РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ И ФАЗЫ ПОЛЯ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД ДЛЯ СТИГМАТИЧНОГО ПЛОСКОГО И НЕПЛОСКОГО РЕЗОНАТОРА

К.Ю. Королев, И.И. Савельев, Ю.В. Стахмич Московский государственный институт электроники и математики E-mail: i.saveliev@gmail.com, y.stakhmich@live.ru

In the article dependences of an intensity and a phase of a field of the first cross-section modes on cross-section co-ordinates are analysed. It is shown that in defined approximation it is possible to present field distribution in the form of superposition of products of the vectors setting a condition of the polarisation and not dependent on cross-section co-ordinates, on the scalar functions, giving cross-section distribution of a field.

Кольцевым неплоским резонаторам посвящено значительное число работ [1-3], однако в большинстве из них рассматриваются характеристики продольных мод. Поперечные моды стигматического неплоского кольцевого оптического резонатора исследуются в работе [4], однако в ней описывается только интенсивность поля.

В настоящей работе показаны распределения как скалярных амплитуд, так и фаз поля поперечных мод резонатора, описанного в работе [4].

Используя метод *ABCD*-матриц, обобщённый на случай неплоского резонатора в работе [5], можно получить матрицу полного обхода резонатора. Найдя собственные числа этой матрицы, можно получить спектр частот поперечных мод стигматического неплоского резонатора:

$$v_{mn} = \frac{c}{2\pi L} \{ 2\pi l + (m+n+1)\Theta + (m-n\pm 1)\Phi \}$$
(1)

где L – периметр резонатора, м, Φ - угол поворота изображения после полного обхода лучом резонатора, рад, l – целое число волн, укладывающихся вдоль оси резонатора, c – скорость света, м/с, m, n – поперечные индексы мод, Θ – характеристический угол.

Зная собственные векторы матрицы *АВСD*, можно построить распределение поля поперечных мод резонатора:

$$\psi_{mn} = \psi_{00} H_{mn}(t, v), \tag{2}$$

где ψ_{00} - функция распределения поля для моды ТЕМ00. Вид функции ψ_{00} для стигматического резонатора:

$$\psi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}L} \exp\left(-\frac{k\sin\Theta(x^2 + y^2)}{2L}\right) \exp\left(\frac{k(x^2 + y^2)}{4f} + \frac{\pi}{4}\right), \quad (3)$$

где k – волновое число, L – периметр резонатора, м, x, y – координаты точки на рассматриваемой плоскости, перпендикулярной направлению распространения луча, m, n – поперечные индексы мод, f – фокусное расстояние линзы, м, Θ – характеристический угол, $H_{mn}(t,v)$ - обобщенный двумерный полином Эрмита [6]:

$$H_{mn}(t,v) = t_1^m t_2^n - \left[\frac{1}{2}\frac{m(m-1)}{1}v_{11}t_1^{m-2}t_2^n + \frac{mn}{1}v_{12}t_1^{m-1}t_2^{n-1} + \frac{1}{2}\frac{n(n-1)}{1}v_{22}t_1^m t_2^{n-2}\right] + \dots$$
(4)

Параметры полиномов Эрмита для стигматического резонатора:

$$t = i2k\sin\theta \begin{bmatrix} x + iy \\ x - iy \end{bmatrix}$$
(5)
$$v = 4kL\sin\theta \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(6)

Функция распределения поля в резонаторе комплексная, физический смысл имеют квадрат ее модуля (интенсивность поля) и аргумент (фаза поля).

Были аналитически получены выражения для амплитуды и фазы поля мод TEM₀₀, TEM₀₁, TEM₁₀ и TEM₂₀. Используя полученные выражения, были проведены численные расчеты интенсивностей и фаз для случая плоского и неплоского стигматического резонатора со следующими параметрами: расстояние между зеркалами резонатора a = 0.04 м, фокусное расстояние линзы f = 1.2 м, длина волны $\lambda = 0.63 \times 10^{-6}$ м, интервалы декартовых координат на плоскости, перпендикулярной направлению распространения луча x = [-0.002; 0.002], y = [-0.002; 0.002]

Зависимости интенсивностей исследованы в работе [4], где было показано, что зависимости интенсивностей мод в плоских и неплоских резонаторах заметно отличаются. Если в плоских резонаторах они имеют зеркальную симметрию относительно поперечных осей, то в неплоских резонаторах они приобретают осевую симметрию.



