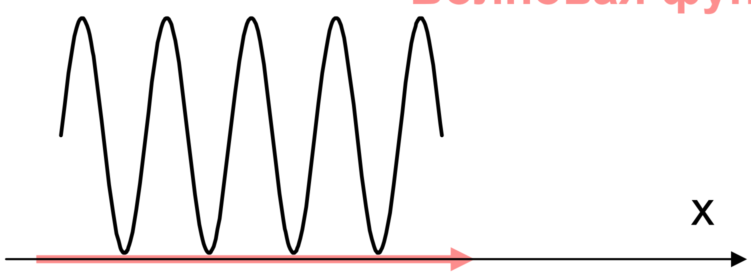
Плоская волна

Волновая функция свободной частицы



$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(r) = E\cdot\varphi(r) \qquad k_1 = \sqrt{2\cdot E}$$

Волновая функция континуума $\varphi(r) = A_1 e^{ik_1 r} + B_1 e^{-ik_1 r}$

$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv = \int\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\varphi^* + \frac{\partial\varphi^*}{\partial t}\varphi\right)dv = i\int(\varphi\hat{H}^*\varphi^* - \varphi^*\hat{H})dv$$

Плотность потока

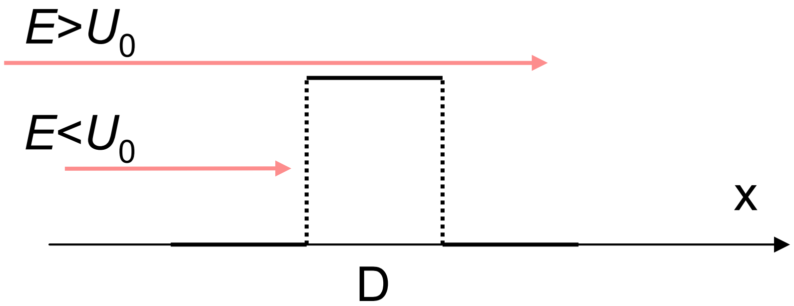
$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv = -\int div\, j dv, \quad j = \frac{i}{2}\left(\varphi\cdot grad\,\varphi^* - \varphi^*\cdot grad\,\varphi\right)$$

$$\frac{d}{dt}\int|\varphi|^2 dv + \int div\, j dv = 0$$

$j = k_1$ Плотность потока свободной частицы

Плоская волна

Прямоугольный потенциальный барьер



- ✓Как зависит коэффициент отражения/прохождения от высоты и ширины барьера?
- ✓Отражается ли волна, если энергия частицы выше барьера?
- ✓Ослабится или усилится поглощение в системе из двух барьеров?

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x)+V(x)\varphi(x)=E\cdot\varphi(x)$$

$$V(x)=\begin{cases}U_0, & X_1<x<X_2\\ 0\end{cases}$$

Уравнения непрерывности

$$k_1=\sqrt{2\cdot E},\ k_2=\sqrt{2\cdot(U_0-E)}$$

$$A_1e^{ik_1X_1}+B_1e^{-ik_1X_1}=A_2e^{k_2X_1}+B_2e^{-k_2X_1}$$

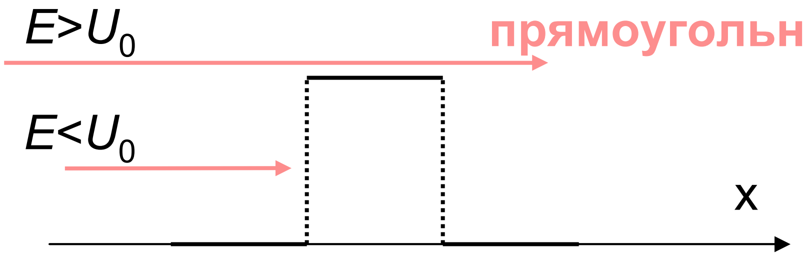
$$A_1ik_1e^{ik_1X_1}-ik_1B_1e^{-ik_1X_1}=A_2k_2e^{k_2X_1}-k_2B_2e^{-k_2X_1}$$

