

5. ПРОЦЕСС РАДИАЦИОННОГО p^6Li ЗАХВАТА

Process of the p^6Li radiative capture

Введение

Для уточнения имеющихся экспериментальных данных, в работах [26,119] было выполнено новое измерение дифференциальных сечений упругого p^6Li рассеяния при энергиях от 350 кэВ до 1.15 МэВ (л.с.) с 10% ошибками. Данные [26], которые мы будем рассматривать в этой главе, получены при пяти энергиях: 593.0 кэВ для 13 углов рассеяния в диапазоне $57^\circ \div 172^\circ$, 746.7 и 866.8 кэВ для 11 углов в интервале $45^\circ - 170^\circ$ и при энергиях 976.5 и 1136.6 кэВ для 15 углов в области $30^\circ - 170^\circ$.

На основе измерений, выполненных в работах [26,119], и дифференциальных сечений упругого рассеяния при энергии 500 кэВ из более ранней работы [120], мы провели фазовый анализ и получили $^{2,4}S$ - и 2P - фазы рассеяния. По найденным фазам построены потенциалы для $L = 0$ в p^6Li взаимодействиях при низких энергиях без учета спин - орбитального расщепления, а затем выполнены расчеты астрофизического S - фактора радиационного p^6Li захвата при энергии, начиная с 10 кэВ.

Хотя реакция p^6Li радиационного захвата может, по-видимому, представлять определенный интерес для ядерной астрофизики [121], экспериментально она изучена не достаточно хорошо. Имеется сравнительно мало работ по измерению полных сечений и определению астрофизического S - фактора [33], и все они относятся к области энергий от 35 кэВ до 1.2 МэВ. Тем не менее, представляется интересным, на основе потенциальной кластерной модели с классификацией состояний по орбитальным схемам Юнга [122,123], рас-

смотреть возможность описания S - фактора в той области энергий, где имеются экспериментальные данные.

5.1 Дифференциальные сечения

При рассмотрении процессов рассеяния в системе частиц со спинами $1/2$ и 1 без учета спин - орбитального расщепления фаз сечение упругого рассеяния представляется в наиболее простом виде [45]

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{2}{6} \frac{d\sigma_d(\theta)}{d\Omega} + \frac{4}{6} \frac{d\sigma_k(\theta)}{d\Omega} , \quad (5.1)$$

где индексы d и k относятся к дублетному (со спином $1/2$) и квартетному (со спином $3/2$) состоянию ${}^6\text{Li}$ системы, а сами сечения выражаются через амплитуды рассеяния

$$\frac{d\sigma_d(\theta)}{d\Omega} = |f_d(\theta)|^2 ,$$

$$\frac{d\sigma_k(\theta)}{d\Omega} = |f_k(\theta)|^2 , \quad (5.2)$$

которые записываются в виде

$$f_{d,k}(\theta) = f_c(\theta) + f_{d,k}^N(\theta) , \quad (5.3)$$

где

$$f_c(\theta) = - \left(\frac{\eta}{2k \text{Sin}^2(\theta/2)} \right) \exp\{i\eta \ln[\text{Sin}^{-2}(\theta/2)] + 2i\sigma_0\} ,$$

$$f_d^N(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_L (2L+1) \exp(2i\sigma_L) [S_L^d - 1] P_L(\text{Cos}\theta) , \quad (5.4)$$

$$f_k^N(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_L (2L+1) \exp(2i\sigma_L) [S_L^k - 1] P_L(\text{Cos}\theta) ,$$

и $S_L^{d,k} = \eta_L^{d,k} \exp[2i\delta_L^{d,k}(k)]$ - матрица рассеяния в дублетном или квартетном спиновом состоянии [45].

Возможность использования простых выражений (5.1 ÷ 5.4) для расчетов сечений упругого рассеяния обусловлена тем, что в области низких энергий спин - орбитальное расщепление фаз оказывается сравнительно мало, что подтверждается результатами фазового анализа, выполненного в работе [124], в которой учитывалось спин - орбитальное расщепление фаз рассеяния.

5.2 Фазовый анализ

Ранее фазовый анализ дифференциальных сечений и функций возбуждения для упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния, без явного учета дублетной 2P - волны, был выполнен в работе [124]. Наш фазовый анализ проводится при более низких энергиях, имеющих значение для ядерной астрофизики, учитывает все низшие парциальные волны, в том числе дублетную 2P - волну и основан на дифференциальных сечениях, приведенных в работах [26,119] и [120].

Табл.5.1. Результаты фазового анализа упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния.

№	E , кэВ	2S , град.	4S , град.	2P , град.	4P , град.	χ^2
1	500	176.2	178.7	–	–	0.15
2	593.0	174.2	178.8	–	–	0.15
3-1	746.4	170.1	180.0	–	–	0.23
3-2	746.4	172.5	179.9	1.7	–	0.16
4-1	866.8	157.8	180.0	–	–	0.39
4-2	866.8	170.2	174.9	3.9	–	0.22
4-3	866.8	169.6	175.0	3.5	0.1	0.23
5-1	976.5	160.0	178.5	–	–	0.12
5-2	976.5	167.0	174.5	1.1	–	0.12
6-1	1136.3	144.9	180.0	–	–	0.58
6-2	1136.3	164.7	171.1	5.8	–	0.32
6-3	1136.3	166.4	169.9	5.5	0.1	0.32

При энергии 500 кэВ, на основе данных работы [120], находим 2S - и 4S - фазы рассеяния, которые даны в табл.5.1 под номером 1. Полученные результаты расчета сечений вполне согласуются с экспериментальными данными при среднем по всем точкам $\chi^2 = 0.15$. Ошибка дифференциальных сечений этих данных принималась равной 10%. Учет дублетной 2P - и квартетной 4P - фаз показал, что их численные значения меньше 0.1° .

Следующие пять энергий относятся к новым результатам измерений дифференциальных сечений, выполненных в работах [26,119] в самое последнее время. Первая из них, 593.0 кэВ, дает возможность найти ${}^{2,4}S$ - фазы, которые мало отличаются от фаз для предыдущей энергии, имеют такой же χ^2 и показаны в табл.5.1 под №2, а фазы для ${}^{2,4}P$ - волн также стремятся к нулю.

При энергии 746.7 кэВ мы находим ${}^{2,4}S$ - фазы (табл.5.1 №3-1), которые позволяют описать сечения с точностью $\chi^2 = 0.23$. Несмотря на малость величины χ^2 , была предпринята попытка учесть ${}^{2,4}P$ - фазы. Вначале полагалось, что квартетная 4P - фаза пренебрежимо мала, что следует из результатов работы [124], в которой их учет начинался только с $1.0 \div 1.5$ МэВ. Результаты нашего анализа с учетом только 2P - фазы представлены на рис.5.1а и в табл.5.1 под №3-2. Видно, что учет небольшой дублетной 2P - фазы несколько изменяет величину 2S - волны, увеличивая ее значение, и уменьшает $\chi^2 = 0.16$. Учет квартетной 4P - фазы дал для ее численного значения пренебрежимо малую величину, меньше 0.1° , что соответствует результатам работы [124] и нашим результатам при следующей энергии 866.8 кэВ.

Результат поиска фаз для энергии 866.8 кэВ с учетом только ${}^{2,4}S$ - волн приведен в табл.5.1 под №4-1 при $\chi^2 = 0.39$. Как видно, величина 2S - фазы резко спадает по сравнению с предыдущей энергией. Учет же 2P - волны заметно увеличивает ее значение (рис.5.1б и табл.5.1 №4-2) и почти в два раза уменьшает величину χ^2 . Попытка учесть квартетную 4P - фазу привела к значению около 0.1° (табл.5.1 №4-3). Любое изменение 4P - волны в большую сторону, в том числе, при

других значениях остальных фаз, приводило к увеличению χ^2 . При этой энергии, как и всех других рассмотренных энергиях из работ [26,119], не удастся найти какой-либо вариант для ненулевой квартетной фазы при стремлении величины χ^2 к минимуму.

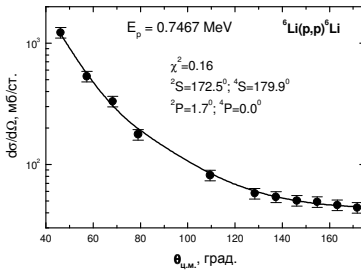


Рис.5.1а. Сечения упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния при 746.7 кэВ.

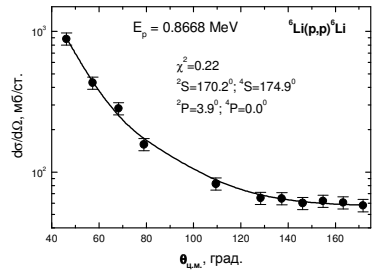


Рис.5.1б. Сечения упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния при 866.8 кэВ.

Для следующей энергии, 976.5 кэВ, без учета 2,4P волн найдены значения 2S - и 4S - фаз, приведенные в табл.5.1 с номером 5-1. Последующий учет 2P - волны заметно увеличивает значения 2S - фазы, если пренебречь 4P - волной, как это видно на рис.5.1в и табл.5.1 №5-2 при $\chi^2 = 0.12$. Если включить в анализ квартетную 4P - волну, то она стремится к нулю при уменьшении величины χ^2 .

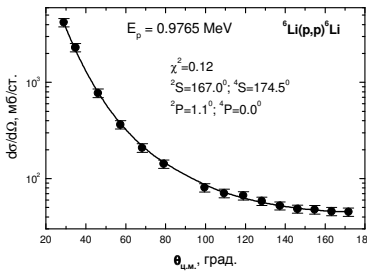


Рис.5.1в. Сечения упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния при 976.5 кэВ.

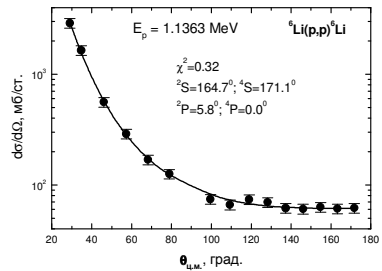


Рис.5.1г. Сечения упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния при 1136.3 кэВ.

Последняя из рассмотренных энергий 1.1363 МэВ из работ [26,119] даже при учете только $^{2,4}S$ - волн приводит к сравнительно малому χ^2 , равному 0.58, как это видно в табл.5.1 №6-1. И в этом случае, учет 2P - волны приводит к заметному увеличению значения 2S - фазы. Соответствующие результаты расчета сечений показаны на рис.5.1г и табл.5.1 под №6-2. Учет квартетной 4P - волны и при этой энергии приводит к ее значению порядка 0.1° , как показано в табл.5.1 под №6-3.

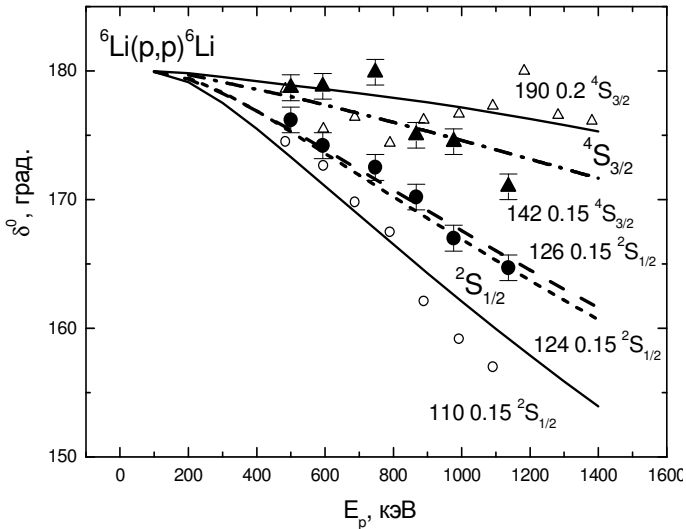


Рис.5.2а. Дублетные и квартетные S - фазы упругого ^6Li рассеяния при низких энергиях. Приведены дублетные и квартетные S - фазы при наличии 2P - волны, когда 4P - фаза принималась равной нулю. Точки 2S - и треугольники 4S - фазы, полученные по данным работ [26,119,120]. Для сравнения открытыми треугольниками и кружками приведены результаты фазового анализа [124]. Линии – результаты расчетов с разными потенциалами.

Таким образом, при описании всех экспериментальных данных из работ [26,119] не требуется учета квартетных 4P - волн в этой области энергии, т.е. их величина равна или меньше 0.1° . Это согласуется с результатами работы [124],

однако, дублетная 2P - фаза доходит до $5.5^\circ \div 6^\circ$ и ее значением нельзя пренебречь.

Общий вид 2S - и 4S - фаз рассеяния показан на рис.5.2а, а дублетные 2P - фазы приведены на рис.5.2б. Несмотря на довольно большой разброс результатов для 4S - фаз, дублетная 2S - фаза имеет определенную тенденцию к убыванию, но происходит это заметно медленнее, чем следует из результатов анализа [124], в котором явно не учитывалась 2P - волна. Если в нашем анализе не учитывать дублетную 2P - волну, то для 2S - фазы получаются результаты очень близкие к результатам фазового анализа работы [124].

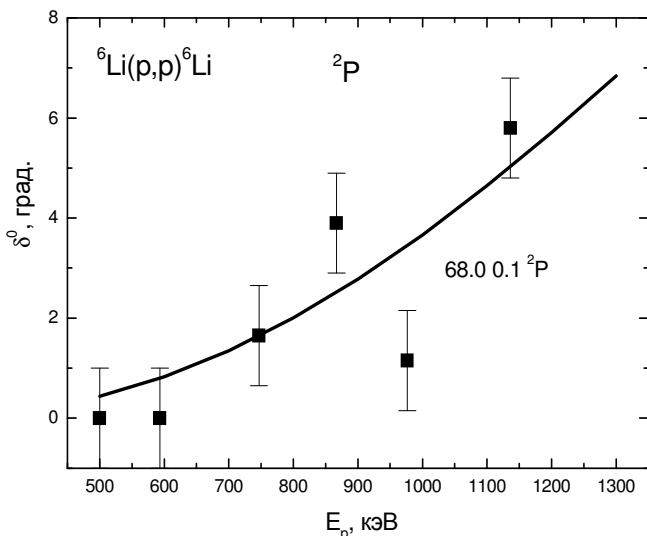


Рис.5.2б. Дублетные 2P - фазы упругого $p{}^6\text{Li}$ рассеяния при низких энергиях.

Квадраты – результаты нашего фазового анализа при ${}^4P = 0$. Линия – результат расчета с найденным потенциалом.

