудшает её прозрачность.

В данной работе рассчитана плотность потоков эмиссионного вещества, осаждающегося на поверхности электродов и стенке колбы, а также исследована их зависимость от давления газа.

Испаряемые с поверхности спеченной массы атомы эмиссионного вещества имеют энергию порядка средней тепловой энергии атомов газа, поэтому их движение в разрядном объеме происходит в диффузионном режиме. Концентрация N таких атомов описывается двухмерным нестационарным уравнением диффузии, которое в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(D\frac{\partial N}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(D\frac{\partial N}{\partial z}\right), \quad (1)$$

где $D=D(T)$ – коэффициент диффузии испаренных атомов в газе, зависящий от его температуры.

В силу симметрии колбы граничные условия на оси $r=0$ и в плоскости $z=0$ (рис. 1) имеют вид

$$\frac{\partial N}{\partial r}(0,z)=0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial z}(r,0)=0. \quad (3)$$

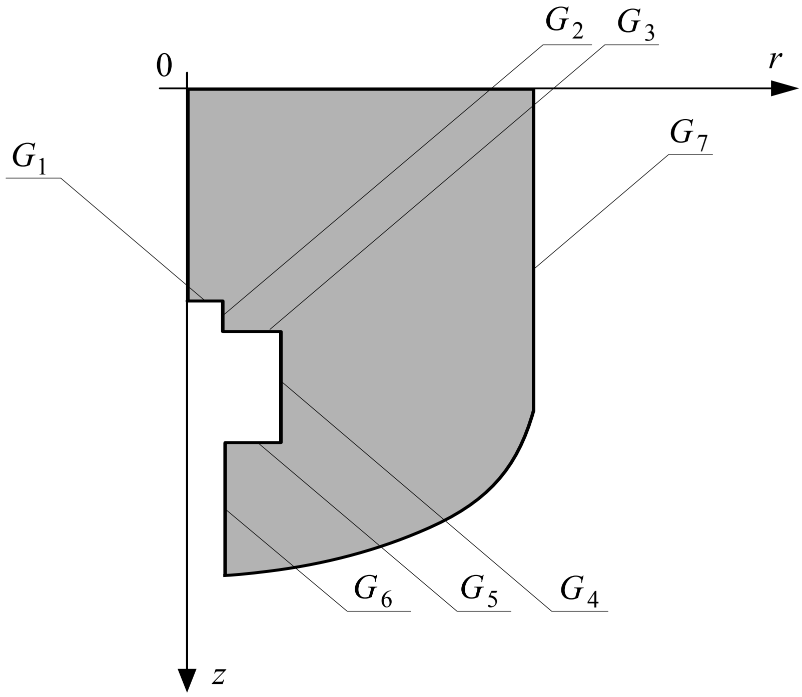

Рис. 1. Расчетная область

Поскольку коэффициент конденсации испаренных атомов на твердых поверхностях близок к единице [5], на участках границы G_1, G_2, G_6 и G_7, т.е. на поверхностях вольфрамового стержня и стенке колбы, можно записать условие:

$$N\left(r_b, z_b\right) = 0, \qquad (4)$$

где r_b, z_b – координаты точек соответствующего участка границы.

На участках G_3, G_4 и G_5, т.е. на поверхности спеченной массы, где происходит одновременное испарение и переосаждение эмиссионного вещества, граничное условие имеет вид [6]:

$$N\left(r_b, z_b\right)\frac{\overline{v}}{2} - D\frac{\partial N\left(r_b, z_b\right)}{\partial n} = 2v_e, \qquad (5)$$

где $\overline{v} = \sqrt{8kT_b/\pi m}$ – средняя скорость испаренных атомов, T_b – температура поверхности спеченной массы, v_e – скорость испарения эмиссионного вещества, m – масса его атома, n – нормаль к поверхности.

Соотношения (1)–(5) определяют краевую задачу для уравнения параболического типа с граничными условиями первого, второго и третьего рода.