$$A_2e^{k_2X_2}+B_2e^{-k_2X_2}=A_3e^{ik_1X_2}$$

$$A_2k_2e^{k_2X_2}-k_2B_2e^{-k_2X_2}=A_3ik_1e^{ik_1X_2}$$

Плоская волна

Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера



Вывод/дополнительный слайд

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\varphi(x) + V(x)\varphi(x) = E\cdot\varphi(x)$$

$$k_1 = \sqrt{2\cdot E},\; k_2 = \sqrt{2\cdot(U_0 - E)}$$

$$A_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2+ik_1}{2k_2}e^{-k_2D}$$

$$B_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2-ik_1}{2k_2}e^{k_2D}$$

$$A_1 = \frac{ik_1+k_2}{2ik_1}A_2 + \frac{ik_1-k_2}{2ik_1}B_2 =$$

$$\frac{ik_1+k_2}{2ik_1}\frac{ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D} + \frac{ik_1-k_2}{2ik_1}\frac{-ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D} =$$

$$\frac{(ik_1+k_2)^2 e^{-k_2D} - (k_2-ik_1)^2 e^{k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$B_1 = \frac{ik_1-k_2}{2ik_1}A_2 + \frac{ik_1+k_2}{2ik_1}B_2 =$$

$$\frac{ik_1-k_2}{2ik_1}\frac{ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D} + \frac{ik_1+k_2}{2ik_1}\frac{-ik_1+k_2}{2k_2}e^{-k_2D} =$$

$$(k_1^2+k_2^2)\frac{e^{k_2D}-e^{-k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2 e^{-2k_2D} + (k_2^2+k_1^2)^2 e^{2k_2D} - (ik_1+k_2)^4 - (k_2-ik_1)^4}{(2k_1 2k_2)^2} =$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right) - 2(k_2^2-k_1^2)^2 + 4k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2} =$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right) - 2(k_2^2+k_1^2)^2 + 16k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2}$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2 Sh^2 k_2D + 4k_1^2k_2^2}{(2k_1k_2)^2}$$

$$\left|\frac{A_1}{A_3}\right|^2 = \frac{(k_2^2+k_1^2)^2 e^{-2k_2D} + (k_2^2+k_1^2)^2 e^{2k_2D} - (ik_1+k_2)^4 - (k_2-ik_1)^4}{(2k_1 2k_2)^2} =$$

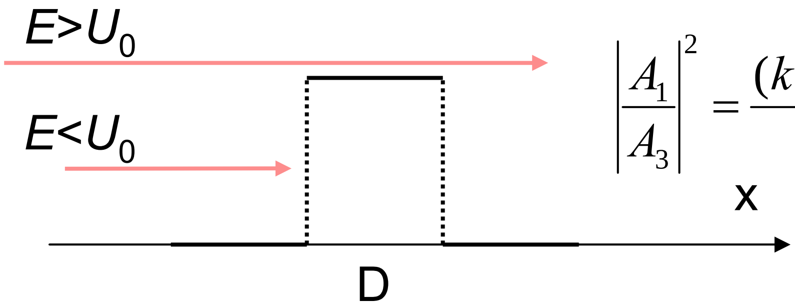
$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right) - 2(k_2^2-k_1^2)^2 + 4k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2} =$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\left(e^{-2k_2D}+e^{2k_2D}\right) - 2(k_2^2+k_1^2)^2 + 16k_1^2k_2^2}{(2k_1 2k_2)^2}$$

$$\frac{(k_2^2+k_1^2)^2 Sh^2 k_2D + 4k_1^2k_2^2}{(2k_1k_2)^2}$$

Плоская волна

Прямоугольный потенциальный барьер



$$\left|\frac{A_1}{A_3}\right|^2 = \frac{(k_2^2+k_1^2)^2 e^{-2k_2D} + (k_2^2+k_1^2)^2 e^{2k_2D} - (ik_1+k_2)^4 - (k_2-ik_1)^4}{(2k_1 2k_2)^2}$$

$$A_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2+ik_1}{2k_2}e^{-k_2D}$$

$$B_2 = A_3 e^{ik_1D}\frac{k_2-ik_1}{2k_2}e^{k_2D}$$

$$A_1 = A_3\frac{(ik_1+k_2)^2 e^{-k_2D} - (k_2-ik_1)^2 e^{k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