Ошибки фаз упругого рассеяния определяются неоднозначностью фазового анализа, а именно, при практически одном и том же значении χ^2 , которое может отличаться на $5 \div 10\%$, оказывается возможным получить несколько разные значения самих фаз рассеяния. Эта неоднозначность оцени-

ваются нами на уровне $1^\circ \div 1.5^\circ$ и показана для ${}^{2,4}S$ - и 2P - фаз на рис.5.2а,б.

5.3. Классификация кластерных состояний

Возможные орбитальные схемы Юнга p^6Li системы, если для ядра 6Li используется запрещенная в ${}^2H^4He$ канале схема {6}, также оказываются запрещенными. Они соответствуют запрещенным состояниям с конфигурациями {7} и {61} и моментом относительного движения $L = 0$ и 1, который определяется по правилу Эллиота [125]. Запрет на такие симметрии для ВФ следует из общего требования теоремы Литтлвуда о том, что для ядер p - оболочки в одной строчке схем Юнга не может быть более четырех клеток [125].

Когда для ядра 6Li принимается разрешенная в ${}^2H^4He$ кластерном канале схема {42}, то для полной системы p^6Li при спине $S = 1/2$ имеется запрещенный уровень со схемой {52} и моментами ноль и два, и разрешенные состояния с конфигурациями {43} и {421} для $L = 1$. Таким образом, p^6Li потенциалы должны иметь запрещенное связанное {52} состояние в S - волне и разрешенный связанный уровень в P - волне с двумя схемами Юнга {43} и {421}. В квартетном спиновом состоянии этой системы разрешена только одна схема {421}, как представлено в табл.5.2.

Возможно, более правильно рассматривать для связанных состояний ядра 6Li обе допустимые схемы {6} и {42}, поскольку обе они присутствуют в числе ЗС и РС этого ядра в ${}^2H^4He$ конфигурации. Тогда классификация уровней будет несколько иной, число запрещенных состояний возрастет, и в каждой парциальной волне с $L = 0$ и 1 добавится лишний запрещенный связанный уровень.

Такая, более полная схема состояний, также приведена в табл.5.2 и, по сути, является суммой первого и второго рассмотренного выше случая. В табл.5.2 показаны полные спиновые $\{f\}_S$ и изоспиновые $\{f\}_T$ схемы Юнга ядра 7Be в p^6Li канале, их произведение $\{f\}_{ST}$, а также все возможные орбитальные симметрии $\{f\}_L$ p^6Li системы, которые разделены на

разрешенные $\{f\}_{PC}$ и запрещенные $\{f\}_{3C}$ схемы с указанием орбитального момента L .

Табл.5.2. Классификация орбитальных состояний в p^6Li и n^6Li системах.

Здесь: T , S и L – изоспин, спин и орбитальный момент системы частиц p^6Li , $\{f\}_S$, $\{f\}_T$, $\{f\}_{ST}$ и $\{f\}_L$ – спиновая, изоспиновая, спин - изоспиновая [44] и возможная орбитальная схемы Юнга, $\{f\}_{PC}$, $\{f\}_{3C}$ – схемы Юнга разрешенных и запрещенных орбитальных состояний. Жирным курсивом выделены сопряженные друг другу $\{f\}_{ST}$ и $\{f\}_L$ схемы Юнга.

Сис-тема	T	S	$\{f\}_T$	$\{f\}_S$	$\{f\}_{ST} = \{f\}_S \otimes \{f\}_T$	$\{f\}_L$	L	$\{f\}_{PC}$	$\{f\}_{3C}$
n^6Li p^6Li	1/2	1/2	{43}	{43}	{7} + {61} + {52}	{7}	0	–	{7}
					+ {511} + {43}	{61}	1	–	{61}
					+ {421} + {4111} +	{52}	0,2	–	{52}
					+ {322} + {3211} +	{43}	1,3	{43}	–
					+ {2221} +	{421}	1,2	{421}	–
					+ {331}				
		3/2	{43}	{52}	{61} + {52} +	{7}	0	–	{7}
					{511} + {43} +	{61}	1	–	{61}
					2{421} + {331} +	{52}	0,2	–	{52}
					{322} +	{43}	1,3	–	{43}
					+ {3211}	{421}	1,2	{421}	–

Как видно из этой таблицы, в дублетном спиновом состоянии p^6Li системы имеются две разрешенные схемы {43} и {421}, а значит, состояния рассеяния оказываются смешанными по орбитальным симметриям. В тоже время, обычно считается, что дублетному ОС ядра 7Be в p^6Li канале с $J = 3/2$ и $L = 1$ соответствует только одна разрешенная схема {43} [122].

Рассматриваемая в данном случае система p^6Li полностью аналогична p^2H каналу в ядре 3He , дублетное состояние которого также смешано по схемам Юнга {3} и {21}. Поэтому потенциалы, которые строятся на основе описания фаз

упругого рассеяния в $p^6\text{Li}$ системе, не могут использоваться для описания характеристик ОС ядра ${}^7\text{Be}$ в $p^6\text{Li}$ канале.

В данном случае, фазы упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния, так же как $p^2\text{H}$ системы (2.11), представляются в виде полусуммы чистых фаз [20,25]

$$\delta_L^{\{43\}+\{421\}} = 1/2\delta_L^{\{43\}} + 1/2\delta_L^{\{421\}} .$$

Смешанные фазы определяются в результате фазового анализа экспериментальных данных, которыми обычно являются дифференциальные сечений упругого рассеяния или функции возбуждения. Далее предполагается [20,25], что в качестве чистых с $\{421\}$ фаз дублетного канала можно использовать фазы той же симметрии из квартетного канала. В результате можно найти чистые с $\{43\}$ дублетные фазы $p^6\text{Li}$ рассеяния и по ним построить чистое взаимодействие, которое должно соответствовать потенциалу связанного состояния $p^6\text{Li}$ системы в ядре ${}^7\text{Be}$ [20,25].

5.4 Потенциальное описание фаз рассеяния

Для получения парциальных межкластерных $p^6\text{Li}$ взаимодействий по имеющимся фазам рассеяния используем обычный гауссовый потенциал с точечным кулоновским членом, который может быть представлен в виде (2.8). При описании результатов фазового анализа, приведенного в работе [124], нами были получены следующие параметры потенциалов:

$$\begin{aligned} {}^2S - V_0 &= -110 \text{ МэВ}, \alpha = 0.15 \text{ Фм}^{-2} , \\ {}^4S - V_0 &= -190 \text{ МэВ}, \alpha = 0.2 \text{ Фм}^{-2} . \end{aligned}$$

Такие потенциалы содержат по два запрещенных связанных состояния, которые соответствуют схемам Юнга $\{52\}$ и $\{7\}$ [20,122]. Результаты расчета фаз для этих потенциалов показаны на рис.5.2а непрерывными линиями вместе с ре-

результатами фазового анализа [124], представленного кружками и открытыми треугольниками.

Для описания полученных нами фаз рассеяния более предпочтительны потенциалы с параметрами

$${}^2S - V_0 = -126 \text{ МэВ}, \alpha = 0.15 \text{ Фм}^{-2},$$

$${}^4S - V_0 = -142 \text{ МэВ}, \alpha = 0.15 \text{ Фм}^{-2}.$$

Эти потенциалы также содержат по два запрещенных связанных состояния со схемами Юнга {52} и {7}. Фазы, рассчитанные с использованием этих потенциалов, показаны на рис.5.2а пунктирной и штрих - пунктирной линиями в сравнении с результатами нашего фазового анализа, приведенного точками и треугольниками.

Потенциал для дублетной 2P - волны упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния может быть представлен, например, следующими параметрами:

$${}^2P - V_0 = -68.0 \text{ МэВ}, \alpha = 0.1 \text{ Фм}^{-2}.$$

На рис.5.2б непрерывной линией показаны результаты расчета фаз упругого рассеяния с этим потенциалом, который имеет одно запрещенное связанное состояние со схемой Юнга {61} и разрешенное состояние со схемами Юнга {43} и {421}.

Такой потенциал неверно передает энергию связи ядра ${}^7\text{Be}$ в $p^6\text{Li}$ канале, потому что разрешенное состояние оказывается смешанным по двум указанным выше симметриям, в то время как основному связанному состоянию соответствует только схема {43} [122,123]. Но даже если использовать методы получения чистых фаз, приведенные выше и в работах [122,123], не удастся получить чистый по схемам Юнга потенциал основного состояния ${}^7\text{Be}$. Возможно, это обусловлено малой вероятностью кластеризации ядра ${}^7\text{Be}$ в $p^6\text{Li}$ канал, величина которой играет существенную роль при использовании описанных выше методов.

Поэтому чистый по орбитальным симметриям со схемой

Юнга {43} ${}^2P_{3/2}$ - волновой потенциал основного состояния ${}^7\text{Be}$ строился так, чтобы в первую очередь описать канальную энергию – энергию связи основного состояния ядра с $J = 3/2^-$, как системы $p^6\text{Li}$, и его среднеквадратичный радиус. Полученные таким образом параметры чистого ${}^2P_{3/2}^{(43)}$ - потенциала имеют следующие значения:

$${}^2P_{3/2} - V_0 = -252.914744 \text{ МэВ}, \alpha_p = 0,25 \text{ Фм}^{-2} . \quad (5.5)$$

Этот потенциал, на основе конечно - разностного метода, дает энергию связи разрешенного состояния со схемой Юнга{43} равную -5.605800 МэВ при экспериментальной величине -5.6058 МэВ [126] и имеет одно запрещенное состояние, соответствующее схеме Юнга {61}. Среднеквадратичный зарядовый радиус оказывается равен 2.63 Фм, что в целом согласуется с данными [126], а константа C_w из (2.10) на интервале $5 \div 13$ Фм равна 2.66(1).

Для параметров ${}^2P_{1/2}^{(43)}$ - потенциала первого возбужденного состояния ядра ${}^7\text{Be}$ с моментом $J = 1/2^-$ получены значения

$${}^2P_{1/2} - V_0 = -251.029127 \text{ МэВ}, \alpha_p = 0,25 \text{ Фм}^{-2} . \quad (5.6)$$

Такой потенциал приводит к энергии связи -5.176700 МэВ при экспериментальной величине -5.1767 МэВ [126] и содержит запрещенное состояние со схемой {61}. Асимптотическая константа (2.10) на интервале $5 \div 13$ Фм равна 2.53(1), а зарядовый радиус 2.64 Фм. Абсолютная точность поиска энергии связанных состояний $p^6\text{Li}$ системы в ядре ${}^7\text{Be}$ для наших новых компьютерных программ задавалась на уровне 10^{-6} МэВ.

Заметим, что полученные здесь параметры потенциалов связанных состояний несколько отличаются от наших предыдущих результатов [122]. Это связано с использованием в настоящих расчетах точных значений масс частиц и более точным описанием экспериментальных значений энергий уровней [126].

Для контроля точности определения энергии связи использовался вариационный метод, которым для энергии основного состояния получено -5.605797 МэВ, а значит, как мы уже говорили в третьей главе, для такого потенциала среднее значение энергии связи, полученной двумя методами, равно $-5.6057985(15)$ МэВ. Следовательно, точность вычисления энергии связи двумя методами, по двум различным компьютерным программам составляет ± 1.5 эВ. Асимптотическая константа на интервале $5 \div 13$ Фм оказалась сравнительно устойчивой и равной $2.67(2)$, а зарядовый радиус совпадает с результатами конечно - разностных расчетов.

Параметры вариационной волновой функции вида (2.9) для основного состояния ${}^7\text{Be}$ в $p^7\text{Li}$ канале с потенциалом (5.5) приведены в табл.5.3, а величина невязок ВФ не превышает 10^{-12} .

Табл.5.3. Вариационные параметры и коэффициенты разложения радиальной ВФ основного связанного состояния $p^6\text{Li}$ системы в ядре ${}^7\text{Be}$ для ${}^2P_{3/2}$ - потенциала (5.5).

Нормировка функции с этими параметрами на интервале $0 \div 25$ Фм равна $N = 0.9999999999999895$.

i	β_i	C_i
1	2.477181344627947E-002	1.315463702527344E-003
2	5.874061769072439E-002	1.819913407984276E-002
3	1.277190608958812E-001	9.837541674753882E-002
4	2.556552559403827E-001	3.090018297080802E-001
5	6.962545656024610E-001	-1.195304944694753
6	87.215179556255360	3.237908749007494E-003
7	20.660304078047520	5.006096657700867E-003
8	1.037788131786810	-6.280751485496025E-001
9	2.768782138965186	1.282309968994793E-002
10	6.753591325944827	8.152343478073063E-003

Вариационным методом для первого возбужденного уровня получена энергия -5.176697 МэВ, так что средняя энергия равна $-5.1766985(15)$ МэВ с той же точностью ее оп-

ределения обоими методами, как для основного состояния. Асимптотическая константа на интервале $5 \div 13$ Фм имеет значение 2.53(2), величина невязок не более 10^{-12} , а зарядовый радиус почти не отличается от соответствующей величины для основного состояния.

Параметры ВФ (2.9) первого возбужденного уровня ядра ${}^7\text{Be}$ в ${}^6\text{Li}$ канале для потенциала с параметрами (5.6) приведены в табл.5.4.

Табл.5.4. Вариационные параметры и коэффициенты разложения радиальной ВФ первого возбужденного связанного состояния ${}^6\text{Li}$ системы в ядре ${}^7\text{Be}$ для ${}^2P_{1/2}$ - потенциала (5.6).

