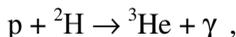


3. АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ S - ФАКТОР РАДИАЦИОННОГО p²H ЗАХВАТА

Astrophysical S-factor of the p²H radiative capture

Введение

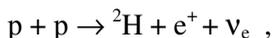
Непосредственное рассмотрение термоядерных реакций мы начнем с процесса радиационного захвата



который является первой ядерной реакцией протон - протонного или pp - цикла, протекающей за счет электромагнитных взаимодействий, поскольку в ней участвует γ - квант [56]. Этот процесс дает заметный вклад в энергетический выход термоядерных реакций [57], которые, как обычно считается, обуславливают горение Солнца и большинства звезд нашей Вселенной.

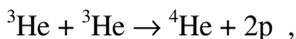
Поскольку взаимодействующие ядерные частицы протонного цикла имеют минимальную величину потенциального барьера, то протонный цикл является первой цепочкой ядерных реакций, которые могут протекать при самых низких энергиях, а, значит, и звездных температурах и присутствует во всех стабильных звездах Главной последовательности.

В pp - цикле процесс радиационного p²H захвата, как мы уже говорили в первой главе, является основным для перехода от первичного слияния протонов



который происходит за счет слабых взаимодействий с участие электронного нейтрино ν_e , до одной из финальных в pp

- цепочке реакции захвата двух ядер ${}^3\text{He}$ [58]



который протекает за счет сильных, ядерных взаимодействий [56].

Детальное изучение реакции радиационного $p^2\text{H}$ захвата с теоретической и экспериментальной точки зрения представляет существенный интерес не только для ядерной астрофизики, но и вообще для всей ядерной физики сверхнизких энергий и легчайших атомных ядер [59]. Поэтому продолжают экспериментальные исследования этого процесса, и уже в начале 2000-х годов, благодаря европейскому проекту LUNA, появились новые экспериментальные данные по радиационному $p^2\text{H}$ захвату при энергиях до 2.5 кэВ. Такие энергии близки к средним энергиям в термоядерных реакциях на Солнце и многих стабильных звездах [5]. Эти экспериментальные результаты, наряду с более ранними при больших энергиях, будут использоваться нами в дальнейшем, и более подробно рассмотрены в следующих параграфах данной главы.

Следует отметить, что легчайшие ядра с $A \leq 4$, строго говоря, не являются ни оболочечными, ни кластерными. Это следует из микроскопических расчетов этих ядер с реалистическими NV потенциалами [60]. Например, в ядре ${}^3\text{He}$, наряду с $p^2\text{H}$ кластерной конфигурацией, представлена $p^2\text{H}^*$ структура, где ${}^2\text{H}^*$ – синглетный по спину дейтрон (np - пара в 1S_0 - состоянии). При этом спектроскопические факторы для обычного и синглетного дейтрона приблизительно равны 1.5 [61,62]. Канал с синглетным дейтроном отчетливо проявляется в упругом $p^3\text{He}$ рассеянии назад, как в чисто нуклонном механизме рассеяния [61], так и в процессах с рождением виртуального π - мезона [62].

Тем не менее, при низких энергиях и малых передачах импульса имеет смысл применить рассматриваемый двухкластерный подход и к малонуклонным системам с $A = 3$ и 4, хотя бы для того, чтобы сопоставить, получаемые в рамках

ПКМ результаты, с многотельным расчетами и результатами ПКМ для ядер с $A > 4$. В этом смысле, использование данного подхода к таким системам, особенно при анализе низкоэнергетических процессов, представляется вполне оправданным.

3.1 Потенциалы и фазы рассеяния

Ранее полные сечения фотопроцессов для легчайших атомных ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$ в потенциальной кластерной модели с ЗС рассматривались в нашей работе [29]. В этих расчетах для процессов фоторазвала ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$ в $p^2\text{H}$ и $n^2\text{H}$ каналы учитывались $E1$ переходы, обусловленные орбитальной частью электрического оператора $Q_{\text{Im}}(L)$ [20]. Сечения $E2$ процессов и сечения, зависящие от спиновой части электрического оператора, оказались на несколько порядков меньше. Далее предполагалось, что электрические $E1$ переходы в $N^2\text{H}$ системе возможны между основным чистым по схеме Юнга $\{3\}$ дублетным 2S - состоянием ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ и дублетным 2P - состоянием рассеяния, смешанным по схемам $\{3\} + \{21\}$. Такой переход вполне возможен, поскольку квантовое число, связанное со схемами Юнга, по-видимому, не сохраняется в электромагнитных процессах [28].

Для выполнения расчетов фотоядерных реакций в системах $p^2\text{H}$ и $n^2\text{H}$ ядерная часть межкластерного потенциала взаимодействий представляется в виде (2.7) с точечным кулоновским потенциалом, гауссовой притягивающей V_0 и экспоненциальной отталкивающей V_1 частью. Потенциал каждой парциальной волны строился так, чтобы правильно описывать соответствующую парциальную фазу упругого рассеяния [63].

Используя эти представления, были получены потенциалы $p^2\text{H}$ взаимодействия для процессов рассеяния, параметры которых приведены в работах [29,20,64] и табл.3.1. Затем в дублетном канале, смешанном по схемам Юнга $\{3\}$ и $\{21\}$ [28], были выделены чистые фазы (2.11) и на их основе построен чистый со схемой $\{3\}$ 2S - потенциал связанного со-

стояния ${}^3\text{He}$ в $p^2\text{H}$ канале [29,20,64].

Проведенные расчеты $E1$ перехода показали [29], что вполне удастся описать полные сечения фоторазвала ядра ${}^3\text{He}$ в области энергий γ - квантов $6 \div 28$ МэВ, включая величину максимума при $E\gamma = 10 \div 13$ МэВ, если использовать потенциал 2P - волны $p^2\text{H}$ рассеяния с периферическим отталкиванием, приведенный в табл. 3.1 и 2S - взаимодействие связанного состояния, чистое по схеме Юнга $\{3\}$, которое имеет гауссову форму с нулевым отталкиванием $V_1 = 0$ и параметрами притягивающей части $V_0 = -34.75$ МэВ и $\alpha = 0.15$ Фм^{-2} , полученными на основе правильного описания энергии связи (с точностью до нескольких кэВ) и зарядового радиуса ядра ${}^3\text{He}$. С этими потенциалами были выполнены и расчеты полных сечений радиационного $p^2\text{H}$ захвата, и астрофизического S - фактора при энергиях до 10 кэВ [29,20], хотя на тот момент нам были известны экспериментальные данные по S - фактору $p^2\text{H}$ захвата только в области энергий выше 150 \div 200 кэВ [65].

Табл.3.1. Потенциалы $p^2\text{H}$ [29] взаимодействия для $S = 1/2$.

${}^{2S+1}L, \{f\}$	$V_0, \text{МэВ}$	$\alpha, \text{Фм}^{-2}$	$V_1, \text{МэВ}$	$\gamma, \text{Фм}^{-1}$
${}^2S, \{3\}$	-34.76170133	0.15	–	–
${}^2S, \{3\}+\{21\}$	-55.0	0.2	–	–
${}^2P, \{3\}+\{21\}$	-10.0	0.16	+0.6	0.1

Сравнительно недавно появились новые экспериментальные данные по S - фактору $p^2\text{H}$ захвата при энергиях до 2.5 кэВ [66,67,68]. Поэтому представляется интересным выяснить, способна ли потенциальная кластерная модель на основе $E1$ и $M1$ переходов описать новые данные с использованием полученных ранее 2P - и 2S - взаимодействий для процессов рассеяния из табл.3.1 и уточненного здесь чистого по схемам Юнга 2S - потенциала связанного $p^2\text{H}$ состояния, также приведенного в табл.3.1.