$$B_1 = A_3(k_1^2+k_2^2)\frac{e^{k_2D}-e^{-k_2D}}{2ik_1 2k_2}$$

Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера

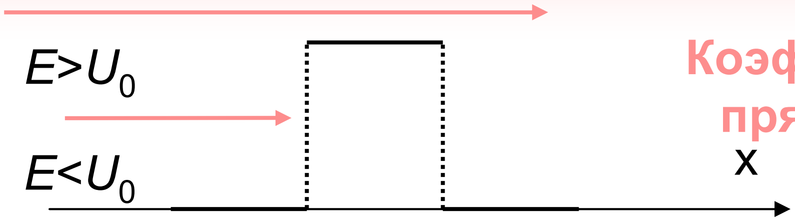
$E<U_0$ $\quad k_1 = \sqrt{2\cdot E},\ k_2 = \sqrt{2\cdot(U_0 - E)}$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2+k_1^2)^2 Sh^2 k_2 D + 4k_1^2k_2^2}}$$

$E>U_0$ $\quad k_1 = \sqrt{2\cdot E},\ k_2 = \sqrt{2\cdot(E - U_0)}$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2-k_1^2)^2 Sin^2 k_2 D + 4k_1^2k_2^2}}$$

Плоская волна



Коэффициент поглощения при прохождении прямоугольного потенциального барьера

$$k_1 = \sqrt{2 \cdot E},\ k_2 = \sqrt{2 \cdot (U_0 - E)}$$

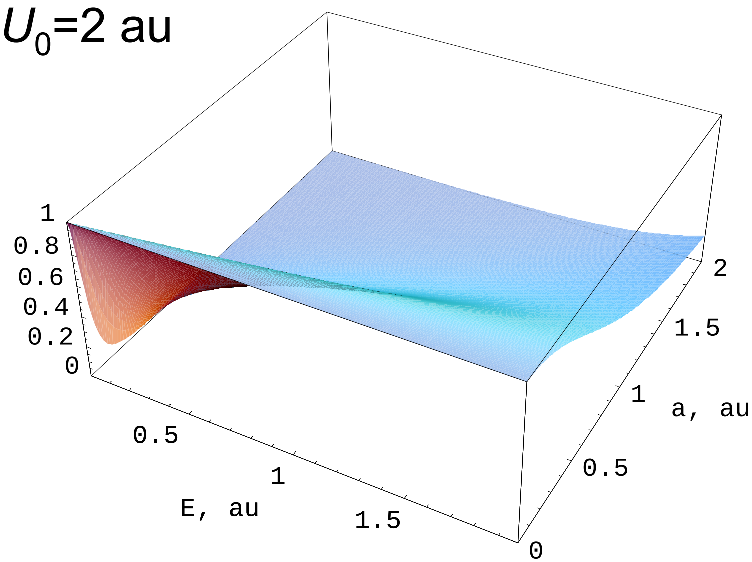
$E<U_0$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2 + k_1^2)^2 Sh^2 k_2 D + 4k_1^2k_2^2}}$$