Нормировка ВФ с этими параметрами на интервале $0 \div 25$ Фм равна $N = 0.9999999999999462$.

i	β_i	C_i
1	2.337027900191992E-002	1.218101547601343E-003
2	5.560733180673633E-002	1.653319276756672E-002
3	1.214721917930904E-001	9.009619752334307E-002
4	2.474544878067495E-001	3.003291466882630E-001
5	7.132725465249825E-001	-1.332325501226168
6	84.896023494945160	3.273725679869025E-003
7	1.162854732120233	-5.340018423135894E-001
8	1.574203000936825	9.367648737801053E-002
9	5.779896847077723	1.033713941440747E-002
10	19.422905786572090	5.314592946045428E-003

Приведем далее параметры потенциалов, которые описывают кватертные 4P - фазы упругого рассеяния из работы [124]

$$\begin{aligned}
 {}^4P_{1/2} - V_0 &= -802.0 \text{ МэВ}, \quad \alpha = 0.5 \text{ Фм}^{-2}, \\
 {}^4P_{3/2} - V_0 &= -4476.0 \text{ МэВ}, \quad \alpha = 2.65 \text{ Фм}^{-2}, \\
 {}^4P_{5/2} - V_0 &= -1959.0 \text{ МэВ}, \quad \alpha = 1.15 \text{ Фм}^{-2}.
 \end{aligned}$$

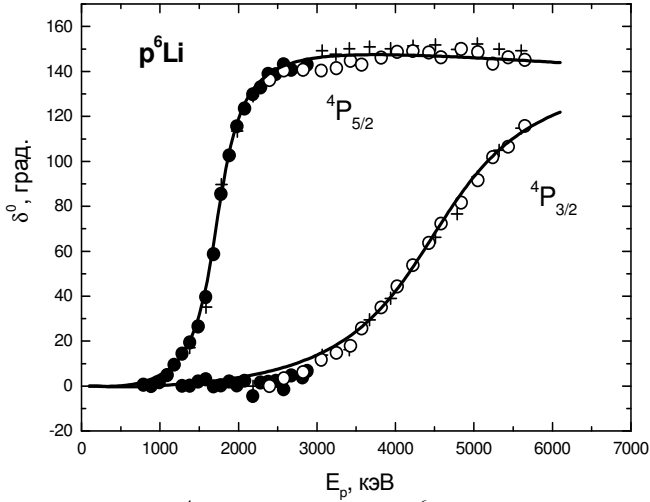


Рис.5.3а. Квартетные 4P - фазы упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния. Точки, кружки и крестики – фазовый анализ работы [124]. Линия – результат расчета с найденным потенциалом.

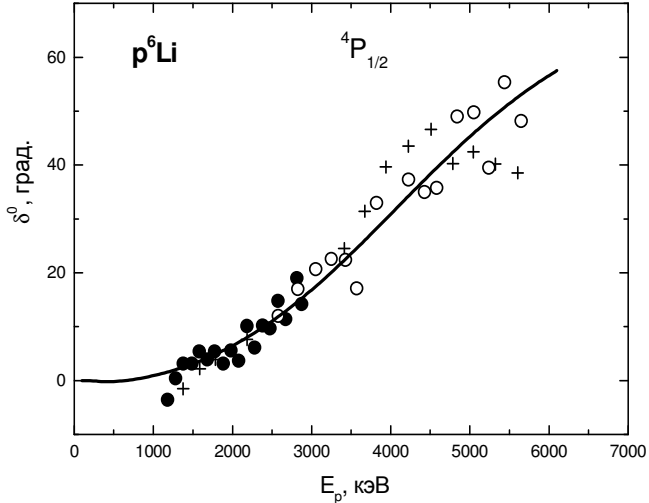


Рис.5.3б. Квартетные 4P - фазы упругого $p^6\text{Li}$ рассеяния. Точки, кружки и крестики – фазовый анализ работы [124]. Линии – результаты расчета с предложенными потенциалами.

Качество описания фаз рассеяния с этими потенциалами показано на рис.5.3а и 5.3б. Потенциалы содержат по два запрещенных связанных состояния, которые соответствуют запрещенным в квартетном спиновом канале при $L = 1$, схемам Юнга {61} и {43}.

Отметим, что на основе полученных в данном фазовом анализе результатов для дублетной 2P - фазы рассеяния, показанной на рис.5.2б, невозможно построить однозначный 2P - потенциал. Для этого требуются результаты анализа при более высоких энергиях, получить которые необходимо с явным учетом 2P - волны и спин - орбитального расщепления фаз.

5.5 Астрофизический S - фактор

При нашем рассмотрении астрофизического S - фактора учитывались $E1$ переходы из 2S - и 2D - состояний рассеяния на основное ${}^2P_{3/2}$ - и первое возбужденное ${}^2P_{1/2}$ - связанные состояние ядра ${}^7\text{Be}$ в ${}^6\text{Li}$ канале. Расчет волновой функции 2D - состояния рассеяния без учета спин - орбитального расщепления проводился на основе 2S - потенциала с орбитальным моментом $L = 2$.

Результаты расчетов показали, что, приведенный выше 2S - потенциал рассеяния, основанный на фазовом анализе [124] с глубиной 110 МэВ, сильно занижает астрофизический S - фактор. В тоже время дублетный 2S - потенциал с глубиной 126 МэВ, следующий из наших результатов фазового анализа, правильно передает общее поведение экспериментального S - фактора, как показано на рис.5.4. Пунктирной линией на рис.5.4 приведен результат для переходов из 2S - и 2D - волн рассеяния на основное состояние ядра ${}^7\text{Be}$, точечной – для переходов на первое возбужденное состояние, а непрерывная линия – это суммарный S - фактор. Точки, треугольники и кружки – экспериментальные данные работ [127], которые приведены в [128].

Расчетный S - фактор для 10 кэВ имеет значения $S(3/2^-) = 76$ эВ·б и $S(1/2^-) = 38$ эВ·б при суммарной величине 114 эВ·б.

Полученный $S(1/2^-)$ - фактор вполне описывает экспериментальные данные для перехода на первое возбужденное состояние ядра ${}^7\text{Be}$ при малых энергиях (кружки слева внизу рис.5.4).

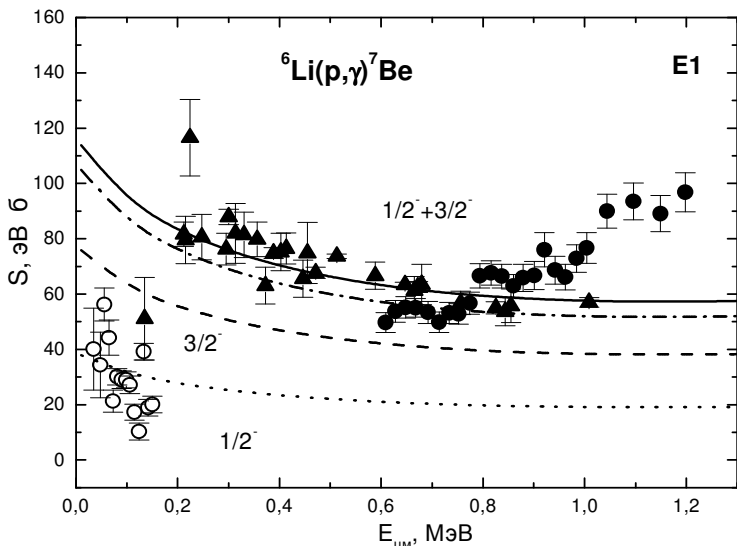


Рис.5.4. Астрофизический S - фактор радиационного ${}^6\text{Li}$ захвата.

Точки, треугольники и кружки – экспериментальные данные из работ [127], которые приведены в [128]. Пунктирной линией показан результат для переходов из 2S - и 2D - волн рассеяния на основное состояние ядра ${}^7\text{Be}$, точечной – для переходов на первое возбужденное состояние. Непрерывная линия – суммарный S - фактор.

Для сравнения расчетного S - фактора при нулевой энергии (за ноль, в данном случае, принята энергия 10 кэВ) приведем известные результаты для полного $S(0)$ - фактора: 79(18) эВ·б [129], 105 эВ·б (при 10 кэВ) [128] и 106 эВ·б [130]. Для S - фактора при переходах на основное состояние в работе [131] приведено 39 эВ·б, а для перехода на первое возбужденное состояние 26 эВ·б, так что суммарный S - фактор равен 65 эВ·б. Как видно, имеется довольно большое различие в существующих данных и наши результаты, в целом, согласуются с ними.

Кроме того, небольшое изменение глубины 2S - потенциала рассеяния, которое практически не сказывается на поведении расчетных фаз, довольно сильно влияет на S - фактор. Например, если принять глубину потенциала равной 124 МэВ при той же ширине (фазы показаны на рис.5.2а короткими штрихами), то при энергии 10 кэВ для полного S - фактора получим 105 эВ·б, что хорошо согласуется с одними из самых последних экспериментальных данных [128,129]. Этот S - фактор показан на рис.5.4 штрих - пунктирной линией, которая в пределах ошибок согласуется с экспериментальными данными при энергиях ниже 1 МэВ.

Следует отметить, что если использовать в S - или P - волнах потенциалы без запрещенных состояний или с другим их числом, то величина расчетного S - фактора оказывается значительно меньше, полученных выше значений. Например, 2S - потенциал с одним запрещенным состоянием и параметрами 25 МэВ и 0.15 Фм^{-2} , который неплохо описывает фазы рассеяния, и приведенный выше потенциал основного состояния, дают при 10 кэВ величину S - фактора, равную, примерно, 1 эВ·б.

Заключение

Таким образом, для получения межкластерных потенциалов по фазам рассеяния выполнен фазовый анализ новых экспериментальных данных по упругому $p^6\text{Li}$ рассеянию. Далее, на основе полученных фаз рассеяния кластеров были построены потенциалы межкластерного взаимодействия для непрерывного спектра смешанные по схемам Юнга и содержащие $3S$, причем каждая парциальная волна описывалась своим потенциалом гауссова вида с определенными параметрами. Для описания связанных состояний ядра ${}^7\text{Be}$ использованы чистые по схемам Юнга потенциалы, описывающие его основные характеристики и, в первую очередь, энергию связи.

Дублетные 2S - фазы, полученные в нашем фазовом анализе, который явно учитывает дублетную 2P - фазу, приводят

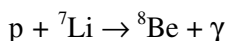
к потенциалу, который, в отличие от взаимодействия, построенного на основе результатов анализа [124], вполне позволяет описать экспериментальный S - фактор при энергиях ниже 1 МэВ. Тем самым, как и в случае, более легких ядер [112], используемая здесь потенциальная кластерная модель с приведенными выше потенциалами, позволяет в целом получить вполне приемлемые результаты при описании процесса радиационного $p^6\text{Li}$ захвата в астрофизической области энергий [132,133].

6. S - ФАКТОР РАДИАЦИОННОГО $p^7\text{Li}$ ЗАХВАТА

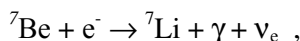
S-factor of the $p^7\text{Li}$ radiative capture

Введение

Реакция радиационного захвата



при сверхнизких энергиях с образованием нестабильного ядра ${}^8\text{Be}$, которое распадается на две α - частицы, может проходить, наряду со слабым процессом



как одна из финальных реакций протон - протонного цикла [2]. Поэтому, детальное изучение этой реакции, в частности, формы и зависимости от энергии астрофизического S - фактора, безусловно, представляет определенный интерес для ядерной астрофизики.

При выполнении расчетов астрофизического S - фактора радиационного $p^7\text{Li}$ захвата в потенциальной кластерной модели [20,25], которая обычно используется нами для подобных расчетов [112,134], требуется знание парциальных потенциалов $p^7\text{Li}$ взаимодействия в непрерывном и дискретном спектре. По-прежнему будем считать, что такие потенциалы должны соответствовать классификации кластерных состояний по орбитальным симметриям [25], как это было принято ранее в наших работах [47,59,133] и предыдущих главах данной книги для других ядерных систем.

Напомним, что в используемом нами подходе потенциалы процессов рассеяния обычно строятся на основе описания

фаз упругого рассеяния, извлекаемых из экспериментальных данных, а взаимодействия связанных состояний определяются из требования воспроизведения основных характеристик связанного состояния ядра, в предположении, что оно обусловлено, в основном, кластерным каналом, состоящем из начальных частиц рассматриваемой реакции.

Например, сталкивающиеся при малых энергиях частицы ${}^2\text{H}^4\text{He}$ в процессе радиационного захвата образуют ядро ${}^6\text{Li}$ в основном состоянии, а лишняя энергия выделяется в виде γ -кванта. Поскольку в таких реакциях нет перестройки, мы можем рассматривать потенциалы одной и той же ядерной системы частиц, т.е. ${}^2\text{H}^4\text{He}$, в непрерывном и дискретном спектрах. В последнем случае считается, что с большой долей вероятности основное связанное состояние ядра ${}^6\text{Li}$ обусловлено кластерной ${}^2\text{H}^4\text{He}$ конфигурацией. Такой подход приводит к вполне разумным результатам при описании астрофизических S -факторов этой и некоторых других реакций радиационного захвата [135].

В данном случае, ядро ${}^8\text{Be}$, по-видимому, не состоит из кластерной ${}^7\text{Li}$ системы, а определяется, скорее всего, ${}^4\text{He}^4\text{He}$ конфигурацией, распадаясь в этот канал. Однако можно предположить, что сразу после реакции радиационного ${}^7\text{Li}$ захвата ядро ${}^8\text{Be}$ будет, какое-то время, находиться в связанном состоянии ${}^7\text{Li}$ канала и только потом перейдет в состояние, определяемое несвязанной ${}^4\text{He}^4\text{He}$ системой. Такое допущение позволяет рассматривать ядро ${}^8\text{Be}$, по крайней мере, на начальном этапе его образования в реакции $p+{}^7\text{Li}\rightarrow{}^8\text{Be}+\gamma$, как кластерную ${}^7\text{Li}$ систему и применять методы ПКМ [136].

6.1 Классификация орбитальных состояний

Вначале заметим, что ${}^7\text{Li}$ система имеет проекцию изоспина $T_z = 0$, а это возможно при двух значениях полного изоспина $T = 1$ и 0 [137], поэтому ${}^7\text{Li}$ канал, так же как ${}^3\text{H}$ система [112], оказывается смешанным по изоспину, хотя оба изоспиновых состояния ($T = 1, 0$), в отличие от ${}^3\text{H}$ системы, в

триплетном спиновом состоянии соответствуют, как будет показано далее, одной разрешенной схеме Юнга {431} [20]. Чистыми по изоспину, в данном случае в полной аналогии с $p^3\text{He}$ и $n^3\text{H}$ системами [112], являются кластерные каналы $p^7\text{Be}$ и $n^7\text{Li}$ при $T_z = \pm 1$ и $T = 1$.

Спин - изоспиновые схемы ядра ^8Be для $p^7\text{Li}$ канала приведены в табл.6.1 и являются произведением спиновой и изоспиновой частей ВФ. В частности, для любого из этих моментов, в основном состоянии ядра ^8Be с моментом, равным нулю, будем иметь схему {44}, для некоторого состояния с моментом единица схему {53} и для состояния с моментом 2 симметрию вида {62}. В первом случае моменты четырех нуклонов направлены в противоположную сторону по отношению к другой четверке и полный момент системы восьми нуклонов равен нулю. Во втором случае моменты пяти нуклонов направлены в одну сторону, а трех в другую и в результате не скомпенсированными остаются два нуклона, а их полный момент равен единице. Последний вариант представляет моменты шести нуклонов направленные в одну сторону и двух в другую – не скомпенсированы четыре нуклона и полный момент равен двум.

