

9. S - ФАКТОРЫ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА В ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ И ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ СИСТЕМАХ

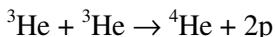
Astrophysical S-factors of the radiative capture in the
 ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ and ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ systems

Введение

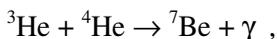
В этой главе в рамках потенциальной кластерной модели с классификацией орбитальных состояний по схемам Юнга [165] и уточненными параметрами потенциалов для основных состояний ядер ${}^7\text{Be}$, ${}^7\text{Li}$ и ${}^6\text{Li}$ в ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ кластерных моделях с ЗС рассмотрены астрофизические S - факторы процессов радиационного захвата ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ до 15 кэВ, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ до 5 кэВ.

Радиационный захват ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ при сверхнизких энергиях представляет несомненный интерес для ядерной астрофизики, поскольку входит в протон - протонный термоядерный цикл, и в самое последнее время появились новые экспериментальные данные по астрофизическим S - факторам этого процесса при энергиях до 90 кэВ, а радиационного ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ захвата до 50 кэВ.

Протонный цикл может завершаться с вероятностью 69% процессом [121] (по данным работы [166] эта вероятность составляет 86%)



или рассматриваемой здесь реакцией с участием дозвездного ${}^4\text{He}$ (см., например, [7])



имеющей вероятность 31% [121] (по данным [166] вероятность этого канала составляет примерно 14%). Кроме того, реакции радиационного ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ захвата могут играть определенную роль при дозвездном нуклеосинтезе, когда после Большого взрыва температура Вселенной понизилась до $0.3 T_9$ [167] ($T_9 = 10^9$ K).

9.1 Потенциалы и фазы рассеяния

Как было показано в работе [165], орбитальные состояния в кластерных системах ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ для ядер ${}^7\text{Be}$, ${}^7\text{Li}$ и ${}^6\text{Li}$, в отличие от более легких кластерных систем типа $p{}^2\text{H}$ или $p{}^3\text{H}$ [59,94,123], являются чистыми по схемам Юнга. Поэтому ядерные потенциалы вида (2.8) с параметрами, полученными на основе фаз упругого рассеяния и сферическим или точечным кулоновским членом [45], можно непосредственно использовать для рассмотрения характеристик связанных состояний этих ядер в потенциальной кластерной модели с ЗС.

Согласие получаемых при этом результатов с данными эксперимента будет зависеть, главным образом, от степени кластеризации таких ядер в рассматриваемых кластерных каналах. Поскольку вероятность кластеризации этих ядер сравнительно высока [165], то следует ожидать, что результаты расчетов должны в целом соответствовать имеющимся экспериментальным данным [20,25].

Параметры гауссовых потенциалов взаимодействия для чистых по схемам Юнга кластерных состояний в ядрах ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и ${}^6\text{Li}$, полученные ранее в наших работах [168,169], приведены в табл.9.1, а взаимодействия в ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ системах отличались только кулоновским членом. В табл.9.1 приведены также энергии связанных запрещенных состояний для ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ канала в ядре ${}^6\text{Li}$ и ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ системы, которые мало отличаются от соответствующих значений для ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ взаимодействий.

В S - волне для ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ систем эти связанные состояния соответствуют запрещенным схемам Юнга {7} и

{52}, а в P - волне схеме {61} при разрешенном связанном состоянии со схемой Юнга {43}, а D - волна имеет ЗС со схемой {52} [25,165]. Для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ системы в S - волне присутствует запрещенное связанное состояние со схемой {6} и разрешенное связанное состояние с {42}, а в P - волне запрещено состояние со схемой {51} [25,165].

Табл.9.1. Параметры потенциалов упругого ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{He}^4\text{He}$ рассеяния и энергии запрещенных связанных состояний [168,169]. Параметр ширины потенциала для ${}^3\text{H}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}^4\text{He}$ систем равен $\alpha = 0.15747 \text{ Фм}^2$, кулоновский радиус $R_c = 3.095 \text{ Фм}$. Для потенциалов ${}^2\text{He}^4\text{He}$ рассеяния и связанных состояний принято $R_c = 0$.

Ядра ${}^7\text{Li}$ и ${}^7\text{Be}$			Ядро ${}^6\text{Li}$			
L_J	V_0 , МэВ	$E_{зс}({}^7\text{Li})$, МэВ	L_J	V_0 , МэВ	α , Фм^2	$E_{зс}$, МэВ
${}^2S_{1/2}$	-67.5	-36.0, -7.4	3S_1	-76.12	0.2	-33.2
${}^2P_{1/2}$	-81.92	-27.5	3P_0	-68.0	0.22	-7.0
${}^2P_{3/2}$	-83.83	-28.4	3P_1	-79.0	0.22	-11.7
${}^2D_{3/2}$	-66.0	-2.9	3P_2	-85.0	0.22	-14.5
${}^2D_{5/2}$	-69.0	-4.1	3D_1	-63.0 (-45.0)	0.19 (0.15)	–
$F_{5/2}$	-75.9	–	3D_2	-69.0 (-52.0)	0.19 (0.15)	–
$F_{7/2}$	-84.8	–	3D_3	-80.88	0.19	–

Качество описания фаз упругого рассеяния демонстрируется на рис.9.1,9.2 и 9.3а,б,в, на которых приведены также экспериментальные данные из работ [170,171] для ${}^3\text{He}^4\text{He}$, [171,172] для ${}^3\text{H}^4\text{He}$ и [173,174,175,176] для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ упругого рассеяния. Показанные ошибки обусловлены неточностями определения фаз, просканированных с рисунков работ [170, 171].

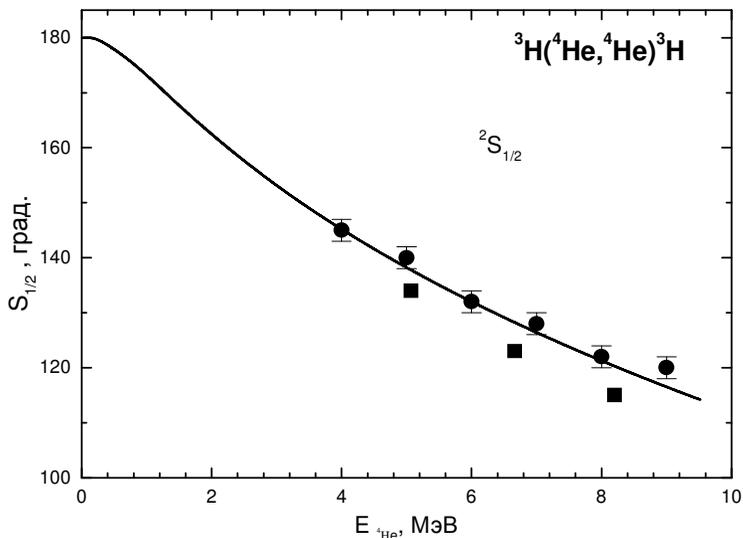


Рис.9.1. ${}^2S_{1/2}$ - фаза упругого ${}^3\text{He}^4\text{He}$ рассеяния при низких энергиях. Экспериментальные данные из работы [171] – точки и [172] – квадраты.

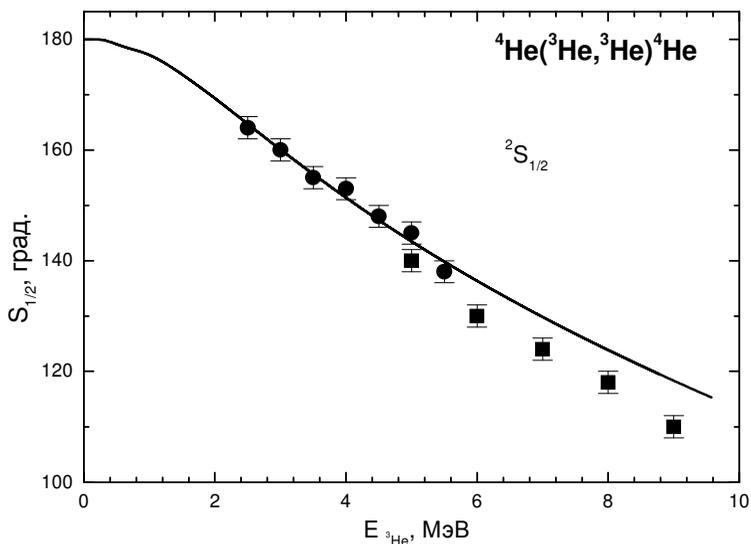


Рис.9.2. ${}^2S_{1/2}$ - фаза упругого ${}^3\text{He}^4\text{He}$ рассеяния при низких энергиях. Экспериментальные данные из работ [170] – точки и [171] – квадраты.

Для ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^3\text{H}^4\text{He}$ систем приведены только S - фазы рассеяния, поскольку, как будет показано в дальнейшем, именно переходы из S - волн на основное и первое возбужденное связанные состояния ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$ дают преобладающий вклад в S - фактор радиационного захвата. Из рис.9.1, 9.2, 9.3а видно, что расчетные S - фазы для упругого ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния вполне описывают известные результаты фазовых анализов при низких энергиях < 10 МэВ.