Наши предварительные результаты [69] показали, что для расчетов S - фактора при энергиях порядка 1 кэВ требу-

ется существенно повысить точность вычисления энергии связи p^2n системы в ядре ${}^3\text{He}$, которая находилась на уровне $1 \div 2$ кэВ [29]. Требуется более строго контролировать поведение «хвоста» волновой функции связанного состояния на больших расстояниях. Кроме того, необходимо повысить точность вычисления кулоновских волновых функций [24], определяющих поведение асимптотики ВФ рассеяния в 2P -волне.

Используя возможности наших новых, усовершенствованных компьютерных программ, для более правильного описания экспериментальной энергии связи ядра ${}^3\text{He}$ в p^2n канале, были уточнены параметры чистого, со схемой Юнга {3}, дублетного 2S -потенциала. Такой потенциал (см. табл.3.1) стал несколько глубже, чем использовался в нашей работе [29], и приводит к полному совпадению экспериментальной -5.4934230 МэВ и расчетной энергии связи -5.4934230 МэВ, которая получается с точными значениями масс частиц [35].

Разница параметров потенциала связанного p^2n состояния, приведенного в работе [29] и в табл.3.1 обусловлена, в первую очередь, использованием здесь точных значений масс частиц и более точным описанием энергии связи ядра ${}^3\text{He}$ в p^2n канале. Для выполнения всех этих расчетов абсолютная точность вычисления энергии связи в нашей компьютерной программе, использующей конечно - разностный метод, задавалась на уровне 10^{-8} МэВ [24].

Величина зарядового радиуса ${}^3\text{He}$ с таким потенциалом оказывается равна 2.28 Фм, что несколько больше экспериментальных данных, приведенных в табл.3.2 [35,70,71]. Из этих данных следует, что радиус дейтронного кластера оказывается больше радиуса ядра ${}^3\text{He}$. Поэтому, если дейтрон и находится внутри ${}^3\text{He}$ в качестве кластера, то для правильного описания радиуса ${}^3\text{He}$ он должен быть сжат примерно на $20 \div 30\%$ относительно своего размера в свободном состоянии [20,48,72].

Для контроля поведения ВФ связанных состояний на больших расстояниях вычислялась асимптотическая кон-

станта C_w с асимптотикой волновой функции в виде функции Уиттекера (2.10), величина которой в интервале $5 \div 20$ Фм оказалась равна $C_w = 2.333(3)$. Приведенная здесь ошибка определяется усреднением константы по указанному выше интервалу.

Табл.3.2. Экспериментальные массы и зарядовые радиусы легких ядер, использованные в настоящих расчетах [35,70,71].

Ядро	Радиус , Фм	Масса , а.е.м.
^1H	0.8768(69)	1.00727646677
^2H	2.1402(28)	2.013553212724
^3H	1.63(3); 1.76(4); 1.81(5) Среднее 1.73	3.0155007134
^3He	1.976(15); 1.93(3); 1.877(19); 1.935(30) Среднее 1.93	3.0149322473
^4He	1.671(14)	4.001506179127

Определение этой константы из экспериментальных данных дает значения в интервале $1.76 \div 1.97$ [73,74,75], что несколько меньше полученной здесь величины. Следует отметить также интересные результаты трехтельных расчетов [76], в которых получено хорошее согласие с экспериментом [77] для отношения асимптотических констант 2S - и 2D - волн, а для самой константы 2S - волны найдено значение $C_w = 1.878$.

Однако в более поздней, чем [73-75], работе [37] для константы C_w приводится величина 2.26(9), которая вполне согласуется с нашими расчетами. Из приведенных, в этих работах, данных видно, что имеется довольно большое различие экспериментальных результатов по асимптотическим константам, полученных в разное время и разными авторами. Эти данные имеют разброс в интервале от 1.76 до 2.35 со

средним значением 2.06.

В потенциальной двухкластерной модели величина константы C_w и зарядового радиуса сильно зависят от ширины потенциальной ямы и всегда можно найти другие параметры 2S - потенциала ОС, например

$$V_0 = -48.04680730 \text{ МэВ и } \alpha = 0.25 \text{ Фм}^{-2}, \quad (3.1)$$

$$V_0 = -41.55562462 \text{ МэВ и } \alpha = 0.2 \text{ Фм}^{-2}, \quad (3.2)$$

$$V_0 = -31.20426327 \text{ МэВ и } \alpha = 0.125 \text{ Фм}^{-2}, \quad (3.3)$$

которые дают точно такую же энергию связи ${}^3\text{He}$ в $p^2\text{H}$ канале. Первый из них на интервале $5 \div 20$ Фм приводит к асимптотической константе $C_w = 1.945(3)$ и зарядовому радиусу $R_{ch} = 2.18$ Фм, второй дает константу $C_w = 2.095(5)$ и $R_{ch} = 2.22$ Фм, а третий – $C_w = 2.519(3)$ и $R_{ch} = 2.33$ Фм. При расчетах радиусов использовались радиусы кластеров из табл.3.2.

Из этих результатов видно, что потенциал (3.1) позволяет получить наиболее близкие к эксперименту значения для зарядового радиуса. Дальнейшее уменьшение ширины потенциала могло бы привести к правильному описанию его величины, но, как будет видно далее, не позволит воспроизвести S - фактор радиационного $p^2\text{H}$ захвата. В этом смысле потенциал (3.2), характеризующийся несколько большей шириной, имеет минимально допустимую ширину потенциальной ямы, при которой удастся получить асимптотическую константу, практически равную ее экспериментальной средней величине 2.06, и, как будет видно далее, вполне приемлемо описать поведение астрофизического S - фактора в наиболее широкой энергетической области.

Для дополнительного контроля определения энергии связи в двухчастичном канале использовался вариационный метод с разложением ВФ по неортогональному гауссову базису с независимым варьированием параметров [24], который уже на сетке с размерностью 10 позволил получить для чистого по схемам Юнга 2S - потенциала из табл.3.1 энергию связи -5.4934228 МэВ. Асимптотическая константа C_w varia-

ционной ВФ на расстояниях $5 \div 20$ Фм находилась на уровне 2.34(1), а величина невязок не превышала 10^{-12} [24]. Параметры и коэффициенты разложения радиальной межкластерной волновой функции для этого потенциала, имеющей вид (2.9), приведены в табл.3.3.

Табл.3.3. Вариационные параметры и коэффициенты разложения радиальной ВФ связанного состояния p^2H системы для потенциала из табл.3.1.

Нормировка функции с этими коэффициентами на интервале $0 \div 25$ Фм равна $N = 0.999999997$.

i	β_i	C_i
1	2.682914012452794E-001	-1.139939646617903E-001
2	1.506898472480031E-002	-3.928173077162038E-003
3	8.150892061325998E-003	-2.596386495718163E-004
4	4.699184204753572E-002	-5.359449556198755E-002
5	2.664477374725231E-002	-1.863994304088623E-002
6	4.4687619986542310E+001	1.098799639286601E-003
7	8.482112461789261E-002	-1.172712856304303E-001
8	1.541789664414691E-001	-1.925839668633162E-001
9	1.527248552219977E-000	3.969648696293301E-003
10	6.691341326208045E-000	2.097266548250023E-003

Табл.3.4. Вариационные параметры и коэффициенты разложения радиальной ВФ связанного состояния p^2H системы для варианта потенциала (3.2).

Нормировка функции с этими коэффициентами на интервале $0 \div 25$ Фм равна $N = 0.999999998$.

i	β_i	C_i
1	3.485070088054969E-001	-1.178894628072507E-001
2	1.739943603152822E-002	-6.168137382276252E-003
3	8.973931554450264E-003	-4.319325351926516E-004
4	5.977571392609325E-002	-7.078243409099880E-002
5	3.245586616581442E-002	-2.743665993408441E-002
6	5.8379917320454490E+001	1.102401456221556E-003

7	1.100441373510820E-001	-1.384847981550261E-001
8	2.005318455817479E-001	-2.114723533577409E-001
9	1.995655373133832E-000	3.955231655325594E-003
10	8.741651544040529E-000	2.101576342365150E-003

В рамках вариационного метода был рассмотрен и вариант потенциала (3.2), для которого получена такая же энергия связи -5.4934228 МэВ. Вариационные параметры и коэффициенты разложения радиальной волновой функции приведены в табл.3.4. Асимптотическая константа в области $5 \div 20$ Фм оказалась равна $2.09(1)$, а величина невязок имеет порядок 10^{-13} .

