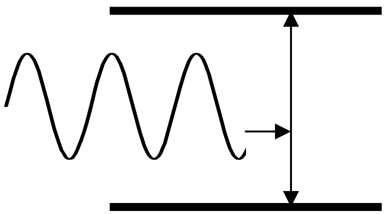
Квантовая система в лазерном поле

Эффект Аутлера-Таунса



$$\left|\psi(t)\right\rangle = c_1(t)\left|\varphi_1\right\rangle + c_2(t)\left|\varphi_2\right\rangle$$

$$\left|\dot{\psi}(t)\right\rangle = -i\hat{H}\left|\psi(t)\right\rangle,\ \hat{H} = E_1\left|\varphi_1\right\rangle\left\langle\varphi_1\right| + E_2\left|\varphi_2\right\rangle\left\langle\varphi_2\right| + \hat{V}(t);$$

С какой частотой будет меняться заселенность уровней и поляризация системы?

Оператор взаимодействия в дипольном приближении

$$\hat{V}(t) = -e\cdot E(t)x = -E(t)\left(d_{12}\left|\varphi_1\right\rangle\left\langle\varphi_2\right| + d_{21}\left|\varphi_2\right\rangle\left\langle\varphi_1\right|\right);$$

$$d_{12} = d^*_{21} = e\cdot\left\langle\varphi_1\right|\hat{D}\left|\varphi_2\right\rangle.$$

Напряженность электромагнитного поля $E(t) = \mathrm{E}_0\cos\omega t.$

$$\dot{c}_1(t) = -iE_1c_1(t) + i\cdot d_{12}\mathrm{E}_0c_2(t)\cos\omega t;$$

$$\dot{c}_2(t) = -iE_2c_2(t) + i\cdot d_{21}\mathrm{E}_0c_1(t)\cos\omega t.$$

В **приближении вращающейся волны**, заменив

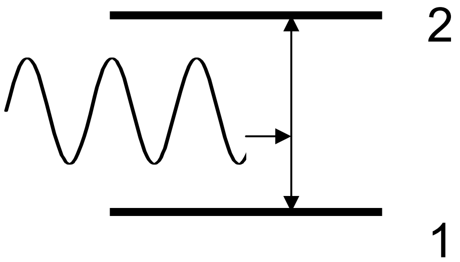
$$c'_1(t) = c_1(t)\exp(iE_1t); c'_2(t) = c_2(t)\exp(iE_2t);$$

$$\dot{c}'_1(t) = i/2\cdot d_{12}\mathrm{E}_0c'_2(t)\exp(-i(E_2 - E_1 - \omega)t);$$

$$\dot{c}'_2(t) = i/2\cdot d_{21}\mathrm{E}_0c'_1(t)\exp(i(E_2 - E_1 - \omega)t).$$

Квантовая система в лазерном поле

Эффект Аутлера-Таунса



$$\dot c'_1(t) = i/2 \cdot d_{12}\mathrm{E}_0 c'_2(t)\exp(-i(E_2 - E_1 - \omega)t);$$
$$\dot c'_2(t) = i/2 \cdot d_{21}\mathrm{E}_0 c'_1(t)\exp(i(E_2 - E_1 - \omega)t).$$

Ищем решение в следующем виде

$$\dot c'_1(t) = (a_1\exp(i\Omega t/2) + b_1\exp(-i\Omega t/2))\exp(-i\Delta t/2);$$
$$\dot c'_2(t) = (a_2\exp(i\Omega t/2) + b_2\exp(-i\Omega t/2))\exp(i\Delta t/2);$$

Где введены **частота Раби и росстройка**

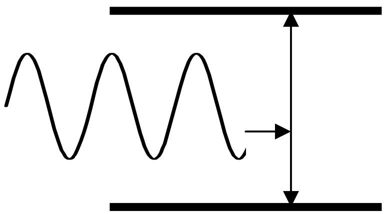
$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0/2\right|^2 + (E_2 - E_1 - \omega)^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