Рис.9.3б показывает, что данные по P - фазам ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния в разных работах сильно отличаются, так что построить P - потенциалы удается только приблизительно, но в целом они описывают фазы при низких энергиях, представляя определенный компромисс между результатами разных фазовых анализов. Причем при энергии ниже 1 МэВ, т.е. в области, где обычно рассматривается S - фактор, результаты расчета всех P - фаз мало различаются между собой и близки к нулю.

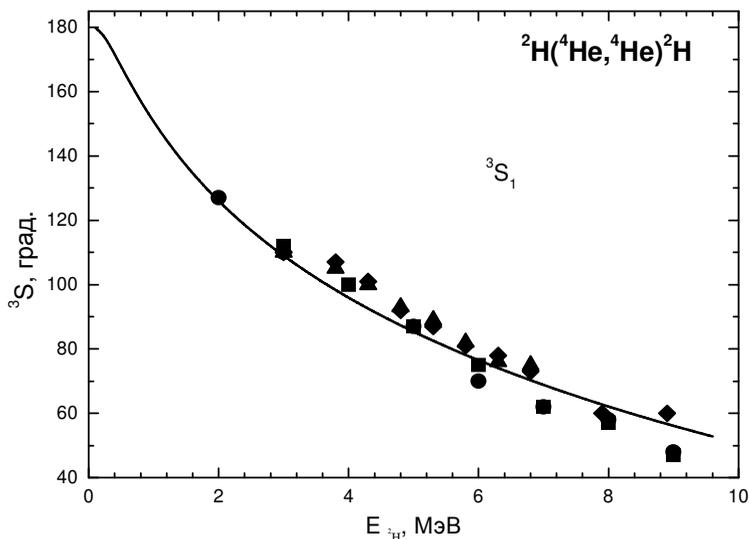


Рис.9.3а. 3S_1 - фаза упругого ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния при низких энергиях. Экспериментальные данные из работы [173] – точки, [174] – квадраты, [175] – треугольники и [176] – ромбы.

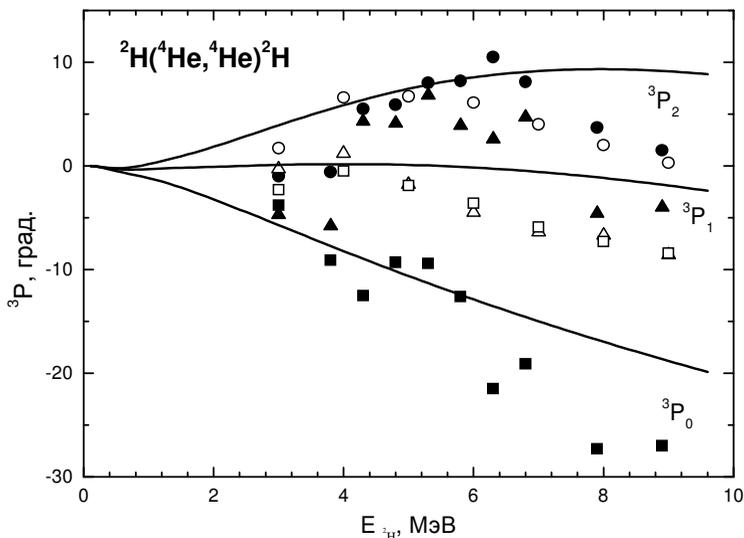


Рис.9.36. 3P - фазы упругого ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния при низких энергиях. Экспериментальные данные из работы [174] – открытые кружки P_2 , открытые треугольники P_1 и открытые квадраты P_0 , [176] – точки P_2 , треугольники P_1 и квадраты P_0 .

На рис.9.3в пунктирными линиями показаны результаты расчета 3D_1 и 3D_2 - фаз ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния, полученные с измененными потенциалами, параметры которых приведены в скобках в табл.9.1. Эти потенциалы несколько лучше описывают поведение имеющихся экспериментальных данных, особенно при энергиях выше 5 МэВ.

Следует заметить, что все S - фазы рассеяния при нулевой энергии показаны на рис.9.1, 9.2, 9.3а, начиная со значения 180° , хотя при наличии двух связанных (разрешенных или запрещенных) состояний во всех системах, согласно обобщенной теореме Левинсона [165], они должны начинаться с 360° . Рис.9.3б показывает 3P - фазы ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния при нулевой энергии от 0° , хотя при наличии связанного запрещенного состояния со схемой {51} они должны отсчитываться от значения 180° .

Далее межкластерные взаимодействия, согласованные таким образом с фазами рассеяния, использовались для вы-

числения различных характеристик основных состояний ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и ${}^6\text{Li}$, и электромагнитных процессов в этих ядрах, а кластерам сопоставлялись соответствующие свойства свободных ядер [20,168].

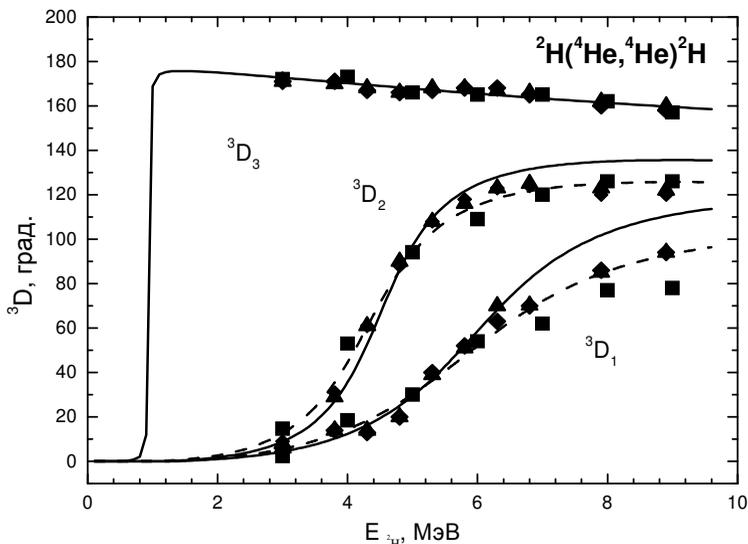


Рис.9.3в. 3D - фазы упругого ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния при низких энергиях. Экспериментальные данные из работы [174] – квадраты, [175] – треугольники и [176] – ромбы.

Параметры потенциалов основных состояний в P - волне для ${}^3\text{He}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}^4\text{He}$ и S - волне для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ фиксировались, в первую очередь, на основе правильного описания энергии связи [20]. В последнем случае удается не только передать энергию связи, но и правильно воспроизвести поведение S - фазы упругого рассеяния при низких энергиях (рис.9.3а). Следует отметить, что все эти результаты для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ системы получены без учета тензорных сил [177].

9.2 Новые варианты потенциалов

В рамках описанного выше подхода получено неплохое согласие проведенных расчетов с различными эксперимен-

тальными данными, как для электромагнитных процессов, так и для основных характеристик СС некоторых легких ядер в кластерных каналах [25,165]. Однако, например, энергия связи ядра ${}^7\text{Li}$ в ${}^3\text{H}^4\text{He}$ канале с $J = 3/2^-$, как и других рассмотренных выше систем, реально определялась с точностью до нескольких кэВ, поэтому точность вычисления S - фактора радиационного захвата, даже при 10 кэВ, оказалась сравнительно низкой.

Поэтому в работе [135] проведено уточнение основных расчетных характеристик связанных состояний ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и ${}^6\text{Li}$ в ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}^4\text{He}$ каналах. Для этого были уточнены параметры потенциалов связанных состояний, и теперь расчетные энергии уровней полностью совпадают с экспериментальными величинами [126]. Иначе говоря, параметры потенциалов подбирались так, чтобы описать экспериментальные энергии уровней с максимально возможной точностью. Если экспериментальная энергия связи [126] была известна с точностью до четвертого знака после запятой, например, -1.4743 МэВ, то считалось, что ее можно представить с шестью знаками -1.474300 МэВ. Энергии связанных уровней рассматриваемых ядер в заданных потенциалах вычислялись конечно - разностным методом [24] с точностью не хуже 10^{-6} МэВ. Далее будет показано, что реальная точность определения энергии связи во всех упомянутых выше системах двумя разными методами оказалась на уровне ± 1 эВ, причем наибольшую ошибку вносит, по-видимому, вариационный метод с разложением ВФ по неортогональному гауссову базису и независимым варьированием всех параметров [24].

Необходимое изменение параметров ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}^4\text{He}$ потенциалов, которое требуется для более точного описания канальных энергий, представлено в табл.9.2. Столь небольшое изменение параметров этих потенциалов относительно результатов работ [20,87] и табл.9.1, практически не сказывается на поведении фаз рассеяния. Однако такое изменение позволяет максимально точно воспроизвести энергии уровней в кластерных каналах, что играет существенную

роль при расчетах S - факторов для энергий порядка $1 \div 10$ кэВ.

Ширины потенциалов в табл.9.1, 9.2 были выбраны исходя из описания зарядовых радиусов и асимптотических констант [87]. Здесь в табл.9.2 приведены результаты расчета зарядовых радиусов рассматриваемых ядер в кластерных каналах. Для нахождения зарядового радиуса ядра использовались радиусы кластеров, приведенные в работах [35,71,126], значения которых вместе с энергиями связанных состояний в кластерных каналах и массами кластеров, даны в табл.3.2 и табл.9.3. При наличии нескольких различных экспериментальных результатов использовалось их среднее значение, показанное в табл.3.2.