Для нахождения ее численного решения введем сетку в цилиндрической системе координат с шагами в направлении осей r и z, равными соответственно h_r и h_z, и зададим сеточные значения функций $N_{ij} = N\left(i\,h_r, j\,h_z\right)$, где $i = \overline{1, L_j}$, $j = \overline{1, M_i}$, причем, ввиду сложной формы расчетной области, $L_j = L\left(j\right)$, $M_i = M\left(i\right)$. На сетке запишем неявную конечно-разностную схему для уравнения (1), используя метод переменных направлений [7], что дает

$$\frac{N_{ij}^{k+1/2}-N_{ij}^{k}}{\Delta t/2}=\Lambda_2 N_{ij}^{k+1/2}+\Lambda_1 N_{ij}^{k}, \quad (6)$$

$$\frac{N_{ij}^{k+1}-N_{ij}^{k+1/2}}{\Delta t/2}=\Lambda_2 N_{ij}^{k+1/2}+\Lambda_1 N_{ij}^{k+1}, \quad (7)$$

где разностные операторы $\Lambda_2 N_{ij}$, $\Lambda_1 N_{ij}$ определяются выражениями:

$$\Lambda_2 N_{ij}=\frac{1}{h_z}\left(\frac{a_{i,j+1}}{h_z^*}N_{i,j+1}-\left(\frac{a_{i,j+1}}{h_z^*}+\frac{a_{ij}}{h_z}\right)N_{ij}+\frac{a_{ij}}{h_z}N_{i,j-1}\right),$$

$$\Lambda_1 N_{ij}=\frac{1}{r_i}\frac{1}{h_r}\left(\frac{\overline{r}_{i+1}b_{i+1,j}}{h_r^*}N_{i+1,j}-\left(\frac{\overline{r}_{i+1}b_{i+1,j}}{h_r^*}+\frac{\overline{r}_j b_{ij}}{h_r}\right)N_{ij}+\frac{\overline{r}_i b_{ij}}{h_r}N_{i-1,j}\right),$$

$$a_{ij}\left(z_j\right)=\left(D_{i,j-1}+D_{ij}\right)\big/2,\ \ b_{ij}\left(r_i\right)=\left(D_{i-1,j}+D_{ij}\right)\big/2,$$

$$\overline{r}_i=r_i-\frac{h_r}{2},\ \ \overline{r}_{i+1}=r_{i+1}-\frac{h_r^*}{2}.$$

При этом участки границы G_1–G_6 определяются следующим образом:

$$\begin{gathered}G_1:\ 0\le i\le l_1,\ j=m_1;G_2:\ i=l_1,\ m_1\le j\le m_2;G_3:\ l_1\le i\le l_2,\ j=m_2;\\ G_4:\ i=l_2,\ m_2\le j\le m_3;G_5:\ l_1\le i\le l_2,\ j=m_3;G_6:\ i=l_1,\ m_3\le j\le M_i.\end{gathered} \quad (8)$$

Выражение (6) можно преобразовать к виду

$$p_j N_{i,j-1}^{k+1/2}-q_j N_{ij}^{k+1/2}+s_j N_{i,j+1}^{k+1/2}=-f_j, \quad (9)$$

где

$$p_j=\frac{a_{ij}}{h_z},\ q_j=\frac{a_{i,j+1}}{h_z^*}+\frac{a_{ij}}{h_z}+\frac{2h_z}{\Delta t},\ s_j=\frac{a_{i,j+1}}{h_z^*},$$

$$f_j=\frac{2h_z}{\Delta t}\left(N_{ij}^{k}+\frac{\Delta t}{2}\Lambda_1 N_{ij}^{k}\right).$$

Аналогично, из выражения (7) следует

$$p_i N_{i-1,j}^{k+1}-q_i N_{ij}^{k+1}+s_i N_{i+1,j}^{k+1}=-f_i, \quad (10)$$

где

$$p_i=\frac{\overline{r}_i b_{ij}}{r_i h_r},\ q_i=\frac{\overline{r}_{i+1}b_{i+1,j}}{r_i h_r^*}+\frac{\overline{r}_i b_{ij}}{r_i h_r}+\frac{2h_r}{\Delta t},\ s_i=\frac{\overline{r}_{i+1}b_{i+1,j}}{r_i h_r^*},$$

$$f_i=\frac{2h_r}{\Delta t}\left(N_{ij}^{k+1/2}+\frac{\Delta t}{2}\Lambda_2 N_{ij}^{k+1/2}\right).$$

Разностная аппроксимация граничного условия (2) может быть записана в виде [7]:

$$\frac{b_{1,j}}{h_r/4}\frac{N_{1,j}^{k+1}-N_{0,j}^{k+1}}{h_r}=\frac{N_{0,j}^{k+1}-N_{0,j}^{k+1/2}}{\Delta t/2}-\Lambda_2 N_{0,j}^{k+1/2} \quad (11)$$

или

$$N_{0,j}^{k+1}=\alpha_1 N_{1,j}^{k+1}+\beta_1, \quad (12)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{2b_{1,j}\Delta t}{2b_{1,j}\Delta t + h_r^2},\ \beta_1 = \frac{h_r^2 N_{0,j}^{k+1/2} + \frac{h_r^2 \Delta t}{2}\Lambda_2 N_{0,j}^{k+1/2}}{2b_{1,j}\Delta t + h_r^2},$$