Возможные орбитальные схемы Юнга $p^7\text{Li}$ системы, если для ядра ^7Li используется схема {7}, оказываются запрещенными, поскольку в одной строчке не может быть более четырех клеток [123,125], и соответствуют запрещенным состояниям с конфигурациями {8} и {71} и моментом относительно движения $L = 0$ и 1, который, напомним, определяется по правилу Эллиотта [125]. Когда для ядра ^7Li принимается схема {43}, система $p^7\text{Li}$ содержит запрещенные уровни со схемой {53} в P_1 - волне и {44} в S_1 - волне, и разрешенное состояние с конфигурацией {431} при $L = 1$.

Таким образом, $p^7\text{Li}$ потенциалы в разных парциальных волнах должны иметь запрещенное связанное {44} состояние в S_1 - волне и запрещенное и разрешенное связанные уровни в P_1 - волне со схемами Юнга {53} и {431} соответственно. Рассмотренная классификация правильна для любого изоспинового состояния $p^7\text{Li}$ системы ($T = 0$ или 1) в триплетном спиновом канале. При спине $S = 2$ разрешенные симметрии

вообще отсутствуют, а все перечисленные выше схемы Юнга соответствуют запрещенным состояниям, как показано в табл.6.1.

Табл.6.1. Классификация орбитальных состояний в $p^7\text{Li}$ ($n^7\text{Be}$) системе с изоспином $T = 0$ и 1.

Здесь: T , S и L – изоспин, спин и орбитальный момент системы двух частиц $p^7\text{Li}$, $\{f\}_S$, $\{f\}_T$, $\{f\}_{ST}$ и $\{f\}_L$ – спиновая, изоспиновая, спин - изоспиновая [44] и возможная орбитальная схемы Юнга., $\{f\}_{PC}$, $\{f\}_{3C}$ – схемы Юнга разрешенных и запрещенных орбитальных состояний. Жирным курсивом показаны сопряженные схемы.

Система	T	S	$\{f\}_T$	$\{f\}_S$	$\{f\}_{ST}=\{f\}_S \otimes \{f\}_T$	$\{f\}_L$	L	$\{f\}_{PC}$	$\{f\}_{3C}$
$p^7\text{Li}$ $n^7\text{Be}$	0	1	{44}	{53}	{71}+{611}+{53}+ +{521}+ {431}+ +{4211}+{332}+ {3221}	{8} {71} {53} {44} {431}	0 1 1,3 024 123	– – – – {431}	{8} {71} {53} {44} –
		2	{44}	{62}	{62}+{521}+ +{44}+ {431}+ +{422}+{3311}	{8} {71} {53} {44} {431}	0 1 1,3 024 123	– – – – –	{8} {71} {53} {44} {431}
$p^7\text{Be}$ $n^7\text{Li}$ $p^7\text{Li}$ $n^7\text{Be}$	1	1	{53}	{53}	{8}+2{62}+{71}+ +{611}+53}+{44}+ +2{521}+{5111}+ +{44}+{332}+ +2{431}+2{422}+ +{4211}+{3311}+ {3221}	{8} {71} {53} {44} {431}	0 1 1,3 024 123	– – – – {431}	{8} {71} {53} {44} –
		2	{53}	{62}	{71}+{62}+{611}+ +2{53}+2{521}+ +2{431}+{422}+ +{4211}+{332}	{8} {71} {53} {44} {431}	0 1 1,3 024 123	– – – – –	{8} {71} {53} {44} {431}

Возможно, как в предыдущем случае для $p^6\text{Li}$ системы, более правильно рассматривать обе допустимые схемы {7} и

{43} для связанных состояний ядра ${}^7\text{Li}$, поскольку обе они присутствуют в числе ЗС и РС этого ядра в ${}^3\text{H}^4\text{He}$ конфигурации [135]. Тогда классификация уровней будет несколько иной, число запрещенных состояний возрастет, и в каждой парциальной волне добавится лишний запрещенный связанный уровень. Такая, более полная схема ЗС и РС состояний, приведена в табл.6.1 и, по сути, является суммой первого и второго рассмотренного выше случая.

6.2 Потенциальное описание фаз рассеяния

Фазы упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния, поскольку эта система смешанна по изоспину, представляются в виде полусуммы чистых по изоспину фаз (4.1) [20,25]

$$\delta_L(T = 1, 0) = 1/2\delta_L(T = 0) + 1/2\delta_L(T = 1)$$

в полной аналогии с $p^3\text{H}$ системой. Смешанные по изоспину фазы с $T = 1, 0$ определяются в результате фазового анализа экспериментальных данных, которыми обычно являются дифференциальные сечения упругого рассеяния или функции возбуждения. Чистые с изоспином $T = 1$ фазы определяются из фазового анализа упругого $p^7\text{Be}$ или $n^7\text{Li}$ рассеяния. В результате можно найти чистые с $T = 0$ фазы $p^7\text{Li}$ рассеяния и по ним построить взаимодействие, которое должно соответствовать потенциалу связанного состояния $p^7\text{Li}$ системы в ядре ${}^8\text{Be}$ [20]. Именно такой метод разделения фаз использовался для $p^3\text{H}$ системы [25], и продемонстрировал свою полную работоспособность [112].

Однако нам не удалось найти экспериментальные данные по дифференциальным сечениям или фазам упругого $n^7\text{Li}$ или $p^7\text{Be}$ рассеяния при астрофизических энергиях [138], поэтому здесь будем рассматривать только смешанные по изоспину потенциалы процессов рассеяния в $p^7\text{Li}$ системе и чистые с $T = 0$ потенциалы связанного состояния, которые строятся на основе описания характеристик СС и выбираются в простом гауссовом виде с точечным кулоновским чле-

ном (2.8).

Фазы упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния, полученные из фазового анализа экспериментальных данных по функциям возбуждения [139], с учетом спин - орбитального расщепления при энергиях до 2.5 МэВ имеются в работе [140]. Эти фазы, показанные точками и квадратами на рис.6.1 и 6.2, мы будем использовать далее при построении межкластерных потенциалов для упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния в S_1 - и P_1 - волнах.

Из рис.6.1 видно, что в области от 0 до 800 кэВ S_1 - фаза практически равна нулю, а затем довольно резко падает и при 1500 кэВ имеет величину примерно -25° . Поскольку мы будем рассматривать только область низких, астрофизических энергий, то ограничимся интервалом $0 \div 800$ кэВ. Практически нулевая фаза при этих энергиях получается с потенциалом вида (2.8) и параметрами

$$V_0 = -147 \text{ МэВ} \text{ и } \alpha = 0.15 \text{ Фм}^{-2}.$$

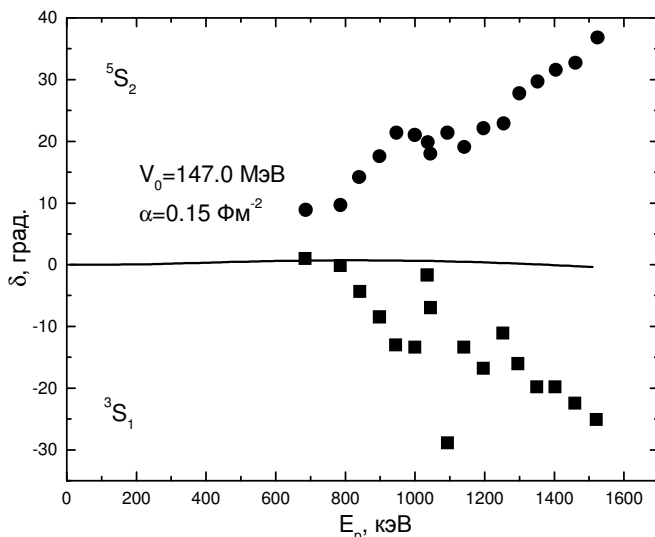


Рис.6.1. 3S_1 - и 5S_2 - фазы упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния при низких энергиях. Точки и квадраты – фазы рассеяния, полученные из экспериментальных данных в работе [140]. Линия – расчеты с гауссовым потенциалом, параметры которого приведены в тексте.

Такой потенциал содержит два ЗС, как это следует из классификации состояний, приведенной в табл.6.1, а результаты расчета S_1 - фазы показаны на рис.6.1 непрерывной линией. Конечно, S_1 - фазу, близкую к нулю, можно получить и с помощью других вариантов параметров потенциала с двумя ЗС. В этом смысле, не удастся однозначно фиксировать его параметры, и возможны другие комбинации V_0 и α . Тем не менее, такой потенциал, так же, как приведенный выше, должен иметь сравнительно большую ширину, которая дает малое изменение фазы рассеяния при изменении энергии в области $0 \div 800$ кэВ.

В P_1 - волне рассеяния имеется надпороговый уровень с энергией 17.640 МэВ и $J^P T = 1^+ 1$ или 0.441 МэВ (л.с.) выше порога кластерного $p^7\text{Li}$ канала в ядре ^8Be , при энергии связи этого канала -17.2551 МэВ [137]. Уровень 0.441 МэВ имеет очень малую ширину, которая для реакции $p^7\text{Li} \rightarrow ^8\text{Be}\gamma$ захвата и упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния составляет всего 12.2(5) кэВ [137]. Такой узкий уровень приводит к очень резкому подъему P_1 - фазы упругого рассеяния, которая для полного момента $J = 1$ оказывается смешана по спиновым состояниям 5P_1 и 3P_1 [140]. Фаза, показанная точками на рис.6.2 [140], может быть описана потенциалом гауссова вида (2.8) с параметрами

$$V_0 = -5862.43 \text{ МэВ} \text{ и } \alpha = 3.5 \text{ Фм}^{-2} .$$

Этот потенциал, смешанный по изоспину с $T = 0$ и 1, согласно табл.6.1, имеет два ЗС, а результаты расчета P_1 - фазы рассеяния показаны на рис.6.2 непрерывной линией. При столь резком возрастании, извлеченной из экспериментальных данных, P_1 - фазы параметры потенциалы, который ее описывает, фиксируются вполне однозначно, а сам потенциал должен иметь очень малую ширину.

Поскольку далее будет рассматриваться астрофизический S - фактор только при энергиях от нуля до 800 кэВ, то вполне можно считать, что оба полученные выше потенциала приемлемо описывают результаты фазового анализа для двух

рассмотренных парциальных волн в этой области энергий [140].

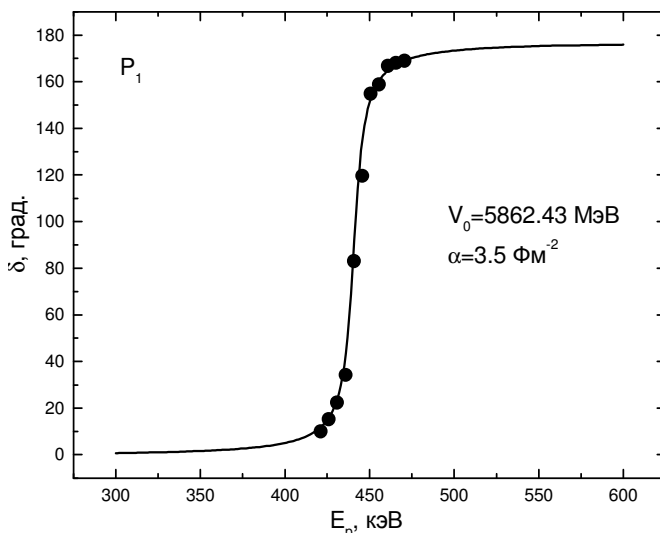


Рис.6.2. 5P_1 - фаза, смешанная с 3P_1 фазой, упругого $p^7\text{Li}$ рассеяния при низких энергиях.

Точки – фазы рассеяния, полученные из экспериментальных данных в работе [140]. Линия – расчеты с гауссовым потенциалом, параметры которого приведены в тексте.

Для потенциала связанного P_0 - состояния $p^7\text{Li}$ системы, который соответствует основному состоянию ядра ${}^8\text{Be}$ в рассматриваемом кластерном канале, найдены следующие параметры:

$$V_0 = -433.937674 \text{ МэВ} \text{ и } \alpha = 0.2 \text{ Фм}^{-2} .$$

С таким потенциалом получена энергия связи -17.255100 МэВ при точности 10^{-6} МэВ, среднеквадратичный радиус 2.5 Фм, а асимптотическая константа, вычисляемая по функциям Уиттекера (2.10), оказалась равна $C_w = 12.4(1)$. Ошибка константы определяется ее усреднением на интервале $6 \div 10$ Фм, где она остается относительно стабильной. Кроме разрешен-

ного СС, соответствующему ОС ядра ${}^8\text{Be}$, такой P - потенциал имеет два ЗС в полном соответствии с классификацией орбитальных состояний, приведенной в табл.6.1.

По-видимому, в кластерном $p^7\text{Li}$ канале среднеквадратичный радиус ядра ${}^8\text{Be}$ не должен сильно отличаться от радиуса ${}^7\text{Li}$, который равен $2.35(10)$ Фм [126], поскольку ядро находится в сильно связанном ~ -17 МэВ, т.е. компактном состоянии. Кроме того, при такой энергии связи, само ядро ${}^7\text{Li}$ может находиться в деформированном, сжатом виде, как дейтрон в ядре ${}^3\text{He}$ [112]. Поэтому, полученное выше, значение среднеквадратичного радиуса для $p^7\text{Li}$ канала в ОС ${}^8\text{Be}$ имеет вполне разумную величину.

Для дополнительного контроля вычисления энергии связи использовался вариационный метод с разложением кластерной ВФ $p^7\text{Li}$ системы по неортогональному гауссову базису [20], которым, уже на размерности базиса $N = 10$, для этого потенциала получена энергия -17.255098 МэВ, только на 2 эВ отличающаяся, от приведенной выше, конечно - разностной величины. Невязки [24] имеют порядок 10^{-11} , асимптотическая константа, на интервале $5 \div 10$ Фм, равна $12.3(2)$, а зарядовый радиус не отличается от предыдущих результатов. Параметры разложения полученной вариационной радиальной волновой функции (2.9) ОС ${}^8\text{Be}$ в кластерном $p^7\text{Li}$ канале приведены в табл.6.2.

Табл.6.2. Коэффициенты и параметры разложения радиальной вариационной волновой функции вида (2.9) основного состояния ${}^8\text{Be}$ в $p^7\text{Li}$ канале по неортогональному гауссовому базису [20].