Табл.9.2. Уточненные параметры потенциалов ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{He}^4\text{He}$ взаимодействия, вычисленные с ними энергии уровней и зарядовые радиусы ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и ${}^6\text{Li}$.
 Параметр α для ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ систем равен 0.15747 Фм^{-2} и $R_c = 3.095 \text{ Фм}$. Для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ потенциала принято $R_c = 0 \text{ Фм}$.

${}^7\text{Li}$				${}^7\text{Be}$		
L_J	$V_0, \text{ МэВ}$	$E, \text{ МэВ}$	$\langle r^2 \rangle^{1/2}, \text{ Фм}$	$V_0, \text{ МэВ}$	$E, \text{ МэВ}$	$\langle r^2 \rangle^{1/2}, \text{ Фм}$
${}^2P_{3/2}$	-83.616808	-2.467000	2.46	-83.589554	-1.586600	2.64
${}^2P_{1/2}$	-81.708413	-1.990390	2.50	-81.815179	-1.160820	2.69
${}^6\text{Li}$						
L	$V_0, \text{ МэВ}$	$\alpha, \text{ Фм}^{-2}$	$E, \text{ МэВ}$		$\langle r^2 \rangle^{1/2}, \text{ Фм}$	
3S_1	-75.8469155	0.2	-1.474300		2.65	

Табл.9.3. Экспериментальные данные по зарядовым радиусам и энергиям связи [35,71,126].

Ядро	Радиус, Фм	Энергия связи, МэВ
${}^6\text{Li}$	2.51(10)	$E({}^4\text{He}^2\text{H}) = -1.4743$
${}^7\text{Li}$	2.35(10)	$E({}^4\text{He}^3\text{H}) = -2.467 (3/2^-); -1.99039 (1/2^-)$
${}^7\text{Be}$	–	$E({}^4\text{He}^3\text{He}) = -1.5866 (3/2^-); -1.16082 (1/2^-)$

Из табл.9.2 видно, что среднеквадратичный зарядовый радиус ядра ${}^7\text{Li}$ оказывается несколько больше экспериментальной величины (см. табл.9.3). Это может быть обусловлено имеющейся экспериментальной неопределенностью радиусов кластеров (табл.3.2), которая доходит до $\pm 5\%$ от среднего значения и может изменить радиус ядра ${}^7\text{Li}$ примерно на 0.05 Фм.

Из трехтельных [48] и МРГ расчетов следует, что дейтронный кластер в ядре ${}^6\text{Li}$ сжат примерно в $1.2 \div 1.4$ раза, а при нашем рассмотрении ядра ${}^6\text{Li}$ в кластерной ${}^2\text{H}^4\text{He}$ модели эта деформация не учитывалась. Именно это позволяет объяснить несколько завышенный радиус ${}^6\text{Li}$, полученный в наших расчетах [20,87]. Таким образом, при использовании уточненных потенциалов, не только для энергий уровней, которые передаются теперь точно, но и для зарядовых радиусов получено вполне приемлемое согласие с экспериментальными данными.

Для контроля устойчивости «хвоста» волновой функции основных и первых возбужденных связанных состояний на больших расстояниях использовалась асимптотическая константа C_w , представляемая в виде (2.10). В результате, для ОС ядер ${}^7\text{Be}$, ${}^7\text{Li}$ и ${}^6\text{Li}$ в рассматриваемых каналах были получены следующие значения: 5.03(1), 3.92(1) и 3.22(1) соответственно. Для первых возбужденных состояний ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$ в такой модели найдено 4.64(1) и 3.43(1). Приведенная ошибка определяется усреднением полученной в результате расчета константы для ядер с $A = 7$ на интервале $6 \div 16$ Фм, а для ${}^6\text{Li}$ в области $5 \div 19$ Фм.

В работе [48] на основе трехтельной pr^4He модели для асимптотической константы основного S - состояния ${}^6\text{Li}$ в ${}^2\text{H}^4\text{He}$ канале получено 2.71. Из анализа фаз упругого ${}^2\text{H}^4\text{He}$ рассеяния в [178] найдена величина 2.93(15). В работе [179] для различных типов NN и N α взаимодействий получены, при пересчете к безразмерной величине при $k_0 = 0.308 \text{ Фм}^{-1}$, значения от 2.09 до 3.54. В той же работе даются ссылки на экспериментальные данные, которые, при таком же пересчете, меняются от 2.92(25) до 2.96(14) [179]. В более ранней

работе [39] приведено значение 3.04, которое также получено после пересчета к безразмерной величине.

Если асимптотическую ${}^2\text{H}^4\text{He}$ константу определять, исходя из обычной экспоненциальной асимптотики, т.е. без учета кулоновских эффектов, то для ее величины в используемой здесь модели на интервале $4 \div 12$ Фм нами получено 1.9(2). Для этого случая известны следующие значения от 1.5 до 2.8 [180] и 2.15(5) [37,73].

В работе [39] приведен обзор асимптотических и вершинных констант, в том числе для ${}^2\text{H}^4\text{He}$ канала ядра ${}^6\text{Li}$ и замечено, что их величины, в зависимости от наличия или отсутствия кулоновских эффектов, могут различаться в несколько раз. Как мы видели выше, в приведенных результатах реальное изменение асимптотической константы составляет примерно $1.5 \div 2.0$.

Для основного состояния ${}^3\text{H}^4\text{He}$ системы в ядре ${}^7\text{Li}$, например, в работе [181] с уиттекеровской асимптотикой, учитывающей кулоновские эффекты (2.10), получено, при пересчете к безразмерной величине с $k_0 = 0.453 \text{ Фм}^{-1}$, значение асимптотической константы ОС в интервале 3.87(16), а первого возбужденного 3.22(15). В работе [182] для ОС, после пересчета к безразмерной величине, приведено 3.73(26), что вполне согласуется с нашими результатами.

Для основного состояния ядра ${}^7\text{Be}$ в ${}^3\text{He}^4\text{He}$ канале в работе [183] на основе анализа различных экспериментальных данных предложено, если привести их к безразмерным величинам при $k_0 = 0.363 \text{ Фм}^{-1}$, значение 5.66(16), что несколько больше нашей расчетной величины. А для первого возбужденного состояния приведено 4.66(15), что хорошо совпадает с полученной здесь величиной. Отметим, что, например, в работе [184] для константы основного состояния ядра ${}^7\text{Be}$ в ${}^3\text{He}^4\text{He}$ канале получены значения, при переводе к безразмерным величинам, в области $3.5 \div 4.6$.

9.3 Результаты вариационных расчетов

Для контроля точности определения энергии связи в

рассматриваемых кластерных системах использовался вариационный метод [24], который в ${}^3\text{H}^4\text{He}$ канале даже на невысокой размерности неортогонального гауссова базиса при независимом варьировании параметров позволил получить энергию связи -2.466998 МэВ. Поэтому, как уже говорилось ранее, для реальной энергии связи в таком потенциале можно принять среднюю величину $-2.466999(1)$ МэВ.

Параметры разложения радиальной межкластерной вариационной волновой функции вида (2.9) для ${}^3\text{H}^4\text{He}$ системы приведены в табл.9.4. Асимптотическая константа на расстояниях $6 \div 16$ Фм сохранялась на уровне $3.93(3)$, а величина невязок не превышала $3 \cdot 10^{-12}$ [24]. Для первого возбужденного состояния в этом канале получена энергия -1.990374 МэВ. Параметры соответствующей волновой функции также приведены в табл.9.4. Асимптотическая константа на интервале $6 \div 20$ Фм оказалась равна $3.40(5)$, а невязки $4 \cdot 10^{-13}$.

Табл.9.4. Параметры и коэффициенты разложения вариационных волновых функций ядра ${}^7\text{Li}$ в ${}^3\text{H}^4\text{He}$ модели.

${}^7\text{Li} ({}^3\text{H}^4\text{He}) J = 3/2^-$		
Нормировочный коэффициент ВФ на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 9.99999999992\text{E}-001$		
i	β_i	C_i
1	6.567905679421632E-001	4.270672892119584E-001
2	1.849427298619411E-002	-6.326508826973404E-004
3	1.729324040753008E-001	-2.047665503330138E-001
4	4.173925751998056E-002	-1.032337189461229E-002
5	8.818471551829664E-002	-6.301223045259621E-002
6	4.503350223878621E-001	6.962475101962766E-001
7	9.210585557350788E-001	2.076348167318741E-002
8	2.000570770210328	1.488688664230068E-003
9	2.925234985697186	-1.124699482527892E-003
10	3.981951253509630	3.797289741762020E-004

${}^7\text{Li} ({}^3\text{H}^4\text{He}) J = 1/2$		
Нормировочный коэффициент ВФ на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 9.999999994\text{E-}001$		
i	β_i	C_i
1	3.767783843541890E-001	4.630588198830661E-001
2	3.862289845123266E-002	-1.122717538276013E-002
3	1.902467043551489E-001	-2.185424962074149E-001
4	1.465702154047247E-002	-4.355239784992325E-004
5	9.174545622012323E-002	-7.860947071320935E-002
6	8.478055592043516E-001	-5.602419628674884E-001
7	6.512974681188465E-001	1.017849119474616
8	1.401572634787409	57.704730892399640
9	1.405534176137368	-58.402969632676760
10	1.569682720436807	9.151457061882704E-001

Для энергии связи в ${}^3\text{He}^4\text{He}$ канале при той же размерности базиса получено -1.586598 МэВ, а коэффициенты разложения ВФ даны в табл.9.5.