Решение

$$\dot c'_1(t) = \left(c'_1(0)\left\{\cos(\Omega t/2) + i\Delta/\Omega \cdot \sin(\Omega t/2)\right\} + c'_2(0)id_{12}\mathrm{E}_0/(2\Omega)\cdot\sin(\Omega t/2)\right)\exp(-i\Delta t/2);$$
$$\dot c'_1(t) = \left(c'_2(0)\left\{\cos(\Omega t/2) - i\Delta/\Omega \cdot \sin(\Omega t/2)\right\} + c'_1(0)id_{21}\mathrm{E}_0/(2\Omega)\cdot\sin(\Omega t/2)\right)\exp(i\Delta t/2);$$

Квантовая система в лазерном поле

Эффект Аутлера-Таунса



частота Раби и росстройка

$$\Omega = \sqrt{\left|d_{12}\mathrm{E}_0/2\right|^2 + (E_2 - E_1 - \omega)^2}, \quad \Delta = E_2 - E_1 - \omega.$$

Решение

$$\dot{c}'_1(t) = \left(c'_1(0)\left\{\cos(\Omega t/2) + i\Delta/\Omega\cdot\sin(\Omega t/2)\right\} + c'_2(0)id_{12}\mathrm{E}_0/(2\Omega)\cdot\sin(\Omega t/2)\right)\exp(-i\Delta t/2);$$

$$\dot{c}'_2(t) = \left(c'_2(0)\left\{\cos(\Omega t/2) - i\Delta/\Omega\cdot\sin(\Omega t/2)\right\} + c'_1(0)id_{21}\mathrm{E}_0/(2\Omega)\cdot\sin(\Omega t/2)\right)\exp(i\Delta t/2);$$

Инверсия заселенности и индуцированный момент

$$\dot{c}'_1(0) = 0; \quad \dot{c}'_2(0) = 1.$$

$$W(t) = \left|\dot{c}'_2(t)\right|^2 - \left|\dot{c}'_1(t)\right|^2 = \left(\frac{\Delta^2 - \left|d_{12}\mathrm{E}_0/2\right|^2}{\Omega^2}\right)\sin^2(\Omega t/2) + \cos^2(\Omega t/2);$$

$$P(t) = C_1^* C_2 d_{12} + к.с. = c_1^* c_2 d_{12}\exp(-i(E_2 - E_1)t) + к.с. =$$

$$2\,\mathrm{Re}\left(\frac{id_{12}\mathrm{E}_0}{2\Omega} d_{12}\left(\cos(\Omega t/2) + i\Delta/\Omega\sin(\Omega t/2)\right)\sin(\Omega t/2)\exp(i\omega t)\right)$$

Инверсия заселенности меняется с частотой Раби, а поляризация с частотой поля

Квантовая система в лазерном поле

Нелинейный отклик среды на электромагнитное излучения

Поляризация среды зависит от напряженностью поля, ее вызывающего, во все предшествующие моменты времени:

$$P(z,t)=\varepsilon_0\int_0^\infty \chi(\tau)E(z,t-\tau)d\tau$$

Если: $E(z,t)=\frac{1}{2}E_0\exp(-i(\Omega t-kz))+э.с.$

То: $P(z,t)=\frac{\varepsilon_0 E_0}{2}(\chi(\Omega)\exp(-i(\Omega t-kz))+\chi(-\Omega)\exp(i(\Omega t-kz)))$

Где $\chi(\omega)$ – фурье-образ нелинейной восприимчивости среды.

