

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ТЕРМОВОЛНОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА СЛОИСТЫХ СИСТЕМ

Г.Г. Бондаренко<sup>1</sup>, М.А. Кокин<sup>2</sup>, Д.С. Пятых<sup>2</sup>, М.М. Якункин<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> ФГБНУ «Научно-исследовательский институт перспективных материалов и технологий»; <sup>2</sup> Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)  
E-mail: bondarenko\_gg@rambler.ru

В настоящее время резко повысился интерес к использованию в различных областях науки и техники многослойных материалов (в качестве примера можно назвать термозащитные покрытия для космических аппаратов). Увеличивающийся интерес к многослойным материалам повлек за собой разработку методов для измерения их свойств. Тепловая проводимость границ раздела слоёв  $\alpha_{12}$  является одним из основных свойств теплопереноса в таких материалах. Методы её определения для тонкослойных материалов довольно трудоемки. Большинство материалов было изучено при помощи серии экспериментов с использованием импульсных поверхностных источников тепла при высоких температурах. Существующие теоретические исследования процесса передачи тепла через многослойные материалы в зависимости от толщины и тепловых свойств отдельных слоев варьируются от методов разделения переменных до рекурсионных методов.

В этих исследованиях решается задача теплопереноса для слоистых систем в зависимости от количества повторений слоев, т.е. количества двухслойных структур. В экспериментах на верхнюю поверхность образца заданной толщины подается лазерный импульс при постоянной температуре окружающей среды и измеряется температура задней или передней поверхности. По мере того, как переданное импульсом тепло распространяется внутри образца, температура верхней поверхности уменьшается, а нижней - увеличивается. Через некоторое время за счет теплопотерь температура всего образца становится равной температуре окружающей среды. Тепловая проводимость границ раздела слоёв рассчитывается с помощью моделирования температурного поля на одной из его поверхностей.

Эксперименты над многослойными образцами, проведенные ранее, анализировались при помощи решения уравнения теплопроводности при заданных граничных условиях, которое позволяло смоделировать распределение тепла внутри материала. Хотя данный метод и позволяет произвести анализ, он требует наличия граничного условия для каждой границы, а полученные аналитические выражения недостаточно точно описывают поведение температурного поля в образце в целом.

Известно, что эффективным способом решения подобных проблем является применение метода спектрального анализа [1]. Особенности его использования для анализа фотоакустических процессов рассмотрены в [2]. Он позволяет найти характеристики сложных линейных систем, зная лишь отклик системы на внешнее  $\delta$ -образное возмущение. Однако возможность применения двустороннего преобразования Фурье для описания тепловых процессов до настоящего времени не рассматривалась.

В связи с этим представляет интерес исследование спектральных слоистых систем излучением лазеров, работающих в периодическом импульсном режиме. Известно [3], что при таком нагреве осциллирующая составляющая квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  может быть представлена линейной суперпозицией температурных колебаний с дискретным спектром частот, который совпадает со спектром частот внешнего теплового источника. Хотя такое представление позволяет дать описание температурного поля адекватное физическому эксперименту [4], с увеличением числа свободных параметров оно приводит к громоздким выражениям, вычисление по которым вызывает трудности даже при использовании машинного счета. Возникает вопрос о возможности исследования тепловых свойств многослойных систем методом, не связанным с детальным анализом процессов в самой системе.

Предлагаемый подход основан на известной теореме, согласно которой в линейных моделях спектры частот внешнего источника возмущения и отклика системы на него должны совпадать. Осциллирующая составляющая

квазистационарного температурного поля, удовлетворяющая требованию этой теоремы, имеет вид

$$\Theta(t, x) = \frac{2}{\alpha} \sum_{k=1}^{k=\infty} \operatorname{Re}[c_k H_k(x) \exp(i\omega_k t)], \quad (1)$$

где  $\alpha = 4\sigma\epsilon\bar{T}^3$  – линейризованный коэффициент теплопотерь,  $\bar{T}$  – стационарная температура образца,  $H_k(x)$  – пространственная часть  $k$ -той моды колебаний,  $\omega_k = 2\pi k / t_n$  – спектр частот внешнего теплового источника,  $t_n$  – период следования импульсов лазерной генерации,  $c_k$  – коэффициенты Фурье разложения поглощенной плотности мощности лазерного излучения  $q(t)$  в ряд.

Чтобы перейти к характеристике образца во временной области, представим решение (1) в векторной форме

$$\alpha \Theta \cdot \mathbf{e} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{e}, \quad (2)$$

где  $\Theta = \{\Theta_k\}$  – вектор-строка коэффициентов Фурье разложения осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  в ряд,

$\mathbf{c} = \{c_k\}$  – диагональная матрица коэффициентов Фурье  $c_k$  разложения плотности поглощенной мощности лазерного излучения  $q(t)$  в ряд,

$\mathbf{H} = [H_k(x)]$  – вектор-столбец пространственных мод колебаний  $H_k(x)$ ,

$\mathbf{e} = \{\exp(i\omega_k t)\}$  – система базисных векторов,

$\alpha$  – линейризованный коэффициент теплопотерь.