Табл.9.5. Параметры и коэффициенты разложения вариационных волновых функций ядра ${}^7\text{Be}$ в ${}^3\text{He}^4\text{He}$ модели.

${}^7\text{Be} ({}^3\text{He}^4\text{He}) J = 3/2$		
Нормировочный коэффициент ВФ на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 9.999999995\text{E-}001$		
i	β_i	C_i
1	7.592678086347688E-001	4.226683168050651E-001
2	1.764646518442939E-002	-9.297447488403448E-004
3	1.713620418679277E-001	-1.913577297864284E-001
4	4.166190335743666E-002	-1.157464906616252E-002
5	8.829356096205253E-002	-6.210954724479718E-002
6	4.566882349965201E-001	7.725352747968277E-001
7	1.263871984172901	-7.575809619184885E-001

8	1.358053110884124	7.836457309371079E-001
9	1.741955980844547	-1.277551712466414E-001
10	2.379459759640717	1.446300395173141E-002
${}^7\text{Be} ({}^3\text{He}{}^4\text{He}) J = 1/2^-$ Нормировочный коэффициент ВФ на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 9.99999998E-001$		
i	β_i	C_i
1	3.857719633413334E-001	4.891511738383773E-001
2	3.862289845123266E-002	-1.229249560611409E-002
3	1.881845128735454E-001	-2.002401467853206E-001
4	1.465702154047247E-002	-7.752125472489987E-004
5	9.174545622012323E-002	-7.680363457361430E-002
6	8.478055592043516E-001	-3.264723437643782E-001
7	6.512974681188465E-001	8.230628856230295E-001
8	1.401572634787409	21.258288548024340
9	1.405534176137368	-21.437482795337960
10	1.569682720436807	2.883954334066227E-001

Из этих результатов следует, что за среднюю величину энергии связи в таком потенциале можно принять -1.586699(1) МэВ. Асимптотическая константа в области $6 \div 15$ Фм сохраняется на уровне 5.01(4), а величина невязок не превышает $5 \cdot 10^{-13}$. Для первого возбужденного состояния получена энергия -1.160801 МэВ, параметры ВФ также приведены в табл.9.5. При этом асимптотическая константа на интервале $6 \div 14$ Фм получилась равной 4.64(4), а невязки меньше $5 \cdot 10^{-12}$.

В ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ канале вариационный метод приводит к энергии -1.474298 МэВ, так что средняя величина энергии связи в таком потенциале составляет -1.474299(1) МэВ. Асимптотическая константа на интервале $6 \div 20$ Фм равна 3.23(3), величина невязок не более $7 \cdot 10^{-13}$, а параметры разложения вариационной волновой функции даны в табл.9.6.

Табл.9.6. Параметры и коэффициенты разложения вариационных волновых функций ядра ${}^6\text{Li}$ в ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ модели.

${}^6\text{Li} ({}^2\text{H}{}^4\text{He}) J = 1^+$		
Нормировочный коэффициент ВФ на интервале $0 \div 25$ Фм равен $N = 9.99999865\text{E-}001$		
i	β_i	C_i
1	9.437818606389059E-003	5.095342831090755E-003
2	2.339033265895747E-002	3.991949900002217E-002
3	5.360473343158653E-002	1.164934149242748E-001
4	1.140512295822141E-001	2.165501771045687E-001
5	2.076705835662333E-001	1.831336962855912E-001
6	3.702254820081791E-001	-6.350857624465279E-001
7	2.848601430685521	2.165544802826948E-002
8	5.859924777191484E-001	-7.358532868463539E-001
9	82.336677993239830	5.086893578426774E-003
10	12.344385769445580	1.002621348014230E-002

Тем самым, разница в энергии связи основных состояний всех систем, найденная двумя методами и по двум разным компьютерным программам, не превышает ± 1 эВ, а асимптотические константы в указанных областях расстояний и пределах приведенных ошибок полностью совпадают. Наблюдается также совпадение до второго знака после запятой значений зарядовых радиусов, полученных двумя разными методами.

Эти результаты показывают хорошее совпадение волновых функций связанных состояний всех рассмотренных ядер, которые получены двумя разными методами, на интервале от $5 \div 6$ Фм до $16 \div 20$ Фм.

9.4 Астрофизический S - фактор

Ранее расчеты полных сечений фотопроцессов и астрофизические S - факторы для ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}{}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ систем

выполнялись в кластерной модели [185], аналогичной используемой здесь, а также по методу резонирующих групп (МРГ) [186]. Для потенциалов взаимодействия с запрещенными состояниями были проведены расчеты полных сечений фоторазвала в ${}^2\text{H}^4\text{He}$ кластерном канале ядра ${}^6\text{Li}$ на основе трехтельных волновых функций основного состояния [187]. Расчеты полных сечений фотопроцессов для ядер ${}^6\text{Li}$ и ${}^7\text{Li}$ в двухкластерных моделях с запрещенными состояниями были выполнены в наших работах [168] на основе гауссовых потенциалов, согласованных с фазами упругого рассеяния соответствующих частиц.

В связи с публикацией новых экспериментальных данных рассмотрим астрофизические S - факторы ${}^3\text{H}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}^4\text{He}$ радиационного захвата при максимально низких энергиях на основе потенциальной кластерной модели [168,169] с ЗС и уточненных здесь потенциалов основных состояний ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и ${}^6\text{Li}$ (табл.9.2). В расчетах для ${}^3\text{H}^4\text{He}$ и ${}^3\text{He}^4\text{He}$ систем учитываются только $E1$ переходы, поскольку вклады $E2$ и $M1$ переходов оказываются на $2 \div 3$ порядка меньше [87]. В этих системах возможен $E1$ переход между основным $P_{3/2}$ - состоянием ядер ${}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Be}$ и $S_{1/2}$ -, $D_{3/2}$ -, $D_{5/2}$ - состояниями рассеяния, а также между первым возбужденным связанным $P_{1/2}$ - состоянием и $S_{1/2}$, $D_{3/2}$ - состояниями рассеяния.

Для радиационного захвата в ${}^2\text{H}^4\text{He}$ канале ядра ${}^6\text{Li}$ возможны $E1$ переходы из 3P - волн рассеяния на основное связанное 3S - состояние ядра ${}^6\text{Li}$ и $E2$ переходы из 3D - волн рассеяния также на основное состояние. Основной вклад в $E2$ переход при низких энергиях дает 3D_3 - волна, имеющая резонанс при 0.71 МэВ, а $E1$ переход оказывается сильно подавлен за счет кластерного множителя $A_J(K)$, приведенного в (2.5), поэтому сечение процесса радиационного захвата, в основном, определяется $E2$ переходом. Но, как было показано ранее [87], при самых низких энергиях, порядка 100 \div 150 кэВ, вклад $E1$ перехода становится преобладающим, поэтому, как будет видно далее, именно $E1$ процесс почти полностью определяет поведение астрофизического S - фактора в этой

области энергий.

Результаты расчета астрофизического S - фактора радиационного ${}^3\text{H}^4\text{He}$ захвата при энергиях до 5 кэВ показаны на рис.9.4 непрерывной линией. Экспериментальные данные взяты из работ [188,189], в первой из которых приводятся результаты при энергиях до 55 кэВ. Величина S - фактора при 10 кэВ оказалась равная 111.0 эВ·б, при извлеченном из эксперимента значении для нулевой энергии 106.7(4) эВ·б [188]. Более ранние результаты [189] приводят к 64 эВ·б, однако эти данные содержат столь большие ошибки, что экстраполируются прямой линией.

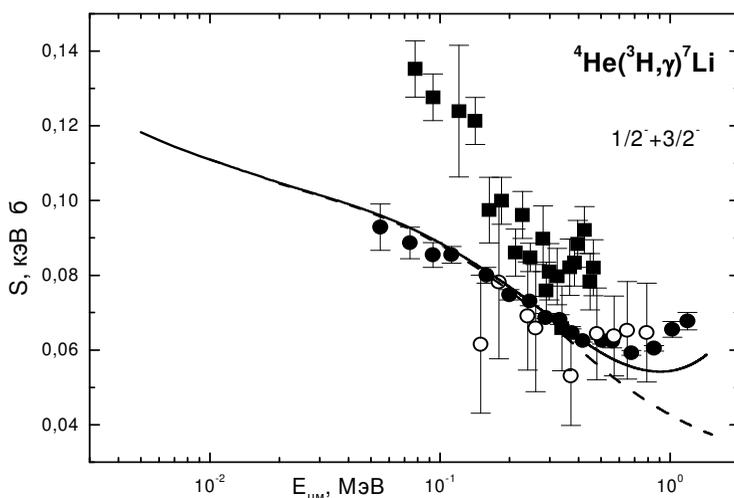


Рис.9.4. Астрофизический S - фактор ${}^3\text{H}^4\text{He}$ захвата.