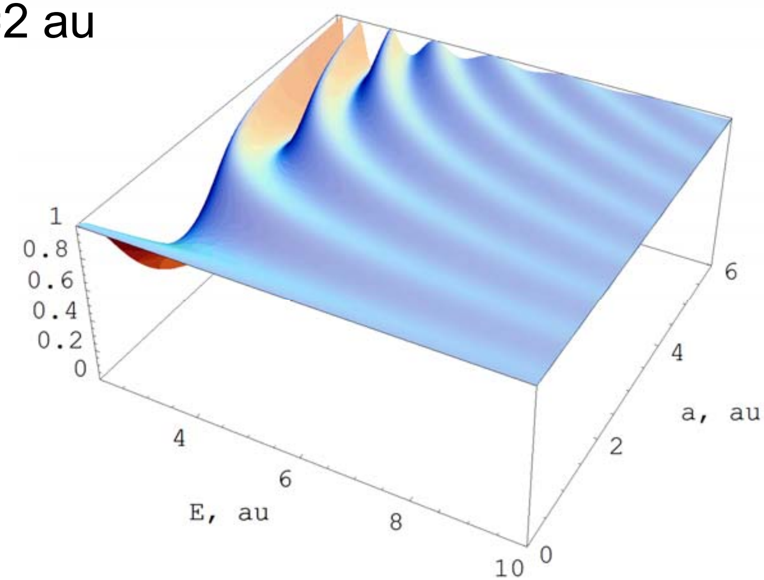
$E>U_0$

$$\boxed{D = \frac{(2k_1k_2)^2}{(k_2^2 - k_1^2)^2 Sin^2 k_2 D + 4k_1^2k_2^2}}$$

U_0=2 au



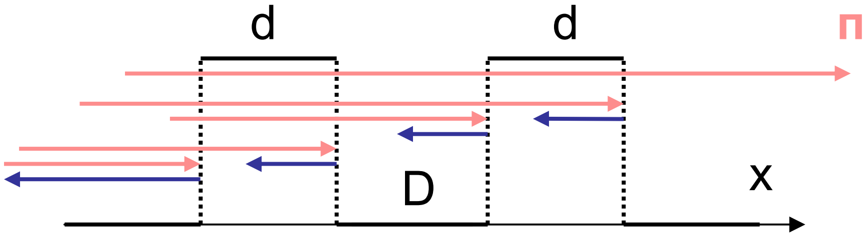
U_0=2 au



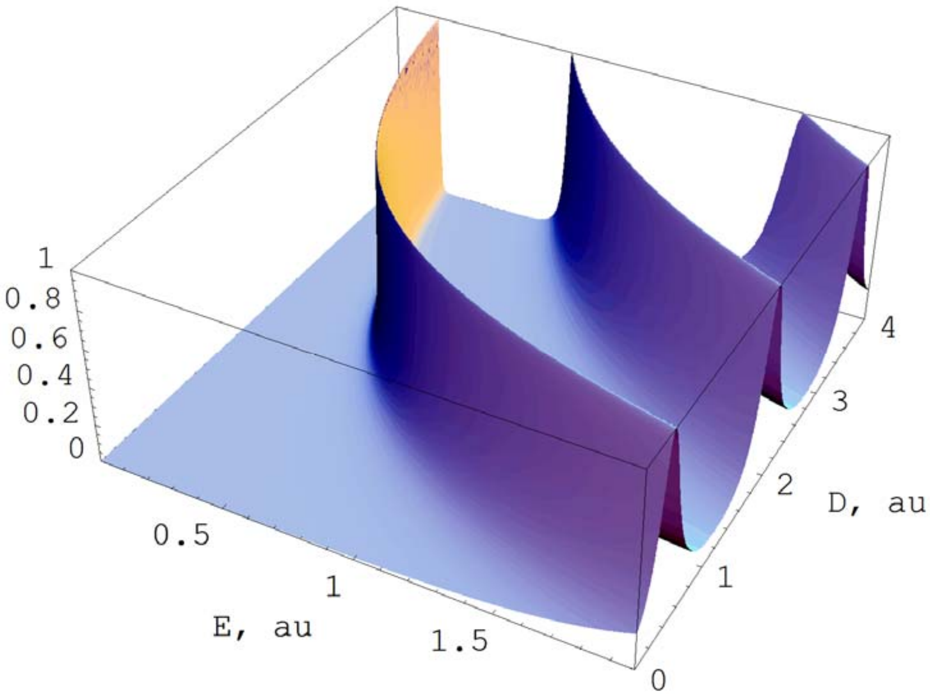
Где переход к классической (не квантовой) системе?