Отсюда следует выражение для вектора  $\mathbf{H}$

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{e} = \alpha \mathbf{c}^{-1} \cdot \Theta \cdot \mathbf{e}. \quad (3)$$

и соотношение между спектральными амплитудами, то есть пространственной модой колебаний  $H_k(x)$  и коэффициентами Фурье  $c_k$  и  $\Theta_k$  разложения в ряд плотности поглощенной мощности лазерного излучения  $q(t)$

и осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  соответственно

$$H_k(x) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k. \quad (4)$$

Очевидно, что функция  $h(t, x)$ , которая является характеристикой образца во временной области на отрезке  $t \in [0, t_n]$  (импульсная характеристика образца) равна

$$h(t, x) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0 \\ k=\infty}} H_k(x) \exp(i\omega_k t). \quad (5)$$

При  $q_0 = \alpha = 1$  она может рассматриваться как результат действия на образец периодического импульсного  $\delta$ -образного источника тепла.

В результате векторное представление осциллирующей составляющей квазистационарного температурного поля  $\Theta(t, x)$  становится близким к представлению, разработанному в теории спектрального анализа электромагнитных сигналов [1].

Дальнейший анализ существенно зависит от того, исследуются ли спектральные характеристики температурного сигнала системы пленка-подложка (FF – нагрев и измерение пирометрического сигнала передней поверхности образца) или тонких многослойных образцов (FR – нагрев поверхности образца спереди, измерение сзади).

В первом случае для исследования изменения формы пульсаций температуры  $\Theta(t, 0)$  с поверхности образца в зависимости от величины тепловой проводимости  $\alpha_{12}$  в работе был использован коэффициент корреляции

$$r(\alpha_{12}) = \frac{\sum_k \operatorname{Re}\{H_k^1(\infty) H_k^{1*}(\alpha_{12})\}}{\sqrt{\sum_k |H_k^1(\infty)|^2} \sqrt{\sum_k |H_k^1(\alpha_{12})|^2}}, \quad (6)$$

где  $H_k^1(\infty)$ ,  $H_k^{1*}(\alpha_{12})$  значения спектральных амплитуд пирометрического сигнала при идеальной тепловой проводимости границы раздела и её конечном значении соответственно.

Во втором случае для описания прохождения температурного сигнала через многослойный образец и установления связи входной и выходной характеристик системы, во временной области используется уравнение круговой свертки

$$H(t, l) = h(t) * H(t, 0) = \int_{-t_n/2}^{+t_n/2} h(\tau) H(t - \tau, 0) d\tau \quad (7)$$

а в частотной – её Фурье-образ

$$H_k(l) = h(k) \cdot H_k(0). \quad (8)$$

Здесь  $h(k)$  – комплексный коэффициент передачи,  $l$  – геометрический размер системы.

Согласно (4), входной сигнал  $H(t, 0)$  (внешнее тепловое воздействие на систему) в частотной области определяется через спектральные амплитуды теплового источника и осцилляций температуры соотношением  $H_k(0) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k(0)$ . Аналогично для выходного сигнала имеем  $H_k(l) = \alpha c_k^{-1} \cdot \Theta_k(l)$ . Отсюда следует, что коэффициент передачи не зависит от величины теплового потока  $q(t)$ , коэффициента теплопотерь  $\alpha$  и равен

$$h(k) = H_k(l) / H_k(0) = \Theta_k(l) / \Theta_k(0), \quad (9)$$

то есть определяется только через измеряемые экспериментально спектральные амплитуды осцилляций температуры на передней и задней поверхностях образца.

Чтобы прийти к известному результату, заметим, что прохождение температурного сигнала через многослойную систему можно описывать последовательно как прохождение через  $i$ -тый слой и границу раздела  $i$ -того и  $i+1$ -го слоев, имеющих коэффициенты передачи  $h_i$  и  $h_{i,i+1}$  соответственно, так что коэффициент передачи многослойного материала, состоящего из  $j$  слоев равен

$$h(k) = \prod_{i=1}^j h_i(k) h_{i,i+1}(k) \quad (10)$$

Видно, что при таком подходе система связанных дифференциальных уравнений теплового баланса для многослойного образца заменяется алгебраическим (10), а многослойный образец можно представить в виде «черного ящика». Так как выражения для коэффициентов передачи  $h_i$  и  $h_{i,i+1}$  рассчитываются с помощью уравнения теплопроводности, то связь между теплофизическими и спектральными характеристиками теплового процесса можно установить с помощью параметрической модели.

