

Теоретическая субмолекулярная физика

Литература

Теоретический практикум по атомной и ядерной физике

Polarization and correlation phenomena in atomic collisions:
A practical theory course

Квантовая теория углового момента

Д.А. Варшалович, А.Н. Москвелев, В.К. Херсонский

Методы угловых корреляций в гамма спектроскопии

А. Фергюсон

Грызлова Е.В.

2018 г.

Теоретическая субмолекулярная физика

1. Понятие углового момента

- Коммутационные соотношения
- Собственные значения
- Средние значения
- Гиромагнитное отношение

Грызлова Е.В.
2018 г.

Примеры угловых моментов

Орбитальный момент

$$\hat{L} = [\hat{r} \times \hat{p}] = -i \begin{vmatrix} n_x & n_y & n_z \\ x & y & z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{vmatrix}$$

Матрицы Паули

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

Определение и свойства углового момента

$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hat{J}_z; \quad [\hat{J}_y, \hat{J}_z] = i\hat{J}_x; \quad [\hat{J}_z, \hat{J}_x] = i\hat{J}_y$$

$$\hat{J}_+ = (\hat{J}_x + i\hat{J}_y)/\sqrt{2}; \quad \hat{J}_- = (\hat{J}_x - i\hat{J}_y)/\sqrt{2}$$

Получить коммутационные свойства операторов $[\hat{J}_z, \hat{J}_+], [\hat{J}_z, \hat{J}_-]$

1.1

Сопряженные величины $\hat{J}_\pm^* = \hat{J}_\mp, \quad \hat{J}_z^* = \hat{J}_z$

$$\hat{J}_+ \hat{J}_- = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{J}_z^2 + \hat{J}_z);$$

$$\hat{J}_- \hat{J}_+ = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{J}_z^2 - \hat{J}_z);$$

1.2

Определение и свойства углового момента

$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hat{J}_z; \quad [\hat{J}_y, \hat{J}_z] = i\hat{J}_x; \quad [\hat{J}_z, \hat{J}_x] = i\hat{J}_y$$
$$\hat{J}_+ = (\hat{J}_x + i\hat{J}_y)/\sqrt{2}; \quad \hat{J}_- = (\hat{J}_x - i\hat{J}_y)/\sqrt{2}$$

$$\hat{J}^2 |JM\rangle = J(J+1) |JM\rangle; \quad \hat{J}_z |JM\rangle = M |JM\rangle$$

Момент количества движения принимает целые или полуцелые значения;

Проекция момента принимает значения $-j, -j+1, \dots, j$

1.3 $|M| \leq \max$

1.4 $\hat{J}_z |JM\rangle = M |JM\rangle \Rightarrow \hat{J}_z \hat{J}_\pm |JM\rangle = (M \pm 1) \hat{J}_\pm |JM\rangle$

1.5 $\max = -\min = j$

1.6 $\hat{J}^2 = j(j+1)$

Определение и свойства углового момента

$$[\hat{J}_x, \hat{J}_y] = i\hat{J}_z; \quad [\hat{J}_y, \hat{J}_z] = i\hat{J}_x; \quad [\hat{J}_z, \hat{J}_x] = i\hat{J}_y$$
$$\hat{J}_+ = (\hat{J}_x + i\hat{J}_y)/\sqrt{2}; \quad \hat{J}_- = (\hat{J}_x - i\hat{J}_y)/\sqrt{2}$$

$$\hat{J}^2 |JM\rangle = J(J+1) |JM\rangle; \quad \hat{J}_z |JM\rangle = M |JM\rangle$$

$$\begin{aligned} \langle JM | \hat{J}_+ | J' M' \rangle &= \langle J' M' | \hat{J}_- | JM \rangle = \\ &= \delta_{JJ'} \delta_{M'M-1} \sqrt{(J+M)(J-M+1)/2} \\ &= \delta_{JJ'} \delta_{M'M-1} \sqrt{(J-M')(J+M'+1)/2} \end{aligned}$$