Поскольку вариационная энергия при увеличении размерности базиса уменьшается и дает верхнюю границу истинной энергии связи [78], а конечно - разностная энергия при уменьшении величины шага и увеличении числа шагов увеличивается [24], то в качестве реальной оценки энергии связи в таком потенциале можно принять среднюю величину $-5.4934229(1)$ МэВ.

Таким образом, можно считать, что в заданном потенциале ошибка определения энергии связи p^2H системы в ядре 3He двумя методами, на основе двух различных компьютерных программ, составляет ± 0.1 эВ.

3.2 Астрофизический S - фактор

В наших новых расчетах астрофизического S - фактора рассматривалась область энергий радиационного p^2H захвата от 1 кэВ до 10 МэВ и $E1$ переход из 2P - волны рассеяния на основное 2S - состояние с $\{3\}$ и параметрами потенциалов приведенными в табл.3.1.

Для величины $S(E1)$ - фактора при 1 кэВ получено значение 0.165 эВ·б, которое вполне согласуется с известными данными, в том числе, при разделении полного $S(0)$ - фактора на S_s и S_p части, обусловленные $M1$ и $E1$ переходами. Такое разделение было сделано, например, в работе [67], где получено $S_s(0) = 0.109(10)$ эВ·б и $S_p(0) = 0.073(7)$ эВ·б, что приво-

дит к полному значению 0.182(17) эВ·б. Однако, в выражении для линейной интерполяции полного S - фактора

$$S(E_{c.m.}) = S_0 + E_{c.m.} S_1, \quad (3.4)$$

авторы [67] приводят $S_0 = 0.166(5)$ эВ·б и $S_1 = 0.0071(4)$ эВ·б кэВ⁻¹ и для $S(0)$ дают величину 0.166(14) эВ·б, определенную с учетом всех возможных ошибок.

Результаты, полученные с разделением S - фактора на $M1$ и $E1$ части, приведены и в одной из самых первых работ [65], посвященной астрофизическим S - факторам, где получено $S_s(0) = 0.12(3)$ эВ·б и $S_p(0) = 0.127(13)$ эВ·б при полном S - факторе 0.25(4) эВ·б. Для значения $S_s(0)$ эти данные, в пределах ошибок, вполне согласуются с приведенными в работе [67].

Экспериментальные данные одной из последних работ [68] дают величину полного $S(0) = 0.216(10)$ эВ б, а это означает, что вклады $M1$ и $E1$ отличаются от приведенных выше значений [67]. В этой работе приведены следующие параметры линейной экстраполяции (3.4): $S_0 = 0.216(6)$ эВ·б и $S_1 = 0.0059(4)$ эВ·б кэВ⁻¹, которые заметно отличаются от данных работы [67].

Другие известные результаты для S - фактора, полученные из экспериментальных данных без разделения на $M1$ и $E1$ части, дают при нулевой энергии 0.165(14) эВ·б [79]. Предыдущие результаты тех же авторов приводят к величине 0.121(12) эВ·б [80], а в теоретических расчетах работы [81] для разных моделей получены значения $S_s(0) = 0.105$ эВ·б и $S_p(0) = 0.08 \div 0.0865$ эВ·б, что для полного S - фактора дает 0.185 \div 0.192 эВ·б.

Из приведенных результатов следует, что имеется большая неоднозначность различных данных, полученных за последние 10 \div 15 лет. Эти результаты позволяют заключить, что величина полного S - фактора при нулевой энергии находится в области 0.109 \div 0.226 эВ·б. Среднее между этими значениями дает S - фактор, примерно равный 0.167(59) эВ·б, который вполне согласуется с полученным здесь, толь-

ко на основе $E1$ перехода, результатом.

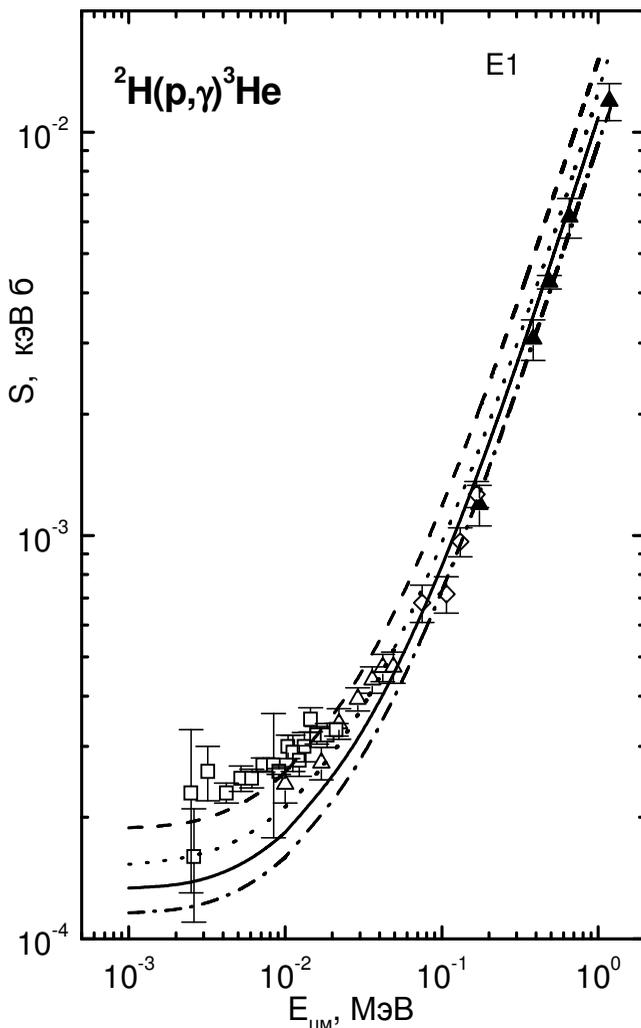


Рис.3.1. Астрофизический S - фактор радиационного $p^2\text{H}$ захвата в области $1 \text{ кэВ} \div 1 \text{ МэВ}$ для $E1$ перехода.

Линии – расчеты с приведенными в тексте потенциалами. Треугольники – эксперимент из работы [65], открытые ромбы – [66], открытые треугольники – [67], открытые квадраты – [68].

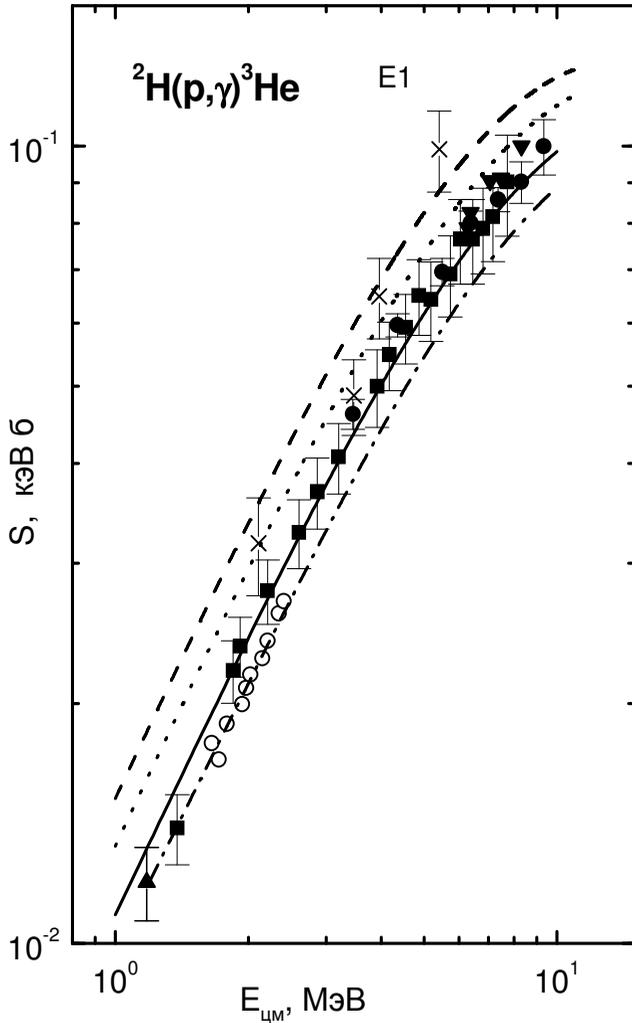


Рис.3.2. Астрофизический S - фактор радиационного $p^2\text{H}$ захвата в области $1 \div 10$ МэВ для $E1$ перехода.