а граничного условия (3) в виде [7]:

$$\frac{a_{i,1}}{h_z/2}\frac{N_{i,1}^{k+1/2} - N_{i,0}^{k+1/2}}{h_z} = \frac{N_{i,0}^{k+1/2} - N_{i,0}^{k}}{\Delta t/2} - \Lambda_1 N_{i,0}^{k} \quad (13)$$

или

$$N_{i,0}^{k+1/2} = \alpha_2 N_{i,1}^{k+1/2} + \beta_2, \quad (14)$$

где

$$\alpha_2 = \frac{a_{i,1}\Delta t}{a_{i,1}\Delta t + h_z^2},\ \beta_2 = \frac{h_z^2 N_{i,0}^{k} + \frac{h_z^2 \Delta t}{2}\Lambda_1 N_{i,0}^{k}}{a_{i,1}\Delta t + h_z^2}.$$

Аналогично, разностная аппроксимация граничного условия (5) для участка G_3 может быть представлена в форме

$$-\frac{a_{i,m_2}}{h_z/2}\frac{N_{i,m_2}^{k+1/2} - N_{i,m_2-1}^{k+1/2}}{h_z} = \frac{N_{i,m_2}^{k+1/2} - N_{i,m_2}^{k}}{\Delta t/2} - \Lambda_1 N_{i,m_2}^{k} + \left(\frac{\overline{v}}{2} N_{i,m_2}^{k+1/2} - 2v_e\right)\frac{1}{h_z/2} \quad (15)$$

или

$$N_{i,m_2}^{k+1/2} = \alpha_3 N_{i,m_2-1}^{k+1/2} + \beta_3, \quad (16)$$

где

$$\alpha_3 = \frac{a_{i,m_2}}{a_{i,m_2} + \frac{h_z^2}{\Delta t} + \frac{h_z \overline{v}}{2}},\ \beta_3 = \frac{\frac{h_z^2}{\Delta t} N_{i,m_2}^{k} + \frac{h_z^2}{2}\Lambda_1 N_{i,m_2}^{k} + 2h_z v_e}{a_{i,m_2} + \frac{h_z^2}{\Delta t} + \frac{h_z \overline{v}}{2}}.$$

Для граничного участка G_4 разностная аппроксимация граничного условия (5) имеет вид

$$\frac{\overline{r}_{l_2+1}}{r_{l_2+1}}\frac{b_{l_2+1,j}}{h_r/2}\frac{N_{l_2+1,j}^{k+1} - N_{l_2,j}^{k+1}}{h_r} = \frac{N_{l_2,j}^{k+1} - N_{l_2,j}^{k+1/2}}{\Delta t/2} - \Lambda_2 N_{l_2,j}^{k+1/2} + \left(\frac{\overline{v}}{2} N_{l_2,j}^{k+1} - 2v_e\right)\frac{1}{h_r/4} \quad (17)$$

или

$$N_{l_2,j}^{k+1} = \alpha_4 N_{l_2+1,j}^{k+1} + \beta_4, \quad (18)$$

где

$$\alpha_4 = \frac{\frac{\overline{r}_{l_2+1}}{r_{l_2+1}} b_{l_2+1,j}}{\frac{\overline{r}_{l_2+1}}{r_{l_2+1}} b_{l_2+1,j} + \frac{h_r^2}{\Delta t} + \frac{h_r \overline{v}}{2}},\ \beta_4 = \frac{\frac{h_r^2}{\Delta t} N_{l_2,j}^{k+1/2} + \frac{h_r^2}{2}\Lambda_2 N_{l_2,j}^{k+1/2} + 2h_r v_e}{\frac{\overline{r}_{l_2+1}}{r_{l_2+1}} b_{l_2+1,j} + \frac{h_r^2}{\Delta t} + \frac{h_r \overline{v}}{2}}.$$

Для участка G_5 разностная аппроксимация граничного условия (5) задается выражением

$$\frac{a_{i,m_3+1}}{h_z/2}\frac{N_{i,m_3+1}^{k+1/2} - N_{i,m_3}^{k+1/2}}{h_z} = \frac{N_{i,m_3}^{k+1/2} - N_{i,m_3}^{k}}{\Delta t/2} - \Lambda_1 N_{i,m_3}^{k} + \left(\frac{\overline{v}}{2} N_{i,m_3}^{k+1/2} - 2v_e\right)\frac{1}{h_z/2} \quad (19)$$