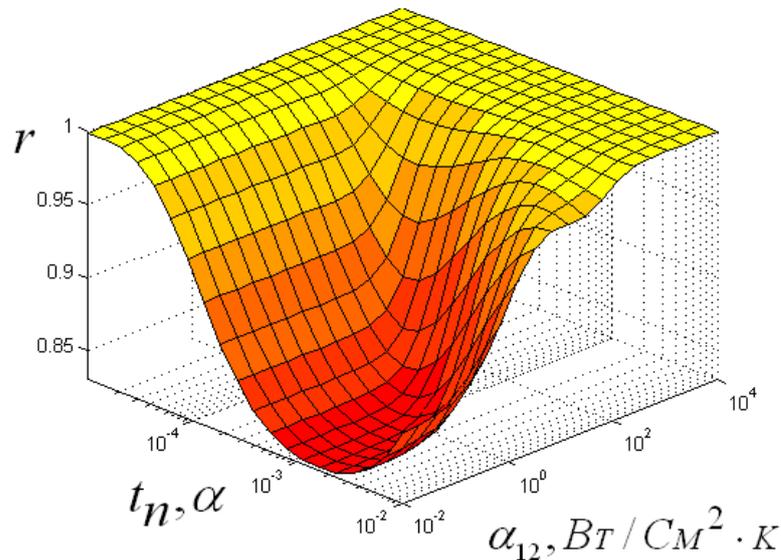


Рис. 1. Зависимость коэффициента корреляции  $r$  от величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  и периода следования импульсов лазерной генерации  $t_p$  для системы вольфрамовая пленка (0,1мкм) – кремниевая подложка (1мм)

Приведенные соотношения показывают существенное отличие предложенного подхода от методов, разработанных в теории спектрального анализа. Основным инструментом этих методов  $\delta(t)$ - функция и ее интегральное представление Фурье

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\omega t) d\omega$$

описывают разные теплофизические процессы.

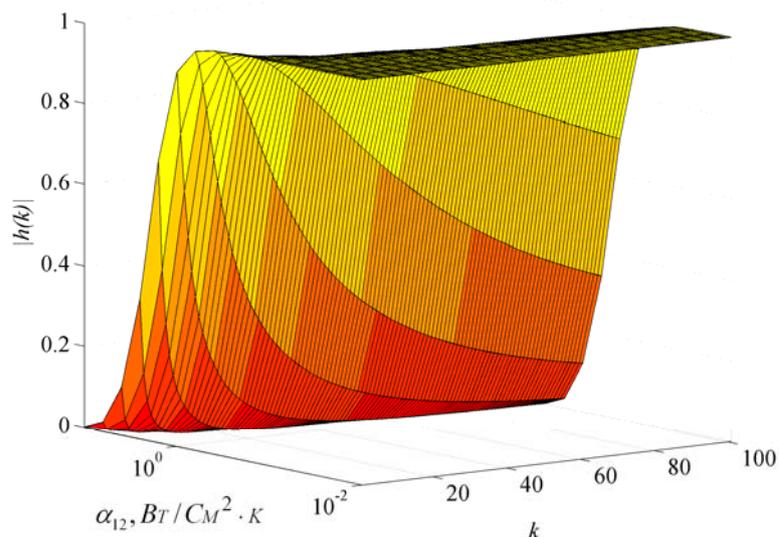


Рис. 2. Зависимость модуля частотной характеристики  $|h(k)|$  от номера спектральной амплитуды  $k$  при различных значениях величины тепловой проводимости границы раздела  $\alpha_{12}$  для системы вольфрам (0,1мкм) – кремний (0,1мкм), рассчитанная по формуле (10)

В первом случае имеет место перенос тепла, в то время как во втором среднее количество тепла, переносимое за период, равно нулю. В результате решения, полученные с использованием временной зависимости  $\delta(t)$ , и ее представления Фурье не совпадают. Другая ситуация возникает при использовании периодических  $\delta$ -образных источников тепла, которые возникают при использовании излучения лазеров, работающих в периодическом импульсном режиме. В этом случае тепло не переносится, а для  $\delta(t)$  - функции может использовано её спектральное представление.

Результаты математического моделирования спектральных характеристик слоистых систем приведены на рис. 1,2.

Видно, что по спектральным характеристикам температурного сигнала с высоким разрешением можно диагностировать состояние границ раздела слоистых систем.

2. В.П. Жаров, В.С. Летохов. Лазерная оптико-акустическая спектроскопия, М.: Наука, 1984. 320 с.
3. Г.Г. Бондаренко, М.М. Якункин. Исследование спектральных характеристик тепловых свойств многослойных материалов. // Металлы. 2010, №4 С.32-38.
4. Г.Г. Бондаренко, М.М. Якункин. Спектральный анализ термоволновых процессов, возникающих в слоистых системах при периодическом импульсном нагреве излучением лазера. // Труды XX Международной конф. «Радиационная физика твердого тела» (под ред. Г.Г.Бондаренко). М., ГНУ «НИИ ПМТ», 2010. С.746-753