Линии – расчеты с приведенными в тексте потенциалами. Верхний треугольник – эксперимент из работы [65], квадраты из работы [82], точки – [83], крестики – [84], нижние треугольники – [85], кружки – [86].

Наши расчеты $S(E1)$ - фактора радиационного p^2H захвата для потенциалов из табл.3.1 при энергиях от 1 кэВ до 10 МэВ приведены на рис.3.1 и рис.3.2 точечными линиями. - Полученный S - фактор довольно хорошо воспроизводит новые экспериментальные данные при энергиях $10 \div 50$ кэВ [67], а при более низких энергиях расчетная кривая находится в полосе экспериментальных ошибок работы [68].

Непрерывной линией на рис.3.1 и рис.3.2 приведены результаты расчета для потенциала (3.2), который заметно лучше передает поведение экспериментального S - фактора при энергиях от $50 \div 100$ кэВ до 10 МэВ и при энергии 1 кэВ дает величину $S_p = 0.135$ эВ·б. Для энергий $20 \div 50$ кэВ расчетная кривая идет по нижней границе ошибок работы [67]. Ниже 10 кэВ результаты расчета попадают в полосу экспериментальных ошибок данных проекта LUNA, измеренных в самое последнее время [68], а величина S - фактора, полученного при нулевой энергии с этим потенциалом, хорошо согласуется с данными работы [65] для электрического $E1$ перехода S_p .

Штриховой линией на рис.3.1 и рис.3.2 показаны результаты для потенциала (3.3) и штрих - пунктирной линией для потенциала (3.1). На основе этих расчетов можно считать, что лучшие результаты получаются для потенциала CC (3.2), который описывает экспериментальные данные в наиболее широком энергетическом интервале. Он дает определенный компромисс при описании асимптотической константы, зарядового радиуса и астрофизического S - фактора радиационного p^2H захвата.

Из рис.3.1 видно, что S_p - фактор при низких энергиях, примерно $1 \div 3$ кэВ, слабо зависит от энергии, определяя, тем самым, его величину при нулевой энергии, которая оказывается примерно такой же, как его значение при 1 кэВ. Поэтому различие S - фактора при 0 и 1 кэВ, по-видимому, составит не более 0.005 эВ·б и эту величину, вполне, можно считать ошибкой определения расчетного S - фактора для нулевой энергии и принять 0.135(5) эВ·б.

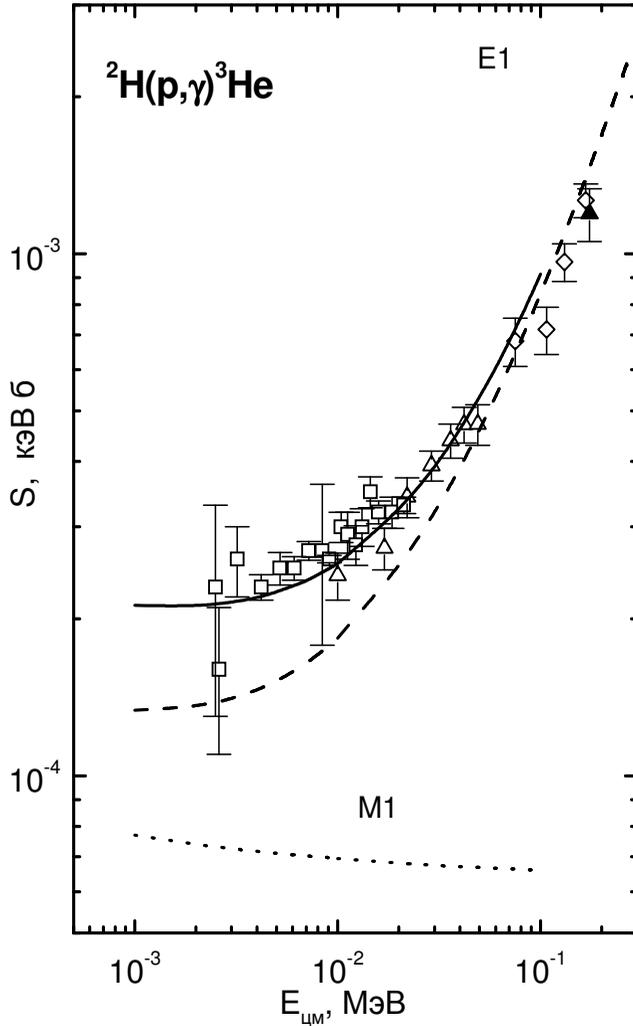


Рис.3.3. Астрофизический S - фактор радиационного ${}^2\text{H}$ захвата в области $1 \text{ кэВ} \div 0.3 \text{ МэВ}$ для $E1$ и $M1$ переходов. Линии – расчеты с приведенными в тексте потенциалами. Треугольники – эксперимент из работы [65], открытые ромбы – [66], открытые треугольники – [67], открытые квадраты – [68].

При низких энергиях в полный астрофизический S - фактор может давать вклад и $M1$ переход из 2S - состояния рассеяния смешанного по схемам Юнга на связанное чистое по орбитальной симметрии 2S - состояние ядра ${}^3\text{He}$ в ${}^2\text{H}$ канале. Для этих расчетов мы использовали выражения (2.4,2.6), дублетный 2S - потенциал состояний рассеяния с полученными ранее параметрами из табл.3.1 [20,64,87] и 2S - потенциал ОС с параметрами (3.2).

Результаты расчетов $M1$ процесса при энергиях $1 \div 100$ кэВ показаны на рис.3.3 точечной линией внизу рисунка, а результаты $E1$ перехода для потенциала ОС с параметрами (3.2) представлены штриховой кривой. Штриховая линия на рис.3.3 показывает результаты расчета $E1$ перехода для потенциала ОС (3.2), показанные на рис.3.1 непрерывной кривой. Суммарный S - фактор показан непрерывной линией, которая хорошо демонстрирует малый вклад $M1$ S_s - фактора при энергиях выше 100 кэВ и его существенное влияние на область энергии порядка $1 \div 10$ кэВ [88].

Энергетическая зависимость полного S - фактора в области $2.5 \div 50$ кэВ полностью согласуется с данными работ [67,68], а при 1 кэВ для S_s - фактора $M1$ перехода получено 0.077 эВ·б, что для полного S - фактора дает 0.212(5) эВ·б и полностью соответствует новым измерениям проекта LUNA, приведенным в работе [68]. Причем, как видно из рис.3.3, в области энергий $1 \div 3$ кэВ величина полного S - фактора более стабильна, чем получалось для $E1$ перехода и запись вида 0.212 эВ·б с ошибкой 0.005 эВ·б можно считать вполне оправданной.

Надо отметить, что из-за сравнительно больших ошибок фазового анализа ${}^2\text{H}$ рассеяния не удастся однозначно построить 2S - потенциал. Например, другой вариант потенциала с параметрами $V_0 = -35.0$ МэВ и $\alpha = 0.1$ Фм⁻² [20,64,87], который не хуже описывает дублетную S - фазу рассеяния, приводит при тех же энергиях к S - фактору $M1$ процесса на порядок меньше, чем в предыдущем случае.