Точки – экспериментальные данные [188], кружки – [189], квадраты – [190]. Линии – результаты расчета с параметрами потенциалов ОС из табл.9.2.

Имеются и другие данные, которые при нулевой энергии приводят к значениям 140(20) эВ·б [190] и 100(20) эВ·б [33]. Отметим, что результаты работы [190], показанные на рис.9.4 квадратами, не согласуются с более поздними измерениями [188] и имеют сравнительно большие ошибки.

Среди теоретических расчетов можно отметить резуль-

таты кластерной модели [185], в которой при нулевой энергии было получено значение S - фактора 100 эВ·б, и результаты метода резонирующих групп 98(6) эВ·б [186], а также недавней работы [181], в которой найдено $S(0) = 97.4(10)$ эВ·б.

Если учитывать только переходы из S - волны рассеяния на основное и первое возбужденное связанные P - состояния, то при 10 кэВ получаем величину 110.8 эВ·б, которая практически не отличается от приведенной выше. Результаты расчета самого S - фактора в этом случае представлены на рис.9.4 пунктирной линией, которая отличается от предыдущих результатов только при энергиях выше 0.3 МэВ.

Таким образом, результаты нашего расчета S - фактора радиационного ${}^3\text{H}^4\text{He}$ захвата вполне описывают экспериментальные данные работы [188] при энергиях ниже 0.5 МэВ и приводят к величине S - фактора при 10 кэВ, которая разумно согласуется с экстраполяцией этого эксперимента к нулевой энергии. Следует отметить, что наши предыдущие расчеты для этого S - фактора приводили к величине 87 эВ б [87]. Такое отличие можно связать со свойствами использованного потенциала для связанного состояния, который позволял определить энергию связи только с точностью до нескольких кэВ [87].

Результаты расчета астрофизического S - фактора радиационного ${}^3\text{He}^4\text{He}$ захвата при энергиях до 15 кэВ показаны на рис.9.5 непрерывной линией. Экспериментальные данные взяты из работ [191,192,193,194,195]. Расчетная кривая при энергии ниже 200 кэВ лучше всего согласуется с результатами [192,193], полученными в самое последнее время, и частично, с данными работы [195] при энергиях ниже 0.5 МэВ. Для энергии 20 кэВ наш расчет дает величину S - фактора 0.593 кэВ·б.

Для сравнения приведем результаты экстраполяции экспериментальных данных к нулевой энергии: 0.54(9) кэВ·б [33], 0.550(12) кэВ·б [196], 0.595(18) кэВ·б [191], 0.560(17) кэВ·б [192], 0.550(17) кэВ·б [193] и 0.567(18) кэВ·б [197]. В кластерной модели [185] для этого S - фактора была получена

величина 0.56 кэВ·б, а в методе резонирующих групп [186] найдено значение 0.5(3) кэВ·б.

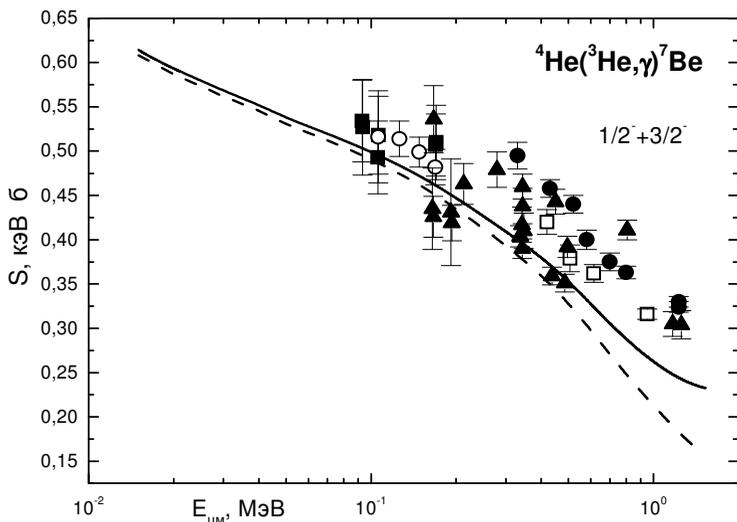


Рис.9.5. Астрофизический S - фактор ${}^3\text{He}^4\text{He}$ захвата.

Точки – экспериментальные данные [191], квадраты – [192], кружки – [193], открытые квадраты – [194] и треугольники – [195]. Линии – результаты расчета с параметрами потенциалов ОС из табл.9.2.

Недавно в работе [183] на основе анализа различных экспериментальных данных получено $S(0) = 0.610(37)$ кэВ·б и $S(23 \text{ кэВ}) = 0.599(36)$ кэВ·б, что хорошо согласуется с найденной здесь величиной.

Если учитывать только переходы из S - волн рассеяния на основное и первое возбужденное связанные состояния, так же как в предыдущей ядерной системе, то при 20 кэВ получаем величину 0.587 кэВ·б, которая мало отличается от приведенного выше значения. Расчет S - фактора, в этом случае, представлен на рис.9.5 пунктирной линией, которая очень мало отличается от предыдущих результатов, полученных с учетом переходов из S - и D - волн.

Как видно из результатов, полученных в последнее время, значение S - фактора при нулевой энергии может нахо-

даться в области $0.54 \div 0.61$ кэВ-б и наша расчетная величина попадает в этот диапазон. Форма S - фактора при энергиях ниже 0.5 МэВ вполне согласуется с данными работы [195], а при более низких энергиях описывает новые данные [192,193]. Отметим, что наши предыдущие расчеты ${}^3\text{He}{}^4\text{He}$ S - фактора приводили к величине 0.47 кэВ-б [87]. Отличие этой величины от новых результатов также может быть связано с недостатками потенциала основного состояния, использованного в работе [87].

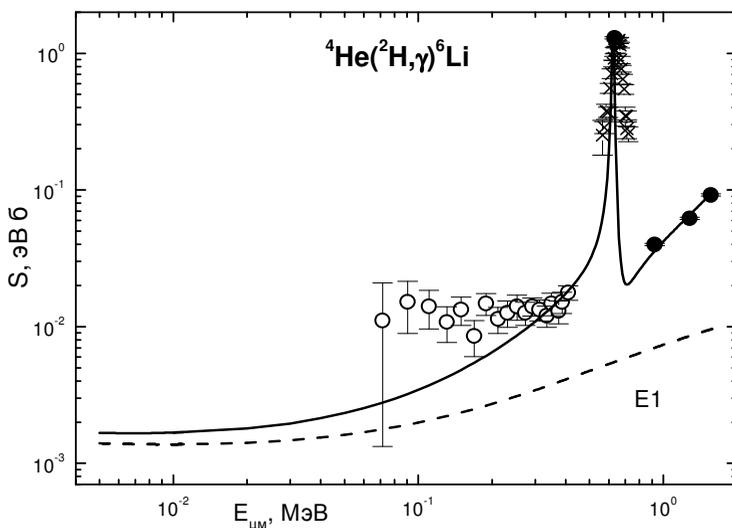


Рис.9.6. Астрофизический S - фактор ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ захвата. Точки – экспериментальные данные [198], крестики – [199] и кружки – [200]. Штриховая линия – вклад $E1$ процесса для перехода на основное состояние из P – волн рассеяния. Непрерывная линия – суммарный $E1+E2$ S – фактор.

Результаты расчета S - фактора ${}^2\text{H}{}^4\text{He}$ захвата приведены на рис.9.6 непрерывной линией, а вклад $E1$ перехода показан штриховой кривой. Экспериментальные данные взяты из работ [198,199,200], причем, результаты последней работы определялись из рисунков, приведенных в обзоре [33]. В об-

ласти $5 \div 10$ кэВ для полного расчетного S - фактора, определяемого $E1$ и $E2$ переходами, получено значение $1.67(1) \cdot 10^{-3}$ эВ·б или $1.67(1)$ эВ·мб.

Вклад от $E1$ перехода в этой области энергий оказался определяющим и равным $1.39(1)$ эВ·мб. Очевидно, что именно $E1$ переход дает основной вклад в астрофизический S - фактор при низких энергиях. Приведенные ошибки S - фактора определяются усреднением по указанному интервалу энергий. В отличие от рассмотренных выше систем, данный S - фактор остается практически постоянным в этом интервале энергий.

Результаты экстраполяции экспериментальных данных, приведенных в работе [33], при 10 кэВ дают величину $1.6(1)$ эВ·мб, которая хорошо согласуется с полученным нами значением. Однако, если экстраполировать только данные работы [200], которые вполне допускают линейную экстраполяцию, то можно получить среднюю величину 13 эВ·мб, что почти на порядок выше.

Отметим, что наши предыдущие расчеты S - фактора радиационного ${}^2\text{H}^4\text{He}$ захвата приводили к величине 1.5 эВ·мб [20]. Небольшое отличие от полученного здесь значения $1.67(1)$ эВ·мб также обусловлено приближенным характером использованного ранее потенциала связанного состояния, который был способен определять энергию связи только с точностью до нескольких кэВ [87].

В теоретических расчетах работы [179] для S - фактора при нулевой энергии получено $1.2(1)$ эВ·мб, что соответствует асимптотической константе 3.06 , а константа, извлекаемая из экспериментальных данных [178,201] равна $2.96(14)$. Однако, получаемая в этих расчетах величина асимптотической константы, через которую вычисляется S - фактор, находится в области $2.1 \div 3.5$, в значит и S - фактор может иметь значения, отличающиеся почти в 2 раза.