или

$$N_{i,m_3}^{k+1/2} = \alpha_5 N_{i,m_3+1}^{k+1/2} + \beta_5, \quad (20)$$

где

$$\alpha_5 = \frac{a_{i,m_3+1}}{a_{i,m_3+1} + \frac{h_z^2}{\Delta t} + \frac{h_z \overline{v}}{2}}, \ \beta_5 = \frac{\frac{h_z^2}{\Delta t} N_{i,m_3}^k + \frac{h_z^2}{2} \Lambda_1 N_{i,m_3}^k + 2h_z v_e}{a_{i,m_3+1} + \frac{h_z^2}{\Delta t} + \frac{h_z \overline{v}}{2}}.$$

Таким образом, для полушага $(k+1/2)$ получается система конечно-разностных уравнений для величин $N_{ij}^{k+1/2}$, которая может быть решена методом трехточечной прогонки [7] в направлении оси z. Для полушага $(k+1)$ аналогично находится система конечно-разностных уравнений для величин N_{ij}^{k+1}, которая также может быть решена методом трехточечной прогонки в направлении оси r.

Соотношения (21) и (22) используются последовательно на каждом шаге по времени Δt до достижения установившегося распределения концентрации испаренных атомов во всех узлах сетки.

После этого с использованием разностных аппроксимаций выражения

$$J = -D\frac{\partial N}{\partial n} \quad (21)$$

вычисляются плотности потоков эмиссионного вещества на участки границы разрядного объема. В частности, для торца керна электрода, т.е. для участка G_1, (21) принимает вид

$$J(i) = -a_{i,m_1}\frac{N_{i,m_1} - N_{i,m_1-1}}{h_z}, \ \ 0 \le i \le l_1. \quad (22)$$

Вычисления проводились для геометрии и разрядных условий, соответствующих лампе ДРЛ-400 [3]: диаметр колбы – 20,6 мм, её длина – 96 мм, наполнение колбы – аргон (при $T = 300$ К его давление $P = 2660$ Па) и 50 мг ртути, шаги сетки выбирались равными $\Delta r = 1 \cdot 10^{-4}$ м, $\Delta z = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ м.

Полученная относительная разность полных потоков эмиссионного вещества, испаряемого с электрода и осаждающегося на поверхностях, ограничивающих разрядный объем, в проведенных расчетах не превосходит 5%, что подтверждает приемлемую точность использованного метода решения краевой задачи (1)–(5).

Найденные распределения плотности потока испаренных со спеченной массы атомов эмиссионного вещества вдоль стенки разрядной колбы и торца керна электрода на этапе зажигания лампы и в установившемся режиме представлены на рис. 2 и 3 соответственно.

При расчете значений величин $D(T)$, $\overline{v}(T)$ и $v_e(T)$ использованы распределения температуры в колбе лампы, найденные методом, описанным в [8], причем в установившемся режиме использовалось экспериментально найденное распределение температуры вдоль стенки разрядной колбы, а для этапа зажигания она принималась равной 293 К.

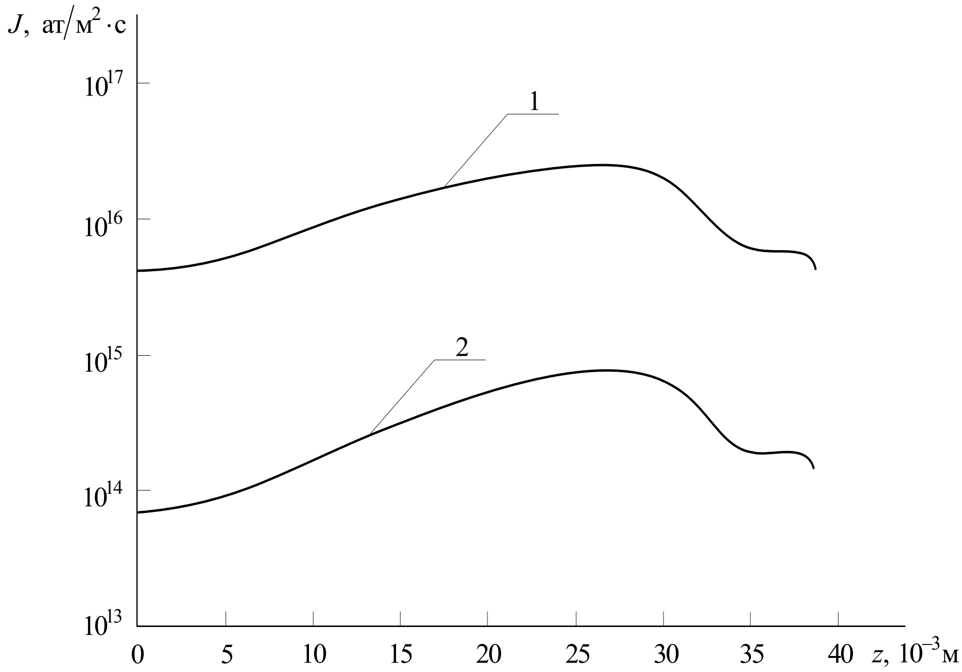

Рис. 2. Распределение плотности потока эмиссионного вещества вдоль стенки разрядной колбы лампы: 1 – на этапе зажигания; 2 – в установившемся режиме