Тем самым, большая неоднозначность в параметрах 2S - потенциала рассеяния, связанная с ошибками, извлекаемых

из экспериментальных данных фаз рассеяния, и, возможно, неучетом в таком анализе спин - орбитального расщепления фаз, которое может повлиять на величину 2S - фазы, не позволяет сделать окончательные выводы о вкладе $M1$ процесса в радиационный p^2H захват, хотя первый из описанных вариантов расчета хорошо согласуются с самыми последними измерениями [67,68].

Если потенциалы ОС определяются вполне однозначно по энергии связи, асимптотической константе и зарядовому радиусу ядра, а также по дополнительному критерию - использованию чистых по схемам Юнга взаимодействий, то при построении потенциалов рассеяния ситуация не столь однозначна. В случае рассеяния требуется более точный фазовый анализ, в данном случае для 2S - волны, и учет спин - орбитального расщепления 2P - фаз при низких энергиях, как это было сделано, например, для упругого $p^{12}C$ рассеяния при энергиях $0.2 \div 1.2$ МэВ [89]. Проведение этого дополнительного анализа позволит уточнить параметры потенциалов, используемых для расчетов радиационного p^2H захвата в потенциальной кластерной модели, и тем самым повысить точность получаемых расчетов.

3.3 Альтернативный метод вычисления энергии связи

Конечно - разностные и вариационные методы определения энергии связи, характеристик связанных состояний и расчета S - факторов, мы рассмотрим далее, а пока остановимся на альтернативном методе определения энергии связи двухчастичной системы, в данном случае, системы p^2H без тензорных сил, хотя приводимый метод применим и в случае их наличия.

Множество задач теоретической ядерной физики, особенно в области ядерной физики низких энергий и ядерной астрофизики [24], требуют решения уравнения Шредингера или связанной системы уравнений такого типа. Результатом решения является волновая функция, которая описывает квантовое состояние системы ядерных частиц и, в принципе,

содержит всю информацию о таком состоянии.

Существует довольно много различных методов решения дифференциальных уравнений второго порядка или их систем. Однако в литературе приводятся, в основном, общие методы решений таких уравнений, которые бывает достаточно сложно применить для решения конкретного уравнения Шредингера. Проблему обычно составляет выбор наиболее оптимального математического метода, применимого для рассмотрения определенных задач, основанных на решениях уравнения Шредингера.

Решению некоторых из этих проблем посвящен данный метод, непосредственно применимый для нахождения волновых функций из уравнения Шредингера или систем таких уравнений в задачах ядерной физики низких энергий и ядерной астрофизики на связанные состояния двух квантовых частиц. Приведем теперь краткое описание самого метода расчета и текст компьютерной программы для вычисления энергии связи в двухчастичной системе [90].

Для нахождения энергии и волновых функций связанных состояний двухчастичной ядерной системы с тензорными потенциалами будем исходить из обычной системы уравнений Шредингера вида [91]

$$u''(r) + [k^2 - V_c(r) - V_{cul}(r)]u(r) = \sqrt{8} V_t(r)w(r) , \quad (3.5)$$

$$w''(r) + [k^2 - V_c(r) - 6/r^2 - V_{cul}(r) + 2V_t(r)]w(r) = \sqrt{8} V_t(r)u(r) ,$$

где $V_{cul}(r) = 2\mu / \hbar^2 Z_1 Z_2 / r$ – кулоновский потенциал, Z_1, Z_2 – заряды частиц, μ – приведенная масса двух частиц, константа $\hbar^2 / m_0 = 41.4686$ (или 41.47 в нуклон - нуклонной задаче) МэВ·Фм², M_N – масса нуклона, $k^2 = 2\mu E / \hbar^2$ – волновое число относительного движения частиц, E – энергия относительного движения частиц, $V_c = 2\mu / \hbar^2 V_{cn}(r)$ – центральная часть потенциала. $V_t = 2\mu / \hbar^2 V_{ct}(r)$ – тензорная часть потенциала, $V_{cn}(r), V_{ct}(r)$ – радиальная часть центрального и тензорного потенциала, которые могут быть представлены в виде гаус-

сойд или экспонент вида $V_{cn}(r) = V_{c0}\exp(-\alpha r)$, здесь V_{c0} – глубина потенциала и α – его ширина.

Решением этой системы уравнений являются четыре волновые функции, получающиеся с различными начальными условиями

$$1) \quad u_1(0) = 0, \quad u_1'(0) = 1, \quad w_1(0) = 0, \quad w_1'(0) = 0,$$

$$2) \quad u_2(0) = 0, \quad u_2'(0) = 0, \quad w_2(0) = 0, \quad w_2'(0) = 1,$$

которые образуют линейно независимые комбинации, представляемые в виде (для S - и D - орбитальных состояний при $L = 0$ и 2)

$$u = \chi_0 = C_1 u_1 + C_2 u_2 = \exp(-kr),$$

$$w = \chi_2 = C_1 w_1 + C_2 w_2 = [1 + 3/kr + 3/(kr)^2]\exp(-kr)$$

или с учетом кулоновских сил

$$\chi_0 = C_1 u_1 + C_2 u_2 = W_{-\eta, 0+1/2}(2kr),$$

$$\chi_2 = C_1 w_1 + C_2 w_2 = W_{-\eta, 2+1/2}(2kr),$$

где $W_{-\eta, L+1/2}(2kr)$ – функция Уиттекера [91] для связанных состояний, которая является решением исходных уравнений (3.5) при $k^2 < 0$ без ядерных потенциалов, $z = 2kR$, $\eta = \frac{\mu Z_1 Z_2}{k \hbar^2}$ – кулоновский параметр.

Для нахождения энергий (k^2) и волновых функций связанных состояний ядерной системы χ_L с тензорной компонентой потенциала можно использовать комбинацию численных и вариационных методов. А именно, при некоторой заданной энергии связанного состояния (которая не является собственным значением задачи) численным методом нахо-

дится ВФ системы (3.5). Для этого можно использовать, например, обычный метод Рунге - Кутта. Затем система уравнений (3.5) представляется в конечно - разностном виде, с выражением второй производной в центральных разностях

$$u = (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1})/h^2 .$$

Тогда для исходной системы получим

$$u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1} + h^2[k^2 - V_c - V_{cul}]u_i = h^2 \sqrt{8} V_t w_i ,$$

$$w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1} + h^2[k^2 - V_c - 6/r^2 - V_{cul} + 2 V_t]w_i = h^2 \sqrt{8} V_t u_i$$

или

$$u_{i+1} + h^2[-2/h^2 + k^2 - V_c - V_{cul}]u_i + u_{i-1} - h^2 \sqrt{8} V_t w_i = 0 ,$$

$$w_{i+1} + h^2[-2/h^2 + k^2 - V_c - 6/r^2 - V_{cul} + 2V_t]w_i + w_{i-1} - h^2 \sqrt{8} V_t u_i = 0$$

Найденная, методом Рунге - Кутта, численная ВФ подставляется в эту систему уравнений. Левая часть этих уравнений будет равна нулю только в случае, когда энергия и ВФ являются собственными решениями такой задачи. При произвольной энергии и найденной по ней ВФ левая часть будет отлична от нуля, и можно говорить о невязках [54], которые позволяют оценить степень точности нахождения собственных функций и собственных значений.

Из численных уравнений вида

$$N_{si} = u_{i+1} + h^2[-2/h^2 + k^2 - V_c - V_{cul}]u_i + u_{i-1} - h^2 \sqrt{8} V_t w_i ,$$

$$N_{ti} = w_{i+1} + h^2[-2/h^2 + k^2 - V_c - 6/r^2 - V_{cul} + 2V_t]w_i + w_{i-1} - h^2 \sqrt{8} V_t u_i$$

вычислялась сумма невязок

$$N_s = \sum_i N_{si} ,$$

$$N_t = \sum_i N_{ii} .$$

Далее, варьируя энергию связи (k^2), проводилась минимизация значений всех невязок

$$\delta \left[\left| N_s(k^2) \right| + \left| N_t(k^2) \right| \right] = 0 .$$

Энергия (k^2), дающая минимум невязок, считалась собственной энергией k_0^2 , а функции χ_0 и χ_2 , приводящие к этому минимуму – собственными функциями задачи, т.е. ВФ связанного состояния ядерной системы.