В результате, имеющаяся неоднозначность экспериментальных данных и теоретических результатов, не позволяет сделать окончательные выводы о величине S - фактора радиационного ${}^2\text{H}^4\text{He}$ захвата при нулевой энергии и его пове-

дении в области ниже резонанса.

Таким образом, на основе классификации орбитальных состояний по схемам Юнга удается построить потенциалы взаимодействия кластеров, которые непосредственно описывают, как фазы упругого рассеяния, так и основные характеристики связанных состояний ядер в соответствующих кластерных каналах. В отличие от более легких систем [59,109], это оказывается возможным благодаря отсутствию смешивания схем Юнга в связанных состояниях и большой степени кластеризации таких ядер в кластерные ${}^3\text{He}^4\text{He}$, ${}^3\text{H}^4\text{He}$ и ${}^2\text{H}^4\text{He}$ каналы [20,165].

В результате рассматриваемая потенциальная кластерная модель позволяет описать последние экспериментальные данные по астрофизическим S - факторам радиационного ${}^3\text{He}^4\text{He}$ и ${}^3\text{H}^4\text{He}$ захвата при низких энергиях и дает их значения при нулевой энергии, вполне согласующиеся, в пределах экспериментальных неоднозначностей, с имеющимися экспериментальными данными.

Что касается ${}^2\text{H}^4\text{He}$ системы в ядре ${}^6\text{Li}$, то в настоящее время для астрофизического S - фактора радиационного ${}^2\text{H}^4\text{He}$ захвата нет достаточно точных экспериментальных данных при низких энергиях. Они нужны хотя бы в области $70 \div 500$ кэВ, но с меньшими, чем в работе [200] ошибками. Получение таких данных позволит сделать более определенные выводы о форме и величине S - фактора при малой и нулевой энергии [135].

9.5. Вариационная двухтельная программа

Теперь кратко остановимся на описании вариационного метода и компьютерной программы, поскольку мы всегда приводили результаты, полученные этим способом. Более детальное изложение этого метода можно найти в нашей работе [24].

Волновые функции в матричных элементах для основных и резонансных состояний представимы в виде разложения по неортогональному гауссову базису вида (2.9), которые

находятся вариационным методом для связанных состояний или аппроксимацией гауссоидами численных волновых функций резонансных уровней [202].

Для определения спектра собственных энергий и волновых функций в стандартном вариационном методе при разложении ВФ по ортогональному базису решается матричная задача на собственные значения [203]

$$\sum_i (H_{ij} - EI_{ij}) C_i = 0 \quad ,$$

где H – симметричная матрица гамильтониана, I – единичная матрица, E – собственные значения и C – собственные вектора задачи.

В данном случае, при неортогональном базисе гауссоид, мы приходим к обобщенной матричной задаче типа (2.13) [204]. При использовании ВФ вида (2.9) можно легко найти выражения для всех двухчастичных матричных элементов [204]

$$H_{ij} = T_{ij} + V_{ij} + \langle i | Z_1 Z_2 / r | j \rangle + \langle i | \hbar^2 L(L+1) / 2\mu r^2 | j \rangle \quad ,$$

$$N_0 = [\sum C_i C_j L_{ij}]^{-1/2} \quad ,$$

$$T_{ij} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\sqrt{\pi}(2L-1)!!}{2^{L+1} \alpha_{ij}^{L+1/2}} \left\{ L(2L+1) - L^2 - \frac{\alpha_i \alpha_j (2L+1)(2L+3)}{\alpha_{ij}^2} \right\} \quad ,$$

$$V_{ij} = \int V(r) r^{2L+2} \exp(-\alpha_{ij} r^2) dr \quad ,$$

$$L_{ij} = \frac{\sqrt{\pi}(2L+1)!!}{2^{L+2} \alpha_{ij}^{L+3/2}} \quad ,$$

$$\langle i | Z_1 Z_2 / r | j \rangle = \frac{Z_1 Z_2 L!}{2\alpha_{ij}^{L+1}},$$

$$\langle i | \hbar^2 L(L+1)/2\mu r^2 | j \rangle = \frac{\sqrt{\pi}(2L-1)!! L(L+1)\hbar^2}{2^{L+1}\alpha_{ij}^{L+1/2} 2\mu},$$

$$\alpha_{ij} = \alpha_i + \alpha_j.$$

В случае гауссова потенциала межкластерного взаимодействия вида (2.8) матричный элемент потенциала V_{ij} определяется в аналитическом виде

$$V_{ij} = V_0 \frac{\sqrt{\pi}(2L+1)!!}{2^{L+2}(\alpha_{ij} + \beta)^{L+3/2}},$$

где β – параметр глубины потенциала.

Приведем теперь текст компьютерной программы для реализации этого метода с независимым варьированием параметров на языке Fortran - 90. Описание большинства основных параметров и потенциалов приведено в тексте самой программы.

PROGRAM AL_3H_SOB

**! ВАРИАЦИОННАЯ ПРОГРАММА ПОИСКА ЭНЕРГИИ
! СВЯЗИ**

USE MSIMSL

IMPLICIT REAL(8) (A-Z)

INTEGER I,J,K,LO,NV,NI,NP,NF,LK

DIMENSION XP(0:100)

!,XPN(0:100)

!DIMENSION E2(0:100)

!DIMENSION FU(0:10240000)

DIMENSION C0(0:100),CW0(0:100),CW(0:100)

!,ALA(0:100)

COMMON

/A/

B44,B23,B11,B33,A11,PM,B55,S22,S44,C22,LO,S11,LK,RC,PI,

C11,C33,B22

COMMON /B/
T(0:100,0:100),VC(0:100,0:100),VN(0:100,0:100),VK(0:100,0:100),RN,RN1,F1(0:10240000)
COMMON /C/ EP,PNC,PVC,HC,EPP
COMMON /D/ AA(0:100,0:100)
COMMON /F/
AL1(0:100,0:100),C(0:100,0:100),B(0:100,0:100),AD(0:100,0:100),AL(0:100,0:100),Y(0:100),AN(0:100),D(0:100),X(0:100),SV(0:100),H(0:100,0:100)
COMMON /G/ FF(0:10240000)
! ***** НАЧАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ *****
Z1=2.0D-000 ; ! Массы и заряды кластеров
Z2=1.0D-000
Z=Z1+Z2
AM1=4.001506179127D-000; ! AL
AM2=3.0155007134D-000; ! 3H
!AM2=3.0149322473D-000; ! 3HE
R01=1.67D-000 ; ! Радиусы кластеров
R02=1.73D-000
RK11=1.67D-000 ; ! Радиусы кластеров
RK22=1.73D-000
AM=AM1+AM2 ; ! Входные константы
PM=AM1*AM2/AM
GK=3.44476D-002*Z1*Z2*PM
A11=20.7343D-000
A22=1.4399750D-000*Z1*Z2
P1=4.0D-000*ATAN(1.0D-000)
NF=1000 ; ! Число шагов вычисления функции
R00=25.0D-000
HFF=R00/NF ; ! Шаг вычисления функции
NFF=NF/100
NP=10 ; ! Размерность базиса
NI=1 ; ! Число итераций
NV=0 ; ! = 0 - без минимизации, = 1 - с минимизацией по энергии
EP=1.0D-015 ; ! Точность поиска энергии
EPP=1.0D-015 ; ! Точность поиска нуля детерминанта
HC=0.001230D-000 ; ! Шаг поиска нуля детерминанта

```
PNC=-2.7D-000      ; ! Нижнее значение энергии для поиска
!нуля детерминанта
PVC=-0.0001D-000  ; ! Верхнее значение энергии для поиска
!нуля детерминанта
PHN=0.000123450D-000    ; ! Шаг изменения параметров
!альфа
! ***** ПАРАМЕТРЫ ПОТЕНЦИАЛА *****
V0=-83.616808D-000;! RCU=3.095 R0=0.15747 E=-2.467000 -
!CW=3.92(2) RCH=2.46(1.67,1.73) RMAS=2.50
RN=0.15747D-000
LO=1
RC=3.095D-000
V1=0.0D-000
RN1=1.0D-000
! ***** НАЧАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ АЛЬФА *****
NPP=NP
OPEN (1,FILE='ALFA.DAT')
DO I=1,NPP
READ(1,*) I,XP(I)
PRINT *,I,XP(I)
ENDDO
CLOSE(1)
PRINT *
! ***** НАЧАЛЬНЫЕ КОНСТАНТЫ *****
C11=LO+1.50D-000
C22=LO+0.50D-000
PI=DSQRT(P1)
C33=LO+1.0D-000
N11=2*LO+3
S44=1.0D-000
DO K=1,N11,2
S44=S44*K
ENDDO
LK=LO*LO
S11=S44/(2.0D-000*LO+3.0D-000)
S22=S11/(2.0D-000*LO+1.0D-000)
R1=1.0D-000
DO K=1,LO
```

```

R1=R1*K
ENDDO
B11=PI*S11/(2.0D-000**(LO+2.0D-000))
B22=B11*V0
B23=B11*V1
B33=1.0D-000*LO*(LO+1.0D-000)*PI*S22/(2.0D-
000**(LO+1.0D-000))
B44=A22*R1/2.0D-000
B55=PI/(2.0D-000**(LO+1.0D-000))
! *** ПОИСК ПАРАМЕТРОВ ВФ И ЭНЕРГИИ СВЯЗИ ***
CALL VARMIN(PHN,NP,NI,XP,EP,BIND,NV)
! ***** ЯДЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ *****
PRINT *, '----- ENERGIES -----'
PRINT *, '                E = ',BIND
PRINT *, '----- ALPHA -----'
DO I=1,NP
PRINT *,I,XP(I)
ENDDO
! ***** СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРА *****
CALL SVV(BIND,NP,XP)
! ***** НОРМИРОВКА ВЕКТОРОВ *****
A111: DO I=1,NP
DO J=1,NP
AL(I,J)=PI*S11/(2.0D-000**(LO+2)*(XP(I)+XP(J))**C11)
ENDDO
ENDDO A111
S=0.0D-000
B111: DO I=1,NP
DO J=1,NP
S=S+SV(I)*SV(J)*AL(I,J)
ENDDO
ENDDO B111
ANOR=1.0D-000/SQRT(S)
PRINT *, '                VECTORS      '
DO I=1,NP
SV(I)=ANOR*SV(I)
PRINT *,I,SV(I)
ENDDO