Если пренебречь высшими гармониками, то отклик среды:

$$P(z,t)=\frac{1}{2}\rho(z,t)\exp(-i(\Omega t-kz))+э.с.$$

Тогда комплексная поляризация среды $\rho(z,t)$ на определенной частоте связана с напряженностью поля :

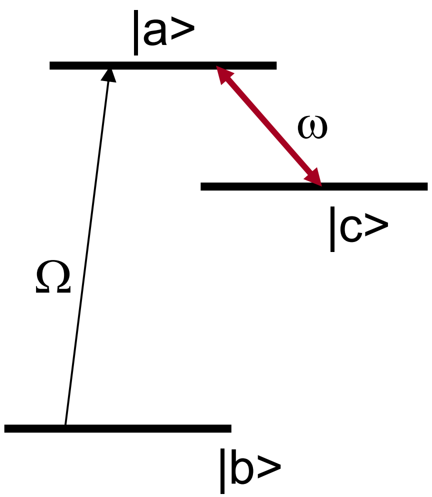
$$\boxed{\rho(z,t)=\varepsilon_0 E_1\chi(\Omega)}$$

Поляризации среды на определенной частоте – это среднее значение дипольного момента, индуцированного на этой частоте

Квантовая система в лазерном поле

Лазерно-индуцированная прозрачность в λ-системе

Усилится или ослабится поглощение в такой системе?



$$P = Tr\left(\rho d\right)$$

Гамильтониан системы: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$

$$\hat{H}_0 = E_a |a\rangle\langle a| + E_b |b\rangle\langle b| + E_c |c\rangle\langle c|$$

$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{2}\left(d_{ab}E_\Omega \exp\left(-i\Omega t\right) + d_{ac}E_\omega \exp\left(-i\omega t\right) + э.с.\right)$$

уравнение Лиувилля : $\dot{\rho} = -i[\hat{H}, \rho]$

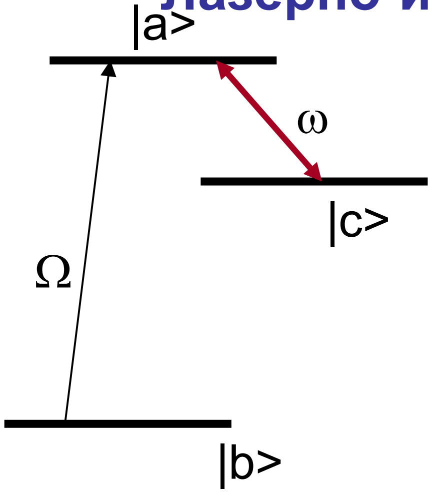
В первом порядке теории возмущений по E_Ω:

$$\dot{\rho}_{ab} = -i(E_a - i\gamma_{ab})\rho_{ab} + i\frac{d_{ab}E_\Omega}{2}\exp\left(-i\Omega t\right)\rho_{bb} + i\frac{d_{ac}E_\omega}{2}\exp\left(-i\omega t\right)\rho_{cb};$$

$$\dot{\rho}_{cb} = -i(E_c - i\gamma_{cb})\rho_{cb} + i\frac{d_{ca}E_\omega}{2}\exp\left(i\omega t\right)\rho_{ab}$$

Квантовая система в лазерном поле

Лазерно-индуцированная прозрачность в λ-системе



Сделаем замены

$$\tilde{\rho}_{ab} = \rho_{ab} \cdot \exp(-i\Omega t);\ \tilde{\rho}_{cb} = \rho_{cb} \cdot \exp(i(\omega - \Omega)t)$$

получаем

$$\dot{\tilde{\rho}}_{ab} = -(\gamma_{ab} + i\Delta)\tilde{\rho}_{ab} + i\frac{d_{ab}E_{\Omega}}{2}\tilde{\rho}_{bb} + i\frac{d_{ac}E_{\omega}}{2}\tilde{\rho}_{cb};$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{cb} = -(\gamma_{cb} + i\Delta - i\delta)\tilde{\rho}_{cb} + i\frac{d_{ca}E_{\omega}}{2}\tilde{\rho}_{ab}$$

Где $\Delta = E_a - E_b - \Omega$, $\Omega_\mu = d_{ac}E_\omega$, $\delta = E_a - E_b - \omega$