Рис. 1. График распределения интенсивности поля для ТЕМ₁₀ для плоского (слева) и неплоского (справа) резонатора

Распределение фаз в ещё большей степени зависит от неплоскостности резонатора. Если для основной и симметричных по поперечными индексам *m*

и *п* мод эти отличия малозаметны (рис. 2), то для мод высшего порядка они могут отличаться радикально (рис. 3, 4).



Рис. 2. График распределения фазы поля для ТЕМ₀₀ для плоского (слева) и неплоского (справа) резонатора



Рис. 3. График распределения фазы поля для TEM₀₁ для плоского (слева) и неплоского (справа) резонатора



Рис. 4. График распределения фазы поля для TEM₁₀ для плоского (слева) и неплоского (справа) резонатора

Вообще говоря, реальные функции распределения поля мы должны представить в виде комбинаций собственных функций, вырожденных по частоте, с учетом поляризации:

$$E = \Psi_{mn} \vec{p}_1 \pm \Psi_{mn} \vec{p}_2. \tag{7}$$

Учитывая, что комбинировать собственные функции мы можем только в случае равных частот, то комбинацию функций мы можем получить только для E_{10} , что следует из (1). Соответственно, в зависимости от поляризационного вектора p, мы получим 2 волновых комбинации: E_{101} и E_{10-1} :

$$E_{101} = \psi_{01} \overrightarrow{p_{1}} + \psi_{10} \overrightarrow{p_{-1}} = \psi_{01} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \psi_{10} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix},$$
(8)

$$E_{10-1} = \psi_{01} \overrightarrow{p_{1}} - \psi_{10} \overrightarrow{p_{-1}} = \psi_{01} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} - \psi_{10} \begin{bmatrix} \overline{1} \\ i \end{bmatrix}.$$
(9)

Тогда распределение фазы для TEM_{10} в неплоском резонаторе будет иметь вид как на рис. 5, справа.



Рис. 5. График распределения фазы поля для TEM₁₀ для плоского резонатора (слева) и для неплоского резонатора с учетом поляризации (справа)

При этом поляризация для E₁₀₁ и E₁₀₋₁ будет иметь вид, приведенный на рис. 6.



Рис. 6. Поляризация для Е₁₀₁, (слева) и для Е₁₀₋₁ (справа)

1. М.М.Попов Резонаторы для лазеров с развёрнутыми направлениями главных кривизн. Метод параболического уравнения // Оптика и спектроскопия. – 1968. - Т. 25, №2.

2. J.A.Arnaud Nonorthogonal Optical Waveguides and Resonators // The Bell Technical Journal. – 1970. – Vol. 49, № 11. - P. 2311 - 2348.

3. И.И.Савельев, А.М.Хромых Продольные моды объемного кольцевого резонатора // Квантовая электроника. – 1976. - Т. 3, выпуск 7. - С. 1517-1526.

4. П.В.Молчанов, И.И.Савельев, Ю.В.Стахмич. Пространственное распределение электромагнитного поля и спектр частот поперечных мод стигматичного неплоского

кольцевого оптического резонатора // Труды X Межвузовской научной школы молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине» / под ред. профессора Б.С. Ишханова и профессора Л.С. Новикова / МГУ. – 2009. – С. 38 – 42.

5. И.И.Савельев, Ю.В.Стахмич. Обобщение метода ABCD – матриц на случай неплоского кольцевого оптического резонатора // Труды IX Межвузовской научной школы молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине» / под ред. профессора Б.С. Ишханова и профессора Л.С. Новикова / МГУ. – 2008. – С. 79 – 83.

6. Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с. англ. – М.: Наука, 1974. – 832 с.