Магнитный момент ядра

Под магнитным моментом ядра понимают максимальное значение его проекции

$$\hat{\mu} = \mu \frac{\hat{J}}{J} \quad (\text{в ядерных магнетонах})$$

Магнитный момент нуклона складывается из спиновых и орбитальных магнитных моментов, и усредненный по движению нуклона сонаправлен с J

$$g_j \hat{j} = g_l \hat{l} + g_s \hat{s}$$

	p	n	e
Значения гиромагнитных отношений	g_l +1	0	-1
	g_s 5.585	-3.826	-2

Показать, что $g_j = g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l + 1}, \quad j = l \pm 1/2;$

Магнитный момент ядра

Под магнитным моментом ядра понимают максимальное значение его проекции

$$\hat{\mu} = \mu \frac{\hat{J}}{J}$$

	p	n	e
g_l	+1	0	-1
g_s	5.585	-3.826	-2

$$g_j = g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l+1}, \quad j = l \pm 1/2;$$

1.8

$$g_j = \left(g_l \frac{2l}{2l+1} + \frac{g_s}{2l+1} \right) = \left(g_l l + \frac{g_s}{2} \right) \frac{1}{j}; \quad g_j = \left(g_l (l+1) - \frac{g_s}{2} \right) \frac{1}{j+1}$$

Магнитный момент ядра

Под магнитным моментом ядра понимают максимальное значение его проекции

$$\hat{\mu} = \mu \frac{\hat{J}}{J}$$

	<i>p</i>	<i>n</i>	<i>e</i>
g_l	+1	0	-1
g_s	5.585	-3.826	-2

$$g_j = g_l \pm \frac{g_s - g_l}{2l + 1}, \quad j = l \pm 1/2;$$

1.8

$$g_j = \left(g_l \frac{2l}{2l+1} + \frac{g_s}{2l+1} \right) = \left(g_l l + \frac{g_s}{2} \right) \frac{1}{j}; \quad g_j = \left(g_l (l+1) - \frac{g_s}{2} \right) \frac{1}{j+1}$$

Exp $\mu(^{17}\text{O}) = -1.894; \mu(^{17}\text{F}) = +4.721$ $\mu(^{13}\text{C}) = 0.702; \mu(^{15}\text{N}) = -0.283;$

$$\mu(^{17}\text{O}) = g_s^n / 2 = -1.91;$$

$$\mu(^{13}\text{N}) = (g_l^p (l+1) - g_s^p / 2) \frac{1/2}{1/2+1} = -0.26;$$

Построение псевдоскалярных мезонов

$$\hat{I}_{\pm}|I I_3\rangle = \sqrt{(I(I+1) - I_3(I_3 \pm 1)) / 2} |I I_3 \pm 1\rangle$$

1.2, 1.7

$$\hat{I}_+|d\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|u\rangle; \quad \hat{I}_+|\bar{u}\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|\bar{d}\rangle;$$

$$\hat{I}_+|d\bar{u}\rangle = |d\rangle\hat{I}_+|\bar{u}\rangle + |\bar{u}\rangle\hat{I}_+|d\rangle = \frac{|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle}{\sqrt{2}}$$

π^0

$$\hat{I}_{\pm} \frac{|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|u\rangle\hat{I}_{\pm}|\bar{u}\rangle + |\bar{d}\rangle\hat{I}_{\pm}|d\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{-|u\bar{d}\rangle + |u\bar{d}\rangle}{2} = 0$$

η^0

Задачи

р. 1.1 Найти коммутатор операторов \hat{J}_+, \hat{J}_-

р. 1.2 Найти среднее значение операторов \hat{J}_x^2, \hat{J}_y^2
в состоянии $j = 1/2, m = 1/2; j = 1, m = 0; j = 1, m = -1; j = 3/2, m = 3/2$

р. 1.3 Найти магнитный момент $^{17}\text{F}, ^{13}\text{C}$

Сдать до 18 сентября включительно