Нормировочный коэффициент волновой функции на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 1.0000000000000001$.

i	β_i	C_i
1	1.140370098659333E-001	-9.035361688615057E-002
2	5.441057961629589E-002	-5.552214961281388E-003
3	2.200385338662954E-001	-4.776382639167991E-001
4	5.657244883872561E-001	3.790054587274382

5	9.613849915820404E-001	-2.409004172680931
6	1.216602174819119	-3.280156202364487
7	4.797601726001004	2.475815245412750E-002
8	14.137444509612200	1.070215776034501E-002
9	45.160915627598030	6.119172187062497E-003
10	191.081716320368200	3.950399055271339E-003

Напомним, что поскольку вариационная энергия при увеличении размерности базиса уменьшается и дает верхний предел истинной энергии связи, а конечно - разностная энергия при уменьшении величины шага и увеличении числа шагов увеличивается [24], то для реальной энергии связи в таком потенциале можно принять величину $-17.255099(1)$ МэВ. Таким образом, точность определения энергии связи ядра ${}^8\text{Be}$ в кластерном $p{}^7\text{Li}$ канале двумя методами находится на уровне ± 1 эВ.

Для выполнения настоящих расчетов, так же, как и в остальных случаях, для других, уже рассмотренных ранее кластерных систем, была изменена наша компьютерная программа, основанная на конечно - разностном методе [24]. Программа переведена на язык Fortran - 90, который позволяет заметно поднять скорость и точность всех вычислений и, например, получать более точные значения для энергии связи ядра в двухчастичном канале.

Теперь абсолютная точность поиска энергии связанных уровней для $p{}^7\text{Li}$ системы в ядре ${}^8\text{Be}$ составляет 10^{-6} МэВ. Точность поиска нуля детерминанта 10^{-14} , а величина вронскиана кулоновских волновых функций для непрерывного спектра, определяющих точность поиска фаз рассеяния, не хуже 10^{-15} .

6.3 Астрофизический S - фактор

При рассмотрении электромагнитных переходов будем учитывать $E1$ переход из 3S_1 - волны рассеяния (см. рис.6.1) на основное связанное состояние ядра ${}^8\text{Be}$ в кластерном $p{}^7\text{Li}$ канале с $J^P T = 0^+ 0$ и $M1$ переход из 3P_1 - волны рассеяния (см.

рис.6.2) также на P_0 ОС этого ядра. Сечения $E1$ перехода из 3D_1 - волны рассеяния (с потенциалом для 3S_1 - волны при $L = 2$) на ОС ${}^8\text{Be}$ оказываются, в зависимости от энергии на интервале $0 \div 800$ кэВ, на $2 \div 4$ порядка меньше, чем для перехода из 3S_1 - волны. В дальнейшем будем рассматривать только S - фактор для перехода на основное состояние ядра ${}^8\text{Be}$, т.е. реакцию вида ${}^7\text{Li}(p, \gamma_0){}^8\text{Be}$. Одно из последних экспериментальных измерений S - фактора этой реакции в области энергий от 100 кэВ до 1.5 МэВ выполнено в работе [141].

При вычислениях S - фактора использовались стандартные выражения (2.4) \div (2.6). Для магнитных моментов протона и ядра ${}^7\text{Li}$ приняты величины: $\mu_p = 2.792847$ [35] и $\mu({}^7\text{Li}) = 3.256427$ [142]. Выражение в квадратных скобках (2.6) для $A_1(M1, K)$ получено в предположении, что в общей форме для спиновой части магнитного оператора [36] проводится суммирование по r_i , т.е. по координатам центра масс кластеров, до действия на выражение в круглой скобке ($r_i^J Y_{Jm}(\Omega_i)$) оператора ∇ - набла, которое приводит к понижению степени r_i [34]. Если вначале выполнить действие оператора набла над выражением в этих скобках, то в качестве $A_1(M1, K)$ для $M1$ получается

$$A(K) = \frac{e\hbar}{m_0c} K \sqrt{3} [\mu_1 + \mu_2] . \quad (6.1)$$

Поскольку астрофизический S - фактор рассматриваемой реакции при резонансной энергии полностью зависит от величины $M1$ перехода, то данная реакция может служить некоторым тестом для проверки правильности выражений (2.6) или (6.1).

Результаты расчета астрофизического S - фактора с приведенными выше потенциалами при энергии $5 \div 800$ кэВ (л.с.) показаны на рис.6.3. Пунктирной кривой показан $E1$ переход, точечной – $M1$ процесс и непрерывной – их сумма. Показанные результаты, получены на основе выражения (2.6), что свидетельствуют в его пользу, хотя сделанные вы-

воды будут полностью верными только в случае 100% кластеризации ядра ${}^8\text{Be}$ в кластерный $p{}^7\text{Li}$ канал. В рассматриваемой реакции $M1$ переход, так же как $E1$ в системе $p{}^3\text{H}$ [112], происходит с изменением изоспина $\Delta T = 1$, поскольку основное состояние ядра ${}^8\text{Be}$ имеет $T = 0$, а изоспин резонанса в P_1 - волне рассеяния равен 1.

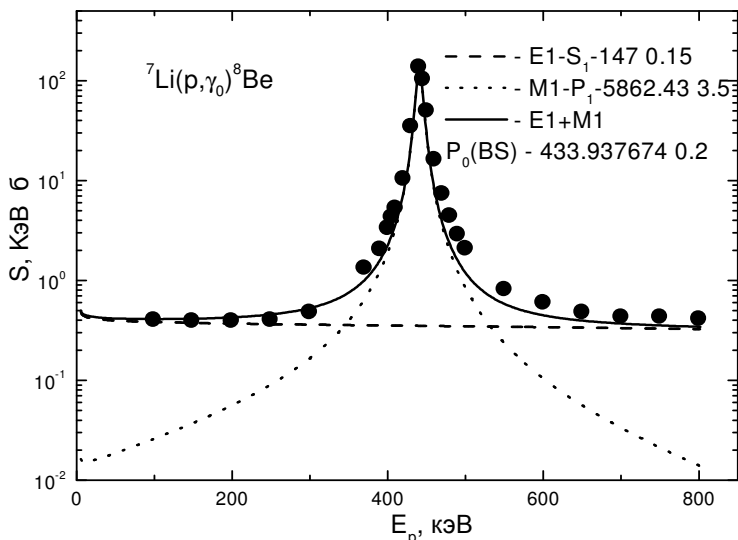


Рис.6.3. Астрофизический S - фактор реакции радиационного $p{}^7\text{Li}$ захвата.

Точки – экспериментальные данные из работы [141]. Кривые – результаты расчета для разных электромагнитных переходов с приведенными в тексте потенциалами.

Для астрофизического S - фактора при энергии 5 кэВ (с.с.м.) для перехода в ОС ${}^8\text{Be}$ найдено 0.50 кэВ·б, причем 0.48 кэВ б дает $E1$ процесс, что хорошо согласуется с данными [141]. Численные значения расчетного и экспериментального [141] S - фактора при энергиях $5 \div 300$ кэВ (л.с.) приведены в табл.6.3. Как видно на рис.6.3 и табл.6.3 величина теоретического S - фактора в области энергий $30 \div 200$ кэВ остается почти постоянной и равной примерно $0.41 \div 0.43$

кэВ·б, что, практически в пределах экспериментальных ошибок, согласуется с данными работы [141] для энергии $100 \div 200$ кэВ.

Табл.6.3. Расчетный астрофизический S - фактор радиационного ${}^7\text{Li}$ захвата при низких энергиях и его сравнение с экспериментальными данными [141].

$E_{\text{лаб.}}$ кэВ	S_{exp} кэВ·б [141]	S_{E1} кэВ·б	S_{M1} кэВ·б	$S_{\text{E1+M1}}$ кэВ·б
5,7	–	0,48	0,02	0,50
29,7	–	0,41	0,02	0,43
60,6	–	0,39	0,02	0,41
98,3	0,41(3)	0,39	0,03	0,42
198,3	0,40(2)	0,37	0,06	0,43
298,6	0,49(2)	0,36	0,16	0,52

Для сравнения приведем некоторые результаты экстраполяции различных экспериментальных данных к нулевой энергии. Так в работе [131] было получено значение 0.25(5) кэВ·б, в работе [143] на основе данных [141] найдено 0.40(3) кэВ·б. Далее в работе [144] на основе новых измерений полных сечений ${}^7\text{Li}(p,\gamma_0){}^8\text{Be}$ реакции в области $40 \div 100$ кэВ предложено значение 0.50(7) кэВ·б, которое хорошо согласуется с полученной здесь при энергии 5 кэВ величиной.

Интересно обратить внимание на хронологию различных работ по определению астрофизического S - фактора реакции ${}^7\text{Li}(p,\gamma_0){}^8\text{Be}$. В 1992г. его значение считалось равным 0.25(5) кэВ·б [131], в 1997г. на основе измерений 1995г. [141] получено 0.40(3) кэВ·б [143], а в 1999г. измерения при более низких энергиях привели к значению 0.50(7) кэВ·б [144]. Эта хронология хорошо демонстрирует постоянное увеличение, а именно, в два раза, значений S - фактора реакции ${}^7\text{Li}(p,\gamma_0){}^8\text{Be}$ по мере понижения энергии экспериментальных измерений и создается впечатление, что в ближайшем будущем это значение может претерпеть заметные изменения.

Таким образом, в потенциальной кластерной модели

рассмотрены $E1$ и $M1$ переходы из 3S_1 и ${}^{3-5}P_1$ - волн рассеяния на основное связанное в ${}^7\text{Li}$ канале состояние ядра ${}^8\text{Be}$. При наличии определенных предположений относительно методов расчета магнитного перехода и перестройки каналов в ядре ${}^8\text{Be}$, оказывается возможным полностью описать имеющиеся экспериментальные данные по астрофизическому S - фактору при энергиях до 800 кэВ и получить его величину для нулевой (5 кэВ) энергии, которая хорошо согласуется с последними экспериментальными измерениями.

6.4 Программа расчета фаз упругого рассеяния

Приведем текст компьютерной программы для расчетов фаз упругого рассеяния, в данном случае, протонов на ядре ${}^7\text{Li}$, на языке Fortran - 90 в системе PS - 4. Программа выполняет расчет фаз упругого рассеяния двух частиц по волновой функции рассеяния, методами, подробно описанными в работе [24], при заданной точности результата. В данном случае, абсолютная точность составляет 10^{-3} радиана. Далее приведем только основы метода, использованного в данной программе [24].

Итак, уравнение Шредингера образует задачу Коши с начальными условиями, которые выбираются из физических соображений. Первое начальное условие требует равенства нулю ВФ при $r = 0$. Поскольку ВФ отражает вероятность каких-то процессов или состояний квантовых частиц, то это условие означает, что две частицы не могут полностью слиться и занимать один и тот же объем пространства.

Вторым условием задачи Коши должно быть задание величины первой производной этой функции. Но из физических соображений нельзя определить величину производной, поэтому она берется равной некоторой константе, которая при решении уравнения Шредингера определяет только амплитуду волновой функции. В численных расчетах обычно принимают $u' = 0.001 \div 0.1$. Реальная амплитуда функции, которая используется для многочисленных физических расчетов, определяется из асимптотических условий, накладываемых

ваемых на эту функцию при больших расстояниях $r \rightarrow R$, когда ядерный потенциал практически равен нулю.

Асимптотика волновой функции на больших расстояниях, когда $V_n(r \rightarrow R) = 0$, может быть представлена следующим образом

$$u_L(r \rightarrow R) \rightarrow F_L(kr) + \operatorname{tg}(\delta_L)G_L(kr)$$

или

$$u_L(r \rightarrow R) \rightarrow \cos(\delta_L)F_L(kr) + \sin(\delta_L)G_L(kr) \quad ,$$

где F_L и G_L – кулоновские функции рассеяния, которые являются частными решениями уравнения Шредингера без ядерной части потенциала, т.е. когда $V_n = 0$. Сшивая численное решение $u(r)$ уравнения Шредингера на больших расстояниях (R порядка $10 \div 20$ Фм) с этой асимптотикой, можно найти амплитуду функции и фазы рассеяния δ_L для каждого L при заданной энергии взаимодействующих частиц.

Фазы рассеяния в конкретной системе ядерных частиц могут быть определены из фазового анализа экспериментальных данных по их упругому рассеянию. Далее, выполняется варьирование параметров ядерного потенциала, заранее определенной формы, например, (2.8), в уравнении Шредингера и определяются те параметры, которые позволяют описать результаты фазового анализа. Таким образом, задача описания процессов рассеяния ядерных частиц состоит именно в поиске параметров ядерного потенциала, которые описывают результаты фазового анализа, а, значит, экспериментальные данные по сечениям рассеяния.

Рассмотрим более подробно процедуру сшивки волновых функций с их асимптотикой. При $r = R$ можно записать два равенства для самих ВФ и их производных [145]

$$Nu_L(r) = F_L(kR) + \operatorname{tg}(\delta_L)G_L(kR) \quad ,$$

$$Nu'_L(r) = F'_L(kR) + \operatorname{tg}(\delta_L)G'_L(kR) \quad ,$$

где N – нормировочный множитель. Можно рассматривать подобные выражения не для функции и производной, а только для функции, но в двух разных точках

$$Nu_L(R_1) = F_L(kR_1) + \operatorname{tg}(\delta_L)G_L(kR_1) \quad ,$$

$$Nu_L(R_2) = F_L(kR_2) + \operatorname{tg}(\delta_L)G_L(kR_2) \quad .$$

Введем обозначения

$$F_1 = F_L(kR_1) \quad , \quad F_2 = F_L(kR_2) \quad ,$$

$$G_1 = G_L(kR_1) \quad , \quad G_2 = G_L(kR_2) \quad ,$$

$$u_1 = u_L(R_1) \quad , \quad u_2 = u_L(R_2)$$

и найдем величину N , например, из первого уравнения

$$N = [F_1 + \operatorname{tg}(\delta_L)G_1]/u_1 \quad .$$

Подставляя это выражение во второе уравнение, получим

$$\operatorname{tg}(\delta_L) = (u_1F_2 - u_2F_1)/(u_2G_1 - u_1G_2) = A_L \quad .$$

Тогда

$$\delta_L = \operatorname{arctg}(A_L) \quad .$$

Нормировка функции, для наших целей поиска фаз, значения не имеет. Но если нужна и нормированная ВФ, т.е. полная функция рассеяния, то лучше рассматривать второе асимптотическое условие, записав его в аналогичном виде и выполнив аналогичные действия. Для фаз рассеяния получится такое же выражение, а нормировка запишется в виде

$$N = [\cos(\delta_L)F_1 + \sin(\delta_L)G_1]/u_1$$

или

$$N = [\cos(\delta_L)F_2 + \sin(\delta_L)G_2]/u_2 .$$

Тем самым, мы полностью определяем поведение волновой функции, ее амплитуду и фазовый сдвиг, во всей области решений уравнения Шредингера от нуля до некоторого R , которое определяет асимптотическую область ВФ.