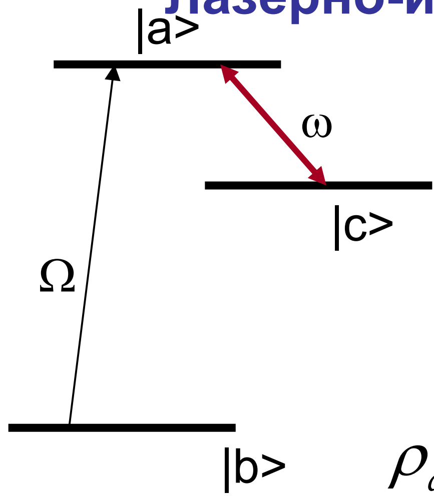
Решение уравнения вида:

$$\dot{R} = -M \cdot R + A \quad \Rightarrow \quad R = M^{-1} \cdot A$$

$$R = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_{ab} \\ \tilde{\rho}_{cb} \end{bmatrix}; \quad M = \begin{bmatrix} \gamma_{ab} + i\Delta & -id_{ac}E_{\omega}/2 \\ -id_{ca}E_{\omega}/2 & \gamma_{cb} + i\Delta - i\delta \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} i\,d_{ab}E_{\Omega}/2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Квантовая система в лазерном поле

Лазерно-индуцированная прозрачность в λ-системе



Решение, осциллирующее на частоте падающего поля

$$\begin{bmatrix} \tilde{\rho}_{ab} \\ \tilde{\rho}_{cb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{ab} + i\Delta & -i d_{ac} E_{\omega}/2 \\ -i d_{ca} E_{\omega}/2 & \gamma_{cb} + i\Delta - i\delta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i d_{ab} E_{\Omega}/2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$\rho_{ab}(t,\omega,\Omega) = \frac{i d_{ab}(\gamma_{bc} + i\Delta - i\delta)\exp(-i\Omega t)}{2\left((\gamma_{ab} + i\Delta)(\gamma_{bc} + i\Delta - i\delta) + \Omega_{\mu}^{2}/4\right)} E_0$$

Нелинейная восприимчивость, выражается через поляризацию:

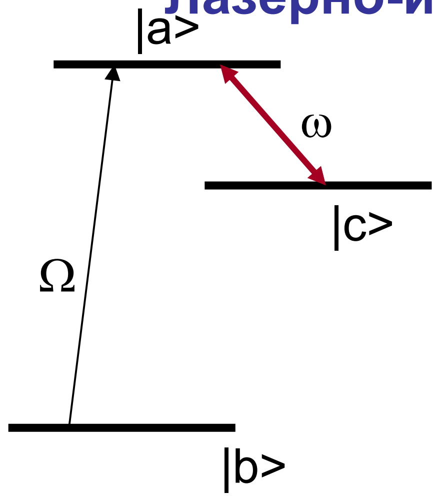
$$\chi(\Omega) = \frac{\rho(z,t)}{E_{\Omega}} = N\frac{\rho_{ab} d_{ba}\exp(i\Omega t)}{E_{\Omega}}$$

$$= \frac{iN|d_{ab}|^2(\gamma_{bc} + i\Delta - i\delta)}{2\left((\Delta - i\gamma_{ab})(\Delta - \delta - i\gamma_{bc}) - \Omega_{\mu}^{2}/4\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{iN|d_{ab}|^2(\gamma_{bc} + i\Delta)}{2\left((\Delta - i\gamma_{ab})(\Delta - i\gamma_{bc}) - \Omega_{\mu}^{2}/4\right)}$$

Квантовая система в лазерном поле

Лазерно-индуцированная прозрачность в λ-системе



Решение, осциллирующее на частоте падающего поля

$$\frac{iN|d_{ab}|^2(\gamma_{bc}+i\Delta)}{2\left(\Delta^2-\gamma_{ab}\gamma_{bc}-\Omega_\mu^2/4-i\Delta(\gamma_{ab}+\gamma_{bc})\right)}=$$

$$-\frac{N|d_{ab}|^2\Delta}{2\left(\Delta^2-\Omega_\mu^2/4\right)}$$

Нелинейная восприимчивость, выражается через поляризацию:

$$-\frac{N|d_{ab}|^2\Delta(\Delta^2-\gamma_{ab}\gamma_{bc}-\Omega_\mu^2/4+(\gamma_{ab}+\gamma_{bc})\gamma_{bc})}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_{ab}\gamma_{bc}-\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_{ab}+\gamma_{bc})^2\right)}+$$

$$i\frac{N|d_{ab}|^2(\gamma_{bc}(\Delta^2-\gamma_{ab}\gamma_{bc}-\Omega_\mu^2/4)-\Delta^2(\gamma_{ab}+\gamma_{bc}))}{2\left(\left(\Delta^2-\gamma_{ab}\gamma_{bc}-\Omega_\mu^2/4\right)^2+\Delta^2(\gamma_{ab}+\gamma_{bc})^2\right)}$$

$$\Rightarrow$$

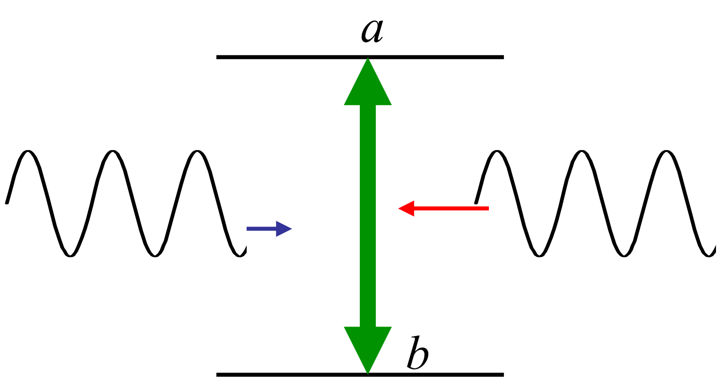
$$-\frac{N|d_{ab}|^2\Delta}{2(\Delta^2+\gamma_{ab}^2)}-i\frac{N|d_{ab}|^2\gamma_{ab}}{2(\Delta^2+\gamma_{ab}^2)}$$

$$-i\frac{N|d_{ab}|^2\gamma_{bc}}{2\left(\gamma_{ab}\gamma_{bc}+\Omega_\mu^2/4\right)}$$

Можно достичь значительного (при нулевой ширине уровней - полного) подавления поглощения

Квантовая система в лазерном поле

Как охлаждать сильно разряженные среды? **Лазерное охлаждение**



Сила, действующая на атом при поглощении фотона

$$\vec{F} = r\vec{k} = \Gamma_a \rho_{aa} \vec{k}$$

$$\dot{\rho}_{ab} = -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\tilde{\rho}_{ab} + i\Omega_R \rho_{aa} - i\frac{\Omega_R}{2};$$

$$\dot{\rho}_{aa} = -\Gamma\rho_{aa} + i\frac{\Omega_R}{2}(\rho_{ab} - \rho_{ba});$$

$$\dot{\rho}_{ba} = -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\tilde{\rho}_{ba} - i\Omega_R \rho_{aa} + i\frac{\Omega_R}{2}.$$

$$\vec{F} = \Gamma_a \vec{k}\frac{\Omega_R^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_R^2} \Rightarrow \sim \frac{\Gamma_a \vec{k}\Omega_R^2}{4(\Delta \mp kv)^2 + \Gamma^2 + 2\Omega_R^2}$$

Сила трения

$$\vec{F} = F_a \mp m\beta v = \frac{\Gamma_a \vec{k}\Omega_R^2}{4\Delta^2 + \Gamma^2} \pm \frac{8\Gamma_a \vec{k}^2\Omega_R^2\Delta}{\left(4\Delta^2 + \Gamma^2\right)^2} v \qquad \vec{F} = F_a - m\beta v - (F_a + m\beta v) = -2m\beta v$$

Возникает сила трения, действующая противоположно скорости атомов (молекул) – лазерное охлаждение. Достигаемый предел температуры при лазерном охлаждении – 10^{-9} К°.