Плоская волна

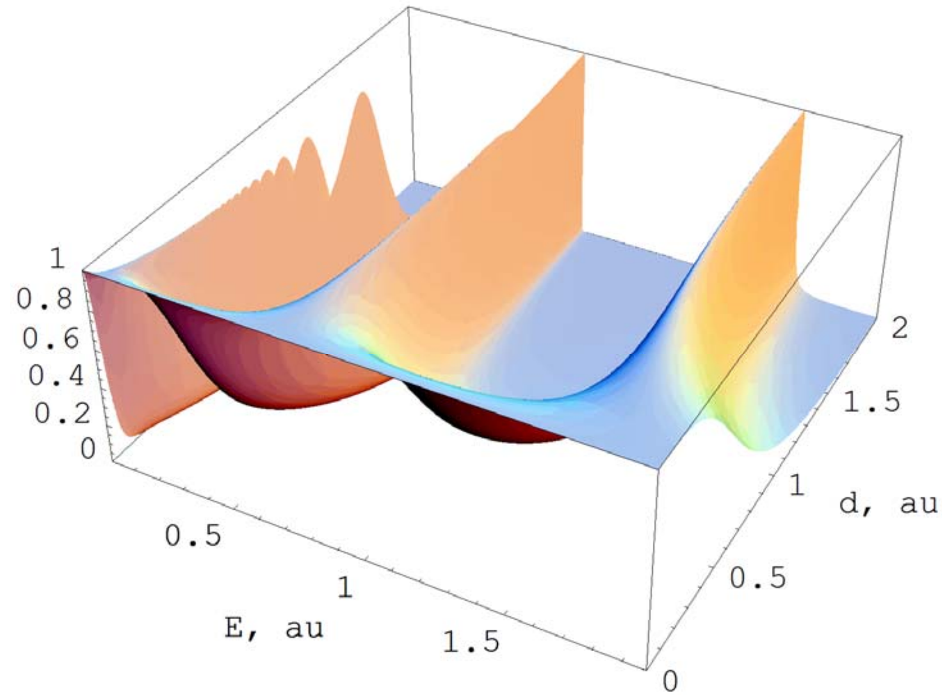
Коэффициент поглощения при прохождении двойного прямоугольного потенциального барьера



U_0=2 au, d=1 au

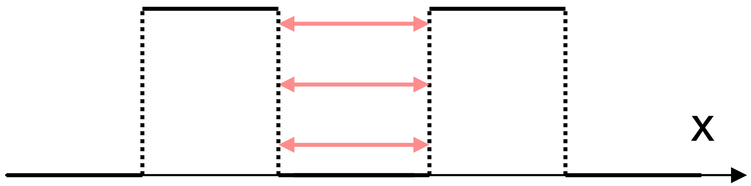


U_0=2 au, D=4 au

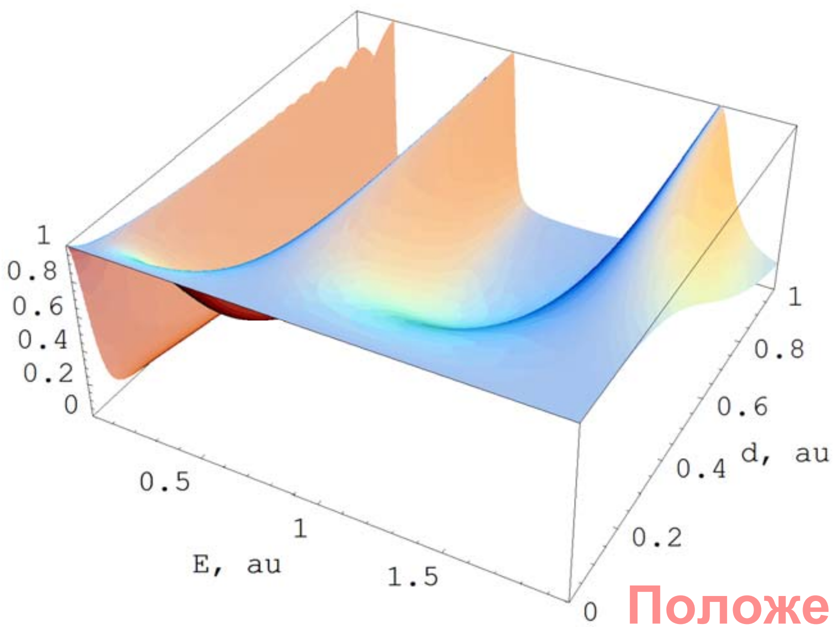


Плоская волна

Формирование автоионизационного (квазидискретного) состояния - резонанса



U_0=2 au, D=4 au



E_1=0.20
E_2=0.77
E_3=1.62

Положение резонанса не зависит от толщины барьеров, до зависит от ширины