```

```
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ ВФ *****
FFFF=0.0D-000
DO I=0,NF
R=HFF*I
S=0.0D-000
DO J=1,NP
RRR=R**2.0D-000*XP(J)
IF (RRR>50) GOTO 9182
S=S+SV(J)*EXP(-RRR)
9182 ENDDO
FF(I)=R**(LO+1)*S
ENDDO
IF (FFFF==0.0D-000) GOTO 246
PRINT ' R      F(R)'
DO I=0,NF,NFF
R=I*HFF
PRINT *,R
PRINT *,FF(I)
ENDDO
246 CONTINUE
! **** ПРОВЕРКА НОРМИРОВКИ *****
DO I=0,NF
R=I*HFF
F1(I)=FF(I)**2
ENDDO
CALL SIM(F1,NF,HFF,SII)
PRINT *,'      NOR = ',SII
! ***** АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КОНСТАНТЫ *****
SKS=(ABS(BIND)*PM/A11)
SS=SQRT(ABS(SKS))
SQQ=SQRT(2.*SS)
GGG=GK/SS
M1=NF/4
M3=NF/20
M2=NF
PRINT *,'      R      C0      CW0      CW'
K=0
DO I=M1,M2,M3
```

```

K=K+1
R=I*HFF
CALL ASIMP(R,SKS,GK,LO,I,C01,CW01,CW1)
C0(K)=C01
CW0(K)=CW01
CW(K)=CW1
WRITE(*,1) R,C01,CW01,CW1
ENDDO
1 FORMAT(3X,4(F10.5))
! ***** РАДИУС ЯДРА *****
SS=0.0D-000
DO I=1,NP
DO J=1,NP
SS=SS+SV(I)*SV(J)/(XP(I)+XP(J))**(LO+2.5)
ENDDO
ENDDO
RR=PI*S44*SS/2.0D-000**(LO+3)
RRR=SQRT(RR)
RCH=AM1*R01**2.0D-000/AM+AM2*R02**2.0D-
000/AM+AM1*AM2*RR/AM**2
RZ=Z1/Z*RK11**2 + Z2/Z*RK22**2 +
(((Z1*AM2**2+Z2*AM1**2)/AM**2)/Z)*RRR
PRINT *, ' RM = , RZ = ',SQRT(RCH),SQRT(RZ)
PRINT *, '----- ENERGIES -----!'
PRINT *, ' E = ',BIND
! ***** SAVE TO FILE *****
PRINT *,'SAVE???'
READ *
OPEN (1,FILE='ALFA.DAT')
DO I=1,NP
WRITE(1,*) I,XP(I)
ENDDO
CLOSE(1)
OPEN (1,FILE='SV.DAT')
DO I=1,NP
WRITE(1,*) I,SV(I)
ENDDO
WRITE(1,*)

```

```
WRITE(1,*) 'E = ',BIND
CLOSE(1)
END
SUBROUTINE VARMIN(PHN,NP,NI,XP,EP,AMIN,NV)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,NV,NI,NP,NN
DIMENSION XPN(0:100),XP(0:100)
! ***** ПОИСК МИНИМУМА *****
DO I=1,NP
  XPN(I)=XP(I)
ENDDO
NN=1
PH=PHN
CALL DETNUL(XPN,NP,ALAA)
BB=ALAA
IF (NV==0) GOTO 3012
A111: DO IIN=1,NI
  NN=0
  GOTO 1119
  1159 XPN(NN)=XPN(NN)-PH*XP(NN)
  1119 NN=NN+1
  IN=0
  2229 A=BB
  XPN(NN)=XPN(NN)+PH*XP(NN)
  IF (XP(NN)<0.0D-000) GOTO 1159
  IN=IN+1
  CALL DETNUL(XPN,NP,ALAA)
  BB=ALAA
  PRINT *,NN,XPN(NN),ALAA
  IF (BB<A) GOTO 2229
  C=A
  XPN(NN)=XPN(NN)-PH*XP(NN)
  IF (IN>1) GOTO 3339
  PH=-PH
  GOTO 5559
  3339 IF (ABS(C-BB)<EP) GOTO 4449
  PH=PH*0.50D-000
  5559 BB=C
```

```
GOTO 2229
4449 PH=PHN
IF (NN<NP) GOTO 1119
PH=PHN*1.0D-000
AMIN=BB
ENDDO A111
3012 AMIN=BB
DO I=1,NP
XP(I)=XPN(I)
ENDDO
END
SUBROUTINE MAT(XP,NP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,NP,NFF,LO,LK
DIMENSION XP(0:100)
COMMON /A/
B44,B23,B11,B33,A11,PM,B55,S22,S44,C22,LO,S11,LK,RCC,
PI,C11,C33,B22
COMMON /B/
T(0:100,0:100),VC(0:100,0:100),VN(0:100,0:100),VK(0:100,0:1
00),RN,RN1,F1(0:10240000)
COMMON /F/
AL1(0:100,0:100),C(0:100,0:100),B(0:100,0:100),AD(0:100,0:10
0),AL(0:100,0:100),Y(0:100),AN(0:100),D(0:100),X(0:100),SV(
0:100),H(0:100,0:100)
! ***** ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЦ *****
A111: DO KK=1,NP
B111: DO JJ=1,NP
ALL=XP(KK)+XP(JJ)
T(KK,JJ)=-B55*(LO*S11-LK*S22-
XP(KK)*XP(JJ)*S44/ALL**2)/ALL**C22
SF=1.0D-000
SS1=1.0D-000
IF (RCC==0.0D-000) GOTO 7654
PF=RCC*DSQRT(ALL)
NFF=200
HF=PF/NFF
IF (PF>3.0D-000) GOTO 9765
```

```

DO I=0,NFF
XX=HF*I
F1(I)=DEXP(-XX**2)
ENDDO
CALL SIM(F1,NFF,HF,SI)
SF=SI*2.0D-000/PI
9765 ALR=DSQRT(ALL)*RCC
ALR2=ALR**2
EX=DEXP(-ALR2)
SS=PI*(9.0D-000*ALR-15.0D-000/(2.0D-000*ALR))*SF
SS1=(15.0D-000*EX+SS)/(8.0D-000*ALR2)
7654 VK(KK,JJ)=B44/ALL**C33*SS1
VN(KK,JJ)=B22/(ALL+RN)**C11
VN(KK,JJ)=VN(KK,JJ)+B23/(ALL+RN1)**C11
VC(KK,JJ)=B33/ALL**C22
H(KK,JJ)=(A11/PM)*(T(KK,JJ)+VC(KK,JJ))+VN(KK,JJ)+VK(
KK,JJ)
AL1(KK,JJ)=B11/ALL**C11
H(JJ,KK)=H(KK,JJ)
AL1(JJ,KK)=AL1(KK,JJ)
ENDDO B111
ENDDO A111
END
SUBROUTINE DETNUL(XP,NP,ALA)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER NP
COMMON /C/ EP,PNC,PVC,HC,EPP
DIMENSION XP(0:100)
! ***** ПОИСК НУЛЯ ДЕТЕРМИНАНТА *****
! ——— ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ———
CALL MAT(XP,NP)
! ——— ПОИСК НУЛЯ ДЕТЕРМИНАНТА ———
A2=PNC
B2=PNC+HC
CALL DETER(A2,D12,NP)
51 CALL DETER(B2,D11,NP)
IF (D12*D11>0.0D-000) GOTO 4
44 A3=A2