Переходя непосредственно к компьютерной программе, заметим, что описание параметров расчета, переменных, потенциала взаимодействия, блоков программы и подпрограмм дано в распечатке самой программы.

PROGRAM FAZ_p7Li

! ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ ФАЗ РАССЕЙЯНИЯ ПО ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТИ

IMPLICIT REAL(8) (A-Z)

INTEGER(4) I,L,N

REAL(8) FA1(0:1000),ЕСМ(0:1000),EL(0:1000)

DIMENSION U1(0:1024000)

! *** Ядерные данные *******

AM1=1.00727646577D-000; ! Масса P

AM2=7.01600455D-000 ! Масса 7Li

Z1=1.0D-000 ! Заряд P

Z2=3.0D-000 ! Заряд 7Li

PI=4.0D-000*DATAN(1.0D-000) ! Число Pi

PM=AM1*AM2/(AM1+AM2) ! Приведенная масса

! *** Константы *******

A1=41.4686D+00

B1=2.0D-000*PM/A1

AK1=1.439975D+00*Z1*Z2*B1

GK=3.44476D-02*Z1*Z2*PM

! *** Начальные значения *******

NN=0 ! Начальное значение шага

NV=30 ! Число шагов при вычислении фаз

NH=1 ! Величина шага

EH=0.01D-000 ! Шаг в МэВ для вычисления фаз

EN=0.3D-000 ! Нижнее значение энергии вычисления фаз

```
EPF=1.0D-003 ! Точность вычисления фаз
! ***** Потенциалы *****
V0=1685.783D-000 ! Глубина потенциала в МэВ притягивающей части
R0=1.D-000 ! Радиус потенциала притягивающей части в Фм
V1=0.0D-000 ! Глубина потенциала в МэВ отталкивающей
части
R1=1.0D-000 ! Радиус потенциала отталкивающей части в Фм
A0=-V0*B1; A1=V1*B1 ! Пересчет глубины потенциалов в
Фм-2
RCU=0.0D-000 ! Кулоновский радиус в Фм
L=1 ! Орбитальный момент
! ***** Параметры для нахождения фаз *****
DO I=NN,NV,NH
N=1000 ! Начальное число шагов вычисления ВФ
RR=10.0D-000 ! Начальное расстояние для вычисления ВФ
H=RR/N ! Начальный шаг вычисления ВФ
EL(I)=EN+I*EH ! Энергия в лаб. Системе
ECM(I)=EL(I)*PM/AM1 ! Пересчет энергии в систему центра масс
SK=ECM(I)*B1 ! Квадрат волнового числа
SS1=DSQRT(SK) ! Волновое число
G=GK/SS1 ! Кулоновский параметр
! ***** Подпрограмма расчета фаз рассеяния *****
CALL
FAZ(G,SS1,I,RR,EPF,N,PI,H,L,U1,FA1,A0,A1,R0,R1,RCU,AK
1,SK)
PRINT *,EL(I)*1000,FA1(I)
ENDDO
! ***** Запись результатов в файл *****
OPEN (1,FILE='FAZ-P-7Li.DAT')
DO I=NN,NV,NH
WRITE(1,*) EL(I)*1000,FA1(I)
ENDDO
CLOSE(1)
END
SUBROUTINE FUN(N,H,A0,A1,R0,R1,L,RCU,AK,SK,U)
! *** Подпрограмма расчета волновой функции *****
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER(4) K,L,N
```

```
DIMENSION U(0:1024000)
U(0)=0.0D-000
U(1)=0.010D-000
HK=H*H
DO K=1,N-1
X=K*H
Q1=A0*DEXP(-R0*X*X)+L*(L+1)/(X*X)+A1*DEXP(-
R1*X*X)
IF (X>RCU) GOTO 1157
Q1=Q1+(3.0D-000-(X/RCU)**2)*AK/(2.0D-000*RCU)
GOTO 1158
1157 Q1=Q1+AK/X
1158 Q2=-Q1*HK-2.0D-000+SK*HK
U(K+1)=-Q2*U(K)-U(K-1)
ENDDO
END
SUBROUTINE FAZ(G,SS,I,RR,EPF,N,PI,H,L,U,FA,A0,A1,
R0,R1,RCU,AK,SK)
! ***** Подпрограмма расчета фаз *****
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER(4) N,L,I
DIMENSION U(0:1024000),FA(0:1000)
FN=1000.0; FR=1000.0
125 X1=H*SS*(N-4)
X2=H*SS*N
CALL CULFUN(L,X1,G,F1,G1,W0,EP)
CALL CULFUN(L,X2,G,F2,G2,W0,EP)
CALL FUN(N,H,A0,A1,R0,R1,L,RCU,AK,SK,U)
U10=U(N-4); U20=U(N)
AF=-((F1-F2*U10/U20))/(G1-G2*U10/U20)
F=DATAN(AF)
IF(F<0.0D-000) THEN
F=F+PI
ENDIF
IF(ABS(F)<1.0D-10) THEN
F=0.0D-000
ENDIF
IF (ABS(FN-F)>EPF) THEN
```

```
FN=F
N=N+100
H=RR/N
GOTO 125
ENDIF
IF (ABS(FR-F)>EPF) THEN
FR=F
RR=RR+1
N=N+0.2*N
H=RR/N
GOTO 125
ENDIF
FA(I)=F*180.0D-000/PI
END
SUBROUTINE CULFUN(LM,R,Q,F,G,W,EP)
! ****Подпрограмма расчета кулоновский функций ****
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L,K,LL,LM
EP=1.0D-015
L=0
F0=1.0D-000
GK=Q*Q
GR=Q*R
RK=R*R
B01=(L+1)/R+Q/(L+1)
K=1
BK=(2*L+3)*((L+1)*(L+2)+GR)
AK=-R*((L+1)**2+GK)/(L+1)*(L+2)
DK=1.0D-000/BK
DEHK=AK*DK
S=B01+DEHK
15 K=K+1
AK=-RK*((L+K)**2-1.D-000)*((L+K)**2+GK)
BK=(2*L+2*K+1)*((L+K)*(L+K+1)+GR)
DK=1.D-000/(DK*AK+BK)
IF (DK>0.0D-000) GOTO 35
25 F0=-F0
35 DEHK=(BK*DK-1.0D-000)*DEHK
```

S=S+DEHK
IF (ABS(DEHK)>EP) GOTO 15
FL=S
K=1
RMG=R-Q
LL=L*(L+1)
CK=-GK-LL
DK=Q
GKK=2.0D-000*RMG
HK=2.0D-000
AA1=GKK*GKK+HK*HK
PBK=GKK/AA1
RBK=-HK/AA1
AOMEK=CK*PBK-DK*RBK
EPSK=CK*RBK+DK*PBK
PB=RMG+AOMEK
QB=EPSK
52 K=K+1
CK=-GK-LL+K*(K-1.)
DK=Q*(2.*K-1.)
HK=2.*K
FI=CK*PBK-DK*RBK+GKK
PSI=PBK*DK+RBK*CK+HK
AA2=FI*FI+PSI*PSI
PBK=FI/AA2
RBK=-PSI/AA2
VK=GKK*PBK-HK*RBK
WK=GKK*RBK+HK*PBK
OM=AOMEK
EPK=EPSK
AOMEK=VK*OM-WK*EPK-OM
EPSK=VK*EPK+WK*OM-EPK
PB=PB+AOMEK
QB=QB+EPSK
IF ((ABS(AOMEK)+ABS(EPSK))>EP) GOTO 52
PL=-QB/R
QL=PB/R
G0=(FL-PL)*F0/QL


```

GOP=(PL*(FL-PL)/QL-QL)*F0
F0P=FL*F0
ALFA=1.0D-000/( (ABS(F0P*G0-F0*GOP))**0.5 )
G=ALFA*G0
GP=ALFA*GOP
F=ALFA*F0
FP=ALFA*F0P
W=1.0D-000-FP*G+F*GP
IF (LM==0) GOTO 123
AA=(1.0D-000+Q**2)**0.5
BB=1.0D-000/R+Q
F1=(BB*F-FP)/AA
G1=(BB*G-GP)/AA
WW1=F*G1-F1*G-1.0D-000/(Q**2+1.0D-000)**0.5
IF (LM==1) GOTO 234
DO L=1,LM-1
AA=((L+1)**2+Q**2)**0.5
BB=(L+1)**2/R+Q
CC=(2*L+1)*(Q+L*(L+1)/R)
DD=(L+1)*(L**2+Q**2)**0.5
F2=(CC*F1-DD*F)/L/AA
G2=(CC*G1-DD*G)/L/AA
WW2=F1*G2-F2*G1-(L+1)/(Q**2+(L+1)**2)**0.5
F=F1; G=G1; F1=F2; G1=G2
ENDDO
234 F=F1; G=G1
123 CONTINUE
END

```

Приведем теперь результаты контрольного счета по этой программе для упругого рассеяния протонов на ядре ${}^7\text{Li}$ в P -волне, т.е. при $L = 1$, с потенциалом, приведенным в программе и предыдущих параграфах этой главы.

Здесь E – энергия частиц в кэВ, δ – фаза рассеяния в градусах. Надписи для этих величин (E и δ) в программе не предусмотрены.

Е , кэВ	δ , град
300.00000000000000	1.463012825309583
310.00000000000000	1.741580427189647
320.00000000000000	2.045211169193295
329.99999999999900	2.453917192921778
339.99999999999900	2.942034339443802
350.00000000000000	3.523983257335034
360.00000000000000	4.304066622497790
370.00000000000000	5.290031443719053
380.00000000000000	6.616684565601776
390.00000000000000	8.497854783693313
400.00000000000000	11.283887289718910
410.00000000000000	15.871292305763380
420.00000000000000	24.460811168704080
430.00000000000000	44.290494570708410
440.00000000000000	90.056769406018120
449.99999999999900	131.858294233151700
459.99999999999900	149.289857654389200
470.00000000000000	157.183982976260500
480.00000000000000	161.471562673128100
490.00000000000000	164.171993502029300
500.00000000000000	165.996407865298600
510.00000000000000	167.276268596475400
520.00000000000000	168.211429040413200
530.00000000000000	168.940799322204100
540.00000000000000	169.548066545885000
550.00000000000000	170.004755252677600
560.00000000000000	170.371698377092600
570.000000000000100	170.660104736125200
580.000000000000100	170.910851757862900
590.000000000000000	171.148334224319700
600.000000000000000	171.325330286482400

Из этих результатов видно, что при 440 кэВ P_1 - фаза достигает своего резонансного значения в 90° , которое реально находится при энергии 441 кэВ.

6.5 Программа вычисления S - фактора p^7Li захвата

Приведем теперь программу вычисления S - фактора при p^7Li захвате на языке Fortran - 90. Она похожа на аналогичную программу при p^3H захвате, но проводит расчет магнитного $M1$ перехода и для улучшения читаемости текста несколько изменена подпрограмма расчета S - фактора.

Описание некоторых параметров дано в распечатке – они совпадают с описанием в программе для S - фактора p^3H захвата, приведенной в четвертой главе.

```

PROGRAM P7LI_ S
USE MSIMSL
IMPLICIT REAL(8) (A - Z)
INTEGER(4)
III,L,N,N3,I,NN,NV,NH,N1,N2,IFUN,N5,MIN,IFAZ,LS,LP
DIMENSION EEE(0:1000)
COMMON /M/ V(0:10240000),U1(0:10240000),U(0:10240000)
COMMON /BB/ A2,R0,AK1,RCU
COMMON /AA/ SKS,L,GK,R,SSS,AKK,CC
COMMON /CC/ HK,IFUN,MIN,IFAZ
COMMON /DD/ SS,AAK,GAM
COMMON /FF/ AS,RS,AS1,RS1,LS,LP,APP,APP1,RPP,RPP1
COMMON /EE/ PI
! * * * * * ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТОВ * * * * *
WFUN=0
RAD=1
FOTO=1
IFUN=0; != 0 - Тогда KRM, = 1 - Тогда RK
IFAZ=1; != 0 - Фаза просто = 0, = 1 - Фаза вычисляется
MIN=1; != 0 - Фаза считается на границе области, = 1 -
!Проводится поиск фазы по заданной точности
! ***** МАССЫ И ЗАРЯДЫ *****
Z1=1.0D-000
Z2=3.0D-000
Z=Z1+Z2
AM1=1.00727646677D-000; ! P

```

AM2=7.01600455D-000; ! 7LI

AM=AM1+AM2

RK11=0.877D-000; ! P

RM11=0.877D-000; ! P

RK22=2.35D-000; ! 7LI

RM22=2.35D-000; ! 7LI

PI=4.0D-000*DATAN(1.0D-000)