Табл.3.5. Сравнение характеристик дейтрона и пр рассеяния. Здесь E_d – энергия связи дейтрона в МэВ, R_d – среднеквадратичный радиус дейтрона в Фм, Q_d – квадрупольный момент дейтрона в Фм², P_d – вероятность D – состояния в дейтроне в %, A_S – асимптотическая константа S – волны, η – отношение асимптотических констант D и S волн, a_t – триплетная длина нуклон – нуклонного рассеяния в Фм, a_s – синглетная длина нуклон - нуклонного рассеяния в Фм, r_t – триплетный эффективный радиус нуклон - нуклонного рассеяния в Фм, r_s – синглетный эффективный радиус нуклон - нуклонного рассеяния в Фм.

Характеристики дейтрона	Расчет Рейда	Наш Расчет
E_d , МэВ	2.22464	2.22458
Q_d , Фм ²	0.2762	0.2757
P_d , %	6.217	6.217
A_S	0.87758	0.875(2)
$\eta=A_D/A_S$	0.02596	0.0260(2)
a_t , Фм	5.390	5.390
r_t , Фм	1.720	1.723
a_s , Фм	-17.1	-17.12
r_s , Фм	2.80	2.810
R_d , Фм	1.956	1.951

На основе приведенных выражений, на алгоритмическом языке Fortran - 90, была написана компьютерная программа [92], которая использовалась для вычисления ядерных характеристик дейтрона и связанных состояний в ${}^4\text{He}^2\text{H}$ кластерной системе ядра ${}^6\text{Li}$ при наличии тензорных сил. Изложенный метод позволил получить новые результаты по описанию квадрупольного момента этого ядра [24]. Программа тестировалась на нуклон - нуклонном потенциале Рейда [93], а сравнение результатов, полученных в его работе другими методами, с найденными по разработанной нами программе, приведены в табл.3.5.

Из этих результатов видно, что отличие наших и известных расчетов по энергии связанного состояния дейтрона имеет величину порядка нескольких тысячных процента. Такой вариационный метод сходится достаточно быстро, позволяет получать практически любую реальную точность при использовании в программе двойной точности, и может применяться при решении любых задач на собственные значения для системы двух дифференциальных уравнений типа уравнения Шредингера.

В данном случае программа использовалась для определения энергии связи в $p^2\text{H}$ системе. Параметры центрального потенциала приведены в табл.3.1. Тензорная часть взаимодействия VT1 просто полагалась равной нулю. Краткие пояснения к некоторым входным параметрам программы приведены в тексте самой программы, а основные пояснения приведены ниже. Во всех других, следующих далее программах, основные параметры и переменные, обычно, обозначаются такими же символами.

Здесь и далее, все распечатки программ проводятся так, как они записываются в Фортрановских файлах, со всеми используемыми в них подпрограммами. Однако, форматирование редактора Word иногда искажает форму записи кодов программ. В частности, строки комментариев, которые начинаются с символа "!", переносятся редактором на другую строку, но уже без этого символа.

НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ – задание входных начальных

условий необходимых для решения системы уравнений и физических параметров:

AM1 – масса первой частицы,

AM2 – масса второй частицы,

Z1 – заряд первой частицы,

Z2 – заряд второй частицы,

PM = AM1*AM2/AM – приведенная масса μ ,

A1 = 41.4686/(2.0D-000*PM) – константа $\hbar^2/(2\mu)$,

AKK = 1.439975.0D-000*Z1*Z2 – константа для кулоновского потенциала,

GK = 0.0344476.0D-000*Z1*Z2*PM – кулоновский параметр,

PI – число π ,

A5 = DSQR(8.0D-000) – константа $\sqrt{8}$,

VC0 – глубина центральной части потенциала в МэВ,

RNC – параметр ширины центральной части потенциала в Фм^{-2} ,

VT0 – глубина тензорной части потенциала в МэВ,

RNT – параметр ширины тензорной части потенциала в Фм^{-2} ,

EP5 – абсолютная точность вычисления энергии,

RH5 – шаг по энергии, с которым ведется поиск энергии связи,

AL0 – начальное значение энергии в МэВ, с которого начинаются вычисления,

MIN = 1E30 – условное число для поиска минимума невязок,

N = 1000 – начальное число шагов для интегрирования системы уравнений,

H0 – начальный шаг интегрирования системы в Фм , определяемый исходя из принятого расстояния 30 Фм – $H0 = 30.0D-000/N$.