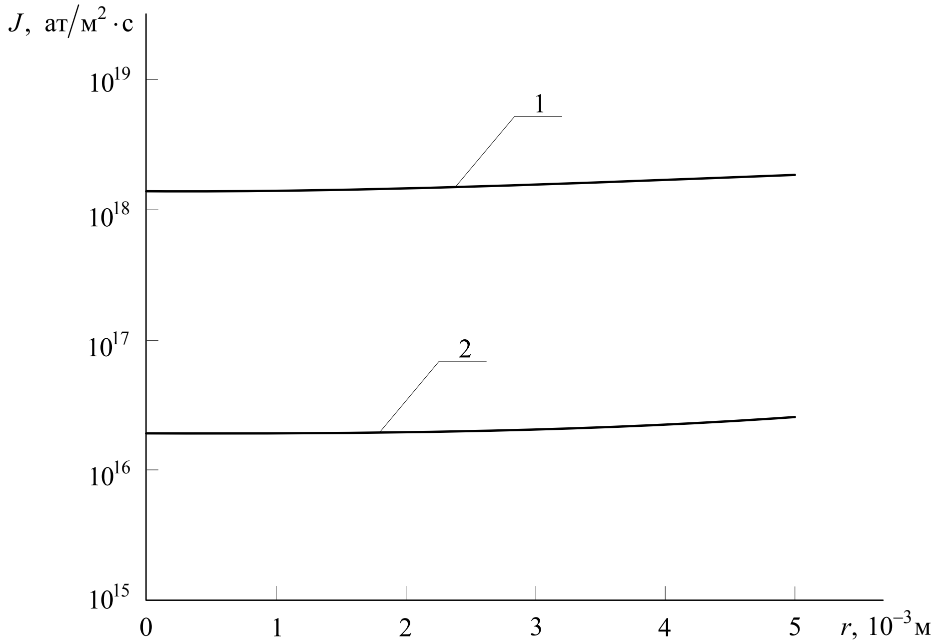

Рис. 3. Распределение плотности потока эмиссионного вещества вдоль торца керна электрода: 1 – на этапе зажигания; 2 – в установившемся режиме

Из рис. 2 и 3 следует, что на этапе зажигания лампы, когда давление газа в разрядном объеме составляет 2660 Па, плотность потока испаренных атомов на стенку колбы в 50 раз, а на торец керна электрода в 100 раз больше, чем в установившемся режиме при давлении порядка атмосферного, когда более 90% испаряющихся атомов возвращаются на поверхность спеченной массы. Следовательно, основная масса эмиссионного вещества покидает электрод на этапе разогрева лампы.

1.Д.Уэймаус. Газоразрядные лампы. М.: Энергия, 1977. 344 с.
2.С. П. Решенов Катодные процессы в дуговых источниках излучения. М.: МЭИ, 1991. 252 с.
3.Г. Н. Рохлин Газоразрядные источники света. М. : Энергоатомиздат, 1991. 720 с.
4.G.G.Bondarenko, M.R.Fisher, V.I.Kristya, V.V.Prassitski. Electrode material transport and re-deposition in high-intensity arc discharge lamps // Vacuum. 2004. V. 73, № 2. P. 155–159.
5.А. Г.Жиглинский, В. В.Кучинский, Е. Г.Шейкин. Перенос распыленных атомов в газоразрядной плазме // ЖТФ. 1986. Т. 56, № 9. С. 1718–1723.
6. M.S. Benilov, S.Jacobsson, A.Kaddani, S.Zahrai. Vaporization of a solid surface in an ambient gas // J. Phys. D: Appl. Phys. 2001. V. 34, № 13. P. 1993–1999.
7. А. А.Самарский. Теория разностных схем. М. : Наука, 1977. 600 с.
8. Г.Г.Бондаренко,В.И.Кристя,В.В.Прасицкий,М.Р.Фишер. Моделирование теплового баланса электродов в осветительных лампах дугового разряда переменного тока. // Наукоемкие технологии. 2002. N 5. С.30-34.