PM=AM1*AM2/AM

A1=41.4686D-000

B1=2.0D-000*PM/A1

AK1=1.439975D-000*Z1*Z2*B1

GK=3.44476D-002*Z1*Z2*PM

! ***** ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТОВ *****

N=1000

N3=N

RR=25.0D-000

H=RR/N

H1=H

HK=H*H

SKN=-20.0D-000

HC=0.1D-000

SKV=1.0D-000

SKN=SKN*B1

SKV=SKV*B1

HC=HC*B1

NN=0

NV=120

NH=1

EH=5.0D-003

EN=5.0D-003

EP=1.0D-015; ! Точность поиска нуля детерминанта

!и кулоновских функций

EP1=1.D-006; ! Точность поиска энергии связи в абсолютных

!единицах

EP2=1.0D-006; ! Точность поиска асимптотической

!константы в относительных единицах

EP3=1.0D-003; ! Точность поиска фаз рассеяния в

!относительный единицах

```
! ***** ПОТЕНЦИАЛЫ *****
V01=0.0D-000
R01=1.0D-000
V0=433.937674D-000;! P7LI FOR RCU=0. R0=0.2
CW=12.4(1)(6-12 ФМ) RZ=2.52 RM=2.45 E=-!17.255100 MEV
E(3C)=-225.4; -100.7
R0=0.2D-000; ! P7LI FOR RCU=0. P0-VAWE
A2=-V0*B1
A01=V01*B1
L=1
VS=147.0D-000 ! S1
RS=0.15D-000 ! S1
VS1=0.0D-000
RS1=1.0D-000
AS=-VS*B1
AS1=VS1*B1
LS=0
VPP=5862.43D-000 ! P1
RPP=3.5D-000 ! P1
VPP1=0.0D-000
RPP1=1.0D-000
APP=-VPP*B1
APP1=VPP1*B1
LP=1
RCU=0.0D-000
! * * * * * ПОИСК МИНИМУМА * * * * *
III=1
CALL
MINIMUM(EP,B1,SKN,SKV,HC,H,N,L,A2,R0,AK1,RCU,GK,
ESS,SKS,A01,R01)
PRINT *, ' E N DEL-E'
EEE(III)=ESS
111 N=2*N
H=H/2.0D-000
III=III+1
CALL
MINIMUM(EP,B1,SKN,SKV,HC,H,N,L,A2,R0,AK1,RCU,GK,
ESS1,SKS,A01,R01)
```

```
EEE(III)=ESS1
EEPP=ABS(EEE(III))-ABS(EEE(III-1))
PRINT *,EEE(III),N,EEPP
IF (ABS(EEPP)>EP1) GOTO 111
ESS=ESS1
PRINT *,EEE(III),N,EEPP
12 FORMAT(1X,E19.12,2X,I10,2X,3(E10.3,2X))
OPEN (25,FILE='E.DAT')
WRITE(25,*) ESS,SKS,N,H
CLOSE(25)
SK=SKS
SSS=DSQRT(ABS(SKS))
SS=SSS
AKK=GK/SSS
AAK=AKK
HK=H*H
ZZ=1.0D-000+AAK+L
GAM=DGAMMA(ZZ)
! * * * * * ПАСЧЕТ ВФ * * * * *
333 CONTINUE
IF (IFUN==0) THEN
N1=N/4
ELSE
N1=N/8
END IF
N1=N
IF (IFUN==0) THEN
CALL FUN(U,H,N1,A2,R0,A01,R01,L,RCU,AK1,SK)
ELSE
CALL FUNRK(U,N1,H,L,SK,A2,R0,A01,R01)
END IF
! * * * * * НОРМИРОВКА ВФ * * * * *
N2=1
N5=N1
N1=1
CALL ASSIM(U,H,N5,C0,CW0,CW,N1,EP2)
DO I=0,N1
V(I)=U(I)*U(I)
```

```
ENDDO
CALL SIMP(V,H,N1,SII)
HN=1.0D-000/DSQRT(SII)
OPEN (24,FILE='FUN-WWW.DAT')
DO I=0,N1
X=I*H
U(I)=U(I)*HN
ENDDO
CLOSE(24)
! * * * * * АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ * * * * *
CALL ASSIM(U,H,N1,C0,CW0,CW,N1,EP2)
1 FORMAT(1X,4(E13.6,2X))
! * * * * * ПЕРЕНОРМИРОВКА ХВОСТА ВФ * * * * *
SQQ=DSQRT(2.0D-000*SS)
DO I=N1+1,N,N2
R=I*H
CC=2.0D-000*R*SS
CALL WHI(R,WWW)
U(I)=CW*WWW*SQQ
ENDDO
1122 CONTINUE
! * * * * * ПОВТОРНАЯ НОРМИРОВКА ВФ * * * * *
DO I=1,N1
V(I)=U(I)*U(I)
ENDDO
DO I=N1+1,N,N2
V(I)=U(I)*U(I)
ENDDO
CALL SIMP(V,H,N,SIM)
HN=SIM
HN=1.0D-000/DSQRT(HN)
DO I=1,N
U(I)=U(I)*HN
ENDDO
DO I=N1+1,N,N2
U(I)=U(I)*HN
ENDDO
! * * * * * АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ * * * * *
```

```

CALL ASSIM(U,H,N,C0,CW0,CW,N,EP2)
! * * * * * ПАСПЕЧАТКА ВФ * * * * *
IF (WFUN==0) GOTO 2233
OPEN (24,FILE='FUN.DAT')
WRITE(24,*) '      R      U'
PRINT *, ' R      U'
DO I=0,N
X=H*I
PRINT 2,X,U(I)
WRITE(24,2) X,U(I)
ENDDO
CLOSE(24)
2233 CONTINUE
! * * * * * РАДИУС * * * * *
666 IF (RAD==0) GOTO 7733
OPEN (23,FILE='RAD.DAT')
WRITE(23,*) ' E      SQRT(RM**2)      SQRT(RZ**2)'
DO I=0,N
X=I*H
V(I)=X*X*U(I)*U(I)
ENDDO
CALL SIMP(V,H,N,RKV)
RM=AM1/AM*RM11**2      +      AM2/AM*RM22**2      +
((AM1*AM2)/AM**2)*RKV
RZ=Z1/Z*RK11**2      +      Z2/Z*RK22**2      +
(((Z1*AM2**2+Z2*AM1**2)/AM**2)/Z)*RKV
PRINT *, '(RM^2)^1/2= ',DSQRT(RM)
PRINT *, '(RZ^2)^1/2= ',DSQRT(RZ)
WRITE(23,2) DSQRT(RM),DSQRT(RZ)
2 FORMAT(1X,2(E16.8,2X))
CLOSE(23)
7733 CONTINUE
! * * * * * РАЧЕТ S-ФАКТОРОВ * * * * *
2121 CONTINUE
READ *
IF (FOTO==0) GOTO 9988
CALL
SFAC(EN,EH,NN,NV,NH,B1,ESS,H,N,RCU,AK1,PI,Z1,Z2,AM

```



```
1,AM2,PM,GK,EP,EP3,N2)
9988 CONTINUE
END
SUBROUTINE ASSIM(U,H,N,C0,CW0,CW,I,EP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,L,N,J,N2
DIMENSION U(0:10240000)
COMMON /AA/ SKS,L,GK,R,SS,GGG,CC
! * ВЫЧИСЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ *
N2=10
OPEN (22,FILE='ASIMPTOT.DAT')
WRITE(22,*) '          R          C0          CW0
CW'
SQQ=DSQRT(2.0D-000*SS)
PRINT *,' R          C0          CW0          CW'
IF (I==N) THEN
DO J=N/16,N,N/16
R=J*H
CC=2.0D-000*R*SS
C0=U(J)/DEXP(-SS*R)/SQQ
CW0=C0*CC**GGG
CALL WHI(R,WWW)
CW=U(J)/WWW/SQQ
PRINT 1,R,C0,CW0,CW,I
WRITE(22,1) R,C0,CW0,CW
ENDDO
ELSE
I=N
R=I*H
CC=2.0D-000*R*SS
CALL WHI(R,WWW)
CW1=U(I)/WWW/SQQ
12 I=I-N2
IF (I<=0) THEN
PRINT *,'NO STABLE ASSIMPTOTIC FW'
STOP
END IF
R=I*H
```

```
CC=2.0D-000*R*SS
CALL WHI(R,WWW)
CW=U(I)/WWW/SQQ
IF (ABS(CW1-CW)/ABS(CW))>EP .OR. CW==0.0D-000)
THEN
CW1=CW
GOTO 12
END IF
PRINT *,' R C0 CW0 CW'
PRINT 1,R,C0,CW0,CW,I
WRITE(22,1) R,C0,CW0,CW
END IF
CLOSE(22)
1 FORMAT(1X,4(E13.6,2X),3X,I8)
END
FUNCTION F(X)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L
COMMON /AA/ SKS,L,GK,R,SS,AA,CC
F=X**(AA+L)*(1.0D-000+X/CC)**(L-AA)*DEXP(-X)
END
SUBROUTINE WHI(R,WH)
USE MSIMSL
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
REAL(8) F
EXTERNAL F
COMMON /DD/ SS,AAK,GAM
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ УИТТЕКЕРА *****
CC=2.0D-000*R*SS
Z=CC**AAK
CALL DQDAG (F,0.0D-000,25.0D-000,0.0010D-000,0.0010D-
000,1,RES,ER)
WH=RES*DEXP(-CC/2.0D-000)/(Z*GAM)
END
SUBROUTINE MINIMUM(EP,B1,PN,PV,HC,HH,N3,L,A22,
R0, AK1,RCU,GK,EN,COR,A33,R1)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,N3,L,LL
```

```
!***** ВЫЧИСЛЕНИЕ МИНИМУМА ЭНЕРГИИ *****  
HK=HH**2  
LL=L*(L+1)  
IF(PN>PV) THEN  
PNN=PV; PV=PN; PN=PNN  
ENDIF  
H=HC; A=PN ; EP=1.0D-015  
1 CONTINUE  
CALL  
DET(A,GK,N3,A22,R0,L,LL,AK1,RCU,HH,HK,D1,A33,R1)  
B=A+H  
2 CONTINUE  
CALL  
DET(B,GK,N3,A22,R0,L,LL,AK1,RCU,HH,HK,D2,A33,R1)  
IF (D1*D2>0.0D-000) THEN  
B=B+H; D1=D2  
IF (B<=PV .AND. B>=PN) GOTO 2  
I=0; RETURN; ELSE  
A=B-H; H=H*1.0D-001  
IF(ABS(D2)<EP .OR. ABS(H)<EP) GOTO 3  
B=A+H; GOTO 1  
ENDIF  
3 I=1; COR=B; D=D2; EN=COR/B1;  
END  
SUBROUTINE DET(DK,GK,N,A2,R0,L,LL,AK,RCU,H,  
HK,DD,A3,R1)  
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)  
INTEGER(4) L,N,II,LL  
!***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕТЕРМИНАНТА *****  
S1=DSQRT(ABS(DK))  
G2=GK/S1  
D1=0.0D-000  
D=1.0D-000  
DO II=1,N  
X=II*H  
XX=X*X  
F=A2*DEXP(-XX*R0)+A3*DEXP(-XX*R1)+LL/XX  
IF (X>RCU) GOTO 67
```

```
F=F+(AK/(2.0D-000*RCU))*(3.0D-000-(X/RCU)**2)
GOTO 66
67 F=F+AK/X
66 IF (II==N) GOTO 111
D2=D1
D1=D
OM=DK*HK-F*HK-2.0D-000
D=OM*D1-D2
ENDDO
111 Z=2.0D-000*X*S1
OM=DK*HK-F*HK-2.0D-000
W=-S1-2.0D-000*S1*G2/Z-2.0D-000*S1*(L-G2)/(Z*Z)
OM=OM+2.0D-000*H*W
DD=OM*D-2.0D-000*D1
END
SUBROUTINE FUN(U,H,N,A2,R0,AP1,RP1,L,RCU,AK,SK)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
DIMENSION U(0:10240000)
INTEGER N,L,K,IFUN,MIN,IFAZ
COMMON /CC/ HK,IFUN,MIN,IFAZ
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ *****
U(0)=0.0D-000
U(1)=0.1D-000
!IF (L==2) PRINT *,'RP1',RCU
DO K=1,N-1
X=K*H
XX=X*X
Q1=A2*DEXP(-R0*XX)+AP1*DEXP(-RP1*XX)+L*(L+1)/XX
IF (X>RCU) GOTO 1571
Q1=Q1+(3.0D-000-(X/RCU)**2)*AK/(2.0D-000*RCU)
GOTO 1581
1571 Q1=Q1+AK/X
1581 Q2=-Q1*HK-2.0D-000+SK*HK
U(K+1)=-Q2*U(K)-U(K-1)
ENDDO
END
SUBROUTINE SIMP(V,H,N,S)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
```

```
DIMENSION V(0:10240000)
INTEGER N,II,JJ
A=0.0D-000; B=0.0D-000
A111: DO II=1,N-1,2
B=B+V(II)
ENDDO A111
B111: DO JJ=2,N-2,2
A=A+V(JJ)
END DO B111
S=H*(V(0)+V(N)+2.0D-000*A+4.0D-000*B)/3.0D-000
END
SUBROUTINE CULFUN(LM,R,Q,F,G,W,EP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L,K,LL,LM
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ КУЛОНОВСКИХ ФУНКЦИЙ *****
EP=1.0D-015
L=0
F0=1.0D-000
GK=Q*Q
GR=Q*R
RK=R*R
B01=(L+1)/R+Q/(L+1)
K=1
BK=(2*L+3)*((L+1)*(L+2)+GR)
AK=-R*((L+1)**2+GK)/(L+1)*(L+2)
DK=1.0D-000/BK
DEHK=AK*DK
S=B01+DEHK
15 K=K+1
AK=-RK*((L+K)**2-1.D-000)*((L+K)**2+GK)
BK=(2*L+2*K+1)*((L+K)*(L+K+1)+GR)
DK=1.D-000/(DK*AK+BK)
IF (DK>0.0D-000) GOTO 35
25 F0=-F0
35 DEHK=(BK*DK-1.0D-000)*DEHK
S=S+DEHK
IF (ABS(DEHK)>EP) GOTO 15
FL=S
```