PROGRAM SOB

! PROGRAM FOR VAWE FANCTIONS OF

! INTERACTION WITH TENSOR FORSE

```
! RUNGE-KUTTE METHOD FOR GROUND STATES
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,J,L,N,KK,NF,N1,N0
DIMENSION V1(0:10240000), W1(0:10240000),
V(0:10240000), W(0:10240000)
COMMON /A/ H,X
COMMON /B/ SK,HH,RM,A1,A5,AOB,VC0,RNC,VT0,RNT,
AKK,VC1,RNC1,VT1,RNT1,VTLS,RNLS
COMMON /AA/ SKS,L,GK,R,SS,AA,CC
N=1000 ! Начальное число шагов
KK=4
H0=30.0D-000/N ! Величина шага для расстояния 30 Фм
N0=KK*N
H00=H0/KK
AM1=1.00727646577D-000; ! Масса P
AM2=2.013553212724D-000; ! Масса D
AM=AM1+AM2
Z1=1.0D-000 ! Заряд P
Z2=1.0D-000 ! Заряд D
Z=Z1+Z2
RK11=0.877D-000; ! Радиус кулоновский P
RM11=0.877D-000; ! Радиус магнитный P
RK22=1.96D-000; ! Радиус кулоновский D
RM22=2.14D-000; ! Радиус магнитный D
PM=AM1*AM2/AM ! Приведенная масса
!----- КОНСТАНТЫ -----
A1=41.46860D-000/(2.0D-000*PM)
AKK=1.4399750D-000*Z1*Z2
GK=0.03444760D-000*Z1*Z2*PM
AKK=AKK/A1
PI=4.0D-000*DATAN(1.0D-000)
A5=DSQRT(8.0D-000)
! ***** ПАРАМЕТРЫ ПОТЕНЦИАЛОВ *****
EMIN=1.0D+010
EMAX=1.0D-000
A111: DO IE=1.0D-000, EMAX
VC0=-34.76170133D-000
RNC=0.15D-000
```

```
VT1=0.0D-000
VT0=-VT1
RNT=1.0D-000
RNT1=1.0D-000
AOB=RNC
VTLS=0.0D-000*0.
RNLS=1.0D-000
H=H00
N1=N0
NITER=1 ! Число итераций
EP5=1.0D-015 ! Точность поиска энергии
PH5=-0.001D-000 ! Начальный шаг поиска энергии
AL0=-5.50D-000 ! Нижняя граница поиска энергии
MIN=1.0D+030
AL00=AL0*PH5
YSCH=0.0D-000
60 AL0=AL0+AL00
SK=AL0/A1
S=DSQRT(ABS(SK))
SSV=S
SQ=SSV
! *****НАЧАЛО ВЫЧИСЛЕНИЙ *****
5 VA1=0.0D-000
WA1=0.0D-000
PA1=1.0D-001
QA1=0.0D-000
VA2=0.0D-000
WA2=0.0D-000
PA2=0.0D-000
QA2=1.0D-001
KKK=1
DO J=0,N1
IF (J>0) GOTO 3
X0=1.0E-10
GOTO 4
3 X0=0.0D-000
4 X=H*(J)+X0
CALL
```

```
RRRUN(VB1,WB1,VB2,WB2,PB1,QB1,PB2,QB2,VA1,WA1,V
A2,WA2,PA1,QA1,PA2,QA2)
VA1=VB1
WA1=WB1
VA2=VB2
WA2=WB2
PA1=PB1
QA1=QB1
PA2=PB2
QA2=QB2
IF (H0*KKK /= H*J) GOTO 777
V(KKK)=VA2
W(KKK)=WA2
V1(KKK)=VA1
W1(KKK)=WA1
KKK=KKK+1
777 ENDDO
H=H/2.0D-000
N1=2*N1
IF (N1<=N0) GOTO 5
HF=H0
NF=N
X=H0*(NF)
AA=EXP(-SSV*X)
BB=AA*(1.0D-000+3.0D-000/SSV/X+3.0D-000/SSV**2/X**2)
C2=(BB-AA*W1(NF)/V1(NF))/(W(NF)-
V(NF)*W1(NF)/V1(NF))
C1=(AA-C2*V(NF))/V1(NF)
DO I=0,NF
X=H0*I
V(I)=C1*V1(I)+C2*V(I)
W(I)=C1*W1(I)+C2*W(I)
ENDDO
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМИРОВКИ *****
DO I=0,NF
V1(I)=W(I)**2+V(I)**2
ENDDO
CALL SIMP(V1,NF,HF,SIM)
```

```
NOR=1.0D-000/DSQRT(SIM)
DO I=0,NF
X=HF*I
V(I)=V(I)*NOR
W(I)=W(I)*NOR
ENDDO
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕВЯЗОК *****
VVLS=0.0D-000
HFK=HF**2
SS=0.0D-000
SD=0.0D-000
DO KK=1,NF
X=HF*KK
X1=X*RM
X2=X**2
FFF=1-DEXP(-AOB*X)
VC=0.0D-000
IF (RNC*X2>100.0D-000) GOTO 520
VC=VC0*DEXP(-RNC*X2)
VVCC=VC+VC1*DEXP(-RNC1*X2)
520 VVTT=0.0D-000
VVTT=VT0*DEXP(-RNT*X2)
VVTT=VVTT+VT1*DEXP(-RNT1*X2)
VVLS=VTLS*DEXP(-RNLS*X2)
521 VVCC=VVCC/A1
VVTT=VVTT/A1
VVLS=VVLS/A1
A=(SK-VVCC-AKK/X)
C=A-6.0D-000/X**2+(2.0D-000*VVTT+3.0D-000*VVLS)
B=DSQRT(8.0D-000)*VVTT
SS=SS+ABS(V(KK+1)-B*HFK*W(KK)+(HFK*A-2.0D-
000)*V(KK)+V(KK-1))
SD=SD+ABS(W(KK+1)-B*HFK*V(KK)+(HFK*C-2.0D-
000)*W(KK)+W(KK-1))
ENDDO
! ***** ПОИСК МИНИМУМА НЕВЯЗОК *****
H=H00
N1=N0
```

```
F00=ABS(SS)+ABS(SD)
IF (F00<=MIN) GOTO 61
YSCH=YSCH+1
AL0=AL0-AL00
AL00=-AL00/2.0D-000
GOTO 60
61 MIN=F00
PRINT *,'MIN=',MIN
AL0M=AL0
IF (MIN>EMIN) GOTO 270
EMIN=MIN
ENDDO A111
270 CONTINUE
IF (EMAX>1) THEN
GOTO 371
ELSE
GOTO 372
ENDIF
371 STOP
372 IF (ABS(AL0-FFFFFF)<ABS(EP5)) GOTO 71
FFFFFF=AL0
IF (PH5==0.0D-000) GOTO 899
GOTO 60
71 CONTINUE
PRINT *,'E = ',AL0M,MIN
AL00=AL0M*PH5
AL0=AL0M
899 CONTINUE
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕСА D ВОЛНЫ*****
NF=N
DO I=0,NF
V1(I)=W(I)**2+V(I)**2
ENDDO
CALL SIMP(V1,NF,HF,VV)
NOR=1.0D-000/DSQRT(VV)
DO I=0,NF
X=HF*I
V(I)=V(I)*NOR
```

```

W(I)=W(I)*NOR
ENDDO
987 DO I=0,NF
V1(I)=V(I)**2
ENDDO
CALL SIMP(V1,NF,HF,UU)
DO I=0,NF
V1(I)=W(I)**2
ENDDO
CALL SIMP(V1,NF,HF,WW)
PRINT *,'VAWE D = ',WW*100,'    VAWE S = ',UU*100
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИУСА *****
ZZZ=0
DO I=0,NF
X=HF*I
V1(I)=X**2*(V(I)**2+W(I)**2)
IF (ZZZ==0) GOTO 951
951 ENDDO
CALL SIMP(V1,NF,HF,RKV)
RK=DSQRT(RKV)
PRINT *,'RK = ; RKV = ',RK,RKV
RM=AM1/AM*RM11**2      +      AM2/AM*RM22**2      +
((AM1*AM2)/AM**2)*RKV
RZ=Z1/Z*RK11**2      +      Z2/Z*RK22**2      +
(((Z1*AM2**2+Z2*AM1**2)/AM**2)/Z)*RKV
RCH=DSQRT(RCH)
PRINT *,'RM = ; RZ = ',DSQRT(RM),DSQRT(RZ)
! ***** АСИМПТОТИЧЕСКАЯ КОНСТАНТА *****
MM=NF/5
MMM=NF/20
KK=0
DO IJ=MM,NF,MMM
KK=KK+1
X=HF*IJ
AA=DSQRT(2.0D-000*SQ)*DEXP(-SQ*X)
C0=V(IJ)/AA
BB=AA*(1.0D-000+3.0D-000/X/SQ+3.0D-000/X**2/SQ**2)
C2=W(IJ)/BB

```

```
L=0
CALL WH(X,L,SK,GK,WH0)
AA=DSQRT(2.0D-000*SQ)*WH0
CW0=V(IJ)/AA
L=2
CALL WH(X,L,SK,GK,WH2)
BB=DSQRT(2.0D-000*SQ)*WH2
CW2=W(IJ)/BB
PRINT *,X,C0,CW0
ENDDO
END
SUBROUTINE RRRUN(VB1,WB1,VB2,WB2,PB1,QB1,PB2,
QB2,VA1,WA1,VA2,WA2,PA1,QA1,PA2,QA2)
! **** ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ****
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
COMMON /A/ H,X
X0=X
CALL F(X0,VA1,WA1,FK1)
CALL F(X0,VA2,WA2,SK1)
CALL GG(X0,VA1,WA1,FM1)
CALL GG(X0,VA2,WA2,SM1)
FK1=FK1*H
SK1=SK1*H
FM1=FM1*H
SM1=SM1*H
X0=X0+H/2.0D-000
V1=VA1+PA1*H/2.0D-000
W1=WA1+QA1*H/2.0D-000
V2=VA2+PA2*H/2.0D-000
W2=WA2+QA2*H/2.0D-000
CALL F(X0,V1,W1,FK2)
CALL F(X0,V2,W2,SK2)
CALL GG(X0,V1,W1,FM2)
CALL GG(X0,V2,W2,SM2)
FK2=FK2*H
SK2=SK2*H
FM2=FM2*H
SM2=SM2*H
```

```
V1=VA1+PA1*H/2.0D-000+FK1*H/4.0D-000
W1=WA1+QA1*H/2.0D-000+FM1*H/4.0D-000
V2=VA2+PA2*H/2.0D-000+SK1*H/4.0D-000
W2=WA2+QA2*H/2.0D-000+SM1*H/4.0D-000
CALL F(X0,V1,W1,FK3)
CALL F(X0,V2,W2,SK3)
CALL GG(X0,V1,W1,FM3)
CALL GG(X0,V2,W2,SM3)
FK3=FK3*H
SK3=SK3*H
FM3=FM3*H
SM3=SM3*H
X0=X0+H/2.0D-000
V1=VA1+PA1*H+FK2*H/2.0D-000
W1=WA1+QA1*H+FM2*H/2.0D-000
V2=VA2+PA2*H+SK2*H/2.0D-000
W2=WA2+QA2*H+SM2*H/2.0D-000
CALL F(X0,V1,W1,FK4)
CALL F(X0,V2,W2,SK4)
CALL GG(X0,V1,W1,FM4)
CALL GG(X0,V2,W2,SM4)
FK4=FK4*H
SK4=SK4*H
FM4=FM4*H
SM4=SM4*H
VB1=VA1+PA1*H+(FK1+FK2+FK3)*H/6.0D-000
VB2=VA2+PA2*H+(SK1+SK2+SK3)*H/6.0D-000
PB1=PA1+(FK1+2.*FK2+2*FK3+FK4)/6.0D-000
PB2=PA2+(SK1+2.*SK2+2*SK3+SK4)/6.0D-000
WB1=WA1+QA1*H+(FM1+FM2+FM3)*H/6.0D-000
WB2=WA2+QA2*H+(SM1+SM2+SM3)*H/6.0D-000
QB1=QA1+(FM1+2.*FM2+2*FM3+FM4)/6.0D-000
QB2=QA2+(SM1+2.*SM2+2*SM3+SM4)/6.0D-000
END
SUBROUTINE F(X,Y,Z,FF)
! ** ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ **
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
COMMON
```