```

```
B3=B2
11 C3=(A3+B3)/2.0D-000
IF (ABS(A3-B3)<EPP) GOTO 151
CALL DETER(C3,F2,NP)
IF (D12*F2>0.0D-000) GOTO 14
B3=C3
D11=F2
GOTO 15
14 A3=C3
D12=F2
15 IF (ABS(F2)>EPP) GOTO 11
151 ALA=C3
GOTO 7
4 IF (ABS(D11*D12)<EPP) GOTO 44
A2=A2+HC
B2=B2+HC
D12=D11
IF (B2-PVC<0.010D-000) GOTO 51
7 END
SUBROUTINE DETER(ALL,DET,NP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER NP,I,J
COMMON /F/ AL1(0:100,0:100), C(0:100,0:100),
B(0:100,0:100),AD(0:100,0:100),AL(0:100,0:100),Y(0:100),
AN(0:100),D(0:100),X(0:100),SV(0:100),H(0:100,0:100)
! *****ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЕТЕРМИНАНТА МАТРИЦЫ
*****
DO I=1,NP
DO J=1,NP
AL(I,J)=(H(I,J)-ALL*AL1(I,J))
B(I,J)=0.0D-000
C(I,J)=0.0D-000
ENDDO
ENDDO
CALL TRIAN(AL,B,C,DET,NP)
END
SUBROUTINE SVV(ALL,NP,XP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
```

```

INTEGER NP,I,J,K
COMMON /F/
AL1(0:100,0:100),C(0:100,0:100),B(0:100,0:100),AD(0:100,0:10
0),AL(0:100,0:100),Y(0:100),AN(0:100),D(0:100),X(0:100),SV(
0:100),H(0:100,0:100)
DIMENSION XP(0:100)
! ***** СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРА *****
! ----- ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ -----
CALL MAT(XP,NP)
! ----- ПОДГОТОВКА МАТРИЦЫ -----
DO I=1, NP
DO J=1, NP
AL(I,J)=(H(I,J)-ALL*AL1(I,J))
B(I,J)=0.0D-000
C(I,J)=0.0D-000
ENDDO
ENDDO
DO I=1, NP-1
DO J=1, NP-1
AD(I,J)=AL(I,J)
ENDDO
ENDDO
DO I=1,NP-1
D(I)=-AL(I,NP)
ENDDO
NP=NP-1
CALL TRIAN(AD,B,C,DET,NP)
! ----- ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ -----
Y(1)=D(1)/B(1,1)
DO I=2, NP
S=0.0D-000
DO K=1, I-1
S=S+B(I,K)*Y(K)
ENDDO
Y(I)=(D(I)-S)/B(I,I)
ENDDO
X(NP)=Y(NP)
DO I=NP-1,1,-1

```

```
S=0.0D-000
DO K=I+1,NP
S=S+C(I,K)*X(K)
ENDDO
X(I)=Y(I)-S
ENDDO
DO I=1, NP
SV(I)=X(I)
ENDDO
NP=NP+1
SV(NP)=1
S=0.0D-000
DO I=1, NP
S=S+SV(I)**2
ENDDO
DO I=1, NP
SV(I)=SV(I)/SQRT(S)
ENDDO
! ----- ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕВЯЗОК -----
DO I=1, NP
S=0.0D-000
SS=0.0D-000
DO J=1, NP
S=S+H(I,J)*SV(J)
SS=SS+ALL*AL1(I,J)*SV(J)
ENDDO
AN(I)=S-SS
ENDDO
PRINT *, '                H*SV-LA*L*SV=0'
DO I=1, NP
PRINT *,I,AN(I)
ENDDO
END
SUBROUTINE TRIAN(AD,B,C,DET,NP)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER NP,I,J
COMMON /D/ AA(0:100,0:100)
DIMENSION B(0:100,0:100),C(0:100,0:100),AD(0:100,0:100)
```

```
! РАЗЛОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА ТРЕУГОЛЬНЫЕ AD=B*C
DO I=1,NP
C(I,I)=1.0D-000
B(I,1)=AD(I,1)
C(1,I)=AD(1,I)/B(1,1)
ENDDO
DO I=2, NP
DO J=2, NP
S=0.0D-000
IF (J>I) GOTO 551
DO K=1,I-1
S=S+B(I,K)*C(K,J)
ENDDO
B(I,J)=AD(I,J)-S
GOTO 552
551 S=0.0D-000
DO K=1, I-1
S=S+B(I,K)*C(K,J)
ENDDO
C(I,J)=(AD(I,J)-S)/B(I,I)
552 ENDDO
ENDDO
S=1.0D-000
DO K=1, NP
S=S*B(K,K)
ENDDO
DET=S
! - - - - - ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕВЯЗОК - - - - -
GOTO 578
SS=0.0D-000
DO I=1, NP
DO J=1, NP
S=0.0D-000
DO K=1, NP
S=S+B(I,K)*C(K,J)
ENDDO
AA(I,J)=S-AD(I,J)
SS=SS+AA(I,J)
```

```

ENDDO
ENDDO
PRINT *, '                               N = AD - B*C = 0'
DO I=1, NP
DO J=1, NP
PRINT *,AD(I,J),AA(I,J)
ENDDO
ENDDO
578 END
SUBROUTINE WW(SK,L,GK,R,WH)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,L,NN
DIMENSION F(0:1000000)
! ***** ФУНКЦИЯ УИТТЕКЕРА *****
SS=DSQRT(ABS(SK))
AA=GK/SS
BB=L
ZZ=1.0D-000+AA+BB
GAM=DGAMMA(ZZ)
RR=R
CC=2.0D-000*RR*SS
NN=30000
HH=0.001D-000
DO I=0, NN
TT=HH*I
F(I)=TT**(AA+BB)*(1.0D-000+TT/CC)**(BB-AA)*DEXP(-
TT)
ENDDO
CALL SIM(F,NN,HH,SI)
WH=SI*DEXP(-CC/2.0D-000)/(CC**AA*GAM)
END
SUBROUTINE SIM(V,N,H,SI)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER I,J,N
! ***** ИНТЕГРАЛ ПО СИМПСОНУ *****
DIMENSION V(0:10240000)
A=0.0D-000
B=0.0D-000

```

```
DO I=1,N-1,2
B=B+V(I)
ENDDO
DO J=2,N-2, 2
A=A+V(J)
ENDDO
SI=H*(V(0)+V(N)+2.0D-000*A+4.0D-000*B)/3.0D-000
END
SUBROUTINE ASIMP(R,SK,GK,L,N,C0,CW0,CW)
IMPLICIT REAL(8) (A-Z)
INTEGER L,N
COMMON /G/ FF(0:10240000)
! ***** АСИМПТОТИЧЕСКАЯ КОНСТАНТА *****
SS=SQRT(ABS(SK))
SQ=SQRT(2.0D-000*SS)
GG=GK/SS
CALL WW(SK,L,GK,R,WWW)
CW=FF(N)/WWW/SQ
C0=FF(N)/(EXP(-SS*R)*SQ)
CW0=C0*(R*SS*2.0D-000)**GG
END
```

Теперь дадим контрольный счет по этой программе для ${}^4\text{He}^3\text{H}$ системы с теми же значения вариационных параметров β , которые приведены выше в табл. 9.4 .

БЕТТА

1	6.567905679421632E-001
2	1.849427298619411E-002
3	1.729324040753008E-001
4	4.173925751998056E-002
5	8.818471551829664E-002
6	4.503350223878621E-001
7	9.210585557350788E-001
8	2.000570770210328
9	2.925234985697186
10	3.981951253509630

$$H*SV-LA*L*SV=0$$

- 1 1.443289932012704E-015
- 2 2.842170943040401E-014
- 3 3.019806626980426E-014
- 4 4.973799150320701E-014
- 5 2.486899575160351E-014
- 6 2.831068712794149E-015
- 7 1.887379141862766E-015
- 8 4.718447854656915E-016
- 9 2.775557561562891E-016
- 10 3.122793690302217E-012

VECTORS

- 1 4.270672897023774E-001
 - 2 -6.326508827916876E-004
 - 3 -2.047665503209801E-001
 - 4 -1.032337189382823E-002
 - 5 -6.301223045637849E-002
 - 6 6.962475100484991E-001
 - 7 2.076348108196292E-002
 - 8 1.488689730498523E-003
 - 9 -1.124701190142763E-003
 - 10 3.797299221855067E-004
- N = 9.99999999917769E-001

R	C_0	C_{w0}	C_w
6.25000	-3.17695	-5.00114	-3.91393
7.50000	-2.92688	-4.83283	-3.91798
8.75000	-2.73971	-4.71016	-3.92041
10.00000	-2.59384	-4.61811	-3.92311
11.25000	-2.46513	-4.52645	-3.90849
12.50000	-2.36455	-4.46326	-3.90566
13.75000	-2.30063	-4.45237	-3.93964
15.00000	-2.24363	-4.44216	-3.96770
16.25000	-2.14262	-4.33204	-3.90062
17.50000	-1.96194	-4.04448	-3.66720
18.75000	-1.70026	-3.56895	-3.25584
20.00000	-1.38590	-2.95868	-2.71369

21.25000	-1.06010	-2.29936	-2.11909
22.50000	-.76060	-1.67464	-1.54998
23.75000	-.51202	-1.14341	-1.06238
25.00000	-.32355	-.73229	-.68278

RM = , RZ = 2.50 , 2.46

ENERGY

E = -2.466997950

Здесь приводятся несколько другие значения собственных векторов, чем было дано в табл.9.4, что связано с использованием другой точности расчетов и реально не сказывается на форме ВФ, что видно из величины ее нормировки N .