K=1
RMG=R-Q
LL=L*(L+1)
CK=-GK-LL
DK=Q
GKK=2.0D-000*RMG
HK=2.0D-000
AA1=GKK*GKK+HK*HK
PBK=GKK/AA1
RBK=-HK/AA1
AOMEK=CK*PBK-DK*RBK
EPSK=CK*RBK+DK*PBK
PB=RMG+AOMEK
QB=EPSK
52 K=K+1
CK=-GK-LL+K*(K-1.)
DK=Q*(2.*K-1.)
HK=2.*K
FI=CK*PBK-DK*RBK+GKK
PSI=PBK*DK+RBK*CK+HK
AA2=FI*FI+PSI*PSI
PBK=FI/AA2
RBK=-PSI/AA2
VK=GKK*PBK-HK*RBK
WK=GKK*RBK+HK*PBK
OM=AOMEK
EPK=EPSK
AOMEK=VK*OM-WK*EPK-OM
EPSK=VK*EPK+WK*OM-EPK
PB=PB+AOMEK
QB=QB+EPSK
IF ((ABS(AOMEK)+ABS(EPSK))>EP) GOTO 52
PL=-QB/R
QL=PB/R
G0=(FL-PL)*F0/QL
G0P=(PL*(FL-PL)/QL-QL)*F0
F0P=FL*F0
ALFA=1.0D-000/((ABS(F0P*G0-F0*G0P))**0.5)

```
G=ALFA*G0
GP=ALFA*G0P
F=ALFA*F0
FP=ALFA*F0P
W=1.0D-000-FP*G+F*GP
IF (LM==0) GOTO 123
AA=(1.0D-000+Q**2)**0.5
BB=1.0D-000/R+Q
F1=(BB*F-FP)/AA
G1=(BB*G-GP)/AA
WW1=F*G1-F1*G-1.0D-000/(Q**2+1.0D-000)**0.5
IF (LM==1) GOTO 234
DO L=1,LM-1
AA=((L+1)**2+Q**2)**0.5
BB=(L+1)**2/R+Q
CC=(2*L+1)*(Q+L*(L+1)/R)
DD=(L+1)*(L**2+Q**2)**0.5
F2=(CC*F1-DD*F)/L/AA
G2=(CC*G1-DD*G)/L/AA
WW2=F1*G2-F2*G1-(L+1)/(Q**2+(L+1)**2)**0.5
F=F1; G=G1; F1=F2; G1=G2
ENDDO
234 F=F1; G=G1
123 CONTINUE
END
SUBROUTINE SFAC(EN,EH,NN,NV,NH,B1,ES,H,N4,RCU,
AK1,PI,Z1,Z2,AM1,AM2,PM,GK,EP,EP3,N2)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER(4)
N3,NN,NV,NH,N2,N4,IFUN,MIN,I,IFAZ,LS,JJ,LP
DIMENSION
EG(0:1000),ECM(0:1000),SZM(0:1000),SFM(0:1000),SZ(0:100
0),EL(0:1000),SF(0:1000),FS(0:1000),SFT(0:1000),FM(0:1000)
COMMON /M/ V(0:10240000),U1(0:10240000),U(0:10240000)
COMMON /CC/ HK,IFUN,MIN,IFAZ
COMMON /FF/ A12,R12,A121,R121,LS,LP,APP,APP1,
RPP,RPP1
! * * * ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ РАССЕЯНИЯ ФАЗ И
```

```
!МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ S-FACTOROV * * * * *
N3=N4
N2=4
AP11=0.0D-000
RP11=0.0D-000
OPEN (1,FILE='SFAC-1.DAT')
WRITE (1,*) '   EL      SF      SFM      SFT      FS
FP'
PRINT *, '   EL      SF      SFM      SFT      FS
FP'
A1: DO I=NN,NV,NH
ECM(I)=EN+I*EH
EG(I)=ECM(I)+ABS(ES)
SK=ECM(I)*B1
SS1=DSQRT(SK)
G=GK/SS1
! * ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ E1 - S1 *
JJ=1
CALL
ME(JJ,I,G,LS,N3,MIN,IFUN,EP,EP3,A12,R12,A121,R121,AK1,
RCU,H,SS1,FS,AIS)
! * ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ M1 - P1 *
JJ=0
CALL
ME(JJ,I,G,LP,N3,MIN,IFUN,EP,EP3,APP,RPP,APP1,RPP1,AK
1,RCU,H,SS1,FM,AIM)
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕЧЕНИЙ E1,E2,M1 *****
EL(I)=ECM(I)*AM1/PM
AKP=SS1
AKG=(EG(I))/197.331D-000
AMU1=2.792847D-000! P
AMU2=3.256427D-000! 7LI
BBB=344.447D-000*8.0D-000*PI*PM*2.0D-000/9.0D-
000/4.0D-000/2.0D-000
AMS=PM*AKG*(Z1/AM1-Z2/AM2)*AIS
SZ(I)=BBB*AKG/AKP**3*AMS**2
SSS=DEXP(Z1*Z2*31.335D-
000*DSQRT(PM)/DSQRT(ECM(I)*1.0D+003))
```



```

SF(I)=SZ(I)*1.0D-006*ECM(I)*1.0D+003*SSS
AMM=0.21184D-000*(AMU1*AM2/(AM1+AM2)-
AMU2*AM1/(AM1+AM2))*DSQRT(3.0D-
000)*AKG*DSQRT(2.0D-000)*AIM
SZM(I)=BBB*AKG/АКР**3*АММ**2
SSS=DEXP(Z1*Z2*31.335D-
000*DSQRT(PM)/DSQRT(ECM(I)*1.0D+003))
SFM(I)=SZM(I)*1.0D-006*ECM(I)*1.0D+003*SSS
SFT(I)=SF(I)+SFM(I)
! ***** ЗАПИСЬ В ФАЙЛ *****
PRINT                                                    2,
EL(I)*1000,SF(I),SFM(I),SFT(I),FS(I)*180.0/PI,FM(I)*180.0/PI
WRITE                                                    (1,2)
EL(I)*1000,SF(I),SFM(I),SFT(I),FS(I)*180.0/PI,FM(I)*180.0/PI
ENDDO A1
CLOSE (1)
2 FORMAT(1X,11(E13.6,1X))
END
SUBROUTINE      ME(JJ,I,G,L,N,MIN,IFUN,EP,EP1,A,R,
A1,R1,AK,RC,H,SS,FA,AMAT)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER(4) L,N,I,MIN,IFUN,IL,J,ID,N2,JJ
DIMENSION FA1(0:1000),FA2(0:1000),FA(0:1000)
COMMON /M/ V(0:10240000),U1(0:10240000),U(0:10240000)
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ FUNCTION !ДЛЯ МЭ *****
N2=4
SK=SS**2
IF (IFUN==0) THEN
CALL FUN(U1,H,N,A,R,A1,R1,L,RC,AK,SK)
ELSE
CALL FUNRK(U1,N,H,L,SK,A,R,A1,R1)
END IF
! ***ВЫЧИСЛЕНИЕ КУЛОНОВСКИХ Р- ФУНКЦИЙ ****
X1=H*SS*(N-N2)
X2=H*SS*N
CALL CULFUN(L,X1,G,F11,G11,W0,EP)
CALL CULFUN(L,X2,G,F22,G22,W0,EP)
! *****ВЫЧИСЛЕНИЕ Р ФАЗ *****

```

```
F1=F11
G1=G11
F2=F22
G2=G22
CALL FAZ(N,F1,F2,G1,G2,U1,FA1,I,XH2)
FA(I)=FA1(I)
IF (MIN==0) GOTO 556
II=N
138 II=II-N2
IF (II<=4) THEN
PRINT *,'NO DEFINITION S12-FAZA'
FA(I)=0.0D-000
GOTO 556
END IF
X1=H*SS*(II-N2)
X2=H*SS*II
CALL CULFUN(L,X1,G,F11,G11,W0,EP)
CALL CULFUN(L,X2,G,F22,G22,W0,EP)
F1=F11
G1=G11
F2=F22
G2=G22
CALL FAZ(II,F1,F2,G1,G2,U1,FA2,I,XH2)
IF ( ABS ( FA1(I) - FA2(I) ) == 0.0D-000 .OR. ABS ( FA1(I) -
FA2(I) ) > ABS(EP1*FA2(I) ) ) THEN
FA1(I)=FA2(I)
GOTO 138
END IF
ID=II
DO J=ID,N
X=H*SS*J
CALL CULFUN(L,X,G,F1,G1,W0,EP)
U1(J)=(DCOS(FA2(I))*F1+DSIN(FA2(I))*G1)
ENDDO
FA(I)=FA2(I)
556 CONTINUE
! * ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ M1 - P1 *
DO J=0,N
```

```
X=H*J
V(J)=U1(J)*X**JJ*U(J)
ENDDO
CALL SIMP(V,H,N,AM)
AMAT=AM
END
SUBROUTINE FAZ(N,F1,F2,G1,G2,V,F,I,H2)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,J,N,MIN,IFUN,IFAZ
DIMENSION V(0:10240000),F(0:1000)
COMMON /CC/ HK,IFUN,MIN,IFAZ
COMMON /EE/ PI
U1=V(N-4)
U2=V(N)
AF=-((F1*(1-(F2/F1)*(U1/U2)))/(G1*(1-(G2/G1)*(U1/U2))))
FA=DATAN(AF)
IF (ABS(FA)<10.0D-008) THEN
FA=0.0D-000
ENDIF
IF (FA<0.0D-000) THEN
FA=FA+PI
ENDIF
F(I)=FA
H2=(DCOS(FA)*F2+DSIN(FA)*G2)/U2
DO J=0,N
V(J)=V(J)*H2
ENDDO
END
SUBROUTINE FUNRK(V,N,H,L,SK,A22,R00,A1,R1)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,N,L
DIMENSION V(0:10240000)
! ***** РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА
!МЕТОДОМ РУНГЕ - КУТТА ВО ВСЕЙ ОБЛАСТИ
!ПЕРЕМЕННЫХ *****
VA1=0.0D-000; ! VA1 - ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ В НУЛЕ
PA1=1.0D-003 ! PA1 - ЗНАЧЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В НУЛЕ
DO I=0,N-1
```

```
X=H*I+1.0D-015
CALL RRUN(VB1,PB1,VA1,PA1,H,X,L,SK,A22,R00,A1,R1)
VA1=VB1
PA1=PB1
V(I+1)=VA1
ENDDO
END
SUBROUTINE
RRUN(VB1,PB1,VA1,PA1,H,X,L,SK,A,R,A1,R1)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L
! ***** РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА
! МЕТОДОМ РУНГЕ - КУТТА НА ОДНОМ ШАГЕ *****
X0=X
Y1=VA1
CALL FA(X0,Y1,FK1,L,SK,A,R,A1,R1)
FK1=FK1*H
FM1=H*PA1
X0=X+H/2.0D-000
Y2=VA1+FM1/2.0D-000
CALL FA(X0,Y2,FK2,L,SK,A,R,A1,R1)
FK2=FK2*H
FM2=H*(PA1+FK1/2.0D-000)
Y3=VA1+FM2/2.0D-000
CALL FA(X0,Y3,FK3,L,SK,A,R,A1,R1)
FK3=FK3*H
FM3=H*(PA1+FK2/2.0D-000)
X0=X+H
Y4=VA1+FM3
CALL FA(X0,Y4,FK4,L,SK,A,R,A1,R1)
FK4=FK4*H
FM4=H*(PA1+FK3)
PB1=PA1+(FK1+2.0D-000*FK2+2.0D-000*FK3+FK4)/6.0D-
000
VB1=VA1+(FM1+2.0D-000*FM2+2.0D-000*FM3+FM4)/6.0D-
000
END
SUBROUTINE FA(X,Y,FF,L,SK,A,R,A1,R1)
```

```

IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L
COMMON /BB/ A2,R0,AK,RCU
! * ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ F(X,Y) В МЕТОДЕ РУНГЕ -
!КУТТА *
VC=A*DEXP(-R*X*X)+A1*DEXP(-R1*X*X)
IF (X>RCU) GOTO 1
VK=(3.0D-000-(X/RCU)**2)*AK/(2.0D-000*RCU)
GOTO 2
1 VK=AK/X
2 FF=-(SK-VK-VC-L*(L+1)/(X*X))*Y
END

```

Контрольный счет по этой программе для S - фактора ${}^7\text{Li}$ захвата приведен далее. Здесь: E – энергия связи, N – число шагов, ΔE – ошибка при поиске собственного значения энергии, R – расстояние, C_w – асимптотическая константа, R_M – массовый радиус, R_Z – зарядовый радиус, E_L – лабораторная энергия, S_F – S - фактор для $E1$ перехода, S_{FM} – S - фактор для $M1$ перехода, S_{FT} – суммарный S - фактор.

E	N	ΔE
-17.264113956469590	2000	-2.706188747090010E-002
-17.257353306373480	4000	-6.760650096104826E-003
-17.255663444994790	8000	-1.689861378689983E-003
-17.255240998469200	16000	-4.224465255937560E-004
-17.255135388040380	32000	-1.056104288181814E-004
-17.255108985324190	64000	-2.640271619469559E-005
-17.255102385178680	128000	-6.600145503909971E-006
-17.255100735378090	256000	-1.649800594805129E-006
-17.255100329795080	512000	-4.055830054028320E-007

R	C_0	C_{w0}	C_w
.660254E+00	.630194E+00	.638471E+00	.251556E+00
.132051E+01	-.680960E+00	-.742666E+00	-.414348E+00
.198076E+01	-.106175E+01	-.120897E+01	-.787506E+00

.264102E+01	.398212E+01	.467510E+01	.332890E+01
.330127E+01	.909426E+01	.109332E+02	.825084E+01
.396152E+01	.114190E+02	.139968E+02	.110050E+02
.462178E+01	.119242E+02	.148574E+02	.120438E+02
.528203E+01	.117709E+02	.148762E+02	.123472E+02
.594229E+01	.114744E+02	.146841E+02	.124194E+02
.660254E+01	.111860E+02	.144763E+02	.124332E+02
.726279E+01	.109340E+02	.142944E+02	.124347E+02
.792305E+01	.107166E+02	.141403E+02	.124342E+02
.858330E+01	.105272E+02	.140092E+02	.124331E+02
.924355E+01	.103600E+02	.138957E+02	.124315E+02
.990381E+01	.102096E+02	.137949E+02	.124278E+02
.105641E+02	.100692E+02	.136988E+02	.124176E+02

$$(R_M^{**2})^{**1/2} = 2.454296358267376$$

$$(R_Z^{**2})^{**1/2} = 2.522706895481515$$

E_L	S_F	S_{FM}	S_{FT}
.571784E+01	.484036E+00	.163824E-01	.500418E+00
.400249E+02	.402104E+00	.176056E-01	.419710E+00
.800498E+02	.388985E+00	.228347E-01	.411820E+00
.102921E+03	.384248E+00	.267210E-01	.410969E+00
.120075E+03	.381251E+00	.301729E-01	.411424E+00
.160100E+03	.375416E+00	.406839E-01	.416100E+00
.200124E+03	.370683E+00	.565546E-01	.427237E+00
.303046E+03	.361534E+00	.175125E+00	.536658E+00
.400249E+03	.354858E+00	.194288E+01	.229774E+01
.405967E+03	.354489E+00	.261567E+01	.297016E+01
.411685E+03	.354119E+00	.370898E+01	.406310E+01
.417402E+03	.353751E+00	.565778E+01	.601153E+01
.423120E+03	.353382E+00	.962717E+01	.998055E+01
.428838E+03	.353015E+00	.195337E+02	.198867E+02
.434556E+03	.352648E+00	.528878E+02	.532404E+02
.440274E+03	.352281E+00	.137913E+03	.138266E+03
.445992E+03	.351913E+00	.607471E+02	.610990E+02
.451710E+03	.351545E+00	.213640E+02	.217156E+02
.457427E+03	.351177E+00	.101454E+02	.104966E+02
.463145E+03	.350808E+00	.581247E+01	.616327E+01

.468863E+03	.350440E+00	.373727E+01	.408771E+01
.474581E+03	.350068E+00	.259420E+01	.294427E+01
.480299E+03	.349698E+00	.190061E+01	.225030E+01
.486017E+03	.349326E+00	.144940E+01	.179873E+01
.491734E+03	.348953E+00	.113989E+01	.148884E+01
.497452E+03	.348579E+00	.918597E+00	.126718E+01
.503170E+03	.348203E+00	.755085E+00	.110329E+01
.600373E+03	.341573E+00	.103705E+00	.445278E+00

Из этих результатов видно, что именно $M1$ переход полностью определяет величину максимума при энергии 441 кэВ, а $E1$ процесс приводит к правильным значениям S - фактора при низких энергиях.