/B/

```
SK,HH,RM,A1,A5,AOB,VC0,RNC,VT0,RNT,AKK,VC1,RNC1,
VT1,RNT1,VTLS,RNLS
X1=X*RM
X2=X**2
FFF=1-DEXP(-AOB*X)
VC=0.0D-000
IF (RNC*X2>100.0D-000) GOTO 515
VC=VC0*DEXP(-RNC*X2)
VC=VC+VC1*DEXP(-RNC1*X2)
515 VT=0.0D-000
VT=VT0*DEXP(-RNT*X2)
VT=VT+VT1*DEXP(-RNT1*X2)
516 UC=VC/A1
UT=VT/A1
FF=UT*A5*Z-(SK-AKK/X-UC)*Y
END
SUBROUTINE GG(X,Y,Z,GGG)
! ** ПОДПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ **
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
COMMON /B/
SK,HH,RM,A1,A5,AOB,VC0,RNC,VT0,RNT,AKK,VC1,RNC1,
VT1,RNT1,VTLS,RNLS
X1=X*RM
VLS=0.0D-000
X2=X**2
FFF=1-DEXP(-AOB*X)
VC=0.0D-000
IF (RNC*X2>100.0D-000) GOTO 517
VC=VC0*DEXP(-RNC*X2)
VC=VC+VC1*DEXP(-RNC1*X2)
517 VT=0.0D-000
VT1=0.0D-000
VTLS=0.0D-000
RNLS=1.0D-000
VT=VT0*DEXP(-RNT*X2)
VT=VT+VT1*DEXP(-RNT1*X2)
VLS=VTLS*DEXP(-RNLS*X2)
518 UC=VC/A1
```

```
UT=VT/A1
ULS=VLS/A1
GGG=UT*A5*Y-(SK-6.0D-000/X**2-AKK/X-UC+2.0D-
000*UT+3.0D-000*ULS)*Z
END
SUBROUTINE WH(X,L,SK,GK,WHI)
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ УИТТЕКЕРА *****
USE MSIMSL
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,L,N
DIMENSION V(0:10000)
S=DSQRT(ABS(SK))
A=GK/S
C=X*S*2.0D-000
H=0.025D-000
N=1000
Z=1.0D-000+A+L
GAM=DGAMMA(Z)
DO I=0,N
T=H*I
V(I)=T**(A+L)*(1.0D-000+T/C)**(L-A)*DEXP(-T)
ENDDO
CALL SIMP(V,N,H,SIM)
WHI=SIM*DEXP(-C/2.0D-000)/(C**A*GAM)
END
SUBROUTINE SIMP(V,N,H,SIM)
! *** ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛА ПО СИМПСОНУ *****
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,J,N
DIMENSION V(0:10240000)
A=0.0D-000
B=0.0D-000
DO I=1,N-1,2
B=B+V(I)
ENDDO
DO J=2,N-2,2
A=A+V(J)
ENDDO
```

SIM=H*(V(0)+V(N)+2.0D-000*A+4.0D-000*B)/3.0D-000
END

Приведем теперь результаты контрольного счета по этой программе для энергии связи $p^2\text{H}$ канала в ядре ^3He .

$$E = -5.493422997763330$$

$$RM = ; RZ = 2.309639187164775 \quad 2.199175742923810$$

R	C ₀	C _w
6.000000000000000	2.108829540672415	2.341793386940938
7.500000000000000	2.088396465514913	2.343607004907760
9.000000000000000	2.070023546354534	2.343511848975147
10.500000000000000	2.054295704663911	2.343370842937528
12.000000000000000	2.040588780079856	2.343245659338593
13.500000000000000	2.028449199266205	2.343133025615703
15.000000000000000	2.017557913053552	2.343027677018625
16.500000000000000	2.007677126625683	2.342918357760091
18.000000000000000	1.998606552298930	2.342770340839004
19.500000000000000	1.990113589166608	2.342463674110082
21.000000000000000	1.981737079100303	2.341573198901537
22.500000000000000	1.972122497030794	2.338583993214560
24.000000000000000	1.956679914053907	2.328093521748313
25.500000000000000	1.919272678924071	2.290836890210508
27.000000000000000	1.802684922433878	2.158135768878121
28.500000000000000	1.403669940997609	1.685224742879147
30.000000000000000	5.063721166260660E-6	6.095868931628088E-6

Видно, что в области значений $6 \div 21$ Фм асимптотическая константа C_w имеет стабильную величину 2.33(1), которая практически не отличается от КРМ результатов. Однако после 25 Фм ВФ СС начинает резко спадать по сравнению со своей асимптотикой, и величина зарядового радиуса получается несколько меньше КРМ результатов.

Значение энергии связи полностью совпадает с КРМ результатами -5.4934230 МэВ и только на 0.2 эВ больше вариационного значения -5.4934228 МэВ. Как видно из этих результатов описанный метод поиска энергии связи полностью работоспособен, а счетное время на компьютере P4D на 2.8 ГГц составляет около 10 с.

Заключение

Таким образом, расчеты S - фактора p^2N радиационного захвата для $E1$ перехода при энергии до 10 кэВ, выполненные нами около 15 лет назад [29], когда для S - факторов нам были известны только экспериментальные данные выше $150 \div 200$ кэВ, хорошо согласуются с новыми данными из работ [66,67] в области от $10 \div 20$ до $150 \div 200$ кэВ. Причем это относится и к потенциалу ОС из табл.3.1, и к взаимодействию с параметрами (3.2). Результаты S_p - факторов для этих потенциалов, полученные ниже 10 кэВ (рис.3.1), укладываются в полосу ошибок работы [68] и демонстрируют определенную тенденцию к постоянству S - фактора в области $1 \div 3$ кэВ.

Несмотря на имеющуюся неопределенность вклада $M1$ процесса, которая существует из-за ошибок и неоднозначности 2S - фаз рассеяния, предложенный в табл.3.1 смешанный по схемам Юнга потенциал рассеяния в 2S - волне вполне позволяет получить разумную величину астрофизического S_s - фактора магнитного перехода в области малых энергий. При этом величина полного S - фактора хорошо согласуется со всеми известными экспериментальными измерениями при 2.5 кэВ \div 10 МэВ.

В результате, ПКМ основанная на межкластерных потенциалах, согласованных в целом с фазами упругого рассеяния и характеристиками ОС, для которых структура ЗС определяется на основе классификации СС по орбитальным схемам Юнга, и параметрами, предложенными 15 лет назад [29], позволяет правильно описать астрофизический S - фактор во всей рассмотренной области энергий.